

BÀI 7. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG

DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 3, CHO 5 VÀ CHO 9

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Hiểu quan hệ chia hết, các tính chất chia hết của một tổng, một hiệu.
- + Nắm được các dấu hiệu chia hết cho 2, cho 3, cho 5 và cho 9.

❖ Kỹ năng

- + Nhận biết được một biểu thức có chia hết cho một số mà không cần tính giá trị của biểu thức đó.
- + Sử dụng đúng các kí hiệu chia hết và không chia hết.
- + Vận dụng thành thạo các dấu hiệu chia hết cho 2, cho 3, cho 5 và cho 9 để xác định một số đã cho có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 và cho 9 hay không.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Quan hệ chia hết

Số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b (khác 0) nếu có số tự nhiên k sao cho $a = b.k$.

- Nếu a chia hết cho b , ta kí hiệu $a \vdots b$.
- Nếu a không chia hết cho b , ta kí hiệu $a \nmid b$.

2. Tính chất chia hết của một tổng

Tính chất 1

Nếu tất cả các số hạng của một tổng đều chia hết cho cùng một số thì tổng chia hết cho số đó

$$a \vdots m, b \vdots m, c \vdots m \Rightarrow (a + b + c) \vdots m$$

Ví dụ.

$12 \vdots 6$ và $24 \vdots 6$ suy ra $(12 + 24) \vdots 6$
 $(24 - 12) \vdots 6$.

Tính chất 2

Nếu chỉ có một số hạng của tổng không chia hết cho một số, các số hạng còn lại đều chia hết cho số đó thì tổng không chia hết cho số đó.

$$a \nmid m, b \vdots m, c \vdots m \Rightarrow (a + b + c) \nmid m$$

$10 \vdots 5, 30 \vdots 5$ nhưng $7 \nmid 5$ nên $(10 + 30 + 7) \nmid 5$.

3. Dấu hiệu chia hết cho 2, cho 3, cho 5 và cho 9

Ví dụ.

- Các số có chữ số tận cùng là chữ số chẵn thì chia hết cho 2 và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.

- Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

- Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3 và chỉ những số đó mới chia hết cho 3.

- Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và chỉ những số đó mới chia hết cho 9.

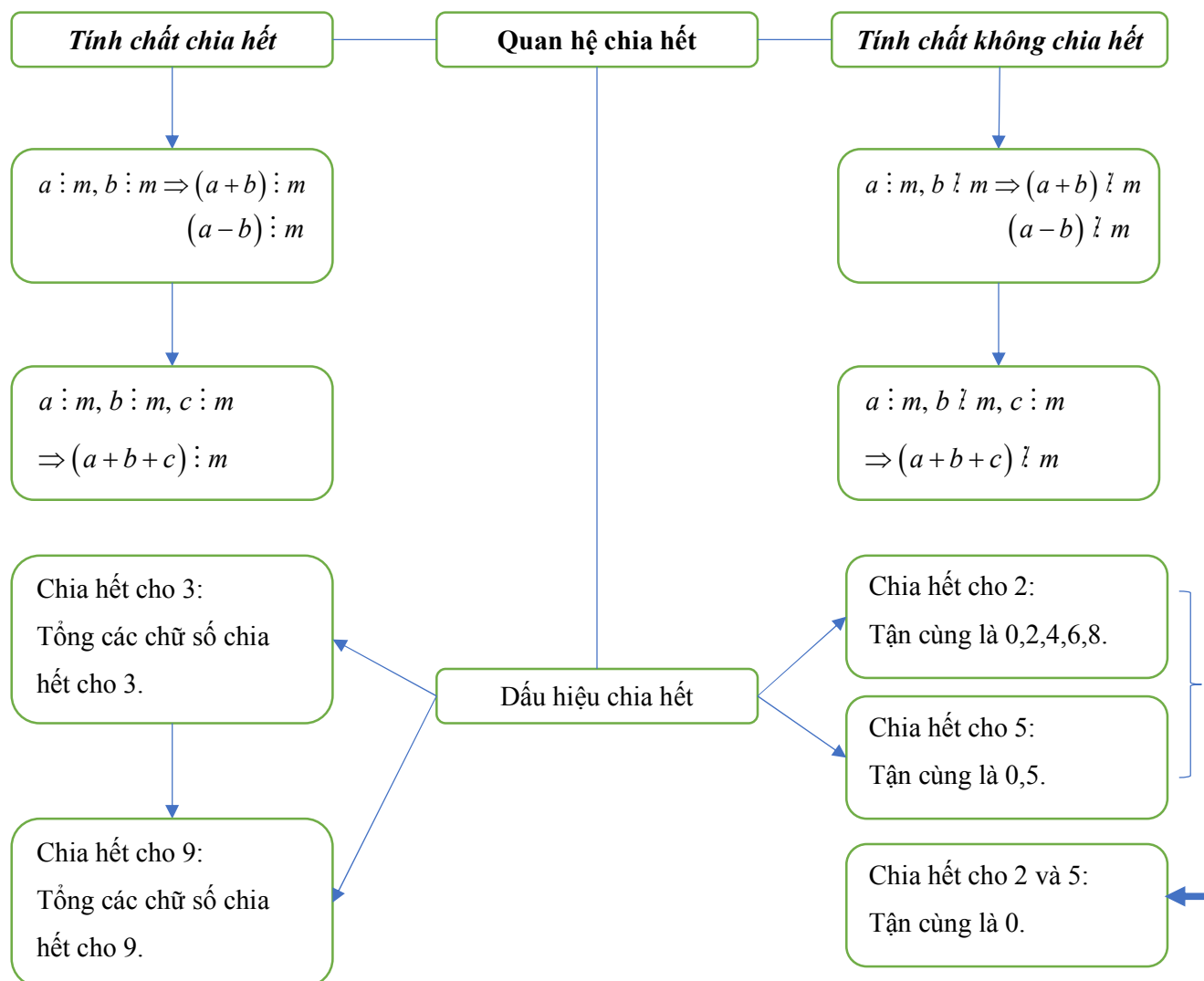
$32; 240; 144; 12346$ chia hết cho 2.

