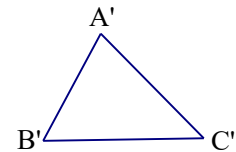
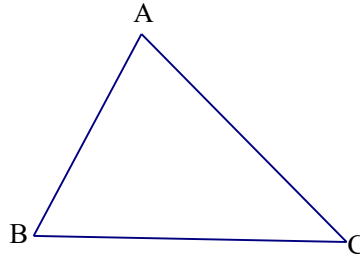


TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• *Định lý:* Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}, \widehat{B} = \widehat{B'}$
KL	$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$



II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng

Phương pháp giải:

Bước 1: Xét hai tam giác, chọn ra hai góc bằng nhau và chứng minh (nếu cần);

Bước 2: Lập tỉ số các cạnh tạo nên mỗi góc đó, rồi chứng minh chúng bằng nhau;

Bước 3: Từ đó, chứng minh hai tam giác đồng dạng.

1. Cho $\widehat{xOy}$, trên Ox lấy các điểm A và C, trên Oy lấy các điểm B và D. Chứng minh rằng $\Delta AOB \sim \Delta COD$ nếu biết một trong các trường hợp sau:

a) $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$;

b) $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

2. Cho $\widehat{xOy}$, trên Ox lấy các điểm A và C, trên Oy lấy các điểm B và D. Chứng minh rằng $\Delta AOD \sim \Delta BOC$ nếu $OA = 4\text{cm}, OC = 15\text{cm}, OB = 6\text{cm}$ và $OD = 10\text{cm}$.

3. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), biết $AB = 9\text{cm}, BD = 12\text{cm}, DC = 16\text{cm}$. Chứng minh $\Delta ABD \sim \Delta BDC$.

4. Cho $\widehat{xOy}$, trên Ox lấy điểm A sao cho $OA = 4\text{cm}$, trên Oy lấy các điểm B và C sao cho $OB = 2\text{cm}, OC = 8\text{cm}$. Chứng minh rằng $\Delta AOB \sim \Delta COA$.

Dạng 2. Sử dụng các trường hợp đồng dạng thứ hai để tính độ dài các cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau

Phương pháp giải: Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau hoặc cặp cạnh tương ứng còn lại bằng nhau.

5. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD. Lấy điểm E trên DH và điểm K trên BC sao cho $\frac{DE}{DH} = \frac{CK}{CB}$. Chứng minh:

a) $\triangle ADE \sim \triangle ACK$;

b) $\triangle AEK \sim \triangle ADC$;

c) $\widehat{AEK} = 90^\circ$.

6. Cho hình thang ABCD biết $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$. Trên cạnh AD lấy điểm I sao cho $AB \cdot DC = AI \cdot DI$. Chứng minh:

a) $\triangle ABI \sim \triangle DIC$;

b) $\widehat{BIC} = 90^\circ$.

7. Cho hình thoi ABCD, $\widehat{A} = 60^\circ$. Qua C kẻ đường thẳng d bất kì cắt các tia đối của các tia BA, DA theo thứ tự tại E và F. Gọi I là giao điểm của BF và ED. Chứng minh:

a) $\frac{EB}{BA} = \frac{AD}{DF}$;

b) $\triangle EBD \sim \triangle BDF$;

c) $\widehat{BID} = 120^\circ$.

8. Cho hình bình hành ABCD, $\widehat{A} > 90^\circ$. Kẻ $AH \perp CD$ tại H, $AK \perp BC$ tại K. Chứng minh:

a) $\frac{AH}{AK} = \frac{DA}{DC}$;

b) $\widehat{AKH} = \widehat{ACH}$.

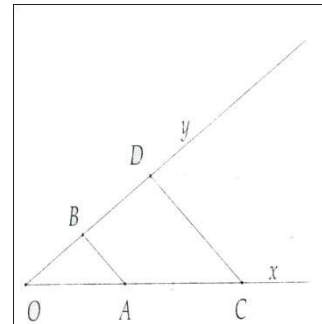
HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC DẠNG BÀI

1A. a) Có $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ nên ta chứng minh được

$$\triangle AOB \sim \triangle COD \text{ (c.g.c)}$$

b) Có $OA \cdot OD = OB \cdot OC$

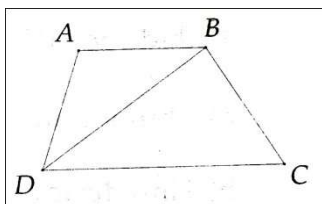
$$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{CO} \Rightarrow \text{ĐPCM}.$$



2. Chứng minh được $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ (c.g.c)

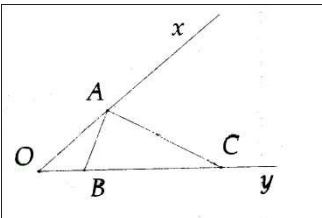
3. Ta chứng minh được $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ và $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{3}{4}$.

