

## BÀI 6. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG

### Mục tiêu

#### ❖ Kiến thức

- + Nhận biết được khái niệm trung điểm của đoạn thẳng.

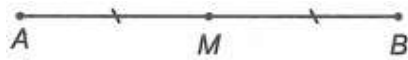
#### ❖ Kỹ năng

- + Vận dụng được tính chất trung điểm của đoạn thẳng và công thức cộng độ dài hai đoạn thẳng để tính độ dài đoạn thẳng.
- + Chứng minh được một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng.

# I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

## 1. Trung điểm của đoạn thẳng

### Định nghĩa



Trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là điểm nằm giữa  $A, B$  và cách đều  $A, B$ .

## 2. Cách vẽ trung điểm của đoạn thẳng

### Cách 1. Vẽ theo độ dài

Để vẽ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB = a(\text{cm})$  ta vẽ điểm  $M$  trên tia  $AB$  sao

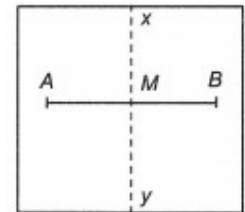


cho  $AM = \frac{a}{2}(\text{cm})$

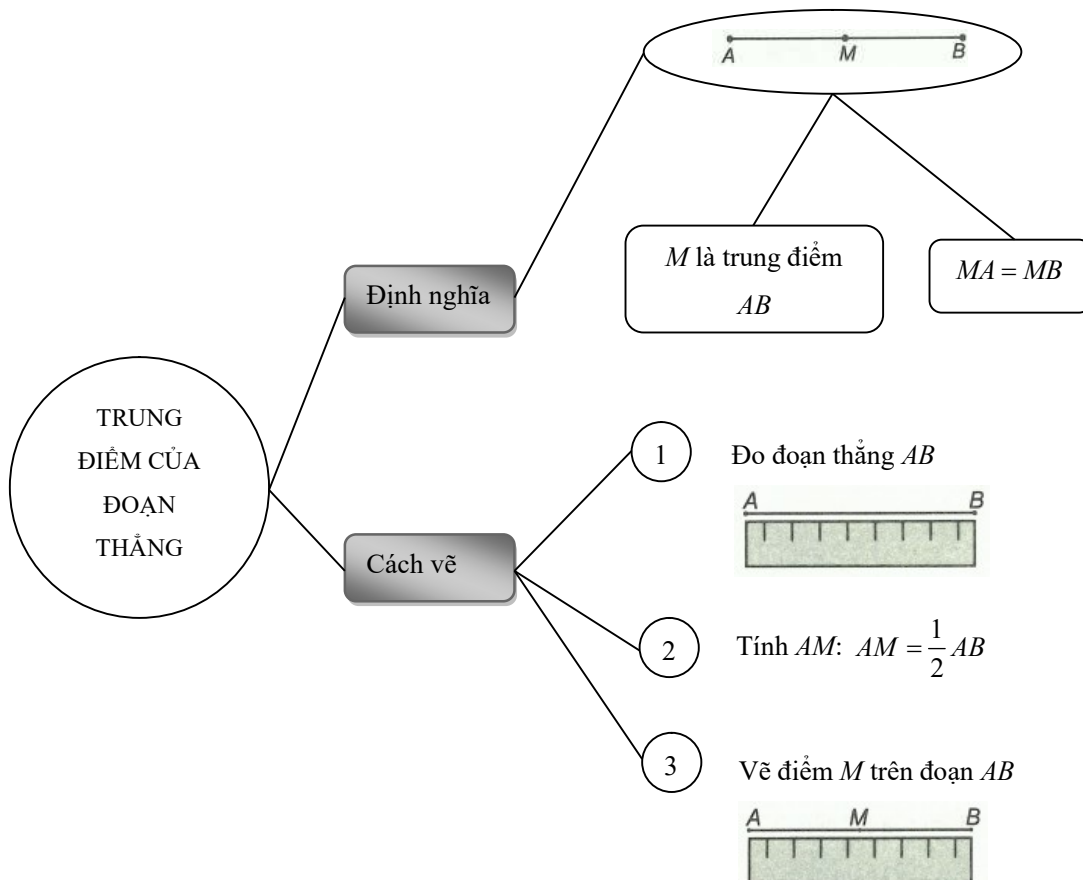
### Cách 2. Gấp giấy

Gấp giấy sao cho điểm  $A$  trùng với điểm  $B$ .

Nếp gấp cắt đoạn  $AB$  tại trung điểm  $M$  của  $AB$ .



## SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



## II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

### Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng

#### Phương pháp giải

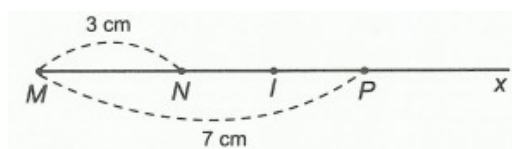
Áp dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng và công thức cộng độ dài hai đoạn thẳng.

- Nếu  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  thì  $MA = MB = \frac{AB}{2}$ .
- Nếu điểm  $M$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $B$  thì  $MA + MB = AB$ .

#### Ví dụ mẫu

**Ví dụ 1.** Trên tia  $Mx$  lấy hai điểm  $N$  và  $P$  sao cho  $MN = 3$  cm;  $MP = 7$  cm. Gọi  $I$  là trung điểm của  $NP$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MI$ .

#### Hướng dẫn giải



Trên tia  $Mx$ , ta có  $MP > MN$  nên điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Do vậy  $NP = MP - MN = 7 - 3 = 4$  cm.

$I$  là trung điểm của đoạn  $NP$  nên  $NI = IP = \frac{NP}{2} = 2$  cm.

Do  $N$  nằm giữa  $M$  và  $P$ ;  $I$  nằm giữa  $N$  và  $P$  nên  $N$  nằm giữa  $M$  và  $I$ .

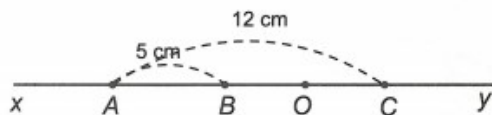
Khi đó ta có  $MI = MN + NI = 3 + 2 = 5$  cm.

Vậy  $MI = 5$  cm.

#### Ví dụ 2.

- Trên đường thẳng  $xy$  lấy ba điểm  $A, B, C$  theo thứ tự đó sao cho  $AB = 5$  cm;  $AC = 12$  cm. Tính  $BC$ .
- Gọi  $O$  là trung điểm của đoạn  $BC$ . Tính  $OB; OC; OA$ .

#### Hướng dẫn giải



- Trên đường thẳng  $xy$  lấy ba điểm  $A, B, C$  theo thứ tự đó nên điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ .

Khi đó  $BC = AC - AB = 12 - 5 = 7$  cm.

- Do  $O$  là trung điểm của  $BC$  nên  $OB = OC = \frac{BC}{2} = 3,5$  cm.

Do  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ ;  $O$  nằm giữa  $B$  và  $C$  nên  $B$  nằm giữa  $A$  và  $O$ .

Khi đó ta có  $AO = AB + BO = 5 + 3,5 = 8,5$  cm.

Vậy  $BO = CO = 3,5$  cm;  $AO = 8,5$  cm.

**Ví dụ 3.** Lấy ba điểm  $A, B, C$  trên đường thẳng  $xy$  sao cho  $AB = 10$  cm;  $AC = 6$  cm và  $BC = 16$  cm.

- Trong ba điểm  $A, B, C$  điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?

- b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Tính  $MC$ .  
 c) Gọi  $N$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CB$ . Tính  $CN$ .

**Hướng dẫn giải**



- a) Nhận xét thấy  $AB + AC = BC$  ( $10 + 6 = 16$ ) nên điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $B$  và  $C$ .  
 b)  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AC$  nên  $AM = MC = \frac{AC}{2} = 3$  cm.  
 c)  $N$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CB$  nên  $CN = BN = \frac{BC}{2} = 8$  cm.

**Ví dụ 4.** Trên đường thẳng  $xy$  lấy ba điểm  $A, B, C$  sao cho  $AB = 24$  cm;  $AC = 8$  cm và  $BC = 16$  cm.

- a) Trong ba điểm  $A, B, C$  điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?  
 b) Lấy điểm  $M$  thuộc  $xy$  sao cho  $A$  là trung điểm của  $BM$ . Tính  $BM$  và  $AM$ .

**Hướng dẫn giải**



- a) Nhận xét thấy  $AC + BC = AB$  ( $8 + 16 = 24$ ) nên điểm  $C$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $B$ .  
 b)  $A$  là trung điểm của  $MB$  nên  $AM = AB = \frac{MB}{2}$  mà  $AB = 24$  cm. Từ đó suy ra  $AM = 24$  cm;  
 $BM = 48$  cm.

