CHUYÊN ĐỀ TÌM X

DẠNG 1: TÌM X THÔNG THƯỜNG

Bài 1: Tìm x biết:

a, $\frac{x}{2}-\left(\frac{3x}{5}-\frac{13}{5}\right)=\left(\frac{7}{5}+\frac{7}{10}x\right)$ b, $\frac{13}{x-1}+\frac{5}{2x-2}=\frac{6}{3x-3}$

HD:

a, $\frac{x}{2}-\left(\frac{3x}{5}-\frac{13}{5}\right)=\left(\frac{7}{5}+\frac{7}{10}x\right)\Rightarrow\frac{x}{2}-\frac{3x}{5}+\frac{13}{5}=\frac{7}{5}+\frac{7}{10}x\Rightarrow\frac{x}{2}-\frac{3x}{5}-\frac{7x}{10}=\frac{7}{5}-\frac{13}{5}$

$\Rightarrow\frac{-4}{5}x=\frac{-6}{5}\Rightarrow x=\frac{-6}{5}:\frac{-4}{5}=\frac{3}{2}$. Vậy $x=\frac{3}{2}$

b, $\frac{13}{x-1}+\frac{5}{2x-2}=\frac{6}{3x-3}\Rightarrow\frac{78}{6x-6}+\frac{15}{6x-6}=\frac{12}{6x-6}\Rightarrow\frac{93}{6x-6}=\frac{12}{6x-6}\Rightarrow 93=12$ (Vô lý)

Bài 2: Tìm x biết:

a, $\frac{2x-3}{3}+\frac{-3}{2}=\frac{5-3x}{6}-\frac{1}{3}$ b, $\frac{2}{3x}-\frac{3}{12}=\frac{4}{5}-\left(\frac{7}{x}-2\right)$

HD:

a, $\frac{2x-3}{3}+\frac{-3}{2}=\frac{5-3x}{6}-\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{4x-6+(-9)}{6}=\frac{5-3x-2}{6}\Rightarrow 4x-15=3-3x\Rightarrow 7x=18\Rightarrow x=\frac{18}{7}$

b, $\frac{2}{3x}-\frac{3}{12}=\frac{4}{5}-\left(\frac{7}{x}-2\right)\Rightarrow\frac{2}{3x}-\frac{1}{4}=\frac{4}{5}-\frac{7}{x}+2\Rightarrow\frac{2}{3x}+\frac{7}{x}=\frac{4}{5}+\frac{1}{4}+2\Rightarrow\frac{23}{3x}=\frac{61}{20}$

$\Rightarrow 3x=\frac{460}{61}\Rightarrow x=\frac{460}{183}$

Bài 3: Tìm x biết:

a, $\frac{1}{x-1}+\frac{-2}{3}\left(\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)=\frac{5}{2-2x}$ b, $\frac{9}{17}x+15\frac{13}{17}x-20\frac{5}{17}x=16$

HD:

a, $\frac{1}{x-1}+\frac{3}{10}=\frac{5}{2-2x}\Rightarrow\frac{1}{x-1}+\frac{5}{2(x-1)}=\frac{-3}{10}\Rightarrow\frac{7}{2(x-1)}=\frac{-3}{10}$

$\Rightarrow 2(x-1)=-\frac{70}{3}\Rightarrow x-1=\frac{-35}{3}\Rightarrow x=\frac{-32}{3}$

b, $\Rightarrow\left(\frac{9}{17}+15\frac{13}{17}-20\frac{5}{17}\right)x=16\Rightarrow -4.x=16\Rightarrow x=-4$

Bài 4: Tìm x biết:

a, $720:\left[41-(2x-5)\right]=2^3.5$ b, $6(x+11)-7(2-x)=26$

HD:

a, $\Rightarrow 720:[46-2x]=40\Rightarrow 46-2x=18\Rightarrow 2x=46:18=\frac{23}{9}\Rightarrow x=\frac{23}{18}$

b, $\Rightarrow 6x+66-14+7x=26\Rightarrow 13x=-26\Rightarrow x=-2$

Bài 5: Tìm x biết:

a, $-4x(x-5)-2x(8-2x)=-3$ b, $-7(x+9)-3(5-x)=2$

HD:

a, $\Rightarrow -4x^2+20x-16x+4x^2=-3 \Rightarrow 4x=-3 \Rightarrow x=\dfrac{-3}{4}$

b, $\Rightarrow -7x-63-15+3x=2 \Rightarrow -4x-78=2 \Rightarrow -4x=80 \Rightarrow x=-20$

Bài 6: Tìm x biết : $-\dfrac{7}{4}x\left(\dfrac{33}{12}+\dfrac{3333}{2020}+\dfrac{333333}{303030}+\dfrac{33333333}{42424242}\right)=22$

HD:

Ta có : $-\dfrac{7}{4}x\left(\dfrac{33}{12}+\dfrac{33}{20}+\dfrac{33}{30}+\dfrac{33}{42}\right)=22 \Rightarrow -\dfrac{7}{4}x.33\left(\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{42}\right)=22$

$\Rightarrow -\dfrac{7}{4}x.33\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{7}\right)=22 \Rightarrow \dfrac{-7}{4}x.33.\dfrac{4}{21}=22 \Rightarrow x=-2$

Bài 7: Tìm x biết: $\dfrac{1}{2016}:2015x=\dfrac{-1}{2015}$

HD:

$\dfrac{1}{2016.2015}x=\dfrac{-1}{2015} \Rightarrow x=\dfrac{-1}{2015}:\dfrac{1}{2016.2015}=-2016$

Bài 8: Tìm x biết : $2(x-1)-3(2x+2)-4(2x+3)=16$

Bài 9: Tìm x để biểu thức sau nhận giá trị bằng 0: $\dfrac{x\left(x+\dfrac{1}{2}\right)-\dfrac{1}{5}x-\dfrac{1}{10}}{3}.\dfrac{x\left(x-\dfrac{1}{2}\right)-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{6}}{5}$

HD :

Quy đồng trên tử ta có : $x\left(x+\dfrac{1}{2}\right)-\dfrac{1}{5}x-\dfrac{1}{10}=0 \Rightarrow 10x^2-3x-1=0 \Rightarrow (2x-1)(5x+1)=0$

Làm tương tự với tử còn lại

DẠNG 2: ĐƯA VỀ TÍCH BẰNG 0

Bài 1: Tìm x biết:

a, $\frac{x-3}{13}+\frac{x-3}{14}=\frac{x-3}{15}+\frac{x-3}{16}$ b, $\frac{x+1}{65}+\frac{x+3}{63}=\frac{x+5}{61}+\frac{x+7}{59}$

HD:

a, $\Rightarrow \frac{x-3}{13}+\frac{x-3}{14}-\frac{x-3}{15}-\frac{x-3}{16}=0\Rightarrow (x-3)\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}-\frac{1}{16}\right)=0$

$\Rightarrow x=3$ vì $\frac{1}{13}-\frac{1}{15}>0$ và $\frac{1}{14}-\frac{1}{16}>0$ nên $\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}-\frac{1}{16}>0$

b, $\Rightarrow \left(\frac{x+1}{65}+1\right)+\left(\frac{x+3}{63}+1\right)=\left(\frac{x+5}{61}+1\right)+\left(\frac{x+7}{59}+1\right)\Rightarrow \frac{x+66}{65}+\frac{x+66}{63}=\frac{x+66}{61}+\frac{x+66}{59}$

$\Rightarrow (x+66)\left(\frac{1}{65}+\frac{1}{63}-\frac{1}{61}-\frac{1}{59}\right)=0\Rightarrow x=-61$ vì $\frac{1}{65}+\frac{1}{63}-\frac{1}{61}-\frac{1}{59}<0$

Bài 2: Tìm x, biết:

a, $\frac{29-x}{21}+\frac{27-x}{23}+\frac{25-x}{25}+\frac{23-x}{27}+\frac{21-x}{29}=-5$ b, $\frac{x-10}{30}+\frac{x-14}{43}+\frac{x-5}{95}+\frac{x-148}{8}=0$

HD:

a, $\Rightarrow \left(\frac{29-x}{21}+1\right)+\left(\frac{27-x}{23}+1\right)+\left(\frac{25-x}{25}+1\right)+\left(\frac{23-x}{27}+1\right)+\left(\frac{21-x}{29}+1\right)=0$

$\Rightarrow \frac{50-x}{21}+\frac{50-x}{23}+\frac{50-x}{25}+\frac{50-x}{27}+\frac{50-x}{29}=0\Rightarrow (50-x)\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}\right)=0$

b, $\Rightarrow \left(\frac{x-10}{30}-3\right)+\left(\frac{x-14}{43}-2\right)+\left(\frac{x-5}{95}-1\right)+\left(\frac{x-148}{8}+6\right)=0$

$\Rightarrow \frac{x-100}{30}+\frac{x-100}{43}+\frac{x-100}{95}+\frac{x-100}{8}=0\Rightarrow (x-100)\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{43}+\frac{1}{95}+\frac{1}{8}\right)=0$

Bài 3, Tìm x, biết:

a, $\frac{x-5}{100}+\frac{x-4}{101}+\frac{x-3}{102}=\frac{x-100}{5}+\frac{x-101}{4}+\frac{x-102}{3}$ b, $\frac{x-2}{7}+\frac{x-1}{8}=\frac{x-4}{5}+\frac{x-3}{6}$

HD:

a, $\Rightarrow \left(\frac{x-5}{100}-1\right)+\left(\frac{x-4}{101}-1\right)+\left(\frac{x-3}{102}-1\right)=\left(\frac{x-100}{5}-1\right)+\left(\frac{x-101}{4}-1\right)+\left(\frac{x-102}{3}-1\right)$

$\Rightarrow \frac{x-105}{100}+\frac{x-105}{101}+\frac{x-105}{102}=\frac{x-105}{5}+\frac{x-105}{4}+\frac{x-105}{3}$

$\Rightarrow x-105=0\Rightarrow x=105$

b, $\Rightarrow \left(\frac{x-2}{7}-1\right)+\left(\frac{x-1}{8}-1\right)=\left(\frac{x-4}{5}-1\right)+\left(\frac{x-3}{6}-1\right)\Rightarrow \frac{x-9}{7}+\frac{x-9}{8}=\frac{x-9}{5}+\frac{x-9}{6}$

$\Rightarrow x-9=0\Rightarrow x=9$

Bài 4, Tìm x, biết:

a, $\frac{x+1}{94}+\frac{x+2}{93}+\frac{x+3}{92}=\frac{x+4}{91}+\frac{x+5}{90}+\frac{x+6}{89}$ b, $\frac{2x+19}{21}-\frac{2x+17}{23}=\frac{2x+7}{33}-\frac{2x+5}{35}$

HD:

a, $\Rightarrow \left(\frac{x+1}{94}+1\right)+\left(\frac{x+2}{93}+1\right)+\left(\frac{x+3}{94}+1\right)=\left(\frac{x+4}{91}+1\right)+\left(\frac{x+5}{90}+1\right)+\left(\frac{x+6}{89}+1\right)$

$$\Rightarrow \frac{x+95}{94}+\frac{x+95}{93}+\frac{x+95}{92}=\frac{x+95}{91}+\frac{x+95}{90}+\frac{x+95}{89}$$

$$\Rightarrow x+95=0 =< x=-95$$

b, $$\Rightarrow \left(\frac{2x+19}{21}+1\right)-\left(\frac{2x+17}{23}+1\right)=\left(\frac{2x+7}{33}+1\right)-\left(\frac{2x+5}{35}+1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2x+40}{21}+\frac{2x+40}{35}=\frac{2x+40}{33}+\frac{2x+40}{23}$$

$$\Rightarrow 2x+40=0 \Rightarrow x=-20$$

Bài 5, Tìm x, biết:

a, $\frac{x-1}{59}+\frac{x-2}{58}+\frac{x-3}{57}=\frac{x-4}{56}+\frac{x-5}{55}+\frac{x-6}{54}$ b, $\frac{x+1}{15}+\frac{x+2}{14}=\frac{x+3}{13}+\frac{x+4}{12}$

HD:

a, $$\Rightarrow\left(\frac{x-1}{59}-1\right)+\left(\frac{x-2}{58}-1\right)+\left(\frac{x-3}{57}-1\right)=\left(\frac{x-4}{56}-1\right)+\left(\frac{x-5}{55}-1\right)+\left(\frac{x-6}{54}-1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x-60}{59}+\frac{x-60}{58}+\frac{x-60}{57}=\frac{x-60}{56}+\frac{x-60}{55}+\frac{x-60}{54}$$

$$\Rightarrow x-60=0 \Rightarrow x=60$$

b, $$\Rightarrow\left(\frac{x+1}{15}+1\right)+\left(\frac{x+2}{14}+1\right)=\left(\frac{x+3}{13}+1\right)+\left(\frac{x+4}{12}+1\right) \Rightarrow \frac{x+16}{15}+\frac{x+16}{14}=\frac{x+16}{13}+\frac{x+16}{12}$$

$$\Rightarrow x+16=0 \Rightarrow x=-16$$

Bài 6, Tìm x, biết:

a, $\frac{x-5}{1990}+\frac{x-15}{1980}=\frac{x-1990}{5}+\frac{x-1980}{15}$ b, $\frac{x-1}{2015}+\frac{x-3}{2013}=\frac{x-5}{2011}+\frac{x-7}{2009}$

HD:

a, $$\Rightarrow \left(\frac{x-5}{1990}-1\right)+\left(\frac{x-15}{1980}-1\right)=\left(\frac{x-1990}{5}-1\right)+\left(\frac{x-1980}{15}-1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x-1995}{1990}+\frac{x-1995}{1980}=\frac{x-1995}{5}+\frac{x-1995}{15}$$

$$\Rightarrow x-1995=0 \Rightarrow x=1995$$

b, $$\Rightarrow\left(\frac{x-1}{2015}-1\right)+\left(\frac{x-3}{2013}-1\right)=\left(\frac{x-5}{2011}-1\right)+\left(\frac{x-7}{2009}-1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x-2016}{2015}+\frac{x-2016}{2013}=\frac{x-2016}{2011}+\frac{x-2016}{2009} \Rightarrow x-2016=0 \Rightarrow x=2016$$

Bài 7, Tìm x, biết:

a, $\frac{x+1}{10}+\frac{x+1}{11}+\frac{x+1}{12}=\frac{x+1}{13}+\frac{x+1}{14}$ b, $\frac{315-x}{101}+\frac{313-x}{103}+\frac{311-x}{105}+\frac{309-x}{107}=-4$

HD:

a, $$\Rightarrow (x+1)\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}-\frac{1}{14}\right)=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

b, $$\Rightarrow\left(\frac{315-x}{101}+1\right)+\left(\frac{313-x}{103}+1\right)+\left(\frac{311-x}{105}+1\right)+\left(\frac{309-x}{107}+1\right)=0$$

$$\Rightarrow \frac{416-x}{101}+\frac{416-x}{103}+\frac{416-x}{105}+\frac{416-x}{107}=0 \Rightarrow 416-x=0 \Rightarrow x=416$$

Bài 8: Tìm x, biết:

a, $\frac{x-1}{2009}+\frac{x-2}{2008}=\frac{x-3}{2007}+\frac{x-4}{2006}$ b, $\frac{59-x}{41}+\frac{57-x}{43}+\frac{55-x}{45}+\frac{53-x}{47}+\frac{51-x}{49}=-5$

HD:

a, $\Rightarrow\left(\frac{x-1}{2009}-1\right)+\left(\frac{x-2}{2008}-1\right)=\left(\frac{x-3}{2007}-1\right)+\left(\frac{x-4}{2006}-1\right)$

$\Rightarrow \frac{x-2010}{2009}+\frac{x-2010}{2008}=\frac{x-2010}{2007}+\frac{x-2010}{2006} \Rightarrow x-2010=0 \Rightarrow x=2010$

b, $\Rightarrow\left(\frac{59-x}{41}+1\right)+\left(\frac{57-x}{43}+1\right)+\left(\frac{55-x}{45}+1\right)+\left(\frac{53-x}{47}+1\right)+\left(\frac{51-x}{49}+1\right)=0$

$\Rightarrow \frac{100-x}{41}+\frac{100-x}{43}+\frac{100-x}{45}+\frac{100-x}{47}+\frac{100-x}{49}=0 \Rightarrow 100-x=0 \Rightarrow x=100$

Bài 9: Tìm x, biết:

a, $\frac{x+14}{86}+\frac{x+15}{85}+\frac{x+16}{84}+\frac{x+17}{83}=-4$ b, $\frac{x-90}{10}+\frac{x-76}{12}+\frac{x-58}{14}+\frac{x-36}{16}+\frac{x-15}{17}=15$

HD:

a, $\Rightarrow\left(\frac{x+14}{86}+1\right)+\left(\frac{x+15}{85}+1\right)+\left(\frac{x+16}{84}+1\right)+\left(\frac{x+17}{83}+1\right)=0$

$\Rightarrow \frac{x+100}{86}+\frac{x+100}{85}+\frac{x+100}{84}+\frac{x+100}{83}=0 \Rightarrow x+100=0 \Rightarrow x=-100$

b, $\Rightarrow \left(\frac{x-90}{10}-1\right)+\left(\frac{x-76}{12}-2\right)+\left(\frac{x-58}{14}-3\right)+\left(\frac{x-36}{16}-4\right)+\left(\frac{x-15}{17}-5\right)=0$