$35; 1030$ chia hết cho 5.

$2514 \vdots 3$ vì $2 + 5 + 1 + 4 = 12 \vdots 3$.

$126 \vdots 9$ vì $1 + 2 + 6 = 9 \vdots 9$.

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Xét tính chia hết hay không chia hết

🔧 Phương pháp giải

+ Sử dụng dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5, cho 3 và cho 9.

+ Sử dụng tính chất chia hết của tổng, của hiệu.

Ví dụ.

$$6 : 3, 9 : 3 \text{ và } 12 : 3 \Rightarrow (6 + 9 + 12) : 3$$

$$7 \nmid 3, 9 : 3 \text{ và } 12 : 3 \Rightarrow (7 + 9 + 12) \nmid 3.$$

$$a : m, b : m \text{ và } c : m \Rightarrow (a + b + c) : m$$

$$a \nmid m, b : m \text{ và } c : m \Rightarrow (a + b + c) \nmid m$$

🔧 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Không tính tổng, hãy xét xem:

a) $27 + 81 + 63$ có chia hết cho 3 không?

- b) $21 + 49 + 32$ có chia hết cho 7 không?
 c) $45 + 99 + 180$ có chia hết cho 9 không?
 d) $125 + 350 - 234$ có chia hết cho 5 không?

Hướng dẫn giải

- a) Vì $27 : 3$, $81 : 3$ và $63 : 3$ nên tổng $(27 + 81 + 63) : 3$.
 b) Vì $21 : 7$, $49 : 7$ nhưng $32 \nmid 7$, do đó tổng $(21 + 49 + 32) \nmid 7$.
 c) Vì $45 : 9$, $99 : 9$ và $180 : 9$ nên tổng $(45 + 99 + 180) : 9$.
 d) Vì $125 : 5$, $350 : 5$, nhưng $234 \nmid 5$ nên tổng $(125 + 350 + 234) \nmid 5$.

Ví dụ 2. Không thực hiện phép tính, hãy chứng tỏ:

- a) 39.2020 chia hết cho 13;
 b) 2010.2011 chia hết cho 3;
 c) 1411.2002 chia hết cho 17.

Hướng dẫn giải

- a) Ta có $39.2020 = 13.3.2020$ chia hết cho 13 (theo định nghĩa).
 b) Ta có $2010 : 3$ (theo dấu hiệu chia hết cho 3) nên tích 2010.2011 chia hết cho 3.
 c) Ta có: $1411.2002 = 17.83.2002$ chia hết cho 17 (theo định nghĩa).

Ví dụ 3. Cho các số: 115; 234; 560; 228; 117; 630; 738.

- a) Những số nào chia hết cho 2?
 b) Những số nào chia hết cho 3?
 c) Những số nào chia hết cho 5?
 d) Những số nào chia hết cho 9?

Hướng dẫn giải

- a) Những số chia hết cho 2 là: 234; 560; 228; 630; 738 (vì có tận cùng là chữ số chẵn).
 b) Những số chia hết cho 3 là: 234; 228; 117; 630; 738 (vì tổng các chữ số của chúng chia hết cho 3).
 c) Những số chia hết cho 5 là: 115; 560; 630 (vì có tận cùng là 0 hoặc 5).
 d) Những số chia hết cho 9 là: 234; 117; 630; 738 (vì tổng các chữ số của chúng chia hết cho 9).

Ví dụ 4. Một số tự nhiên a chia cho 15, được số dư là 5. Hỏi số a có chia hết cho 3 và cho 5 không?

Hướng dẫn giải

Số tự nhiên a chia cho 15, dư 5 nên a có dạng là $a = 15k + 5$ (với $k \in \mathbb{N}$). + *Viết dạng tổng quát của số tự nhiên a chia cho 15, dư 5.*

Ta thấy $15k$ chia hết cho 3 và cho 5. Mà 5 chia hết cho 5, nhưng không chia hết cho 3. + *Dùng tính chất chia hết của một tổng để xét xem a có chia hết cho 3 và cho 5 hay không.*

Do đó $(15k + 5) : 5$ và $(15k + 5) \nmid 3$.

Vậy a chia hết cho 5 và không chia hết cho 3.

Ví dụ 5. Tìm số dư khi chia mỗi số sau cho 9 và cho 3:

145; 1378; 2456; 2789; 3568.

Hướng dẫn giải

Ta có: $1 + 4 + 5 = 10$. Số 10 chia cho 3 và cho 9 đều dư 1, nên 145 chia cho 3 và cho 9 có cùng số dư là 1.

$1 + 3 + 7 + 8 = 19$. Số 19 chia cho 3 và cho 9 đều dư 1, nên 1378 chia cho 3 và cho 9 có cùng số dư là 1.

$2 + 4 + 5 + 6 = 17$. Số 17 chia cho 3 dư 2, chia cho 9 dư 8. Vậy 2456 chia cho 3 dư 2 và chia cho 9 dư 8.

Tương tự, 2789 chia cho 3 dư 2 và chia cho 9 dư 8.

