WORD & BIÊN SOẠN

TRAO ĐỔI & CHIA SẺ KIẾN THỨC

KỲ THI TN THPT NĂM 2021 - ĐỢT 2
Mã đề: 102

THÔNG MINH DO HỌC TẬP MÀ CÓ THIÊN TÀI DO TÍCH LŨY MÀ NÊN

Câu 1. Cho hai số phức $z=4+3i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $5+2i$. **B.** $7-i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-3-4i$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** 2.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=-1$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

A. $(-\infty;4]$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao là h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=3Bh$.

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3+x-2$?

A. Điểm $M(1;1)$. **B.** Điểm $N(1;2)$. **C.** Điểm $P(1;3)$. **D.** Điểm $Q(1;0)$.

Câu 7. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^3=\dfrac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $C_n^3=\dfrac{3!(n-3)!}{n!}$. **C.** $C_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $C_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$.

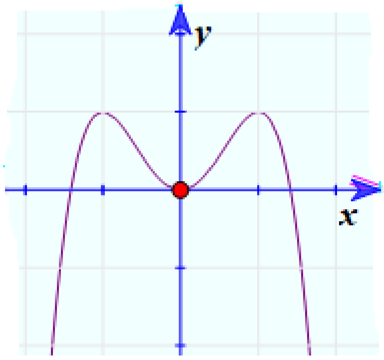
Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>2$ là

A. $(0;4)$. **B.** $\left(\dfrac{9}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;-3;0)$. **B.** $(1;3;0)$. **C.** $(-1;3;0)$. **D.** $(-1;-3;0)$.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^2-2x$. **C.** $y=2x^3+x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u}(-1;2;0)$ và $\vec{v}(1;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-2;4;-3)$. **B.** $(2;-4;3)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(0;0;-3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n}=(2;-1;4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $2x+y-4z+1=0$. **B.** $2x+y-4z=0$.

C. $2x-y+4z=0$. **D.** $2x-y+4z+1=0$.

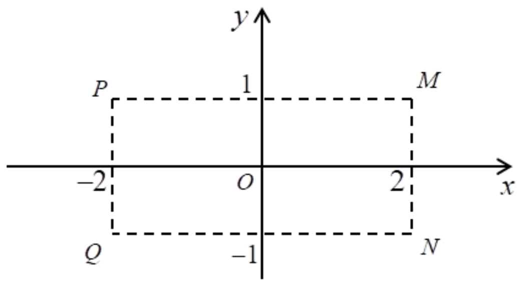
Câu 14. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao là $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{5}{3}a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** $\dfrac{5}{6}a^3$. **D.** $\dfrac{5}{2}a^3$.

Câu 15. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 4. **B.** -3. **C.** -4. **D.** 3.

Câu 16. Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z=-2-i$?



A. Điểm Q. **B.** Điểm P. **C.** Điểm N. **D.** Điểm M.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ là

A. $y' = x.4^{x-1}$. **B.** $y' = 4^x.\ln 4$. **C.** $y' = \dfrac{4^x}{\ln 4}$. **D.** $y' = 4^x$.

Câu 18. Thể tích của khối cầu bán kính $2a$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{32}{3}\pi a^3$. **C.** $32\pi a^3$. **D.** $\dfrac{8}{3}\pi a^3$.

Câu 19. Cho hàm hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = \dfrac{4}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = 4\pi rl$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 21. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a)$ bằng

A. $3\log_3 a$. **B.** $1-\log_3 a$. **C.** $\log_3 a$. **D.** $1+\log_3 a$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $5^x = 2$ là:

A. $x = \log_2 5$. **B.** $x = \log_5 2$. **C.** $x = \dfrac{2}{5}$. **D.** $x = \sqrt{5}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 2 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + \sin x + C$. **B.** $\int f(x)dx = 2x + cosx + C$.

C. $\int f(x)dx = -\sin x + C$. **D.** $\int f(x)dx = 2x - \sin x + C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (2;-3;4)$ làm veto chỉ phương có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z+3}{4}$.

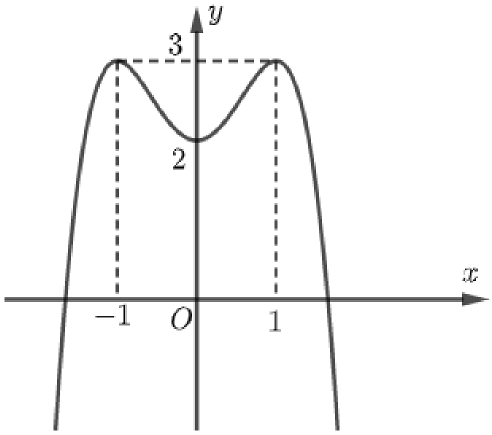
C. $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-3}{4}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^3-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=12x^2+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+C$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

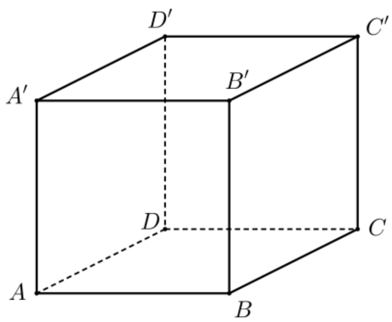
Câu 27. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=210$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. . **B.** -3. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 28. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1)=-2$ và $F(2)=3$. Khi đó $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $2x+y-3z-7=0$. **B.** $2x+y-3z+7=0$.

C. $2x+y+3z-1=0$. **D.** $2x+y+3z+1=0$.

Câu 31. Với $a>0$, đặt $\log_2(2a)=b$, khi đó $\log_2(4a^3)$ bằng

A. $3b+5$. **B.** $3b$. **C.** $3b+2$. **D.** $3b-1$.

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

A. $\frac{7}{34}$. **B.** $\frac{9}{34}$. **C.** $\frac{9}{17}$. **D.** $\frac{8}{17}$.

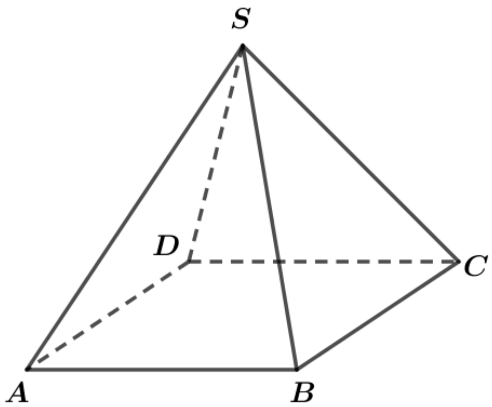
Câu 33. Cho số phức $z=4-2i$, môđun của số phức $(1+i)\bar{z}$ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** 24. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** 40.

Câu 34. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=-x^4+8x^2-19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. -3. **B.** -2. **C.** -4. **D.** -1.

Câu 35: Cho hình chóp $SABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình sau). Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng



A. 60°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Câu 36: Trong không gian Oxy, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(3;0;2)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 37. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+4x$. **B.** $y=x^3-4x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=\frac{4x-1}{x+1}$.

Câu 38. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^2\left[2x-f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 0.

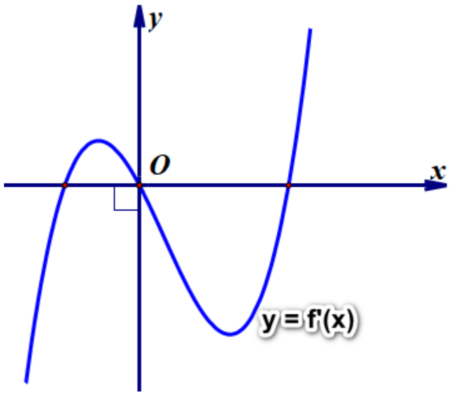
Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình bên dưới. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1)=-2$. Giá trị của $F(4)+F(6)$ bằng

A. 3. **B.** 4 . **C.** 8 . **D.** 5.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3\left(x+21\right)\right].\left(16-2^{x-1}\right)\geq 0$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 16. **D.** Vô số.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2,\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f\left(x\right)-4=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 42. Cắt hình trụ $\left(T\right)$ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của $\left(T\right)$ bằng

A. $\frac{16\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $\frac{8\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. **D.** $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 43. Xét các số phức z và w thay đổi thoả mãn $\left|z\right|=\left|w\right|=4$ và $\left|z-w\right|=4\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\left|z-1-i\right|+\left|w+3-4i\right|$ bằng

A. $\sqrt{41}$. **B.** $5-2\sqrt{2}$. **C.** $5-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 44. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g\left(x\right)=mx^3+mx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f\left(x\right)-g\left(x\right)$ có ba điểm cực trị là $-1;2;3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'\left(x\right)$ và $y=g'\left(x\right)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{71}{9}$. **C.** $\frac{71}{6}$. **D.** $\frac{64}{9}$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in\left(1;5\right)$ thỏa mãn $4\left(x-1\right)e^x=y\left(e^x+xy-2x^2-3\right)$?

A. 14. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(3;1;1\right)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng qua A cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=4-2t \\ z=-3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=5-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 47. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $64\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. **D.** $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+4az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị ?

A. 25. **B.** 27. **C.** 26. **D.** 28.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại điểm M cắt các trục Ox,Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0),B(0;b;0)$ mà a,b là các số nguyên dương và $AMB=90°$?

A. .4.. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.C	5.A	6.D	7.D	8.B	9.A	10.D
11.C	12.D	13.C	14.B	15.C	16.A	17.B	18.B	19.A	20.B
21.D	22.B	23.A	24.A	25.A	26.D	27.D	28.D	29.B	30.A
31.D	32.A	33.A	34.B	35.A	36.B	37.A	38.A	39.A	40.B
41.B	42.D	43.D	44.B	45.B	46.D	47.A	48.D	49.B	50.D

Câu 1. cho hai số phức $z=4+3i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $5+2i$. **B.** $7-i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-3-4i$.

Lời giải

Chọn C

$z-w=4+3i-(1-i)=3+4i$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Công sai của cấp số cộng bằng $d=u_2-u_1=5-3=2$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{5x-1}{x+1}=5$ suy ra

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y=5$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

A. $(-\infty;4]$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của $y=\log_3(x-4)$ là: $x-4>0\Leftrightarrow x>4$.

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao là h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{4}{3}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=3Bh$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3+x-2$?

A. Điểm $M(1;1)$. **B.** Điểm $N(1;2)$. **C.** Điểm $P(1;3)$. **D.** Điểm $Q(1;0)$.

Lời giải

Chọn D

$y(1)=0\Rightarrow$ điểm $Q(1;0)$ thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3+x-2$.