$\Rightarrow \frac{x-100}{10}+\frac{x-100}{12}+\frac{x-100}{14}+\frac{x-100}{16}+\frac{x-100}{17}=0 \Rightarrow x-100=0 \Rightarrow x=100$

Bài 10, Tìm x, biết:

a, $\frac{x-1}{2011}+\frac{x-2}{2010}-\frac{x-3}{2009}=\frac{x-4}{2008}$ b, $\frac{x+1}{11}+\frac{x+1}{12}=\frac{x+1}{13}+\frac{x+1}{14}$

HD:

a, $\Rightarrow\left(\frac{x-1}{2011}-1\right)+\left(\frac{x-2}{2010}-1\right)-\left(\frac{x-3}{2009}-1\right)-\left(\frac{x-4}{2008}-1\right)=0$

$\Rightarrow \frac{x-2012}{2011}+\frac{x-2012}{2010}-\frac{x-2012}{2009}-\frac{x-2012}{2008}=0 \Rightarrow x-2012=0 \Rightarrow x=2012$

b, $\Rightarrow (x+1)\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}-\frac{1}{14}\right)=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

Bài 11, Tìm x, biết: $\frac{x+1}{10}+\frac{x+1}{11}+\frac{x+1}{12}=\frac{x+1}{13}+\frac{x+1}{14}$

HD:

$\Rightarrow (x+1)\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}-\frac{1}{14}\right)=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

Bài 12, Tìm x, biết:

a, $\frac{2}{(x+2)(x+4)}+\frac{4}{(x+4)(x+8)}+\frac{6}{(x+8)(x+14)}=\frac{x}{(x+2)(x+14)}$

HD:

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}\right)+\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+8}\right)+\left(\frac{1}{x+8}-\frac{1}{x+14}\right)=\frac{x}{(x+2)(x+14)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+14}=\frac{x}{(x+2)(x+14)} \Rightarrow \frac{12}{(x+2)(x+14)}=\frac{x}{(x+2)(x+14)} \Rightarrow 12=x$$

Bài 13: Tìm x thỏa mãn: $\frac{x-10}{30}+\frac{x-14}{43}+\frac{x-5}{95}+\frac{x-148}{8}=0$

HD:

$$\left(\frac{x-10}{30}-3\right)+\left(\frac{x-14}{43}-2\right)+\left(\frac{x-5}{95}-1\right)+\left(\frac{x-148}{8}+6\right)=0$$

Bài 14: Tìm x biết: $\frac{x-1}{2015}+\frac{x-3}{2013}=\frac{x-5}{2011}+\frac{x-7}{2009}$

Bài 15: Tìm x biết: $\frac{x+2}{327}+\frac{x+3}{326}+\frac{x+4}{325}+\frac{x+5}{324}+\frac{x+349}{5}=0$

DẠNG 3: SỬ DỤNG TÍNH CHẤT LŨY THỪA

Bài 1: Tìm x biết:

a, $3\left(x+\frac{1}{2}\right)-\frac{x^2}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$ b, $\sqrt{x^2+1}=x+2$ c, $\left(\sqrt{x}+3\right)^{10}=1024.125^2.25^2$

Bài 2: Tìm x biết:

a, $\sqrt{9(5x-1)}-\sqrt{16(5x-1)}+\sqrt{36(5x-1)}=15$ b, $\left(\frac{64}{27}\right)^x=\frac{4.5^9.7^{10}-5^{11}.7^9}{35^9.4}$

Bài 3: Tìm x biết:

a, $\sqrt{16(x-1)}-\sqrt{9x-9}=5$ b, $(x-1)^5=-243$ c, $3^{-2}.3^4.3^n=3^7$

Bài 4: Tìm x biết:

a, $(3x-1)^{10}=(3x-1)^{20}$ b, $x(6-x)^{2003}=(6-x)^{2003}$ c, $5^x+5^{x+2}=650$

HD:

a, $\Rightarrow (3x-1)^{20}-(3x-1)^{10}=0\Rightarrow (3x-1)^{10}\left[(3x-1)^{10}-1\right]=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}3x-1=0\\(3x-1)^{10}=1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{3}\\3x-1=\pm1\end{array}\right.$

b, $\Rightarrow x(6-x)^{2003}-(6-x)^{2003}=0\Rightarrow(6-x)^{2003}(x-1)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}6-x=0\\x-1=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=1\end{array}\right.$

c, $\Rightarrow 5^x+5^x.5^2=650\Rightarrow 5^x(1+25)=650\Rightarrow 5^x=25$

Bài 5: Tìm x biết:

a, $5^x+5^{x+2}=650$ b, $3^2.3^n=3^5$ c, $\left(2^2:4\right).2^n=4$

Bài 6: Tìm x biết:

a, $\frac{1}{2}.2^n+4.2^n=9.5^n$ b, $2^n\left(\frac{1}{2}+4\right)=9.5^n$ c, $2^{n-1}.9=9.5^n$

Bài 7: Tìm x biết:

a, $2^{n+3}.2^n=144$ b, $(x-2015)^{x+2}-(x-2015)^{x+12}=0$ c, $(2x-1)^8=(2x-1)^6$

Bài 8: Tìm x biết: $2^{x-1}+5.2^{x-2}=\frac{7}{32}$

HD:

$\Rightarrow 2^{x-1}\left(1+\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{32}\Leftrightarrow 2^{x-1}.\frac{7}{2}=\frac{7}{32}\Rightarrow 2^{x-1}=\frac{1}{16}=2^{-4}\Rightarrow x=-3$

Bài 9: Tìm x biết:

a, $(x-7)^{x+1}-(x-7)^{x+11}=0$ b, $2^{x+2}.3^{x+1}.5^x=10800$ c, $(2x-15)^5=(2x-15)^3$

HD:

a, $(x-7)^{x+1}\left[1-(x-7)^{10}\right]=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x-7=0\\(x-7)^{10}=1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=7\\x-7=\pm1\end{array}\right.$

b, $2^x.4.3^x.3.5^x=10800\Rightarrow 2^x.3^x.5^x=\frac{10800}{12}=900\Rightarrow(2.3.5)^x=900\Rightarrow 30^x=900=30^2\Rightarrow x=2$

c, $(2x-15)^5-(2x-15)^3=0 \Rightarrow (2x-15)^3\left[(2x-15)^2-1\right]=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}2x-15=0\\2x-15=\pm 1\end{array}\right.$

Bài 10: Tìm x biết:

a, $(x-5)^2=(1-3x)^2$ b, $x^2+x=0$ c, $3^4.3^n=3^7$

HD:

a, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x-5=1-3x\\x-5=3x-1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}4x=6\\2x=-4\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{2}\\x=-2\end{array}\right.$

b, $\Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x+1=0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.$

c, $\Rightarrow 3^n=3^7:3^4=3^3 \Rightarrow n=3$

Bài 11: Tìm x biết:

a, $(4x-3)^4=(4x-3)^2$ b, $(x-1)^3=125$ c, $2^{x+2}-2^x=96$

HD:

a, $(4x-3)^4-(4x-3)^2=0 \Rightarrow (4x-3)^2\left[(4x-3)^2-1\right]=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}4x-3=0\\4x-3=\pm 1\end{array}\right.$

b, $(x-1)^3=5^3 \Rightarrow x-1=5 \Rightarrow x=6$

c, $2^{x+2}-2^x=96 \Rightarrow 2^x(4-1)=96 \Rightarrow 2^x=32=2^5 \Rightarrow x=5$

Bài 12: Tìm x biết:

a, $(4x-7)^2=5|7-4x|$ b, $3^2.3^n=3^7$ c, $y^{2008}=y^{2010}$

HD:

a, Đặt: $|7-4x|=a \Rightarrow (4x-7)^2=a^2$

Khi đó ta có: $a^2=5a \Rightarrow a^2-5a=0 \Rightarrow a(a-5)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\a=5\end{array}\right.$

b, $3^n=3^7:3^2=3^5 \Rightarrow n=5$

c, $\Rightarrow y^{2010}-y^{2008}=0 \Rightarrow y^{2008}(y^2-1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}y^{2008}=0\\y^2=1\end{array}\right.$

Bài 13: Tìm x biết:

a, $(9x^2-1)^2+\left|x-\frac{1}{3}\right|=0$ b, $\frac{1}{9}.3^4.3^n=3^7$ c, $\frac{1}{9}.27^n=3^n$

HD:

a, Vì $(9x^2-1)\geq 0, \left|x-\frac{1}{3}\right|\geq 0$, để $(9x^2-1)^2+\left|x-\frac{1}{3}\right|=0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}9x^2-1=0\\\left|x-\frac{1}{3}\right|=0\end{array}\right.$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x=\pm\frac{1}{3}\\x=\frac{1}{3}\end{array}\right. \Rightarrow x=\frac{1}{3}$

b, $\Rightarrow 3^n.\frac{1}{9}=3^7:3^4=3^3 \Rightarrow 3^n=3^3.3^2=3^5$

c, $\Rightarrow \frac{3^n}{27^n}=\frac{1}{9}\Rightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^n=\frac{1}{3^2}\Rightarrow n=2$

Bài 14: Tìm x biết:

a, $3^{x-1}+5.3^{x-1}=162$ b, $5^{x+2}=625$ c, $(2x-1)^{50}=2x-1$

HD:

a, $\Rightarrow 3^{x-1}(1+5)=162\Rightarrow 3^{x-1}=27=3^3\Rightarrow x-1=3\Rightarrow x=4$

b, $\Rightarrow 5^{x+2}=5^4\Rightarrow x+2=4\Rightarrow x=2$

c, $\Rightarrow (2x-1)\left[(2x-1)^{49}-1\right]=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1=0\\2x-1=1\end{array}\right.$

Bài 15: Tìm x biết:

a, $3^{x-1}+5.3^{x-1}=486$ b, $x^{200}=x$ c, $\left(2^2:4\right).2^n=4$

HD:

a, $\Rightarrow 3^{x-1}(1+5)=486\Rightarrow 3^{x-1}=81=3^4\Rightarrow x-1=4\Rightarrow x=5$

b, $\Rightarrow x\left(x^{199}-1\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

c, $\Rightarrow 2^n=4=2^2\Rightarrow n=2$

Bài 16: Tìm x biết:

a, $(x-1)^{x+2}=(x-1)^{x+4}$ b, $5^n+5^{n+2}=650$ c, $2008^n=1$

HD:

a, $\Rightarrow (x-1)^{x+2}\left[(x-1)^{x+2}-1\right]=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(x-1)^{x+2}=0\\(x-1)^{x+2}=1\end{array}\right.$

b, $\Rightarrow 5^n\left(1+5^2\right)=650\Rightarrow 5^n=25=5^2\Rightarrow n=2$

c, $\Rightarrow 2008^n=1=2008^0\Rightarrow n=0$

Bài 17: Tìm x biết:

a, $\frac{1}{2}.2^n+4.2^n=9.5^n$ b, $\left(\frac{y}{3}-5\right)^{2000}=\left(\frac{y}{x}-5\right)^{2008}$

HD:

a, $\Rightarrow 2^n\left(\frac{1}{2}+4\right)=9.5^n\Rightarrow 2^n.\frac{9}{2}=9.5^n\Rightarrow 2^{n-1}.9=9.5^n\Rightarrow 2^{n-1}=5^n$ Vô lý

b, $\left(\frac{y}{3}-5\right)^{2000}\left[\left(\frac{y}{3}-5\right)^8-1\right]=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{y}{3}-5=0\\\frac{y}{3}-5=\pm 1\end{array}\right.$

Bài 18: Tìm x biết:

a, $32^{-n}.16^n=1024$ b, $3^{-1}.3^n+5.3^{n-1}=162$ c, $2^{n+3}.2^n=128$

HD:

a, $\Rightarrow 2^{-5n}.2^{4n}=1024\Rightarrow 2^{-n}=2^{10}\Rightarrow n=-10$

b, $\Rightarrow 3^{n-1}+5.3^{n-1}=162\Rightarrow 3^{n-1}.6=162\Rightarrow 3^{n-1}=27=3^3\Rightarrow n-1=3\Rightarrow n=4$

c, $2^{2x+3}=128=2^7\Rightarrow 2n+3=7\Rightarrow n=2$

Bài 19: Tìm x biết:

a, $2^x - 15 = 17$ b, $2.2^{2x} + 4^3.4^x = 1056$

HD:

a, $\Rightarrow 2^x = 32 = 2^5 \Rightarrow x = 5$

b, $\Rightarrow 2.2^{2x} + 4^3.2^{2x} = 1056 \Rightarrow 2^{2n}\left(2+64\right) = 1056 \Rightarrow 2^{2n} = 16 = 2^4 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$

Bài 20: Tìm x biết:

a, $\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1} = 3^5$ b, $\frac{2x+1}{3} = \frac{x-5}{2}$

HD:

a, $\Rightarrow 3^{1-2n} = 3^5 \Rightarrow 1-2n = 5 \Rightarrow n = -2$

b, $2\left(2x+1\right) = 3\left(x-5\right) \Rightarrow 4x+2 = 3x-15 \Rightarrow x = -17$

Bài 21: Tìm x biết:

a, $4^{x-2} + 4^{x+1} = 1040$ b, $\left(2x-1\right)^3 = -8$ c, $\left(x-1\right)^{x+2} = \left(x-1\right)^{x+4}$

HD:

a, $\Rightarrow 4^{x-2} + 4^{x-2}.4^3 = 1040 \Rightarrow 4^{x-2}.65 = 1040 \Rightarrow 4^{x-2} = 16 = 4^2 \Rightarrow x-2 = 2$

b, $\Rightarrow \left(2x-1\right)^3 = \left(-2\right)^3 \Rightarrow 2x-1 = -2$

c, $\Rightarrow \left(x-1\right)^{x+2}\left[\left(x-1\right)^2 - 1\right] = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\left(x-1\right)^{x+2} = 0\\ \left(x-1\right)^{x+2} = \pm 1\end{array}\right.$

Bài 22: Tìm x biết:

a, $2^{-1}.2^n + 4.2^n = 9.2^5$ b, $3^{x-1} + 5.3^{x-1} = 162$

HD:

a, $\Rightarrow 2^n\left(\frac{1}{2}+4\right) = 9.2^5 \Rightarrow 2^n.\frac{9}{2} = 9.2^5 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^5 \Rightarrow n = 6$

b, $\Rightarrow 3^{n-1}.6 = 162 \Rightarrow 3^{n-1} = 27 = 3^3 \Rightarrow n = 4$

Bài 23: Tìm x biết:

a, $\left(n^{54}\right)^2 = n$ b, $4^{x-2} + 4^{x+1} = 1040$

HD:

a, $\Rightarrow n^{108} = n \Rightarrow n\left(n^{107} - 1\right) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}n = 0\\ n = 1\end{array}\right.$

b, $\Rightarrow 4^{x-2} + 4^{x-2}.4^3 = 1040 \Rightarrow 4^{x-2}.65 = 1040 \Rightarrow 4^{x-2} = 16 = 4^2 \Rightarrow x = 4$

Bài 24: Tìm x biết:

a, $2^{x+2} - 2^x = 96$ b, $(2x-1)^{50} = 2x-1$

HD:

a, $2^x.4 - 2^x = 96 \Rightarrow 3.2^x = 96 \Rightarrow 2^x = 32 = 2^5 \Rightarrow x = 5$

b, $\left(2x-1\right)\left[\left(2x-1\right)^{49} - 1\right] = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1 = 0\\ 2x-1 = 1\end{array}\right.$

Bài 25: Tìm x biết:

a, $(x-5)^2 = (1-3x)^2$ b, $32^{-n}.16^n = 1024$

HD:

a, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x-5 = 1-3x\\ x-5 = 3x-1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}4x = 6\\ 2x = -4\end{array}\right.$ b, $2^{-5n}.2^{4n} = 2^{10} \Rightarrow 2^{-n} = 2^{10} \Rightarrow n = -10$

Bài 26: Tìm x biết:

a, $(5x-7)^3 = 512$ b, $(2x-15)^5 = (2x-15)^3$ c, $(|x+2|-2)(x^2-4)=0$

HD:

a, $(5x-7)^3 = 8^3 \Rightarrow 5x-7=8 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$

b, $\Rightarrow (2x-15)^3\left[(2x-15)^2-1\right]=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}2x-15=0\\2x-15=\pm 1\end{array}\right.$

c, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l}|x+2|=2\\x^2-4=0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x+2=\pm 2\\x=\pm 2\end{array}\right.$

Bài 27: Tìm x biết:

a, $10^x : 5^y = 20^y$ b, $|x-5|+x-8=6$ (với x > 5) c, $2^{x+1}.3^y = 12^x$

HD:

a, $\Rightarrow 10^x = 20^y.5^y = 100^y = 10^{2y} \Rightarrow x=2y$

b, Vì $x>5 \Rightarrow |x-5|=x-5$, Khi đó ta có: $x-5+x-8=6 \Rightarrow 2x=19 \Rightarrow x=\dfrac{19}{2}$

c, $2^{x+1}.3^y = 2^{2x}.3^x \Rightarrow 2^{2x}:2^{x+1}=3^y:3^x \Rightarrow 2^{x-1}=3^{y-x} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x-1=0\\y-x=0\end{array}\right. \Rightarrow x=y=1$

Bài 28: Tìm x biết:

a, $(x-2)^6=(x-2)^8$ b, $\dfrac{7}{3}x+\left(\dfrac{-11}{12}\right)^2=\left(\dfrac{29}{12}\right)^2-x=y^2$