3568 chia cho 3 dư 1 và chia cho 9 dư 4.

Một số có tổng các chữ số chia cho 3 (cho 9) dư m thì số đó chia cho 3 (cho 9) cũng dư m .

Ví dụ 6. Tổng (hiệu) sau có chia hết cho 3, cho 9 không?

a) $10^{20} + 2$;

b) $10^{100} - 1$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $10^{20} + 2 = \underbrace{100\dots00}_{20 \text{ chữ số } 0} + 2 = \underbrace{100\dots02}_{19 \text{ chữ số } 0}$ có tổng các chữ số bằng 3

nên $10^{20} + 2$ chia hết cho 3 và không chia hết cho 9.

b) Ta có: $10^{100} - 1 = \underbrace{100\dots00}_{100 \text{ chữ số } 0} - 1 = \underbrace{99\dots99}_{99 \text{ chữ số } 9}$ chia hết cho cả 3 và 9.

Dựa vào dấu hiệu chia hết cho 3 và cho 9, ta cần tính xem tổng (hiệu) trên có tổng các chữ số bằng bao nhiêu?

Lưu ý rằng:

$10^n = \underbrace{100\dots00}_{n \text{ chữ số } 0}$ có tổng các

chữ số bằng 1.

Tổng quát: $10^n - 1 \vdots 9$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Bài tập cơ bản

Câu 1. Điền dấu “x” vào ô thích hợp:

	$\vdots 2$	$\vdots 3$	$\vdots 5$	$\vdots 9$
$A = 126 - 48$				
$B = 108 + 468 - 72$				
$C = 75 + 45 - 99$				
$D = 2.3.4.5 - 60$				

Câu 2. Cho các số: 234; 560; 789; 990; 1045; 2436. Điền số thích hợp vào chỗ chấm.

a) Các số chia hết cho 2 là:

b) Các số chia hết cho 3 là:

c) Các số chia hết cho 5 là:

d) Các số chia hết cho 9 là:

Câu 3. Xét xem tổng $66a + 39b + 63c$ có chia hết cho 3 hay không?

Câu 4. Áp dụng tính chất chia hết, xét xem tổng (hiệu) nào sau đây chia hết cho 7?

- a) $49 + 51 - 7$; b) $14.24 - 42$; c) $35 + 84 + 105$; d) $5.7 + 56 - 36$.

Câu 5. Không thực hiện phép tính, hãy xét xem:

- a) $7 + 128$ có chia hết cho 7 không?
b) $6 + 24 + 180 + 738$ có chia hết cho 6 không?
c) $24 + 18 - 8$ có chia hết cho 8 không?
d) $33 + 121 + 144$ có chia hết cho 11 không?

Câu 6. Điền dấu “x” vào ô trống thích hợp và giải thích:

Câu	Đúng	Sai
a) $36 + 16 - 24$ chia hết cho 4.		
b) $4.12 - 12 + 6$ không chia hết cho 6.		
c) $30 - 8 + 16$ chia hết cho 8.		
d) $45 + 63 - 18 + 27$ chia hết cho 9.		

Câu 7. Một số tự nhiên a chia cho 30, được số dư là 18.

- a) Hãy biểu diễn số a .
b) Hỏi a có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 và cho 6 không?

Câu 8. Một số tự nhiên chia cho 45 dư 20. Hỏi số đó có chia hết cho 5 và cho 15 không?

Câu 9. Gọi m là số dư của a khi chia cho 9. Điền vào ô trống:

a	15	87	100	123	576
m					

Bài tập nâng cao

Câu 10. Tổng (hiệu) sau có chia hết cho 3 và cho 9 không?

- a) $10^{2019} + 3$; b) $10^{2002} - 1$.

Câu 11.

- a) Tổng $10^{15} + 8$ có chia hết cho 9 và cho 2 không?
b) Tổng $10^{2010} + 8$ có chia hết cho 9 không?
c) Tổng $10^{2020} + 14$ có chia hết cho 3 và cho 2 không?
d) Hiệu $10^{2020} - 4$ có chia hết cho 3 không?

Đáp án

Câu 1.

	: 2	: 3	: 5	: 9
$A = 126 - 48$	x	x		
$B = 108 + 468 - 72$	x	x		x
$C = 75 + 45 - 99$		x		

$D = 2.3.4.5 - 60$	x	x	x	
--------------------	---	---	---	--

Câu 2.

- a) Các số chia hết cho 2 là: 234; 560; 990; 2436.
- b) Các số chia hết cho 3 là: 234; 789; 990; 2436.
- c) Các số chia hết cho 5 là: 560; 990; 1045.
- d) Các số chia hết cho 9 là: 234; 990.

Câu 3.

Vì $66a : 3$, $39b : 3$ và $63c : 3$ nên tổng $66a + 39b + 63c$ chia hết cho 3.

Câu 4.

- a) $49 + 51 - 7$ không chia hết cho 7 vì có $51 \not\vdots 7$.
- b) Ta có: $14.24 : 7$ và $42 : 7$ nên hiệu $14.24 - 42$ chia hết cho 7.
- c) Tổng $35 + 84 + 105$ chia hết cho 7 vì cả ba số 35; 84 và 105 đều chia hết cho 7.
- d) Tổng $5.7 + 56 - 36$ không chia hết cho 7 vì $5.7 : 7$; $56 : 7$ và $36 \not\vdots 7$.

Câu 5.

