

BÀI 6. TỈ LỆ THỨC. TÍNH CHẤT DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nắm được định nghĩa tỉ lệ thức, các thành phần và các tính chất cơ bản của tỉ lệ thức.
- + Nắm được tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

❖ Kỹ năng

- + Dựa vào định nghĩa tỉ lệ thức, thành lập được các tỉ lệ thức từ các số, tỉ số đã cho.
- + Áp dụng tính chất cơ bản của tỉ lệ thức để thành lập các tỉ lệ thức mới từ tỉ lệ thức hoặc đẳng thức đã cho.
- + Vận dụng tính chất tỉ lệ thức và tính chất dãy tỉ số bằng nhau để xác định các thành phần chưa biết.
- + Chứng minh đẳng thức, tỉ lệ thức.
- + Giải được một số bài toán lời văn chia theo tỉ lệ đơn giản.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Tỷ lệ thức

Định nghĩa

Tỷ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hay $a:b=c:d$.

Ví dụ. Đẳng thức $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ là một tỉ lệ thức.

Các thành phần của tỉ lệ thức

a, b, c, d là các số hạng, trong đó

a, d : Số hạng ngoại tỉ;

b, c : Số hạng trung tỉ.

Trong tỉ lệ thức trên:

12 và 7 là số hạng ngoại tỉ;

14 và 6 là số hạng trung tỉ.

Tính chất

• Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

• Nếu $ad = bc$ và $a, b, c, d \neq 0$ thì

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{b}{a} = \frac{d}{c}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

Từ $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ suy ra $12 \cdot 7 = 14 \cdot 6$.

Nếu $12 \cdot 7 = 14 \cdot 6$ thì

$$\frac{12}{14} = \frac{6}{7}; \frac{14}{12} = \frac{7}{6}; \frac{12}{6} = \frac{14}{7}; \frac{6}{12} = \frac{7}{14}$$

2. Tính chất dãy tỉ số bằng nhau

Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Khi đó: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} (b \neq \pm d)$.

Từ tỉ lệ thức $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$, ta có:

$$\frac{12}{14} = \frac{6}{7} = \frac{12+6}{14+7} = \frac{18}{21}.$$

Mở rộng

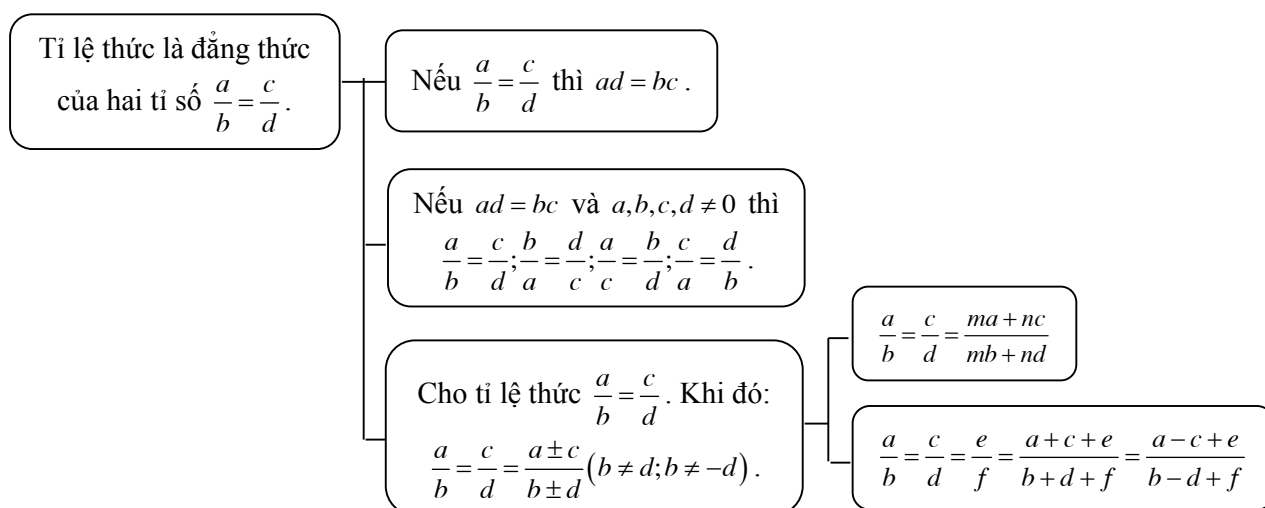
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ma+nc}{mb+nd} = \frac{ma-nc}{mb-nd};$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(giả thiết các tỉ số trên đều có nghĩa).

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA

TỈ LỆ THỨC. TÍNH CHẤT DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

Phương pháp giải

Bước 1. Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số tối giản.

Ví dụ: $\frac{3}{5} : \frac{4}{12} = \frac{3}{5} : \frac{1}{3}$

Bước 2. Thực hiện phép chia phân số.