Từ đó suy ra $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ (c.g.c)



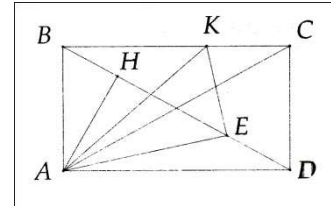
4. Chứng minh được $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2}$

và $\widehat{AOB} = \widehat{COA}$ nên ta có $\triangle AOB \sim \triangle COA$ (c.g.c)



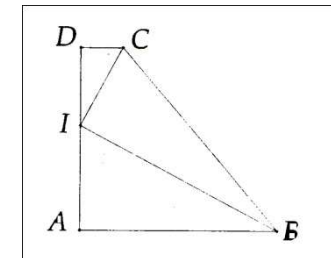
5. a) Ta chứng minh được $\frac{DE}{CK} = \frac{DH}{CB}$ (1)

$\Delta HDA \sim \Delta ADB \Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{HD}{AD} \Rightarrow \frac{DA}{AC} = \frac{HD}{BC}$ (2) Từ (1) và (2)
suy ra $\frac{DE}{CK} = \frac{DA}{AC}$ mà $\widehat{ADE} = \widehat{ACK}$ nên ta có
 $\Delta ADE \sim \Delta ACK$ (c-g-c).



b) Từ phần a) ta suy ra được $\frac{AE}{AK} = \frac{AD}{AC}$.

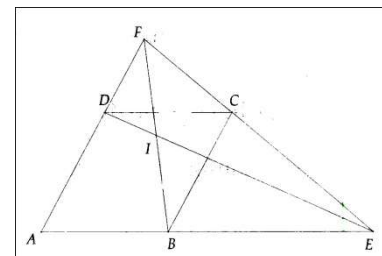
Chứng minh được $\widehat{EAK} = \widehat{CAD}$ nên ta có
 $\Delta AEK \sim \Delta ADC$ (c.g.c)



c) Có $\Delta AEK \sim \Delta ADC \Rightarrow \widehat{AEK} = \widehat{ADC} = 90^\circ$

6.

a) Theo đề bài ta chỉ ta được $\frac{AB}{AI} = \frac{DI}{DC}$ từ đó suy ra
 $\Delta ABI \sim \Delta DIC$ (c-g-c)



b) Chứng minh được $\widehat{AIB} = \widehat{DCI}$ mà
 $\widehat{DIC} + \widehat{DCI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BIC} = 90^\circ$

7.

a) Có $BC \parallel AD \Rightarrow \frac{BE}{BA} = \frac{CE}{CF}$;

Lại có $DC \parallel AB \Rightarrow \frac{EC}{FC} = \frac{AD}{DF}$

Suy ra ĐPCM.

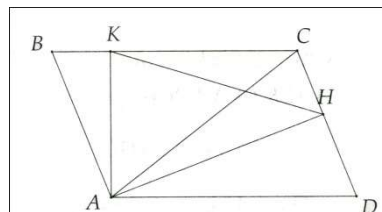
b) Do ABCD là hình thoi có $\widehat{A} = 60^\circ$ nên:

$$AB = BD = DC = CA = AD$$

Ta có $\widehat{EBD} = \widehat{BDF} = 120^\circ$ và theo câu a) $\frac{EB}{BA} = \frac{AD}{DF}$

hay $\frac{EB}{BD} = \frac{BD}{DF} \Rightarrow \Delta EBD \sim \Delta BDF$ (c.g.c)

c) Từ phần b) ta có: $\widehat{BED} = \widehat{DBF}$ từ đó chứng minh được
 $\Delta BDI \sim \Delta EDB$ nên suy ra $\widehat{BID} = \widehat{EBD} = 120^\circ$



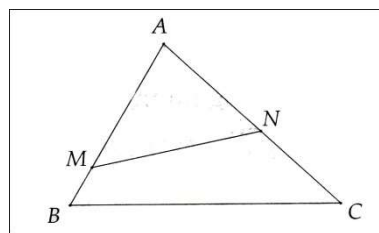
8.

a) Chứng minh $\triangle AHD \sim \triangle AKB$ và $AB = CD$ suy ra ĐPCM.

b) Từ phần a ta có $\frac{AH}{BC} = \frac{AK}{BA}$ và chứng minh được

$\widehat{HAK} = \widehat{ABC}$. Từ đó ta có $\triangle KAH \sim \triangle ABC$;