HD :

a, $(x-2)^6\left[(x-2)^2-1\right]=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x-2=0\\x-2=\pm 1\end{array}\right.$

b, $\Rightarrow \dfrac{7}{3}x+x=\left(\dfrac{29}{12}\right)^2-\left(\dfrac{11}{12}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{10}{3}x=5 \Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$ Thay vào tìm đc y

Bài 29: Tìm x,y biết rằng : $x+\left(-\dfrac{31}{12}\right)^2=\left(\dfrac{49}{12}\right)^2-x=y^2$

HD :

$\Rightarrow x+x=\left(\dfrac{49}{12}\right)^2-\left(\dfrac{31}{12}\right)^2 \Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$ Thay vào tìm đc y

Bài 30: Tìm x,y,z biết: $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+\dfrac{z^2}{4}=\dfrac{x^2+y^2+z^2}{5}$

HD :

$\left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^2}{5}\right)+\left(\dfrac{y^2}{3}-\dfrac{y^2}{5}\right)+\left(\dfrac{z^2}{4}-\dfrac{z^2}{5}\right)=0 \Rightarrow x=y=z=0$

Bài 31: Tìm x biết: $\dfrac{7^{x+2}+7^{x+1}+7^x}{57}=\dfrac{5^{2x}+5^{2x+1}+5^{2x+3}}{131}$

HD :

$\Rightarrow \dfrac{7^x(49+7+1)}{57}=\dfrac{5^{2x}(1+5+125)}{131} \Rightarrow 7^x=25^x \Rightarrow x=0$

Bài 32: Tìm n biết: $\frac{4^5+4^5+4^5+4^5}{3^5+3^5+3^5}.\frac{6^5+6^5+6^5+6^5+6^5+6^5}{2^5+2^5}=2^n$

HD :

$\Rightarrow \frac{4.4^5}{3.3^5}.\frac{6^5.6}{2.2^5}=2^n \Rightarrow \left(\frac{24}{6}\right)^5.\frac{24}{6}=2^n \Rightarrow 4^5.4=2^n \Rightarrow 4^6=2^n \Rightarrow 2^{12}=2^n \Rightarrow n=12$

Bài 33: Tìm x biết: $\left(2^3\right)^{1^{2005}}.x+2005^0.x=994-15:3+1^{2005}$

HD :

$\Rightarrow 8.x+x=990 \Rightarrow 9x=990 \Rightarrow x=110$

Bài 34: Tìm x biết: $2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}=480$

HD :

$\Rightarrow 2^x\left(1+2+4+8\right)=480 \Rightarrow 2^x=32=2^5 \Rightarrow x=5$

Bài 35: Tìm các số nguyên x, y, z, t biết: $\frac{27}{4}=\frac{-x}{3}=\frac{3}{y^2}=\frac{(z+3)^2}{-4}=\frac{|t|-2|}{8}$

HD :

$\Rightarrow -x=\frac{3.27}{4}=\frac{81}{4}$ Làm tương tự tìm y,z,t

Bài 36: Tìm m,n thỏa mãn : $\left(-7x^4y^m\right).\left(-5x^ny^4\right)=35x^9y^{15}$

HD :

$\Rightarrow 35.x^{n+4}.y^{m+4}=35.x^9.y^{15} \Rightarrow \begin{cases} n+4=9 \\ m+4=15 \end{cases}$

Bài 37: Tìm x, y nguyên biết : $2012^{|x-1|+y^2-1}.3^{2012}=9^{1006}$

HD :

$\Rightarrow 2012^{|x-1|+y^2-1}.3^{2012}=3^{2012} \Rightarrow 2012^{|x-1|+y^2-1}=1 \Rightarrow |x-1|+y^2-1=0$

$\Rightarrow |x-1|+y^2=1 \Rightarrow \begin{cases} |x-1|=0 \\ y^2=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} |x-1|=1 \\ y^2=0 \end{cases}$

Bài 38: Tìm các số x,y,z nguyên dương biết: $x^2+y^2+x^2+1:x^2+1:y^2+1:z^2=6$

Bài 39: Tìm x biết: $\frac{4^5+4^5+4^5+4^5}{3^5+3^5+3^5}.\frac{6^5+6^5+6^5+6^5+6^5+6^5}{2^5+2^5}=8^x$

HD :

$\Rightarrow \frac{4.4^5}{3.3^5}.\frac{6^5.6}{2.2^5}=2^{3n} \Rightarrow \left(\frac{24}{6}\right)^5.\frac{24}{6}=2^{3n} \Rightarrow 4^5.4=2^{3n} \Rightarrow 4^6=2^{3n} \Rightarrow 3n=6 \Rightarrow n=2$

Bài 40: Tìm giá trị của biểu thức biết: $\left(x-4\right)^{(x-5)^{(x-6)^{(x+7)}}}$ với x=7

HD :

Thay x=7 vào ta được : $\left(7-4\right)^{7-5}=3^2=9$

Bài 41: Tìm x biết: $2^{x+2}.3^{x+1}.5^x=10800$

HD :

Phân tích $10800=2^4.3^3.5^2=2^{x+2}.3^{x+1}.5^x \Rightarrow x=2$

Bài 42: Tìm x biết: $\left(x-7\right)^{x+1}-\left(x-7\right)^{x+1}\left(x-7\right)^{10}=0$

Bài 43: Tìm x, y nguyên biết : $2012^{|x-1|+y^2-1}.3^{2012}=9^{1006}$

Bài 44: Tìm x biết: $\left(x^2-3x-5\right)^2=\left(x^2+5x+1\right)^2$

Bài 45: Tìm x biết: $\left(x+1\right)^2-\left(x+1\right)\left(x-1\right)=0$

Bài 46: Tìm x biết: $\left(x^2+1\right)^2=\left(x^2-2x-5\right)^2$

Bài 47: Tìm x biết : $2^{x+2}.3^{x+1}.5^x=10800$

Bài 48: Trong ba số a, b, c có 1 số dương, 1 số âm, và 1 số bằng 0, Tìm 3 số đó biết: $\left|a\right|=b^2\left(b-c\right)$

HD :

Xét $a=0=>b^2\left(b-c\right)=0=>\left[\begin{array}{l}b=0\\b=c\end{array}\right.\left(VL\right)$

Xét $a\neq0=>\left|a\right|=b^2\left(b-c\right)>0=>\left\{\begin{array}{l}b>c\\b>0\end{array}\right.=>c=0,b>0,a<0$

Bài 48: Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn: $x^3=y\left(z-x\right)$, Biết rằng trong ba số đó có 1 số bằng 0, một số âm, một số dương, hãy chỉ rõ số nào bằng 0, số nào âm, số nào dương?

Bài 49: Tìm x,y biết: $x\left(x-y\right)=\frac{3}{10}$ và $y\left(x-y\right)=\frac{-3}{50}$

HD :

Trừ theo vế ta được : $\left(x-y\right)\left(x-y\right)=\frac{9}{25}=>\left(x-y\right)^2=\left(\pm\frac{3}{5}\right)^2$

Bài 50: Tìm các số nguyên dương a, b, c biết rằng: $a^3-b^3-c^3=3abc$ và $a^2=2\left(b+c\right)$

HD:

Vì $a^2=2\left(b+c\right)=>$ a^2 là 1 số chẵn => a chẵn, mà a, b, c nguyên dương nên từ

$a^3-b^3-c^3=3abc=>a>b$ và $a>c=>$ $2a>b+c=>4a>2\left(b+c\right)=>4a>a^2=>a<4$

=> a = 2 và b = c = 1

Bài 51: Tìm các số nguyên dương a, b, c, d biết : $a^b=b^c=c^d=d^a$ và $a+b+c+d=20$

Bài 52: Tìm các số nguyên dương a, x, y biết: $4x+19=3^a;2x+5=3^b$

Bài 53: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết: $5^x-17^y=2^{xy}$ và $x-y=5,2x+3^y=xy$

Bài 54: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết : $x+2y-3z=5^{xyz}$ và $\left(x-2y\right)\left(y+7\right)-x=19^2$ (xyz>0)

Bài 55: Tìm số nguyên x, y sao cho: x - 2xy + y = 0

HD :

Biến đổi về dạng $\left(2x-1\right)\left(1-2y\right)=-1$

Bài 56: Tìm các số tự nhiên a,b sao cho: $\left(2008a+3b+1\right)\left(2008^a+2008a+b\right)=225$

HD:

Do a,b là số tự nhiên nên:

Nếu $a\geq1$ thì 2008a+2008a+b >225 (loại)

Nên a=0 khi đó (3b+1)(b+1)=225=3.75=5.45=9.25 vì 3b+1 không chia hết cho 3 và 3b+1>b+1

$=>\left\{\begin{array}{l}3b+1=25\\b+1=9\end{array}\right.=>b=8$

Bài 57: Chứng minh rằng với a, b là số nguyên thì giá trị của biểu thức:

$A=\left(2021a^2+2019b+1\right)\left(2017a^2-2015b+2018\right)$ là một số chẵn.

Bài 58: Tìm các số tự nhiên m, n sao cho $2018^m+4035=n+\left|n-2018\right|$

Bài 59: Tìm x nguyên biết: $x^{2015} + 2015x = 2017^{2016}$

DẠNG 4: TÌM X DẠNG PHÂN THỨC

Bài 1: Tìm x nguyên biết:

a, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$ b, $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=3$ c, $\frac{2}{y}-\frac{1}{x}=\frac{8}{xy}+1$

HD:

a, $\Rightarrow 5(x+y)=xy \Rightarrow xy-5x-5y=0 \Rightarrow x(y-5)-5y+25=25 \Rightarrow x(y-5)-5(y-5)=25$

$\Rightarrow (x-5)(y-5)=25=1.25=5.5$

b, $\Rightarrow 2y+x=3xy \Rightarrow 3xy-x-2y=0 \Rightarrow x(3y-1)-2y+\frac{2}{3}=\frac{2}{3} \Rightarrow x(3y-1)-2\left(y-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow 3x(3y-1)-2(3y-1)=2 \Rightarrow (3x-2)(3y-1)=2$

c, $\Rightarrow 2x-y=8+xy>xy-2x+y=-8 \Rightarrow x(y-2)+y-2=-10 \Rightarrow (x+1)(y-2)=-10$

Bài 2: Tìm x nguyên biết:

a, $x-\frac{1}{y}-\frac{4}{xy}=-1$ b, $\frac{-3}{y}-\frac{12}{xy}=1$ c, $\frac{x}{8}-\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$

HD:

a, $\Rightarrow x^2y-x-4=-xy \Rightarrow x^2y+xy-x-4=0 \Rightarrow xy(x+1)-x-1-3=0$

$\Rightarrow xy(x+1)-(x+1)=3 \Rightarrow (xy-1)(x+1)=3=1.3$

b, $\Rightarrow -3x-12=xy \Rightarrow xy+3x=-12 \Rightarrow x(y+3)=-12=-1.12=-2.6=-3.4$

c, $\Rightarrow xy-8=2y \Rightarrow xy-2y=8 \Rightarrow y(x-2)=8=1.8=2.4$

Bài 3: Tìm x nguyên biết:

a, $\frac{-2}{x}-\frac{2}{y}=-1$ b, $\frac{4}{x}+\frac{2}{y}=1$ c, $\frac{3}{x}+\frac{y}{3}=\frac{5}{6}$

HD:

a, $\Rightarrow -2y-2x=-xy \Rightarrow xy-2x-2y=0 \Rightarrow x(y-2)-2y+4=4 \Rightarrow x(y-2)-2(y-2)=4$

$\Rightarrow (x-2)(y-2)=4$

b, $\Rightarrow 4y+2x=xy \Rightarrow xy-2x-4y=0 \Rightarrow x(y-2)-4y+8=8 \Rightarrow (y-2)(x-4)=8$

c, $\Rightarrow \frac{3}{x}=\frac{5}{6}-\frac{y}{3}=\frac{5-2y}{6} \Rightarrow x(5-2y)=18$

Bài 4: Tìm x nguyên biết:

a, $\frac{5}{x}-\frac{y}{3}=\frac{1}{6}$ b, $\frac{x}{3}-\frac{4}{y}=\frac{1}{5}$ c, $\frac{x}{6}-\frac{2}{y}=\frac{1}{30}$

HD:

a, $\Rightarrow \frac{5}{x}=\frac{1}{6}+\frac{y}{3} \Rightarrow \frac{5}{x}=\frac{1+2y}{6} \Rightarrow x(2y+1)=30$

b, $\Rightarrow \frac{x}{3}-\frac{1}{5}=\frac{4}{y} \Rightarrow \frac{5x-3}{15}=\frac{4}{y} \Rightarrow y(5x-3)=60$

c, $\Rightarrow \frac{x}{6}-\frac{1}{30}=\frac{2}{y} \Rightarrow \frac{5x-1}{30}=\frac{2}{y} \Rightarrow y(5x-1)=60$

Bài 5: Tìm x nguyên biết:

a, $\frac{4}{x}+\frac{y}{3}=\frac{5}{6}$ b, $\frac{x}{9}-\frac{3}{y}=\frac{1}{18}$ c, $\frac{-25}{-5}=\frac{x}{-3}=\frac{5}{y^2}$

HD:

a, $\Rightarrow \frac{4}{x}=\frac{5}{6}-\frac{y}{3}=\frac{5-2y}{6} \Rightarrow x(5-2y)=24$

b, $\Rightarrow \frac{x}{9}-\frac{1}{18}=\frac{3}{y} \Rightarrow \frac{2x-1}{18}=\frac{3}{y} \Rightarrow y(2x-1)=54$

c, $\Rightarrow x=\frac{(-25)(-3)}{(-5)}=-15$ và $y^2=\frac{(-5).5}{-25}=1 \Rightarrow y=\pm 1$

Bài 6: Tìm x nguyên biết:

a, $\frac{7}{15x}+\frac{9}{10y}=\frac{2}{5}-\frac{359}{30xy}$ b, $\frac{x}{7}-\frac{1}{2}=\frac{1}{y+1}$ c, $\frac{5}{x}+\frac{y}{4}=\frac{1}{8}$

HD:

a, Quy đồng ta được:

$\Rightarrow \frac{14y+27x}{30xy}=\frac{12xy-359}{30xy} \Rightarrow 12xy-27=14y+359 \Rightarrow 6x(4y-9)=7(4y-9)+781$

$\Rightarrow (4y-9)(6x-7)=781=11.71$

b, $\Rightarrow \frac{2x-7}{14}=\frac{1}{y+1} \Rightarrow (2x-7)(y+1)=14$

c, $\Rightarrow \frac{5}{x}=\frac{1}{8}-\frac{y}{4}=\frac{1-2y}{8} \Rightarrow x(1-2y)=40$

DẠNG 5: SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP CHẶN

Bài 1: Tìm số tự nhiên x,y biết: $7(x-2004)^2=23-y^2$

HD:

Từ giả thiết ta thấy $7(x-2004)^2\ge 0$ nên $23-y^2\ge 0 \Rightarrow y^2\le 23 \Rightarrow y\in\{0;1;2;3;4\}$

Mà 7 là số nguyên tố nên $23-y^2 \vdots 7 \Rightarrow y\in\{3;4\}$. Thay y vào ta tìm được x

Bài 2: Tìm số tự nhiên x,y biết: $25-y^2=8(x-2002)^2$

HD:

Từ giả thiết ta có: $8(x-2002)^2\ge 0 \Rightarrow 25-y^2\ge 0 \Rightarrow y^2\in\{0,1,2,3,4,5\}$

Mà $8(x-200)^2 \vdots 8 \Rightarrow 25-y^2 \vdots 8 \Rightarrow y\in\{1;3;5\}$. Thay y vào tính x

Bài 3: Tìm ba số tự nhiên a, b, c biết: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{4}{5}$

HD :

Giả sử : $a\ge b\ge c \Rightarrow \frac{4}{5}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le\frac{1}{c}+\frac{1}{c}+\frac{1}{c}=\frac{3}{c}\Rightarrow c\le 3$

TH1 : Với $c=1\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+1=\frac{4}{5}\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{5}-1<0$ (Loại)

TH2 : Với $c=2\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{5}-\frac{1}{2}=\frac{3}{10}\Rightarrow 3ab=10a+10b$

TH3 : Với $c=3\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{5}-\frac{1}{3}=\frac{7}{15}\Rightarrow 7ab=15a+15b$

Bài 4: Tìm ba số từ nhiên a, b, c khác 0 biết: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{4}{3}$

HD:

Không mất tính tổng quát: Giả sử: $a\ge b\ge c \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le\frac{3}{c}=\frac{4}{3}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c=1\\c=2\end{array}\right.$

Với $c=1\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+1=\frac{4}{3}\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}\le\frac{2}{b}=\frac{1}{3}\Rightarrow b\le 6\Rightarrow\left[\begin{array}{l}b=6\\a=6\end{array}\right.,\left[\begin{array}{l}b=4\\a=12\end{array}\right.$

Với $c=2\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{2}=\frac{4}{3}\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{5}{6}\Rightarrow b=3,a=2$

Bài 5: Tìm các số nguyên a, b, c$\ne 0$, biết: $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}=a+b+c=3$

HD:

$$\Rightarrow\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}\right)+3=9\Rightarrow\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}+1\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}+1\right)+\left(\frac{c}{a}+\frac{b}{a}+1\right)=9$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c}{b}+\frac{a+b+c}{c}+\frac{a+b+c}{a}=9\Rightarrow(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=9$$

$\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=3$, do a, b, c $\in Z$ nên $\frac{1}{a}\le 1,\frac{1}{b}\le 1,\frac{1}{c}\le 1\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le 3\Rightarrow a=b=c=1$

