

BÀI 8. ƯỚC VÀ BỘI. SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nhận biết được khái niệm ước, bội, số nguyên tố và hợp số.
- + Nắm được cách phân tích một số ra thừa số nguyên tố.

❖ Kỹ năng

- + Phân tích được một số tự nhiên bất kì ra thừa số nguyên tố, biết dùng lũy thừa để viết gọn dạng phân tích.
- + Biết cách xác định tập hợp các ước, các bội của một số tự nhiên.
- + Nhận biết được một số hoặc một biểu thức là số nguyên tố hay hợp số.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Ước và bội

Định nghĩa

Nếu có số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b (khác 0) thì ta nói a là bội của b , còn b gọi là ước của a .

Ví dụ.

$12:3$ nên 12 là bội của 3 và 3 là ước của 12.

Kí hiệu tập hợp các ước của a là $U(a)$, tập hợp các bội của b là $B(b)$.

Cách tìm ước và bội

- + Ta có thể tìm bội của một số khác 0 bằng cách nhân số đó lần lượt với 0; 1; 2; 3; ...
- + Ta có thể tìm các ước của a ($a > 1$) bằng cách lần lượt chia a cho các số tự nhiên từ 1 đến a để xét xem a chia hết cho những số nào, khi đó các số đó là ước của a .

+ Tìm các bội nhỏ hơn 20 của 4

Lần lượt nhân 4 với 0; 1; 2; 3; 4 ta được các bội nhỏ hơn 20 của 4 là: 0; 4; 8; 12; 16.

+ Tìm tập hợp $U(12)$.

Lần lượt chia 12 cho 1; 2; 3; ...; 12 ta thấy 12 chỉ chia hết cho 1; 2; 3; 4; 6; 12.

Do đó $U(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

Nhận xét:

- + Số 1 là ước của mọi số tự nhiên, số 0 là bội của mọi số tự nhiên khác 0.
- + Tập hợp $B(b)$ có vô số phần tử.
- + Tập hợp $U(a)$ có hữu hạn phần tử.

2. Số nguyên tố. Hợp số

- + Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai

ước là 1 và chính nó.

+ Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

Chú ý:

+ Số 0 và số 1 không là số nguyên tố, cũng không là hợp số.

+ Số nguyên tố nhỏ nhất là 2, đó là số nguyên tố chẵn duy nhất.

+ Các số nguyên tố nhỏ hơn 10 là: 2; 3; 5; 7.

3. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích các thừa số nguyên tố.

Chú ý:

+ Dạng phân tích một số ra thừa số nguyên tố của mỗi số nguyên tố là chính số đó.

+ Mọi hợp số đều phân tích được ra thừa số nguyên tố.

Cách phân tích một số ra thừa số nguyên tố

Có hai cách phân tích một số tự nhiên n ($n > 1$) ra thừa số nguyên tố:

Cách 1. (Phân tích theo cột dọc)

+ **Bước 1.** Chia n cho một số nguyên tố (xét từ nhỏ đến lớn).

+ **Bước 2.** Chia thương tìm được cho một số nguyên tố (cũng xét từ nhỏ đến lớn).

.....

Cứ tiếp tục như vậy đến khi thương bằng 1.

Cách 2. (Phân tích theo “sơ đồ cây”)

+ **Bước 1.** Viết n dưới dạng tích các thừa số.

+ **Bước 2.** Mỗi thừa số viết lại viết thành tích.

.....

Tiếp tục như vậy đến khi các thừa số đều là số nguyên tố.

Ví dụ.

Số a	2	3	4	5	6
Các ước của a	1; 2	1; 3	1; 2; 4	1; 5	1; 2; 3; 6

Các số 2; 3; 5 chỉ có hai ước là 1 và chính nó nên 2; 3; 5 là **số nguyên tố**.

Các số 4 và 6 có nhiều hơn hai ước nên chúng là **hợp số**.

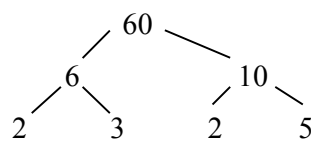
Ví dụ. $6 = 2.3; 12 = 2.2.3$

Phân tích 60 ra thừa số nguyên tố:

Cách 1.

