

CHUYÊN ĐỀ. THỰC HIỆN DẪY TÍNH – TÍNH NHANH

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Với bài toán thực hiện phép tính trong các kì thi học sinh giỏi, đòi hỏi học sinh phải nhanh nhạy trong việc phối hợp nhiều phép tính như: phép tính lũy thừa, phép tính cộng trừ các phân số, tối giản phân số, rồi tính tổng theo quy luật...thứ tự thực hiện phép tính

KIẾN THỨC BỔ TRỢ:

1/ Công thức tính lũy thừa của số tự nhiên:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (a.b)^m = a^m \cdot b^m \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0) \text{ hay } (a : b)^m = a^m : b^m$$

2/ Một số công thức đặt thừa số chung

$$a.b + a.c + a.d + \dots + a.k = a.(b + c + d + \dots + k)$$

$$\frac{a}{x_1} + \frac{a}{x_2} + \dots + \frac{a}{x_n} = a \cdot \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} \right)$$

4/ Một số công thức tính tổng.

$$\text{a) Tổng các số hạng cách đều: } S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \quad (1)$$

Với $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$ (các số hạng cách đều)

Số số hạng trong tổng là $n = (a_n - a_1) : d + 1$

a_1 là số hạng thứ nhất

a_n là số hạng thứ n

$$\text{Tổng } S = n.(a_1 + a_n) : 2$$

Số hạng thứ n của dãy là $a_n = a_1 + (n - 1).d$

$$\text{b) Tổng có dạng: } S = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n \quad (2)$$

B1: Nhân vào hai vế của đẳng thức với số a ta được.

$$a.S = a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^{n+1} \quad (3)$$

B2: Lấy (3) trừ (2) vế theo vế được:

$$a.S - S = a^{n+1} - 1 \Rightarrow S = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$

$$\text{c) Tổng có dạng: } S = 1 + a^2 + a^4 + a^6 + \dots + a^{2n} \quad (4)$$

B1: Nhân vào hai vế của đẳng thức với số a^2 ta được.

$$a^2.S = a^2 + a^4 + a^6 + a^8 + \dots + a^{2n+2} \quad (5)$$

B2: Lấy (5) trừ (4) vế theo vế được:

$$a^2.S - S = a^{2n+2} - 1 \Rightarrow S = \frac{a^{2n+2} - 1}{a^2 - 1}$$

d) Tổng có dạng: $S = a + a^3 + a^5 + a^7 + \dots + a^{2n+1}$ **(6)**

B1: Nhân vào hai vế của đẳng thức với số a^2 ta được.

$$a^2.S = a^3 + a^5 + a^7 + a^9 + \dots + a^{2n+3} \quad (7)$$

B2: Lấy (7) trừ (6) vế theo vế được:

$$a^2.S - S = a^{2n+3} - a \Rightarrow S = \frac{a^{2n+2} - a}{a^2 - 1}$$

d) Tổng có dạng: $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + (n-1).n$ **(8)**

Vì khoảng cách giữa 2 thừa số trong mỗi số hạng bằng 1

=> Nhân vào hai vế của đẳng thức (8) với 3 lần khoảng cách (nhân với 3) ta được.

$$3.S = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + 4.5.3 + \dots + (n-2).(n-1).3 + (n-1).n.3$$

$$= 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \dots + (n-2).(n-1).[n-(n-3)]$$

$$+ (n-1).n.[(n+1)-(n-2)]$$

$$= (n-1).n.(n+1)$$

$$\Rightarrow S = \frac{(n-1).n.(n+1)}{3}$$

e) Tổng có dạng: $P = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2$ **(9)**

Áp dụng công thức tổng (8) là: $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + n(n+1)$

$$S = 1.(1+1) + 2.(2+1) + 3.(3+1) + 4.(4+1) + \dots + n.(n+1)$$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2) + (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

$$= P + (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

$$\Rightarrow P = S - (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

Trong đó theo (8) thì $S = \frac{n.(n+1)(n+2)}{3}$

Theo (1) thì $(1 + 2 + 3 + \dots + n) = \frac{n(n+1)}{2}$

$$\Rightarrow P = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

f) Tổng có dạng: $S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (k-1)^2$ **(10) với k chẵn và $k \in \mathbb{N}$**

Áp dụng tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + (k-2)(k-1) + (k-1).k$

$$= 0.1 + 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + (k-2)(k-1) + (k-1).k$$

$$= 1(0+2) + 3(2+4) + 5(4+6) + \dots + (k-1).[(k-2)+k]$$

$$= 1.2 + 3.6 + 5.10 + \dots + (k-1).(2k-2)$$

$$= 1.1.2 + 3.3.2 + 5.5.2 + \dots + (k-1).(k-1).2$$

$$= 2.[1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (k-1)^2]$$

$$= 2.S$$

$$\Rightarrow S = \frac{A}{2} \text{ mà theo (8) thì tổng } A = \frac{(k-1).k.(k+1)}{3} \Rightarrow S = \frac{(k-1).k.(k+1)}{6}$$

g) Tổng có dạng: $S = a_1.a_2 + a_2.a_3 + a_3.a_4 + a_4.a_5 + \dots + a_{n-1}.a_n$ (11)

*** Với $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = 2$**

$$S = a_1.(a_1 + 2) + a_2.(a_2 + 2) + a_3.(a_3 + 2) + a_4.(a_4 + 2) + \dots + a_{n-1}.(a_{n-1} + 2)$$

$$= (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{n-1}^2) + 2(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1})$$

$$= S_1 + k.S_2$$

$$\text{Trong đó tổng } S_1 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{n-1}^2$$

$$S_2 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1}$$

*** Với $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = k > 2$**

Nhân cả hai vế với $3k$, rồi tách $3k$ ở mỗi số hạng để tạo thành các số hạng mới tự triệt tiêu.

$$\text{h) Tổng có dạng: } S = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} \quad (12)$$

*** Với $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_n - a_{n-1} = 1$ thì:**

$$S = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n}$$

*** Với $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_n - a_{n-1} = k > 1$ thì:**

$$S = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} \right) = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} \right)$$

B.BÀI TOÁN TỰ LUYỆN

Bài 1.

$$\text{Tính tổng: } S = \frac{27.4500 + 135.550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 18}$$

Bài 2.

Tính:

$$\text{a) } A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$$

$$\text{b) } B = \frac{423134.846267 - 423133}{423133.846267 + 423134}$$

Bài 3.

Kết quả của phép tính $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100$ bằng:

- A. 50 B. -50 C. -100 D. 0

Bài 4.

Tính tỉ số $\frac{A}{B}$, biết: $A = \frac{1}{3.8} + \frac{1}{8.13} + \frac{1}{13.18} + \frac{1}{18.21}$; $B = \frac{1}{3.7} + \frac{1}{7.11} + \frac{1}{11.15} + \frac{1}{15.19} + \frac{1}{19.23}$

A. $\frac{A}{B} = \frac{5}{4}$ B. $\frac{A}{B} = 1$ C. $\frac{A}{B} = \frac{4}{5}$ D. $\frac{A}{B} = 20$.

Bài 5.

Tính hợp lý

a) $53.81 - 47.14 + 81.47 - 14.53$

b) $|1 - 2^{100}| + |5^{50} - 2^{100}| - |11 - 5^{50}|$

c) $\left(\frac{20162016}{20172017} + \frac{2017^{2016}}{2017^{2017}} \right) - \left(\frac{2016}{2017} - \frac{2016^{2017} \cdot 2017^{2016}}{2017^{2017} \cdot 2016^{2016}} \right)$

d) $\frac{6^{36} \cdot (50.5^{40} - 10.5^{34})}{30^{30} \cdot 10^4 \cdot (100.15^5 - 4.3^5)}$

Bài 6.

Cho biểu thức $A = \frac{5.4^{2017} - 4^{2018} - 1}{1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2016}}$. Chứng tỏ rằng biểu thức A có giá trị là một số nguyên.

Bài 7.

Không quy đồng hãy tính tổng sau:

$$A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$$

Bài 8.

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = 68.74 + 27.68 - 68$

b) $B = 2^3.5^3 - 3 \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^8 : 7^6 + 2017^0) \right] \right\}$

c) $C = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}} \right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{1616}{1717} \right)$

d) $D = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$

Bài 9.

Tính: $\left[92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100} \right] : \left[\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500} \right]$

Bài 10.

Thực hiện phép tính

a) $A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$

$$b) B = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

Bài 11.

Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{2012}$ và $B = \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} : 2$

Tính $B - A$

Bài 12.

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \dots (-1)^{2010} \cdot (-1)^{2011}$

b) $B = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$

c) $C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a}$ biết $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$

Bài 13.

1. Thực hiện tính A bằng cách hợp lý nhất:

$$A = \frac{2010 \cdot 2011 - 1005}{2010 \cdot 2010 + 1005}$$

2. Thực hiện phép tính: $B = 33 \left(1 - \frac{2}{3} \right) \left(1 - \frac{2}{5} \right) \dots \left(1 - \frac{2}{99} \right)$

Bài 14.

Tính giá trị biểu thức sau:

a) $4\frac{1}{7} + \frac{-1}{6} \cdot \left(12 - 5\frac{1}{7} \right)$

b) $(2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2014) - (3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2011)$

c) $\left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{780} \right)$

Bài 15.

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$

b) $1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 8 - 1.2.3 \dots 7.8^2$

c) $\frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$

d) $1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$

e) $13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$

Bài 16.

Cho $A = \frac{4}{7.31} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57}$ và $B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57}$

Tỷ số $\frac{A}{B}$ là:

A. $\frac{7}{4}$

B. $\frac{7}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{11}{4}$

Bài 17.

Tính giá trị biểu thức sau:

$$B = \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right)$$

Bài 18.

a) Tính nhanh: $\frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \dots + \frac{3^2}{97.100}$

b) $B = (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225$

c) $M = \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}}{3^{2014} - 3}$

d) $D = \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \frac{2}{72} + \frac{2}{90}$

Bài 19.

Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $-1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 + 7 + 8 - \dots - 2013 - 2014 + 2015 + 2016$

2) $B = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) : \left(\frac{1}{3} - 1 \right) : \left(\frac{1}{4} - 1 \right) : \left(\frac{1}{5} - 1 \right) : \dots : \left(\frac{1}{98} - 1 \right) : \left(\frac{1}{99} - 1 \right) : \left(\frac{1}{100} - 1 \right)$

Bài 20.

Cho $E = \frac{1}{1.101} + \frac{1}{2.102} + \frac{1}{3.103} + \dots + \frac{1}{10.110}$

Và $F = \frac{1}{1.11} + \frac{1}{2.12} + \frac{1}{3.13} + \dots + \frac{1}{100.110}$. Tính tỉ số $\frac{E}{F}$

Bài 21.

Thực hiện phép tính (tính hợp lý nếu có thể)

a) $1968 : 16 + 5136 : 16 - 704 : 16$

$$b) 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 400 - \left[673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0) \right] \right\}$$

Bài 22.

Tính giá trị biểu thức $A = \frac{1+3+5+\dots+19}{21+23+25+\dots+39}$

Bài 23.

Tính: $A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69}$

Bài 24.

Thực hiện phép tính $A = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$

Bài 25.

Thực hiện phép tính: $A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$

Bài 26.

Thực hiện phép tính

a) $-32.56 - 32.25 - 32.19$

b) $2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2]$

c) $\frac{9^3 \cdot 25^3}{18^2 \cdot 125^2}$

Bài 27.

Cho $A = \frac{2}{11.15} + \frac{2}{15.19} + \frac{2}{19.23} + \dots + \frac{2}{51.55}$; $B = \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right)$

Tính tích A.B

Bài 28.

Rút gọn phân số: $\frac{(-2)^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 42}$

Bài 29.

Không quy đồng hãy tính hợp lý các tổng sau:

a) $A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$

$$b) B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$$

Bài 30.

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \cdot \dots \cdot (-1)^{2010} \cdot (-1)^{2011}$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$$

$$c) C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} \quad \text{biết} \quad \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$$

Bài 31.

Thực hiện phép tính

$$A = [540 : (23,7 - 19,7)] + 42 \cdot (132 + 75 - 36) - 7317$$

$$B = \frac{2^{10} \cdot 13 + 2^{10} \cdot 65}{2^8 \cdot 104}$$

Bài 32.

Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$

Bài 33.

Rút gọn biểu thức: $\frac{10.11 + 50.55 + 70.77}{11.12 + 55.60 + 77.84}$

Bài 34.

Tính hợp lý

$$a) 21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 49.125.16$$

$$b) \frac{5.4^{15} \cdot 9^9 - 4.3^{20} \cdot 8^9}{5.2^9 \cdot 6^{19} - 7.2^{29} \cdot 27^6}$$

Bài 35.