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{9}{5} = 9 : 5$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $\frac{2}{7} : \frac{20}{28}$

b) $2,4 : 3,2$

c) $0,4 : \frac{6}{22}$

Hướng dẫn giải

a) $\frac{2}{7} : \frac{20}{28} = \frac{2}{7} : \frac{5}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2}{5} = 2 : 5$

Vậy $\frac{2}{7} : \frac{20}{28} = 2 : 5$.

b) $2,4 : 3,2 = \frac{24}{10} : \frac{32}{10} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} = 3 : 4$

Vậy $2,4 : 3,2 = 3 : 4$.

c) $0,4 : \frac{6}{22} = \frac{4}{10} : \frac{3}{11} = \frac{2}{5} : \frac{3}{11} = \frac{22}{15} = 22 : 15$

Vậy $0,4 : \frac{6}{22} = 22 : 15$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $\frac{-3}{5} : \frac{15}{6}$

b) $1,5 : 8,25$

c) $\frac{5}{8} : 0,75$

Câu 2: Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $1,2 : 3,36$

b) $3\frac{1}{7} : 2\frac{5}{14}$

c) $\frac{3}{8} : 0,54$

Dạng 2: Lập các tỉ lệ thức

Bài toán 1. Lập các tỉ lệ thức từ các số đã cho

Phương pháp giải

Ví dụ. Cho bốn số 2, 4, 7, 14, hãy lập thành tỉ lệ thức từ các số đã cho.

Hướng dẫn giải

Bước 1. Từ các số đã cho, ta thiết lập tích hai số để được hai tích bằng nhau dạng $ad = bc$.

Bước 1. Ta có: $2 \cdot 14 = 4 \cdot 7$.

Bước 2. Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức để thiết lập tỉ lệ thức.

$$\frac{2}{4} = \frac{7}{14}; \frac{2}{7} = \frac{4}{14}; \frac{4}{2} = \frac{14}{7}; \frac{7}{2} = \frac{14}{4}$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ bốn số sau: 12; -3; 40; -10

Hướng dẫn giải

Ta có $12 \cdot (-10) = 40 \cdot (-3)$. Suy ra: $\frac{12}{40} = \frac{-3}{-10}; \frac{-10}{40} = \frac{-3}{12}; \frac{40}{12} = \frac{-10}{-3}; \frac{40}{-10} = \frac{12}{-3}$.

Bài toán 2. Kiểm tra tỉ số đã cho có lập thành tỉ lệ thức hay không?

Phương pháp giải

Để kiểm tra các tỉ số đã cho có lập thành tỉ lệ thức hay không, ta thường làm như sau:

Ví dụ: Các tỉ số sau có lập thành tỉ lệ thức không:

$$\frac{3}{5}:6 \text{ và } \frac{4}{5}:8?$$

Hướng dẫn giải

Bước 1. Thay tỉ số giữa hai số hữu tỉ thành phân số: Thường đưa hai tỉ số về dạng hai phân số cùng mẫu.

Bước 1. $\frac{3}{5}:6 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{10}; \frac{4}{5}:8 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{10}$

Bước 2. Áp dụng định nghĩa tỉ lệ thức: Nếu giá trị hai tỉ số bằng nhau thì chúng lập thành tỉ lệ thức.

Bước 2.

Suy ra $\frac{3}{5}:6 = \frac{4}{5}:8$ nên $\frac{3}{5}:6$ và $\frac{4}{5}:8$ lập thành tỉ lệ thức.

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Các tỉ số sau có lập thành tỉ lệ thức không?

a) $\frac{2}{5}:8$ và $\frac{4}{5}:16$.

b) $4\frac{1}{3}:8$ và $3\frac{2}{3}:13$.

c) $2\frac{1}{3}:7$ và $3\frac{1}{4}:13$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{2}{5}:8 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{20}$ và $\frac{4}{5}:16 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{20}$.

Do đó $\frac{2}{5}:8$ và $\frac{4}{5}:16$ lập thành tỉ lệ thức.

b) $4\frac{1}{3}:8 = \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{13}{24}$ và $3\frac{2}{3}:13 = \frac{11}{3} \cdot \frac{1}{13} = \frac{11}{39}$.

Do $\frac{13}{24} \neq \frac{11}{39}$ nên $4\frac{1}{3}:8$ và $3\frac{2}{3}:13$ không lập thành tỉ lệ thức.

c) Ta có $2\frac{1}{3}:7 = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{3}$ và $3\frac{1}{4}:13 = \frac{13}{4} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{4}$.

Do $\frac{1}{3} \neq \frac{1}{4}$ nên $2\frac{1}{3}:7$ và $3\frac{1}{4}:13$ không lập thành tỉ lệ thức.

Bài toán 3. Lập tỉ lệ thức từ tỉ lệ thức đã cho

Phương pháp giải

Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta có thể lập được ba tỉ lệ thức khác bằng cách:

Ví dụ: Cho tỉ lệ thức $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$. Các

tỉ lệ thức được lập từ tỉ lệ thức ban đầu là:

Giữ nguyên ngoại tỉ a, d và đổi chỗ các trung tỉ b, c ta được: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

$$\bullet \quad \frac{3}{5} = \frac{9}{15} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{5}{15}.$$

Giữ nguyên trung tỉ b, c và đổi chỗ các ngoại tỉ a, d ta được: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.

$$\bullet \quad \frac{3}{5} = \frac{9}{15} \Rightarrow \frac{15}{5} = \frac{9}{3}.$$

Đổi chỗ các ngoại tỉ với nhau, các trung tỉ với nhau, ta được $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$.

$$\bullet \quad \frac{3}{5} = \frac{9}{15} \Rightarrow \frac{15}{9} = \frac{5}{3}.$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể từ tỉ lệ thức sau: $\frac{-5}{15} = \frac{-1,2}{3,6}$.