Câu 7. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \ge 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^3 = \dfrac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $C_n^3 = \dfrac{3!(n-3)!}{n!}$. **C.** $C_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $C_n^3 = \dfrac{n!}{3!(n-3)!}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^3 = \dfrac{n!}{3!(n-3)!}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) > 2$ là

A. $(0;4)$. **B.** $\left(\dfrac{9}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3(2x) > 2 \Leftrightarrow 2x > 9 \Leftrightarrow x > \dfrac{9}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(\dfrac{9}{2};+\infty\right)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

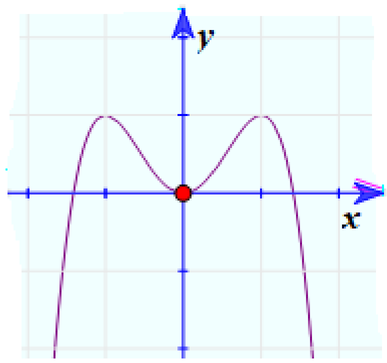
A. $(1;-3;0)$. **B.** $(1;3;0)$. **C.** $(-1;3;0)$. **D.** $(-1;-3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $(1;-3;0)$.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$. **B.** $y = x^2 - 2x$. **C.** $y = 2x^3 + x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong đã cho không phải là đồ thị của hàm phân thức, cũng không phải là đồ thị của hàm đa thức bậc hai, bậc ba. Do đó chỉ có phương án D là đúng.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u}(-1;2;0)$ và $\vec{v}(1;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-2;4;-3)$. **B.** $(2;-4;3)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(0;0;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u}+\vec{v}=(-1+1;2-2;0+3)\Rightarrow \vec{u}+\vec{v}=(0;0;3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm đổi dấu hai lần nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n}=(2;-1;4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $2x+y-4z+1=0$. **B.** $2x+y-4z=0$.

C. $2x-y+4z=0$. **D.** $2x-y+4z+1=0$.

Lời giải

GVSB: Huynh Thanh Liem; GVPB: Nguyễn Thị Hường

Chọn C

Mặt phẳng đi qua $O(0;0;0)$ và nhận vectơ $\vec{n}=(2;-1;4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình $2x-y+4z=0$.

Câu 14. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao là $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{5}{3}a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** $\frac{5}{6}a^3$. **D.** $\frac{5}{2}a^3$.

Lời giải

GVSB: Huynh Thanh Liem; GVPB: Nguyễn Thị Hường

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ $V=B.h=5a^2.a=5a^3$.

Câu 15. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 4. **B.** -3. **C.** -4. **D.** 3.

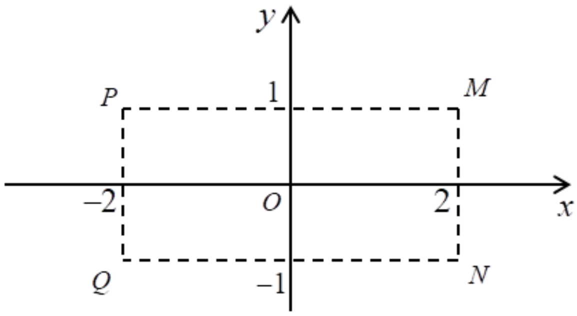
Lời giải

GVSB: Huynh Thanh Liem; GVPB: Nguyễn Thị Hường

Chọn C

Phần ảo của số phức $z=3-4i$ là -4.

Câu 16. Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z=-2-i$?



A. Điểm Q. **B.** Điểm P. **C.** Điểm N. **D.** Điểm M.

Lời giải

GVSB: Tô Lê Diễm Hằng; GVPB: Nguyễn Thị Hường

Chọn A

Điểm $Q(-2;-1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=-2-i$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

A. $y'=x.4^{x-1}$. **B.** $y'=4^x.\ln 4$. **C.** $y'=\dfrac{4^x}{\ln 4}$. **D.** $y'=4^x$.

Lời giải

GVSB: Tô Lê Diễm Hằng; GVPB: Nguyễn Thị Hường

Chọn B

Ta có $y'=\left(4^x\right)'=4^x.\ln 4$.

Câu 18. Thể tích của khối cầu bán kính $2a$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{32}{3}\pi a^3$. **C.** $32\pi a^3$. **D.** $\dfrac{8}{3}\pi a^3$.

Lời giải

GVSB: Tô Lê Diễm Hằng; GVPB: Nguyễn Thị Hường

Chọn B

Thể tích khối cầu tính bằng $V=\dfrac{4}{3}\pi.r^3=\dfrac{32}{3}\pi a^3$.

Câu 19. Cho hàm hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	0	-	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\frac{4}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=4\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính diện tích xunh quanh của hình nón $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 21. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a)$ bằng

A. $3\log_3 a$. **B.** $1-\log_3 a$. **C.** $\log_3 a$. **D.** $1+\log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_3(3a)=\log_3 3+\log_3 a=1+\log_3 a$

Câu 22. Nghiệm của phương trình $5^x=2$ là:

A. $x=\log_2 5.$ **B.** $x=\log_5 2.$ **C.** $x=\frac{2}{5}.$ **D.** $x=\sqrt{5}.$

Lời giải

GVSB: Phạm Lâm; GVPB: …

Chọn B

Ta có: $5^x=2\Leftrightarrow x=\log_5 2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=2+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=2x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)dx=2x+cosx+C$.

C. $\int f(x)dx=-\sin x+C$. **D.** $\int f(x)dx=2x-\sin x+C$.

Lời giải

GVSB: Phạm Lâm; GVPB: …

Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2+\cos x)\mathrm{d}x=2x+\sin x+C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(2;-3;4)$ làm vetơ chỉ phương có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{4}$. **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{4}$.

Lời giải

GVSB: Phạm Lâm; GVPB: …

Chọn A

Sử dụng phương trình chính tắc ta có: $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{4}$

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

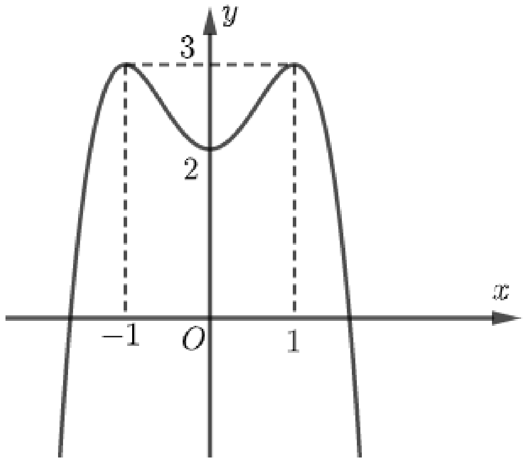
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-2x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^3-2x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=12x^2+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x^3-2)\mathrm{d}x=x^4-2x+C$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. $x=-1$.
B. $x=2$.
C. $x=1$.
D. $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy, điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 27. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10.
B. -3.
C. 3.
D. 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5+2=7$.

Câu 28. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1)=-2$ và $F(2)=3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

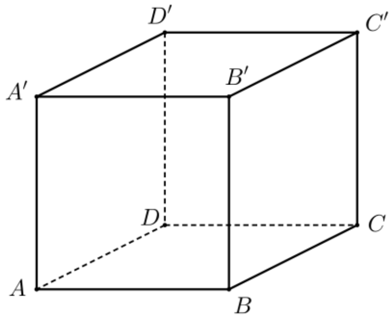
A. -5.
B. 1.
C. -1.
D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = 3 - (-2) = 5$.

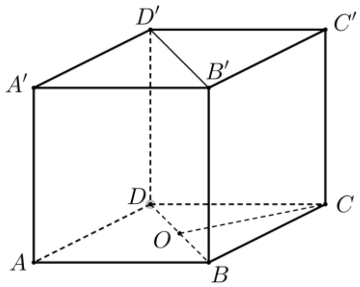
Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O trung điểm BD ta có $CO \perp BD$ (1).

Mặt khác, do . $ABCD.A'B'C'D'$. là hình lập phương nên $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp CO$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CO \perp (BDD'B')$, hay $d(CO,(BDD'B')) = CO$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a nên $AC = \sqrt{2}a$.

Do đó $CO = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$.

Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $2x + y - 3z - 7 = 0$. **B.** $2x + y - 3z + 7 = 0$.

C. $2x + y + 3z - 1 = 0$. **D.** $2x + y + 3z + 1 = 0$.

Lời giải

GVSB: Bích Hà Bùi; GVPB: Dung Chang

Chọn A

Vì mặt phẳng cần tìm song song với mặt phẳng (P) nên có 1 VTPT là $n = (2;1;-3)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) là:

$2(x-1) + (y-2) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 7 = 0$

Câu 31. Với $a>0$, đặt $\log_2(2a)=b$, khi đó $\log_2(4a^3)$ bằng

A. $3b+5$. **B.** $3b$. **C.** $3b+2$. **D.** $3b-1$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thị Hải Yến; GVPB: Dung Chang

Chọn D

Ta có: $\log_2(2a)=b \Leftrightarrow 1+\log_2 a=b$ suy ra $\log_2 a=b-1$

Khi đó: $\log_2(4a^3)=\log_2 4+\log_2 a^3=2+3\log_2 a=2+3(b-1)=3b-1$.

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

A. $\frac{7}{34}$. **B.** $\frac{9}{34}$. **C.** $\frac{9}{17}$. **D.** $\frac{8}{17}$.

Lời giải

GVSB: Luyen Duong; GVPB: Dung Chang

Chọn A

- Ta có: Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nên $n(\Omega)=C_{17}^2$.
- Gọi A:" là biến cố chọn được hai số chẵn" ta có $n(A)=C_8^2$.
- Khi đó $P(A)=\frac{C_8^2}{C_{17}^2}=\frac{7}{34}$

Câu 33. Cho số phức $z=4-2i$, môđun của số phức $(1+i)\bar{z}$ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** 24. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** 40.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Văn Thanh; GVPB: Dung Chang

Chọn A

$z=4-2i \Rightarrow (1+i)\bar{z}=2+6i \Rightarrow \left|(1+i)\bar{z}\right|=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$.

Câu 34. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=-x^4+8x^2-19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

GVSB: Hà Hoàng; GVPB: Dung Chang.

Chọn B

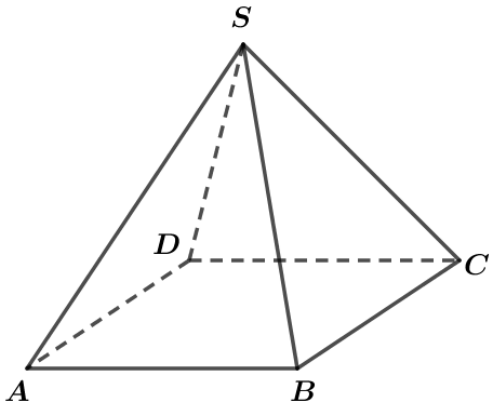
Ta có $y'=-4x^3+16x=4x(4-x^2)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & (\notin[-4;-1]) \\ x=2 & (\notin[-4;-1]) \\ x=-2 & (\in[-4;-1]) \end{array}\right.$$

Ta có $y(-4)=-147$; $y(-2)=-3$; $y(-1)=-12$.

Vậy $\max\limits_{[-4;-1]} y=y(-2)=-3$, khi $x=-2$

Câu 35. Cho hình chóp $SABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình sau). Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng



A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A

Do hình chóp có các cạnh bằng nhau nên ΔSAB đều.

Ta có: $CD//AB \Rightarrow \left(CD;SB\right) = \left(AB;SB\right) = SBA = 60°$

Câu 36. Trong không gian Oxy, cho hai điểm $M\left(1;1;-1\right)$ và $N\left(3;0;2\right)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng MN có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = \left(2;-1;3\right)$.

