SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP QUỐC GIA TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
Năm học 2020 – 2021

Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: **180 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi thứ nhất: **13/10/2020**
(Đề thi có 01 trang, gồm 4 bài)

Bài 1: ***(5,0 điểm)***

Cho $(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6);(b_1,b_2,b_3,b_4,b_5,b_6);(c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6)$ là các hoán vị của $(1,2,3,4,5,6)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $R=\sum_{i=1}^{6} a_i b_i c_i$.

Bài 2: ***(5,0 điểm)***

Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ thỏa mãn $P(x)P\left(\frac{1}{x}\right)=P(x)+P\left(\frac{1}{x}\right)$ với mọi $x\neq 0$.

Bài 3: ***(5,0 điểm)***

Cho $n\in\mathbb{N}^*$. Kí hiệu $\varphi(n)$ là số các số nguyên dương không vượt quá n và nguyên tố cùng nhau với n.

a) Cho 2 số nguyên dương a, b và a là ước của b. Chứng minh rằng $\varphi(a)\leq\varphi(b)$.

b) Chứng minh rằng $\lim\varphi(n)=+\infty$.

Bài 4: ***(5,0 điểm)***

Cho tam giác nhọn ABC với O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB. Điểm M thuộc BC, N là giao điểm của AM và EF, P là giao điểm thứ hai của ON và đường tròn ngoại tiếp tam giác ODM. Q là điểm đối xứng với M qua trung điểm của DP. Chứng minh rằng Q thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI DỰ THI CẤP QUỐC GIA TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
Năm học 2020 – 2021

Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **180 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi thứ hai: **14/10/2020**
(Đề thi có 01 trang, gồm 3 bài)

Bài 5: ***(6,0 điểm)***

Cho a, b, c là các số nguyên với $a \neq 0$ thỏa mãn $an^2 + bn + c$ là số chính phương với mọi số nguyên dương n. Chứng minh rằng tồn tại các số nguyên x, y sao cho $a = x^2; b = 2xy; c = y^2$.

Bài 6: ***(7,0 điểm)***

Có 3 lớp học, mỗi lớp có n học sinh. Chiều cao của $3n$ bạn ở 3 lớp đôi một khác nhau. Chia $3n$ bạn thành n nhóm, mỗi nhóm gồm 3 học sinh đến từ cả 3 lớp. Bạn cao nhất ở mỗi nhóm được nhận danh hiệu "người mẫu". Biết rằng với mọi cách chia nhóm, mỗi lớp luôn có ít nhất 10 "người mẫu". Chứng minh rằng giá trị nhỏ nhất của n là 40.

Bài 7: ***(7,0 điểm)***

Cho 2 đường tròn $(\omega_1), (\omega_2)$ có cùng bán kính cắt nhau tại hai điểm phân biệt X_1, X_2. Đường tròn (ω) tiếp xúc ngoài với (ω_1) tại T_1 và tiếp xúc trong với (ω_2) tại T_2. Chứng minh rằng X_1T_1 cắt X_2T_2 tại một điểm trên (ω).

----------**HẾT**----------