Hướng dẫn giải

Vì $\frac{-5}{15} = \frac{-1,2}{3,6}$ nên ta lập được các tỉ lệ thức sau: $\frac{3,6}{15} = \frac{-1,2}{-5}$; $\frac{15}{3,6} = \frac{-5}{-1,2}$; $\frac{15}{-5} = \frac{3,6}{-1,2}$.

Bài toán 4. Lập các tỉ lệ thức từ đẳng thức đã cho

Phương pháp giải

Áp dụng tính chất:

Nếu $ad = bc$ và $a, b, c, d \neq 0$ thì ta có các tỉ lệ thức

sau: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$.

Ví dụ: Cho đẳng thức $3.4 = 6.2$, hãy lập tỉ lệ thức từ đẳng thức đã cho.

Ta có $3.4 = 6.2$ nên ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}; \frac{3}{6} = \frac{2}{4}; \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \frac{6}{3} = \frac{4}{2}.$$

Chú ý:

Luôn đảm bảo các cặp số 3 và 4; 2 và 6 nằm ở vị trí chéo nhau.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Lập tất cả các tỉ lệ thức từ các đẳng thức sau:

a) $14.15 = 10.21$

b) $-5.8 = 20.(-2)$

Hướng dẫn giải

a) Vì $14.15 = 10.21$ nên ta có các tỉ lệ thức sau: $\frac{14}{10} = \frac{21}{15}$; $\frac{15}{10} = \frac{21}{14}$; $\frac{15}{21} = \frac{10}{14}$; $\frac{10}{15} = \frac{14}{21}$.

b) Vì $-5.8 = 20.(-2)$ nên ta có các tỉ lệ thức sau: $\frac{-5}{20} = \frac{-2}{8}$; $\frac{-5}{-2} = \frac{20}{8}$; $\frac{-2}{-5} = \frac{8}{20}$; $\frac{20}{-5} = \frac{8}{-2}$.

Ví dụ 2. Lập tất cả các tỉ lệ thức từ các đẳng thức sau:

a) $AB.CD = 2.3$

b) $4.AB = 5.MN$

Hướng dẫn giải

a) Vì $AB.CD = 2.3$ nên ta có các tỉ lệ thức sau: $\frac{AB}{2} = \frac{3}{CD}$; $\frac{CD}{2} = \frac{3}{AB}$; $\frac{2}{CD} = \frac{AB}{3}$; $\frac{2}{AB} = \frac{CD}{3}$.

b) Vì $4.AB = 5.MN$ nên ta có các tỉ lệ thức sau: $\frac{AB}{5} = \frac{MN}{4}$; $\frac{4}{5} = \frac{MN}{AB}$; $\frac{5}{AB} = \frac{4}{MN}$; $\frac{5}{4} = \frac{AB}{MN}$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Chọn đáp án đúng nhất trong các câu từ 1 đến 4.

Câu 1: Cặp tỉ số nào dưới đây lập thành tỉ lệ thức?

a) $\frac{3}{8} : \frac{5}{2}$ và $\frac{3}{5} : \frac{4}{3}$.

b) $\frac{4}{7} : \frac{2}{9}$ và $\frac{1}{3} : \frac{7}{2}$.

c) $0,3 : \frac{3}{8}$ và $\frac{2}{5} : \frac{3}{6}$.

d) $1,2 : \frac{3}{8}$ và $1,6 : 10$.

Câu 2: Tỉ lệ thức nào sau đây **không** được lập từ tỉ lệ thức $\frac{14}{8} = \frac{21}{12}$?

A. $\frac{14}{21} = \frac{8}{12}$

B. $\frac{21}{14} = \frac{12}{8}$

C. $\frac{21}{8} = \frac{14}{12}$

D. $\frac{12}{21} = \frac{8}{14}$

Câu 3: Điền số vào ô trống để được tỉ lệ thức đúng: $\frac{5}{125} = \frac{\square}{-100}$.

Số cần điền là:

A. 4.

B. -4.

C. 2.

D. 8.

Câu 4: Cặp tỉ số nào dưới đây lập thành tỉ lệ thức?

A. $\frac{3}{8} : \frac{5}{2}$ và $\frac{3}{5} : \frac{4}{3}$.

B. $\frac{4}{7} : \frac{2}{9}$ và $\frac{1}{3} : \frac{7}{2}$.

C. $2\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2}$ và $\frac{7}{5} : 2\frac{4}{5}$.

D. $1,2 : 2,4$ và $4 : 10$.

Câu 5: Các tỉ số sau đây có lập thành tỉ lệ thức hay không?

a) $3,6 : 4,8$ và $0,6 : \frac{4}{5}$.

b) $4\frac{1}{3} : 8$ và $3\frac{2}{3} : 13$.

Câu 6: Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các đẳng thức $(-2).15 = 3.(-10)$

Câu 7: Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các số: 3;9;27;81.