Vậy phương trình đường thẳng MN đi qua điểm $M\left(1;1;-1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MN} = \left(2;-1;3\right)$ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 37. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 4x$. **B.** $y = x^3 - 4x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = \frac{4x-1}{x+1}$.

Lời giải

GVSB: Lê Trần Bảo An; GVPB: Ngô Minh Cường

Chọn A

Hàm số $y = x^3 + 4x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ và có đạo hàm $y' = 3x^2 + 4 > 0, \forall x \in D$

Nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 38. Nếu $\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_0^2 \left[2x - f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

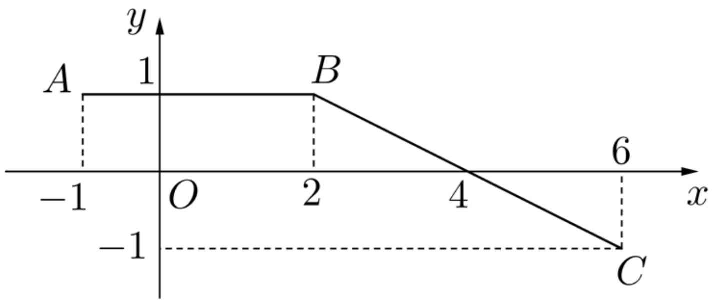
A. 2. **B.** 8 . **C.** 6 . **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$\int_0^2 [2x - f(x)]dx = \int_0^2 2xdx - \int_0^2 f(x)dx = 4 - 2 = 2$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình bên dưới.

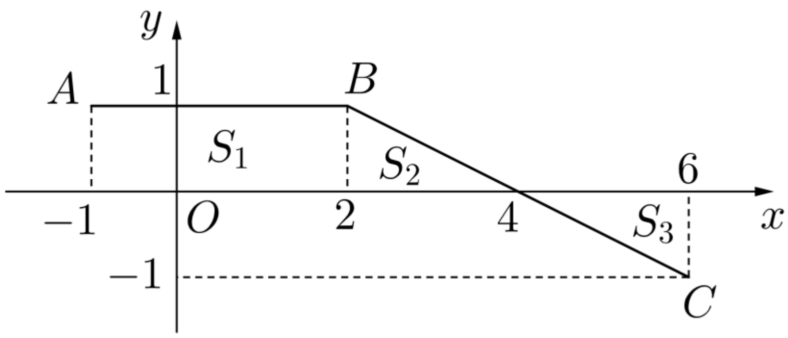


Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -2$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A



Dựa vào hình vẽ ta có

$F(6) - F(1) = \int_{-1}^{6} f(x) = S_1 + S_2 - S_3 = 3.1 + \frac{1}{2}.2.1 - \frac{1}{2}.2.1 = 3 \Rightarrow F(6) = 3 + F(1) = 1$.

$F(4) - F(1) = \int_{-1}^{4} f(x) = S_1 + S_2 = 3.1 + \frac{1}{2}.2.1 = 4 \Rightarrow F(4) = 4 + F(1) = 2$.

$F(4) + F(6) = 2 + 1 = 3$

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2+1) - \log_3(x+21)\right].(16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 16. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > -21 \quad (*)$.

- Trường hợp 1: Ta có

$$\begin{cases} \log_3(x^2+1) - \log_3(x+21) \geq 0 \\ 16 - 2^{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2+1) \geq \log_3(x+21) \\ 2^{x-1} \leq 2^4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1\ge x+21 \\ x-1\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-20\ge 0 \\ x\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le -4 \\ x\ge 5 \end{array}\right. \\ x\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -4 \\ x=5 \end{array}\right. .$$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta có $\left[\begin{array}{l} -21<x\le -4 \\ x=5 \end{array}\right.$ (1).

- Trường hợp 2: Ta có

$$\begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right)-\log_3\left(x+21\right)\le 0 \\ 16-2^{x-1}\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right)\le \log_3\left(x+21\right) \\ 2^{x-1}\ge 2^4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1\le x+21 \\ x-1\ge 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-20\le 0 \\ x\ge 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4\le x\le 5 \\ x\ge 5 \end{cases} \Leftrightarrow x=5 \quad (2) \text{ (thỏa mãn).}$$

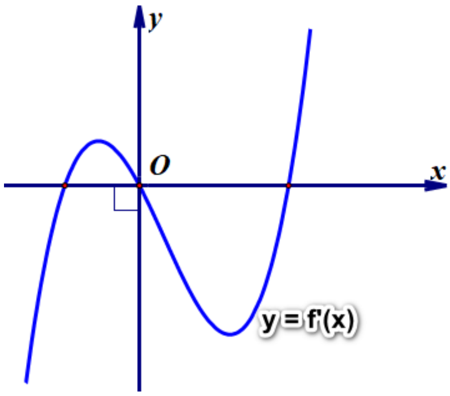
Từ (1) và (2) ta suy ra các giá trị x thỏa mãn bất phương trình đã cho là $\left[\begin{array}{l} -21<x\le -4 \\ x=5 \end{array}\right.$

.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên ta có $x\in\{-20;-19;...;-5;-4;5\}$.

Vậy tất cả có 18 số nguyên x thỏa mãn đề bài.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2,(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)-4=0$ là

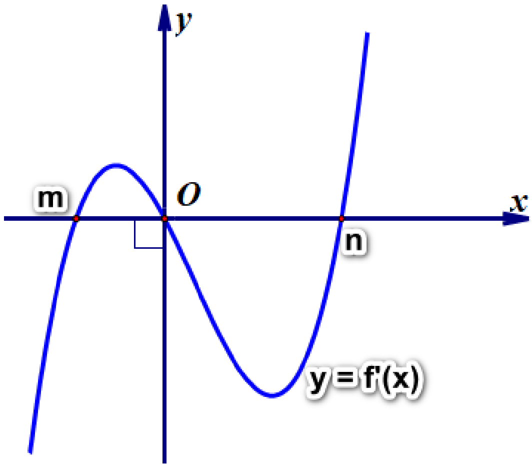
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

GVSB: Minh Phạm; GVPB:

Chọn B

Ta có $f(0)=0$ và hệ số $a>0$. Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m<0 \\ x=0 \\ x=n>0 \end{array}\right.$.



Từ đây ta có bảng biến thiên của $y = f\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		m		0		n		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(m)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$f(n)$	$\nearrow$	$+\infty$

Xét phương trình $3f\left(x\right)-4=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{4}{3}$ từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt.

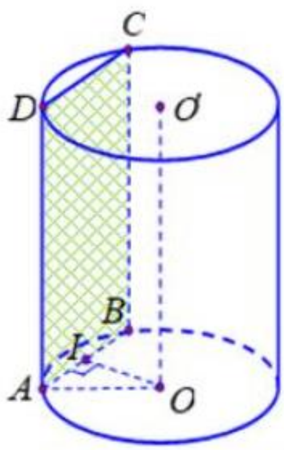
Câu 42. Cắt hình trụ $\left(T\right)$ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của $\left(T\right)$ bằng

A. $\dfrac{16\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. **D.** $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

GVSB: Phạm Văn Bình; GVPB: …

Chọn D



Gọi (P) là mặt phẳng song song với trục OO'.

Theo giả thiết: Mặt phẳng (P) cắt hình trụ (T) theo thiết diện là hình vuông $ABCD$.

Khi đó, diện tích của hình vuông $S_{ABCD}=16a^2 \Rightarrow AB=CD=4a$.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow \begin{cases} OI \perp AB \\ OI \perp AD \end{cases} \Rightarrow OI \perp (ABCD)$. Do đó $OI=3a$.

Lại có: $r=OA=\sqrt{OI^2+IA^2}=\sqrt{9a^2+4a^2}=a\sqrt{13}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng: $S_{xq}=2\pi OA.AD=2\pi a\sqrt{13}.4a=8\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 43. Xét các số phức z và w thay đổi thoả mãn $|z|=|w|=4$ và $|z-w|=4\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z-1-i|+|w+3-4i|$ bằng

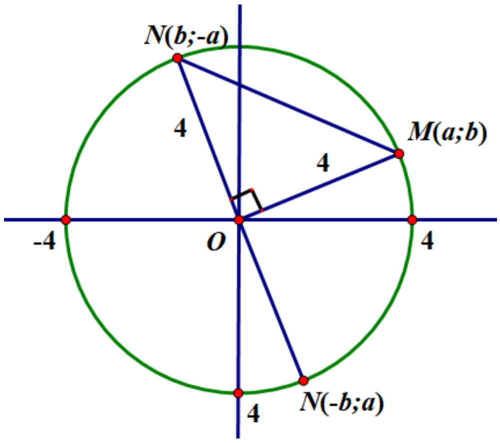
A. $\sqrt{41}$. **B.** $5-2\sqrt{2}$. **C.** $5-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M và N là các điểm biểu diễn số phức z và w.

Theo giả thiết $\begin{cases} |z|=|w|=4 \\ |z-w|=4\sqrt{2} \end{cases}$ nên ta suy ra M và N nằm trên đường tròn (C) tâm $O(0;0)$ bán kính $R=4$ và độ dài $MN=4\sqrt{2}$.



Vậy suy ra tam giác OMN vuông cân tại O suy ra $OM \perp ON \Rightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0$.

Đặt $z=a+bi \Rightarrow M(a;b) \Rightarrow \overrightarrow{OM}=(a;b) \Rightarrow \overrightarrow{ON}=(b;-a)$ hoặc $\overrightarrow{ON}=(-b;a)$.

Vậy ta có $w=-b+ai=iz$ hoặc $w=b-ai=-iz$.

Xét 2 trường hợp.

TH1: $w=-b+ai=iz$ ta có:

$P=|z-1-i|+|w+3-4i|=|z-1-i|+|iz+3-4i|=|z-1-i|+|-z+3i+4|$

$\geq |z-1-i+(-z+3i+4)|=\sqrt{13}$.

TH2: $w=b-ai=-iz$ ta có:

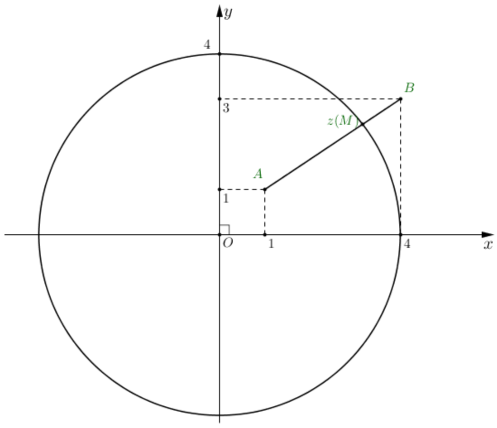
$P=|z-1-i|+|w+3-4i|=|z-1-i|+|-iz+3-4i|=|z-1-i|+|z+3i+4|$

$|z-1-i|+|-z-3i-4|\geq |z-1-i+(-z-3i-4)|=|-5-4i|=\sqrt{41}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P=\sqrt{13}$.

Xác định z để P đạt giá trị nhỏ nhất:

Gọi $A(1;1)$, $B(4;3)$ khi đó giá trị nhỏ nhất của $P=\sqrt{13}$ xảy ra khi $M=AB\cap(C)$ và nằm giữa A và B.



