UBND TỈNH KONTUM **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT NĂM HỌC 2018-2019**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: **Toán**
Thời gian: **180 phút** (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi**: 18/8/2018**

MA TRẬN ĐỀ

Mức độ nhận thức **Câu/ phần (chương trình gì)**	**Thông hiểu**	**Vận dụng thấp**	**Vận dụng cao**	**Tổng cộng**	
Câu 1: Hệ phương trình	**3**			**3,0 điểm**	**PT**
Câu 2: Chứng minh hệ thức lượng giác trong tam giác	**3**			**3,0 điểm**	**PT**
Câu 3: Dãy số truy hồi với các yêu cầu chứng minh hoặc tìm số hạng TQ hoặc tính giới hạn…		**2**		**2,0 điểm**	**Chuyên**
Câu 4: Tổ hợp		**3**		**3,0 điểm**	**PT**
Câu 5: Hình học phẳng 1) Chứng minh tính chất hình học		**3**		**3,0 điểm**	**PT**
2) Vận dụng các kiến thức chuyên			**2**	**2,0 điểm**	**Chuyên**
Câu 6: Số học			**2**	**2,0 điểm**	**Chuyên**
Câu 7: Bất đẳng thức			**2**	**2,0 điểm**	**PT**
Tổng	**6,0 điểm**	**8,0 điểm**	**6,0 điểm**	**20 điểm**	

UBND TỈNH KONTUM **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT NĂM HỌC 2018-2019**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Môn: **Toán** Thời gian: **180 phút** (*không kể thời gian giao đề*) Ngày thi**: 18/8/2018** (Đề này có 1 trang, gồm 7 câu).

Câu 1. (3,0 *điểm*) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}=\sqrt{y-1}+\sqrt{y+1}\\ x^2+x+12\sqrt{y+1}=36\end{cases}$.

Câu 2. (3,0 *điểm*) Cho tam giác ABC vuông tại A, đặt $BC=a, AC=b, AB=c$. Cho biết a, $\sqrt{\frac{2}{3}}b$, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Tính B, C.

Câu 3. (2,0 *điểm*) Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases}u_1=1, u_2=3\\ u_{n+2}+u_n=2(u_{n+1}+1), n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{n^2}$.

Câu 4. (3,0 *điểm*) Có 20 cây giống trong đó có 2 cây xoài, 2 cây mít, 2 cây ổi, 2 cây bơ, 2 cây bưởi và 10 loại cây khác 5 loại trên đồng thời đôi một khác loại nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 cây để trồng trong một khu vườn sao cho không có hai cây nào thuộc cùng một loại.

Câu 5. (5,0 *điểm*) Cho tam giác ABC ($AB>AC$) là tam giác nhọn nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm tam giác. Gọi J là trung điểm của BC. Gọi D là diểm đối xứng với A qua O.

1) *(3,0 điểm)* Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên BC, CH, BH. Chứng minh rằng tứ giác $PJMN$ nội tiếp.

2) *(2,0 điểm)* Cho biết $\widehat{BAC}=60^0$, gọi I là tâm đường tròn nội tiếp. Chứng minh rằng $2\widehat{AHI}=3\widehat{ABC}$.

Câu 6. (2,0 *điểm*) Tìm tất cả các số nguyên tố a thỏa mãn $8a^2+1$ cũng là số nguyên tố.

Câu 7. (2,0 *điểm*) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $3a^2+2b^2+c^2=6$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2(a+b+c)-abc$.