Câu 8: Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các số: 5;2;8;20.

Dạng 3: Tìm thành phần chưa biết

Bài toán 1: Tìm số hạng chưa biết trong một tỉ lệ thức

Phương pháp giải

Ta sử dụng tính chất

Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $a = \frac{bc}{d}$; $b = \frac{ad}{c}$; $c = \frac{ad}{b}$; $d = \frac{bc}{a}$

Ví dụ: Tìm x biết: $\frac{x}{2} = \frac{4}{7}$.

Hướng dẫn giải

Cách ghi nhớ: Để tìm x trong tỉ lệ thức ta áp dụng quy tắc “nhân chéo, chia ngang”.

Vì $\frac{x}{2} = \frac{4}{7}$ nên $x = \frac{2.4}{7} = \frac{8}{7}$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm x trong các đẳng thức sau:

a) $12 : 5 = x : 1,5$

b) $3,75 : x = 4,8 : 2,5$

Hướng dẫn giải

a) $12 : 5 = x : 1,5$

$$\Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{x}{1,5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \cdot 1,5}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{18}{5}$$

Vậy $x = \frac{18}{5}$.

b) $3,75 : x = 4,8 : 2,5$

$$\Rightarrow \frac{3,75}{x} = \frac{4,8}{2,5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3,75 \cdot 2,5}{4,8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{125}{64}$$

Vậy $x = \frac{125}{64}$.

Ví dụ 2. Tìm x biết:

a) $\frac{x}{15} = \frac{60}{x}$

b) $\frac{2-x}{4} = \frac{3x-1}{-3}$

Hướng dẫn giải

a) $\frac{x}{15} = \frac{60}{x}$

$$\Rightarrow x^2 = 15 \cdot 60$$

$$\Rightarrow x^2 = 900$$

Mà $900 = 30^2 = (-30)^2$ nên $x = \pm 30$.

Vậy $x = \pm 30$

b) $\frac{2-x}{4} = \frac{3x-1}{-3}$

$$\Rightarrow -3(2-x) = 4(3x-1)$$

$$\Rightarrow -6 + 3x = 12x - 4$$

$$\Rightarrow 3x - 12x = -4 + 6$$

$$\Rightarrow -9x = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2}{9}$$

Vậy $x = \frac{-2}{9}$.

Bài toán 2. Tìm nhiều thành phần chưa biết ($x, y, z, \dots$) thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải

Cách 1:

Sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, biến đổi để xuất hiện điều kiện đã cho của đề bài.

Từ đó tính được giá trị của dãy tỉ số bằng nhau.

Cách 2: Đặt $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$.

Ví dụ: Cho $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $x + y = 10$. Tìm x, y .

Hướng dẫn giải

Cách 1: Ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{10}{5} = 2.$$

Suy ra $x = 2 \cdot 2 = 4$ và $y = 2 \cdot 3 = 6$.

Cách 2:

- Suy ra $x = a.k; y = b.k; z = c.k$.

$$\text{Đặt } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k \Rightarrow x = 2k; y = 3k$$

- Thay các giá trị trên của x, y, z vào điều kiện đã cho của đề bài, tìm được giá trị của k .

$$\text{Vì } x + y = 10 \text{ nên } 2k + 3k = 10 \Rightarrow 5k = 10 \Rightarrow k = 2$$

- Tính giá trị của x, y, z từ giá trị k vừa tìm được.

$$\text{Vậy } x = 2k = 2.2 = 4 \text{ và } y = 3k = 3.2 = 6.$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{6}$. Tìm x, y biết:

a) $x + y = 90$

b) $4x - y = 42$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{6}$.

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{x}{3} = \frac{y}{6} = \frac{x+y}{3+6} = \frac{90}{9} = 10 \Rightarrow x = 3.10 = 30; y = 6.10 = 60.$$

$$\text{Vậy } x = 30 \text{ và } y = 60.$$

b) Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{6}$ suy ra $\frac{4x}{12} = \frac{y}{6}$.

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{4x}{12} = \frac{y}{6} = \frac{4x-y}{12-6} = \frac{42}{6} = 7.$$

$$\text{Suy ra } 4x = 12.7 = 84; y = 6.7 = 42.$$

$$\text{Suy ra } x = 21; y = 42.$$

$$\text{Vậy } x = 21 \text{ và } y = 42.$$

Ví dụ 2. Cho $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$. Tìm x, y, z biết:

a) $x + y + z = 30$

b) $x - 2y + 3z = 33$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$.

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{30}{10} = 3 \\ \Rightarrow x = 2.3 = 6; y = 3.3 = 9; z = 5.3 = 15 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x = 6; y = 9; z = 15.$$

b) Từ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ suy ra $\frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{15}$.