Câu 44. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+mx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;2;3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{71}{9}$. **C.** $\frac{71}{6}$. **D.** $\frac{64}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+3; g'(x)=3mx^2+2nx-1$

Khi đó: $f'(x)-g'(x)=4ax^3+(3b-3m)x^2+(2c-2n)x+4$

Do hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;2;3$ nên ta suy ra $a\neq 0$ và $f'(x)-g'(x)=4a(x+1)(x-2)(x-3)$

Ta có: $f'(0)-g'(0)=24a=4\Rightarrow a=\frac{1}{6}$. Suy ra $f'(x)-g'(x)=\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

$$S=\int_{-1}^{3}\left|\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)\right|dx=\frac{71}{9}.$$

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;5)$ thỏa mãn $4(x-1)e^x=y\left(e^x+xy-2x^2-3\right)$?

A. 14. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

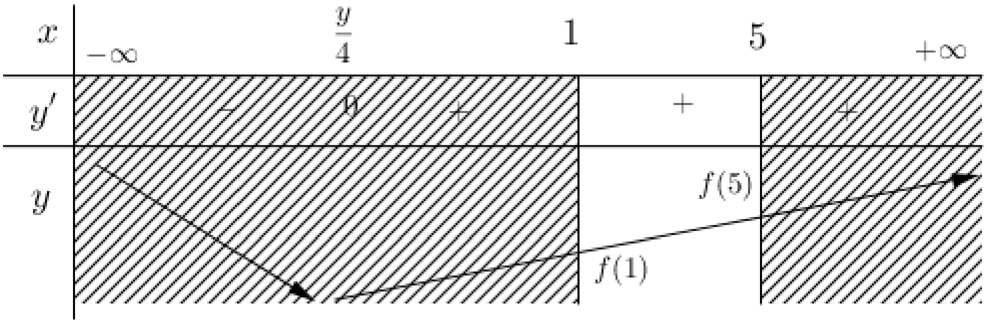
Chọn B

Phương trình đã cho tương đương $4(x-1)e^x-y\left(e^x+xy-2x^2-3\right)=0$.

Xét hàm số $f(x)=4(x-1)e^x-y\left(e^x+xy-2x^2-3\right)$ ta có

$f'(x)=4e^x+4(x-1)e^x-y\left(e^x+y-4x\right)=4xe^x-y\left(e^x+y-4x\right)=\left(e^x+y\right)(4x-y)$.

+ TH1. Nếu $0 < y \le 4$, ta có bảng biến thiên



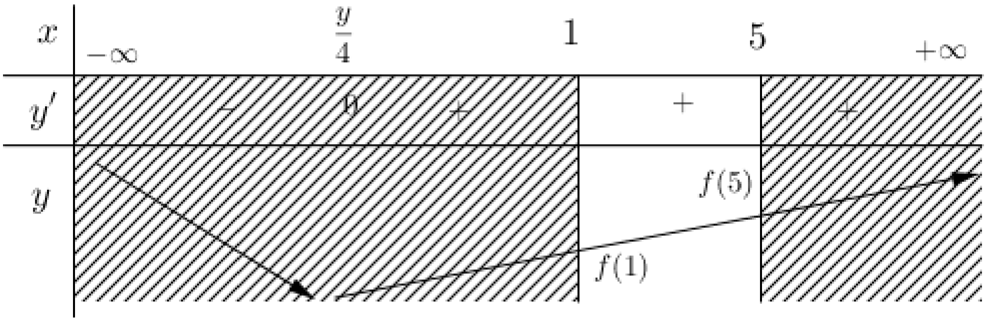
Với $f(1) = -y(e+y-5)$ và

$f(5) = 16e^5 - y(e^5+5y-53) = e^5(16-y) + y(53-y) > 0, \forall y \le 4.$

Ycbt được thỏa mãn khi $f(1) < 0 \Leftrightarrow -y(e+y-5) < 0 \Leftrightarrow e+y-5 > 0 \Leftrightarrow y > 5-e.$

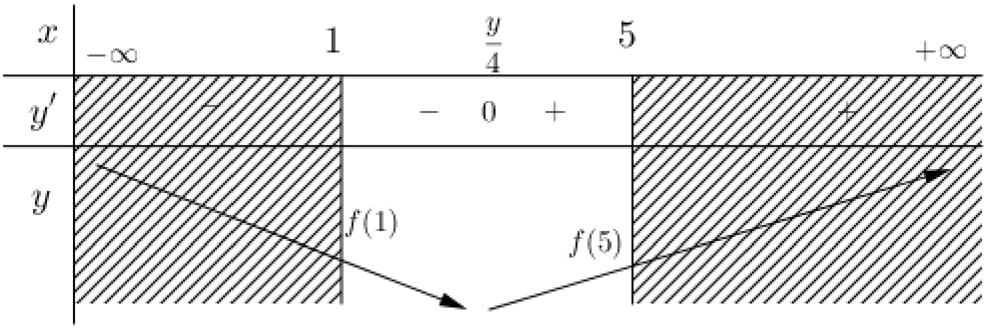
Do $y \in \mathbb{N}^*$ và $y \le 4$ nên $y \in \{3;4\}$.

+ TH2. Nếu $y \ge 20$, ta có bảng biến thiên



Ta thấy $f(1) = -y(e+y-5) < 0, \forall y \in \mathbb{N}^*, y \ge 20$ (không thỏa mãn ycbt).

+ TH3. Nếu $4 < y < 20$, ta có bảng biến thiên



Ta thấy $f(1) = -t(e+y-5) < 0, \forall y \in (4;20)$.

Khi đó ycbt được thỏa mãn khi $f(5) > 0 \Leftrightarrow 16e^5 - y(e^5+5y-53) > 0$

$\Leftrightarrow -5y^2 - (e^5-53)y + 16e^5 > 0 \Leftrightarrow 5y^2 + (e^5-53)y - 16e^5 < 0$

$$\Leftrightarrow \frac{53-e^5-\sqrt{(e^5-53)^2+320e^5}}{10} < y < \frac{53-e^5+\sqrt{(e^5-53)^2+320e^5}}{10}.$$

Do $y \in \mathbb{N}^*$ và $y \le 4$ nên $y \in \{5;6;\ldots;14\}$.

Kết hợp các trường hợp, ta thu được $y \in \{3;4;5;6;\ldots14\}$.

Vậy có 12 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Đường thẳng qua A cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$.   **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=4-2t\\z=-3+3t\end{cases}$.   **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$.   **D.** $\begin{cases}x=-3+3t\\y=5-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

GVSB: Quy Tín; GVPB: Hà Minh Yên

Lời giải

Chọn D

d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$. Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $B(0;b;0)=\Delta\cap Oy$, khi đó $\overrightarrow{BA}=(3;1-b;1)$.

$d\perp\Delta\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 3+2-2b+1=0\Leftrightarrow b=3$.

Δ nhận $\overrightarrow{BA}=(3;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương và đi qua điểm $A(3;1;1)$ nên có phương trình là

$$\begin{cases}x=3+3t\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}.$$

Cho $t=-2$, ta được $M(-3;5;-1)\in\Delta$.

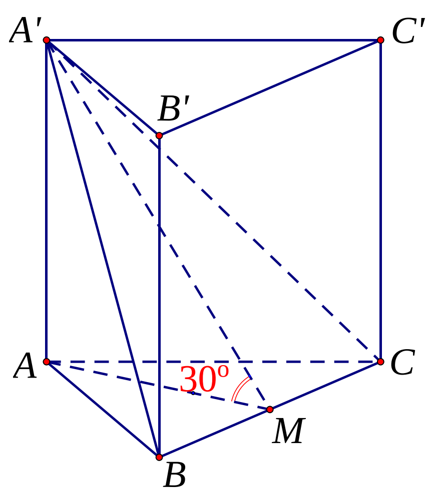
Nên phương trình Δ có thể viết là: $\begin{cases}x=-3+3t\\y=5-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 47. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $64\sqrt{3}a^3$.   **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$.   **C.** $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$.   **D.** $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

Lời giải

Chọn A



+ Gọi M là trung điểm cạnh BC.

+ Khi đó dễ thấy: $\left((A'BC),(ABC)\right)=A'MA$ suy ra $A'MA=30°$.

+ Xét tam giác $A'AM$ là tam giác vuông tại A, do đó: $AM=AA'.\cot 30°$

$\Rightarrow AM=4a\sqrt{3}$.

+ Tam giác ABC đều nên: $AM=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=\dfrac{2AM}{\sqrt{3}}=8a$.

+ Từ đó, diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{(8a)^2\sqrt{3}}{4}=16a^2\sqrt{3}$.

+ Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'}=4a.16a^2\sqrt{3}=64a^3\sqrt{3}$.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+4az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

GVSB: Tu Duy; GVPB:

Chọn D

♦ Trường hợp 1: z_1 và z_2 là hai nghiệm thực. Ta có: $z_1+2iz_2=3+3i\Leftrightarrow\begin{cases}z_1=3\\ z_2=\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Khi đó: $-4a=z_1+z_2=3+\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow a=-\dfrac{9}{8}$ và $b^2+2=z_1.z_2=3.\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow b=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Như vậy, trường hợp 1 có : $(a;b)=\left\{\left(-\dfrac{9}{8};-\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right);\left(-\dfrac{9}{8};\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right)\right\}$.

♦ Trường hợp 2: z_1 và z_2 là hai nghiệm phức. Đặt: $z_1=x+yi$ thì $z_2=x-yi$

Ta có: $z_1+2iz_2=3+3i\Leftrightarrow x+yi+2i(x-yi)=3+3i\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y=3\\2x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z_1=1+i\\z_2=1-i\end{cases}$.

Khi đó: $-4a=z_1+z_2=2\Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$ và $b^2+2=z_1.z_2=2\Leftrightarrow b=0$.

Như vậy, trường hợp 2 có : $(a;b)=\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

♦ Vậy có 3 cặp số thực $(a;b)$ thỏa mãn ycbt.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị ?

A. 25. **B.** 27. **C.** 26. **D.** 28.

Lời giải

GVSB: Đỗ Linh; GVPB:

Chọn B

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=4x^3-36x^2+60x+3-m$.

Ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-36x^2+60x+3=m \quad (1)$

Hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị khi và chỉ khi $f'(x)$ có ba nghiệm phân biệt dương.

Đặt $h(x)=4x^3-36x^2+60x+3$, ta có $h'(x)=12x^2-72x+60; h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$:

x	$-\infty$		0		1		5		$+\infty$
$h'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	3	↗	31	↘	-97	↗	$+\infty$

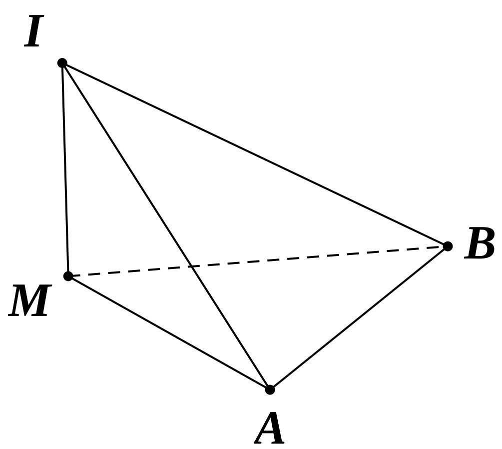
Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=h(x)$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt dương khi và chỉ khi $m\in(3;31)$. Kết hợp giả thiết m nguyên ta được $m\in\{4;5;6;...;30\}$. Vậy có 27 giá trị m thỏa mãn.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại điểm M cắt các trục Ox,Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0),B(0;b;0)$ mà a,b là các số nguyên dương và $AMB=90^\circ$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D



(S) có tâm $I(2;3;1)$, bán kính $R=1$.