---------------HẾT----------------

UBND TỈNH KONTUM
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT NĂM HỌC 2018-2019

Môn: **Toán**
Ngày thi**: 18/8/2018**
(*Bản hướng dẫn gồm 05 trang*)

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

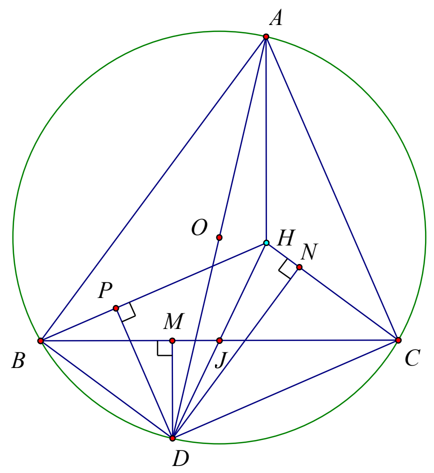
I. HƯỚNG DẪN CHUNG

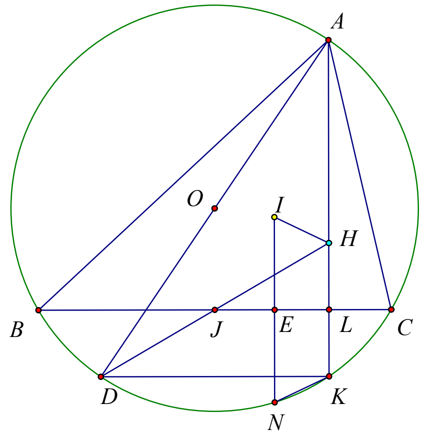
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa ở phần điểm tương ứng.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Câu 5 nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.

II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
1 **(3,0 đ)**		Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}=\sqrt{y-1}+\sqrt{y+1} & (1)\\ x^2+x+12\sqrt{y+1}=36 & (2)\end{cases}$.	**3,0**
		Điều kiện: $x\geq 1, y\geq 1$.	0,25
		vì $x=y=1$ không là nghiệm của hệ phương trình nên xét với $\left[\begin{array}{l}x\neq 1\\ y\neq 1\end{array}\right.$.	0,25
		Ta có $(1)\Leftrightarrow \sqrt{x-1}-\sqrt{y-1}=\sqrt{y+1}-\sqrt{x+1}$ $\Leftrightarrow \dfrac{x-y}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}}=\dfrac{-(x-y)}{\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}}$	0,5
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-y=0\\ \dfrac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}}=\dfrac{-1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=y$	0,5
		Thay $x=y$ vào phương trình thứ hai (2) , ta được phương trình $x^2+x+12\sqrt{x+1}=36$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2+2x+1=x+1-12\sqrt{x+1}+36$ $\Leftrightarrow (x+1)^2=\left(\sqrt{x+1}-6\right)^2$	0,5
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+1-\sqrt{x+1}+6=0 \text{ (VN)}\\ x+1+\sqrt{x+1}-6=0\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+1}=2\\ \sqrt{x+1}=-3 \text{ (VN)}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=3$	0,5
		Vậy hệ có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(3;3)$	0,25