Mà $\triangle ABC \sim \triangle CDA$ nên suy ra $\triangle KAH \sim \triangle CDA$ từ đó chứng minh được $\widehat{AKH} = \widehat{ACH}$



PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN SỐ 1

Bài 1: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), biết $AB = 9cm, BD = 12cm, DC = 16cm$. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

Bài 2: Cho xOy , phân giác Ot. Trên Ox lấy các điểm A và C' sao cho $OA = 4cm, OC' = 9cm$, trên Oy lấy các điểm A' và C sao cho $OA' = 12cm, OC = 3cm$, trên tia Ot lấy các điểm B và B' sao cho $OB = 6cm, OB' = 18cm$. Chứng minh:

a) $\triangle OAB \sim \triangle OA'B'$; b) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$.

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 8cm, AC = 16cm$. Gọi D và E là hai điểm lần lượt trên các cạnh AB, AC sao cho $BD = 2cm, CE = 13cm$. Chứng minh:

a) $\triangle AEB \sim \triangle ADC$ b) $\widehat{AED} = \widehat{ABC}$ c) $AE.AC = AB.AD$

Bài 4: Chứng minh rằng nếu $\triangle A'B'C'$ đồng dạng với $\triangle ABC$ theo tỉ số k thì tỉ số hai đường trung tuyến tương ứng cũng bằng k.

Bài 5: Cho tam giác ABC có $AB = 9cm, AC = 12cm, BC = 7cm$. Chứng minh $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Bài 6: Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi M là một cạnh thuộc cạnh AD. Đường thẳng CM cắt đường thẳng AB tại N.

a) Chứng minh $AB^2 = DM.BN$;

b) BM cắt DN tại P. Tính góc $\widehat{BPD}$.

Bài 7*: Cho tam giác ABC có $AB = 2cm; AC = 3cm; BC = 4cm$. Chứng minh rằng: $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} + 2.\widehat{ACB}$.

Bài 8*: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Lấy M tùy ý thuộc BC, kẻ MN song song với AB (với $N \in AC$), kẻ MP song song với AC (với $P \in AB$). Gọi O là giao điểm của BN và CP. Chứng minh rằng $\widehat{OMP} = \widehat{AMN}$.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$, biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. Trên AB lấy điểm E sao cho $AE = 2\text{cm}$, trên AC lấy điểm D sao cho $AD = 1\text{cm}$.

a) Chứng minh: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

b) Chứng minh: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

c) Tính độ dài đoạn DE .

Bài 10: Cho $\triangle ABC$, biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Trên AB lấy điểm E sao cho $AE = 2\text{cm}$, trên AC lấy điểm D sao cho $AD = 1\text{cm}$.

a) Chứng minh: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

b) Chứng minh: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

c) Tính độ dài đoạn DE .

Bài 11: Cho $\triangle ABC$, biết $AB = 7,5\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Trên AB , AC theo thứ tự lấy điểm M và N sao cho $AN = 3\text{cm}$, $AM = 2,5\text{cm}$.

a) Chứng minh: $\triangle AMN \sim \triangle ABC$

b) Tính độ dài đoạn MN .

HƯỚNG DẪN LỜI GIẢI SỐ 1

Bài 1: Ta chứng minh được $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ và $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{3}{4}$.

Từ đó suy ra $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ (c.g.c)

Bài 2:

a) Chứng minh được $\triangle OAB \sim \triangle OA'B'$ (c.g.c)

b) Chứng minh được $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{3}$

Bài 3:

a) Xét tam giác AEB và tam giác ADC có

$$\frac{AB}{AC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}; \frac{AE}{AD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

Mặt khác lại có góc A chung

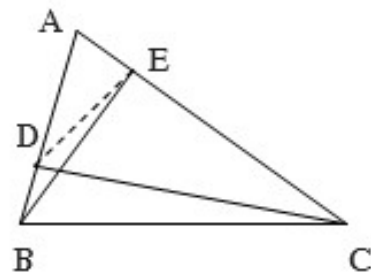
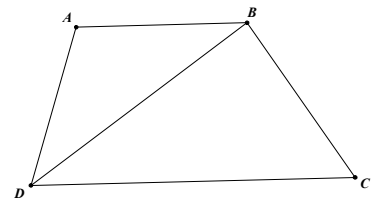
$$\Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle ADC \text{ (c-g-c)}$$