Do mặt phẳng (MAB) (M không trùng với A hoặc B vì $d(I,Ox)>1; d(I,Oy)>1$) là tiếp diện của (S) tại $M \Rightarrow IM\perp(MAB)$.

Ta có $IA^2=(a-2)^2+10; IB^2=(b-3)^2+5 \Rightarrow MA^2=(a-2)^2+9; MB^2=(b-3)^2+4$.

Vì $AMB = 90^0 \Rightarrow MA^2 + MB^2 = AB^2 \Leftrightarrow (a-2)^2 + 9 + (b-3)^2 + 4 = a^2 + b^2$.

$\Leftrightarrow 2a + 3b = 13$. Do $a, b \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \end{array}\right.$. Suy ra có hai cặp điểm A, B.

Thử lại, có hai tiếp diện của (S) thỏa mãn $\Rightarrow$ có hai điểm M thỏa ycbt.

WORD & BIÊN SOẠN	KỲ THI TN THPT NĂM 2021 MÔN TOÁN: MÃ ĐỀ 104 - ĐỢT 2 *Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian phát đề)*
TRAO ĐỔI & CHIA SẺ KIẾN THỨC	LINK NHÓM: https://www.facebook.com/groups/nhomwordvabiensoantailieutoan

(MÃ ĐỀ 111 LÀ ĐẢO CÂU HỎI CỦA ĐỀ 103)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	C	A	A	A	C	A	C	D	A	B	C	B	A	D	D	B	A	C	C	A	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	C	C	B	B	B	B	B	A	B	C	C	C	D	B	B	D	D	D	B	B	C	D	C

Câu 1. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. **B.** $C_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$. **C.** $C_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$. **D.** $C_n^2 = \dfrac{2!(n-2)!}{n!}$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng?

A. $\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** a^3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (1;2;-3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x+2y-3z+1=0$. **B.** $x-2y+3z+1=0$. **C.** $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y-3z=0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1;2;-5)$ và $\vec{v} = (0;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(1;0;2)$. **B.** $(-1;4;-8)$. **C.** $(-1;0;-2)$. **D.** $(1;-4;8)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 1$?

A. Điểm $M(1;1)$. **B.** Điểm $Q(1;3)$. **C.** Điểm $N(1;0)$. **D.** Điểm $P(1;2)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=1+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\sin x + C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\sin x + C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\cos x + C$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y=6^x$ là

A. $y'=\dfrac{6^x}{\ln 6}$.
B. $y'=x.6^{x-1}$.
C. $y'=6^x\ln 6$.
D. $y'=6^x$.

Câu 9. Với mọi số thực a dương $\log_2(2a)$ bằng

A. $1+\log_2 a$.
B. $1-\log_2 a$.
C. $2.\log_2 a$.
D. $\log_2 a$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A. $[1;+\infty)$.
B. $(-\infty;1)$.
C. $(1;+\infty)$.
D. $(-\infty;1]$.

Câu 11. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1;2]$ thoả mãn $F(1)=-1$ và $F(2)=3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4.
B. 2.
C. -2.
D. 4.

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=2$.
B. $y=-2$.
C. $y=-1$.
D. $y=1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là:

A. $(1;0;2)$
B. $(1;0;-2)$
C. $(-1;0;-2)$
D. $(-1;0;2)$

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A. $y=x^2+x$
B. $y=-x^3+3x$
C. $y=x^4-x^2$
D. $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$

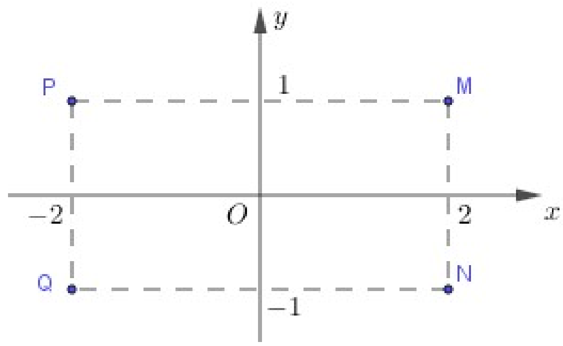
Câu 15. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x=1$
B. $x=0$
C. $x=-2$
D. $x=-1$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và có một vectơ $\vec{u}=(2;3;-5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$.
B. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.
C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{3}$.
D. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+3}{-5}$.

Câu 17. Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z=2-i$?



A. Điểm N . **B.** Điểm M . **C.** Điểm Q . **D.** Điểm P .

Câu 18. Cho hai số phức $z = 2 + 3i$ và $\mathrm{w} = 1 - i$. Số phức $z - \mathrm{w}$ bằng

A. $-1 - 4i$. **B.** $5 + i$. **C.** $3 + 2i$. **D.** $1 + 4i$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là.

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 4

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l thì diện tích xung quanh của hình nón tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = \pi rl$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{4}{3}\pi rl$. **C.** $S_{xq} = 4\pi rl$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 21. Cho hàm số $f\left(x\right) = 4x^3 - 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = x^4 + C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = 12x^2 + C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = x^4 - x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = 4x^3 - x + C$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $7^x = 2$ là

A. $x = \log_2 7$. **B.** $x = \dfrac{2}{7}$. **C.** $x = \log_7 2$. **D.** $x = \sqrt{7}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3x\right) > 3$ là

A. $\left(\dfrac{8}{3}; +\infty\right)$. **B.** $\left(0; \dfrac{8}{3}\right)$. **C.** $\left(0; 3\right)$. **D.** $\left(3; +\infty\right)$.

Câu 24. Nếu $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1 . **B.** 12 . **C.** 7 . **D.** -1 .

Câu 25. Thể tích của khối cầu bán kính $4a$ bằng:

A. $\frac{256}{3}\pi a^3$ **B.** $64\pi a^3$ **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** $\frac{64}{3}\pi a^3$

Câu 26. Phần ảo của số phức $z=3-2i$ bằng:

A. -3 **B.** 3 **C.** 2 **D.** -2

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng:

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** 3 **D.** -3

Câu 28. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $V=3Bh$ **B.** $V=Bh$ **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$ **D.** $V=\frac{4}{3}Bh$

Câu 29. Trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y=x^4-8x^2+19$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm:

A. $x=3$ **B.** $x=1$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng:

A. $90°$ **B.** $45°$ **C.** $30°$ **D.** $60°$

Câu 31. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng:

A. $\frac{8}{17}$ **B.** $\frac{9}{34}$ **C.** $\frac{7}{34}$ **D.** $\frac{9}{17}$

Câu 32. Với $a>0$, đặt $\log_3(3a)=b$, khi đó $\log_3(9a^3)$ bằng:

A. $3b$ **B.** $3b+2$ **C.** $3b+5$ **D.** $3b-1$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

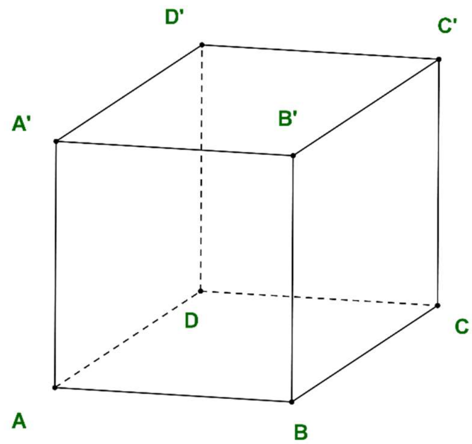
A. $(P):x+2y-3z+5=0$ **B.** $(P):x+2y-3z+7=0$

C. $(P):x+2y-3z-5=0$ **D.** $(P):x+2y-3z-7=0$

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-x^2$ **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$ **C.** $y=x^3-3x$ **D.** $y=x^3+3x$

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 36. Cho số phức $z = 2 - i$, mô đun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(4;2;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y}{2} = \frac{x-1}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{5} = \frac{y}{2} = \frac{x+1}{-1}$.

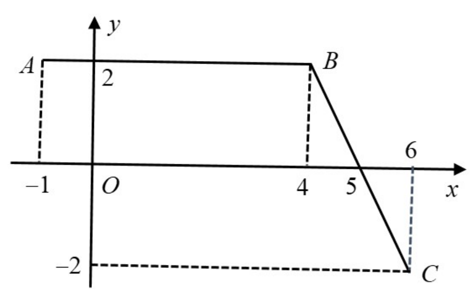
Câu 38. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^2 \left[2x - f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+21)\right]\left(16 - 2^{x-1}\right) \ge 0$?

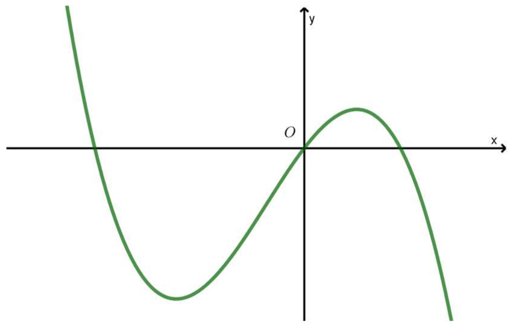
A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** Vô số.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -1$. Giá trị của $F(5) + F(6)$ bằng



A. 21. **B.** 25. **C.** 23. **D.** 19.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 42. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $8\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

Câu 43. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{12}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;6)$ thỏa mãn $4(x-1)e^x=y(e^x+xy-2x^2-3)$?

A. 15. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 45. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z|=|w|=3$ và $|z-w|=3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1+i|+|w-2+5i|$ bằng:

A. 5 **B.** $\sqrt{17}$ **C.** $\sqrt{29}-\sqrt{2}$ **D.** $5-3\sqrt{2}$

Câu 46. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $8\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $16\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. **D.** $\frac{32\sqrt{2}}{3}\pi a^2$.

Câu 47. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực).

Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1,z_2 thảo mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \\ z=3-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3-t \\ z=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^4-10x^3+24x^2+(4-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 22. **B.** 26. **C.** 25. **D.** 21.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90°$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^2=\dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. **B.** $C_n^2=\dfrac{(n-2)!}{n!}$. **C.** $C_n^2=\dfrac{n!}{(n-2)!}$. **D.** $C_n^2=\dfrac{2!(n-2)!}{n!}$.

Lời giải

GVSB: Đỗ Minh Vũ; GVPB: Đinh Ngọc

Chọn A

Ta có $C_n^2=\dfrac{n!}{2!(n-2)!}$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng?

A. $\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

GVSB: Đỗ Minh Vũ; GVPB: Đinh Ngọc

Chọn B

Ta có: $V=B.h=2a^2.a=2a^3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n}=(1;2;-3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x+2y-3z+1=0$. **B.** $x-2y+3z+1=0$.