Bài 6: Tìm số nguyên x, y biết: $42-3|y-3|=4(2012-x)^4$

HD:

$\Rightarrow 42=3|y-3|+4(2012-x)^4$, Do $3|y-3|\geq 0, \forall y\in Z$ nên $4(2012-x)^4\leq 42$

$\Rightarrow (2012-x)^4\leq 11<2^4 \Rightarrow 2012-x=0$ hoặc $2012-x=\pm 1$, Vì 2012 - x là số nguyên nên

+ Nếu $2012-x=\pm 1 \Rightarrow$ x = 2011 hoặc x = 2013 thì $38=3|y-3| \Rightarrow |y-3|=\frac{38}{3}$ (loại)

+ Nếu: 2012 - x = 0 => x = 2012 và $42=3|y-3| \Rightarrow |y-3|=14 \Rightarrow$ y= 17 hoặc y = - 11

Bài 7: Tìm số tự nhiên x,y biết: $25-y^2=8(x-2009)^2$ (Tự luyện)

HD :

Từ giả thiết ta có: $8(x-2009)^2\geq 0 \Rightarrow 25-y^2\geq 0 \Rightarrow y^2\in\{0,1,2,3,4,5\}$

Mà $8(x-2009)^2 \vdots 8 \Rightarrow 25-y^2 \vdots 8 \Rightarrow y\in\{1;3;5\}$. Thay y vào tính x

Bài 8: CMR không tìm được hai số x, y nguyên dương sao khác nhau sao cho $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{x-y}$

HD :

Quy đồng chéo ta được : $(y-x)(x-y)=xy$, Vì x - y và y - x là hai số đối nhau nên VT < 0,

Và nếu x, y nguyên dương thì VP > 0=> Mẫu thuẫn

Vậy không tồn tại hai số x, y nguyên dương

Bài 9: Tìm ba số nguyên dương x, y, z sao cho: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2$

HD :

Giả sử : $x\geq y\geq z \Rightarrow 2=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\leq \frac{1}{z}+\frac{1}{z}+\frac{1}{z}=\frac{3}{z} \Rightarrow z\leq \frac{3}{2} \Rightarrow z=1$

Với $z=1 \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+1=2 \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1 \Rightarrow x+y=xy \Rightarrow (x-1)(y-1)=1$

Bài 10: Tìm bộ ba số tự nhiên khác 0 sao cho: $\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+b+c}=1$

HD:

Vì $\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+b+c}=1<\frac{1}{a}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=\frac{3}{a} \Rightarrow a>3 \Rightarrow a\in\{1;2;3\}$

TH1 : Với $a=1 \Rightarrow \frac{1}{b+1}+\frac{1}{b+c+1}+1=1 \Rightarrow \frac{1}{b+1}+\frac{1}{b+c+1}=0$ (Loại)

TH2 : Với $a=2 \Rightarrow \frac{1}{b+2}+\frac{1}{b+c+2}+\frac{1}{2}=1 \Rightarrow \frac{1}{b+2}+\frac{1}{b+c+2}=\frac{1}{2}<\frac{1}{b+2}+\frac{1}{b+2}=\frac{2}{b+2}$

$\Rightarrow b+2<4 \Rightarrow b<2 \Rightarrow b\in\{1;2\}$

Nếu b=1 thì $\frac{1}{3}+\frac{1}{c+3}=\frac{1}{2} \Rightarrow c$

Nếu b=2 thì $\frac{1}{4}+\frac{1}{c+4}=\frac{1}{2} \Rightarrow c$

TH3 : Với $a=3 \Rightarrow \frac{1}{b+3}+\frac{1}{b+c+3}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}<\frac{1}{b+3}+\frac{1}{b+3}=\frac{2}{b+3} \Rightarrow b+3<3 \Rightarrow b<0$ (loại)

Bài 11: Tìm các số nguyên dương m, n thỏa mãn: $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{7}$

HD:

$$\Rightarrow \frac{m+n}{mn}=\frac{1}{7} \Rightarrow 7m+7n=mn \Rightarrow mn-7m-7n=0$$

$$\Rightarrow m(n-7)-7n+49=49 \Rightarrow (n-7)(m-7)=49$$

Bài 12: Tìm các số nguyên a,b,c $\neq 0$ biết: $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}=a+b+c=3$

HD:

$$\Rightarrow \frac{a+b+c}{b}+\frac{a+b+c}{c}+\frac{a+b+c}{a}=9 \Rightarrow (a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=9$$

$\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=3$. Do $a,b,c\in Z \Rightarrow \frac{1}{a}\le 1,\frac{1}{b}\le 1,\frac{1}{c}\le 1 \Rightarrow a=b=c=1$

Bài 13: Tìm các số x, y nguyên dương biết: $y^2(x+1)=1576+x^2$

Bài 14: Tồn tại hay không số tự nhiên m và n để $1995^n-18^m+1=0$

Bài 15: Tìm x, y để: $4^x+24=5^y$

Bài 16: Tìm x,y,z nguyên dương biết: $x+y+z=xyz$

HD:

Vì x, y, z có vai trò như nhau nên ta xét: $x\le y\le z$

Vì x, y, z nguyên dương nên $xyz\neq 0, \Rightarrow xyz=x+y+z\le 3z \Rightarrow xy\le 3 \Rightarrow xy\in\{1;2;3\}$

Nếu $xy=1 \Rightarrow x=y=1 \Rightarrow 2+z=z$ vô lý

Nếu $xy=2,(x\le y) \Rightarrow x=1,y=2 \Rightarrow z=3$

Nếu $xy=3,(x\le y) \Rightarrow x=1,y=3 \Rightarrow z=2$

Bài 17: Tìm x,y thuộc Z biết $25-y^2=8(x-2015)^2$

Bài 18: Cho $A=\frac{5}{17}+\frac{-4}{9}-\frac{20}{31}+\frac{12}{17}-\frac{11}{31}$ và $B=\frac{-3}{7}+\frac{7}{15}+\frac{-4}{7}+\frac{8}{15}-\frac{-2}{3}$. Tìm số nguyên x sao cho $A<\frac{x}{9}\le B$

HD :

Tính A ta có : $A=\frac{-4}{9}$ và $B=\frac{2}{3}$

Theo bài ra ta có : $\frac{-4}{9}<\frac{x}{9}\le\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{-4}{9}<\frac{x}{9}\le\frac{6}{9} \Rightarrow -4<x\le 6$

Bài 19 : Tìm số nguyên x sao cho : $(x^2-1)(x^2-4)(x^2-7)(x^2-10)<0$

HD :

Vì tích của 4 số : $(x^2-1),(x^2-4),(x^2-7),(x^2-10)$ là 1 số âm, nên phải có 1 số âm hoặc 3 số âm

Ta có : $x^2-10<x^2-7<x^2-4<x^2-1$, ta xét 2 TH sau :

TH1 : Có 1 số âm :=> $x^2-10<x^2-7 \Rightarrow x^2-10<0<x^2-7 \Rightarrow 7<x^2<10 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$

TH2 : Có 3 số âm và 1 số dương :

$\Rightarrow x^2-4<0<x^2-1 \Rightarrow 1<x^2<4$, Do x là số nguyên nen không tồn tại x

Vậy $x=\pm 3$ là số cần tìm

Bài 20: Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn: $6x^2+5y^2=74$

HD:

Từ $6x^2+5y^2=74 \Rightarrow 6x^2 \le 74 \Rightarrow x^2 \le \frac{74}{6}$ mà $x \in Z \Rightarrow x^2 \in \{0;1;4;9\}$

Mặt khác ta lại có: $x^2+1=75-5x^2-5y^2 \vdots 5 \Rightarrow x^2=4$ hoặc $x^2=9$

Với $x^2=4 \Rightarrow y^2=10$ (loại) vì y không là số nguyên

Với $x^2=9 \Rightarrow y^2=4 \Rightarrow (x;y) \in \{(3;2);(3;-2);(-3;2);(-3;-2)\}$

DẠNG 6: SỬ DỤNG CÔNG THỨC TÍNH TỔNG

Bài 1: Tìm x, biết: $x+2x+3x+...+2011x=2012.2013$

HD:

Ta có: $x(1+2+3+...+2011)=2012.2013 => x.\frac{(1+2011).2011}{2}=2012.2013 =>$ x

Bài 2: Tìm x biết: $(x+1)+(x+2)+(x+3)+...+(x+100)=5070$

HD:

Ta có: $(x+x+x+...+x)+(1+2+3+...+100)=5070$

$=> 100x+5050=5070 =>100x=20 => x=\frac{1}{5}$

Bài 3: Tìm x biết: $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{10}\right)x=\frac{1}{9}+\frac{2}{8}+\frac{3}{7}+...+\frac{9}{1}$

HD:

Ta có: Tách $\frac{9}{1}$ thành 9 số 1=> $\frac{1}{9}+\frac{2}{8}+\frac{3}{7}+...+\frac{9}{1}=\left(\frac{1}{9}+1\right)+\left(\frac{2}{8}+1\right)+\left(\frac{3}{7}+1\right)+...+\left(\frac{8}{2}+1\right)+1$

$=\frac{10}{9}+\frac{10}{8}+\frac{10}{7}+...+\frac{10}{2}+\frac{10}{10}=10\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{10}\right)$

Khi đó $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{10}\right)x=10\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{10}\right) => x=10$

Bài 4: Tìm x biết: $1+2+3+...+x=820$

HD:

$=> \frac{(1+x)x}{2}=820 => x(x+1)=1640=40.41 => x=40$

Bài 5: Tìm x biết: $1^3+2^3+3^3+...+10^3=(x+1)^2$

HD:

Ta có: $1^3+2^3=1+8=9=(1+2)^2$

$1^3+2^3+3^3=9+27=36=(1+2+3)^2$

....

$1^3+2^3+3^3+...+10^3=(1+2+3+...+10)^2=(x+1)^2=45^2 => \left[\begin{array}{l} x+1=45 \\ x+1=-45 \end{array}\right.$

Bài 6: Tìm x biết: $1+3+5+7+...+99=(x-2)^2$

HD:

$=> \frac{(1+99)50}{2}=50^2=(x-2)^2 => \left[\begin{array}{l} x-2=50 \\ x-2=-50 \end{array}\right.$

Bài 7: Tìm x biết: $x-3x+5x-7x+...+2013x-2015x=3024$

HD:

$=> (x-3x)+(5x-7x)+...+(2013x-2015x)=3024$

$=>(-2x)+(-2x)+...+(-2x)=3024 =>(-2x).504=3024 =>$ –2 x = 6 => x = –3

Bài 8: Tìm x biết: $\frac{2}{1^2}.\frac{6}{2^2}.\frac{12}{3^2}.\frac{20}{4^2}...\frac{110}{10^2}.x=-20$

HD:

Ta có: $\frac{1.2}{1.1}.\frac{2.3}{2.2}.\frac{3.4}{3.3}.\frac{4.5}{4.4}...\frac{10.11}{10.10}.x=-20 \Rightarrow \frac{(1.2.3...10)(2.3....11)}{(1.2....10)(1.2....10)}.x=-20$

$\Rightarrow 11x=-20 \Rightarrow x=\frac{-20}{11}$

Bài 9: Tìm x biết: $\frac{3}{35}+\frac{3}{63}+\frac{3}{99}+...+\frac{3}{x(x+2)}=\frac{24}{35}$

HD:

Ta có: $\Rightarrow \frac{3}{5.7}+\frac{3}{7.9}+\frac{3}{9.11}+...+\frac{3}{x(x+2)}=\frac{24}{35}$

$\Rightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5.7}+\frac{2}{7.9}+\frac{2}{9.11}+...+\frac{2}{x(x+2)}\right)=\frac{24}{35}$

$\Rightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{x+2}\right)=\frac{24}{35} \Rightarrow \frac{1}{5}-\frac{1}{x+2}=\frac{24}{35}.\frac{2}{3}=\frac{16}{35}$

$\Rightarrow \frac{1}{5}-\frac{16}{35}=\frac{1}{x+2}=\frac{-9}{35} \Rightarrow x+2=\frac{-35}{9} \Rightarrow x=\frac{-35}{9}-2=\frac{-53}{9}$

Bài 10: Tìm x biết: $\frac{1}{4}.\frac{2}{6}.\frac{3}{8}.\frac{4}{10}...\frac{31}{64}=2^x$

HD:

$\Rightarrow \frac{(1.2.3.4.5....30.31)}{(2.2)(2.3)(2.4)...(2.32)}=2^x \Rightarrow \frac{1.2.3....31}{2^{31}.2.3.4...32}=\frac{1}{2^{31}.2^5}=\frac{1}{2^{36}}=2^x \Rightarrow x=-36$

Bài 11: Tìm x biết: $\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...+\frac{1}{(2x-1)(2x+1)}=\frac{49}{99}$

HD:

$\Rightarrow \frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+...+\frac{2}{(2x-1)(2x+1)}=\frac{98}{99} \Rightarrow 1-\frac{1}{2x+1}=\frac{98}{99}$

$\Rightarrow \frac{2x}{2x+1}=\frac{98}{99} \Rightarrow 2x=98 \Rightarrow x=49$

Bài 12: Tìm x biết: $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+...+\frac{2}{x(x+1)}=1\frac{1989}{1991}$

HD:

$\Rightarrow 2+\frac{2}{6}+\frac{2}{12}+\frac{2}{20}+....+\frac{2}{x(x+1)}=1\frac{1989}{1991}$

$\Rightarrow 2+2\left(\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}+...+\frac{1}{x(x+1)}\right)=1\frac{1989}{1991}$

$\Rightarrow 2+2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x+1}\right)=1\frac{1989}{1991} \Rightarrow 2\left(\frac{x-1}{2(x+1)}\right)=\frac{-2}{1991}$

$\Rightarrow \dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{-2}{1991} \Rightarrow 1991(x-1)=-2(x+1) \Rightarrow 1991x-1991=-2x-2$

$\Rightarrow 1991x+2x=-2+1991 \Rightarrow 1993x=1989 \Rightarrow x=\dfrac{1989}{1993}$

Bài 13: Tìm x biết: $1-3+3^2-3^3+...+(-3)^x=\dfrac{9^{1006}+1}{4}$

HD:

Đặt $A=1-3+3^2-3^3+...(-3)^x$. Khi đó: $3A=3-3^2+3^3-3^4+...+(-3)^{x+1}$

$\Rightarrow 3A+A=4A=1+(-3)^{x+1} \Rightarrow A=\dfrac{(-3)^{x+1}+1}{4}$ Theo giả thiết ta có: $\dfrac{(-3)^{x+1}+1}{4}=\dfrac{3^{2012}+1}{4}$

$\Rightarrow x+1=2012 \Rightarrow x=2011$

Bài 14: Tìm x biết: $3+|x-3|^{12}=2^{17}-2^{16}-2^{15}-...-2^2$

HD:

Đặt: $A=2^2+2^3+2^4+...+2^{16}$. Tính A ta có: $2A=2^3+2^4+2^5+...+2^{17}$

$\Rightarrow 2A-A=2^{17}-2^2=A$

Theo giả thiết ta có: $3+|x-3|^{12}=2^{17}-A=2^{17}-\left(2^{17}-2^2\right)=4 \Rightarrow |x-3|^{12}=1^{12} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-3=1 \\ x-3=-1 \end{array}\right.$

Bài 15: Tìm x biết: $(x-20)\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{200}}{\frac{1}{199}+\frac{2}{198}+...+\frac{199}{1}}=\dfrac{1}{2000}$

HD:

Đặt $A=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{200}}{\frac{1}{199}+\frac{2}{198}+...+\frac{199}{1}}$. Ta có mẫu của

$A=\left(\dfrac{1}{199}+1\right)+\left(\dfrac{2}{198}+1\right)+...+\left(\dfrac{198}{2}+1\right)+1=\dfrac{200}{199}+\dfrac{200}{198}+...+\dfrac{200}{2}+\dfrac{200}{200}$

Khi đó $A=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{200}}{200\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{200}\right)}=\dfrac{1}{200}$

Như vậy ta có: $(x-20).\dfrac{1}{200}=\dfrac{1}{2000} \Rightarrow x-20=\dfrac{1}{10} \Rightarrow x=\dfrac{1}{10}-20=\dfrac{-199}{10}$

Bài 16: Tìm x biết: $\dfrac{4}{3.5}+\dfrac{8}{5.9}+\dfrac{12}{9.15}+...+\dfrac{32}{n(n+16)}=\dfrac{16}{25}$

HD:

$\Rightarrow 2\left(\dfrac{2}{3.4}+\dfrac{4}{5.9}+\dfrac{6}{9.15}+...+\dfrac{16}{n(n+16)}\right)=\dfrac{16}{25}$

$\Rightarrow 2\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{n+16}\right)=\dfrac{16}{25} \Rightarrow \dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{n+16}=\dfrac{8}{25} \Rightarrow \dfrac{1}{n+16}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{8}{25}=\dfrac{1}{75} \Rightarrow n+16=75$

Bài 17: Tìm x biết: $x:\frac{1}{2}+x:\frac{1}{4}+x:\frac{1}{8}+...+x:\frac{1}{512}=511$

HD:

$\Rightarrow 2x+4x+8x+...+512x=511\Rightarrow x\left(2+4+8+16+...+512\right)=511$

Đặt $A=2+4+8+16+...+512$

$\Rightarrow 2A=4+8+16+...+1024\Rightarrow 2A-A=1024-2=1022$

Khi đó ta có: $xA=511\Rightarrow x.1022=511\Rightarrow x=\frac{511}{1022}=\frac{1}{2}$