2 **(3,0 đ)**		Cho tam giác ABC vuông tại A và a , $\sqrt{\frac{2}{3}}b$, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Tính B, C .	**3,0**
		Cho tam giác ABC vuông tại A nên ta có $b = a\sin B$, $c = a\cos B$	0,5
		a , $\sqrt{\frac{2}{3}}b$, c lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow ac = \frac{2}{3}b^2$	0,5
		$\Leftrightarrow a^2\cos B = \frac{2}{3}a^2\sin^2 B$	0,25
		$\Leftrightarrow 3\cos B = 2\sin^2 B$	0,25
		$\Leftrightarrow 3\cos B = 2 - 2\cos^2 B \Leftrightarrow 2\cos^2 B + 3\cos B - 2 = 0$	0,5
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos B = -2\\ \cos B = \frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \cos B = \frac{1}{2}$ (vì $-1 \le \cos B \le 1$)	0,25
		$\Leftrightarrow B = 60^0$ (vì $0^0 < B < 180^0$).	0,5
		Vậy $B = 60^0, C = 30^0$.	0,25
3 **(2,0 đ)**		Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 3 & (1)\\ u_{n+2} + u_n = 2(u_{n+1} + 1) & (2)\end{cases}$ $(n \ge 1)$. Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{n^2}$.	**2,0**
		Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n$ Ta có $(2) \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 2 \Leftrightarrow v_{n+1} = v_n + 2$ suy ra (v_n) lập thành một cấp số cộng có $v_1 = d = 2$ Vậy $v_n = 2 + (n-1).2 = 2n$	0,5
		Khi đó $u_n = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + ... + (u_2 - u_1) + u_1$ $= v_{n-1} + v_{n-2} + ... + v_1 + u_1 = 2((\text{n}-1) + (\text{n}-2) + ... + 1) + 1$	0,5
		$= 2.\frac{n(\text{n}-1)}{2} + 1 = n(n-1) + 1$	0,5
		$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{n^2} = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n(n-1)+1}{n^2} = 1$. Vậy $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{n^2} = 1$.	0,5
4 **(2,0 đ)**		Có 20 cây giống trong đó có 2 cây xoài, 2 cây mít, 2 cây ổi, 2 cây bơ, 2 cây bưởi và 10 loại cây khác 5 loại trên đồng thời đôi một khác loại nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 cây để trồng trong một khu vườn sao cho không có hai cây nào thuộc cùng một loại.	**2,0**
		Số cách chọn 5 cây bất kỳ trong 20 cây giống là C_{20}^5 .	0,5
		Ta tính số cách chọn 5 cây sao cho có ít nhất hai cây cùng loại. + Trường hợp 1 : Số cách chọn 4 cây thuộc 2 loại và 1 cây khác là $C_5^2.C_{16}^1$	0,5
		+ Trường hợp 2: Số cách chọn có 2 cùng một loại và 3 cây khác là	0,5

		$C_5^1.C_{18}^3$	
		Vì số cách chọn ở trường hợp 2 trùng lại 2 lần cách chọn ở trường hợp 1 nên số cách chọn 5 cây sao cho có ít nhất hai cây cùng loại là $C_5^2.C_{16}^1+\left(C_5^1.C_{18}^3-2C_5^2.C_{16}^1\right)=C_5^1.C_{18}^3-C_5^2.C_{16}^1$.	0,25
		nên số cách chọn 5 cây thỏa đề là $C_{20}^5-\left(C_5^1.C_{18}^3-C_5^2.C_{16}^1\right)=11584$	0,25
5 **(5,0đ)**	**1**	Cho tam giác ABC ($AB>AC$) là tam giác nhọn nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm tam giác. Gọi J là trung điểm của BC. Gọi D là điểm đối xứng với A qua O. 1) Gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên BC,CH,BH. Chứng minh rằng tứ giác $PJMN$ nội tiếp.	**3,0**
			
		Ta có $BH//CD$ (vì cùng vuông góc với AC) và $CH//BD$ (vì cùng vuông góc với AB) nên $BHCD$ là hình bình hành, do đó J cũng là trung điểm của HD.	0,5
		Từ giả thiết ta được tứ giác $HPDN$ nội tiếp đường tròn tâm J	0,25
		suy ra $\widehat{PJN}=2\widehat{PDN}=2\left(180^0-\widehat{BHC}\right)$ (1).	0,5
		Ta có các tứ giác $BPMD$, $CNMD$ nội tiếp nên	0,5
		$\widehat{PMN}=360^0-\left(\widehat{PMD}+\widehat{NMD}\right)=\widehat{HBD}+\widehat{HCD}$ $=360^0-\left(\widehat{BHC}+\widehat{BDC}\right)=360^0-2\widehat{BHC}$ (2)	0,75
		Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{PJN}=\widehat{PMN}$ nên tứ giác $PJMN$ nội tiếp. Điều phải chứng minh.	0,5
	2	Cho biết $\widehat{BAC}=60^0$, gọi I là tâm đường tròn nội tiếp. Chứng minh rằng $2\widehat{AHI}=3\widehat{ABC}$.	**2,0**