C. $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y-3z=0$.

Lời giải

GVSB: Đỗ Minh Vũ; GVPB: Đinh Ngọc

Chọn D

Mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n}=(1;2;-3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$(x-0)+2(y-0)-3(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z=0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(-1;2;-5)$ và $\vec{v}=(0;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(1;0;2)$. **B.** $(-1;4;-8)$. **C.** $(-1;0;-2)$. **D.** $(1;-4;8)$.

Lời giải

GVSB: Tâm MInh; GVPB1:Đinh Ngọc

Chọn C

Ta có : $\vec{u}+\vec{v}=(-1;0;-2)$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

GVSB: Tâm Minh; GVPB1: Đinh Ngọc

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-x+1$?

A. Điểm $M(1;1)$. **B.** Điểm $Q(1;3)$. **C.** Điểm $N(1;0)$. **D.** Điểm $P(1;2)$.

Lời giải

GVSB: Tâm Minh; GVPB1: Đinh Ngọc

Chọn A

Ta có : Tọa độ điểm $M(1;1)$ thỏa mãn $y=x^3-x+1$.

Tọa độ các điểm N,P,Q không thỏa mãn $y=x^3-x+1$.

Vậy điểm $M(1;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-x+1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=1+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)dx=x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)dx=-\sin x+C$. **D.** $\int f(x)dx=x+\cos x+C$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Hòa; GVPB: Đinh Ngọc

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(1+\cos x)\mathrm{d}x=x+\sin x+C$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y=6^x$ là

A. $y'=\dfrac{6^x}{\ln 6}$. **B.** $y'=x.6^{x-1}$. **C.** $y'=6^x\ln 6$. **D.** $y'=6^x$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Hòa; GVPB: Đinh Ngọc

Chọn C

Ta có: $y=6^x\Rightarrow y'=\left(6^x\right)'=6^x.\ln 6$.

Câu 9. Với mọi số thực a dương $\log_2(2a)$ bằng

A. $1+\log_2 a$. **B.** $1-\log_2 a$. **C.** $2.\log_2 a$. **D.** $\log_2 a$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Hòa; GVPB: Đinh Ngọc

Chọn A

Ta có: $\log_2(2a)=\log_2 2+\log_2 a=1+\log_2 a$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

GVSB: Đỗ Văn Trường; GVPB: Thanh Huyền

Chọn C

Điều kiện: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

TXĐ: $D=(1;+\infty)$.

Câu 11. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1;2]$ thoả mãn $F(1)=-1$ và $F(2)=3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

GVSB: Đỗ Văn Trường; GVPB: Thanh Huyền

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_1^2=F(2)-F(1)=3-(-1)=4$.

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

GVSB: Đỗ Văn Trường; GVPB: Thanh Huyền

Chọn A

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}y=2\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=2\end{cases}\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của hàm số.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là:

A. $(1;0;2)$ **B.** $(1;0;-2)$ **C.** $(-1;0;-2)$ **D.** $(-1;0;2)$

Lời giải

GVSB: Nguyễn Trung Kiên; GVPB:

Chọn B

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A. $y=x^2+x$ **B.** $y=-x^3+3x$ **C.** $y=x^4-x^2$ **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$

Lời giải

GVSB: Nguyễn Trung Kiên; GVPB:

Chọn C

Ta có:

Câu 15. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x=1$ **B.** $x=0$ **C.** $x=-2$ **D.** $x=-1$

Lời giải

GVSB: Nguyễn Trung Kiên; GVPB:

Chọn B

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và có một vectơ $\vec{u}=(2;3;-5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+3}{-5}$.

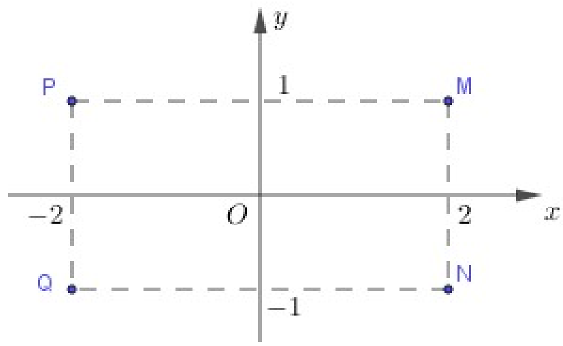
Lời giải

GVSB: Nguyễn Bình; GVPB:

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-5)$. Phương trình của d là $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Câu 17. Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z=2-i$?



A. Điểm N. **B.** Điểm M. **C.** Điểm Q. **D.** Điểm P.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Bình; GVPB:

Chọn D

Ta có: Điểm biểu diễn của số phức $z=2-i$ là điểm $P\left(2;-1\right)$

Câu 18. Cho hai số phức $z=2+3i$ và $\text{w}=1-i$. Số phức $z-\text{w}$ bằng

A. $-1-4i$. **B.** $5+i$. **C.** $3+2i$. **D.** $1+4i$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Bình; GVPB:

Chọn D

Ta có: $z-\text{w}=2+3i-\left(1-i\right)=1+4i$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4

Lời giải

GVSB: Hồng Hà Nguyễn; Nguyễn Minh Luận

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l thì diện tích xung quanh của hình nón tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = \pi rl$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{4}{3}\pi rl$. **C.** $S_{xq} = 4\pi rl$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Lời giải

GVSB: Hồng Hà Nguyễn; Nguyễn Minh Luận

Chọn A

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 1$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int f(x)\,dx = x^4 + C$. **B.** $\int f(x)\,dx = 12x^2 + C$.

C. $\int f(x)\,dx = x^4 - x + C$. **D.** $\int f(x)\,dx = 4x^3 - x + C$.

Lời giải

GVSB: Hồng Hà Nguyễn; Nguyễn Minh Luận

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx = \int (4x^3 - 1)dx = 4.\dfrac{x^4}{4} - x + C = x^4 - x + C$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $7^x = 2$ là

A. $x = \log_2 7$. **B.** $x = \dfrac{2}{7}$. **C.** $x = \log_7 2$. **D.** $x = \sqrt{7}$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thảo; GVPB: Nguyễn Minh Luận

Chọn C

Ta có: $7^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_7 2$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 3$ là

A. $\left(\dfrac{8}{3}; +\infty\right)$. **B.** $\left(0; \dfrac{8}{3}\right)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thảo; GVPB: Nguyễn Minh Luận

Chọn A

Ta có: $\log_2(3x) > 3 \Leftrightarrow 3x > 2^3 \Leftrightarrow x > \dfrac{8}{3}$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(\dfrac{8}{3}; +\infty\right)$

Câu 24. Nếu $\int_0^1 f(x)\,dx = 3$ và $\int_1^3 f(x)\,dx = 4$ thì $\int_0^3 f(x)\,dx$ bằng

A. 1. **B.** 12. **C.** 7. **D.** -1.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thảo; GVPB: Nguyễn Minh Luận

Chọn C

Ta có: $\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^3 f(x)\,dx = 3 + 4 = 7$.

Câu 25. Thể tích của khối cầu bán kính $4a$ bằng:

A. $\frac{256}{3}\pi a^3$ **B.** $64\pi a^3$ **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** $\frac{64}{3}\pi a^3$

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn B

Ta có: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi(4a)^3=\frac{256}{3}\pi a^3$.

Câu 26. Phần ảo của số phức $z=3-2i$ bằng:

A. -3 **B.** 3 **C.** 2 **D.** -2

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn D

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng:

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** 3 **D.** -3

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn B

Ta có: $d=u_2-u_1=3$.

Câu 28. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $V=3Bh$ **B.** $V=Bh$ **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$ **D.** $V=\frac{4}{3}Bh$

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn C

Câu 29. Trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y=x^4-8x^2+19$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm:

A. $x=3$ **B.** $x=1$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn C

Ta có: $y=4x^3-16x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có: $\left[\begin{array}{l}f(0)=19\\f(1)=12\\f(2)=3\\f(4)=106\end{array}\right.$. Vậy $\min\limits_{x\in[1;4]}f(x)=f(2)=3$ tại $x=2$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng:

A. $90°$ **B.** $45°$ **C.** $30°$ **D.** $60°$

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn B

Do $S.ABCD$ có các cạnh bằng nhau nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều.

$\Rightarrow CD//AB$ nên $(SA,CD)=(SA,AB)=60°$.

Câu 31. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng:

A. $\frac{8}{17}$ **B.** $\frac{9}{34}$ **C.** $\frac{7}{34}$ **D.** $\frac{9}{17}$

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn B

Gọi A là biến cố để chọn được hai số lẻ.

Ta có $n(\Omega)=C_{17}^2$.

Trong 17 số tự nhiên đầu tiên có 9 số lẻ nên số cách để lấy ra 2 số lẻ là $C_9^2=36$ cách.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{36}{136}=\frac{9}{34}$.

Câu 32. Với $a>0$, đặt $\log_3(3a)=b$, khi đó $\log_3(9a^3)$ bằng:

A. $3b$ **B.** $3b+2$ **C.** $3b+5$ **D.** $3b-1$

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn B

Ta có: $\log_3(9a^3)=\log_3\frac{(3a)^3}{3}=3\log_3 3a-\log_3 3=3b-1$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

A. $(P):x+2y-3z+5=0$ **B.** $(P):x+2y-3z+7=0$

C. $(P):x+2y-3z-5=0$ **D.** $(P):x+2y-3z-7=0$

Lời giải

GVSB: ; GVPB:

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng cần tim, do $(P)//(\alpha)\Rightarrow(\alpha):x+2y-3z+d=0$.

Mà $A(1;-1;2)\in(P)\Rightarrow d=7\Rightarrow(\alpha):x+2y-3z+7=0$.

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-x^2$ **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$ **C.** $y=x^3-3x$ **D.** $y=x^3+3x$

Lời giải

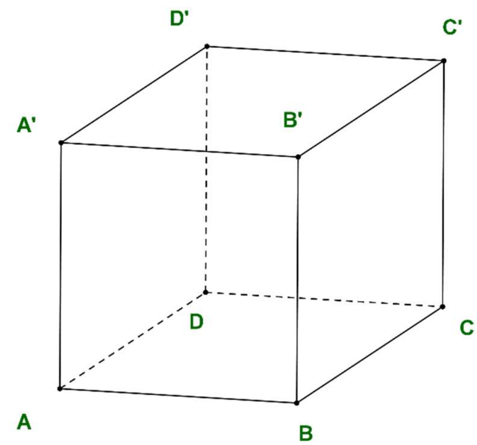
GVSB: ; GVPB:

Chọn B

Ta có: $y=x^3+3x\Rightarrow y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Nên hàm số $y=x^3+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(BDD'B'\right)$ bằng

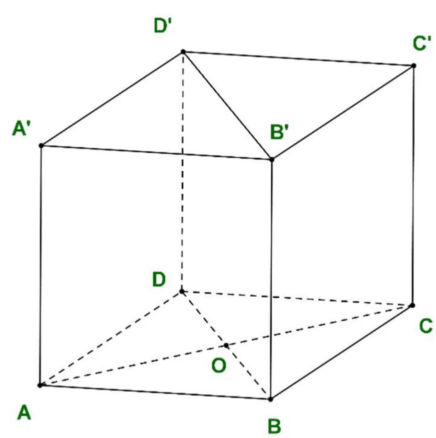


A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

GVSB: Phương Lan; GVPB: Chien Chi

Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AO \perp BD$.