**Bài tập tự luyện dạng 1**

**Bài tập cơ bản**

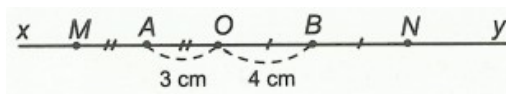
**Câu 1.** Trên tia  $Ox$  xác định hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = 4$  cm;  $OB = 8$  cm.

- a) Điểm  $A$  có nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$  không? Vì sao?  
 b) So sánh hai đoạn thẳng  $OA$  và  $AB$ .

**Câu 2.** Lấy ba điểm  $A, B, C$  trên đường thẳng  $xy$  sao cho  $AB = 8$  cm;  $AC = 6$  cm và  $BC = 14$  cm.

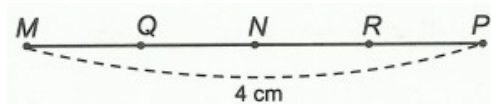
- a) Trong ba điểm  $A, B, C$  điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?  
 b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Tính  $MC$ .  
 c) Gọi  $N$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CB$ . Tính  $NA$ .

**Câu 3.** Trên đường thẳng  $xy$  lấy điểm  $O$  và hai điểm  $A, B$  sao cho  $OA = 3$  cm;  $OB = 4$  cm ( $A$  và  $B$  nằm khác phía đối với  $O$ ). Vẽ các điểm  $M$  và  $N$  trên đường thẳng  $xy$  sao cho  $A$  là trung điểm của  $OM$ ,  $B$  là trung điểm của  $ON$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MN$ .



**Bài tập nâng cao**

**Câu 4.** Cho đoạn thẳng  $MP = 4$  cm,  $N$  là điểm nằm giữa  $M$  và  $P$ . Gọi  $Q$  là trung điểm của  $MN$  và  $R$  là trung điểm của  $NP$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $QR$ .



**Câu 5.** Trên tia  $Ax$  lần lượt lấy ba điểm  $B, C, D$  sao cho  $CD = 2BC = 4AB$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn  $BD$ .

a) Điểm  $I$  có nằm giữa hai điểm  $B$  và  $C$  không? Vì sao?

b) Tính  $AI$  biết  $AD = 14$  cm.

## Dạng 2. Chứng minh một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng

### Phương pháp giải

Để chứng minh điểm  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  ta cần chứng minh

#### Cách 1.

+ Điểm  $M$  nằm giữa  $A$  và  $B$  (hoặc  $AM + MB = AB$ )

+  $MA = MB$

#### Cách 2.

Chứng minh  $MA = MB = \frac{AB}{2}$ .

### Ví dụ mẫu

**Ví dụ 1.** Cho hai tia đối nhau  $Ox$  và  $Ox'$ . Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $A$  sao cho  $OA = 2$  cm.

Trên tia  $Ox'$  lấy điểm  $B$  sao cho  $OB = 2$  cm. Hỏi  $O$  có là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  không? Vì sao?

#### Hướng dẫn giải



Hai điểm  $A$  và  $B$  thuộc hai tia đối nhau  $Ox$  và  $Ox'$  nên điểm  $O$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $B$ .

Lại có  $OA = OB = 2$  cm.

Do đó  $O$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

**Ví dụ 2.** Trên tia  $Ox$  xác định hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = 3$  cm;  $OB = 6$  cm.

a) Điểm  $A$  có nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$  không? Vì sao?

b) So sánh hai đoạn thẳng  $OA$  và  $AB$ .

c) Điểm  $A$  có là trung điểm của đoạn thẳng  $OB$  không? Vì sao?

#### Hướng dẫn giải



a) Trên tia  $Ox$  ta có  $OA < OB$  ( $3 < 6$ ) nên điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$ .

b) Do điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$  nên ta có  $OA + AB = OB$  suy ra  $AB = OB - OA = 6 - 3 = 3$  (cm).

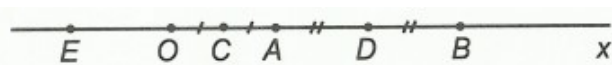
Vậy  $OA = AB$ .

c) Theo câu a) và câu b), điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$ ;  $OA = AB$  nên điểm  $A$  là trung điểm của đoạn thẳng  $OB$ .

**Ví dụ 3.** Trên tia  $Ox$  lấy hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = 2$  cm;  $OB = 6$  cm.

- a) Trong ba điểm  $A, B, O$  điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao? Tính  $AB$ .
- b) Gọi  $C$  và  $D$  lần lượt là trung điểm của  $OA$  và  $AB$ . Tính  $AD; CD$ .
- c) Lấy điểm  $E$  sao cho  $O$  là trung điểm của  $AE$ . Hỏi  $A$  có là trung điểm của  $BE$  không? Tại sao?