- a) Ta có: $7 + 128$ không chia hết cho 7 (vì có $128 \not\vdots 7$).
- b) Ta có: $6 + 24 + 180 + 738$ chia hết cho 6 (vì tất cả các số hạng của tổng đều chia hết cho 6).
- c) Ta có: $24 + 18 - 8$ không chia hết cho 8 (vì $24 : 8$, $8 : 8$ và $18 \not\vdots 8$).
- d) Ta có: $33 + 121 + 144$ không chia hết cho 11 (vì $33 : 11$, $121 : 11$ và $144 \not\vdots 11$).

Câu 6.

- a) Đúng vì các số hạng của tổng đều chia hết cho 4.
- b) Sai vì các số hạng của tổng đều chia hết cho 6, nên tổng phải chia hết cho 6.
- c) Sai vì $30 \not\vdots 8$, $8 : 8$ và $16 : 8$.
- d) Đúng vì các số hạng của tổng đều chia hết cho 9.

Câu 7.

- a) Số tự nhiên a chia cho 30, dư 18 có dạng là: $a = 30k + 18$ (với $k \in \mathbb{N}$).
- b) Vì $30k$ chia hết cho 2, cho 3, cho 5 và cho 6. Mà 18 chia hết cho 2, cho 3 và cho 6, nhưng không chia hết cho 5.

Do đó a chia hết cho 2, cho 3 và cho 6, nhưng không chia hết cho 5.

Câu 8.

Số tự nhiên x chia cho 45 dư 20 có dạng là: $x = 45k + 20$ ($k \in \mathbb{N}$).

Vì $45k$ chia hết cho cả 5 và 15, còn 20 chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 15.

Do đó x chia hết cho 5, nhưng không chia hết cho 15.

Câu 9.

a	15	87	100	123	576
---	----	----	-----	-----	-----

m	6	5	1	6	0
---	---	---	---	---	---

Bài tập nâng cao

Câu 10.

a) Ta có: $10^{2019} + 3 = \underbrace{100\dots00}_{2019 \text{ chữ số } 0} + 3 = \underbrace{100\dots03}_{2018 \text{ chữ số } 0}$ có tổng các chữ số bằng 4 nên không chia hết cho cả 3 và

9.

b) $10^{2002} - 1 = \underbrace{100\dots00}_{2002 \text{ chữ số } 0} - 1 = \underbrace{99\dots99}_{2001 \text{ chữ số } 9}$ chia hết cho cả 3 và 9.

Câu 11.

a) Ta có $10^{15} + 8 = \underbrace{100\dots00}_{15 \text{ chữ số } 0} + 8 = \underbrace{100\dots08}_{14 \text{ chữ số } 0}$ chia hết cho cả 9 và 2 (vì có tổng các chữ số bằng 9 và chữ số tận cùng là 8).

b) Ta có: $10^{2010} + 8 = \underbrace{100\dots00}_{2010 \text{ chữ số } 0} + 8 = \underbrace{100\dots08}_{2009 \text{ chữ số } 0} : 9$ (vì có tổng các chữ số bằng 9).

c) Ta có: $10^{2020} + 14 = \underbrace{100\dots00}_{2020 \text{ chữ số } 0} + 14 = \underbrace{100\dots14}_{2018 \text{ chữ số } 0}$ chia hết cho cả 2 và 3 (vì có tổng các chữ số bằng 6 và chữ số tận cùng bằng 4).

d) Ta có: $10^{2020} - 4 = \underbrace{100\dots00}_{2020 \text{ chữ số } 0} - 4 = \underbrace{99\dots96}_{2019 \text{ chữ số } 9} : 3$ (vì có tổng các chữ số chia hết cho 3).

Dạng 2: Lập các số thỏa mãn điều kiện chia hết từ các số cho trước

Phương pháp giải

- + Lập số chia hết cho 2, cần chọn chữ số ở hàng đơn vị là số chẵn (0; 2; 4; 6 hoặc 8).
- + Lập số chia hết cho 5, cần chọn chữ số ở hàng đơn vị là 0 hoặc 5.
- + Lập số chia hết cho 3, cần chọn các chữ số sao cho tổng của chúng chia hết cho 3.
- + Lập số chia hết cho 9, cần chọn các chữ số sao cho tổng của chúng chia hết cho 9.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Viết số tự nhiên có hai chữ số giống nhau, biết rằng số đó chia hết cho 2, còn chia 5 thì dư 4.

Hướng dẫn giải

Các số tự nhiên có hai chữ số giống nhau mà chia hết cho 2 là 22; 44; 66; 88.

Trong bốn số trên, số chia cho 5 dư 4 là: 44.

Vậy số cần tìm là: 44.

Ví dụ 2. Từ các chữ số 0; 1; 3; 4; 5, lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau chia hết cho 5?

Hướng dẫn giải

- + Chọn 0 làm hàng đơn vị, ta có các số: 130; 310; 140; 410; 150; 510; 340; 430; 350; 530; 450; 540.
- + Chọn 5 làm hàng đơn vị, ta có các số: 105; 305; 405; 135; 315; 145; 415; 345; 435.

Vậy từ các số 0; 1; 3; 4; 5, lập được 21 số có ba chữ số khác nhau chia hết cho 5.

Ví dụ 3. Dùng ba trong bốn chữ số 0; 1; 3; 8, hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số, sao cho các số đó:

- a) Chia hết cho 9.
- b) Chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.

Hướng dẫn giải

a) Ba số có tổng chia hết cho 9 là: 0; 1; 8.

Từ ba chữ số này ta lập được các số có ba chữ số khác nhau là: 180; 810; 108; 801.

b) Ba số có tổng chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 là: 1; 3; 8.

Từ ba chữ số này ta lập được các số có ba chữ số khác nhau là: 138; 183; 318; 381; 813; 831.