Mặt khác $AO \perp BB'$. Suy ra $AO \perp \left(BDD'B'\right)$.

Suy ra khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(BDD'B'\right)$ là AO.

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Cho số phức $z = 2 - i$, mô đun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

GVSB: Phương Lan; GVPB: Chien Chi

Chọn B

Ta có: $z = 2 - i \Rightarrow \overline{z} = 2 + i$.

Suy ra $\left|(1+i)\overline{z}\right|=\left|(1+i)(2+i)\right|=\left|1+3i\right|=\sqrt{10}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(4;2;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y}{2}=\frac{x-1}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y}{2}=\frac{x+1}{-1}$.

Lời giải

GVSB: Lê Trùng Dương; GVPB

Chọn C

Đường thẳng MN qua điểm $M(1;0;1)$ nhận vectơ $\overrightarrow{MN}=(3;2;-3)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là: $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 38. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^2\left[2x-f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

GVSB: Lê Trùng Dương; GVPB

Chọn C

Ta có $\int_0^2\left[2x-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^2 2x\mathrm{d}x-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=x^2\Big|_0^2-3=4-3=1$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+21)\right]\left(16-2^{x-1}\right)\ge 0$?

A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** Vô số.

Lời giải

GVSB: Duong Phan; GVPB: Nam Lê Hải

Chọn C

Điều kiện: $x>-21$.

$\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+21)=0\Leftrightarrow\log_2\left(x^2+1\right)=\log_2(x+21)\Leftrightarrow x^2-x-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=-4\end{array}\right.$.

$16-2^{x-1}=0\Leftrightarrow 2^{x-1}=2^4\Leftrightarrow x=5$.

Bảng xét dấu:

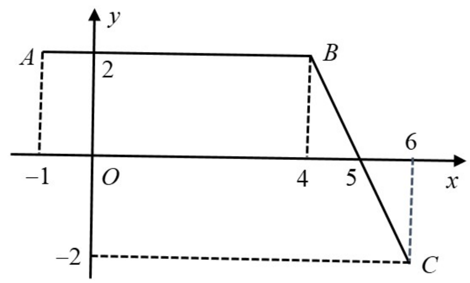
x	-21		-4		5	$+\infty$
$\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+21)$	||	+	0	−	0	+
$16-2^{x-1}$	|	+	|	+	0	−
VT	||	+	0	−	0	−

Từ bảng xét dấu ta có: $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+21)\right]\left(16-2^{x-1}\right)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-21<x\le -4\\x=5\end{array}\right.$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-20,-19,...,-5,-4,5\}$.

Vậy có 18 số nguyên x thỏa điều kiện bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;6\right]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F\left(-1\right)=-1$. Giá trị của $F\left(5\right)+F\left(6\right)$ bằng



A. 21. **B.** 25. **C.** 23. **D.** 19.

Lời giải

GVSB: Duong Phan; GVPB: Nam Lê Hải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có: $f\left(x\right)=\begin{cases}2 & \text{khi } -1\le x\le 4\\ -2x+10 & \text{khi } 4\le x\le 6\end{cases}$.

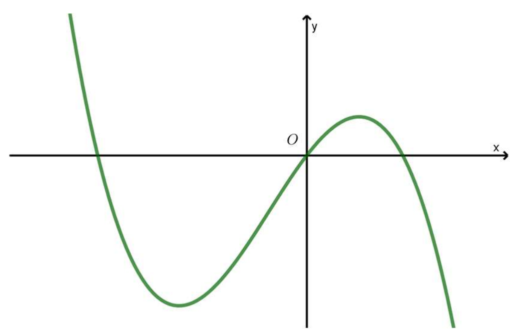
$\int\limits_{-1}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{4} 2\mathrm{d}x=F\left(4\right)-F\left(-1\right)=10\Leftrightarrow F\left(4\right)=9$.

Xét $4\le x\le 6$, ta có: $F\left(x\right)=-x^2+10x+C$.

Mà $F\left(4\right)=9\Rightarrow C=-15$. Nên $F\left(x\right)=-x^2+10x-15$.

Ta có: $F\left(5\right)=10$; $F\left(6\right)=9$. Vậy $F\left(5\right)+F\left(6\right)=19$.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2$ $\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

GVSB: Quốc Hưng; GVPB: Lê Hải Nam

Chọn B

Ta có: $2f\left(x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}$

Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ bằng số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=-\dfrac{3}{2}$.

Ta có: $f\left(0\right)=0$. Gọi $x_1,\,x_2\,\left(x_1<x_2\right)$ là 2 nghiệm khác 0 của phương trình $f'\left(x\right)=0$.

Từ đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ tại hai điểm phân biệt.

Do đó phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

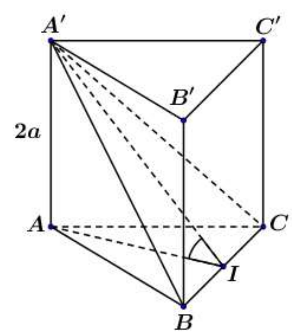
Câu 42. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $8\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

Lời giải

GVSB: Lê Trùng Dương; GVPB

Chọn B



Gọi I là trung điểm BC. Ta có $\begin{cases}BC\perp AI\\BC\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BC\perp\left(AA'I\right)$.

Suy ra $BC\perp A'I$.

Khi đó $\begin{cases}\left(A'BC\right)\cap\left(ABC\right)=BC\\A'I\subset\left(A'BC\right),A'I\perp BC\Rightarrow\left(\left(A'BC\right),\left(ABC\right)\right)=\widehat{A'IA}=60^\circ\\AI\subset\left(ABC\right),AI\perp BC\end{cases}$.

Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A: $\tan 60^\circ=\dfrac{AA'}{AI}\Leftrightarrow AI=\dfrac{AA'}{\tan 60^\circ}=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Xét tam giác ABC đều, đường cao $AI=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow AB=\dfrac{4a}{3}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = Bh = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{2}.AA' = \dfrac{\left(\dfrac{4a}{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}.2a = \dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$.

Câu 43. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - 2x$, với $a,b,c,m,n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\dfrac{71}{6}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{32}{3}$. **D.** $\dfrac{71}{12}$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Minh Thành; GVPB:

Chọn D

Vì hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 nên phương trình $y' = f'(x) - g'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt -1, 2 và 3.

Ta có $y = f(x) - g(x) = ax^4 + (b-m)x^3 + (c-n)x^2 + 3x$.

Suy ra $y' = f'(x) - g'(x) = 4ax^3 + 3(b-m)x^2 + 2(c-n)x + 3 = k(x+1)(x-2)(x-3)$.

Mà $y'(0) = f'(x) - g'(0) = 3$ nên suy ra $k(0+1)(0-2)(0-3) = 3 \Leftrightarrow k = \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $f'(x) - g'(x) = \dfrac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là

$$S = \int_{-1}^{3} \left|f'(x) - g'(x)\right| \mathrm{d}x = \int_{-1}^{3} \left|\frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)\right| \mathrm{d}x = \frac{71}{12}.$$

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1;6)$ thỏa mãn $4(x-1)e^x = y\left(e^x + xy - 2x^2 - 3\right)$?

A. 15. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Lời giải

GVSB: Võ Thị Thùy Trang; Trần Minh Quang; GVPB: Vân Vũ

Chọn D

LỜI GIẢI CỦA CÔ VÕ THÙY TRANG

$4(x-1)e^x = y\left(e^x + xy - 2x^2 - 3\right) \Leftrightarrow 4(x-1)e^x - y\left(e^x + xy - 2x^2 - 3\right) = 0$.

Xét $f(x) = 4(x-1)e^x - y\left(e^x + xy - 2x^2 - 3\right)$ liên tục trên khoảng $(1;6)$.

Ta có $f'(x) = 4e^x + 4(x-1)e^x - y\left(e^x + y - 4x\right)$

$= 4xe^x - y\left(e^x + y - 4x\right) = \left(e^x + y\right)(4x - y)$.

*Trường hợp 1: Nếu $y \le 4$, ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		$\frac{y}{4}$		1		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(6)$	$\nearrow$	

Với $f(1)=-y(e+y-5)$ và $f(6)=20e^6-y(e^6+6y-75)=(20-y)e^6+y(75-6y)>0$.

Suy ra yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi $f(1)<0 \Leftrightarrow -y(e+y-5)<0$

$$\Leftrightarrow e+y-5>0 \Leftrightarrow y>5-e(\approx 2,28).$$

Do $y\in\mathbb{N}^*,\ y\le 4$ nên $y\in\{3,4\}$.

*Trường hợp 2: Nếu $y\ge 24$, ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		6		$\frac{y}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(6)$	$\searrow$		$\nearrow$	

Ta thấy $f(1)=-y(e+y-5)<0, y\in\mathbb{N}^*,\ y\ge 24$.

Suy ra yêu cầu bài toán không được thỏa mãn.

*Trường hợp 3: Nếu $4<y<24$, ta có bảng biến thiên sau:

LỜI GIẢI CỦA THẦY TRẦN MINH QUANG

Ta có phương trình trên tương đương với: $4(x-1)e^x=y(e^x+xy-2x^2-3)$

$\Leftrightarrow f(x)=4(x-1)e^x-y(e^x+xy-2x^2-3)=0$

Xét hàm số $y=f(x)=4(x-1)e^x-y(e^x+xy-2x^2-3)$ liên tục trên $[1;6]$

$f'(x)=4e^x+4(x-1)e^x-y(e^x+y-4x)=(e^x+y)(4x-y)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{y}{4}$

Do $x\in(1;6)$ nên hàm số $y=f(x)$ sẽ tồn tại điểm cực trị $x=\frac{y}{4}$ khi $y\in(4;24)$

Từ đó ta có cơ sở chia các trường hợp như sau:

<u>TH1:</u> $y\le 4$.

x	1		6
f'		$+$	
f	$f(1)$	$\nearrow$	$f(6)$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1)=-y(e+y-5) \\ f(6)=20e^6-y(e^6+6y-75) \end{cases}.$$

Điều kiện cần và đủ để tồn tại x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(6)>0 \\ f(1)f(6)<0 \end{cases} \Rightarrow f(1)<0 \Leftrightarrow -y(e+y-5)<0 \Leftrightarrow y>5-e.$$

Mà $\begin{cases} y\le 4 \\ y\in \mathbb{N}* \end{cases}$ nên $y\in \{3;4\}$ (1).