Bài 18: Tìm x biết: $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+...+2^{x-49}=2^{49}-1$

HD:

Đặt: $A=2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+...+2^{x-49}$

$\Rightarrow 2A=2^{x}+2^{x-1}+2^{x-2}+...+2^{x-48}\Rightarrow 2A-A=A=2^{x}-2^{x-49}$

theo bài ra ta có: $2^{x}-2^{x-49}=2^{49}-1\Rightarrow 2^{x}\left(1-\frac{1}{2^{49}}\right)=2^{49}-1\Rightarrow 2^{x}.\frac{2^{49}-1}{2^{49}}-\left(2^{49}-1\right)=0$

$\Rightarrow \frac{2^{x}}{2^{49}}-1=0\Rightarrow 2^{x-49}=1=2^{0}\Rightarrow x-49=0\Rightarrow x=49$

Bài 19: Tìm x biết: $x+x-1+x-2+x-3+...+x-50=255$

HD :

$\Rightarrow \left(x+x+x+...+x\right)-\left(1+2+3+...+50\right)=255$

$\Rightarrow 51x-1275=255\Rightarrow 51x=1530\Rightarrow x=30$

Bài 20: Tìm x biết: $x+\left(x+1\right)+\left(x+2\right)+...+\left(x+2010\right)=2029099$

HD :

$\Rightarrow \left(x+x+x+...+x\right)+\left(1+2+3+...+2010\right)=2029099\Rightarrow 2011x+2021055=2029099$

$\Rightarrow 2011x=2029099-2021055=8044\Rightarrow x=4$

Bài 21: Tìm x biết: $2+4+6+...+2x=210$

HD :

$\Rightarrow 2\left(1+2+3+4+...+x\right)=210\Rightarrow 2.\frac{\left(x+1\right).x}{2}=210\Rightarrow x\left(x+1\right)=210=14.15$

Bài 22: Tìm x biết: (x+1) + (2x+3) + (3x+5) + … + (100x+199) = 30200

HD :

$\Rightarrow \left(x+2x+3x+...+100x\right)+\left(1+3+5+...+199\right)=30200$

$\Rightarrow x.5050+10000=30200\Rightarrow 5050x=20200\Rightarrow x=4$

Bài 23: Tìm x biết: $\frac{1}{14}+\frac{1}{35}+\frac{1}{65}+...+\frac{2}{x^{2}+3x}=\frac{1}{9}$

HD :

$\Rightarrow \frac{2}{28}+\frac{2}{70}+\frac{2}{130}+...+\frac{2}{x\left(x+3\right)}=\frac{1}{9}$

$\Rightarrow \frac{2}{4.7}+\frac{2}{7.10}+\frac{2}{10.13}+...+\frac{2}{x\left(x+3\right)}=\frac{1}{9}$

$\Rightarrow \frac{2}{3}\left(\frac{3}{4.7}+\frac{3}{7.10}+...+\frac{3}{x\left(x+3\right)}\right)=\frac{1}{9}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{x+3}\right)=\frac{1}{9}$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1}{x+3}=\frac{1}{6}\Rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{x+3}\Rightarrow \frac{1}{12}=\frac{1}{x+3}\Rightarrow x=9$$

Bài 24: Tìm x biết: $\frac{3}{35}+\frac{3}{63}+\frac{3}{99}+...+\frac{3}{x(x+2)}=\frac{24}{35}$

HD :

$$\frac{3}{5.7}+\frac{3}{7.9}+\frac{3}{9.11}+...+\frac{3}{x(x+2)}=\frac{24}{35}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5.7}+\frac{2}{7.9}+\frac{2}{9.11}+...+\frac{2}{x(x+2)}\right)=\frac{24}{35}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{x+2}\right)=\frac{24}{35}\Rightarrow \frac{1}{5}-\frac{1}{x+2}=\frac{24}{35}.\frac{2}{3}=\frac{16}{35}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}-\frac{16}{35}=\frac{1}{x+2}=\frac{-9}{35}\Rightarrow x+2=\frac{-35}{9}\Rightarrow x=\frac{-35}{9}-2=\frac{-53}{9}$$

Bài 25: Tìm x biết: $1+3+5+7+...+99=(x-2)^2$

HD:

$$\Rightarrow \frac{(1+99)50}{2}=50^2=(x-2)^2\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x-2=50\\x-2=-50\end{array}\right.$$

Bài 26: Tìm x biết: $\frac{(1.2+2.3+3.4+...+98.99).x}{26950}=12\frac{6}{7}:\frac{3}{2}$

HD :

Đặt : $A=1.2+2.3+3.4+...+98.99$

Tính A ta được : $3A=1.2(3-0)+2.3(4-1)+3.4(5-2)+...+98.99(100-97)$

$$3A=(1.2.3-0.1.2)+(2.3.4-1.2.3)+...+(98.99.100-97.98.99)=98.99.100$$

$$A=\frac{98.99.100}{3}$$

Thay vào ta có : $\frac{98.99.100.x}{3.26950}=12\frac{6}{7}:\frac{3}{2}\Rightarrow 12x=\frac{60}{7}\Rightarrow x=\frac{5}{7}$

Bài 27: Tìm x biết: $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{10})x=\frac{1}{9}+\frac{2}{8}+\frac{3}{7}+...+\frac{9}{1}$

HD :

Ta có : $\frac{1}{9}+\frac{2}{8}+\frac{3}{7}+...+\frac{9}{1}=\left(\frac{1}{9}+1\right)+\left(\frac{2}{8}+1\right)+\left(\frac{3}{7}+1\right)+...+\left(\frac{8}{2}+1\right)+1$

$$\Rightarrow \frac{10}{9}+\frac{10}{8}+\frac{10}{7}+...+\frac{10}{2}+\frac{10}{10}=10\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)$$

Khi đó : $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{10}\right).x=10\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{10}\right)\Rightarrow x=10$

Bài 28: Tìm x biết: x-3x+5x-7x+…+2013x-2015x = 3024

HD :

Ta có : $(x-3x)+(5x-7x)+...+(2013x-2015x)=3024$

$$\Rightarrow (-2x)+(-2x)+(-2x)+...+(-2x)=3024\Rightarrow (-2x).504=3024\Rightarrow -2x=6\Rightarrow x=-3$$

Bài 29: Tìm x biết: $2x+\frac{7}{6}+\frac{13}{12}+\frac{21}{20}+\frac{31}{31}+\frac{43}{42}+\frac{57}{56}+\frac{73}{72}+\frac{91}{90}=10$

HD :

Ta có : $2x+\left(1+\frac{1}{6}\right)+\left(1+\frac{1}{12}\right)+\left(1+\frac{1}{20}\right)+...+\left(1+\frac{1}{90}\right)=10$

$\Rightarrow 2x+8+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}+...+\frac{1}{9.10}=10$

$\Rightarrow 2x+8+\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=10\Rightarrow 2x=\frac{8}{5}\Rightarrow x=\frac{4}{5}$

Bài 30: Tìm x biết: $\left(\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+...+\frac{1}{98.99.100}\right)x=\frac{49}{200}$

HD :

Ta có : $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{1.2.3}+\frac{2}{2.3.4}+\frac{2}{3.4.5}+...+\frac{2}{98.99.100}\right).x=\frac{49}{200}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}\right)+\left(\frac{1}{2.3}-\frac{1}{3.4}\right)+...+\left(\frac{1}{98.99}-\frac{1}{99.100}\right)\right].x=\frac{49}{200}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1.2}-\frac{1}{99.100}\right).x=\frac{49}{200}\Rightarrow x=\frac{99}{101}$

Bài 31: Tìm x biết: $\left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{99.100}\right)x=\frac{2012}{51}+\frac{2012}{52}+...+\frac{2012}{100}$

HD :

Ta có : $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{99.100}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$

$=\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{99}+\frac{1}{100}\right)-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{100}\right)$

$=\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{100}\right)-\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{50}\right)=\frac{1}{51}+\frac{1}{52}+\frac{1}{53}+...+\frac{1}{100}$

Khi đó : $\left(\frac{1}{51}+\frac{1}{52}+...+\frac{1}{100}\right).x=2012\left(\frac{1}{51}+\frac{1}{52}+\frac{1}{53}+...+\frac{1}{100}\right)\Rightarrow x=2012$

Bài 32: Tìm x biết: $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2013}\right)x+2013=\frac{2014}{1}+\frac{2015}{2}+...+\frac{4025}{2012}+\frac{4026}{2013}$

HD :

Ta có : $\frac{2014}{1}+\frac{2015}{2}+...+\frac{4025}{2012}+\frac{4026}{2013}-2013$

$=\left(\frac{2014}{1}-1\right)+\left(\frac{2015}{2}-1\right)+...+\left(\frac{4025}{2012}-1\right)+\left(\frac{4026}{2013}-1\right)$

$=\frac{2013}{1}+\frac{2013}{2}+\frac{2013}{3}+...+\frac{2013}{2012}+\frac{2013}{2013}=2013\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2013}\right)$

Khi đó : $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2013}\right).x=2013\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+...+.\frac{1}{2013}\right)\Rightarrow x=2013$

Bài 33: Tìm x biết: Cho $x_1+x_2+x_3+...+x_{50}+x_{51}=1$ và $x_1+x_2=x_3+x_4=...=x_{49}+x_{50}=1$,
Tính x_{51}=?

HD :

Thay vào ta có : $(x_1+x_2)+(x_3+x_4)+...+(x_{49}+x_{50})+x_{51}=1$

$=>1+1+1+...+1+x_{51}=1=>25+x_{51}=1=>x_{51}=-24$

Bài 34: Cho $A=3+3^2+3^3+...+3^{100}$, Tìm số tự nhiên n sao cho $2A+3=3^n$

HD :

Tính A ta được : $3A=3^2+3^3+3^4+...+3^{101}=>3A-A=2A=3^{101}-3=>2A+3=3^{101}$

Theo bài ra ta có : $2A+3=3^n=3^{101}=>n=101$

Bài 35: Tìm x biết : $2^3.x+2010^0.x=995-15:3$

HD :

$8.x+x=990=>9x=990=>x=110$

Bài 36: Tìm x biết : (x - 1) + (x - 2) + ... + (x - 20) = - 610

HD :

Ta có : $(x+x+x+...+x)-(1+2+3+...+20)=-610$

$=>20x-210=-610=>x=-20$

Bài 37: Tìm x biết : (x + 1) + (x + 2) + ... + (x + 100) = 7450

HD :

Ta có : $(x+x+x+..+x)+(1+2+3+...+100)=7450$

$100x+5050=7450=>x=24$

Bài 38: Cho $x=2^{2012}-2^{2011}-2^{2010}-...-2-1$, Tính 2010^x

HD :

Đặt : $A=1+2+2^2+...+2^{2010}+2^{2011}$

Tính A ta có : $2A=2+2^2+2^3+...+2^{2012}=>2A-A=2^{2012}-1=A$

Khi đo ta có : $x=2^{2012}-A=2^{2012}-(2^{2012}-1)=1$

Vậy $2010^x=2010^1=2010$

Bài 39: Tìm x biết: $\frac{2}{(x+2)(x+4)}+\frac{4}{(x+4)(x+8)}+\frac{6}{(x+8)(x+14)}=\frac{x}{(x+2)(x+14)}$

HD :

$$=>\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}\right)+\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+8}\right)+\left(\frac{1}{x+8}-\frac{1}{x+14}\right)=\frac{x}{(x+2)(x+14)}$$

$$=>\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+14}=\frac{x}{(x+2)(x+14)}=>\frac{12}{(x+2)(x+14)}=\frac{x}{(x+2)(x+14)}=>12=x$$

DẠNG 7: TỔNG CÁC SỐ CHÍNH PHƯƠNG BẰNG 0

Bài 1: Tìm a, b, c biết: $(2a+1)^2+(b+3)^4+(5c-6)^2\le 0$

HD:

Vì $(2a+1)^2\ge 0,(b+3)^4\ge 0,(5c-6)^2\ge 0$ Nên để $(2a+1)^2+(b+3)^4+(5c-6)^2\le 0$ thì:

$$\begin{cases}2a+1=0\\ b+3=0\\ 5c-6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{-1}{2}\\ b=-3\\ c=\dfrac{6}{5}\end{cases}$$

Bài 2: Tìm x, y, z biết: $\sqrt{(x-3\sqrt{5})^2}+\sqrt{(y+3\sqrt{5})^2}+|x+y+z|=0$

HD:

Vì $\sqrt{(x-3\sqrt{5})^2}\ge 0,\sqrt{(y+3\sqrt{5})^2}\ge 0,|x+y+z|\ge 0$ nên để :

$\sqrt{(x-3\sqrt{5})^2}+\sqrt{(y+3\sqrt{5})^2}+|x+y+z|=0$ thì: $\begin{cases}x-3\sqrt{5}=0\\ y+3\sqrt{5}=0\\ x+y+z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\sqrt{5}\\ y=-3\sqrt{5}\\ z=0\end{cases}$

Bài 3: Tìm a, b, c biết: $(x-13+y)^2+(x-6-y)^2=0$

HD:

Vì $(x-13+y)^2\ge 0,(x-6-y)^2\ge 0$ Nên để: $(x-13+y)^2+(x-6-y)^2=0$ Thì:

$$\begin{cases}x-13+y=0\\ x-6-y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=13\\ x-y=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{19}{2}\\ y=\dfrac{7}{2}\end{cases}$$

Bài 4: Tìm a, b, c biết: $(x+2)^2+2(y-3)^2<4$

HD:

Vì $A=(x+2)^2\ge 0,B=(y-3)^2\ge 0$ nên ta có các TH sau:

$TH1:\begin{cases}A=0\\ B=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2=0\\ y-3=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=3\end{cases}$

$TH2:\begin{cases}A=0\\ B=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2=0\\ y-3=\pm 1\end{cases}$

$TH3:\begin{cases}A=1\\ B=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2=\pm 1\\ y-3=0\end{cases}$

$TH4:\begin{cases}A=1\\ B=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2=\pm 1\\ y-3=\pm 1\end{cases}$

Bài 5: Tìm x, y biết: $42-3|y-3|=4(2012-x)^4$

HD:

Từ giả thiết ta có: $42=3|y-3|+4(2012-x)^4$,

Do $3|y-3|\ge 0\Rightarrow 4(2012-x)^4\le 42\Rightarrow(2012-x)^4\le 11<2^4\Rightarrow$ $2012-x=0$ hoặc $2012-x=\pm 1$

Bài 6: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(a-7)^2+(3b+2)^2+(4c-5)^6\le 0$

HD :

Vì : $(a-7)^2 \geq 0, (3b+2)^2 \geq 0, (4x-5)^2 \geq 0$

nên để : $(a-7)^2 + (3b+2)^2 + (4c-5)^2 \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} a-7=0 \\ 3b+2=0 \\ 4c-5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=\dfrac{-2}{3} \\ c=\dfrac{5}{4} \end{cases}$

Bài 7: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(9x^2-1)^2 + \left|x-\frac{1}{3}\right| = 0$

HD :

Vì $(9x^2-1)^2 \geq 0, \left|x-\frac{1}{3}\right| \geq 0$ nên để :

$(9x^2-1)^2 + \left|x-\frac{1}{3}\right| = 0 \Rightarrow \begin{cases} 9x^2-1=0 \\ x=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x=\frac{1}{3}$

Bài 8: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(7b-3)^4 + (21a-6)^4 + (18c+5)^6 \leq 0$

HD :

Vì : $\begin{cases} (7b-3)^4 \geq 0 \\ (21a-6)^4 \geq 0 \\ (18c+5)^6 \geq 0 \end{cases}$ Nên để : $(7b-3)^4 + (21a-6)^4 + (18c+5)^6 \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} 7b-3=0 \\ 21a-6=0 \\ 18c+5=0 \end{cases}$

Bài 9: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(3x-5)^{100} + (2y-1)^{200} \leq 0$

HD :

Vì $\begin{cases} (3x-5)^{100} \geq 0 \\ (2y-1)^{200} \geq 0 \end{cases}$, Nên để : $(3x-5)^{100} + (2y-1)^{200} \leq 0$ thì $\begin{cases} 3x-5=0 \\ 2y-1=0 \end{cases}$

Bài 10: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(2a+9)^2 + (8b+1)^4 + (c-19)^6 \leq 0$

HD :

Vì $\begin{cases} (2a+9)^2 \geq 0 \\ (8b+1)^4 \geq 0 \\ (c-19)^6 \geq 0 \end{cases}$, Nên để : $(2a+9)^2 + (8b+1)^4 + (c-19)^6 \leq 0$ thì $\begin{cases} 2a+9=0 \\ 8b+1=0 \\ c-19=0 \end{cases}$

Bài 11: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(x+2)^2 + 2(y-3)^2 < 4$

HD :

Vì $\begin{cases} (x+2)^2 \geq 0 \\ (y-3)^2 \geq 0 \end{cases}$ nên ta có các TH sau :

TH1 : $\begin{cases} (x+2)^2 = 0 \\ (y-3)^2 = 0 \end{cases}$ TH2 : $\begin{cases} (x+2)^2 = 0 \\ (y-3)^2 = 1 \end{cases}$

TH3 : $\begin{cases}(x+2)^2=1\\(y-3)^2=0\end{cases}$ TH4 : $\begin{cases}(x+2)^2=1\\(y-3)^2=1\end{cases}$