Ví dụ 4. Viết số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số sao cho số đó:

- a) Chia hết cho 3.
- b) Chia hết cho 9.

Hướng dẫn giải

a) Vì số cần tìm là số nhỏ nhất có 4 chữ số nên chọn:

+ Hàng nghìn là: 1.

+ Hàng trăm là: 0.

+ Hàng chục là: 0.

Để số đó chia hết cho 3 thì hàng đơn vị là: 2.

Vậy số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số chia hết cho 3 là: 1002.

b) Chọn hàng nghìn, hàng trăm và hàng chục giống câu a.

Để số đó chia hết cho 9 thì hàng đơn vị là 8.

Vậy số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số chia hết cho 9 là: 1008.

** Bài tập tự luyện dạng 2**

Câu 1. Dùng ba trong bốn chữ số 0; 4; 5; 6, hãy viết các số có ba chữ số khác nhau sao cho số đó:

- a) Chia hết cho 9.
- b) Chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.

Câu 2. Viết số tự nhiên nhỏ nhất có năm chữ số sao cho số đó

- a) Chia hết cho 3.
- b) Chia hết cho 9.

Câu 3. Dùng cả ba chữ số 2; 3; 5, hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau:

- a) Lớn nhất và chia hết cho 2.
- b) Nhỏ nhất và chia hết cho 5.

Câu 4. Dùng ba trong bốn chữ số 0; 2; 3; 7, hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số sao cho các số đó:

- a) Chia hết cho 9.

b) Chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9.

c) Chia hết cho cả 2 và 5.

Câu 5. Có bao nhiêu số có ba chữ số:

a) Chia hết cho 2.

b) Chia hết cho 5.

c) Chia hết cho cả 2 và 5.

Đáp án

Câu 1.

a) Ba số có tổng chia hết cho 9 là: 0; 4; 5.

Từ ba chữ số này ta lập được các số có ba chữ số khác nhau là: 450; 405; 540; 504.

b) Ba số có tổng chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 là: 4; 5; 6.

Từ ba chữ số này ta lập được các số có ba chữ số khác nhau là: 456; 465; 546; 564; 645; 654.

Câu 2.

a) Số tự nhiên nhỏ nhất có năm chữ số chia hết cho 3 là: 10002.

b) Số tự nhiên nhỏ nhất có năm chữ số chia hết cho 9 là: 10008.

Câu 3.

Từ ba chữ số 2; 3; 5 lập được các số có ba chữ số khác nhau:

a) Lớn nhất và chia hết cho 2 là: 532.

b) Nhỏ nhất và chia hết cho 5 là: 235.

Câu 4.

Dùng ba trong bốn chữ số 0; 2; 3; 7 lập được thành các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và thỏa mãn:

a) Chia hết cho 9 là: 270; 207; 720; 702.

b) Chia hết cho 3, mà không chia hết cho 9 là: 237; 273; 327; 372; 723; 732.

c) Chia hết cho cả 2 và 5 là: 230; 320; 270; 720; 370; 730.

Câu 5.

a) Số lớn nhất có ba chữ số chia hết cho 2 là: 998.

Số bé nhất có ba chữ số chia hết cho 2 là: 100.

Khoảng cách giữa hai số liên tiếp chia hết cho 2 là: 2 đơn vị.

Vậy số các số có ba chữ số chia hết cho 2 là: $(998 - 100) : 2 + 1 = 450$ số.

b) Số lớn nhất có ba chữ số chia hết cho 5 là: 995.

Số bé nhất có ba chữ số chia hết cho 5 là: 100.

Khoảng cách giữa hai số liên tiếp chia hết cho 5 là: 5 đơn vị.

Vậy số các số có ba chữ số chia hết cho 5 là: $(995 - 100) : 5 + 1 = 180$ số.

c) Số chia hết cho cả 2 và 5 thì có tận cùng là 0.

Vậy số các số có ba chữ số chia hết cho cả 2 và 5 là: $(990 - 100) : 10 + 1 = 90$ số.

+ Nếu $b = 0$ ta có: $\overline{a560} : 9$ thì $a + 5 + 6 + 0 = a + 11$ chia hết cho 9, suy ra $a = 7$.

+ Nếu $b = 5$ ta có $\overline{a560} : 9$ thì $a + 5 + 6 + 5 = a + 16$ chia hết cho 9, suy ra $a = 2$.

Vậy ta có hai cặp số thỏa mãn $a = 7, b = 0$ hoặc $a = 2, b = 5$.

Ví dụ 5. Cho $A = \overline{7a5} + \overline{8b4}$. Biết $a - b = 6$ và A chia hết cho 9. Tìm a và b .

Hướng dẫn giải

Nhận thấy, nếu một số có tổng các chữ số chia hết cho 9 dư m thì số đó chia cho 9 cũng dư m .

Do đó $A : 9$ thì $(7 + a + 5) + (8 + b + 4) = 24 + a + b$ chia hết cho 9.

Mà a, b là các số tự nhiên có một chữ số nên $0 \leq a + b \leq 18$. Suy ra $a + b = 3$ hoặc $a + b = 12$.

+ Trường hợp 1: Nếu $a + b = 3$, kết hợp với $a - b = 6$ thì:

Số lớn là: $a = (3 + 6) : 2 = 4$ dư 1 (loại)

+ Trường hợp 2: Nếu $a + b = 12$, kết hợp với $a - b = 6$ thì:

Số lớn là: $a = (12 + 6) : 2 = 9$;

Số bé là $b = 9 - 6 = 3$.