			
		Gọi L là giao điểm của AH với BC, K là giao điểm thứ hai của AH với đường tròn ngoại tiếp (O) của tam giác ABC. Kẻ đường thẳng đi qua I vuông góc với BC cắt BC và cắt cung nhỏ BC lần lượt tại E và N. Ta có $JL//DK$ (vì cùng vuông góc với AK) mà J là trung điểm của HD nên JL là đường trung bình của tam giác HDK, suy ra L là trung điểm của HK. Do đó K đối xứng với H qua đường thẳng BC suy ra $\widehat{BHC}=\widehat{BKC}=120^0$.	0,75
		Mà $\widehat{BIC}=180^0-\frac{\widehat{B}+\widehat{C}}{2}=120^0$ nên B,I,H,C đồng viên thuộc đường tròn đối xứng với (O) qua BC, suy ra N chính là điểm đối xứng với I qua BC. Suy ra $HINK$ là hình thang cân.	0,5
		Ta có $\widehat{ABI}=\widehat{IBC}=\widehat{CBN}=\frac{\widehat{ABC}}{2}$.	0,25
		Từ đó $\widehat{AHI}=180^0-\widehat{IHK}=180^0-\widehat{AKN}=\widehat{ABN}=\widehat{ABI}+\widehat{IBC}+\widehat{CBN}=\frac{3}{2}\widehat{ABC}$ suy ra $2\widehat{AHI}=3\widehat{ABC}$. Điều phải chứng minh.	0,5
6 (2đ)		Tìm tất cả các số nguyên tố a thỏa mãn $8a^2+1$ cũng là số nguyên tố.	**2,0**
		Vì a là số nguyên tố nên $a\geq 2$. Ta xét các trường hợp	0,25
		Trường hợp 1: với $a=2$ khi đó $8a^2+1=33$ chia hết cho 11 loại trường hợp $a=2$	0,5
		Trường hợp 2: với $a=3$ khi đó $8a^2+1=73$ là số nguyên tố	0,5
		Trường hợp 3: với $a>3\Rightarrow a=3k\pm 1$ khi đó $8a^2+1=8\left(9k^2\pm 6k+1\right)+1=3\left(24k^2\pm 16k+3\right)$ chia hết cho 3 loại trường hợp $a>3$	0,5
		Vậy $a=3$ là giá trị duy nhất cần tìm.	0,25
5 (2,0đ)		Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $3a^2+2b^2+c^2=6$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức	**2,0**

		$P = 2(a+b+c) - abc$.	
		Với bốn số a, b, x, y ta có bất đẳng thức Cauchy-Schwarz $\left(ax+by\right)^2 \le \left(a^2+b^2\right)\left(x^2+y^2\right) \quad (1)$ *(Học sinh có thể nêu không cần chứng minh bất đẳng thức (1))* Áp dụng bất đẳng thức (1), ta có $P^2 = \left(a(2-bc) + \sqrt{2}.\sqrt{2}(b+c)\right)^2 \le (a^2+2)\left((2-bc)^2 + 2(b+c)^2\right)$ $= (a^2+2)(b^2+2)(c^2+2).$	0,5
		Lại áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $(a^2+2)(b^2+2)(c^2+2) = \frac{1}{6}3(a^2+2).2(b^2+2).(c^2+2)$ $\le \frac{1}{6}\left(\frac{3(a^2+2)+2(b^2+2)+(c^2+2)}{3}\right)^3 = 36$	0,75
		Từ đó suy ra $P^2 \le 36$. Suy ra $-6 \le P \le 6$.	0,25
		Mặt khác với $a=0; b=1; c=2$ thì $3a^2+2b^2+c^2=6$ và $P=6$; $a=0; b=-1; c=-2$ thì $3a^2+2b^2+c^2=6$ và $P=-6$. Vậy $P_{\max}=6$, $P_{\min}=-6$.	0,5

-------------------HẾT-----------------