Bài 12: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(2x-1)^{2008}+\left(y-\frac{2}{5}\right)^{2008}+|x+y-z|=0$

HD :

Vì: $(2x-1)^{2008}\ge 0$, và $\left(y-\frac{2}{5}\right)^{2008}\ge 0$ và $|x+y-z|\ge 0$

nên để : $(2x-1)^{2008}+\left(y-\frac{2}{5}\right)^{2008}+|x+y-z|=0$ thì $\begin{cases}(2x-1)=0\\y-\frac{2}{5}=0\\x+y-z=0\end{cases}$

Bài 13: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(4x-7)^2-5|7-4x|=0$

HD:

Đặt: $|4x-7|=t\Rightarrow t^2-5t=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=5\end{array}\right.$

Bài 14: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $2.x^{2k}+\left(y-\frac{2}{3}\right)^{4k}=0(k\in N)$

HD:

Vì: $2^{2k}\ge 0$ và $\left(y-\frac{2}{3}\right)^{4k}\ge 0$ nên để : $2.x^{2k}+\left(y-\frac{2}{3}\right)^{4k}=0$ thì:

$\begin{cases}x^{2k}=0\\y-\frac{2}{3}=0\end{cases}$

Bài 15: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(x-13+y)^2+(x-6-y)^2=0$

HD:

Vì: $\begin{cases}(x-13+y)^2\ge 0\\(x-6-y)^2\ge 0\end{cases}$ Nên để: $(x-13+y)^2+(x-6-y)^2=0$ thì $\begin{cases}x+y-13=0\\x-y-6=0\end{cases}$

Bài 16: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(2x+3)^2+(3x-2)^4=0$

HD:

Vì: $\begin{cases}(2x+3)^2\ge 0\\(3x-2)^4\ge 0\end{cases}$ Nên để: $(2x+3)^2+(3x-2)^4=0$ thì $\begin{cases}2x+3=0\\3x-2=0\end{cases}$

Bài 17: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $|x+5|+(3y-4)^{2010}=0$

HD:

Vì $|x+5|\ge 0$ và $(3y-4)^{2010}\ge 0$ Nên để: $|x+5|+(3y-4)^{2010}=0$ Thì $\begin{cases}x+5=0\\3y-4=0\end{cases}$

Bài 18: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $42-3|y-3|=4(2012-x)^4$

HD:

$\Rightarrow 42 = 3|y-3| + 4(2012-x)^4$ .Do $3|y-3| \ge 0 \Rightarrow 4(2012-x)^4 \le 42$

$\Rightarrow (2012-x)^4 \le 11 \le 2^4 \Rightarrow 2012-x = 0$ hoặc $2012-x = \pm 1$

Bài 19: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(3x-5)^{2006} + (y^2-1)^{2008} + (x-z)^{2010} = 0$

HD:

Vì $\begin{cases} (3x-5)^{2006} \ge 0 \\ (y^2-1)^{2008} \ge 0 \\ (x-z)^{2010} \ge 0 \end{cases}$ Nên để: $(3x-5)^{2006} + (y^2-1)^{2008} + (x-z)^{2010} = 0$ thì $\begin{cases} 3x-5=0 \\ y^2-1=0 \\ x-z=0 \end{cases}$

Bài 20: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $|x-2011y| + (y-1)^{2012} = 0$

HD:

Vì: $|x-2011y| \ge 0$ và $(y-1)^{2012} \ge 0$

Nên để: $|x-2011y| + (y-1)^{2012} = 0$ thì: $\begin{cases} x-2011y=0 \\ y-1=0 \end{cases}$

Bài 21: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(2x-1)^2 + |2y-x| - 8 = 12 - 5.2^2$

HD:

Ta có: $(2x-1)^2 + |2y-x| = 0$, Vì $\begin{cases} (2x-1)^2 \ge 0 \\ |2y-x| \ge 0 \end{cases}$, Nên để: $(2x-1)^2 + |2y-x| = 0$ Thì $\begin{cases} 2x-1=0 \\ 2y-x=0 \end{cases}$

Bài 22: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(|x+2|-2)(x^2-4) = 0$

HD :

Ta có : $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} |x+2|-2=0 \\ (x^2-4)=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |x+2|=2 \\ x^2=4 \end{array}\right.$

Bài 23: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(x-2)^{20} + |y-x| \le 0$

HD :

Vì $\begin{cases} (x-2)^{20} \ge 0 \\ |y-x| \ge 0 \end{cases}$, Nên để $(x-2)^{20} + |y-x| \le 0$ Thì $\begin{cases} x-2=0 \\ y-x=0 \end{cases}$

Bài 24: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(x+1)^{2016} + (y-1)^2 \le 0$

HD :

Vì : $\begin{cases} (x+1)^{2016} \ge 0 \\ (y-1)^2 \ge 0 \end{cases}$, Nên để : $(x+1)^{2016} + (y-1)^2 \le 0$ thì : $\begin{cases} x+1=0 \\ y-1=0 \end{cases}$

Bài 25: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(x-2y)^2 + (y-2001)^{2016} \le 0$

HD :

Vì : $\begin{cases} (x-2y)^2 \ge 0 \\ (y-2001)^{2016} \ge 0 \end{cases}$, Nên để : $(x-2y)^2 + (y-2001)^{2016} \le 0$ thì : $\begin{cases} x-2y=0 \\ y-2001=0 \end{cases}$

Bài 26: Tìm a, b, c hoặc x, y, z thỏa mãn: $(x-2)^{10} + |y-x| + 3 \le 3$

HD :

Từ giả thiết ta có : $(x-2)^{10}+|y-x|=0$,

Vì $\begin{cases}(x-2)^{10}\ge 0\\ |y-x|\ge 0\end{cases}$, Nên để : $(x-2)^{10}+|y-x|=0$ Thì : $\begin{cases}x-2=0\\ y-x=0\end{cases}$

Bài 27: Tìm x biết: $\left|x+\frac{1}{1.2}\right|+\left|x+\frac{1}{2.3}\right|+...+\left|x+\frac{1}{99.100}\right|=100x$

HD:

Vì vế trái không âm nên vế phải không âm, do đó $100x\ge 0 => x\ge 0$

Khi đó: $x+\frac{1}{1.2}+x+\frac{1}{2.3}+...+x+\frac{1}{99.100}=100x$

Bài 28: Tìm tất cả các cặp số hữu tỉ (x;y) thỏa mãn: $\left(x+y-\frac{1}{2}\right)^2+\left|x-y+\frac{1}{3}\right|=0$

HD :

Vì : $\begin{cases}\left(x+y-\frac{1}{2}\right)^2\ge 0\\ \left|x-y+\frac{1}{3}\right|\ge 0\end{cases}$, Nên để : $\left(x+y-\frac{1}{2}\right)^2+\left|x-y+\frac{1}{3}\right|=0$ Thì : $\begin{cases}\left(x+y-\frac{1}{2}\right)=0\\ \left|x-y+\frac{1}{3}\right|=0\end{cases}$

Bài 29: Tìm x,y,z biết: $|x+1|+\sqrt{(y-2)^2}+(z+3)^2=0$

HD :

Vì : $\begin{cases}|x+1|\ge 0\\ \sqrt{(y-2)^2}\ge 0\\ (z+3)^2\ge 0\end{cases}$ nên để : $|x+1|+\sqrt{(y-2)^2}+(z+3)^2=0$ Thì $\begin{cases}|x+1|=0\\ \sqrt{(y-2)^2}=0\\ (z+3)^2=0\end{cases}$

Bài 30: Tìm x biết: $\left|x+\frac{11}{17}\right|+\left|x+\frac{2}{17}\right|+\left|x+\frac{4}{17}\right|=4x$

HD :

Vì : $\left|x+\frac{11}{17}\right|\ge 0,\left|x+\frac{2}{17}\right|\ge 0,\left|x+\frac{4}{17}\right|\ge 0$ => $4x\ge 0 => x\ge 0$

Khi $x\ge 0 => \left(x+\frac{11}{17}\right)+\left(x+\frac{2}{17}\right)+\left(x+\frac{4}{17}\right)=4x => x=1$

Bài 31: Tìm x biết: $|x+0,8|+|x+5,2|+|x+9,7|=4x$

HD :

Vì $|x+0,8|\ge 0,|x+5,2|\ge 0,|x+9,7|\ge 0$ => $4x\ge 0 => x\ge 0$

Khi $x\ge 0 => (x+0,8)+(x+5,2)+(x+9,7)=4x => x=15,7$

Bài 32: Tìm x,y,z biết: $\sqrt{\left(x-3\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(y+3\sqrt{5}\right)^2}+|x+y+z|=0$

HD :

Vì : $\sqrt{\left(x-3\sqrt{5}\right)^2}\ge 0$, và $\sqrt{\left(y+3\sqrt{5}\right)^2}\ge 0$ và $|x+y+z|\ge 0$, Nên để :

$\sqrt{\left(x-3\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(y+3\sqrt{5}\right)^2}+\left|x+y+z\right|=0$ Thì : $\begin{cases} x-3\sqrt{5}=0 \\ y+3\sqrt{5}=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$

Bài 33: Tìm x, y biết:

a, $\left(x-13+y\right)^2+\left(x-y-y\right)^2=0$

b, $2.x^{2k}+\left(y-\frac{2}{3}\right)^{4k}=0,\left(k\in N\right)$

Bài 34: Tìm x biết: $\left|x+5\right|+\left(3y-4\right)^{2016}=0$

DẠNG 8 : LŨY THỪA

Bài 1: Tìm số tự nhiên n, m biết : $2^m+2^n=2^{m+n}$

HD :

Từ giả thiết ta có : $2^m.2^n-2^m-2^n=0 \Rightarrow 2^m\left(2^n-1\right)-2^n+1=1 \Rightarrow 2^m\left(2^n-1\right)-\left(2^n-1\right)=1$

$\Rightarrow \left(2^m-1\right)\left(2^n-1\right)=1$

Bài 2: Tìm m, n nguyên dương biết : $2^m-2^n=256$

HD :

Từ giả thiết ta có m > n, và $\Rightarrow 2^{m+n-n}-2^n=256 \Rightarrow 2^n\left(2^{m-n}-1\right)=2^8$

Vì m>n nên $2^{m-n}-1$ là 1 số lẻ lớn hơn 1, Vế phải chỉ chứa thừa số nguyên tố 2 nên

$\begin{cases}2^{m-n}-1=1\\2^n=2^8\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}n=8\\m=9\end{cases}$

Bài 3: Tìm a, b, c nguyên dương biết : $a^3+3a^2+5=5^b$ và $a+3=5^c$

HD :

Từ giả thiết $\Rightarrow a^2\left(a+3\right)+5=5^b \Rightarrow a^2.5^c=5^b-5=5\left(5^{b-1}-1\right)$

$\Rightarrow a^2=\dfrac{5^{b-1}-1}{5^{c-1}}$ Vì a,b,c là các số nguyên nên $5^{c-1}=1=5^0 \Rightarrow c=1 \Rightarrow a=2, b=2$

Bài 4: Tìm hai số tự nhiên x, y biết : $2^{x+1}.3^y=12^x$

HD :

Từ giả thiết$\Rightarrow 2^{x+1}.3^y=2^{2x}.3^x \Rightarrow \dfrac{2^{2x}}{2^{x+1}}=\dfrac{3^y}{3^x} \Rightarrow 2^{x-1}=3^{y-x}$

Vì (2 ;3) =1 nên x=1 và y - x = 0 => y = 1

Bài 5: Tìm x, y biết: $10^x:5^y=20^y$

HD :

Từ giả thiết ta có : $10^x=10^{2y} \Rightarrow x=2y$

Bài 6: Tìm a, b biết: $2^a+124=5^b$

HD :

Xét $a=0 \Rightarrow VT=2^0+124=125=5^3 \Rightarrow b=3$

Xét $a\geq 1 \Rightarrow$ VT là 1 số chẵn, VP là 1 số lẻ=> Vô lý, Vậy a=0, b=3

Bài 7: Tìm số tự nhiên a,b biết: $10^a+168=b^2$

HD :

Xét $a=0 \Rightarrow b=13$

Xét $a\geq 1 \Rightarrow 10^a+168$ có chữ số tận cùng là 8 => b^2 cũng có tận cùng là 8 (Vô lý)

Vậy a=0, b=13

Bài 8: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết: $35^x+9=2.5^y$

HD :

Xét $x=0 \Rightarrow 10=2.5^y \Rightarrow y=1$

Với $x>0 \Rightarrow VT$ có tận cùng là 4, còn vế phải có chữ số tận cùng là 2 hoặc 0

mẫu thuẫn nên x=0 và y=1

Bài 9: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết: $2^a+342=7^b$

HD:

Xét $a=0 \Rightarrow VT=343=7^3=7^b =< b=3$

Với $a>0$ thì VT là 1 số chẵn, còn vế phải là 1 số lẻ (mâu thuẫn)

Bài 10: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết: $3^a + 9b = 183$

HD:

Vì $183 \vdots 3$ nhưng $183 \not\vdots 9$ Nên $3^a + 9b \vdots 3$ và $3^a + 9b \not\vdots 9$, Mà $9b \vdots 9 \Rightarrow 3^a \not\vdots 9 \Rightarrow a = 1$

Khi a=1 >b=20

Bài 11: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết: $5^a + 323 = b^2$

HD:

Xét $a = 0 \Rightarrow VT = 1 + 323 = 324 = 8^2 = b^2 \Rightarrow b = 8$

Với $a > 0 \Rightarrow$ VT có chữ số tận cùng là 8,

Vế phải là 1 số chính phương nên không có tận cùng là 8=> Mâu thuẫn

Bài 12: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết: $2^a + 80 = 3^b$

HD:

Xét : $a = 0 \Rightarrow VT = 1 + 80 = 81 = 3^4 = 3^b \Rightarrow b = 4$

Nếu $a > 0 \Rightarrow$ VT là 1 cố chẵn, còn VP là 1 số lẻ (Mâu thuẫn)

Bài 13: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết : $2x^2 + 3y^2 = 77$

HD:

Do : $0 \le 3y^2 \le 77 \Rightarrow 0 \le y^2 \le 25$, mà $2x^2$ là 1 số chẵn nên $3y^2$ là số lẻ $\Rightarrow$ y^2 lẻ

$\Rightarrow$ $y^2 \in \{1;9;25\} \Rightarrow x$

Bài 14: Tìm các số nguyên tố x, y biết : $x^2 - 2y^2 = 1$

HD:

Vì $x^2 - 1 = 2y^2$, Nếu $x \vdots 3$ vì x là nguyên tố nên x=3, y=2

Nếu $x \not\vdots 3 \Rightarrow x^2 - 1 \vdots 3 \Rightarrow 2y^2 \vdots 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x^2 = 19$ (Loại)

Bài 15: Tìm các số nguyên tố x, y sao cho : $51x + 26y = 2000$

HD:

Vì $17.3x = 2(1000 - 13y)$, Do 17, 3 là số nguyên tố => $x \vdots 2$, mà x là số nguyên tố => x=2

Lại có $1000 - 13y \vdots 51 \Rightarrow 1000 - 13y > 0$ và y nguyên tố =>Tìm y

Bài 16: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết : $5^{2p} + 2013 = (5^{2p})^2 + q^2$

HD:

Ta có : $2013 - q^2 = 25^{p^2} - 25^p = 25^p\left(25^p - 1\right)$

Do p là số nguyên tố => $2013 - q^2 \vdots 25^2$ và $2013 - q^2 > 0 \Rightarrow$ Tìm q

Bài 17: Tìm a, b, c hoặc x, y, z tự nhiên biết : $(2008a + 3b + 1)\left(2008^a + 2008a + b\right) = 225$

HD :

Do a,b là số tự nhiên :

Nếu $a \ge 1 \Rightarrow 2008^a + 2008a + b > 225$ (loại)

$\Rightarrow$ $a = 0 \Rightarrow (3b + 1)(b + 1) = 225 = 3.75 = 5.45 = 9.25$

Vì $3b + 1 \not\vdots 3 \Rightarrow 3b + 1 > b + 1 \Rightarrow \begin{cases} 3b + 1 = 25 \\ b + 1 = 9 \end{cases}$ => Tìm b

Bài 18: Tìm x,y nguyên biết: $2^x + 624 = 5^y$

HD:

Nếu x=0 thì y=4

Nếu x # 0 thì vế trái là số chẵn, còn vế phải là số lẻ với mọi y=> vô lý

Bài 19: Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn: $2x^2+3y^2=77$

HD:

Từ $2x^2+3y^3=77\Rightarrow 0\le 3y^2\le 77\Rightarrow 0\le y^2\le 25$ kết hợp với $2x^2$ là số chẵn => $3y^2$ là số lẻ

=> y^2 là số lẻ=> $y^2\in\{1;9;25\}$

Với $y^2=1\Rightarrow 2x^2=77-3=74\Rightarrow x^2=37(l)$

Với $y^2=9\Rightarrow 2x^2=77-27=50\Rightarrow x^2=25\Rightarrow x=\pm 5$

Với $y^2=25\Rightarrow 2x^2=77-75=2\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$

Bài 20: Tìm m,n nguyên dương biết: $2^x-2^y=1024$

HD :

Ta có: $2^x>2^y\Rightarrow x>y\Rightarrow 2^y\left(2^{x-y}-1\right)=2^{10}$, mà $2^{x-y}-1$ là số lẻ, $2^{x-y}-1>0,$ và là ước của 2^{10}