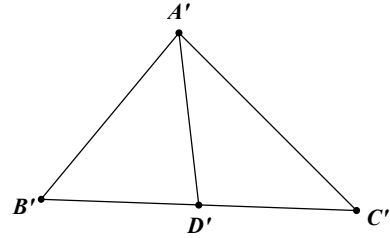
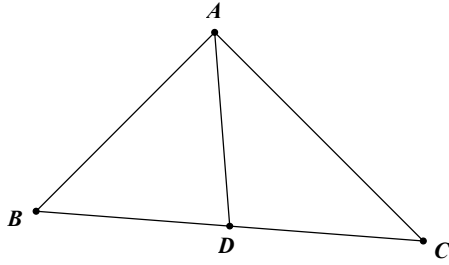
b) Chứng minh tương tự câu a) ta có $\triangle AED \sim \triangle ABC$

$$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ABC} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

c) Theo câu b) ta có $\triangle AED \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AE \cdot AC = AB \cdot AD$

Bài 4:





HD: a) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ có AD và $A'D'$ lần lượt là trung tuyến xuất phát từ đỉnh A và A' xuống cạnh BC và $B'C'$ của hai tam giác đó.

$$\text{Ta có } k = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{\frac{BC}{2}}{\frac{B'C'}{2}} = \frac{BD}{B'D'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BD}{B'D'} \text{ Có } \widehat{B} = \widehat{B'}.$$

$$\text{Vậy } \triangle ABD \sim \triangle A'B'D' \text{ (c-g-c) Từ đó suy ra } k = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AD}{A'D'}$$

Bài 5: Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BC = 7\text{cm}$. Chứng minh được $\triangle ABC \sim \triangle ACE$ (c.g.c)

$$\text{suy ra } \widehat{BCA} = \widehat{E}$$

$$\text{Từ đó ta có } \widehat{ABC} = \widehat{BCE} + \widehat{E} = 2\widehat{E} = 2\widehat{BCA}$$

Bài 6: a) Ta có $AM \parallel BC$ (do $AD \parallel BC$) suy ra $\triangle NAM \sim \triangle NBC \Rightarrow \frac{NA}{AM} = \frac{NB}{BC}$ hay

$$\frac{NA}{AM} = \frac{NB}{AB} \quad (1) \quad (\text{vì } BC = AB).$$

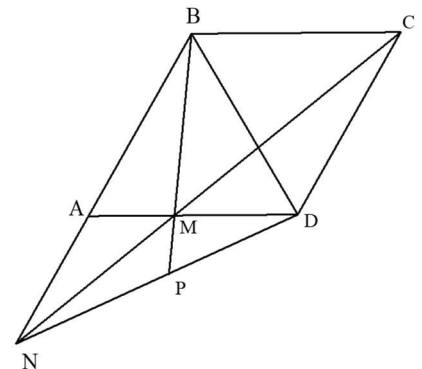
Ta có $NA \parallel DC$ (do $AB \parallel DC$) suy ra $\triangle NAM \sim \triangle CDM \Rightarrow \frac{NA}{AM} = \frac{CD}{DM}$ hay $\frac{NA}{AM} = \frac{AB}{DM}$ (2)
(vì $CD = AB$).

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{NA}{AB} = \frac{AB}{DM} \text{ hay } AB^2 = DM \cdot BN.$$

$$\text{b) Từ } \frac{NB}{AB} = \frac{AB}{DM} \Rightarrow \frac{NB}{BD} = \frac{BD}{DM}$$

$$\text{Xét } \triangle BND \text{ và } \triangle DBM \text{ có } \frac{NB}{BD} = \frac{BD}{DM} \text{ và}$$

$$\widehat{NBD} = \widehat{BDM} = 60^\circ.$$



Suy ra $\triangle BND \sim \triangle DBM$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{BND} \Rightarrow \widehat{MBD} + \widehat{MBN} = \widehat{BND} + \widehat{MBN} = 60^\circ$$

Mà $\widehat{BPD} = \widehat{BND} + \widehat{MBN}$ nên $\widehat{BPD} = 60^\circ$.

Bài 7*:

Trên đoạn thẳng BC lấy điểm D sao cho $BD = 1 \text{ cm}$

$\Rightarrow CD = BC - BD = 3 \text{ cm} \Rightarrow CD = AC$ nên $\triangle ACD$ cân tại C, do vậy $\widehat{DAC} = \widehat{ADC}$ (1)

$$\triangle ABD \text{ và } \triangle CBA \text{ có } \widehat{ABD} \text{ chung và } \frac{BD}{BA} = \frac{AB}{CB} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BCA}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có :

$$\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{DAC} = \widehat{ACB} + \widehat{ADC} = \widehat{ACB} + \widehat{ABC} + \widehat{BAD}$$

Do đó $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} + 2.\widehat{ACB}$.

Bài 8*:

Giả sử $MB \leq MC$. Gọi Q là giao điểm MO và AB ; K là giao điểm CP và MN.