**Hướng dẫn giải**



- a) Trên tia  $Ox$  ta có  $OA < OB$  ( $2 < 6$ ) nên điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$ .

Khi đó ta có  $OA + AB = OB$  suy ra  $AB = OB - OA = 6 - 2 = 4$  (cm).

- b)  $D$  là trung điểm của  $AB$  nên  $AD = DB = \frac{AB}{2} = 2$  (cm).

$C$  là trung điểm của  $OA$  nên  $CO = CA = \frac{OA}{2} = 1$  (cm).

Do  $C$  nằm giữa  $O$  và  $A$ ;  $D$  nằm giữa  $A$  và  $B$ ;  $A$  nằm giữa  $O$  và  $B$  nên điểm  $A$  nằm giữa  $C$  và  $D$ .

Khi đó ta có  $CA + AD = CD$  hay  $CD = CA + AD = 1 + 2 = 3$  (cm).

- c)  $O$  là trung điểm của  $AE$  nên  $AE = 2OA = 2 \cdot 2 = 4$  (cm).

$O$  là trung điểm của  $AE$  nên điểm  $E$  và  $O$  nằm cùng phía so với điểm  $A$  (1).

Theo câu a) điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$  nên hai điểm  $O$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $A$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra hai điểm  $E$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $A$ .

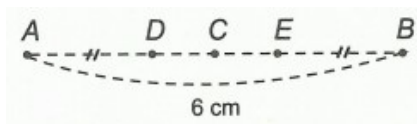
Do vậy  $A$  nằm giữa  $E$  và  $B$ .

Lại có  $AE = AB = 4$  cm.

Do đó  $A$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BE$ .

**Ví dụ 4.** Cho đoạn thẳng  $AB$  dài 6 cm. Gọi  $C$  là trung điểm của  $AB$ . Lấy hai điểm  $D$  và  $E$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AD = BE = 2$  cm. Chứng tỏ rằng  $C$  là trung điểm của  $DE$ .

**Hướng dẫn giải**



$C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  nên  $CA = CB = \frac{AB}{2} = 3$  (cm).

Điểm  $D$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  nên thuộc tia  $AB$ .

Trên tia  $AB$ , có  $AD < AC$  ( $2 < 3$ ) nên điểm  $D$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ .

Do đó  $CD = AC - AD = 3 - 2 = 1$  (cm).

Trên tia  $BA$ , có  $BE < BC$  ( $2 < 3$ ) nên điểm  $E$  nằm giữa hai điểm  $B$  và  $C$ .

Do đó  $CE = BC - BE = 3 - 2 = 1$  (cm).

Do điểm  $D$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$  nên  $A$  và  $D$  nằm cùng phía so với điểm  $C$  (1).

Do điểm  $E$  nằm giữa hai điểm  $B$  và  $C$  nên  $B$  và  $E$  nằm cùng phía so với điểm  $C$  (2).

Do điểm  $C$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $B$  nên  $A$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $C$  (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra hai điểm  $D$  và  $E$  nằm khác phía so với điểm  $C$ .

Hay điểm  $C$  nằm giữa hai điểm  $D$  và  $E$ .

Theo trên,  $CD = CE = 1$  (cm).

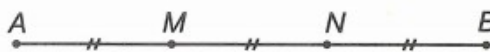
Vậy  $C$  là trung điểm của  $DE$ .

**Ví dụ 5.** Lấy hai điểm  $M, N$  rồi lấy điểm  $A$  sao cho  $M$  là trung điểm của  $AN$ . Lấy điểm  $B$  sao cho  $N$  là trung điểm của  $MB$ .

a) Chứng tỏ  $AB = 3MN$ .

b) Gọi  $H$  là trung điểm của  $MN$ . Vì sao  $H$  cũng là trung điểm của  $AB$ ?

**Hướng dẫn giải**



a) Do  $M$  là trung điểm của  $AN$  nên  $AN = AM + MN = 2MN$ .

Do  $N$  là trung điểm của  $MB$  nên  $MN = NB$ .

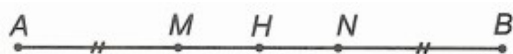
$M$  nằm giữa  $A$  và  $N$  nên  $A$  và  $M$  nằm cùng phía so với điểm  $N$  (1).

$N$  nằm giữa  $M$  và  $B$  nên  $M$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $N$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $A$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $N$ .

Khi đó  $AB = AN + NB = 2MN + MN = 3MN$ .

b)



$H$  là trung điểm của  $MN$  nên  $H$  nằm giữa  $M, N$  và  $MH = NH$ .