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{15} = \frac{x-2y+3z}{2-6+15} = \frac{33}{11} = 3 \\ \Rightarrow x = 3.2 = 6; 2y = 3.6 = 18; 3z = 3.15 = 45 \\ \Rightarrow x = 6; y = 9; z = 15. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x = 6; y = 9; z = 15.$$

Ví dụ 3*. Cho $2x - 3y + z = 42$. Tìm x, y, z biết:

a) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{13}$.

b) $\frac{x}{-3} = \frac{y}{5}; \frac{y}{-2} = \frac{z}{7}$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{13} \Rightarrow \frac{2x+2}{6} = \frac{3y-6}{12} = \frac{z-1}{13}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{2x+2}{6} = \frac{3y-6}{12} = \frac{z-1}{13} = \frac{2x+2-3y+6+z-1}{6-12+13} = \frac{2x-3y+z+7}{7} = \frac{42+7}{7} = \frac{49}{7} = 7$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+2=6.7=42 \\ 3y-6=7.12=84 \\ z-1=13.7=91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=40 \\ 3y=90 \\ z=92 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=30 \\ z=92 \end{cases}$$

Vậy $x=20; y=30; z=92$.

b) Ta có $\frac{x}{-3} = \frac{y}{5}$ nên $\frac{x}{6} = \frac{y}{-10}$ và $\frac{y}{-2} = \frac{z}{7} \Rightarrow \frac{y}{-10} = \frac{z}{35}$.

Suy ra $\frac{x}{6} = \frac{y}{-10} = \frac{z}{35}$. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{-10} = \frac{z}{35} = \frac{2x-3y+z}{12+30+35} = \frac{42}{77} = \frac{6}{11} \Rightarrow x = \frac{36}{11}; y = \frac{-60}{11}; z = \frac{210}{11}.$$

Vậy $x = \frac{36}{11}; y = \frac{-60}{11}; z = \frac{210}{11}$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Chọn đáp án đúng nhất trong mỗi câu (Câu 1 đến câu 5)

Câu 1: Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x+y=24$. Giá trị của $3x+5y$ là:

A. 132.

B. 80.

C. 102.

D. 78.

Câu 2: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{2x+3y}{15}$.

B. $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{2x+4y}{28}$

C. $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{x+3y}{25}$

D. $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{2x+y}{15}$

Câu 3: Cho $\frac{x+1}{4} = \frac{9}{x+1}$ và $x > 0$. Giá trị của x là:

A. -5.

B. 6.

C. -6.

D. 5.

Câu 4: Biểu thức nào dưới đây là đúng?

A. $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{3x+4y}{40}$

B. $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{2x-4y}{12}$

C. $\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{x+3y}{28}$

D. $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{x+y}{10}$

Câu 5: Cho $\frac{x-3}{8} = \frac{27}{4}$. Giá trị của x là:

A. 54.

B. 56.

C. 57.

D. 58.

Câu 6: Tìm x biết:

a) $3\frac{4}{5} : \frac{8}{5} = 0,25 : x$.

b) $\frac{2x+3}{24} = \frac{3x-1}{32}$.

c) $\frac{13x-2}{2x+5} = \frac{76}{17}$.

Câu 7: Tìm các số x, y biết:

a) $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$ và $x + y = 121$.

b) $4x = 5y$ và $2x - 5y = 40$.

Câu 8: Tìm các số x, y, z biết:

a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$ và $x + y + z = 52$.

b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và $2x - y + 3z = 110$.

Dạng 4: Chứng minh tỉ lệ thức

 Phương pháp giải

Để chứng minh tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta thường sử dụng một trong ba cách sau:

Cách 1. Chứng tỏ $ad = bc$.

Cách 2. Chứng tỏ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ có cùng giá trị.

Cách 3. Dùng tính chất tỉ lệ thức và tính chất dãy tỉ số bằng nhau.

 Ví dụ mẫu

Ví dụ: Chứng minh rằng:

Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Do $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nên $ad = bc$.

$$\begin{aligned} \text{Xét } \frac{a+b}{b} &= \frac{c+d}{d} \\ \Rightarrow d(a+b) &= b(c+d) \\ ad + bd &= bc + bd \\ ad &= bc \text{ (đúng).} \end{aligned}$$

Vậy $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

Cách 2. Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = t$. Khi đó $a = bt$ và $c = dt$.

$$\begin{aligned} \text{Do đó } \frac{a+b}{b} &= \frac{bt+b}{b} = \frac{b(t+1)}{b} = t+1 \\ \frac{c+d}{d} &= \frac{dt+d}{d} = \frac{d(t+1)}{d} = t+1 \end{aligned}$$

Vậy $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

Cách 3. Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{a}{c} = \frac{b}{d} &= \frac{a+b}{c+d} \Rightarrow \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \\ \Rightarrow \frac{a+b}{b} &= \frac{c+d}{d} \text{ (điều phải chứng minh).} \end{aligned}$$

Ví dụ 1. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nên $ad = bc$. Xét $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} \Rightarrow a.(c+d) = (a+b).c \Leftrightarrow ac + ad = ac + bc \Leftrightarrow ad = bc$ (đúng).

Vậy $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.

Ví dụ 2. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ (giả sử các tỉ lệ thức đều có nghĩa).

Hướng dẫn giải

Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = t \Rightarrow a = bt$ và $c = dt$.

Do đó $\frac{a-b}{c-d} = \frac{bt-b}{dt-d} = \frac{b(t-1)}{d(t-1)} = \frac{b}{d}$;

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{bt+b}{dt+d} = \frac{b(t+1)}{d(t+1)} = \frac{b}{d}.$$

Suy ra $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$.

 Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Cho $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. Giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa. Chứng minh:

a) $\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d}$.

b) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$.

Câu 2: Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa. Chứng minh:

a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

b) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Câu 3: Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, chứng minh:

a) $\frac{a-2b}{b} = \frac{c-2d}{d}$.

b) $\frac{a+3b}{b} = \frac{c+3d}{d}$.

Dạng 5: Giải các bài toán lời văn chia theo tỉ lệ

 Phương pháp giải

Với các bài toán có lời văn chia theo tỉ lệ, ta thường làm như sau:

Bước 1. Gọi các đại lượng cần tìm là x, y, z (tùy đề bài yêu cầu).

Bước 2. Từ điều kiện bài toán cho, đưa về dãy tỉ

Ví dụ: Mẹ và con có tổng số tuổi bằng 35. Biết rằng tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người.

Hướng dẫn giải

Gọi tuổi mẹ là x , tuổi con là y (tuổi).

Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*, x > y$.

Theo đề ra, ta có: $x + y = 35$ và $\frac{x}{4} = \frac{y}{1}$.

số bằng nhau.

Bước 3. Sử dụng các phương pháp ở **dạng 3** để Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:
giải.

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{1} = \frac{x+y}{4+1} = \frac{35}{5} = 7.$$

$$\text{Suy ra } x = 4.7 = 28; y = 1.7 = 7.$$

Vậy tuổi mẹ bằng 28, tuổi con bằng 7.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. An và Chi có số viên bi lần lượt tỉ lệ với 4; 5. Biết rằng An có số bi ít hơn Chi là 4 viên. Tính số viên bi của mỗi bạn.

Hướng dẫn giải

Gọi số bi của An và Chi lần lượt là x và y (viên) với $x, y \in \mathbb{N}^*; x < y$.

Theo đề bài, ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ và $y - x = 4$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{y-x}{5-4} = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow x = 4.4 = 16; y = 4.5 = 20$.

Vậy số bi của An là 16 viên, số bi của Chi là 20 viên.

Ví dụ 2. Các cạnh của một tam giác có số đo tỉ lệ với các số 3, 5, 7. Tính số đo mỗi cạnh của tam giác đó biết chu vi của nó là 40,5 cm.

Hướng dẫn giải

Gọi ba cạnh của tam giác lần lượt là x, y, z (cm) với $x, y, z > 0$.

Theo đề bài ra ta có mối liên hệ: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và $x + y + z = 40,5$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+5+7} = \frac{40,5}{15} = 2,7$
 $\Rightarrow x = 8,1; y = 13,5; z = 18,9$

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác là 8,1 cm; 13,5 cm; 18,9 cm.

Bài tập tự luyện dạng 5

Câu 1: Số sản phẩm của hai công nhân lần lượt tỉ lệ với 8; 5. Biết rằng người thứ nhất làm nhiều hơn người thứ hai 60 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi người làm được.

Câu 2: Tỉ số hai cạnh của hình chữ nhật bằng $\frac{2}{5}$. Chu vi hình chữ nhật là 42 m. Tính diện tích của hình chữ nhật.

Câu 3: Lớp 7A, 7B, 7C có tổng số học sinh bằng 105, biết số học sinh lớp 7A bằng $\frac{2}{3}$ số học sinh lớp 7B, số học sinh lớp 7B bằng $\frac{6}{11}$ số học sinh lớp 7C. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Câu 4: Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích $300 m^2$. Hai cạnh tỉ lệ với 4 và 3. Tính chiều dài, chiều rộng của khu vườn.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

Câu 1:

$$a) \frac{-3}{5} : \frac{15}{6} = \frac{-3}{5} : \frac{5}{2} = \frac{-3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{-6}{25} = -6 : 25.$$

$$\text{Vậy } \frac{-3}{5} : \frac{15}{6} = -6 : 25.$$

$$b) 1,5 : 8,25 = \frac{15}{10} : \frac{825}{100} = \frac{3}{2} : \frac{33}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{33} = \frac{2}{11} = 2 : 11.$$

$$\text{Vậy } 1,5 : 8,25 = 2 : 11.$$

$$c) \frac{5}{8} : 0,75 = \frac{5}{8} : \frac{3}{4} = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5}{6} = 5 : 6.$$

$$\text{Vậy } \frac{5}{8} : 0,75 = 5 : 6.$$

Câu 2: Tương tự câu 1.

$$a) 1,2 : 3,36 = 5 : 14. \quad b) 3\frac{1}{7} : 2\frac{5}{14} = 4 : 3. \quad c) \frac{3}{8} : 0,54 = 25 : 36.$$

Dạng 2. Lập các tỉ lệ thức

Câu 1: Chọn C.

$$0,3 : \frac{3}{8} = \frac{3}{10} : \frac{8}{3} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad \text{và} \quad \frac{2}{5} : \frac{3}{6} = \frac{2}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vậy } 0,3 : \frac{3}{8} \text{ và } \frac{2}{5} : \frac{3}{6} \text{ lập thành tỉ lệ thức.}$$

Câu 2: Chọn C.