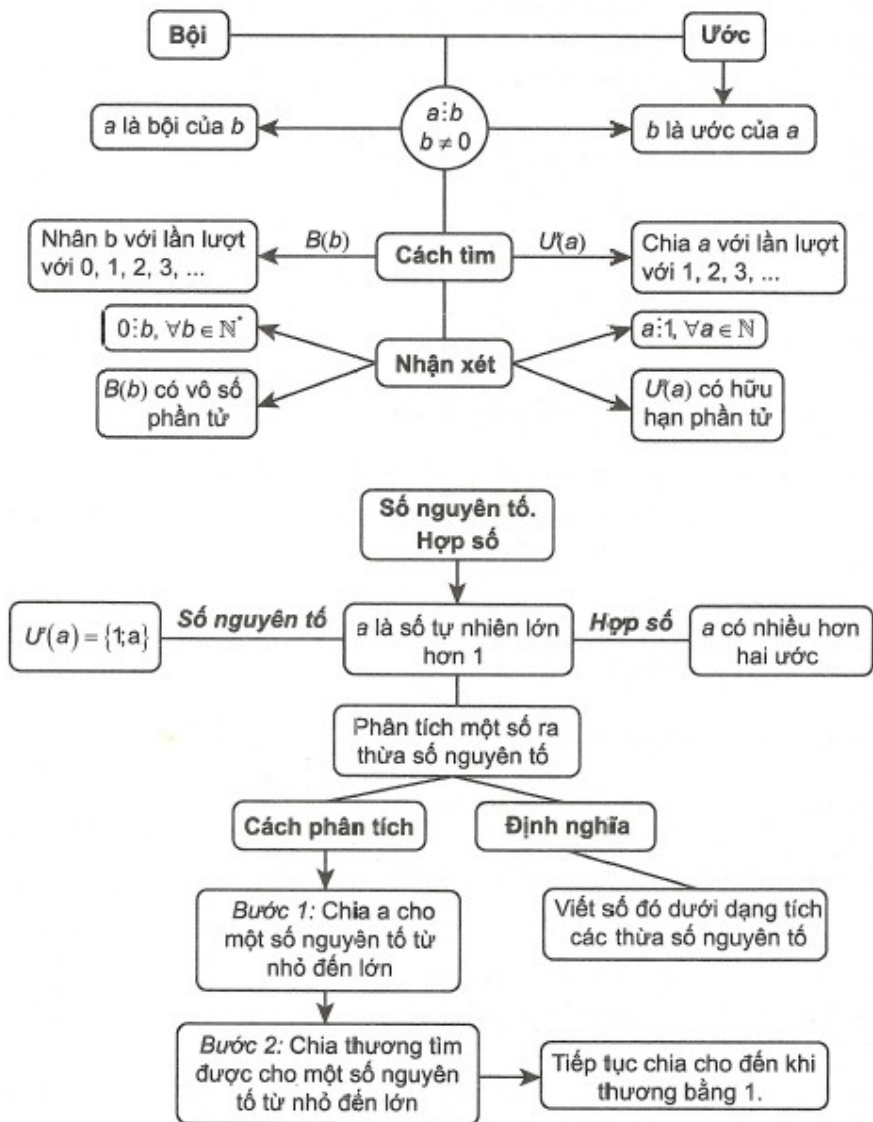
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Cách 2.



$$60 = 2^2.3.5$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Bài toán về ước và bội

Phương pháp giải

+ Cách tìm bội của a ($a \neq 0$): Lấy a nhân lần lượt **Ví dụ.** Tìm $x \in B(6)$ và $x < 30$.

với $0; 1; 2; 3; \dots$

Lần lượt nhân 6 với 0; 1; 2; 3; 4 ta được các bội

+ Cách tìm ước của b ($b > 1$): Lấy b chia cho các nhỏ hơn 30 của 6 là: $x \in \{0; 6; 12; 24\}$.

số tự nhiên từ 1 đến b để xét xem b chia hết cho **Ví dụ.** Tìm các ước của 6.

những số nào, rồi kết luận. Lần lượt chia 6 cho 1; 2; 3; 4; 5; 6. Ta được:

$$\mathcal{U}(6) = \{1; 2; 3; 6\}.$$

 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1.

- a) Tìm các bội của 3 trong các số: 6; 12; 20; 24; 28.
b) Viết tập hợp các bội của 3 nhỏ hơn 20.
c) Viết dạng tổng quát của các số là bội của 3.

Hướng dẫn giải

- a) Vì 8; 12 và 24 đều chia hết cho 3 nên chúng là bội của 3.
b) Lần lượt nhân 3 với 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 ta được các bội nhỏ hơn 20 của 3 là: 0; 3; 6; 9; 12; 15; 18.
c) Vì các số là bội của 3 thì chia hết cho 3 nên chúng có dạng tổng quát là: $3k$ ($k \in \mathbb{N}$).