$H$  nằm giữa  $M$  và  $N$  nên  $H$  nằm giữa  $A$  và  $B$ .

Chúng minh được điểm  $M$  nằm giữa  $A$  và  $H$  nên  $AH = AM + HM$ ;  $N$  nằm giữa hai điểm  $B$  và  $H$  nên  $BH = BN + NH$ .

Lại có  $BN = AM (= MN)$  và  $MH = NH$ . Do vậy  $AH = BH$ .

Từ đó suy ra  $H$  là trung điểm của  $AB$ .

## Bài tập tự luyện dạng 2

### Bài tập cơ bản

**Câu 1.** Trên tia  $Ax$  vẽ các đoạn thẳng  $AB = 3$  cm;  $AC = 5$  cm.

a) Trong ba điểm  $A, B, C$  điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?

b) Tính độ dài đoạn thẳng  $BC$ .

c) Trên tia đối của tia  $Bx$ , lấy điểm  $D$  sao cho  $BD = 2$  cm.

Hỏi  $B$  có là trung điểm của đoạn thẳng  $CD$  không? Vì sao?

**Câu 2.** Trên đoạn thẳng  $AB$  dài 8 cm, lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = 4$  cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng  $MB$ .

b) Điểm  $M$  có phải là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  không? Vì sao?

c) Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $K$  sao cho  $AK = 4$  cm. So sánh  $MK$  với  $AB$ .

**Câu 3.** Trên đoạn thẳng  $AB = 12$  cm lấy điểm  $C$  sao cho  $AC = 6$  cm.

- a) Điểm  $C$  có là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  không? Vì sao?
- b) Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $CB$ . Tính  $MN$ .

**Câu 4.** Trên tia  $Ox$  lấy hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = 7$  cm;  $OB = 3$  cm.

- a) Tính  $AB$ .
- b) Trên tia  $Ox$  lấy  $OC = 5$  cm. Trong ba điểm  $A, B, C$  điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Tính  $BC, CA$ .
- c) Điểm  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng nào?

**Câu 5.** Trên đoạn thẳng  $AB = 8$  cm lấy điểm  $C$  sao cho  $AC = 4$  cm.

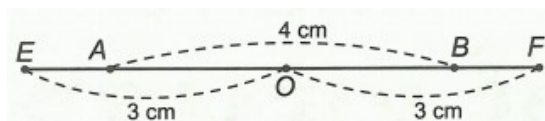
- a) Điểm  $C$  có là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  không? Vì sao?
- b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Trên tia đối của tia  $AB$ , lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = 2$  cm. Chứng minh  $D$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AM$ .
- c) Gọi  $N$  là trung điểm của  $CB$ . Chứng minh  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ .
- d) Tính  $MN$ .

**Câu 6.** Cho hai điểm  $M, N$  thuộc tia  $Ox$  sao cho  $OM = 2$  cm;  $ON = 5$  cm. Điểm  $P$  thuộc tia đối của tia  $Ox$  sao cho  $OP = 3$  cm.

- a) Điểm  $M$  có nằm giữa hai điểm  $O$  và  $N$  không? Tại sao? Tính  $MN$ .
- b) So sánh  $MN$  và  $OP$ .
- c) Gọi  $I$  là trung điểm của  $OM$ . Tính  $IO$  và  $IP$ .
- d) Điểm  $I$  có là trung điểm của  $NP$  không? Tại sao?

### Bài tập nâng cao

**Câu 7.** Cho đoạn  $AB = 4$  cm. Gọi  $O$  là trung điểm của  $AB$ . Trên tia  $OA$  lấy điểm  $E$ , trên tia  $OB$  lấy điểm  $F$  sao cho  $OE = OF = 3$  cm. Chứng minh rằng  $O$  là trung điểm của  $EF$  và  $AE = BF$ .



**Câu 8.** Lấy hai điểm  $M, N$  rồi lấy điểm  $A$  sao cho  $M$  là trung điểm của  $AN$ . Lấy điểm  $B$  sao cho  $N$  là trung điểm của  $MB$ . Chứng tỏ  $AB = 3MN$ .



## ĐÁP ÁN

### Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng

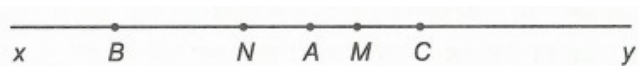
#### Bài tập cơ bản

##### Câu 1.



- a) Trên tia  $Ox$  ta có  $OA < OB$  ( $4 < 8$ ) nên điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$ .
- b) Do điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$  nên ta có  $OA + AB = OB$  suy ra  $AB = OB - OA = 8 - 4 = 4$  (cm).  
Vậy  $OA = AB$ .