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{5}{6} + 6 \frac{5}{6} \left(11 \frac{5}{20} - 9 \frac{1}{4} \right) : 8 \frac{1}{3}$$

$$b) B = 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 400 - \left[673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0) \right] \right\}$$

$$c) C = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$$

Bài 36.

Thực hiện phép tính

$$a) A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$b) B = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

Bài 37.

Thực hiện phép tính

$$a) A = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9}$$

$$b) M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

Bài 38.

Thực hiện phép tính (tính hợp lý nếu có thể)

$$a) 1968 : 16 + 5136 : 16 - 704 : 16$$

$$b) 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 400 - \left[673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0) \right] \right\}$$

Bài 39.

$$\text{Tính } N = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^{16}}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

Bài 40.

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$$

$$b) 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 8 - 1.2.3 \dots 7 \cdot 8^2$$

$$c) \frac{(3 \cdot 4 \cdot 2^{16})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9}$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

Bài 41. Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{2181 \cdot 729 + 243 \cdot 81 \cdot 27}{3^2 \cdot 9^2 \cdot 234 + 18 \cdot 54 \cdot 162 \cdot 9 + 723 \cdot 729}$$

$$b) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$$

$$c) \frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

$$\text{Bài 42. Tính nhanh: } A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

$$\text{Bài 43. Tính tổng: } \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}.$$

$$\text{Bài 44. Tính giá trị biểu thức } \frac{2^{12}.13 + 2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11 + 3^{10}.5}{3^9.2^4}$$

Bài 45. Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006}.$$

$$B = 1\frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}.$$

Bài 46. Tính:

$$C = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1};$$

$$D = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1.$$

$$\text{Bài 47. Tính tổng } S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}.$$

$$\text{Bài 48. Tính tổng } A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$$

Bài 49. Tính:

$$A = \frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{5}{21.26} + \dots + \frac{5}{61.66}.$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}.$$

$$C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1989.1990} + \dots + \frac{1}{2006.2007}.$$

Bài 50. Tính giá trị biểu thức: $\frac{2^{12}.13+2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11+3^{10}.5}{3^9.2^4}$

Bài 51. Cho $A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49}$, $B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49}$

Tính tỷ số $\frac{A}{B}$.

Bài 52. Thực hiện dãy tính: $\frac{13.4^6 \cdot \left(28\frac{7}{13} - 27\frac{5}{18}\right)}{59.2^{12} \left(\frac{5}{14} + \frac{5}{84} + \frac{5}{204} + \frac{5}{374}\right)}$

Bài 53. Tính $\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{\left(\frac{39}{65} + 0,415 - \frac{33}{600}\right) : \frac{21}{9}}{7^2 - 18,25 + 13\frac{15}{36} - 16\frac{17}{102}}$

Bài 54. Tính

a) $A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$

b) $B = \frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}$.

Bài 55. Tính nhanh:

a) $A = \frac{24.47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9}$

b) $B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$

c) $M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$

Bài 56. Thực hiện phép tính một cách hợp lý:

a) $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{2013}{2012} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2012} + \frac{1}{3}$

b) $B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$

c) $C = 1500 - \left\{5^3 \cdot 2^3 - 11 \left[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121)\right]\right\}$

Bài 57. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} - \frac{3}{293}}.$

Bài 58. Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

a) $(-2013).2014 + 1007.26$

b) $\left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160}\right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616}\right)$

HƯỚNG DẪN

Bài 1. Tính tổng :

$$S = \frac{27.4500 + 135.550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 18}$$

Lời giải

$$\text{Xét tử : } 27.4500 + 135.550.2 = 270.450 + 270.550 = 270000$$

$$\text{Xét mẫu: } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 18 = \frac{(2+18).9}{2} = 90$$

$$\text{Suy ra } S = 270000 : 90 = 3000$$

Bài 2.

Tính:

$$\text{a) } A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$$

$$\text{b) } B = \frac{423134.846267 - 423133}{423133.846267 + 423134}$$

Lời giải

$$\text{a) } A = \frac{101.51}{51} = 101$$

$$\text{b) } \frac{423133.846267 + 846267 - 423133}{423133.846267 + 423134} = 1$$

Bài 3.

Kết quả của phép tính $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100$ bằng:

B. 50

B. -50

C. -100

D. 0

Lời giải

3.B

Bài 4.

Tính tỉ số $\frac{A}{B}$, biết: $A = \frac{1}{3.8} + \frac{1}{8.13} + \frac{1}{13.18} + \frac{1}{18.21}$; $B = \frac{1}{3.7} + \frac{1}{7.11} + \frac{1}{11.15} + \frac{1}{15.19} + \frac{1}{19.23}$

B. $\frac{A}{B} = \frac{5}{4}$

B. $\frac{A}{B} = 1$

C. $\frac{A}{B} = \frac{4}{5}$

D. $\frac{A}{B} = 20$.

Lời giải

4. C

Bài 5.

Tính hợp lý

$$a) 53.81 - 47.14 + 81.47 - 14.53$$

$$b) |1 - 2^{100}| + |5^{50} - 2^{100}| - |11 - 5^{50}|$$

$$c) \left(\frac{2016 \cdot 2016}{2017 \cdot 2017} + \frac{2017^{2016}}{2017^{2017}} \right) - \left(\frac{2016}{2017} - \frac{2016^{2017} \cdot 2017^{2016}}{2017^{2017} \cdot 2016^{2016}} \right) \quad d) \frac{6^{36} \cdot (50 \cdot 5^{40} - 10 \cdot 5^{34})}{30^{30} \cdot 10^4 \cdot (100 \cdot 15^5 - 4 \cdot 3^5)}$$

Lời giải

$$a) = 81 \cdot (53 + 47) - 14 \cdot (47 + 53)$$

$$= 81 \cdot 100 - 14 \cdot 100$$

$$= 100 \cdot (81 - 14)$$

$$= 100 \cdot 67 = 6700$$

$$b) = 2^{100} - 1 + 5^{50} - 2^{100} - 5^{50} + 11 = 10$$

$$c) = \frac{2016}{2017} + \frac{1}{2017} - \frac{2016}{2017} + \frac{2016}{2017} = 1$$

$$d) = \frac{2^{36} \cdot 3^{36} \cdot 5^{35} \cdot (2 \cdot 5^2 \cdot 5^{40} - 2 \cdot 5 \cdot 5^{34})}{(2 \cdot 3 \cdot 5)^{30} \cdot 2^4 \cdot 5^4 \cdot (2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^5 \cdot 5^5 - 2^2 \cdot 3^5)} = \frac{2^{36} \cdot 3^{36} \cdot 2 \cdot 5^{35} \cdot (5^7 - 1)}{2^{34} \cdot 3^{30} \cdot 5^{34} \cdot 2^2 \cdot 3^5 \cdot (5^7 - 1)}$$

$$= \frac{2^{37} \cdot 3^{36} \cdot 5^{35} \cdot (5^7 - 1)}{2^{36} \cdot 3^{35} \cdot 5^{34} \cdot (5^7 - 1)} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Bài 6.

Cho biểu thức $A = \frac{5 \cdot 4^{2017} - 4^{2018} - 1}{1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2016}}$. Chứng tỏ rằng biểu thức A có giá trị là một số nguyên.

Lời giải

Trước hết tính $M = 1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2016}$

$$4M = 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{2016} + 4^{2017} = M - 1 + 4^{2017}$$

$$\Rightarrow 3M = 4^{2017} - 1$$

$$A = \frac{(4+1) \cdot 4^{2017} - 4^{2018} - 1}{1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2016}} = \frac{4^{2018} + 4^{2017} - 4^{2018} - 1}{M} = \frac{4^{2017} - 1}{M} = 3$$

Bài 7.

Không quy đồng hãy tính tổng sau:

$$A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$$

Lời giải

$$A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$$

$$= -\left(\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{9.10}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = \frac{-3}{20}$$

Bài 8.

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = 68.74 + 27.68 - 68$

b) $B = 2^3.5^3 - 3\{539 - [639 - 8.(7^8 : 7^6 + 2017^0)]\}$

c) $C = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}}\right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{1616}{1717}\right)$

d) $D = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right)\left(\frac{1}{3^2} - 1\right)\left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1\right)$

Lời giải

a) $A = 68.74 + 27.68 - 68 = 68.(74 + 27 - 1) = 68.100 = 6800$

b) $B = 2^3.5^3 - 3\{539 - [639 - 8.(7^8 : 7^6 + 2017^0)]\}$

$$= 8.125 - 3.\{539 - [639 - 8.(7^2 + 1)]\}$$

$$= 1000 - 3.\{539 - [639 + 8.50]\}$$

$$= 1000 - 3.300 = 1000 - 900 = 100$$

c) $C = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}}\right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{1616}{1717}\right) = \left(\frac{15}{16} + \frac{1}{17}\right) - \left(\frac{15}{16} - \frac{16}{17}\right)$

$$= \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{16}\right) + \left(\frac{1}{17} + \frac{16}{17}\right) = 0 + 1 = 1$$

d) $D = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right)\left(\frac{1}{3^2} - 1\right)\left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1\right) = \left(\frac{1-4}{2^2}\right)\left(\frac{1-9}{3^2}\right) \dots \left(\frac{1-10000}{100^2}\right)$

$$= \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \dots \frac{-9999}{100^2} = -\frac{1.3}{2.3} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \dots \frac{99.1010}{100.100}$$

$$= -\frac{(1.2.3 \dots 99).(3.4.5 \dots 101)}{(2.3.4 \dots 100).(2.3.4 \dots 100)} = -\frac{101}{200}$$

Bài 9.

Tính: $\left[92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}\right] : \left[\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}\right]$

Lời giải

$$B = \left[92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100} \right] : \left[\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500} \right]$$

$$B = \frac{\left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(1 - \frac{2}{10}\right) + \dots + \left(1 - \frac{92}{100}\right)}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}} = \frac{\frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \dots + \frac{8}{100}}{\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100}\right)} = 8 : \frac{1}{5} = 40$$

Bài 10.

Thực hiện phép tính

$$a) A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$b) B = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} \\ &= \frac{5 \cdot 2^{18} \cdot 3^{18} \cdot 2^{12} - 2 \cdot 2^{28} \cdot 3^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{18}}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 7 \cdot 2)} \\ &= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 1)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 14)} = \frac{2 \cdot 9}{-9} = -2 \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711} \\ &= 81 \cdot \left[\frac{12 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)}{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)} : \frac{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)}{6 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)} \right] \cdot \frac{158 \cdot 1001001}{711 \cdot 1001001} \\ &= 81 \cdot \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81 \cdot \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5} = 64,8 \end{aligned}$$

Bài 11.

Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{2012}$ và $B = \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} : 2$

Tính $B - A$

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{2012} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}A = \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} \quad (2)$$

Lấy (2) trừ (1) ta được:

$$\frac{3}{2}A - A = \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } B - A = \frac{3^{2013}}{2^{2014}} - \frac{3^{2013}}{2^{2012}} + \frac{5}{2}$$

Bài 12.

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \dots (-1)^{2010} \cdot (-1)^{2011}$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$$

$$c) C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} \text{ biết } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$$

Lời giải

$$a) -1 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-1) = -1$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90} \right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} \right)$$

$$= 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) = 39$$

$$c) \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow C = \pm 4$$

Bài 13.

1. Thực hiện tính A bằng cách hợp lý nhất:

$$A = \frac{2010.2011-1005}{2010.2010+1005}$$

2. Thực hiện phép tính: $B = 33\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right).....\left(1-\frac{2}{99}\right)$

Lời giải

$$1)A = \frac{2010.2011-1005}{2010.2010+1005} = \frac{2010.(2010+1)-1005}{2010.2010+1005} = \frac{2010.2010+2010-1005}{2010.2010+1005}$$

$$= \frac{2010.2010+1005}{2010.2010+1005} = 1$$

$$2)B = 33\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right).....\left(1-\frac{2}{99}\right) = 33.\frac{1}{3}.\frac{3}{5}.\frac{5}{7}.....\frac{97}{99} = 33.\frac{1}{99} = \frac{1}{3}$$

Bài 14.