Vì $MNAP$ là hình bình hành nên $\widehat{QPM} = \widehat{ANM}$ (1)

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên suy ra $\triangle PBM$ cân tại P và $\triangle NCM$ cân tại N.

Do đó $PB = PM = AN$ và $NC = NM = AP$ kết hợp với

$$MN \parallel AP, \text{ suy ra } \frac{PQ}{PM} = \frac{PQ}{PB} = \frac{KM}{KN} = \frac{PB}{PA} = \frac{NA}{NM} \quad (2)$$

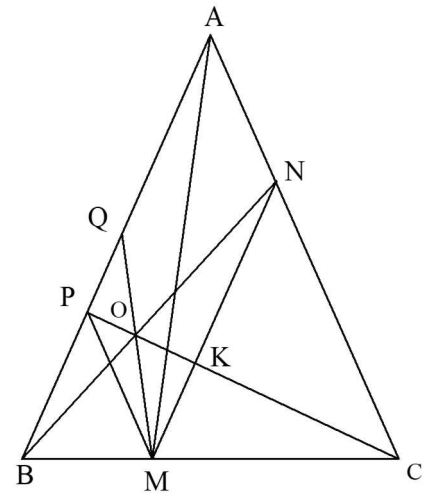
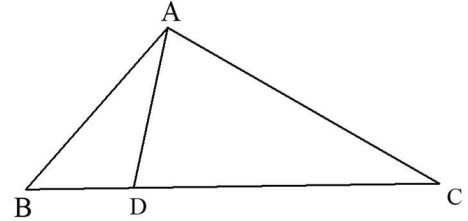
Từ (1) và (2) suy ra $\triangle QPM \sim \triangle ANM$ (c.g.c) $\Rightarrow$

$$\widehat{QMP} = \widehat{AMN} \text{ hay } \widehat{OMP} = \widehat{AMN}. \text{ Điều phải chứng minh.}$$

Bài 9:

$$a) \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}; \frac{AE}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$b) \triangle ABC, ADE : \begin{cases} \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \\ \widehat{BAC} = \widehat{DAE} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$$



$$c) \Delta ABC \sim \Delta ADE \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = 3 \Rightarrow DE = \frac{1}{3} BC = \frac{4}{3}(cm)$$

$$\text{Bài 10: a) } \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}; \frac{AE}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$b) \begin{cases} \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \\ \widehat{BAC} = \widehat{DAE} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta ADE \text{ (c.g.c)}$$

$$c) \Delta ABC \sim \Delta ADE \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = 3 \Rightarrow DE = \frac{1}{3} BC = 2(cm)$$

$$\text{Bài 11: a) } \frac{AM}{AB} = \frac{2,5}{7,5} = \frac{1}{3}; \frac{AN}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\begin{cases} \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \\ \widehat{BAC} = \widehat{MAN} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta AMN \text{ (c.g.c)}$$

$$b) \Delta ABC \sim \Delta AMN \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN} = 3 \Rightarrow MN = \frac{1}{3} BC = 4(cm)$$

PHIẾU TỰ LUYỆN SỐ 2

Bài 1: Cho ΔABC có $AB = 18cm$, $AC = 27cm$, $BC = 30cm$. Gọi D là trung điểm của AB , E thuộc cạnh AC sao cho $AE = 6cm$.

a) Chứng minh rằng: $\Delta AED \sim \Delta ABC$

b) Tính độ dài DE .

Bài 2: Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 2cm$, $BD = 4cm$, $CD = 8cm$. Chứng minh rằng $\widehat{A} = \widehat{DBC}$.

Bài 3: Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{A} = 60^\circ$. Qua C kẻ đường thẳng d cắt tia đối của các tia BA , DA theo thứ tự ở E , F . Chứng minh rằng:

$$a) \frac{EB}{BA} = \frac{AD}{DF}$$

$$b) \Delta EBD \sim \Delta BDF$$

Bài 4: Cho ΔABC có $\widehat{B} = 2\widehat{C}$, $AB = 8cm$, $BC = 10cm$.

a) Tính AC

b) Nếu ba cạnh của tam giác trên là ba số tự nhiên liên tiếp thì mỗi cạnh là bao nhiêu?