##### Câu 2.



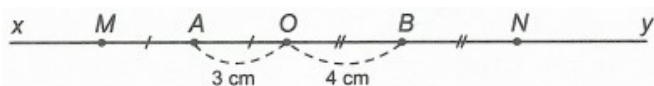
- a) Nhận xét thấy  $AB + AC = BC$  ( $10 + 6 = 16$ ) nên điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $B$  và  $C$ .
- b)  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AC$  nên  $AM = MC = \frac{AC}{2} = 3$  cm.
- c)  $N$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CB$  nên  $CN = BN = \frac{CB}{2} = 8$  cm.

Hai điểm  $A$  và  $N$  đều thuộc đoạn  $CB$  nên chúng cùng thuộc tia  $CB$ .

Lại có  $CA < CN$  ( $6 < 8$ ) nên điểm  $A$  nằm giữa hai điểm  $C$  và  $N$ .

Do đó  $AN + AC = NC$  hay  $AN = NC - AC = 8 - 6 = 2$  (cm).

##### Câu 3.



$A$  là trung điểm của  $OM$  nên  $OM = 2OA = 6$  (cm).

$B$  là trung điểm của  $ON$  nên  $ON = 2OB = 8$  (cm).

$A$  nằm giữa  $O$  và  $M$  nên  $A$  và  $M$  nằm cùng phía so với điểm  $O$  (1).

$B$  nằm giữa  $O$  và  $N$  nên  $B$  và  $N$  nằm cùng phía so với điểm  $O$  (2).

$A$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $O$  (3).

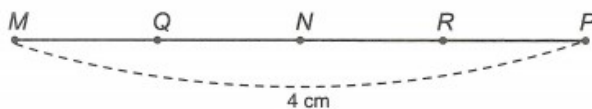
Từ (1), (2) và (3) suy ra  $M$  và  $N$  nằm khác phía so với điểm  $O$ .

Khi đó ta có  $OM + ON = MN$  hay  $MN = OM + ON = 6 + 8 = 14$  (cm).

Vậy  $MN = 14$  cm.

#### Bài tập nâng cao

##### Câu 4.



$N$  nằm giữa  $M$  và  $P$  nên  $MN + NP = MP = 4$  (cm).

$Q$  là trung điểm của  $MN$  nên  $QN = \frac{1}{2}MN$ .

$R$  là trung điểm của  $NP$  nên  $NR = \frac{1}{2}NP$ .

Từ đó suy ra  $QN + NR = \frac{1}{2}(MN + NP) = \frac{1}{2}.4 = 2$  (cm).

$Q$  nằm giữa  $M$  và  $N$  nên  $M, Q$  nằm cùng phía so với điểm  $N$  (1).

$R$  nằm giữa  $N$  và  $P$  nên  $R$  và  $P$  nằm cùng phía so với điểm  $N$  (2).

Mặt khác,  $N$  nằm giữa  $M$  và  $P$  nên  $M$  và  $P$  nằm khác phía so với điểm  $N$  (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $R$  và  $Q$  nằm khác phía so với điểm  $N$  hay  $N$  nằm giữa  $R$  và  $Q$ .

Khi đó ta có  $QR = QN + NR = 2$  (cm).

### Câu 5.

a)



Trên tia  $Ax$  lần lượt lấy ba điểm  $B, C, D$  nên  $C$  nằm giữa  $B$  và  $D$ .

Theo giả thiết,  $CD = 2BC$  suy ra  $BD = BC + CD = 3BC$  hay  $BC = \frac{1}{3}BD$ .

$I$  là trung điểm của  $BD$  nên  $I$  nằm giữa  $B$  và  $D$  và  $BI = \frac{1}{2}BD$ .

Hai điểm  $C$  và  $I$  cùng thuộc tia  $BD$ ,  $BI > BC$  nên điểm  $C$  nằm giữa hai điểm  $B$  và  $I$ .

b) Theo giả thiết  $AD = AB + BD = AB + 3BC = AB + 6AB = 7AB$ . Suy ra  $AB = 2$  cm và  $BD = 12$  cm.

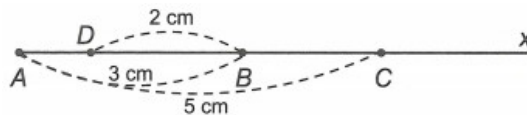
Từ đó ta tính được  $BI = 6$  cm.