Tính giá trị biểu thức sau:

a) $4\frac{1}{7} + \frac{-1}{6} \cdot \left(12 - 5\frac{1}{7}\right)$

b) $(2+4+6+8+....+2014) - (3+5+7+9+.....+2011)$

c) $\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{15}\right).....\left(1-\frac{1}{780}\right)$

Lời giải

$$a) 4\frac{1}{7} + \frac{-1}{6} \cdot \left(12 - 5\frac{1}{7}\right) = 4\frac{1}{7} + \frac{-1}{6} \cdot 12 - \frac{-1}{6} \cdot 5\frac{1}{7} = 4\frac{1}{7} - 2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{36}{7} = 3$$

b) $(2+4+6+8+.....+2014) - (3+5+7+9+.....+2011)$

Nhận xét: $(2+4+6+8+....+2014)$ có 1007 số hạng

$(3+5+7+9+....+2011)$ có 1005 số hạng

$$= (2-3) + (4-5) + (6-7) + (2010-2011) + (2012+2014) \text{ có 1006 nhóm}$$

$$= (-1) + (-1) + (-1) + + (-1) + 4026 \text{ có 1005 số hạng } -1$$

$$= -1005 + 4026 = 3021$$

$$c) \left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{15}\right).....\left(1-\frac{1}{780}\right)$$

$$= \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{28}{30} \dots \frac{1558}{1560} = \frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{3.6}{4.5} \dots \frac{38.41}{39.40}$$

$$\frac{1.2.3...38}{2.3.4...39} \cdot \frac{4.5.6...41}{3.4.5...40} = \frac{1}{39} \cdot \frac{41}{3} = \frac{41}{117}$$

Bài 15.

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$

b) $1.2.3...9 - 1.2.3...8 - 1.2.3...7.8^2$

c) $\frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$

d) $1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$

e) $13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$

Lời giải

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$

b) $1.2.3...9 - 1.2.3...7.8 - 1.2.3...7.8^2$
 $= 1.2.3...7.8.(9 - 1 - 8) = 1.2.3...7.8... \times 0 = 0$

c) $\frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9} = \frac{(3.2^2.2^{16})^2}{11.2^{13}.(2^2)^{11} - (2^4)^9} = \frac{3^2.(2^{18})^2}{11.2^{13}.2^{22} - 2^{36}}$
 $= \frac{3^2.2^{36}}{11.2^{35} - 2^{36}} = \frac{3^2.2^{36}}{2^{35}.(11 - 2)} = \frac{3^2.2}{9} = 2$

d) $1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$
 $= 1152 - 374 - 1152 + -65 + 374$
 $= (1152 - 1152) + (374 - 374) - 65 = -65$

e) $13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$
 $= 13 - (12 - 11 - 10 + 9) + (8 - 7 - 6 + 5) - (4 - 3 - 2 - 1) = 13$

Bài 16.

Cho $A = \frac{4}{7.31} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57}$ và $B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57}$

Tỷ số $\frac{A}{B}$ là:

A. $\frac{7}{4}$

B. $\frac{7}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{11}{4}$

Lời giải

16.C

Bài 17.

Tính giá trị biểu thức sau:

$$B = \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right)$$

Lời giải

$$B = \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right)$$

$$B = \left(\left(1 - \frac{1}{4} \right) + \left(1 - \frac{2}{5} \right) + \left(1 - \frac{3}{6} \right) + \dots + \left(1 - \frac{2017}{2020} \right) \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right)$$

$$B = \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{3}{6} + \dots + \frac{3}{2020} \right) : \left(\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020} \right) \right)$$

$$B = 15$$

Bài 18.

Tính nhanh:

$$a) \frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \dots + \frac{3^2}{97.100}$$

$$b) B = (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225$$

$$c) M = \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}}{3^{2014} - 3}$$

$$d) D = \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \frac{2}{72} + \frac{2}{90}$$

Lời giải

$$a) \frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \dots + \frac{3^2}{97.100} = 3 \cdot \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{97.100} \right)$$

$$= 3 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} \right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = \frac{297}{100}$$

$$b) B = (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225 = (-540) + 540 + (-211) + 211 + 2014 = 2014$$

$$c) M = \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}}{3^{2014} - 3}$$

$$A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012} \Rightarrow 3A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012} + 3^{2013}$$

$$\Rightarrow 3A - A = 3^{2013} - 1$$

$$B = 3^{2014} - 3 = 3(3^{2013} - 1)$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{6}$$

$$D = \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \frac{2}{72} + \frac{2}{90}$$

$$D = \frac{2}{4.5} + \frac{2}{5.6} + \frac{2}{6.7} + \frac{2}{7.8} + \frac{2}{8.9} + \frac{2}{9.10}$$

$$D = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right)$$

$$D = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10} \right) = \frac{3}{10}$$

Bài 19.

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$1) -1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 + 7 + 8 - \dots - 2013 - 2014 + 2015 + 2016$$

$$2) B = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) : \left(\frac{1}{3} - 1 \right) : \left(\frac{1}{4} - 1 \right) : \left(\frac{1}{5} - 1 \right) : \dots : \left(\frac{1}{98} - 1 \right) : \left(\frac{1}{99} - 1 \right) : \left(\frac{1}{100} - 1 \right)$$

Lời giải

$$1) A = -1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 + 7 + 8 - 9 - 10 + \dots - 2013 - 2014 + 2015 + 2016$$

$$= (-1 - 2 + 3 + 4) + (-5 - 6 + 7 + 8) + (-9 - 10 + 11 + 12) + \dots + (-2013 - 2014 + 2015 + 2016)$$

Ta có tổng A có 2016 số hạng nên có $2016 : 4 = 504$ nhóm

$$A = 4 + 4 + 4 + \dots + 4 \text{ (tổng có 504 số 4)}$$

$$A = 4 \cdot 504 = 2016$$

$$2) B = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) : \left(\frac{1}{3} - 1 \right) : \left(\frac{1}{4} - 1 \right) : \left(\frac{1}{5} - 1 \right) : \dots : \left(\frac{1}{98} - 1 \right) : \left(\frac{1}{99} - 1 \right) : \left(\frac{1}{100} - 1 \right)$$

$$B = \left(-\frac{1}{2} \right) : \left(-\frac{2}{3} \right) : \left(-\frac{3}{4} \right) : \dots : \left(\frac{-98}{99} \right) : \left(\frac{-99}{100} \right)$$

$$B = \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{-99}{98} \right) \cdot \left(-\frac{100}{99} \right)$$

Ta thấy tích B có 99 thừa số âm nên mang dấu âm

$$B = -\frac{1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 97 \cdot 98 \cdot 99} = \frac{-100}{2 \cdot 2} = -25$$

Bài 20.

$$\text{Cho } E = \frac{1}{1 \cdot 101} + \frac{1}{2 \cdot 102} + \frac{1}{3 \cdot 103} + \dots + \frac{1}{10 \cdot 110}$$

$$\text{Và } F = \frac{1}{1 \cdot 11} + \frac{1}{2 \cdot 12} + \frac{1}{3 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 110}. \text{ Tính tỉ số } \frac{E}{F}$$

Lời giải

Ta có:

$$E = \frac{1}{1.101} + \frac{1}{2.102} + \dots + \frac{1}{10.110}$$

$$E = \frac{1}{100} \cdot \left(\frac{100}{1.101} + \frac{100}{2.102} + \dots + \frac{100}{10.110} \right)$$

$$= \frac{1}{100} \cdot \left(1 - \frac{1}{101} + \frac{1}{2} - \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{110} \right)$$

$$= \frac{1}{100} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10} \right) - \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{110} \right) \right]$$

$$F = \frac{1}{1.11} + \frac{1}{2.12} + \dots + \frac{1}{100.110}$$

$$F = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{10}{1.11} + \frac{10}{2.12} + \dots + \frac{10}{100.110} \right)$$

$$F = \frac{1}{10} \cdot \left(1 - \frac{1}{11} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{110} \right)$$

$$F = \frac{1}{10} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right) - \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{110} \right) \right]$$

$$F = \frac{1}{10} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10} \right) - \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{110} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \frac{E}{F} = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{10}$$

Bài 21.

Thực hiện phép tính (tính hợp lý nếu có thể)

a) $1968 : 16 + 5136 : 16 - 704 : 16$

b) $2^3 \cdot 5^3 - 3 \{ 400 - [673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0)] \}$

Lời giải

a) $= 16 \cdot (123 + 321 - 44) : 16 = 400$

b) $= 8 \cdot 125 - 3 \cdot \{ 400 - [673 - 8 \cdot 50] \}$

$= 1000 - 3 \cdot \{ 400 - 273 \}$

$= 619$

Bài 22.

Tính giá trị biểu thức $A = \frac{1+3+5+...+19}{21+23+25+...+39}$

Lời giải

Ta có:

$$1+3+5+...+19 = (1+19) + (3+17) + ... + (9+11) = 20 + 20 + ... + 20 = 100$$

$$21+23+25+...+39 = (21+39) + (23+27) + ... + (29+31) = 60 + 60 + ... + 60 = 300$$

$$\Rightarrow A = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

Bài 23.

Tính: $A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + + \frac{1}{64.69}$

Lời giải

$$A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + + \frac{1}{64.69} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + + \frac{1}{64} - \frac{1}{69} \right)$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{69} \right) = \frac{13}{4.69}$$

Bài 24.

Thực hiện phép tính $A = 81. \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$

Lời giải

$$A = 81. \left[\frac{12. \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85} \right)}{4. \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85} \right)} : \frac{5. \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91} \right)}{6. \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91} \right)} \right] \cdot \frac{158.1001001}{711.1001001}$$

$$= 81. \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81. \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5}$$

Bài 25.

Thực hiện phép tính: $A = \frac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6 - 2.(2^2.3)^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}}$

Lời giải

$$A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{5 \cdot 2^3 \cdot 3^{18} \cdot 2^{12} - 2 \cdot 2^{28} \cdot 3^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$= \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{18}}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 7 \cdot 2)} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 1)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 14)} = \frac{2 \cdot 9}{-9} = -2$$

Bài 26.

Thực hiện phép tính

a) $-32.56 - 32.25 - 32.19$

b) $2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2]$

c) $\frac{9^3 \cdot 25^3}{18^2 \cdot 125^2}$

Lời giải

a) $-32.56 - 32.25 - 32.19 = -32 \cdot (56 + 25 + 19)$

$= -32 \cdot 100 = -3200$

b) $2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2] = 16 \cdot 5 - [131 - 9^2]$

$= 80 - [131 - 81] = 30$

c) $\frac{9^3 \cdot 25^3}{18^2 \cdot 125^2} = \frac{3^6 \cdot 5^6}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^6} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

Bài 27.

Cho $A = \frac{2}{11 \cdot 15} + \frac{2}{15 \cdot 19} + \frac{2}{19 \cdot 23} + \dots + \frac{2}{51 \cdot 55}$; $B = \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right)$

Tính tích A.B

Lời giải

$A = \frac{2}{11 \cdot 15} + \frac{2}{15 \cdot 19} + \frac{2}{19 \cdot 23} + \dots + \frac{2}{51 \cdot 55}$

$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{51} - \frac{1}{55} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{55} \right) = \frac{2}{55}$

$B = \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right) = \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{-55 \cdot 2}{9}$

$\Rightarrow A \cdot B = \frac{2}{55} \cdot \left(\frac{-55 \cdot 2}{9}\right) = \frac{-4}{9}$

Bài 28.

Rút gọn phân số: $\frac{(-2)^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 42}$

Lời giải**Bài 29.**

Không quy đồng hãy tính hợp lý các tổng sau:

$$a) A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90} \quad b) B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) A &= \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \dots + \frac{-1}{90} = -\left(\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{9.10}\right) \\ &= -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}\right) = \frac{-3}{20} \\ b) B &= \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4} = 7 \cdot \left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28}\right) \\ &= 7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28}\right) = 7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{28}\right) = 3\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Bài 30.

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \dots (-1)^{2010} \cdot (-1)^{2011}$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090}\right)$$

$$c) C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} \quad \text{biết} \quad \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$$

Lời giải

$$a) -1.1.(-1) \dots (-1).1.(-1) = -1$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90}\right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10}\right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) = 39$$

$$c) \text{Đặt } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow C = \pm 4$$

Bài 31.

Thực hiện phép tính

$$A = [540 : (23,7 - 19,7)] + 42.(132 + 75 - 36) - 7317 \quad B = \frac{2^{10}.13 + 2^{10}.65}{2^8.104}$$

Lời giải

$$A = (540 : 4) + 42.171 - 7317$$

$$A = 135 + 7182 - 7317 = 0$$

$$B = \frac{2^{10}.13 + 2^{10}.65}{2^8.104} = \frac{2^{10}.13.(1+5)}{2^8.8.13} = \frac{2^{10}.13.6}{2^8.2^3.13} = 3$$

Bài 32.Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$ **Lời giải**

$$3A = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 98.99.3$$

$$= 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \dots + 98.99.(100-97)$$

$$= 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + \dots + 98.99.100 - 97.98.99$$

$$= 98.99.100 \Rightarrow A = 98.33.100 = 32340$$

Bài 33.Rút gọn biểu thức: $\frac{10.11 + 50.55 + 70.77}{11.12 + 55.60 + 77.84}$ **Lời giải**

$$\text{Ta có: } \frac{10.11 + 50.55 + 70.77}{11.12 + 55.60 + 77.84} = \frac{10.11.(1 + 5.5 + 7.7)}{11.12.(1 + 5.5 + 7.7)} = \frac{5}{6}$$

Bài 34.