Bài 5: Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$; $AB = 2$; $CD = 4,5$; $BD = 3$. Chứng minh rằng $BC \perp BD$

Bài 6: Cho hình bình hành $ABCD$. Kẻ $AH \perp CD, AK \perp BC$. Chứng minh rằng

$\triangle KAH$

$\cong \triangle ABC$

Bài 7: Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm E . Tia AE cắt đường thẳng CD tại M , tia DE cắt đường thẳng AB tại N . Chứng minh rằng

a) $\triangle NBC \cong \triangle BCM$

b) $BM \perp CN$

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có BE là đường phân giác của $\triangle ABC$ ($E \in AC$). Kẻ $AD \perp BC$ ($D \in BC$), AD cắt BE tại F . Chứng minh $\frac{FD}{FA} = \frac{EA}{EC}$

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ nhọn, lấy các cạnh AB, AC và BC dựng các tam giác vuông cân $\triangle ABD, \triangle ACE, \triangle BCF$, hai tam giác đầu dựng ra phía ngoài $\triangle ABC$, còn tam giác thứ 3 dựng trong cùng một nửa mặt phẳng bờ BC với $\triangle ABC$. Chứng minh rằng tứ giác $AEFD$ là hình bình hành.

Bài 10: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a có $\hat{A} = 60^\circ$, một đường thẳng bất kỳ qua C cắt tia đối của các tia BA, DA tại M, N

a) Chứng minh rằng tích $BM \cdot DN$ có giá trị không đổi

b) Gọi K là giao điểm của BN và DM . Tính số đo của góc BKD

LỜI GIẢI PHIẾU TỰ LUYỆN SỐ 2

Bài 1:

a) Xét $\triangle AED$ và $\triangle ABC$ ta có:

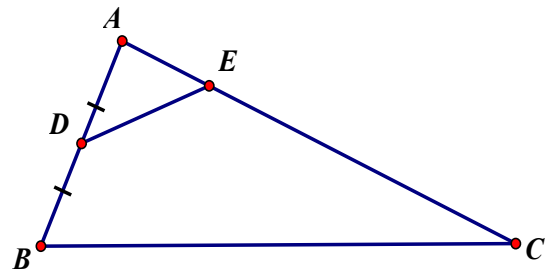
$\hat{A}$ chung

$$\frac{AE}{AB} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}; \frac{AD}{AC} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

Hay $\triangle AED \cong \triangle ABC$ (c - g - c)

b) Vì $\triangle AED \cong \triangle ABC$ nên ta có:

$$\frac{DE}{CB} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{DE}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow DE = 10cm$$



Bài 2:

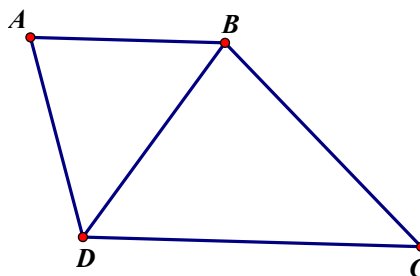
Xét $\triangle ABD$ và $\triangle BDC$ ta có:

$$\widehat{ABD} = \widehat{BDC} \text{ (2 góc so le trong)}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{BD}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC}$$

Vậy $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ (c - g - c)

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{DBC}$$



Bài 3:

a) Do $BC \parallel AF$ nên ta có: $\frac{EB}{BA} = \frac{EC}{CF}$

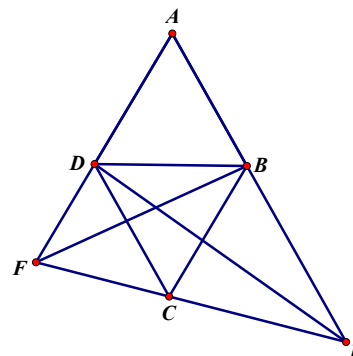
Mà $CD \parallel AE$ nên ta có: $\frac{AD}{DF} = \frac{EC}{CF}$

$$\text{Do đó: } \frac{EB}{BA} = \frac{AD}{DF}$$

b) Vì $AB = BD = AD$ theo a ta có: $\frac{EB}{BD} = \frac{BD}{DF}$

$$\text{Mà } \widehat{EBD} = \widehat{BDF} = 120^\circ$$

Do đó $\triangle EBD \sim \triangle BDF$ (c - g - c)



Bài 4:

Vẽ tia phân giác BE của $\widehat{ABC}$

$$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ACB \text{ (c - g - c)}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{BE}{CB} = \frac{AE + BE}{AB + CB} = \frac{AC}{AB + CB}$$

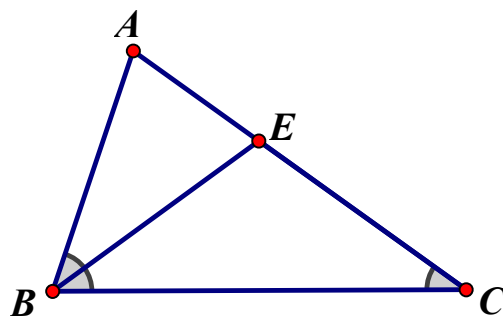
$$\Rightarrow AC^2 = AB(AB + CB) = 8(8 + 10) = 144$$

$$\Rightarrow AC = 12 \text{ cm}$$

b) Gọi $AC = b$, $AB = a$, $BC = c$

Thì từ câu a ta có $b^2 = a(a + c)$ (1). Vì $b > a$ nên có thể $b = a + 1$ hoặc $b = a + 2$