Suy ra  $AI = AB + BI = 2 + 6 = 8$  cm.

### Dạng 2. Chứng minh một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng

#### Bài tập cơ bản

##### Câu 1.



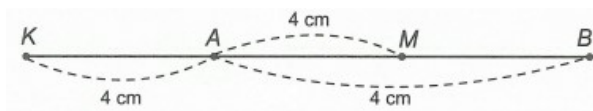
a) Trên tia  $Ax$ , ta có  $AB < AC$  ( $3 < 5$ ) nên điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ .

b) Ta có  $BC = AC - AB = 5 - 3 = 2$  (cm).

c)  $C$  thuộc tia  $Bx$ ,  $D$  thuộc tia đối của tia  $Bx$  nên  $B$  nằm giữa  $C$  và  $D$ .

Lại có  $BD = BC$  ( $= 2$  cm) nên  $B$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CD$ .

##### Câu 2.



- a) Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AB$  nên  $M$  nằm giữa  $A$  và  $B$ . Do đó  $MB = AB - AM = 8 - 4 = 4$  (cm).  
b)  $M$  nằm giữa  $A$  và  $B$ ;  $MB = AM$  ( $= 4$  cm) nên  $M$  là trung điểm của đoạn  $AB$ .  
c)  $K$  thuộc tia đối của tia  $AB$  nên  $A$  nằm giữa  $M$  và  $K$ .

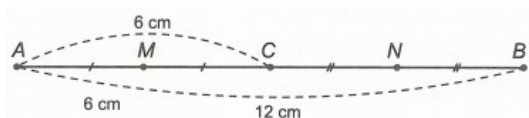
Khi đó  $MK = MA + AK = 4 + 4 = 8$  (cm).

Do vậy  $MK = AB$ .

### Câu 3.

Trên đoạn thẳng  $AB = 12$  cm lấy điểm  $C$  sao cho  $AC = 6$  cm.

- c) Điểm  $C$  có là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  không? Vì sao?  
d) Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $CB$ . Tính  $MN$ .



- a) Trên đoạn thẳng  $AB$ , ta có  $AC < AB$  ( $6 < 12$ ) nên điểm  $C$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $B$ .

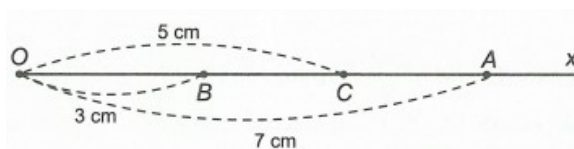
Lại có  $AC = \frac{1}{2} AB$  nên điểm  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

- b)  $M$  là trung điểm của  $AC$  nên  $MC = \frac{1}{2} AC = 3$  cm.

$N$  là trung điểm của  $BC$  nên  $CN = \frac{1}{2} CB = 3$  cm.

Từ đó ta tính được  $MN = MC + CN = 3 + 3 = 6$  (cm).

### Câu 4.



- a) Trên tia  $Ox$  có  $OB < OA$  ( $3 < 7$ ) nên điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $A$ .

Khi đó  $AB = OA - OB = 7 - 3 = 4$  (cm).

- b) Trên tia  $Ox$  có  $OC < OA$  ( $5 < 7$ ) nên điểm  $C$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $A$  hay hai điểm  $O$  và  $A$  nằm khác phía so với điểm  $C$  (1).

Trên tia  $Ox$  có  $OB < OC$  ( $3 < 5$ ) nên điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $C$  hay hai điểm  $O$  và  $B$  nằm cùng phía so với điểm  $C$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $A$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $C$ .

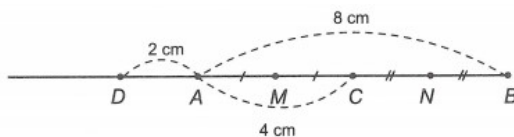
Do đó  $C$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $B$ .

$C$  nằm giữa  $O$  và  $A$  nên  $AC = OA - OC = 7 - 5 = 2$  (cm).

$B$  nằm giữa  $O$  và  $C$  nên  $BC = OC - OB = 5 - 3 = 2$  (cm).

c) Theo câu b),  $C$  nằm giữa  $A$  và  $B$ ;  $AC = BC (= 2$  cm) nên  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

### Câu 5.



a)  $C$  thuộc đoạn  $AB$  nên  $C$  nằm giữa  $A$  và  $B$ . Do đó  $BC = AB - AC = 8 - 4 = 4$  (cm).

Suy ra  $AC = BC (= 4$  cm).