Nên $2^{x-y}-1=1\Rightarrow 2^y=2^{10}\Rightarrow y=10$ =>x=11

Bài 21: Tìm mọi số nguyên tố thỏa mãn: $x^2-2y^2=1$

HD:

Từ gt => $x^2-1=2y^2$, Nếu x chia hết cho 3 , vì x nguyên tố nên x=3 lúc đó y=2, (t/m)

Nếu x không chia hết cho 3 thì x^2-1chi hết cho 3, do đó $2y^2$ chia hết cho 3 mà (2;3)=1

Nên y chia hết cho 3, do đó: $x^2=19(l)$ Vậy cặp số (x;y) duy nhất tìm được là (2;3)

Bài 22: Tìm tất cả các số tự nhiên m,n sao cho $2^m+2015=|n-2016|+n-2016$

HD:

Nhận xét,

Với $x\ge 0\Rightarrow |x|+x=2x$

Với $x<0\Rightarrow |x|+x=0$, Do đó $|x|+x$ luôn là 1 số chẵn với mọi x

Áp dụng nhận xét trên ta thấy $|n-2016|+n-2016$ là số chẵn => 2^m+2015 là số chẵn =>m=0

Khi đó $|n-2016|+n-2016=2016$

Nếu $n<2016\Rightarrow -(n-2016)+n-2016=2016\Rightarrow 0=2016$ (loại)

Nếu $n\ge 2016\Rightarrow 2(n-2016)=2016\Rightarrow n=3024$ (t/m)

Vậy (m ;n)=(0 ;3024)

Bài 23: Tìm các số nguyên dương x,y thỏa mãn : $2^x+2^y=72$

HD:

Giả sử x > y thế thì ta có :

$2^x+2^y=2^y\left(1+2^{x-y}\right)=9.2^3$

Do $1+2^{x-y}$ là số lẻ nên $1+2^{x-y}=1;3;9$

Ta có bảng giá trị sau :

$1+2^{x-y}=1$	$2^y=9.2^3$ (Loại)
$1+2^{x-y}=3$	$2^y=3.2^3$ (Loại)
$1+2^{x-y}=9$	$2^y=2^3$

Ta thấy $2^y=2^3\Rightarrow y=3\Rightarrow x=6$

Bài 24: Tìm 3 số nguyên tố x,y,z thỏa mãn : $x^y+1=z$

Bài 25: Tìm các số nguyên dương a,b,c,d biết : $a^b = b^c = c^d = d^e = e^a$ và $a+b+c+d+e = 20$

Bài 26: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho: $2^n - 1 \vdots 7$

HD :

Với $n < 3 \Rightarrow 2^n - 1 \not\vdots 7$

Với $n \geq 3 \Rightarrow n = 3k$ hoặc $n = 3k+1$ hoặc $n = 3k+2$

Xét $n = 3k \Rightarrow 2^{3k} - 1 = 8^k - 1 = (7+1)^k - 1 = 7A + 1 - 1 \vdots 7$

Xét $n = 3k+1 \Rightarrow 2^{3k+1} - 1 = 2.8^k - 1 = 2(7A+1) - 1 = 7A + 1 \not\vdots 7$

Xét $n = 3k+2 \Rightarrow 2^{3k+2} - 1 = 4(7A+1) = 27A + 4 \not\vdots 7$

Vậy n=3k với $k \in N$

DẠNG 9: TÌM X, Y DỰA VÀO TÍNH CHẤT VỀ DẤU

Bài 1: Tìm x biết:

a, $(x-1)(x-2)>0$ b, $2x-3<0$ c, $(2x-4)(9-3x)>0$

HD :

a, Để $(x-1)(x-2)>0$ thì ta có hai trường hợp :

TH1 : $\begin{cases}x-1>0\\x-2>0\end{cases}\Rightarrow x>2$

TH2 : $\begin{cases}x-1<0\\x-2<0\end{cases}\Rightarrow x<1$

Vậy x>2 hoặc x<1

b, Để : $2x-3<0\Rightarrow 2x<3\Rightarrow x<\frac{3}{2}$

c, Để : $(2x-4)(9-3x)>0$ thì ta có các TH sau :

TH1: $\begin{cases}2x-4>0\\9-3x>0\end{cases}$ hoặc TH2: $\begin{cases}2x-4<0\\9-3x<0\end{cases}$

Bài 2: Tìm x biết:

a, $\frac{2x}{3}-\frac{3}{4}>0$ b, $\left(\frac{2}{3x}-4\right)\frac{5}{3}>\frac{15}{6}$

HD:

a, $\Rightarrow\frac{2x}{3}>\frac{3}{4}\Rightarrow x>\frac{3}{4}.\frac{3}{2}=\frac{9}{8}$

b, $\Rightarrow\left(\frac{2}{3x}-4\right)>\frac{15}{6}.\frac{3}{5}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{2}{3x}>\frac{11}{2}\Rightarrow 3x.11<4\Rightarrow x<\frac{4}{33}$

Bài 3: Tìm x biết:

a, $(x-6)(x+5)\le 0$ b, $(x-6)(x+5)\le 0$ c, (2x-3) < 0

HD:

a, Để $(x-6)(x+5)\le 0$ thì :

TH1 : $\begin{cases}x-6\ge 0\\x+5\le 0\end{cases}$ hoặc TH2 : $\begin{cases}x-6\le 0\\x+5\ge 0\end{cases}$

b, Để: $(x-6)(x+5)\le 0$ Thì:

TH1: $\begin{cases}x-6\ge 0\\x+5\le 0\end{cases}$ Hoặc TH2: $\begin{cases}x-6\le 0\\x+5\ge 0\end{cases}$

c, $\Rightarrow 2x-3<0\Rightarrow 2x<3\Rightarrow x<\frac{3}{2}$

Bài 4: Tìm x biết:

a, $(2x-4)(9-3x)>0$ b, $(x^2-5)(x^2-25)<0$ c, $(x+5)(9+x^2)<0$

HD:

a, Để: $(2x-4)(9-3x)>0$ thì :

TH1: $\begin{cases}2x-4>0\\9-3x>0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}2x-4<0\\9-3x<0\end{cases}$

b, Để: $(x^2-5)(x^2-25)<0$ thì:

TH1: $\begin{cases} x^2-5>0 \\ x^2-25<0 \end{cases}$ Hoặc $\begin{cases} x^2-5<0 \\ x^2-25>0 \end{cases}$

c, Để: $(x+5)(9+x^2)<0$, Vì $x^2+9>0 \Rightarrow x+5<0 \Rightarrow x<-5$

Bài 5: Tìm x biết:

a, $(x+3)(x-4)>0$ b, $(x^2+7)(x^2-49)<0$ c, $(x^2+2)(x+3)>0$

HD:

a, Để: $(x+3)(x-4)>0$ thì:

TH1: $\begin{cases} x+3>0 \\ x-4>0 \end{cases}$ Hoặc: $\begin{cases} x+3<0 \\ x-4<0 \end{cases}$

b, Để $(x^2+7)(x^2-49)<0 \Rightarrow (x^2+7)(x+7)(x-7)<0$

Vì $x^2+7>0 \Rightarrow (x+7)(x-7)<0$

TH1: $\begin{cases} x+7>0 \\ x-7<0 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} x+7<0 \\ x-7>0 \end{cases}$

c, Để: $(x^2+2)(x+3)>0$ thì $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

Bài 6: Tìm các số nguyên x thỏa mãn :

a, $(x+2)(x-3)<0$ b, $(2x-1)(2x-5)<0$ c, $(3-2x)(x+2)>0$

Bài 7: Tìm các số nguyên x thỏa mãn : $(3x+1)(5-2x)>0$

Bài 8: Tìm x biết: $4x+5-|x+3|=11,\ x>-3$

HD:

Với $x>-3 \Rightarrow 4x+5-(x+3)=11 \Rightarrow 3x=9 \Rightarrow x=3$

Bài 9: Tìm $n \in N$ biết:

a, $3<3^n \le 234$ b, $8.16 \ge 2^n \ge 4$ c, $4^{15}.9^{15}<2^n.3^n<18^{16}.2^{16}$

HD:

a, Ta có: $3<3^n \le 234<243=3^5 \Rightarrow n \in \{2;3;4\}$

b, Ta có: $8.16 \ge 2^n \ge 4 \Rightarrow 2^7 \ge 2^n \ge 2^2 \Rightarrow n \in \{2;3;4;5;6;7\}$

c, $4^{15}.9^{15}<2^n.3^n<18^{16}.2^{16} \Rightarrow 36^{15}<6^n<36^{16} \Rightarrow 6^{30}<6^n<6^{32} \Rightarrow n=31$

Bài 10: Tìm x biết: $\frac{x+3}{x+4}>1$

Bài 11: Tìm $n \in N$ biết:

a, $32 < 2^n < 128$ b, $2.16 \ge 2^n > 4$

HD:

a, $2^5<2^n<2048=2^{11} \Rightarrow n \in \{6;7;8;9;10\}$

b, $2.16 \ge 2^n > 4 \Rightarrow 2^5 \ge 2^n > 2^2 \Rightarrow n \in \{5;4;3\}$

DẠNG 10: TÌM X, Y, N NGUYÊN

Bài 1: Tìm số nguyên x thỏa mãn:

a, 2n+1⋮ 16-3n b, 3n+1⋮ 11-2n c, 3n+17⋮ 2n+3 d, 3n+1⋮ 11-2n

HD:

a, $2n+1 \vdots -3n+16 \Rightarrow 3(2n+1) \vdots -3n+16 \Rightarrow 6n+3 \vdots -3n+16$

$6n-32+35 \vdots -3n+16 \Rightarrow 2(3n-16)+35 \vdots -(3n-16) \Rightarrow 3n-16 \in U(35)$

b, $3n+1 \vdots -2n+11 \Rightarrow 2(3n+1) \vdots -(2n-11) \Rightarrow 6n+2 \vdots -(2n-11)$

$\Rightarrow 6n-33+35 \vdots -(2b-11) \Rightarrow 3(2n-11)+35 \vdots -(2n-11) \Rightarrow 2n-11 \in U(35)$

c, $2(3n+17) \vdots 2n+3 \Rightarrow 6n+34 \vdots 2n+3 \Rightarrow 6n+9+25 \vdots 2n+3$

$\Rightarrow 3(2n+3)+25 \vdots 2n+3 \Rightarrow 2n+3 \in U(25)$

d, $2(3n+1) \vdots -(2n-11) \Rightarrow 6n+1 \vdots (2n-11) \Rightarrow 6n-33+34 \vdots 2n-11$

$\Rightarrow 3(2n-11)+34 \vdots 2n-11 \Rightarrow 2n-11 \in U(34)$

Bài 2: Tìm số nguyên x thỏa mãn:

a, x+4⋮ x+1 b, 4x+3⋮ x- 2 c, x-15⋮ x+2 d, 3x+16⋮ x+1

HD:

Ta cần biến đổi số bị chia thành bội lần của số chia sau đó sử dụng tính chất chia hết của 1 tổng để đưa về ước số nguyên

a, $x+4 \vdots x+1 \Rightarrow x+1+3 \vdots x+1 \Rightarrow 3 \vdots x+1 \Rightarrow x+1 \in U(3) = \{1;-1;3;-3\}$

b, $4x+3 \vdots x-2 \Rightarrow 4x-8+11 \vdots x-2 \Rightarrow 4(x-2)+11 \vdots x-2 \Rightarrow x-2 \in U(11) = \{1;-1;11;-11\}$

c, $x-15 \vdots x+2 \Rightarrow x+2-17 \vdots x+2 \Rightarrow 17 \vdots x+2 \Rightarrow x+2 \in U(17) = \{1;-1;17;-17\}$

d, $3x+16 \vdots x+1 \Rightarrow 3x+3+13 \vdots x+1 \Rightarrow 3(x+1)+13 \vdots x+1 \Rightarrow x+1 \in U(13) = \{1;-1;13;-13\}$

Bài 3: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, x+4⋮ x b, 3n+7⋮ n c, 3n+2⋮ n-1 d, n+8⋮ n+3

HD:

Cách làm tượng tự đối với bài 1

a, $x+4 \vdots x \Rightarrow 4 \vdots x \Rightarrow x \in U(4) = \{1;-1;2;-2;4;-4\}$

b, $3n+7 \vdots n \Rightarrow 7 \vdots n \Rightarrow n \in U(7) = \{1;-1;7;-7\}$

c, $3n+2 \vdots n-1 \Rightarrow 3n-3+5 \vdots n-1 \Rightarrow 3(n-1)+5 \vdots n-1 \Rightarrow n-1 \in U(5) = \{1;-1;5;-5\}$

d, $n+8 \vdots n+3 \Rightarrow n+3+5 \vdots n+3 \Rightarrow 5 \vdots n+3 \Rightarrow n+3 \in U(5) = \{1;-1;-5;5\}$

Bài 4: Tìm số nguyên n thỏa mãn:

a, n+6⋮ n-1 b, 4n-5⋮ 2n-1 c, 3n+2⋮ n-1 d, 3n+24⋮ n-4

HD:

a, $n+6 \vdots n-1 \Rightarrow n-1+7 \vdots n-1 \Rightarrow n-1 \in U(7) = \{1;-1;7;-7\}$

b, $4n-5 \vdots 2n-1 \Rightarrow 4n-2-3 \vdots 2n-1 \Rightarrow 2(2n-1)-3 \vdots 2n-1 \Rightarrow 2n-1 \in U(3) = \{1;-1;3;-3\}$

c, $3n+2 \vdots n-1 \Rightarrow 3n-3+5 \vdots n-1 \Rightarrow 3(n-1)+5 \vdots n-1 \Rightarrow n-1 \in U(5) = \{1;-1;5;-5\}$

d, $3n+24 \vdots n-4 \Rightarrow 3n-12+36 \vdots n-4 \Rightarrow 3(n-4)+36 \vdots n-4 \Rightarrow n-4 \in U(36)$

Bài 5: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, 5n-1⋮ n+2 b, 3n⋮ n-1 c, n+6⋮ n d, 4n+5⋮ n

HD:

a, $5n-1 \vdots n+2 \Rightarrow 5n+10-11 \vdots n+2 \Rightarrow 5(n+2)-11 \vdots n+2 \Rightarrow 11 \vdots n+2$

b, $3n \vdots n-1 \Rightarrow 3n-3+3 \vdots n-1 \Rightarrow 3(n-1)+3 \vdots n-1 \Rightarrow 3 \vdots n-1$

c, $n+6 \vdots n \Rightarrow 6 \vdots n$

d, $4n+5 \vdots n \Rightarrow 5 \vdots n \Rightarrow n \in U(5)$

Bài 6: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, 38-3n⋮ n b, n+5⋮ n+1 c, 3n+4⋮ n-1 d, 27-5n⋮ n

HD:

a, $38-3n\vdots n \Rightarrow 38\vdots n \Rightarrow n\in U(38)$

b, $n+5\vdots n+1 \Rightarrow n+1+4\vdots n+1 \Rightarrow 4\vdots n+1$

c, $3n+4\vdots n-1 \Rightarrow 3n-3+7\vdots n-1 \Rightarrow 3(n-1)+7\vdots n-1$

d, $27-5n\vdots n \Rightarrow 27\vdots n \Rightarrow n\in U(27)$

Bài 7: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, 2n+3⋮ n-2 b, n+6⋮ n+2 c, 18n+3⋮ 7 d, 2n+5⋮ n+1

HD:

a, $2n+3\vdots n-2 \Rightarrow 2n-4+7\vdots n-2 \Rightarrow 2(n-2)+7\vdots n-2 \Rightarrow 7\vdots n-2$

b, $n+6\vdots n+2 \Rightarrow n+2+4\vdots n+2 \Rightarrow 4\vdots n+2$

c, $18n+3\vdots 7 \Rightarrow 14n+4n+3\vdots 7 \Rightarrow 4n+3\vdots 7 \Rightarrow 4n+3+(-7)\vdots 7$

$\Rightarrow 4n-4\vdots 7 \Rightarrow n-1\vdots 7 \Rightarrow n=7k+1$

d, $2n+5\vdots n+1 \Rightarrow 2n+2+3\vdots n+1 \Rightarrow 2(n+1)+3\vdots n+1 \Rightarrow 3\vdots n+1$

Bài 8: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, 3n+7⋮ n b, 27-5n⋮ n c, 2n+3⋮ n-2 d, 2n+3⋮ n-4

HD:

a, $3n+7\vdots n \Rightarrow 7\vdots n \Rightarrow n\in U(7)$

b, $27-5n\vdots n \Rightarrow 27\vdots n \Rightarrow n\in U(27)$

c, $2n+3\vdots n-2 \Rightarrow 2n-4+7\vdots n-2 \Rightarrow 2(n-2)+7\vdots n-2 \Rightarrow 7\vdots n-2$

d, $2n+3\vdots n-4 \Rightarrow 2n-8+11\vdots n-4 \Rightarrow 2(n-4)+11\vdots n-4 \Rightarrow 11\vdots n-4$

Bài 9: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, 3n+2⋮ n-5 b, n^2+4⋮ n-3 c, n^2+1⋮ n-1 d, n^2+5⋮ n+1