Vậy $a = 9, b = 3$.

Ví dụ 6. Điền vào dấu * các chữ số:

$$\begin{array}{r} * * * * \\ \times \quad \quad \quad 9 \\ \hline 9 \ 2 \ 0 \ * \end{array}$$

Hướng dẫn giải

Ta thấy $920*$ chia hết cho 9 nên $9 + 2 + 0 + * = 11 + *$ chia hết cho 9. Suy ra $* = 7$.

Ta được tích bằng 9207.

Thừa số chưa biết là: $9207 : 9 = 1203$.

Vậy ta có phép nhân:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 2 \ 3 \\ \times \quad \quad \quad 9 \\ \hline 9 \ 2 \ 0 \ 7 \end{array}$$

Bài tập tự luyện dạng 3

Bài tập cơ bản

Câu 1. Cho $A = 8 + 12 + x + 16 + 28$, với $x \in \mathbb{N}$. Tìm điều kiện của x để:

a) A chia hết cho 4.

b) A không chia hết cho 4.

Câu 2. Điền các chữ số thích hợp vào dấu * để $\overline{182*}$:

a) Chia hết cho 2.

b) Chia hết cho 5.

c) Chia hết cho cả 2 và 5.

Câu 3. Điền vào dấu * để $\overline{34*}$:

- a) Chia hết cho 2.
- b) Chia hết cho 3.
- c) Chia hết cho 5.
- d) Chia hết cho 9.

Câu 4. Thay a, b bằng các chữ số thích hợp để:

- a) $\overline{54a}$ chia hết cho cả 2 và 9.
- b) $\overline{341ab}$ chia hết cho cả 5 và 9.
- c) $\overline{a18b}$ chia hết cho cả 2; 3; 5 và 9.

Câu 5. Tìm x, y biết:

- a) $\overline{23x5y}$ chia hết cho 2, cho 5 và cho 9.
- b) $\overline{144xy}$ chia hết cho 3 và cho 5.

Câu 6.

- a) Tìm số tự nhiên có hai chữ số giống nhau, biết rằng số đó chia hết cho 2, còn chia cho 5 thì dư 2.
- b) Tìm số tự nhiên có ba chữ số giống nhau, biết rằng số đó chia hết cho 5, còn chia cho 2 thì dư 1.

Câu 7.

- a) Tìm số có hai chữ số giống nhau, biết rằng số đó chia hết cho 3, còn chia cho 5 thì dư 1.
- b) Tìm tập hợp các số tự nhiên n vừa chia hết cho 2, vừa chia hết cho 5 và $132 < n < 178$.

Bài tập nâng cao

Câu 8. Tìm các chữ số a và b sao cho $b - a = 2$ và $\overline{20ab}$ chia hết cho 9.

Câu 9. Tìm các chữ số a và b sao cho $a - b = 5$ và $\overline{a785b}$ chia hết cho 9.

Câu 10. Điền vào dấu * các chữ số thích hợp:

$$\begin{array}{r} * * * * \\ \times \quad \quad \quad 9 \\ \hline 2 \quad 1 \quad 1 \quad 8 \quad * \end{array}$$

Bài tập cơ bản

Câu 1.

Ta thấy các số hạng: 8; 12; 16 và 28 đều chia hết cho 4, do đó:

- a) Để A chia hết cho 4 thì $x : 4$.
- b) Để A không chia hết cho 4 thì $x \not\vdots 4$.

Câu 2.

- a) $* \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
- b) $* \in \{0; 5\}$.
- c) $* = 0$.

Câu 3.

- a) $* \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
- b) $* \in \{2; 5; 8\}$.

c) $* \in \{0; 5\}$.

d) $* = 2$.

Câu 4.

a) $\overline{54a}$ chia hết cho 9 thì $5 + 4 + a = 9 + a$ chia hết cho 9, suy ra $a = 0$ hoặc $a = 9$.

Mà $\overline{54a}$ chia hết cho 2 nên $a = 0$.

b) $\overline{341ab}$ chia hết cho 5 thì $b = 0$ hoặc $b = 5$.

+ Trường hợp 1: $b = 0$, ta có: $\overline{341a0} : 9$ thì $3 + 4 + 1 + a + 0 = 8 + a$ chia hết cho 9.

Suy ra $a = 1$.

+ Trường hợp 2: $b = 5$, ta có: $\overline{341a5} : 9$ thì $3 + 4 + 1 + a + 5 = 13 + a$ chia hết cho 9.

Suy ra $a = 5$.

Vậy ta có hai số thỏa mãn là: 34110 và 34155.

c) $\overline{a18b}$ chia hết cho cả 2 và 5 nên $b = 0$.

Ta có: $\overline{a180} : 9$ thì $a + 1 + 8 + 0 = a + 9$ chia hết cho 9. Mà $a \neq 0$ nên $a = 9$.

Vậy số thỏa mãn đề bài là: 9180.

Câu 5.

a) $\overline{23x5y}$ chia hết cho cả 2 và 5 nên $y = 0$.

Ta có: $\overline{23x50} : 9$ thì $2 + 3 + x + 5 + 0 = 10 + x$ chia hết cho 9. Suy ra $x = 8$.

Vậy số thỏa mãn đề bài là: 23850.

$\overline{144xy}$ chia hết cho 5 suy ra $y = 0$ hoặc $y = 5$.

+ Trường hợp 1: $y = 0$.

Ta có: $\overline{144x0} : 3$ thì $1 + 4 + 4 + x + 0 = 9 + x$ chia hết cho 3.

Suy ra $x \in \{0; 3; 6; 9\}$.