<u>TH2:</u> $y\ge 24$

x	1		6
f'		$-$	
f	$f(1)$	$\searrow$	$f(6)$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1)=-y(e+y-5) \\ f(6)=20e^6-y\left(e^6+6y-75\right) \end{cases}$$

Điều kiện cần và đủ để tồn tại x:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f6<0 \\ f(1)f(6)<0 \end{cases} \Rightarrow f(1)>0$$

Mặt khác ta lại thấy: $\Leftrightarrow -y(e+y-5)<0\ \forall y\ge 24$ (vô lí) nên loại

<u>TH3:</u> $4<y<24$

x	1		$\frac{y}{4}$		6
f'		$-$	0	$+$	
f	$f(1)$	$\searrow$	$f\left(\frac{y}{4}\right)$	$\nearrow$	$f(6)$

Do $f(1)<0$ nên để tồn tại nghiệm $x\in(1;6)$ thì $f(6)>0$

$$\Leftrightarrow 20e^6-y\left(e^6+6y-75\right)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} -6y^2-\left(e^6-75\right)y+20e^6>0 \\ y\in \mathbb{N}^*; y\in(4;24) \end{cases} \Leftrightarrow y\in\{5;6;...;18\}.$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow y\in\{3;4;5;6;...;18\}$. Vậy có tất cả 16 giá trị y nguyên dương thỏa.

Câu 45. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z|=|w|=3$ và $|z-w|=3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1+i|+|w-2+5i|$ bằng:

A. 5 **<u>B.</u>** $\sqrt{17}$ **C.** $\sqrt{29}-\sqrt{2}$ **<u>D.</u>** $5-3\sqrt{2}$

Lời giải

GVSB: Trần Minh Quang; GVPB: Vân Vũ

Chọn B

Cho $\begin{cases} |z|=|w|=3 \\ |z-w|=3\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left|\dfrac{z}{w}\right|=1 \\ \left|\dfrac{z}{w}-1\right|=\dfrac{3\sqrt{2}}{|w|}=\sqrt{2} \end{cases}.$

TH1: $\frac{z}{w}=1$ thì $\left|\frac{z}{w}-1\right|=0\neq\sqrt{2}$ (Loại).

TH2: $\begin{cases}\frac{z}{w}=a+bi\\ a,b\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\ (a-1)^2+b^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\ b=1\end{cases}\\ \begin{cases}a=0\\ b=-1\end{cases}\end{array}\right.$

Ta xét: $z=iw\Rightarrow P=|iw+1+i|+|w-2+5i|=|-w-1+i|+|w-2+5i|\geq|-3+6i|=\sqrt{13}$.

Ta xét: $z=-iw\Rightarrow P=|-iw+1+i|+|w-2+5i|=|w-1+i|+|-w+2-5i|\geq|1-4i|=\sqrt{17}$.

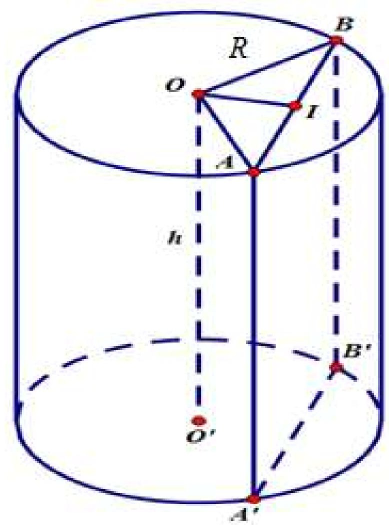
$\Rightarrow P_{\min}=\sqrt{17}$.

Câu 46. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $8\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $16\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. **D.** $\frac{32\sqrt{2}}{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi thiết diện là hình vuông $ABB'A'$; O, O' lần lượt là tâm của hai đáy, I là trung điểm AB.

Theo bài ra ta có: $OI=2a$ và $S_{ABB'A'}=AB^2=16a^2\Leftrightarrow AB=4a\Rightarrow IA=\frac{1}{2}AB=2a$ và $OO'=AA'=AB=4a$.

Khi đó $R=OA=\sqrt{AI^2+OI^2}=2\sqrt{2}a$.

Vậy $S_{xq}=2\pi.R.h=2\pi.2\sqrt{2}a.4a=16\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 47. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực).

Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1,z_2 thảo mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

GVSB: Phạm Văn Bình; GVPB:

Chọn B

LỜI GIẢI CỦA THẦY PHẠM VĂN BÌNH

Vì phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ có các hệ số a,b là các tham số thực nên ta xét.

- TH1: z_1,z_2 là các số thực, nên $z_1+2iz_2=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=3 \\ z_2=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1+z_2=\dfrac{9}{2} \\ z_1z_2=\dfrac{9}{2} \end{cases}(*)$.

  Mặt khác: z_1,z_2 là nghiệm của phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ nên theo định lý viet ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=2a \\ z_1z_2=b^2+2 \end{cases}(**)$.

  Từ (*) và (**) suy ra: $\begin{cases} 2a=\dfrac{9}{2} \\ b^2+2=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{9}{4} \\ b^2=\dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{9}{4} \\ b=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$.

  Suy ra có 2 cặp (a,b) thỏa mãn.

- TH2: z_1,z_2 là các số phức sao cho $z_1=\overline{z_2}$

  Đặt $z_1=x+yi,(x,y\in\mathbb{R}) \Rightarrow z_2=x-yi$.

  Do z_1,z_2 thảo mãn $z_1+2iz_2=3+3i \Leftrightarrow (x+yi)+2i(x-yi)=3+3i$

  $\Leftrightarrow (x+2)+i(2x+y)=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=3 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$.

  Khi đó, $z_1=1+i, z_2=1-i$. Mà z_1,z_2 là nghiệm của phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ nên theo định lý viet ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=2a \\ z_1z_2=b^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=2 \\ b^2+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$.

  Suy ra có 1 cặp (a,b) thỏa mãn.

Vậy có tất cả 3 cặp (a,b) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

LỜI GIẢI CỦA THẦY TRẦN MINH QUANG

<u>TH1:</u> z_1,z_2 là các số thực $\Rightarrow (1)$ xảy ra khi $\begin{cases} z_1=3 \\ z_2=\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=-2a=\dfrac{3}{2} \\ z_1+z_2=b^2+2=\dfrac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{9}{4} \\ b=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

TH2: z_1, z_2 là các số thuần ảo:

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = c + di \\ z_2 = c - di \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 + 2iz_2 = (c+2d) + (2c+d)i \\ z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_1 = 1 - i \end{cases} \xrightarrow{Vi-et} \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Vậy có tất cả 3 cặp $(a;b)$ thỏa mãn.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải

GVSB: Bùi Thanh Sơn; GVPB:Đặng Thanh Quang

Chọn C

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;1)$.

Giả sử đường thẳng cần tìm cắt trục Oy tại điểm $B(0;b;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;b-1;-1)$.

Do đường thẳng cần tìm vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -1 + 2(b-1) - 1 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-1;1;-1)$.

Do đó đường thẳng cần tìm có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (1;-1;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Dễ thấy đường thẳng trên đi qua điểm $C(-1;3;-1)$ nên phương trình đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d là: $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 10x^3 + 24x^2 + (4-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 22. **B.** 26. **C.** 25. **D.** 21.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Minh Thành; GVPB:

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 30x^2 + 48x + 4 - m$.

Để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị thì $f(x)$ phải có 3 điểm cực trị dương

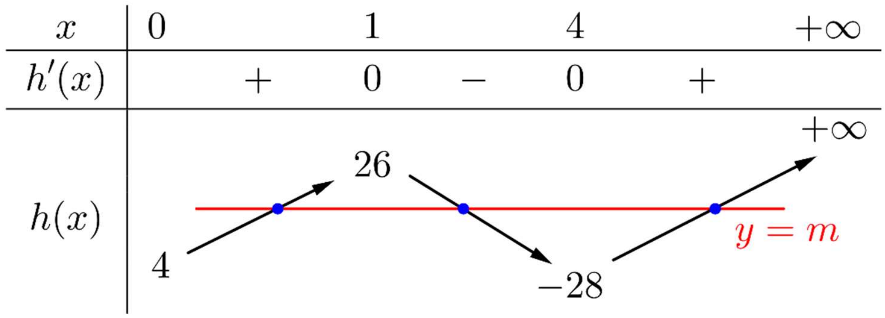
$\Leftrightarrow f'(x) = 0$ phải có 3 nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow m = 4x^3 - 30x^2 + 48x + 4$ phải có 3 nghiệm dương phân biệt.

Xét hàm số $h(x)=4x^3-30x^2+48x+4$ trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có

$h'(x)=12x^2-60x+48$. Xét $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\in(0;+\infty)\\x=1\in(0;+\infty)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $h(x)$



Để phương trình $m=4x^3-30x^2+48x+4$ có 3 nghiệm dương phân biệt thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra $4<m<26$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{5;6;\ldots;25\}$. Vậy có 21 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90°$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

GVSB: Bùi Văn Huấn; GVPB:

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ và bán kính $R=1$.

Ta có: $IA^2=(a-2)^2+3^2+(-1)^2=a^2-4a+14$, $IB^2=2^2+(b-3)^2+(-1)^2=b^2-6b+14$.

Gọi M là điểm thỏa mãn bài toán, $IM=R=1$.

Vì tiếp diện của mặt cầu (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B nên ta có: $\widehat{IMA}=\widehat{IMB}=90°$.

Suy ra: $MA^2=IA^2-IM^2=a^2-4a+13$, $MB^2=IB^2-IM^2=b^2-6b+13$.

Ta lại có: $AB^2=a^2+b^2$ và $\widehat{AMB}=90°$ nên $AB^2=MA^2+MB^2$.

Hay $a^2+b^2=a^2-4a+13+b^2-6b+13\Rightarrow 2a+3b=13$.

Mặt khác, với a, b là các số nguyên dương, ta có các trường hợp sau:

b	1	2	3	4
a	5	$\frac{7}{2}$ (không thỏa mãn)	2	$\frac{1}{2}$ (không thỏa mãn)

Thử lại:

+ Trường hợp 1: $A(5;0;0)$, $B(0;1;0)$.

Gọi (P) là tiếp diện của (S) đi qua A,B cắt Oz tại $C(0;0;c)$, $c\neq 0$, có phương trình:

$(P): \frac{x}{5} + y + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

(P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\frac{\left|\frac{3}{5} + 2 - \frac{1}{c} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{25} + 1 + \frac{1}{c^2}}} = 1 \Rightarrow \frac{64}{25} - \frac{16}{5c} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{25} + 1 + \frac{1}{c^2} \Rightarrow c = \frac{40}{19}$.

Chú ý rằng qua A, B còn có mặt phẳng (Oxy) cũng tiếp xúc với mặt cầu (S) nhưng tiếp diện này không thỏa mãn bài toán.

Như vậy, trường hợp này có 1 điểm M thỏa mãn.

+ Trường hợp 2: $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$.

Gọi (P) là tiếp diện của (S) đi qua A, B cắt Oz tại $C(0;0;c)$, $c \neq 0$, có phương trình:

$(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.

(P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\frac{\left|1 + 1 - \frac{1}{c} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{c^2}}} = 1 \Rightarrow 1 - \frac{2}{c} + \frac{1}{c^2} = \frac{13}{36} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow c = \frac{72}{23}$.

Chú ý rằng qua A, B còn có mặt phẳng (Oxy) cũng tiếp xúc với mặt cầu (S) nhưng tiếp diện này không thỏa mãn bài toán.

Như vậy, trường hợp này cũng có 1 điểm M thỏa mãn.

Tóm lại, có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.