+ Nếu $b = a + 1$ thì $(a + 1)^2 = a^2 + ac \Leftrightarrow 2a + 1 = ac \Leftrightarrow a(c - 2) = 1$



$$\Rightarrow a = 1; b = 2; c = 3 \text{ (loại)}$$

$$+ \text{ Nếu } b = a + 2 \text{ thì } a(c - 4) = 4$$

$$- \text{ Với } a = 1 \text{ thì } c = 8 \text{ (loại)}$$

$$- \text{ Với } a = 2 \text{ thì } c = 6 \text{ (loại)}$$

$$- \text{ Với } a = 4 \text{ thì } c = 6; b = 5$$

$$\text{Vậy } a = 4; b = 5; c = 6$$

Bài 5:

Xét $\triangle BAD$ và $\triangle DBC$ có

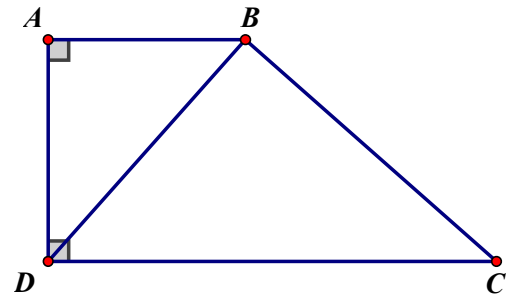
$$\widehat{ABD} = \widehat{BDC} \text{ (2 góc so le trong)}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \triangle BAD \sim \triangle DBC \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{DBC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow BC \perp BD$$



Bài 6:

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = AH \cdot DC = AK \cdot BC$$

$$\Rightarrow AH \cdot AB = AK \cdot BC$$

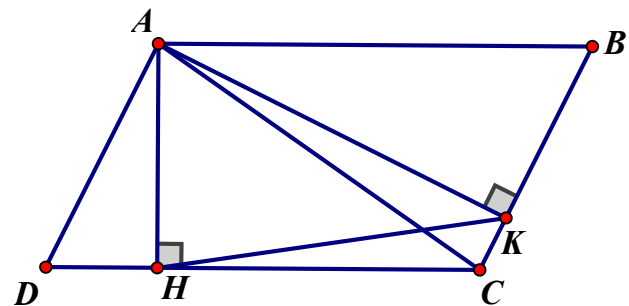
$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AK}{AH}$$

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle KAH$ có

$$\widehat{B} = \widehat{KAH} \text{ (cùng phụ với } \widehat{BAK} \text{)}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AK}{AH} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KAH \text{ (c - g - c)}$$



Bài 7:

a) Ta có $AB \parallel CM \Rightarrow \frac{AB}{CM} = \frac{EB}{EC}$ (1)

$BN \parallel CD \Rightarrow \frac{BN}{CD} = \frac{EB}{EC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AB}{CM} = \frac{BN}{CD}$ (3)

Mặt khác $AB = BC = CD$ nên từ (3) suy ra

$$\frac{BC}{CM} = \frac{BN}{CB}$$

Xét $\triangle NBC$ và $\triangle BCM$ có: $\widehat{NBC} = \widehat{BCM} = 90^\circ$; $\frac{BC}{CM} = \frac{BN}{CB}$

$\Rightarrow \triangle NBC \sim \triangle BCM$ (c - g - c)

b) Gọi O là giao điểm của BM và CN .

Xét $\triangle OCM$ có $\widehat{OMC} + \widehat{MCO} = \widehat{BCN} + \widehat{MCO} = 90^\circ$

$\widehat{MOC} = 90^\circ \Rightarrow BM \perp CN$

Bài 8:

Ta có: BF là đường phân giác của $\triangle BAD$

$$\Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{BD}{AB} \quad (1)$$

BE là đường phân giác của $\triangle BAC$

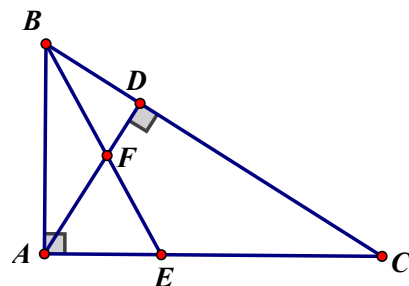
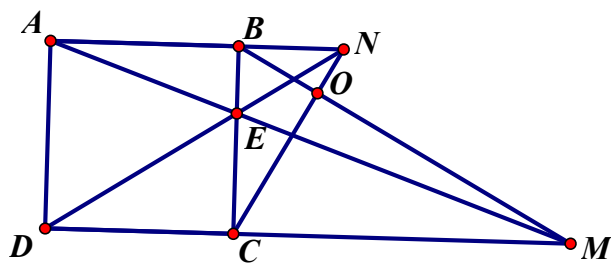
$$\Rightarrow \frac{EA}{EC} = \frac{AB}{BC} \quad (2)$$