Ví dụ 2. Tìm các ước của 5; của 6; của 12 và của 1.**Hướng dẫn giải**

- + Lần lượt lấy 5 chia cho 1; 2; 3; 4; 5, ta được các ước của 5 là: $U(5) = \{1; 5\}$.
+ Lần lượt chia 6 cho 1; 2; 3; 4; 5; 6, ta được các ước của 6 là: $U(6) = \{1; 2; 3; 6\}$.
+ Lần lượt lấy 12 chia cho 1; 2; 3; 4; ...; 12, ta được các ước của 12 là: $U(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.
+ Vì số 1 chỉ chia hết cho chính nó nên $U(1) = \{1\}$.

Ví dụ 3. Tìm các số tự nhiên x , sao cho:

- a) $x \in B(9)$ và $30 \leq x \leq 50$. b) $x : 12$ và $0 \leq x < 30$.
c) $x \in U(24)$ và $x \geq 8$. d) $15 : x$.

Hướng dẫn giải

- a) **Cách 1.** Lần lượt lấy 9 nhân với 0; 1; 2; 3; 4; 5; ... ta được các bội của 9 thỏa mãn đề bài là:
 $x \in \{36; 45\}$.

Cách 2. $x \in B(9)$ nên x có dạng: $x = 9k$ ($k \in \mathbb{N}$)

Vì $30 \leq x \leq 50$ nên $30 \leq 9k \leq 50$ suy ra $30 : 9 \leq k \leq 50 : 9$. Mà $k \in \mathbb{N}$ nên $k = 4$ hoặc $k = 5$.

Vậy $x \in \{36; 45\}$.

- b) Tương tự câu a)

$x : 12$ nên x có dạng $x = 12k$ ($k \in \mathbb{N}$).

Vì $0 \leq x < 30$ nên $0 \leq 12k < 30$ suy ra $0 : 12 \leq k < 30 : 12$.

Mà $k \in \mathbb{N}$ nên $k = 0, k = 1$ hoặc $k = 2$.

Vậy $x \in \{0; 12; 24\}$.

- c) Ta có: $x \in U(24) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$. Vì $x \geq 8$ nên $x \in \{8; 12; 24\}$.

d) Vì $15 \vdots x$ nên $x \in U(15)$.

Ta có: $U(15) = \{1; 3; 5; 15\}$. Vậy $x \in \{1; 3; 5; 15\}$.

Ví dụ 4. Tìm tất cả các số có hai chữ số là

a) ước của 48.

b) bội của 20.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $U(48) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$

Vậy tập hợp tất cả các ước có hai chữ số của 48 là: $\{12; 16; 24; 48\}$.

b) **Cách 1.** Lần lượt lấy 48 nhân với 0; 1; 2; 3; ... Học sinh tự làm.

Cách 2. Bội của 20 có dạng là $20k$ ($k \in \mathbb{N}$).

Vì các bội này có hai chữ số nên $10 \leq 20k \leq 99$ suy ra $10 : 20 \leq k \leq 99 : 20$.

Mà $k \in \mathbb{N}$ nên $k \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy các bội có hai chữ số của 20 là: $\{20; 40; 60; 80\}$.

Ví dụ 5. Tìm các số tự nhiên x , sao cho:

a) $4 \vdots (x-1)$; b) $15 \vdots (2x+1)$;

c) $(x+17) \vdots (x+2)$.

Hướng dẫn giải

a) Vì $4 \vdots (x-1)$ nên $(x-1) \in U(4)$. Mà $U(4) = \{1; 2; 4\}$.

Ta có bảng:

$x-1$	1	2	4
x	2	3	5

Vậy $x \in \{2; 3; 5\}$.

b) Vì $15 \vdots (2x+1)$ nên $(2x+1) \in U(15)$.

Mà $U(15) = \{1; 3; 5; 15\}$.

Ta có bảng:

$2x+1$	1	3	5	15
x	0	1	2	7

Vậy $x \in \{0; 1; 2; 7\}$.

a) $\overline{**} = 106$;

b) $\overline{**}.* = 155$;

c) $\overline{**}.\overline{**} = 377$.

ĐÁP ÁN

Bài tập cơ bản

Câu 1.

a) Các bội của 6 là: 0; 12; 30; 42.

b) Tập hợp các bội của 14 và nhỏ hơn 50 là: $\{0; 14; 28; 42\}$

c) Dạng tổng quát của các số là bội của 8 là: $8k$ ($k \in \mathbb{N}$).

Câu 2.

$$U(8) = \{1; 2; 4; 8\}$$

$$U(14) = \{1; 2; 7; 14\}$$

$$U(20) = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$$

Câu 3.

Đáp số:

a) $x \in \{15; 30; 45; 60\}$;

b) $x \in \{11; 22; 33\}$

c) $x \in \{16; 32\}$.

d) $x = 14k$ ($k \in \mathbb{N}$) .