$$\text{Từ tỉ lệ thức } \frac{14}{8} = \frac{21}{12}, \text{ ta có các tỉ lệ thức sau: } \frac{14}{21} = \frac{8}{12}; \frac{21}{14} = \frac{12}{8}; \frac{12}{21} = \frac{8}{14}.$$

$$\text{Đẳng thức } \frac{21}{8} = \frac{14}{12} \text{ không là tỉ lệ thức vì } 21 \cdot 12 \neq 8 \cdot 14.$$

Câu 3: Chọn B.

$$\text{Vì } 5 \cdot (-100) = 125 \cdot (-4) \text{ nên } \frac{5}{125} = \frac{\boxed{-4}}{-100}.$$

Câu 4: Chọn C.

$$\text{Ta có } 2\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2} = \frac{11}{4} : \frac{11}{2} = \frac{1}{2}; \frac{7}{5} : 2\frac{4}{5} = \frac{7}{5} : \frac{14}{5} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } 2\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2} \text{ và } \frac{7}{5} : 2\frac{4}{5} \text{ lập thành tỉ lệ thức.}$$

Câu 5:

$$a) \text{ Ta có } 3,6 : 4,8 = \frac{36}{48} = \frac{3}{4} \text{ và } 0,6 : \frac{4}{5} = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \text{ nên hai tỉ số đã cho lập thành tỉ lệ thức.}$$

$$b) \text{ Ta có } 4\frac{1}{3} : 8 = \frac{13}{3} : 8 = \frac{13}{24} \text{ và } 3\frac{2}{3} : 13 = \frac{11}{3} : 13 = \frac{11}{39}$$

Vì $\frac{13}{24} \neq \frac{11}{39}$ nên hai tỉ số không lập thành tỉ lệ thức.

Câu 6:

Ta có $(-2).15 = 3.(-10)$ nên ta có các tỉ lệ thức sau: $\frac{-2}{3} = \frac{-10}{15}; \frac{15}{3} = \frac{-10}{-2}; \frac{3}{15} = \frac{-2}{-10}; \frac{3}{-2} = \frac{15}{-10}$.

Câu 7:

Nhận thấy $3.81 = 9.27$ nên ta có các tỉ lệ thức sau: $\frac{3}{9} = \frac{27}{81}; \frac{81}{9} = \frac{27}{3}; \frac{9}{81} = \frac{3}{27}; \frac{9}{3} = \frac{81}{27}$.

Câu 8:

Nhận thấy $5.8 = 2.20$ nên ta lập được các tỉ lệ thức sau: $\frac{5}{2} = \frac{20}{8}; \frac{2}{5} = \frac{8}{20}; \frac{8}{2} = \frac{20}{5}; \frac{2}{8} = \frac{5}{20}$.

Dạng 3. Tìm thành phần chưa biết

Câu 1: Chọn C.

Vì $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 24$ nên áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{3+5} = \frac{24}{8} = 3 \Rightarrow x = 3.3 = 9; y = 5.3 = 15 \Rightarrow 3x + 5y = 3.9 + 5.15 = 102.$$

Câu 2: Chọn B.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{2x+4y}{2.4+4.5} = \frac{2x+4y}{28}$.

Câu 3: Chọn D.

$$\frac{x+1}{4} = \frac{9}{x+1}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 36$$

$$\Rightarrow x+1=6 \text{ hoặc } x+1=-6$$

$$\Rightarrow x=5 \text{ hoặc } x=-7$$

Vì $x > 0$ nên $x = 5$.

Vậy $x = 5$.

Câu 4: Chọn A.

Dựa vào tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{3x+4y}{3.4+4.7} = \frac{3x+4y}{40}$.

Câu 5: Chọn C.

$$\frac{x-3}{8} = \frac{27}{4} \Rightarrow x-3 = \frac{27.8}{4} \Rightarrow x-3 = 54 \Rightarrow x = 54+3 \Rightarrow x = 57$$

Vậy $x = 57$.

Câu 6:

$$a) 3\frac{4}{5} : \frac{8}{5} = 0,25 : x$$

$$\frac{19}{8} = \frac{0,25}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \cdot 0,25}{19}$$

$$x = \frac{2}{19}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{2}{19}.$$

$$b) \frac{2x+3}{24} = \frac{3x-1}{32}$$

$$\frac{2x+3}{3} = \frac{3x-1}{4}$$

$$\Rightarrow 4(2x+3) = 3(3x-1)$$

$$8x+12 = 9x-3$$

$$8x-9x = -3-12$$

$$-x = -15$$

$$x = 15$$

$$\text{Vậy } x = 15.$$

$$c) \frac{13x-2}{2x+5} = \frac{76}{17}$$

$$\Rightarrow 17(13x-2) = 76(2x+5)$$

$$221x-34 = 152x+380$$

$$221x-152x = 380+34$$

$$69x = 414$$

$$x = 6$$

$$\text{Vậy } x = 6.$$

Câu 7:

$$a) \text{ Vì } \frac{x}{y} = \frac{6}{5} \text{ nên } \frac{x}{6} = \frac{y}{5}.$$

$$\text{Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{x}{6} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{6+5} = \frac{121}{11} = 11 \Rightarrow x = 66; y = 55$$