+ Trường hợp 2: $y = 5$.

Ta có: $\overline{144x5} : 3$ thì $1 + 4 + 4 + x + 5 = 14 + x$ chia hết cho 3.

Suy ra $x \in \{1; 4; 7\}$.

Vậy các số thỏa mãn là: 14400; 14430; 14460; 14490; 14415; 14445; 14475.

Câu 6.

a) 22.

b) 555.

Câu 7.

a) Các số có hai chữ số giống nhau mà chia hết cho 3 là: 33; 66; 99.

Trong ba số trên, số chia cho 5 dư 1 là: 66.

Vậy số cần tìm là 66.

b) Số vừa chia hết cho 2, vừa chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng bằng 0.

Tập hợp các số tự nhiên chia hết cho cả 2 và 5 thỏa mãn $132 < n < 178$ là: $\{140; 150; 160; 170\}$.

Bài tập nâng cao

Câu 8.

Ta có $\overline{20ab}$ chia hết cho 9 thì $2 + 0 + a + b = 2 + a + b$ chia hết cho 9.

Mà a và b là các số tự nhiên có một chữ số nên $0 \leq a + b \leq 18$. Suy ra $a + b = 7$ hoặc $a + b = 16$.

+ Trường hợp 1: $a + b = 7$ kết hợp với $b - a = 2$.

Số lớn là: $b = (7 + 2) : 2 = 4$ dư 1 (loại).

+ Trường hợp 2: $a + b = 16$ kết hợp với $b - a = 2$.

Số lớn là: $b = (16 + 2) : 2 = 9$.

Số bé là: $a = 9 - 2 = 7$.

Vậy $a = 7, b = 9$.

Câu 9.

Vì $\overline{a785b}$ chia hết cho 9 nên $a + 7 + 8 + 5 + b = a + b + 20$ chia hết cho 9.

Do $0 \leq a, b \leq 9$ và $a \neq 0$ nên $1 \leq a + b \leq 18$.

Suy ra $a + b = 7$ hoặc $a + b = 16$.

+ Trường hợp 1: $a + b = 7$ và $a - b = 5$

Số lớn là: $a = (7 + 5) : 2 = 6$.

Số bé là: $b = 6 - 5 = 1$.

Ta có số cần tìm là 67851.

+ Trường hợp 2: $a + b = 16$ và $a - b = 5$

Số lớn là $a = (16 + 5) : 2 = 21 : 2 = 10$ dư 1 (loại).

Câu 10.

Nhận thấy 2118* chia hết cho 9, khi đó: $2 + 1 + 1 + 8 + * + 12 + *$ chia hết cho 9. Suy ra $* = 6$.

Ta được thương bằng 21186.

Thừa số chưa biết là: $21186 : 9 = 2354$.

Vậy ta có phép nhân:

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \ 5 \ 4 \\ \times \qquad \qquad \qquad 9 \\ \hline 2 \ 1 \ 1 \ 8 \ 6 \end{array}$$

Dạng 4. Chứng minh tính chất chia hết

Phương pháp giải

Cần lưu ý:

Hai số tự nhiên liên tiếp	x và $x+1$ ($x \in \mathbb{N}$).
Ba số tự nhiên liên tiếp	x , $x+1$ và $x+2$ ($x \in \mathbb{N}$).
Số chẵn	$2k$ ($k \in \mathbb{N}$)
Số lẻ	$2k+1$ ($k \in \mathbb{N}$)
Cấu tạo số	$\overline{ab} = 10.a + b.$ $\overline{abc} = 100.a + 10.b + c$ $(a \neq 0; b, c \in \mathbb{N}).$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Chứng tỏ rằng tổng của ba số tự nhiên liên tiếp là một số chia hết cho 3.

Hướng dẫn giải

Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là: x ; $x+1$; $x+2$ ($x \in \mathbb{N}$).

Tổng của ba số này là: $x + (x+1) + (x+2) = 3x+3 = 3.(x+1) : 3$ (theo định nghĩa).

Vậy tổng của ba số tự nhiên liên tiếp là một số chia hết cho 3.

Ví dụ 2. Chứng minh rằng:

- Tích của hai số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 2.
- Tổng của bốn số tự nhiên liên tiếp là một số không chia hết cho 4.

Hướng dẫn giải

a) Gọi hai số tự nhiên liên tiếp là x và $x+1$ ($x \in \mathbb{N}$).

Ta có hai trường hợp sau:

+ Nếu x chia hết cho 2 thì bài toán được giải.

+ Nếu x chia cho 2 dư 1 thì x có dạng $x = 2k+1$ ($k \in \mathbb{N}$).

Khi đó $x.(x+1) = (2k+1).[(2k+1)+1] = (2k+1).(2k+2) = (2k+1).2.(k+1) : 2$.

Vậy tích của hai số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 2.

b) Gọi bốn số tự nhiên liên tiếp là x ; $x+1$; $x+2$; $x+3$ ($x \in \mathbb{N}$).

Ta có: $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 4x+6$.

Vì $4x : 4$ nhưng $6 \not\vdots 4$ nên $4x+6 \not\vdots 4$.

Vậy tổng của bốn số tự nhiên liên tiếp là một số không chia hết cho 4.

*Ta có kết quả tương tự:
“Tích của n số tự nhiên liên tiếp chia hết cho n ”.*

Ví dụ 3. Chứng minh rằng:

a) Số có dạng $\overline{aaa}$ luôn chia hết cho 37.

b) Hiệu $\overline{ab} - \overline{ba}$ (với $a \geq b$) luôn chia hết cho 9.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\overline{aaa} = a.111 = a.3.37 : 37$.