Câu 4.

a) Ta có: $60 = 2^2.3.5$

$$\text{Suy ra } U(60) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$$

Vậy các ước có hai chữ số của 60 là: 10; 12; 15; 20; 30; 50.

b) Ta có: $56 = 2^3.7$

$$\text{Suy ra } U(56) = \{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}.$$

Vậy các ước có hai chữ số của 56 là: 14; 28; 56.

Câu 5.

a) Lần lượt lấy 21 nhân với 0; 1; 2; 3; ... ta được các bội có hai chữ số của 21 là: 21; 42; 63; 84.

b) Lần lượt lấy 30 nhân với 0; 1; 2; 3; ... ta được các bội có hai chữ số của 30 là: 30; 60; 90.

Câu 6.

Gọi số chia là b , thương là q ($b > 13; b, q \in \mathbb{N}, b \neq 0$).

Theo đề bài, ta có: $98 = b.q + 13$, trong đó $b > 13$.

$$\text{Suy ra: } b.q = 98 - 13 = 85.$$

Như vậy, b là ước của 85 và $b > 13$.

Phân tích 85 ra thừa số nguyên tố, ta được: $85 = 5.17$.

Ước của 85 mà lớn hơn 13 là 17 và 85.

Vậy ta có hai đáp số: $b = 85, q = 1$ hoặc $b = 17, q = 5$.

Câu 7.

a) Ta có: $56 = 56.1 = 2.28 = 4.14 = 8.7$

Vậy hai số cần tìm là 56 và 1; 28 và 2; 14 và 4; 8 và 7.

b) Ta có: $36 = 36.1 = 18.2 = 9.4 = 6.6$.

Vì $a > b$ nên $a = 36; b = 1$ hoặc $a = 18; b = 2$ hoặc $a = 9; b = 4$.

Vậy hai số cần tìm là: 36 và 1; 18 và 2; 9 và 4.

c) Gọi số chia là b , thương là q .

Theo đề bài, ta có: $126 = b.q + 11$, trong đó $b > 11$.

Suy ra $b.q = 115$.

Do vậy, q là ước của 115 và $b > 11$.

Phân tích 115 ra thừa số nguyên tố, ta được: $115 = 5.23$.

Ước của 115 mà lớn hơn 11 là 23 và 115.

Vậy ta có hai đáp số: $b = 23, q = 5$ hoặc $b = 115, q = 1$.

Câu 8.

a) Vì $9 : (x-2)$ nên $(x-2) \in U(9)$.

Mà $U(9) = \{1; 3; 9\}$ nên ta có bảng:

$x-2$	1	3	9
x	3	5	11

Vậy $x \in \{3; 5; 11\}$.

b) Vì $49 : (2x-1)$ nên $(2x-1) \in U(49)$.

Mà $U(49) = \{1; 7; 49\}$ nên ta có bảng:

$2x-1$	1	7	49
x	1	4	25

Vậy $x \in \{1; 4; 25\}$.

c) Ta có: $(x+13) = (x-1) + 14$, suy ra $(x+13) : (x-1)$ thì $14 : (x-1)$.

Hay $(x-1) \in U(14)$.

Mà $U(14) = \{1; 2; 7; 14\}$ nên ta có bảng:

$x-1$	1	2	7	14
x	2	3	8	15

Vậy $x \in \{2; 3; 8; 15\}$.

Câu 9.

a) $U(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

Suy ra $(n+1) \in \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

Vậy $n \in \{0; 1; 2; 3; 5; 11\}$.

b) $U(15) = \{1; 3; 5; 15\}$

Ta có bảng:

$2n+3$	1	3	5	15
n	Loại	0	1	6

Vậy $n \in \{0; 1; 6\}$.

Câu 10.

a) Ta có: $106 = 1.106 = 2.53$.

Vậy ta có phép tính thỏa mãn là: $2.53 = 106$.

b) $155 = 1.155 = 5.31$

Vậy phép tính thỏa mãn là: $31.5 = 155$.

c) Đáp số: $13.29 = 377$.

Dạng 2: số nguyên tố - Hợp số

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Các số sau là số nguyên tố hay hợp số:

59; 101; 355; 1341; 119; 29.

Hướng dẫn giải

+ 59; 101 và 29 là các số nguyên tố vì chỉ có hai ước là 1 và chính nó.

+ 355 là hợp số vì $355:5$ (có chữ số tận cùng là 5).

+ 1341 là hợp số vì $1341:3$ (có tổng các chữ số bằng 9).

+ 119 là hợp số vì $119:7$.

Ví dụ 2. Tổng (hiệu) sau là số nguyên tố hay hợp số?

a) $8.9 - 4.5.6$; b) $5.7.11.13 - 3.7.4$;

c) $7.9.11 + 17.19.23$; d) $2421 - 132$.