Tính hợp lý

$$a) 21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 49.125.16$$

$$b) \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

Lời giải

$$a) 21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 49.125.16 = 7^2 \cdot (21 - 11 + 90) + 49.125.16 \\ = 49.100 + 49.100.20 = 49.100(1 + 20) = 49.100.21$$

$$b) \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} \\ = \frac{2^{29}.3^{18} \cdot (5.2 - 3^2)}{2^{28}.3^{18} \cdot (5.3 - 7.2)} = 2$$

Bài 35.

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{5}{6} + 6 \frac{5}{6} \left(11 \frac{5}{20} - 9 \frac{1}{4} \right) : 8 \frac{1}{3}$$

$$b) B = 2^3.5^3 - 3 \left\{ 400 - \left[673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0) \right] \right\}$$

$$c) C = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$$

Lời giải

$$a) \frac{5}{6} + \frac{41}{6} \left(11 \frac{1}{4} - 9 \frac{1}{4} \right) : \frac{25}{3} = \frac{5}{6} + \frac{41}{6} \cdot 2 \cdot \frac{3}{25} = \frac{5}{6} + \frac{41}{25} = \frac{125}{150} + \frac{246}{150} = \frac{371}{150} = 2 \frac{71}{150}$$

$$b) = 8.125 - 3 \{ 400 - [673 - 8.50] \} = 1000 - 3 \{ 400 - 273 \} = 619$$

$$c) B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4} = 7 \cdot \left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28} \right) \\ = 7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28} \right) = 7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{28} \right) = \frac{13}{4}$$

Bài 36.

Thực hiện phép tính

$$a) A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}}$$

$$b) B = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{5.2^{18}.3^{18}.2^{12} - 2.2^{28}.3^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^{29}.3^{18}}{2^{28}.3^{18} \cdot (5 - 7.2)}$$

$$= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 1)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 14)} = \frac{2 \cdot 9}{-9} = -2$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711} \\ &= 81 \cdot \left[\frac{12 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)}{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)} \cdot \frac{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)}{6 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)} \right] \cdot \frac{158.1001001}{711.1001001} \\ &= 81 \cdot \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81 \cdot \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5} = 64,8 \end{aligned}$$

Bài 37.

Thực hiện phép tính

$$a) A = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9} \quad b) M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

Lời giải

a) Đặt $A = B \cdot C$

$$B = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} = \frac{1105}{48}$$

$$C = \frac{3 \left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13} \right)}{9 \left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{13} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + 1 \right)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1105}{144}$$

b) Đặt $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012} \Rightarrow A = 2^{2013} - 1$

$$\text{Đặt } B = 2^{2014} - 2 = 2(2^{2013} - 1) \Rightarrow M = \frac{1}{2}$$

Bài 38.

Thực hiện phép tính (tính hợp lý nếu có thể)

$$a) 1968 : 165136 : 16 - 704 : 16 \quad b) 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 400 - \left[673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0) \right] \right\}$$

Lời giải

$$a) = 16 \cdot (123 + 321 - 44) : 16 = 400$$

$$b) = 8.125 - 3 \cdot \{400 - [673 - 8.50]\}$$

$$= 1000 - 3 \cdot \{400 - 273\}$$

$$= 619$$

Bài 39.

$$\text{Tính } N = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^{16}}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} N &= \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^6}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} \\ &= \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{20}}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7 \cdot 2)} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (15 - 14)} = \frac{2}{1} = 2 \end{aligned}$$

Bài 40.

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$$

$$b) 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 8 - 1.2.3 \dots 7 \cdot 8^2$$

$$c) \frac{(3 \cdot 4 \cdot 2^{16})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9}$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

Lời giải

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$$

$$b) 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 7 \cdot 8 - 1.2.3 \dots 7 \cdot 8^2$$

$$= 1.2.3 \dots 7 \cdot 8 \cdot (9 - 1 - 8) = 1.2.3 \dots 7 \cdot 8 \dots \times 0 = 0$$

$$\begin{aligned} c) \frac{(3 \cdot 4 \cdot 2^{16})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9} &= \frac{(3 \cdot 2^2 \cdot 2^{16})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot (2^2)^{11} - (2^4)^9} = \frac{3^2 \cdot (2^{18})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot 2^{22} - 2^{36}} \\ &= \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{11 \cdot 2^{35} - 2^{36}} = \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{2^{35} \cdot (11 - 2)} = \frac{3^2 \cdot 2}{9} = 2 \end{aligned}$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

$$= 1152 - 374 - 1152 + -65 + 374$$

$$= (1152 - 1152) + (374 - 374) - 65 = -65$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

$$= 13 - (12 - 11 - 10 + 9) + (8 - 7 - 6 + 5) - (4 - 3 - 2 - 1) = 13$$

Bài 41. Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{2181.729 + 243.81.27}{3^2.9^2.234 + 18.54.162.9 + 723.729}$$

$$b) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$$

$$c) \frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) & \frac{2181.729 + 243.3 - 81.9}{3^2.9^2.243 + 9^3.2.6.162 + 723.729} \\ &= \frac{2181.729 + 729^2}{729.243 + 729.1944 + 723.729} \\ &= \frac{729(2181 + 729)}{729(243 + 1944 + 723)} = \frac{729.2910}{729.2910} = 1 \end{aligned}$$

$$b) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad 1; 11; \dots; \underbrace{11\dots11}_{1999\text{cs}} \dots; \quad \frac{1}{98.99} = \frac{1}{98} - \frac{1}{99}; \quad \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

Vậy :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}. \end{aligned}$$

$$c) \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3)}{2^{28}.3^{18}(5.3 - 7.2)} = 2$$

Bài 42. Tính nhanh: $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

Lời giải

$$A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

$$= \frac{1.5.6(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)}{1.3.5(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)} = \frac{1.5.6}{1.3.5} = 2.$$

Bài 43. Tính tổng: $\frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}.$

Lời giải

Ta có $\frac{1}{1.4} = \frac{1}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}) \Rightarrow \frac{2}{1.4} = \frac{2}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}) \Rightarrow \frac{2}{4.7} = \frac{2}{3}(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}); \frac{2}{7.10} = \frac{2}{3}(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}); \dots$

$\dots; \frac{2}{97.100} = \frac{2}{3}(\frac{1}{99} - \frac{1}{100})$

$\Rightarrow B = \frac{2}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100})$

Bài 44. Tính giá trị biểu thức $\frac{2^{12}.13 + 2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11 + 3^{10}.5}{3^9.2^4}$

Lời giải

$$\frac{2^{12}.13 + 2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11 + 3^{10}.5}{3^9.2^4} = \frac{2^{12}.78}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.16}{3^9.16} = 3 + 3 = 6$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{100}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{99}{100} = \frac{33}{50}$$

Bài 45. Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006}.$$

$$B = 1\frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} \cdot \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}.$$

Lời giải

$$A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = \frac{63.(10101.37) - 37.(10101.63)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006}$$

$$= \frac{37.63.(10101 - 10101)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = 0$$

$$\begin{aligned}
B &= 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735} \\
&= \frac{47}{41} \cdot \left(\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)}{3 \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)} ; \frac{4 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)}{5 \left(1 - \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)} \right) \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \\
&= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3.
\end{aligned}$$

Bài 46. Tính:

$$C = \frac{101+100+99+98+\dots+3+2+1}{101-100+99-98+\dots+3-2+1};$$

$$D = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1.$$

Lời giải

$$C = \frac{101+100+99+98+\dots+3+2+1}{101-100+99-98+\dots+3-2+1} \text{ Ta có:}$$

$$101 + (100 + 99 + \dots + 3 + 2 + 1)$$

$$= 101 + 101 \cdot 100 : 2 = 101 + 5050 = 5151$$

$$101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1$$

$$= \underbrace{(101 - 100) + (99 - 98) + \dots + (3 - 2)}_{50 \text{ cặp}} + 1 = 50 + 1 = 51$$

$$\text{Vậy } C = \frac{5151}{51} = 101.$$

$$\text{b) } B = \frac{3737.43 - 4343.37}{2 + 4 + 6 + \dots + 100}$$

$$\text{Ta có: } 3737.43 - 4343.37 = 34.43.101 - 43.101.37 = 0$$

$$\text{Vậy } B = 0 \text{ (vì } 2 + 4 + 6 + \dots + 100 \neq 0 \text{).}$$

$$\text{Bài 47. Tính tổng } S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}.$$

Lời giải

$$S = \frac{270.450 + 270.550}{\frac{(2+18) \cdot 9}{2}} = \frac{270(450 + 550)}{90} = \frac{270000}{90} = 3000$$

Bài 48. Tính tổng $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$$

$$3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$$

$$\Rightarrow 3A - A = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}\right)$$

$$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{3^{100}} = \frac{3^{100} - 1}{3^{100}}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{3^{100} - 1}{2 \cdot 3^{100}}.$$

Bài 49. Tính:

$$A = \frac{5}{11 \cdot 16} + \frac{5}{16 \cdot 21} + \frac{5}{21 \cdot 26} + \dots + \frac{5}{61 \cdot 66}.$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}.$$

$$C = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{1989 \cdot 1990} + \dots + \frac{1}{2006 \cdot 2007}.$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{66} = \frac{1}{11} - \frac{1}{66} = \frac{5}{66}.$$

$$B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1989} - \frac{1}{1990} + \dots + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} = 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}.$$

Bài 50. Tính giá trị biểu thức: $\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$

Lời giải

$$\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4} = 3 + 3 = 6$$

Bài 51. Cho $A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49}$, $B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49}$

Tính tỷ số $\frac{A}{B}$.

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49} = \frac{34}{6} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{13} \right) + \dots + \frac{68}{12} \left(\frac{1}{37} - \frac{1}{49} \right) = \frac{17}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right)$$

$$B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49} = \frac{39}{9} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{16} \right) + \dots + \frac{26}{6} \left(\frac{1}{43} - \frac{1}{49} \right) = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{34}{49} : \frac{26}{49} = \frac{17}{13}$$

Bài 52. Thực hiện dãy tính:
$$\frac{13.4^6 \cdot \left(28\frac{7}{13} - 27\frac{5}{18} \right)}{59.2^{12} \left(\frac{5}{14} + \frac{5}{84} + \frac{5}{204} + \frac{5}{374} \right)}$$

Lời giải

Ta có:
$$A = \frac{13.4^6 \cdot \frac{295}{13.18}}{59.2^{12} \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{2.7} + \frac{1}{2.3.7} + \frac{1}{2.3.17} + \frac{1}{2.11.17} \right)} = \frac{2^{12} \cdot 295}{59.5.2^{12} \cdot 18} \cdot \frac{2.11.17}{5.7} = \frac{187}{315}$$

Bài 53. Tính
$$\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{\left(\frac{39}{65} + 0,415 - \frac{33}{600} \right) : \frac{21}{9}}{7^2 - 18,25 + 13\frac{15}{36} - 16\frac{17}{102}}$$

Lời giải

Ta có:
$$\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{0,96 \cdot \frac{7}{3}}{30\frac{9}{12} + 13\frac{5}{12} - 16\frac{1}{6}} = \frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{2,24}{28} = \frac{8}{9}$$

Bài 54. Tính

a)
$$A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$$

b)
$$B = \frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}$$

Lời giải

a)
$$A = \frac{101 \cdot 51}{51} = 101$$

$$b) B = \frac{423133 \cdot 846267 + 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134} = 1$$

Bài 55. Tính nhanh:

$$a) A = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9}$$

$$b) B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$$

$$c) M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

Lời giải

$$a) \text{ Đặt } A = E \cdot F$$

$$E = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} = \frac{1128 - 23}{71 - 23} = \frac{1105}{48}$$

$$F = \frac{3 \left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13} \right)}{9 \left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{13} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + 1 \right)} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{1105}{144}.$$

$$b) B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$$

$$B = (-329 - 101 - 10) + 440 + (2019 - 5)$$

$$B = (-440) + 440 + 2014 = 2014$$

$$c) M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

$$\text{- Đặt } A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}$$

$$\text{- Tính được } A = 2^{2013} - 1$$

$$\text{- Đặt } B = 2^{2014} - 2$$

$$\text{- Tính được } B = 2(2^{2013} - 1)$$

$$\text{- Tính được } M = \frac{1}{2}.$$

Bài 56. Thực hiện phép tính một cách hợp lý:

$$a) A = \frac{2}{3} \cdot \frac{2013}{2012} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2012} + \frac{1}{3}$$

$$b) B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right)$$

$$c) C = 1500 - \left\{ 5^3 \cdot 2^3 - 11 \left[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121) \right] \right\}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{2}{3} \left(\frac{2013}{2012} - \frac{1}{2012} \right) + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2013-1}{2012} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$b) B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} \right) \\ = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \left(\frac{3}{6} - \frac{3}{6} \right) = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \cdot 0 = 0$$