Mặt khác $\triangle DBA \sim \triangle ABC$ (c - g - c)

$$\Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{AB}{BC} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{FD}{FA} = \frac{EA}{EC}$

Bài 9:



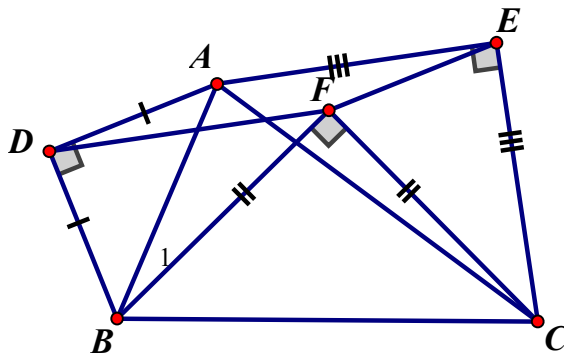
Ta có $\triangle BAD \cong \triangle BCF$ (Hai tam giác vuông cân)

$$\Rightarrow \frac{BD}{BF} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \frac{BD}{BA} = \frac{BF}{BC}$$

Mặt khác $\widehat{DBF} = \widehat{ABC} (= 45^\circ + \widehat{B}_1)$

$$\Rightarrow \triangle BDF \cong \triangle BAC \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BDF} = \widehat{BAC}$$



Chứng minh tương tự ta có $\triangle BDF \cong \triangle BAC \Rightarrow \widehat{FEC} = \widehat{BAC}$

$$\text{Ta có } \widehat{DAE} + \widehat{ADF} = (90^\circ + \widehat{BAC}) + (90^\circ - \widehat{BDF}) = 180^\circ \Rightarrow AE \parallel DF$$

Chứng minh tương tự ta được $AD \parallel EF$. Vậy tứ giác $AEFD$ là hình bình hành.

Bài 10:

a) Gọi độ dài cạnh của hình thoi $ABCD$ là a

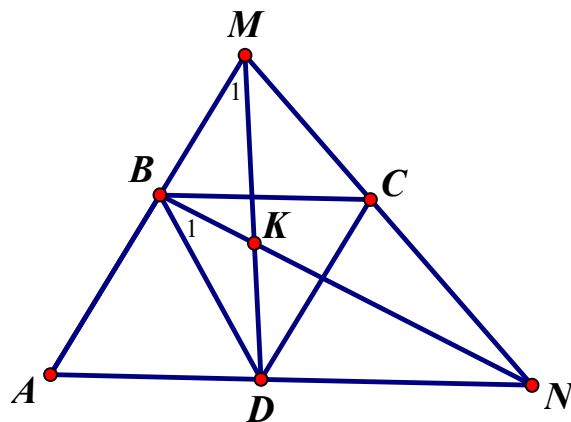
$$\text{Ta có } BC \parallel AN \Rightarrow \frac{MB}{BA} = \frac{CM}{CN} \quad (1)$$

$$CD \parallel AM \Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{AD}{DN} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{MB}{BA} = \frac{AD}{DN} \Rightarrow MB \cdot DN = BA \cdot AD = a \cdot a = a^2$$

$\Rightarrow BM \cdot DN$ có giá trị không đổi.



b) $\triangle MBD$ và $\triangle BDN$ có $\widehat{MBD} = \widehat{BDN} = 120^\circ$

Mặt khác $\frac{MB}{BD} = \frac{MB}{BA} = \frac{CM}{CN} = \frac{AD}{DN} = \frac{BD}{DN}$ (Do $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{A} = 60^\circ$ nên

$$AB = BC = CD = DA)$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{BD} = \frac{BD}{DN} \Rightarrow \triangle MBD \cong \triangle BDN \text{ (c - g - c)}$$

Suy ra $\widehat{M}_1 = \widehat{B}_1$.

Mặt khác $\triangle MBD$ và $\triangle BDN$ có $\widehat{BDM} = \widehat{BDN}$ và $\widehat{M}_1 = \widehat{B}_1$ nên $\widehat{BKD} = \widehat{MBD} = 120^\circ$.

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====