Hướng dẫn giải

Vì $8.9:2$ và $4.5.6:2$ nên hiệu $(8.9 - 4.5.6):2$. Vậy $8.9 - 4.5.6$ là một hợp số.

Ngoài ra cũng có thể lập luận $8.9:3$ và $4.5.6:3$.

Ta có: $5.7.11.13:7$ và $3.7.4:7$ nên hiệu $(5.7.11.13 - 3.7.4):7$.

Vậy $5.7.11.13 - 3.7.4$ là một hợp số.

Hai tích $7.9.11$ và $17.19.23$ đều là số lẻ, nên tổng của chúng là số chẵn.

Do đó, $7.9.11+17.19.23$ chia hết cho 2.

Vậy $7.9.11+17.19.23$ là một hợp số.

Ta có $2421:3$ và $132:3$ nên hiệu $(2421-132):3$.

Vậy $2421-132$ là một hợp số.

Ví dụ 3. Thay vào dấu sao để được:

- a) $\overline{1}^*$ là một hợp số. b) $\overline{9}^*$ là một số nguyên tố.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng số nguyên tố, ta có 11; 13; 17; 19 là các số nguyên tố.

Vậy thay dấu $*$ của $\overline{1}^*$ bởi các chữ số 0; 2; 4; 5; 6; 8 ta được một hợp số.

Dựa vào bảng số nguyên tố, ta có 97 là số nguyên tố.

Vậy thay dấu $*$ của $\overline{9}^*$ bởi chữ số 7 thì được một số nguyên tố.

Ví dụ 4. Tìm k để $3.k$ là số nguyên tố.

Hướng dẫn giải

+ Với $k=0$ thì $3.k=0$ không là số nguyên tố (loại).

+ Với $k=1$ thì $3.k=3$ là số nguyên tố (thỏa mãn).

+ Với $k \geq 2$ thì $3.k$ là một hợp số vì $3.k$ có ít nhất là ba ước là: 1; 3 và $3.k$ (loại).

Vậy $k=1$ thì $3.k$ là số nguyên tố.

Ví dụ 5. Hai số nguyên tố sinh đôi là hai số nguyên tố hơn kém nhau 2 đơn vị. Tìm các cặp số nguyên tố sinh đôi nhỏ hơn 40.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng số nguyên tố, ta có các số nguyên tố nhỏ hơn 40 là: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37.

Các cặp số nguyên tố sinh đôi là: 3 và 5; 5 và 7; 11 và 13; 17 và 19; 29 và 31.

Bài tập tự luyện dạng 2

Bài tập cơ bản

Câu 1. Không tính kết quả, hãy xét xem tổng (hiệu) sau là số nguyên tố hay hợp số?

- a) $18+3.50-7.9$; b) $5.13.17-3.5.7$;
c) $50.13-39.20+12.52$; d) $2010+4059$.

Câu 2. Tổng (hiệu) sau là số nguyên tố hay hợp số?

- a) $2.3.4.5+8.9$; b) $9.11.19-7.11$;
c) $3.5.23+13.17.29$; d) $2020-542$.

Câu 3. Gọi P là tập hợp các số nguyên tố. Điền kí hiệu $\in$, $\notin$ hoặc $\subset$ vào ô trống dưới đây:

- a) $1 \square P$; b) $2 \square P$; c) $47 \square P$; d) $22 \square P$;

- e) $\{5;11\} \not\subseteq P$; f) $4.5+15 \not\subseteq P$; g) $\{23;29\} \not\subseteq P$.

Câu 4. Thay vào dấu * để được mỗi số sau là số nguyên tố:

- a) $\overline{5^*}$; b) $\overline{*1}$; c) $\overline{15^*}$.

Câu 5. Thay vào dấu * để được mỗi số sau là hợp số:

- a) $\overline{5^*}$; b) $\overline{3^*}$.

Câu 6. Tìm k để:

- a) $\overline{4k}$ là số nguyên tố; b) $\overline{7k}$ là số nguyên tố.

Bài tập nâng cao

Câu 7. Chứng tỏ rằng: $10^{2021} + 2$ là một hợp số.

Câu 8. Chứng tỏ rằng $\overline{xyxy}$ là một hợp số.

ĐÁP ÁN

Bài tập cơ bản

Câu 1.

- a) $(18+3.50-7.9):3$ nên $18+3.50-7.9$ là một hợp số.
b) $(5.13.17-3.5.7):5$ nên $5.13.17-3.5.7$ là một hợp số.
c) $(50.13-39.20+12.52):13$ nên $50.13-39.20+12.52$ là một hợp số.
d) $(2010+4059):3$ nên $2010+4059$ là một hợp số.