Vậy $B = 0$.

$$c) C = 1500 - \left\{ 5^3 \cdot 2^3 - 11 \left[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121) \right] \right\} \\ = 1500 - \left\{ 125 \cdot 8 - 11 \left[49 - 5 \cdot 8 + 8(121 - 121) \right] \right\} \\ = 1500 - \left\{ 125 \cdot 8 - 11 \left[49 - 40 + 8 \cdot 0 \right] \right\} = 1500 - \{ 1000 - 11 \cdot 9 \} = 599$$

$$\text{Bài 57. Rút gọn biểu thức: } A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} - \frac{3}{293}}.$$

Lời giải

$$A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} - \frac{3}{293}} = \frac{2 \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293} \right)}{3 \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293} \right)} = \frac{2}{3}$$

Bài 58. Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$a) (-2013) \cdot 2014 + 1007 \cdot 26$$

$$b) \left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160} \right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616} \right)$$

Lời giải

$$a) (-2013) \cdot 2014 + 2014 \cdot 13 = 2014(-2013 + 13) = 2014 \cdot (-2000) = -4028000$$

$$\text{b) } \left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160} \right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616} \right) = \frac{13}{14} + \frac{1}{16} - \frac{13}{14} + \frac{15}{16}$$

$$= \frac{13}{14} - \frac{13}{14} + \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 0 + \frac{16}{16} = 0 + 1 = 1$$

C.BÀI TOÁN QUA ĐỀ THI HSG

Câu 1. (Đề thi HSG 6 huyện)

Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{2181.729 + 243.81.27}{3^2.9^2.234 + 18.54.162.9 + 723.729}$
- b) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$
- c) $\frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{2181.729 + 243.3 - 81.9}{3^2.9^2.243 + 9^3.2.6.162 + 723.729} \\ &= \frac{2181.729 + 729^2}{729.243 + 729.1944 + 723.729} \\ &= \frac{729(2181 + 729)}{729(243 + 1944 + 723)} = \frac{729.2910}{729.2910} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \quad \dots; \quad \frac{1}{98.99} = \frac{1}{98} - \frac{1}{99}; \quad \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

Vậy :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}. \end{aligned}$$

$$\text{c)} \quad \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3)}{2^{28}.3^{18}(5.3 - 7.2)} = 2$$

Câu 2. (Đề thi HSG 6 huyện)

$$\text{Tính nhanh: } A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} \\ &= \frac{1.5.6(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)}{1.3.5(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)} = \frac{1.5.6}{1.3.5} = 2. \end{aligned}$$

Câu 3. (Đề thi HSG 6 huyện)

$$\text{Tính tổng: } \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}.$$

Lời giải

Ta có $\frac{1}{1.4} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{2}{1.4} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{2}{4.7} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right); \frac{2}{7.10} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right); \dots$

$$\dots; \frac{2}{97.100} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$$

Câu 4. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính tổng $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$

Lời giải

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$$

$$3S = 3(1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100)$$

$$= 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 99.100.3$$

$$= 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \dots + 99.100.(101-98)$$

$$= 1.2.3 - 1.2.3 + 2.3.4 - 2.3.4 + 3.4.5 - \dots - 98.99.100 + 99.100.101$$

$$\text{Vậy } S = 99.100.101 : 3 = 33.100.101 = 333300$$

Câu 5. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính giá trị biểu thức $\frac{2^{12}.13 + 2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11 + 3^{10}.5}{3^9.2^4}$

Lời giải

$$\frac{2^{12}.13 + 2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11 + 3^{10}.5}{3^9.2^4} = \frac{2^{12}.78}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.16}{3^9.16} = 3 + 3 = 6$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{99}{100} = \frac{33}{50}$$

Câu 6. (Đề thi HSG 6 huyện)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006}.$$

$$B = 1\frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}.$$

Lời giải

$$A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = \frac{63.(10101.37) - 37.(10101.63)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006}$$

$$= \frac{37.63.(10101 - 10101)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = 0$$

$$\begin{aligned}
B &= 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735} \\
&= \frac{47}{41} \cdot \left(\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)} ; \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)}{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)} \right) \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \\
&= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3.
\end{aligned}$$

Câu 7. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính: $C = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$;

$$D = \frac{3737.43 - 4343.37}{2 + 4 + 6 + \dots + 100} .$$

Lời giải

$$C = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
*) \quad & 101 + (100 + 99 + \dots + 3 + 2 + 1) \\
&= 101 + 101.100 : 2 = 101 + 5050 = 5151
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
*) \quad & 101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1 \\
&= \underbrace{(101 - 100) + (99 - 98) + \dots + (3 - 2)}_{50 \text{ cặp}} + 1 = 50 + 1 = 51
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } C = \frac{5151}{51} = 101 .$$

$$b) B = \frac{3737.43 - 4343.37}{2 + 4 + 6 + \dots + 100}$$

$$\text{Ta có: } 3737.43 - 4343.37 = 34.43.101 - 43.101.37 = 0$$

$$\text{Vậy } B = 0 \text{ (vì } 2 + 4 + 6 + \dots + 100 \neq 0 \text{).}$$

Câu 8. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính tổng $S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}$.

Lời giải

$$S = \frac{270.450 + 270.550}{\frac{(2+18).9}{2}} = \frac{270(450 + 550)}{90} = \frac{270000}{90} = 3000$$

Câu 9. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính các giá trị của biểu thức.

a) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$.

$$b) B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4 \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53} \right)}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}} .$$

$$c) C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{99.100}.$$

Lời giải

a) Tổng : $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ có 100 số hạng .
 $= (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + 950 + 51)$ có 50 cặp .
 $= 50 \cdot 10 = 5050.$

$$b) A = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53})}{(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53})} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

$$\text{Ta có : } A = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003})}{5(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003})} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4}{5} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4.5}{4} = -6.$$

$$c) B = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$$

$$\text{Ta có : } B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}.$$

Câu 10. (Đề thi HSG 6 huyện)

$$\text{Tính tổng } A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$$

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$$

$$3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$$

$$\Rightarrow 3A - A = (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}) - (\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}})$$

$$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{3^{100}} = \frac{3^{100} - 1}{3^{100}}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{3^{100} - 1}{2 \cdot 3^{100}}.$$

Câu 11. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính:

$$A = \frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{5}{21.26} + \dots + \frac{5}{61.66}.$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}.$$

$$C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1989.1990} + \dots + \frac{1}{2006.2007}.$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{66} = \frac{1}{11} - \frac{1}{66} = \frac{5}{66}.$$

$$B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1989} - \frac{1}{1990} + \dots + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} = 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}.$$

Câu 12. (Đề thi HSG 6)

Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

$$A = 11 + 12 + 13 + 14 + \dots + 20.$$

$$B = 11 + 13 + 15 + 17 + \dots + 25.$$

$$C = 12 + 14 + 16 + 18 + \dots + 26.$$

Lời giải

$$A = (11 + 20) + (12 + 19) + (13 + 18) + (14 + 17) + (15 + 16)$$

$$= 31 + 31 + 31 + 31 + 31 = 31 \cdot 5 = 155$$

$$B = (11 + 25) + (13 + 23) + (15 + 21) + (17 + 19) = 36 \cdot 4 = 144.$$

$$C = (12 + 26) + (14 + 24) + (16 + 22) + (18 + 20) = 38 \cdot 4 = 152.$$

Câu 13. (Đề thi HSG 6 huyện)

$$\text{Tính tổng: } M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} M &= \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400} = \frac{5}{4 \cdot 7} + \frac{5}{7 \cdot 10} + \frac{5}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{5}{25 \cdot 28} \\ &= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right) \\ &= \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{28} = \frac{5}{14}. \end{aligned}$$

Câu 14. (Đề thi HSG 6 huyện)

$$\text{Tính giá trị biểu thức: } \frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$$

Lời giải

$$\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4} = 3 + 3 = 6$$

Câu 15. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính tỷ số $\frac{A}{B}$

$$A = \frac{40}{3139} + \frac{35}{3916} + \frac{30}{2392} + \frac{25}{2964}; B = \frac{91}{1931} + \frac{65}{1943} + \frac{39}{989} + \frac{143}{131}.$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{40}{31 \cdot 39} + \frac{35}{39 \cdot 46} + \frac{30}{46 \cdot 52} + \frac{25}{52 \cdot 57} \\ &= \frac{40}{8} \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{39} \right) + \frac{35}{7} \left(\frac{1}{39} - \frac{1}{46} \right) + \frac{30}{6} \left(\frac{1}{46} - \frac{1}{52} \right) + \frac{25}{5} \left(\frac{1}{52} - \frac{1}{57} \right) \\ &= 5 \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{57} \right) = \frac{5 \cdot 26}{31 \cdot 57} \end{aligned}$$

$$B = \frac{91}{19.31} + \frac{65}{19.43} + \frac{39}{23.43} + \frac{143}{69.19}$$

$$= \frac{13}{19} \left(\frac{7}{31} + \frac{5}{43} \right) + \frac{13}{23} \left(\frac{3}{43} + \frac{11}{57} \right) = 13 \left(\frac{24}{31.19} + \frac{28}{43.57} \right) = \frac{13.52}{57} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{5.26}{31.57} : \frac{13.52}{57} = \frac{5}{62}.$$

Câu 16. (Đề thi HSG 6 huyện)

Cho $A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49}$, $B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49}$

Tính tỷ số $\frac{A}{B}$.

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49} = \frac{34}{6} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{13} \right) + \dots + \frac{68}{12} \left(\frac{1}{37} - \frac{1}{49} \right) = \frac{17}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right)$$

$$B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49} = \frac{39}{9} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{16} \right) + \dots + \frac{26}{6} \left(\frac{1}{43} - \frac{1}{49} \right) = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{34}{49} : \frac{26}{49} = \frac{17}{13}.$$

Câu 17. (Đề thi HSG 6 huyện)

Thực hiện dãy tính: $\frac{13.4^6 \cdot \left(28\frac{7}{13} - 27\frac{5}{18} \right)}{59.2^{12} \left(\frac{5}{14} + \frac{5}{84} + \frac{5}{204} + \frac{5}{374} \right)}.$

Lời giải

Ta có: $A = \frac{13.4^6 \cdot \frac{295}{13.18}}{59.2^{12} \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{2.7} + \frac{1}{2.3.7} + \frac{1}{2.3.17} + \frac{1}{2.11.17} \right)} = \frac{2^{12} \cdot 295}{59.5.2^{12} \cdot 18} \cdot \frac{2.11.17}{5.7} = \frac{187}{315}.$

Câu 18. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính $\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{\left(\frac{39}{65} + 0,415 - \frac{33}{600} \right) : \frac{21}{9}}{7^2 - 18,25 + 13\frac{15}{36} - 16\frac{17}{102}}$

Lời giải

Ta có: $\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{0,96 \cdot \frac{7}{3}}{30\frac{9}{12} + 13\frac{5}{12} - 16\frac{1}{6}} = \frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{2,24}{28} = \frac{8}{9}.$

Câu 19. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính

$$a) A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$$

$$b) B = \frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}.$$

Lời giải

$$a) A = \frac{101 \cdot 51}{51} = 101$$

$$b) B = \frac{423133 \cdot 846267 + 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134} = 1$$

Câu 20. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính nhanh:

$$a) A = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9}$$

$$b) B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$$

$$c) M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

Lời giải

$$a) \text{ Đặt } A = E \cdot F$$

$$E = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} = \frac{1128 - 23}{71 - 23} = \frac{1105}{48}$$

$$F = \frac{3 \left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13} \right)}{9 \left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{13} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + 1 \right)} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{1105}{144}.$$

$$b) B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$$

$$B = (-329 - 101 - 10) + 440 + (2019 - 5)$$

$$B = (-440) + 440 + 2014 = 2014$$

$$c) M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

$$- \text{ Đặt } A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}$$

- Tính được $A = 2^{2013} - 1$

- Đặt $B = 2^{2014} - 2$

- Tính được $B = 2 \cdot 2^{2013} - 1$

- Tính được $M = \frac{1}{2}$.