HD:

a, $3n+2\vdots n-5 \Rightarrow 3n-15+17\vdots n-5 \Rightarrow 3(n-5)+17\vdots n-5 \Rightarrow 17\vdots n-5$

b, $n^2+4\vdots n-3 \Rightarrow n^2-3n+3n+4\vdots n-3 \Rightarrow 3n+4\vdots n-3 \Rightarrow 3n-9+13\vdots n-3 \Rightarrow n-3\in U(13)$

c, $n^2+1\vdots n-1 \Rightarrow n^2-n+n+1\vdots n-1 \Rightarrow n+1\vdots n-1 \Rightarrow n-1+2\vdots n-1 \Rightarrow 2\vdots n-1$

d, $n^2+5\vdots n+1 \Rightarrow n^2+5n-5n+5\vdots n+1 \Rightarrow -5n+5\vdots n+1 \Rightarrow -5n-5+10\vdots n+1$

Bài 10: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, n^2+3⋮ n-1 b, n^2+3n-13⋮ n+3 c, $2n^2$+n+4⋮ 2n+1 d, $3n^2$-n+1⋮3n-1

HD :

a, $n^2+3\vdots n-1 \Rightarrow n^2-n+n+3\vdots n-1 \Rightarrow n+3\vdots n-1 \Rightarrow n-1+4\vdots n-1 \Rightarrow 4\vdots n-1$

b, $n^2+3n-13\vdots n+3 \Rightarrow n(n+3)-13\vdots n+3 \Rightarrow 13\vdots n+3$

c, $2n^2+n+4\vdots 2n+1 \Rightarrow n(2n+1)+4\vdots 2n+1 \Rightarrow 4\vdots 2n+1$

d, $3n^2-n+1\vdots 3n-1 \Rightarrow n(3n-1)+1\vdots 3n-1 \Rightarrow 1\vdots 3n-1$

Bài 11: Tìm số nguyên x, n thỏa mãn:

a, n^2+2n+7⋮ n+2 b, 2n+1⋮ 7-3n

HD:

b, $3(2n+1)\vdots -(3n-7) \Rightarrow 6n+3\vdots 3n-7 \Rightarrow 6n-14+17\vdots 3n-7$

$\Rightarrow 2(3n-7)+17\vdots 3n-7 \Rightarrow 3n-7\in U(17)$

Bài 12: Cho $x=\dfrac{a-5}{a}$, $(a\neq 0)$, Tìm a nguyên để x nhận giá trị nguyên

HD :

Ta có : $x=1-\frac{5}{a}$ để x nguyên thì $5\vdots a \Rightarrow a\in U(5)=\{1;-1;5;-5\}$ =>a

Bài 13: Tìm m nguyên để $m-1\vdots 2m+1$

HD :

Ta có $m-1\vdots 2m-1\Rightarrow 2(m-1)\vdots 2m-1\Rightarrow 2m-1-1\vdots 2m-1\Rightarrow 1\vdots 2m-1$ => $2m-1\in U(1)=\{1;-1\}$

Bài 14: Cho $x=\frac{a-3}{2a},(a\neq 0)$, Tìm a để x có giá trị nguyên

HD :

Để x có giá trị nguyên thì $a-3\vdots 2a$ => a là 1 số lẻ và $a-3\vdots a\Rightarrow 3\vdots a\Rightarrow a\in\{1;-1;3;-3\}$

Bài 15: Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên với $A=\frac{1-2x}{x+3}$

HD :

Để A nguyên thì : $1-2x\vdots x+3\Rightarrow 2x-1\vdots x+3\Rightarrow 2x+6-7\vdots x+3\Rightarrow x+3\in U(7)$

Bài 16: Tìm số nguyên a để: $\frac{2a+9}{a+3}+\frac{5a+17}{a+3}-\frac{3a}{a+3}\in Z$

HD :

Ta có : $\frac{2a+9}{a+3}+\frac{5a+17}{a+3}-\frac{3a}{a+3}=\frac{4a+26}{a+3}$ để có giá trị nguyên thì :

$4a+26\vdots a+3\Rightarrow 4a+12+14\vdots a+3\Rightarrow a+3\in U(14)$

Bài 17: Tìm n để $n^3-n^2+n+7\vdots n^2+1$

HD :

Ta có : $n^3-n^2+n+7\vdots n^2+1\Rightarrow n^3+n-(n^2+1)+8\vdots n^2+1$

$\Rightarrow n(n^2+1)-(n^2+1)+8\vdots n^2+1\Rightarrow n^2+1\in U(8)$

Bài 18: Tìm x nguyên để $\frac{x^2+3x-1}{x+2}\in Z$

HD :

Để : $\frac{x^2+3x-1}{x+2}\in Z$ thì $x^2+3x-1\vdots x+2\Rightarrow x^2+2x+x+2-3\vdots x+2$

$\Rightarrow x(x+2)+(x+2)-3\vdots x+2\Rightarrow x+2\in U(3)$

Bài 19: Tìm số nguyên x thỏa mãn: $6\sqrt{x}+1\vdots 2\sqrt{x}-3$

HD :

Ta có : $6\sqrt{x}+1\vdots 2\sqrt{x}-3\Rightarrow 6\sqrt{x}-9+10\vdots 2\sqrt{x}-3\Rightarrow 3(2\sqrt{x}-3)+10\vdots 2\sqrt{x}-3$

=> $2\sqrt{x}-3\in U(10)$

Bài 20: Tìm số nguyên x thỏa mãn: $2012\sqrt{x}+5\vdots 1006\sqrt{x}+1$

HD :

Ta có : $2012\sqrt{x}+5\vdots 1006\sqrt{x}+1\Rightarrow 2012\sqrt{x}+2+3\vdots 1006\sqrt{x}+1\Rightarrow 2(1006\sqrt{x}+1)+3\vdots 1006\sqrt{x}+1$

=> $1006\sqrt{x}+1\in U(3)$

Bài 21: Tìm x để $P=\frac{3x^2-2}{3x^2+1}\in Z$

HD :

Ta có : để : $P=\dfrac{3x^2-2}{3x^2+1}\in Z$ thì $3x^2-2\vdots 3x^2+1\Rightarrow 3x^2+1-3\vdots 3x^2+1$

$\Rightarrow 3x^2+1\in U(3)$

Bài 22: Tìm số nguyên a để $\dfrac{a^2+a+3}{a+1}$ là 1 số nguyên

HD :

Để : $\dfrac{a^2+a+3}{a+1}$ có gí trị nguyên thì : $a^2+a+3\vdots a+1\Rightarrow a(a+1)+3\vdots a+1\Rightarrow a+1\in U(3)$

Bài 23: Tìm các cặp số nguyên (x; y) để biểu thức sau có giá trị nguyên: $K=\dfrac{3x(x+y)-6(x+y)+1}{x-2}$

HD :

Để : $K=\dfrac{3x(x+y)-6(x+y)+1}{x-2}$ có giá trị nguyên thì : $\dfrac{(3x-6)(x+y)+1}{x-2}=\dfrac{3(x-2)(x+y)+1}{x-2}$

Phải có giá trị nguyên hay $1\vdots x-2\Rightarrow x-2\in U(1)$

Bài 24: Tìm giá trị nguyên của x để y nhận giá trị nguyên: $y=\dfrac{5x+9}{x+3}$

HD :

Để y có giá trị nguyên thì : $5x+9\vdots x+3\Rightarrow 5x+15-6\vdots x+3\Rightarrow 5(x+3)-6\vdots x+3$

$6\vdots x+3\Rightarrow x+3\in U(6)$

Bài 25: Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để $A=\dfrac{5a-7}{a+3}-\dfrac{3a}{a+3}+\dfrac{2a+27}{a+3}$ có giá trị nguyên

HD :

Ta có : $A=\dfrac{4a+20}{a+3}$, để A có giá trị nguyên thì :

$4a+20\vdots a+3\Rightarrow 4a+12+8\vdots a+3\Rightarrow 4(a+3)+8\vdots a+3$

$\Rightarrow 8\vdots a+3\Rightarrow a+3\in U(8)$

Bài 26: Tìm x để giá trị của biểu thức: $P=\dfrac{3x^2-2}{3x^2+1}$ là số nguyên

Bài 27: Cho biểu thức: $M=\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-1}$

a, Với giá trị nào của x thì biểu thức trên được xác định
b, Rút gọn M
c, Tính giá trị của M tại x=3
d, Tìm x khi M=4
e, Tìm x nguyên để M có giá trị nguyên

Bài 28: Cho $M=\dfrac{x+2}{x-1}$, Biết x là số hữu tỉ âm và M là số nguyên, Tìm x

Bài 29: Cho $A=\dfrac{12x-2}{4x+1}$

a, Tìm Giá trị thích hợp của biến x trong A
b, Tính giá trị của A khi $x^2+2x=0$
c, Tìm giá trị của x để A=1

d, Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên
e, Tìm x để A<0

Bài 30: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, (x+2)(y-3)=5 b, (x+1)(y-3)=3 c, x(y-3)=-12 d, (x+1)y=3

HD :

a, $\Rightarrow (x+2)(y-3)=5 \Rightarrow (x+2),(y-3)\in U(5)$

b, $\Rightarrow (x+1),(y-3)\in U(3)$

c, $\Rightarrow x,(y-3)\in U(12)$

d, $\Rightarrow (x+1),y\in U(3)$

Bài 31: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, (x-2)(y+1)= - 2 b, (2x-1)(2y+1)= -35 c, (x-3)(y-3)=9 d, (x+3)(y+2)=1

HD :

a, $\Rightarrow (x-2),(y+1)\in U(2)$

b, $\Rightarrow (2x+1),(2y+1)\in U(35)$

c, $\Rightarrow (x-3),(y-3)\in U(9)$

d, $\Rightarrow (x+3),(y+2)\in U(1)$

Bài 32: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, (2x-5)(y-6)=17 b, (2x+1)(y-3)=10 c, (3x-2)(2y-3)=1 d, (x+1)(2y-1)=12

HD :

a, $\Rightarrow (2x-5),(y-6)\in U(17)$

b, $\Rightarrow (2x+1),(y-3)\in U(10)$

c, $\Rightarrow (3x-2),(2y-3)\in U(1)$

d, $\Rightarrow (x+1),(2y-1)\in U(12)$

Bài 33: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, (x+6)=y(x-1) b, x-3=y(x+2) c, (x-1)(y+2)=7 d, 2x+xy-y=9

HD :

a, $\Rightarrow x+6\vdots x-1 \Rightarrow x-1+7\vdots x-1 \Rightarrow x-1\in U(7) \Rightarrow x=.... \Rightarrow y=....$

b, $\Rightarrow x-3\vdots x+2 \Rightarrow x+2-5\vdots x+2 \Rightarrow x+2\in U(5) \Rightarrow x=... \Rightarrow y=...$

c, $\Rightarrow (x-1),(y+2)\in U(7)$

d, $\Rightarrow x(y+2)-y-2+2=9 \Rightarrow x(y+2)-(y+2)=7 \Rightarrow (x-1)(y+2)=7$

Bài 34: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, $x^2y+xy-x=4$ b, xy - 3x= - 19 c, 3x+4y-xy=16 d, xy-2x-2y=0

HD :

a, $\Rightarrow xy(x+1)-x-1=3 \Rightarrow xy(x+1)-(x+1)=3 \Rightarrow (x+1)(xy-1)=3 \Rightarrow (x+1),(xy-1)\in U(3)$

b, $\Rightarrow x(y-3)=-19 \Rightarrow x,(y-3)\in U(19)$

c, $\Rightarrow -x(y-3)+4y-12=4 \Rightarrow (-x+4)(y-3)=4$

d, $\Rightarrow x(y-2)-2y+4=4 \Rightarrow x(y-2)-2(y-2)=4 \Rightarrow (x-2)(y-2)=4$

Bài 35: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, xy+2x+3y=-6 b, xy-3x=12 c, -3x-3y+xy=9 d, $y-x^2y-xy=5$

HD :

a, $\Rightarrow x(y+2)+3y+6=0 \Rightarrow x(y+2)+3(y+2)=0 \Rightarrow (x+3)(y+2)=0$

b, $\Rightarrow x(y-3)=12 \Rightarrow x,(y-3)\in U(12)$

c, $\Rightarrow x(y-3)-3y+9=18 \Rightarrow x(y-3)-3(y-3)=18 \Rightarrow (x-3)(y-3)=18$

d, $\Rightarrow y(1-x^2-x)=5 \Rightarrow y,(1-x^2-x)\in U(5)$

Bài 36: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, xy+3x-y=6 b, x-y+2xy=7 c, x^2+2y=xy d, x-y+2xy=6

HD :

a, $\Rightarrow x(y+3)-y-3=3 \Rightarrow x(y+3)-(y+3)=3 \Rightarrow (y+3)(x-1)=3$

b, $\Rightarrow x(2y-1)-y=7 \Rightarrow x(2y-1)-y+\frac{1}{2}=\frac{15}{2} \Rightarrow x(2y-1)-\left(\frac{2y-1}{2}\right)=\frac{15}{2}$

$\Rightarrow (2x-1)(2y-1)=15$

c, $\Rightarrow x^2-xy+2y=0 \Rightarrow y(2-x)+x^2-4=4 \Rightarrow y(2-x)+(x-2)(x+2)=4$

$\Rightarrow (x-2)(x+2-y)=4$

d, $\Rightarrow x(2y+1)-y=6 \Rightarrow x(2y+1)-y-\frac{1}{2}=\frac{11}{2} \Rightarrow (2x-1)(2y+1)=11$

Bài 37: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, x+y+9=xy-7 b,$(x+2)^2$(y-1)=-9 c, 8xy-3(x-y)=85 d, (x+3)(y+2)=1

HD :

a, $\Rightarrow xy-x-y=16 \Rightarrow x(y-1)-y+1=17 \Rightarrow x(y-1)-(y-1)=17 \Rightarrow (x-1)(y-1)=17$

b, $\Rightarrow (y-1)<0$ và $(x+2)^2,(y-1)\in U(9)$ và $(x+2)^2$ là số chính phương

c, $\Rightarrow x(8y-3)+3y=85 \Rightarrow x(8y-3)+3y-\frac{9}{8}=85-\frac{9}{8}$

d, $\Rightarrow (x+2),(y+2)\in U(1)$

Bài 38: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, (2x-5)(y-6)=17 b, (x-1)(x+y)=33 c, (x+7)(x-9)=0 d, xy-3x=-19

HD :

a, $\Rightarrow (2x-5),(y-6)\in U(17)$

b, $\Rightarrow (x-1),(x+y)\in U(33)$

c, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+7=0 \\ x-9=0 \end{array}\right.$

d, $\Rightarrow x(y-3)=-19 \Rightarrow x,(y-3)\in U(19)$

Bài 39: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, 3x+4y-xy=16 b, $(x+3)(x^2+1)=0$ c, x(x+1)=0 d, $(x+5)(x^2-4)=0$

HD :

a, $\Rightarrow -x(y-3)+4y-12=4 \Rightarrow -x(y-3)+4(y-3)=4 \Rightarrow (4-x)(y-3)=4$

b, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ x^2+1=0(l) \end{array}\right.$

c, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x+1=0 \end{array}\right.$

d, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+5=0 \\ x^2-4=0 \end{array}\right.$

Bài 40: Tìm x,y nguyên thỏa mãn:

a, (x-2)(x+1)=0 b, (x+1)(xy-1)=3

HD :

b, $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x+1=0 \end{array}\right.$

a, $\Rightarrow (x+1),(xy-1) \in (3)$

Bài 41: Tìm các số x,y sao cho:

a, (2x+1)(y-3)=10 b, (3x-2)(2y-3)=1 c, (x+1)(2y-1)=12 d,(x+6)=y(x-1)

HD :

a, $\Rightarrow (2x+1),(y-3) \in U(10)$

b, $\Rightarrow (3x-2),(2y-3) \in (1)$

c, $\Rightarrow (x+1),(2y-1) \in U(12)$

d, $\Rightarrow x+6 \vdots x-1 \Rightarrow x-1+7 \vdots x-1 \Rightarrow 7 \vdots x-1 \Rightarrow x-1 \in U(7) \Rightarrow x=... \Rightarrow y=....$

Bài 42: Tìm các số x,y sao cho:

a, x-3=y(x+2) b, xy=4(x+y)

HD :

a, $\Rightarrow x-3 \vdots x+2 \Rightarrow x+2-5 \vdots x+2 \Rightarrow 5 \vdots x+2 \Rightarrow x+2 \in U(5) \Rightarrow x=... \Rightarrow y=...$

b, $\Rightarrow xy=4x+4y \Rightarrow xy-4x-4y=0 \Rightarrow x(y-4)-4y+16=16 \Rightarrow (x-4)(y-4)=16$

Bài 43: Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho : $2xy+x-2y=4$

Bài 44: Cho hai số x,y là hai số cùng lớn hơn 1 hoặc cùng nhỏ hơn 1, xét dấu của: $P=1-x-y+xy$

Bài 45: Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn: $a+b=c+d$ và $a.b+1=c.d$, Chứng minh rằng c = d

HD:

Từ $a+b=c+d \Rightarrow a=c+d-b$, thay vào $a.b+1=c.d$ ta được:

$(c+d-b).b+1=c.d \Leftrightarrow cb+db-cd+1-b^2=0 \Leftrightarrow b(c-b)-d(c-b)+1=0$

$\Leftrightarrow (b-d)(c-b)=-1$

Vì a, b, c, d là các số nguyên nên $(b-d),(c-d)$ là các số nguyên, ta có các TH sau:

TH1: $\begin{cases} b-d=-1 \\ c-b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=b+1 \\ c=b+1 \end{cases} \Rightarrow c=d$ TH2: $\begin{cases} b-d=1 \\ c-b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=b-1 \\ c=b-1 \end{cases} \Rightarrow c=d$