Vậy  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

b)  $M$  là trung điểm của  $AC$  nên  $M$  thuộc đoạn  $AB$ .  $D$  thuộc tia đối của tia  $AB$  nên  $A$  nằm giữa  $D$  và  $M$ .

$M$  là trung điểm của  $AC$  nên  $AM = MC = \frac{1}{2} AC = 2$  (cm).

Từ đó,  $A$  nằm giữa  $D$  và  $M$ ;  $AD = AM (= 2$  cm) nên  $A$  là trung điểm của  $DM$ .

c)  $N$  là trung điểm của  $CB$  nên  $CN = \frac{1}{2} CB = 2$  (cm).

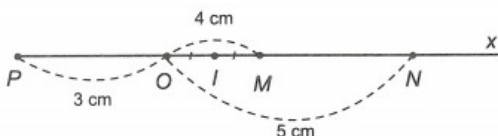
Chúng minh được  $C$  nằm giữa  $M$  và  $N$ .

Ta có  $C$  nằm giữa  $M$  và  $N$ ;  $MC = NC (= 2$  cm) nên  $C$  là trung điểm của  $MN$ .

d) Do  $C$  là trung điểm của  $MN$  nên  $MN = MC + NC = 2 + 2 = 4$  (cm).

Vậy  $MN = 4$  cm.

### Câu 6.



a) Hai điểm  $M, N$  cùng thuộc tia  $Ox$  và  $OM < ON (2 < 5)$  nên điểm  $M$  nằm giữa hai điểm  $O$  và  $N$ .

Khi đó  $OM + MN = ON$  hay  $MN = ON - OM = 5 - 2 = 3$  (cm).

b)  $MN = OP = 3$  cm.

c)  $I$  là trung điểm của  $OM$  nên  $IO = IM = \frac{OM}{2} = 1$  (cm).

$I$  là trung điểm của  $OM$  nên  $I$  thuộc tia  $Ox$ .  $P$  thuộc tia đối của tia  $Ox$  nên  $O$  nằm giữa  $I$  và  $P$ .

Khi đó ta có  $OP + OI = IP$  hay  $IP = OP + OI = 3 + 1 = 4$  (cm).

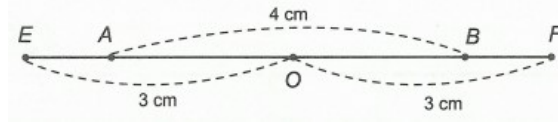
d)  $O$  và  $N$  nằm khác phía so với điểm  $I$ ;  $O$  và  $P$  nằm cùng phía so với điểm  $I$  nên  $N$  và  $P$  nằm khác phía so với điểm  $I$ .

Ta tính được  $IN = 4$  cm.

Do vậy  $IP = IN (= 4$  cm).

Vậy  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $NP$ .

### Bài tập nâng cao

**Câu 7.**

$O$  là trung điểm của  $AB$  nên  $OA$  và  $OB$  là hai tia đối của nhau.

$E, F$  thuộc hai tia đối nhau gốc  $O$  nên  $O$  nằm giữa  $E$  và  $F$ .

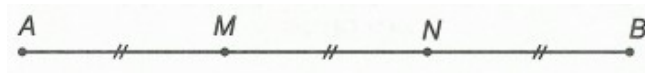
Mặt khác theo giả thiết,  $OE = OF = 3 \text{ cm}$  suy ra  $O$  là trung điểm của  $EF$ .

$O$  là trung điểm của  $AB$  nên  $OA = OB = \frac{AB}{2} = 2 \text{ (cm)}$ .

Trên tia  $OA$  có  $OA < OE (2 < 3)$  nên  $A$  nằm giữa  $O$  và  $E$ . Từ đó  $AE = OE - OA = 1 \text{ (cm)}$ .

Trên tia  $OB$  có  $OB < OF (2 < 3)$  nên  $B$  nằm giữa  $O$  và  $F$ . Từ đó  $BF = OF - OB = 1 \text{ (cm)}$ .

Vậy  $AE = BF$ .

**Câu 8.**

Do  $M$  là trung điểm của  $AN$  nên  $AN = AM + MN = 2MN$ .

Do  $N$  là trung điểm của  $MB$  nên  $MN = NB$ .

$M$  nằm giữa  $A$  và  $N$  nên  $A$  và  $M$  nằm cùng phía so với điểm  $N$  (1).

$N$  nằm giữa  $M$  và  $B$  nên  $M$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $N$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $A$  và  $B$  nằm khác phía so với điểm  $N$ .

Khi đó  $AB = AN + NB = 2MN + MN = 3MN$ .