Câu 21. (Đề thi HSG 6 huyện Nghĩa Đàn 2012-2013)

Thực hiện phép tính một cách hợp lý:

a) $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{2013}{2012} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2012} + \frac{1}{3}$

b) $B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right)$

c) $C = 1500 - \left\{ 5^3 \cdot 2^3 - 11 \left[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121) \right] \right\}$

Lời giải

a) $A = \frac{2}{3} \left(\frac{2013}{2012} - \frac{1}{2012} \right) + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2013-1}{2012} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$

b) $B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} \right)$
 $= \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \left(\frac{3}{6} - \frac{3}{6} \right) = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \cdot 0 = 0$

Vậy $B = 0$.

c) $C = 1500 - \left\{ 5^3 \cdot 2^3 - 11 \left[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121) \right] \right\}$
 $= 1500 - \left\{ 125 \cdot 8 - 11 \left[49 - 5 \cdot 8 + 8(121 - 121) \right] \right\}$
 $= 1500 - \left\{ 125 \cdot 8 - 11 \left[49 - 40 + 8 \cdot 0 \right] \right\} = 1500 - \left\{ 1000 - 11 \cdot 9 \right\} = 599$

Câu 22. (Đề thi HSG 6 huyện năm 2006 - 2007)

Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} - \frac{3}{293}}$.

Lời giải

$$A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} - \frac{3}{293}} = \frac{2 \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293} \right)}{3 \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293} \right)} = \frac{2}{3}$$

Câu 23. (Đề thi HSG 6 huyện 2013 - 2014)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

a) $-2013 \cdot 2014 + 1007 \cdot 26$

b) $\left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160}\right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616}\right)$

Lời giải

a) $(-2013) \cdot 2014 + 2014 \cdot 13 = 2014(-2013 + 13) = 2014 \cdot (-2000) = -4028000$

b) $\left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160}\right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616}\right) = \frac{13}{14} + \frac{1}{16} - \frac{13}{14} + \frac{15}{16}$

$$= \frac{13}{14} - \frac{13}{14} + \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 0 + \frac{16}{16} = 0 + 1 = 1$$

Câu 24. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính $A = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{238} + \frac{1}{340}$.

Lời giải

$$3A = \frac{3}{2.5} + \frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{3}{14.17} + \frac{3}{17.20}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$$

Suy ra $A = \frac{3}{20}$.

Câu 25. (Đề thi HSG 6 huyện 2013 - 2014)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $2[(6^2 - 24) : 4] + 2014$

b) $\left(1 + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}\right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2}\right)$

Giải

a) $2[(6^2 - 24) : 4] + 2014 = 2[(36 - 24) : 4] + 2014$

$$= 2[12 : 4] + 2014 = 2 \cdot 3 + 2014 = 6 + 2014 = 2020$$

b) $\left(1 + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}\right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{12} : \frac{1}{12} = 1.$

Câu 26. (Đề thi HSG 6 huyện)

Các phân số sau có bằng nhau không? Vì sao?

$$\frac{23}{99}; \frac{23232323}{99999999}; \frac{2323}{9999}; \frac{232323}{999999}$$

Lời giải

Ta thấy: $\frac{23}{99} = \frac{23.101}{99.101} = \frac{2323}{9999}$

$$\frac{23}{99} = \frac{23.10101}{99.10101} = \frac{232323}{999999}$$

$$\frac{23}{99} = \frac{23.1010101}{99.1010101} = \frac{23232323}{99999999}$$

Vậy: $\frac{23}{99} = \frac{2323}{9999} = \frac{232323}{999999} = \frac{232323}{999999}$

Câu 27. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{23} - \frac{1}{1009} \right) : \left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{1009} \right) + 1 : (30.1009 - 160)$$

Lời giải

Ta viết lại A như sau :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} \right) \cdot 23 \cdot 7 \cdot 1009}{\left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1009} \right) \cdot 23 \cdot 7 \cdot 1009} + \frac{1}{(23+7) \cdot 1009 - 161 + 1} \\ &= \frac{7 \cdot 1009 + 23 \cdot 1009 - 23 \cdot 7}{7 \cdot 1009 + 23 \cdot 1009 - 23 \cdot 7 + 1} + \frac{1}{23 \cdot 1009 + 7 \cdot 1009 - 23 \cdot 7 + 1} = 1 \end{aligned}$$

Câu 28. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính nhanh:

a) $35.34 + 35.86 + 65.75 + 65.45$

b) $21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 49.125.16$

Lời giải

a) $35.34 + 35.86 + 65.75 + 65.45$

$$= 35.(34+86) + 65.(75+45)$$

$$= 35.120 + 65.120$$

$$= 120.(35+65) = 120.100 = 12000$$

b) $21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 49.125.16$

$$= 21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 7^2.125.8.2$$

$$= 7^2.(21-11+90+125.8.2)$$

$$= 7^2.(100+1000.2)$$

$$= 7^2.2100 = 49.2100 = 102900$$

Câu 29. (Đề thi HSG 6 huyện)

Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{2181.729 + 243.81.27}{3^2.9^2.234 + 18.54.162.9 + 723.729}$

$$b) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$$

$$c) \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$$

$$d) \frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

Lời giải

$$a) \frac{2181.729 + 243.3 - 81.9}{3^2.9^2 \cdot 243 + 9^3.2.6.162 + 723.729} = \frac{2181.729 + 729^2}{729.243 + 729.1944 + 723.729}$$

$$= \frac{729(2181 + 729)}{729(243 + 1944 + 723)} = \frac{729.2910}{729.2910} = 1$$

b) Ta có:

$$\frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}.$$

c) Ta có:

$$\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \dots; \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} =$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1.$$

$$d) \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3)}{2^{28}.3^{18}(5.3 - 7.2)} = 2$$

Câu 30. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính nhanh:

$$A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

Lời giải

$$A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1.5.6(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)}{1.3.5(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)} = \frac{1.5.6}{1.3.5} = 2.$$

Câu 31. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính các tổng sau một cách hợp lí.

a) $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + 46 + 51$

b) $\frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \frac{5^2}{11.16} + \frac{5^2}{16.21} + \frac{5^2}{21.26} + \frac{5^2}{26.31}$

Lời giải

a) Dãy trên có số các số hạng là:

$(51-1):5+1=11$ (số hạng)

Vậy tổng $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + 46 + 51 = (51+1).11:2 = 286$

b) Ta có:

$$\frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{6.11} + \frac{5^2}{11.16} + \frac{5^2}{16.21} + \frac{5^2}{21.26} + \frac{5^2}{26.31}$$

$$= 5. \left(\frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{5}{21.26} + \frac{5}{26.31} \right)$$

$$= 5. \left(1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \frac{1}{26} - \frac{1}{31} \right)$$

$$= 5. \left(1 - \frac{1}{31} \right)$$

$$= 5. \frac{30}{31} = \frac{150}{31}$$

Câu 32. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính tổng $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$

Lời giải

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$$

$$3.S = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100).3$$

$$3.S = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 99.100.3$$

$$3.S = 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \dots + 99.100.(101-98)$$

$$3.S = 1.2.3 - 1.2.3 + 2.3.4 - 2.3.4 + 3.4.5 - \dots - 98.99.100 + 99.100.101$$

$$S = 99.100.101:3 = 33.100.101 = 333300$$

Câu 33. (Đề thi HSG 6 huyện)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

1) $A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1+2+3+\dots+2006}$

2) $B = 1\frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$

Lời giải

1) $A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1+2+3+\dots+2006}$

$$= \frac{63.(10101.37) - 37.(10101.63)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = \frac{37.63.(10101 - 10101)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = 0$$

$$\begin{aligned} 2) B &= 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left(\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)}{3 \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)} : \frac{4 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)}{5 \left(1 - \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)} \right) \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3 \end{aligned}$$

Câu 34. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tìm kết quả của phép nhân

$$A = \underbrace{333 \dots 3}_{50 \text{ chu so}} \times \underbrace{999 \dots 9}_{50 \text{ chu so}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{333 \dots 3}_{50 \text{ chu so}} \times \left(\underbrace{100 \dots 0}_{50 \text{ chu so}} - 1 \right) = \underbrace{33 \dots 3}_{50 \text{ chu so}} \underbrace{00 \dots 0}_{50 \text{ chu so}} - \underbrace{33 \dots 3}_{50 \text{ chu so}} \\ &= \begin{array}{r} 33 \dots 33 \ 00 \dots 00 \\ - \quad 33 \dots 33 \\ \hline 33 \dots 32 \ \underbrace{66 \dots 67}_{49 \text{ chu so}} \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \underbrace{33 \dots 32}_{49 \text{ chu so}} \underbrace{66 \dots 67}_{49 \text{ chu so}}$$

Câu 35. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính giá trị của biểu thức.

$$B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4 \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53} \right)}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

Lời giải

$$B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4 \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53} \right)}{\left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53} \right)} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

$$\text{Ta có : } B = - \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003} \right)}{5 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003} \right)} = - \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4}{5} = - \frac{6}{5} \cdot \frac{4.5}{4} = -6$$

Câu 36. (Đề thi HSG 6 huyện Trục Ninh 2017 - 2018)

Tính hợp lý

a) $A = 2018^2 - 2017.2018\sqrt{a^2 + b^2}$

b) $B = (-1).(-1)^2.(-1)^3.(-1)^4 \dots (-1)^{99}.(-1)^{100}$

c)
$$C = \frac{88 - \frac{1}{6} - \frac{2}{7} - \frac{3}{8} - \dots - \frac{88}{93}}{-\frac{1}{12} - \frac{1}{14} - \frac{1}{16} - \dots - \frac{1}{186}}$$

Lời giải

a) $A = 2018.(2018 - 2017) = 2018.1 = 2018$

b) $B = (-1).1.(-1).1 \dots (-1).1$ (Có 50 thừa số -1) nên $B = 1$

$$c) C = \frac{\left(1 - \frac{1}{6}\right) + \left(1 - \frac{2}{7}\right) + \left(1 - \frac{3}{8}\right) + \dots + \left(1 - \frac{88}{93}\right)}{-\frac{1}{12} - \frac{1}{14} - \frac{1}{16} - \dots - \frac{1}{186}}$$

$$C = \frac{\frac{5}{6} + \frac{5}{7} + \frac{5}{8} + \dots + \frac{5}{93}}{-\frac{1}{12} - \frac{1}{14} - \frac{1}{16} - \dots - \frac{1}{186}} = \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{93}\right)}{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{93}\right)}$$

$C = -10$

Câu 37. (Đề thi HSG 6 huyện Nga Sơn 2017 - 2018)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lý:

a) $(-2013).2014 + 1007.26$

b) $\left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160}\right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616}\right)$

Lời giải

a) $(-2013).2014 + 1007.26 = (-2013).2014 + 2014.13$

$= 2014.(-2013 + 13) = 2014.(-2000) = -4028000$

b) $\left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160}\right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616}\right) = \left(\frac{13}{14} + \frac{1}{16}\right) - \left(\frac{13}{14} - \frac{15}{16}\right)$

$= \left(\frac{13}{14} - \frac{13}{14}\right) + \left(\frac{15}{16} + \frac{1}{16}\right) = 1$

Câu 38. (Đề thi HSG 6 huyện Kinh Môn 2017 - 2018)

Rút gọn biểu thức $A = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2499}\right)$

Tính nhanh $B = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}}{2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27}} : \frac{4 + \frac{4}{7} + \frac{4}{49} - \frac{4}{343}}{1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{49} - \frac{1}{343}}$

Lời giải

a) $A = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{15}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2499}\right)$
 $A = \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \cdot \dots \cdot \frac{2500}{2499} = \frac{2.2}{1.3} \cdot \frac{3.3}{2.4} \cdot \frac{4.4}{3.5} \cdot \dots \cdot \frac{50.50}{49.51}$
 $= \frac{2.3.4 \cdot \dots \cdot 50}{1.2.3 \cdot \dots \cdot 49} \cdot \frac{2.3.4 \cdot \dots \cdot 50}{3.4.5 \cdot \dots \cdot 51} = \frac{50}{1} \cdot \frac{2}{51} = \frac{100}{51}$

Vậy $A = \frac{100}{51}$

b) $B = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}}{2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27}} : \frac{4 + \frac{4}{7} + \frac{4}{49} - \frac{4}{343}}{1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{49} - \frac{1}{343}}$

$B = \frac{1 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}\right)}{2 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}\right)} : \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{49} - \frac{1}{343}\right)}{1 \cdot \left(1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{49} - \frac{1}{343}\right)}$