$$\text{Vậy } x = 66 \text{ và } y = 55.$$

$$b) \text{ Do } 4x = 5y \text{ nên } \frac{x}{5} = \frac{y}{4}.$$

$$\text{Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{2x-5y}{2 \cdot 5 - 5 \cdot 4} = \frac{40}{-10} = -4 \Rightarrow x = -20; y = -16$$

$$\text{Vậy } x = -20; y = -16.$$

Câu 8:

$$a) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \text{ và } x+y+z = 52.$$

$$\text{Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+4+6} = \frac{52}{13} = 4 \Rightarrow x = 12; y = 16; z = 24$$

$$\text{Vậy } x = 12; y = 16; z = 24.$$

$$b) \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \text{ và } 2x-y+3z = 110.$$

$$\text{Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{2x-y+3z}{3 \cdot 2 - 5 + 3 \cdot 7} = \frac{110}{22} = 5 \Rightarrow x = 15; y = 25; z = 35$$

$$\text{Vậy } x = 15; y = 25; z = 35.$$

Dạng 4. Chứng minh tỉ lệ thức

Câu 1:

$$\text{Đặt } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k \Rightarrow a = ck; b = dk.$$

$$a) \text{ Ta có: } \frac{a-c}{c} = \frac{ck-c}{c} = \frac{c(k-1)}{c} = k-1;$$

$$\frac{b-d}{d} = \frac{dk-d}{d} = \frac{d(k-1)}{d} = k-1.$$

$$\text{Vậy } \frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } \frac{a+c}{b+d} &= \frac{ck+c}{dk+d} = \frac{c(k+1)}{d(k+1)} = \frac{c}{d}; \\ \frac{a-c}{b-d} &= \frac{ck-c}{dk-d} = \frac{c(k-1)}{d(k-1)} = \frac{c}{d}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}.$$

Câu 2:

$$\text{Đặt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a = bk; c = dk$$

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } \frac{a+b}{b} &= \frac{bk+b}{b} = \frac{b(k+1)}{b} = k+1; \\ \frac{c+d}{d} &= \frac{dk+d}{d} = \frac{d(k+1)}{d} = k+1. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } \frac{a+b}{a-b} &= \frac{bk+b}{bk-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}; \\ \frac{c+d}{c-d} &= \frac{dk+d}{dk-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Câu 3:

$$\text{Đặt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ta có } a = bk; c = dk.$$

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } \frac{a-2b}{b} &= \frac{bk-2b}{b} = \frac{b(k-2)}{b} = k-2; \\ \frac{c-2d}{d} &= \frac{dk-2d}{d} = \frac{d(k-2)}{d} = k-2. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{a-2b}{b} = \frac{c-2d}{d}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } \frac{a+3b}{b} &= \frac{bk+3b}{b} = k+3; \\ \frac{c+3d}{d} &= \frac{dk+3d}{d} = k+3. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{a+3b}{b} = \frac{c+3d}{d}.$$

Dạng 5. Giải các bài toán lời văn chia theo tỉ lệ

Câu 1:

Gọi số sản phẩm của công nhân thứ nhất và thứ hai lần lượt là x, y . Đơn vị: sản phẩm và điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$.

Theo đề ra, ta có mối liên hệ: $\frac{x}{8} = \frac{y}{5}$ và $x - y = 60$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{x-y}{8-5} = \frac{60}{3} = 20 \Rightarrow x = 8.20 = 160; y = 5.20 = 100$.

Vậy công nhân thứ nhất làm được 160 sản phẩm, công nhân thứ hai làm được 100 sản phẩm.

Câu 2:

Gọi kích thước của chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật là y (m) và x (m). Điều kiện: $x, y > 0$.

Theo đề ra, ta có: $x : y = 2 : 5$ và $2(x + y) = 42 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 21$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta được: $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{2+5} = \frac{21}{7} = 3 \Rightarrow x = 6; y = 15$.

Vậy diện tích hình chữ nhật là $S = 6.15 = 90(m^2)$.

Câu 3: Gọi số học sinh lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (em) với $x, y, z \in \mathbb{N}^*$.

Theo đề bài, ta có: $x + y + z = 105; \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $\frac{y}{6} = \frac{z}{11}$.

Từ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $\frac{y}{6} = \frac{z}{11}$ ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{11}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{11} = \frac{x+y+z}{4+6+11} = \frac{105}{21} = 5 \Rightarrow x = 20; y = 30; z = 55$.

Vậy số học sinh lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 20 học sinh, 30 học sinh và 55 học sinh.

Câu 4:

Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn lần lượt là x, y (m) với $x, y > 0$

Do diện tích bằng $300 m^2$ nên $x.y = 300$ (1)

Hai cạnh tỉ lệ với 4 và 3 nên $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$.

Đặt $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = k \Rightarrow x = 4k, y = 3k (k > 0)$, thay vào (1) ta có: $12k^2 = 300 \Rightarrow k^2 = 25 \Rightarrow k = 5$ (do $k > 0$).

$\Rightarrow x = 20; y = 15$.

Vậy chiều dài của khu vườn là 20 m và chiều rộng là 15 m.