Câu 2.

- a) Vì $2.3.4.5:3$ và $8.9:3$ nên $(2.3.4.5+8.9):3$

Vậy $2.3.4.5+8.9$ là một hợp số.

Cách khác: Có thể lập luận $2.3.4.5+8.9$ chia hết cho 2, hoặc cho 4, hoặc cho 8.

- b) Vì $9.11.19:11$ và $7.11:11$ nên $(9.11.19-7.11):11$.

Vậy $9.11.19-7.11$ là một hợp số.

- c) Ta thấy $3.5.23$ và $13.17.29$ đều có chữ số tận cùng là một số lẻ nên chữ số tận cùng của $3.5.23+13.17.29$ là một số chẵn.

Do đó $(3.5.23+13.17.29):2$.

Vậy $3.5.23+13.17.29$ là một hợp số.

- d) Vì $2020:2$ và $542:2$ nên $(2020-542):2$

Vậy $2020-542$ là một hợp số.

Câu 3.

- a) $1 \not\subseteq P$; b) $2 \in P$; c) $47 \in P$; d) $22 \not\subseteq P$;
e) $\{5;11\} \subseteq P$; f) $4.5+15 \not\subseteq P$; g) $\{23;29\} \subseteq P$.

Câu 4.

a) Dựa vào bảng số nguyên tố, ta có $* \in \{3; 9\}$ thì $\overline{5*}$ là một số nguyên tố.

b) Tương tự: $* \in \{1; 3; 4; 6; 7\}$.

c) $* \in \{1; 7\}$.

Câu 5.

Dựa vào bảng số nguyên tố, ta có:

a) $* \in \{0; 1; 2; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

b) $* \in \{0; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$.

Câu 6.

Dựa vào bảng số nguyên tố, ta có:

a) $k \in \{1; 3; 7\}$.

b) $k \in \{1; 3; 9\}$.

Bài tập nâng cao

Câu 7.

Ta có: $10^{2021} = \overline{\dots 0}$ (vì 10 có chữ số tận cùng là 0).

Suy ra $10^{2021} + 2 = \overline{\dots 2}$.

Do đó $10^{2021} + 2$ chia hết cho 2.

Vậy $10^{2021} + 2$ là một hợp số.

Cách khác: Ta thấy $10^{2021} = \underbrace{10\dots 00}_{2021 \text{ chữ số } 0}$.

Suy ra $10^{2021} + 2 = \underbrace{10\dots 00}_{2021 \text{ chữ số } 0} + 2 = \underbrace{10\dots 02}_{2020 \text{ chữ số } 0} : 3$ (vì tổng các chữ số bằng 3).

Vậy $10^{2021} + 2$ là một hợp số.

Câu 8.

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \overline{xyxy} &= x.1000 + y.100 + x.10 + y \\ &= x(1000 + 10) + y(100 + 1) \\ &= x.1010 + y.101 \\ &= x.101.10 + y.101 \\ &= 101.(x.10 + y) : 101\end{aligned}$$

Vậy $\overline{xyxy}$ là một hợp số.

Dạng 3: Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố:

a) 36;

b) 126;

c) 210;

d) 315.

Hướng dẫn giải

a) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Vậy $36 = 2^2 \cdot 3^2$.

c) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Vậy $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

Ví dụ 2. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố rồi cho biết mỗi số đó chia hết cho các số nguyên tố nào?

a) 120;

b) 98;

c) 350;

d) 462,

Hướng dẫn giải

a) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Vậy $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ chia hết cho 2, cho 3 và cho 5.

c) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \end{array}$$

b) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Vậy $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

d) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Vậy $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

b) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Vậy $98 = 2 \cdot 7^2$ chia hết cho 2 và cho 7.

b) Ta có:

$$\begin{array}{r|l} 462 & 2 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \end{array}$$

1 |

Vậy $350 = 2.5^2.7$ chia hết cho 2; cho 5 và cho 7.

1 |

Vậy $462 = 2.3.7.11$ chia hết cho 2; cho 3; cho 7 và cho 11.

Ví dụ 3. Cho số $a = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11$. Mỗi số 4; 8; 16; 20; 22; 40 có là ước của a hay không?

Hướng dẫn giải

$+4$ là ước của a vì 4 là một ước của 2^3 .

$+ 8$ là ước của a vì 8 là một ước của 2^3 .

$+ 16 = 2^4$ không là ước của a .

+ $20 = 2^2.5$ là ước của a vì $2^2.5$ là một ước của $2^3.5$.

+ $22 = 2.11$ là ước của a vì 2.11 là một ước của $2^3.11$.