$B = \frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$

Vậy $B = \frac{1}{8}$

Câu 39. (Đề thi HSG 6 huyện Ba Vì 2017 - 2018)

a) $1152 - (374 + 1152) + (374 - 65)$

b) $\frac{7}{12} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} - \frac{5}{12}$

c) $\frac{11 \cdot 3^{22} \cdot 3^7 - 9^{15}}{(2 \cdot 3^{14})^2}$

d) $\frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{899}{30^2}$

Lời giải

a) $1152 - (374 + 1152) + (374 - 65) = 1152 - 374 - 1152 + 374 - 65$
 $= (1152 - 1152) + (374 - 374) + (-65) = -65$

b) $\frac{7}{12} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12} - \frac{5}{12} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7}$
 $= \frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} = 1 + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} = \frac{5}{4} - \frac{3}{7} = \frac{23}{28}$

$$c) \frac{11.3^{22}.3^7 - 9^{15}}{(2.3^{14})^2} = \frac{11.3^{29} - 3^{30}}{2^2.3^{28}} = \frac{3^{29} \cdot (11 - 3)}{2^2.3^{28}} = \frac{3^{29} \cdot 2^3}{2^2.3^{28}} = 6$$

$$d) \frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdots \frac{899}{30^2} = \frac{1.3}{2.2} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \cdots \frac{29.31}{30.30}$$

$$= \frac{1.2.3 \cdots 29}{2.3.4 \cdots 30} \cdot \frac{3.4.5 \cdots 31}{2.3.4 \cdots 30} = \frac{1}{30} \cdot \frac{31}{2} = \frac{31}{60}$$

Câu 40. (Đề thi HSG 6 huyện Lý Nhân 2018 - 2019)

$$a) \text{ Tính: } M = \frac{\frac{7}{2012} + \frac{7}{9} - \frac{1}{4}}{\frac{5}{9} - \frac{3}{2012} - \frac{1}{2}}$$

$$b) \text{ So sánh } A \text{ và } B \text{ biết: } A = \frac{2010}{2011} + \frac{2011}{2012} + \frac{2012}{2010} \text{ và } B = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{17}$$

Lời giải

$$a) N = \frac{\left(\frac{7}{2012} + \frac{7}{9} - \frac{1}{4}\right) \cdot 2012 \cdot 9 \cdot 2}{\left(\frac{5}{9} - \frac{3}{2012} - \frac{1}{2}\right) \cdot 2012 \cdot 9 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 2 + 7 \cdot 2012 \cdot 2 - 1006 \cdot 9}{5 \cdot 2012 \cdot 2 - 3 \cdot 9 \cdot 2 - 2012 \cdot 9} = \frac{7 \cdot 2021 - 503 \cdot 9}{5 \cdot 2012 - 3 \cdot 9 - 1006 \cdot 9} = \frac{9620}{979}$$

$$b) A = \left(1 - \frac{1}{2011}\right) + \left(1 - \frac{1}{2012}\right) + \left(1 + \frac{2}{2010}\right)$$

$$A = 3 + \left(\frac{1}{2010} - \frac{1}{2011}\right) + \left(\frac{1}{2010} - \frac{1}{2012}\right) \Rightarrow A > 3$$

$$B = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{17}\right)$$

$$B < \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{5} \cdot 5 + \frac{1}{8} \cdot 8 \Rightarrow B < 3$$

Từ đó suy ra $A > B$

Câu 41. (Đề thi HSG 6 huyện Hương Sơn 2019 - 2019)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) 2 \cdot \left[(6^2 - 24) : 4\right] + 2014$$

$$b) \left(1 + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}\right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2}\right)$$

Lời giải

$$a) 2 \cdot \left[(6^2 - 24) : 4\right] + 2014 = 2 \cdot \left[(36 - 24) : 4\right] + 2014 = 2020$$

$$b) \left(1 + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}\right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{2}\right) = 1$$

Câu 42. (Đề thi HSG 6 huyện Bạch Thông 2018 - 2019)

a) Tìm tích $\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right).....\left(\frac{1}{100}-1\right)$

b) So sánh A và B biết: $A = \frac{2013.2014-1}{2013.2014}$ và $B = \frac{2014.2015-1}{2014.2015}$

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right).....\left(\frac{1}{100}-1\right) \\ &= \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \frac{-99}{100} = \frac{-(1.2.3.4....99)}{2.3.4....100} = \frac{-1}{100} \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$A = \frac{2013.2014-1}{2013.2014} = 1 - \frac{1}{2013.2014}$$

$$B = \frac{2014.2015-1}{2014.2015} = 1 - \frac{1}{2014.2015}$$

Vì $\frac{1}{2013.2014} > \frac{1}{2014.2015}$ nên $A < B$

Câu 43. (Đề thi HSG 6 huyện Bạch Thông 2018 - 2019)

Thực hiện phép tính

$$A = [540 : (23,7 - 19,7)] + 42.(132 + 75 - 36) - 7317$$

$$B = \frac{2^{10}.13 + 2^{10}.65}{2^8.104}$$

Lời giải

$$a) A = (540 : 4) + 42.171 - 7317$$

$$A = 135 + 7182 - 7317 = 0$$

$$B = \frac{2^{10}.13 + 2^{10}.65}{2^8.104} = \frac{2^{10}.13.(1+5)}{2^8.8.13} = \frac{2^{10}.13.6}{2^8.2^3.13} = 3$$

Câu 44. (Đề thi HSG 6 huyện Phúc Thọ 2018-2019)

Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể)

$$a) M = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right) + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right)$$

$$b) P = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} + \frac{1}{2^{100}}$$

Lời giải

$$a) M = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right) + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11} \right) \cdot \frac{3}{-10} + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11} \right) \cdot \frac{3}{-10}$$

$$= \frac{3}{-10} \cdot \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11} + \frac{-2}{7} + \frac{6}{11} \right) = \frac{3}{-10} \cdot (-1+1) = 0$$

$$b) P = 2P - P = \left(2 + \frac{1}{2^{99}} \right) - \left(\frac{1}{2^{100}} + \frac{1}{2^{100}} \right) = \left(2 + \frac{1}{2^{99}} \right) - \frac{1}{2^{99}} = 2$$

Câu 45. (Đề thi HSG 6 huyện Hoàng Hóa 2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} : 5 - \frac{1}{18} \cdot (-3)^2$$

$$b) B = 3 \cdot \left\{ 5 \cdot \left[(5^2 + 2^3) : 11 \right] - 16 \right\} + 2015$$

$$c) C = \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2014.2016} \right)$$

Lời giải

$$a) A = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} : 5 - \frac{1}{18} \cdot (-3)^2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$b) B = 3 \cdot \left\{ 5 \cdot \left[(5^2 + 2^3) : 11 \right] - 16 \right\} + 2015 = 3 \cdot \left\{ 5 \cdot [33 : 11] - 16 \right\} + 2015 = 1012$$

$$c) C = \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2014.2016} \right)$$

$$= \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \dots \frac{2015^2}{2014.2016} = \frac{(2.3.4 \dots 2015) \cdot (2.3.4 \dots 2015)}{(1.2.3 \dots 2014) \cdot (3.4.5 \dots 2016)} = \frac{2015}{1008}$$

Câu 46. (Đề thi HSG 6 huyện Quỳnh Lưu 2018- 2019)

$$16 + (27 - 7.6) - (94.7 - 27.99)$$

a) Tính nhanh:

$$A = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}$$

b) Tính tổng:

Lời giải

$$a) 16 + (27 - 7.6) - (94.7 - 27.99) = 16 + 27 - 7.6 - 94.7 + 27.99$$

$$= 16 + 27 + 27.99 - 7.6 - 94.7 = 16 + 27.100 - 7.100$$

$$= 16 + 100 \cdot (27 - 7) = 16 + 100 \cdot 20 = 2000 + 16 = 2016$$

$$b) A = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = \frac{33}{50}$$

Câu 47. (Đề thi HSG 6 tỉnh Đồng Tháp 2018- 2019)

Thực hiện phép tính:

$$1) A = \frac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6 - 2.(2^2.3)^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}}$$

$$2) B = 81. \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6 - 2.(2^2.3)^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{5.2.3^{18}.2^{12} - 2.2^{28}.3^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}}$$

$$= \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^{29}.3^{18}}{2^{28}.3^{18}.(5 - 7.2)} = \frac{2^{29}.3^{18}.(5.2 - 1)}{2^{28}.3^{18}.(5 - 14)} = \frac{2.9}{-9} = -2$$

$$b) B = 81. \left[\frac{12. \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85} \right)}{4. \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85} \right)} : \frac{5. \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91} \right)}{6. \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91} \right)} \right] \cdot \frac{158.1001001}{711.1001001}$$

$$= 81. \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81. \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5}$$

Câu 48. (Đề thi HSG 6 tỉnh Đồng Tháp 2018- 2019)

Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{2012}$ và $B = \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} : 2$

Tính $B - A$ **Lời giải**

a) Ta có:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{2012} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}A = \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{2012} + \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} \quad (2)$$

Lấy (2) – (1) ta được:

$$\frac{3}{2}A - A = \left(\frac{3}{2}\right)^{2013} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \Rightarrow A = \frac{3^{2013}}{2^{2012}} + \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } B - A = \frac{3^{2013}}{2^{2014}} - \frac{3^{2013}}{2^{2012}} + \frac{5}{2}$$

Câu 49. (Đề thi HSG 6 huyện Tư Nghĩa 2018- 2019)

Không quy đồng hãy tính tổng sau: $A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90} = -\left(\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10}\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}\right) = -\frac{3}{20}$$

Câu 50. (Đề thi HSG 6 huyện Vĩnh Lộc 2018- 2019)

Thực hiện phép tính:

a) $A = 1.2.3\dots 9 - 1.2.3\dots 8 - 1.2.3\dots 8.8$

b) $B = \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$

c) $C = 70.\left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090}\right)$

d) Thực hiện phép tính: $B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69}$

Lời giải

a) $A = 1.2.3\dots 9 - 1.2.3\dots 8 - 1.2.3\dots 8.8 = 1.2.3\dots 8.(9 - 1 - 8) = 0$

b) $B = \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9} = \frac{(3.2^2.2^{16})^2}{11.2^{13}.2^{22} - 2^{36}} = \frac{9.2^{36}}{11.2^{35} - 2^{36}} = \frac{9.2^{36}}{2^{35}.(11 - 2)} = \frac{9.2^{36}}{2^{35}.9} = 2$

c) $C = 70.\left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090}\right) = 70.\left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90}\right)$

$$= 70.13.\left(\frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10}\right) = 70.13.\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) = 39$$

d) $B = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69} = \frac{1}{5}.\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{64} - \frac{1}{69}\right)$

$$= \frac{1}{5}.\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{69}\right) = \frac{13}{276}$$

Câu 51. (Đề thi HSG 6 CẤP TRƯỜNG 2018- 2019)

Tính giá trị biểu thức: $2010^{2010}.(7^{10} : 7^8 - 3.2^4 - 2^{2010} : 2^{2010})$

Lời giải

$$2010^{2010}.(7^{10} : 7^8 - 3.2^4 - 2^{2010} : 2^{2010}) = 2010^{2010}.(49 - 3.16 - 1) = 0$$

Câu 52. (Đề thi HSG 6 huyện Lâm Thao 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức sau:

$$B = \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020}\right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100}\right)$$

Lời giải

$$B = 15$$

Câu 53. (Đề thi HSG 6 cấp trường 2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = (-1).(-1)^2.(-1)^3.(-1)^4 \dots (-1)^{2010}.(-1)^{2011}$$

$$b) B = 70. \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$$

$$c) C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a}, \text{Biết } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$$

Lời giải

$$a) -1.1.(-1) \dots (-1).1.(-1) = -1$$

$$b) B = 70. \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90} \right) = 70.13. \left(\frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} \right) = 70.13. \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) = 39$$

$$c) \text{Đặt } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow C = \pm 4$$

Câu 54. (Đề thi HSG 6 huyện Bạch Thông 2018-2019)

Thực hiện phép tính

$$A = [540 : (23,7 - 19,7)] + 42.(132 + 75 - 36) - 7317$$

$$B = \frac{2^{10}.13 + 2^{10}.65}{2^8.104}$$

Lời giải

$$A = (540 : 4) + 42.171 - 7317$$

$$A = 135 + 7182 - 7317 = 0$$

$$B = \frac{2^{10}.13 + 2^{10}.65}{2^8.104} = \frac{2^{10}.13.(1+5)}{2^8.8.13} = \frac{2^{10}.13.6}{2^8.2^3.13} = 3$$

Câu 55. (Đề thi HSG 6 huyện Bạch Thông 2018-2019)

$$\text{Tìm tích } \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1 \right)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1 \right) \\ &= \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \dots \frac{-99}{100} = \frac{-(1.2.3.4 \dots 99)}{2.3.4 \dots 100} = \frac{-1}{100} \end{aligned}$$

Câu 56. (Đề thi HSG 6 huyện Tam Dương 2017-2018)

$$\text{Rút gọn biểu thức: } \frac{10.11 + 50.55 + 70.77}{11.12 + 55.60 + 77.84}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{10.11 + 50.55 + 70.77}{11.12 + 55.60 + 77.84} = \frac{10.11.(1 + 5.5 + 7.7)}{11.12.(1 + 5.5 + 7.7)} = \frac{5}{6}$$