Vậy số có dạng $\overline{aaa}$ luôn chia hết cho 37.

Ta có: $\overline{ab} - \overline{ba} = (10.a + b) - (10.b + a) = 9.a - 9.b = 9.(a - b)$.

Vậy $(\overline{ab} - \overline{ba}) : 9$.

Ví dụ 4. Gọi $A = n^2 + n + 1$, ($n \in \mathbb{N}$). Chứng tỏ rằng:

a) A không chia hết cho 2.

b) A không chia hết cho 5.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $A = n^2 + n + 1 = (n^2 + n) + 1 = n.(n + 1) + 1$.

Vì $n.(n + 1)$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên $n.(n + 1) : 2$ (theo **Ví dụ 2**).

Do đó $n.(n + 1) + 1$ không chia hết cho 2.

b) Vì $n.(n + 1)$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên $n.(n + 1)$ có tận cùng là 0; 2; 6.

Suy ra $n.(n + 1) + 1$ có tận cùng là 1; 3; 7, không chia hết cho 5.

Vậy A không chia hết cho 5.

Bài tập tự luyện dạng 4

Bài tập cơ bản

Câu 1. Cho $x = 180y + 45z$, với $y, z \in \mathbb{N}$. Chứng minh rằng x chia hết cho 5 và cho 9 với mọi y, z .

Bài tập nâng cao

Câu 2. Chứng tỏ rằng:

a) Trong hai số tự nhiên liên tiếp, luôn có một số chia hết cho 2.

b) Trong ba số tự nhiên liên tiếp, luôn có một số chia hết cho 3.

Câu 3. Chứng minh rằng:

a) Tích của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 6.

b) Tích hai số chẵn liên tiếp chia hết cho 8.

Câu 4. Chứng tỏ rằng nếu hai số có cùng số dư khi chia cho 7, thì hiệu của chúng cũng chia hết cho 7.

Câu 5. Chứng tỏ rằng:

a) Số có dạng $\overline{aaaaaa}$ luôn chia hết cho 7.

b) Số có dạng $\overline{abcabc}$ luôn chia hết cho 11.

Câu 6. Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n thì tích $(n + 3)(n + 6)$ chia hết cho 2.

Đáp án

Bài tập cơ bản

Câu 1.

Ta có: $180y : 5$ và $45z : 5$ nên x cũng chia hết cho 5 với mọi y, z (tính chất chia hết của một tổng).

Tương tự, ta cũng có x chia hết cho 9 với mọi y, z .

Bài tập nâng cao

Câu 2.

a) Gọi hai số tự nhiên liên tiếp là: a và $a + 1$ ($a \in \mathbb{N}$).

Ta có hai trường hợp sau:

Nếu a chia hết cho 2 thì bài toán được giải.

Nếu a chia 2 dư 1 thì a có dạng $x = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$).

Khi đó $a + 1 = (2k + 1) + 1 = 2k + 2 = 2.(k + 1) : 2$.

Vậy trong hai số tự nhiên liên tiếp a và $a + 1$ luôn có một số chia hết cho 2.

b) Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là $x; x + 1; x + 2$ ($x \in \mathbb{N}$).

Ta có ba trường hợp sau:

Nếu $x : 3$ thì bài toán đã được giải.

Nếu x chia cho 3, dư 1. Khi đó x có dạng $x = 3k + 1$ (với $k \in \mathbb{N}$) thì

$x + 2 = 3k + 1 + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1) : 3$.

Nếu x chia cho 3, dư 2. Khi đó x có dạng $x = 3k + 2$ (với $k \in \mathbb{N}$)

thì $x + 1 = 3k + 2 + 1 = 3k + 3 = 3.(k + 1) : 3$.

Vậy trong ba số tự nhiên liên tiếp $x; x + 1; x + 2$ luôn có một số chia hết cho 3.

Câu 3.

a) Áp dụng kết quả của **Câu 2**, ta có: trong ba số tự nhiên liên tiếp có ít nhất một số chia hết cho 2, và luôn có một số chia hết cho 3. Do vậy, tích của chúng luôn chia hết cho 6.

b) Gọi hai số chẵn liên tiếp là $2k$ và $2k + 2$.

Ta có: $2k.(2k + 2) = 2k.2.(k + 1) = 4.k.(k + 1) : 4$.

Mặt khác, $k.(k + 1)$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 2.

Suy ra $4.k.(k + 1) : 8$.

Vậy tích của hai số chẵn liên tiếp chia hết cho 8.

Câu 4.

Giả sử a và b cùng chia cho 7 có số dư là m .

Khi đó: $a = 7x + m$ và $b = 7y + m$ với $x, y \in \mathbb{N}$.

Ta có: $a - b = (7x + m) - (7y + m) = 7x - 7y = 7.(x - y) : 7$ (đpcm).

Vậy nếu hai số có cùng số dư khi chia cho 7, thì hiệu của chúng cũng chia hết cho 7.

Câu 5.

a) Ta có: $\overline{aaaaaa} = a.111111 = a.7.15873 : 7$ (theo định nghĩa).

b) Ta có: $\overline{abcabc} = \overline{abc}.1000 + \overline{abc} = \overline{abc}.1001 = \overline{abc}.11.91 \div 11$ (theo định nghĩa).

Câu 6.

+ Nếu $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$) thì $n + 6 = 2k + 6 \div 2$.

+ Nếu $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$) thì $n + 3 = 2k + 1 + 3 = 2k + 4 \div 2$.

Vậy $(n + 3)(n + 6) \div 2$.