$+ 40 = 2^3 \cdot 5$ là ước của a vì $2^3 \cdot 5$ là một ước của $2^3 \cdot 5^2$.

Ví dụ 4. Hãy viết tất cả các ước của a , biết:

a) $a = 5.11$;

b) $a = 2^3.7$;

c) $a = 75$;

d) $a = 297$.

Hướng dẫn giải

a) a có các ước là 1; 5; 11 và 55.

b) Các ước của 2^3 là: $1; 2; 4 (=2^2); 8 (=2^3)$.

Các ước của 7 là: 1; 7.

Nhân từng ước của 7 với từng ước của 2^3 , ta được các ước của a là:

1; 2; 4; 8

7; 14; 28; 56

Vậy $U(a) = \{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$.

c) Ta có: $75 = 3.5^2$.

Các ước của 5^2 là: $1; 5; 25 (=5^2)$.

Các ước của 3 là: 1; 3.

Nhân từng ước của 3 với từng ước của 5^2 , ta được các ước của 75 là:

1; 5; 25

3; 15; 75

$$\text{Vậy } U(75) = \{1; 3; 5; 15; 25; 75\}.$$

d) Ta có: $297 = 3^3.11$.

Các ước của 3^3 là: $1; 3; 9 (=3^2); 27 (=3^3)$.

Các ước của 11 là: 1; 11.

Nhân từng ước của 11 với từng ước của 3^3 , ta được các ước của 297 là:

1; 3; 9; 27

11; 33; 99; 297

Vậy $U(297) = \{1; 3; 9; 11; 27; 33; 99; 297\}$.

Ví dụ 5.

a) Tích hai số tự nhiên bằng 27. Tìm mỗi số.

b) Trong một phép chia, số bị chia bằng 86, số dư bằng 9. Tìm số chia và thương.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $27 = 1.27 = 3.9$.

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là 1 và 27 hoặc 3 và 9.

b) Gọi số chia là b , thương là q .

Ta có: $86 = b.q + 9$, trong đó $b > 9$.

Suy ra $b.q = 86 - 9 = 77$.

Do vậy q là ước của 77 và $b > 9$.

Phân tích 777 ra thừa số nguyên tố, ta được: $77 = 7.11$.

Ước của 77 mà lớn hơn 9 là 11 và 77.

Vậy có hai đáp số: $b = 77, q = 1$ hoặc $b = 11, q = 7$.

Ví dụ 6. Mai có 40 viên bi, Mai muốn chia đều số bi đó cho các em nhỏ. Hỏi Mai có thể chia đều 40 viên bi cho bao nhiêu em (kể cả trường hợp Mai cho một em hết 40 viên bi).

Hướng dẫn giải

Muốn chia đều số bi cho các em nhỏ thì số em phải là ước của 40.

Ta có: $40 = 2^3.5$ nên $U(40) = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$.

Vậy Mai có thể chia đều 40 viên bi cho 1 em; 2 em; 4 em; 5 em; 8 em; 10 em; 20 em và 40 em.



Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố:

- | | | | |
|---------|---------|---------|----------|
| a) 24; | b) 84; | c) 147; | d) 325. |
| e) 825; | f) 910; | g) 630; | h) 4851. |

Câu 2. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố rồi cho biết mỗi số đó chia hết cho các số nguyên tố nào?

- | | | | |
|--------|---------|---------|---------|
| a) 56; | b) 140; | c) 225; | d) 490. |
|--------|---------|---------|---------|

Câu 3. Cho số $a = 2.3^3.7$. Mỗi số 2; 6; 8; 9; 21; 63 có là ước của a hay không?

Câu 4. Hãy viết tất cả các ước của a , biết:

- | | | | |
|-----------------|------------------|----------------|----------------|
| a) $a = 3.17$; | b) $a = 3^2.5$; | c) $a = 147$; | d) $a = 275$; |
|-----------------|------------------|----------------|----------------|

e) $a = 686$; f) $a = 117$; g) $a = 637$; h) $a = 605$.

Câu 5. Hoa có 50 cái kẹo, Hoa muốn chia đều số kẹo cho các em nhỏ. Hỏi Hoa có thể chia đều số kẹo đó cho bao nhiêu em (kể cả trường hợp chia hết 50 cái kẹo cho 1 em).

Câu 6. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố, rồi tìm tập hợp các ước của mỗi số đó.

a) 155; b) 107; c) 1000.

Câu 7. Bình có 24 chiếc bút màu, Bình muốn xếp chúng vào các hộp nhỏ sao cho số bút ở mỗi hộp bằng nhau và bằng một số lớn hơn 2. Hỏi Bình có thể xếp vào nhiều nhất bao nhiêu chiếc hộp? xếp vào ít nhất bao nhiêu chiếc hộp?

Bài tập nâng cao

Câu 8. Tìm ba số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 46 620.

Câu 9. Tìm ba số lẻ liên tiếp có tích bằng 12 075.

Câu 10. Tìm số tự nhiên n , biết: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = 465$.

ĐÁP ÁN

Câu 1

Đáp số:

a) $24 = 2^3 \cdot 3$; b) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$; c) $147 = 3 \cdot 7^2$; d) $325 = 5^2 \cdot 13$.
e) $825 = 3 \cdot 5^2 \cdot 11$; f) $910 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$; g) $630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$; h) $4851 = 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11$.

Câu 2.

a) Ta có: $56 = 2^3 \cdot 7$;

Vậy 56 chia hết cho các số nguyên tố là 2 và 7.

b) $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$ nên 140 chia hết cho các số nguyên tố là 2; 5 và 7.

c) $225 = 3^2 \cdot 5^2$ nên 225 chia hết cho các số nguyên tố là 3 và 5.

d) $490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2$ nên 490 chia hết cho các số nguyên tố là 2; 5 và 7.

Câu 3.

Các số 2; $6(=2 \cdot 3)$; $9(=3^2)$; $21(=3 \cdot 7)$; $63(=3^2 \cdot 7)$ đều là ước của a nhưng 8 không là ước của a .

Câu 4.

a) Các ước của a là: 1; 3; 17; 51.

b) Các ước của 3^2 là: 1; 3; 9;

Các ước của 5 là: 1; 5;

Lần lượt lấy từng ước của 5 nhân với từng ước của 3^2 , ta được các ước của a là: 1; 3; 5; 9; 15; 45.

c) $147 = 3 \cdot 7^2$ suy ra $U(147) = \{1; 3; 7; 21; 49; 147\}$.

d) $275 = 5^2 \cdot 11$ suy ra $U(275) = \{1; 5; 11; 25; 55; 275\}$.

e) $686 = 2 \cdot 7^3$ suy ra $U(686) = \{1; 2; 7; 14; 49; 98; 343; 686\}$.

f) $117 = 3^2 \cdot 13$ suy ra $U(117) = \{1; 3; 9; 13; 39; 117\}$.

g) $637 = 7^2 \cdot 13$ suy ra $U(637) = \{1; 7; 13; 49; 91; 637\}$.

h) $605 = 5 \cdot 11^2$ suy ra $U(605) = \{1; 5; 11; 55; 121; 605\}$.

Câu 5.

Muốn chia đều số kẹo cho các em nhỏ thì số em phải là ước của 50.

Ta có: $50 = 2 \cdot 5^2$ suy ra $U(50) = \{1; 2; 5; 10; 25; 50\}$.

Vậy Hoa có thể chia đều số kẹo đó cho 1 em; 2 em; 5 em; 10 em; 25 em hoặc 50 em.

Câu 6.

a) $155 = 5 \cdot 31$ suy ra $U(155) = \{1; 5; 31; 155\}$.

b) Vì 107 là số nguyên tố nên nó chỉ có hai ước là 1 và 107.

c) $1000 = 2^3 \cdot 5^3$

Các ước của 2^3 là: 1; 2; 4; 8;

Các ước của 5^3 là: 1; 5; 25; 125;

Lấy lần lượt từng ước của 5^3 nhân với từng ước của 2^3 , ta được ước của 1000 là:

1; 2; 4; 8;
5; 10; 20; 40;
25; 50; 100; 200;
125; 250; 500; 1000

Vậy $U(1000) = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 25; 40; 50; 100; 125; 200; 250; 500; 1000\}$.

Câu 7.

Số hộp có thể xếp được là ước của 24.

Ta có: $24 = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow U(24) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$.

Vì số bi ở mỗi hộp lớn hơn 2 nên có thể xếp được vào nhiều nhất 8 hộp và ít nhất 1 hộp.

Bài tập nâng cao

Câu 8.

Ta có: $46620 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 37 = (5 \cdot 7) \cdot (2^2 \cdot 3^2) \cdot 37 = 35 \cdot 36 \cdot 37$.

Vậy ba số tự nhiên liên tiếp cần tìm là 35; 36; 37.

Câu 9.

Ta có: $12075 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 23 = (3 \cdot 7) \cdot 23 \cdot (5^2) = 21 \cdot 23 \cdot 25$.

Vậy ba số lẻ liên tiếp cần tìm là 21 ; 23; 25.

Câu 10.

Ta có: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = n(n+1) : 2$

Suy ra $n(n+1) : 2 = 465$. Do đó $n(n+1) = 930$.

Mà $930 = 2.3.5.31 = (2.3.5).31 = 30.31$.

Vậy $n = 30$.