Câu 57. (Đề thi HSG 6 Trường Nguyễn Chí – Huyện Đông Sơn 2017-2018)

Tính hợp lý:

a) $21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 49.125.16$

b) $\frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

Lời giải

a) $21.7^2 - 11.7^2 + 90.7^2 + 49.125.16 = 7^2.(21 - 11 + 90) + 49.125.16$

$= 49.100 + 49.100.20 = 49.100(1 + 20) = 49.100.21$

b) $\frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}}$

$$= \frac{2^{29}.3^{18}.(5.2 - 3^2)}{2^{28}.3^{18}.(5.3 - 7.2)} = 2$$

Câu 58. (Đề thi HSG 6 huyện Sơn Tây 2019-2020)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \frac{5}{6} + 6\frac{5}{6}\left(11\frac{5}{20} - 9\frac{1}{4}\right) : 8\frac{1}{3}$

b) $B = 2^3.5^3 - 3\left\{400 - \left[673 - 2^3.(7^8 : 7^6 + 7^0)\right]\right\}$

c) $C = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$

Lời giải

a) $\frac{5}{6} + \frac{41}{6}\left(11\frac{1}{4} - 9\frac{1}{4}\right) : \frac{25}{3} = \frac{5}{6} + \frac{41}{6}.2.\frac{3}{25} = \frac{5}{6} + \frac{41}{25} = \frac{125}{150} + \frac{246}{150} = \frac{371}{150} = 2\frac{71}{150}$

b) $= 8.125 - 3\{400 - [673 - 8.50]\} = 1000 - 3\{400 - 273\} = 619$

c) $B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4} = 7.\left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28}\right)$

$$= 7.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28}\right) = 7.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{28}\right) = \frac{13}{4}$$

Câu 59. (Đề HSG huyện Gia Viên 2018 – 2019)

Thực hiện phép tính

a) $A = \frac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6 - 2.(2^2.3)^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}}$

b) $B = 81.\left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}}\right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$

Lời giải

a) Ta có:

$$A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{5 \cdot 2^{18} \cdot 3^{18} \cdot 2^{12} - 2 \cdot 2^{28} \cdot 3^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$= \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{18}}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 7 \cdot 2)} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 1)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 14)} = \frac{2 \cdot 9}{-9} = -2$$

b) Ta có:

$$B = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

$$= 81 \cdot \left[\frac{12 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)}{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)} \cdot \frac{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)}{6 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)} \right] \cdot \frac{158.1001001}{711.1001001}$$

$$= 81 \cdot \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81 \cdot \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5} = 64,8$$

Câu 60. (Đề thi HSG 6 huyện Lương Tài 2015 – 2016)

Thực hiện phép tính (tính hợp lý nếu có thể)

a) $1968 : 16 + 5136 : 16 - 704 : 16$

b) $2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 400 - \left[673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0) \right] \right\}$

Lời giải

a) $= 16 \cdot (123 + 321 - 44) : 16 = 400$

b) $= 8 \cdot 125 - 3 \cdot \{ 400 - [673 - 8 \cdot 50] \} = 1000 - 3 \cdot \{ 400 - 273 \} = 619$

Câu 61. (Đề thi HSG 6 huyện Việt Yên 2018-2019)

Thực hiện phép tính

a) $A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$

b) $B = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} \cdot \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$

Lời giải

a) Ta có:

$$A = \frac{5 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^9 \cdot (2^2)^6 - 2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{5 \cdot 2^{18} \cdot 3^{18} \cdot 2^{12} - 2 \cdot 2^{28} \cdot 3^{14} \cdot 3^4}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{18} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$= \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{18}}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 7 \cdot 2)} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 1)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 14)} = \frac{2 \cdot 9}{-9} = -2$$

b) Ta có:

$$B = 81 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

$$= 81 \cdot \left[\frac{12 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)}{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)} : \frac{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)}{6 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)} \right] \cdot \frac{158.1001001}{711.1001001}$$

$$= 81 \cdot \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81 \cdot \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5} = 64,8$$

Câu 62. (Đề thi HSG 6 huyện Việt Yên 2017-2018)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \dots (-1)^{2010} \cdot (-1)^{2011}$

b) $B = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$

c) $C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a}$ biết $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$

Lời giải

a) $-1 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-1) = -1$

b) $B = 70 \cdot \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90} \right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} \right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) = 39$

c) Đặt $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$

Ta có: $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow C = \pm 4$

Câu 63. (Đề thi HSG 6 Bắc Ninh 2018-2019)

1. Thực hiện tính A bằng cách hợp lý nhất:

$$A = \frac{2010 \cdot 2011 - 1005}{2010 \cdot 2010 + 1005}$$

2. Thực hiện phép tính: $B = 33 \left(1 - \frac{2}{3} \right) \left(1 - \frac{2}{5} \right) \dots \left(1 - \frac{2}{99} \right)$

Lời giải

$$1. A = \frac{2010.2011-1005}{2010.2010+1005} = \frac{2010.(2010+1)-1005}{2010.2010+1005} \\ = \frac{2010.2010+2010-1005}{2010.2010+1005} = \frac{2010.2010+1005}{2010.2010+1005} = 1$$

$$2. B = 33\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right).....\left(1-\frac{2}{99}\right) = 33.\frac{1}{3}.\frac{3}{5}.\frac{5}{7}.....\frac{97}{99} = 33.\frac{1}{99} = \frac{1}{3}$$

Câu 64. (Đề thi HSG 6 huyện Lập Thạch 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức sau:

$$a) 4\frac{1}{7} + \frac{-1}{6} \cdot \left(12 - 5\frac{1}{7}\right)$$

$$b) (2+4+6+8+....+2014) - (3+5+7+9+.....+2011)$$

$$c) \left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{15}\right).....\left(1-\frac{1}{780}\right)$$

Lời giải

$$a) 4\frac{1}{7} + \frac{-1}{6} \cdot \left(12 - 5\frac{1}{7}\right) = 4\frac{1}{7} + \frac{-1}{6} \cdot 12 - \frac{-1}{6} \cdot 5\frac{1}{7} = 4\frac{1}{7} - 2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{36}{7} = 3$$

$$b) (2+4+6+8+.....+2014) - (3+5+7+9+.....+2011)$$

Nhận xét: $(2+4+6+8+....+2014)$ có 1007 số hạng

$(3+5+7+9+.....+2011)$ có 1005 số hạng

$= (2-3) + (4-5) + (6-7) + (2010-2011) + (2012+2014)$ có 1006 nhóm

$= (-1) + (-1) + (-1) + + (-1) + 4026$ có 1005 số hạng -1

$$= -1005 + 4026 = 3021$$

$$c) \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{10}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{15}\right) \left(1-\frac{1}{780}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \frac{779}{780}$$

$$= \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{28}{30} \frac{1558}{1560} = \frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{3.6}{4.5} \frac{38.41}{39.40}$$

$$= \frac{1.2.3.....38}{2.3.4.....39} \cdot \frac{4.5.6.....41}{3.4.5.6....40} = \frac{1}{39} \cdot \frac{41}{3} = \frac{41}{117}$$

Câu 65. (Đề thi HSG 6 huyện Lập Thạch 2019-2020)

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$$

$$b) 1.2.3...9 - 1.2.3....8 - 1.2.3....7.8^2$$

$$c) \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

Lời giải

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$$

$$b) 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 7.8 - 1.2.3 \dots 7.8^2 = 1.2.3 \dots 7.8 \cdot (9 - 1 - 8) = 1.2.3 \dots 7.8 \dots \times 0 = 0$$

$$c) \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9} = \frac{(3.2^2.2^{16})^2}{11.2^{13} \cdot (2^2)^{11} - (2^4)^9} = \frac{3^2 \cdot (2^{18})^2}{11.2^{13} \cdot 2^{22} - 2^{36}}$$

$$= \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{11.2^{35} - 2^{36}} = \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{2^{35} \cdot (11 - 2)} = \frac{3^2 \cdot 2}{9} = 2$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

$$= 1152 - 374 - 1152 + (-65 + 374) = (1152 - 1152) + (374 - 374) - 65 = -65$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

$$= 13 - (12 - 11 - 10 + 9) + (8 - 7 - 6 + 5) - (4 - 3 - 2 - 1) = 13$$

Câu 66. (Đề thi HSG 6 huyện Thạch Thành 2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = 68.74 + 27.68 - 68$$

$$b) B = 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^8 : 7^6 + 2017^0) \right] \right\}$$

$$c) C = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}} \right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{1616}{1717} \right)$$

$$d) D = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$$

Lời giải

$$a) A = 68.74 + 27.68 - 68 = 68 \cdot (74 + 27 - 1) = 68 \cdot 100 = 6800$$

$$b) B = 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^8 : 7^6 + 2017^0) \right] \right\} = 8.125 - 3 \cdot \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^2 + 1) \right] \right\}$$

$$= 1000 - 3 \cdot \{ 539 - [639 + 8 \cdot 50] \} = 1000 - 3 \cdot 300 = 1000 - 900 = 100$$

$$c) C = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}} \right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{1616}{1717} \right) = \left(\frac{15}{16} + \frac{1}{17} \right) - \left(\frac{15}{16} - \frac{16}{17} \right)$$

$$= \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{16} \right) + \left(\frac{1}{17} + \frac{16}{17} \right) = 0 + 1 = 1$$

$$d) D = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right) = \left(\frac{1-4}{2^2} \right) \left(\frac{1-9}{3^2} \right) \dots \left(\frac{1-10000}{100^2} \right)$$

$$= \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \dots \frac{-9999}{100^2} = - \frac{1.3}{2.3} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \dots \frac{99.1010}{100.100}$$

$$= -\frac{(1.2.3.....99).(3.4.5.....101)}{(2.3.4.....100).(2.3.4.....100)} = -\frac{101}{200}$$

Câu 67. (Đề thi HSG 6 huyện Việt Yên 2019-2020)

Tính nhanh:

- a) $\frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + + \frac{3^2}{97.100}$
b) $B = (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225$
c) $M = \frac{1+3+3^2+3^3+....+3^{2012}}{3^{2004}-3}$
d) $D = \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \frac{2}{72} + \frac{2}{90}$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) A &= \frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + + \frac{3^2}{97.100} = 3. \left(\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + + \frac{3}{97.100} \right) \\ &= 3. \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} \right) = 3. \frac{99}{100} = \frac{297}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) B &= (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225 \\ &= (-528) + (-12) + 540 + (-211 + 211) + 2014 = 2014 \end{aligned}$$

$$c) M = \frac{1+3+3^2+3^3+.....+3^{2012}}{3^{2014}-3}$$

$$A = 1+3+3^2+3^3+.....+3^{2012} \Rightarrow A = 3^{2013} - 1$$

$$B = 3^{2014} - 3 \Rightarrow B = 3.(3^{2013} - 1) \Rightarrow M = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} d) D &= \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \frac{2}{72} + \frac{2}{90} \\ &= 2 \left(\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} \right) \\ &= 2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \\ &= 2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10} \right) = 2 \frac{5-2}{20} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

Câu 68. (Đề thi HSG 6 huyện Lương Tài 2015-2016)

Thực hiện phép tính (tính hợp lý nếu có thể)

$$a) 1968:16 + 5136:16 - 704:16 \quad b) 2^3.5^3 - 3 \left\{ 400 - \left[673 - 2^3.(7^8:7^6 + 7^0) \right] \right\}$$

Lời giải

$$a) 1968:16 + 5136:16 - 704:16 = 16.(123 + 321 - 44):16 = 400$$

$$b) 2^3.5^3 - 3\left\{400 - \left[673 - 2^3.(7^8:7^6 + 7^0)\right]\right\} \\ = 8.125 - 3.\{400 - [673 - 8.50]\} = 1000 - 3.\{400 - 273\} = 619$$

Câu 69. (Đề thi HSG 6 huyện Hoàng Hóa 2017-2018)

Thực hiện phép tính

$$a) A = 81. \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$$

$$b) B = \frac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6 - 2.(2^2.3)^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}}$$

Lời giải

$$a) A = 81. \left[\frac{12.(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85})}{4.(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85})} : \frac{5.(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91})}{6.(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91})} \right] \cdot \frac{158.1001001}{711.1001001}$$

$$= 81. \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81. \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5}$$

$$b) A = \frac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6 - 2.(2^2.3)^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{5.2^{28}.3^{18}.2^{12} - 2.2^{28}.3^{14}.3^4}{5.2^{28}.3^{18} - 7.2^{29}.3^{18}} \\ = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^{29}.3^{18}}{2^{28}.3^{18}.(5 - 7.2)} = \frac{2^{29}.3^{18}.(5.2 - 1)}{2^{28}.3^{18}.(5 - 14)} = \frac{2.9}{-9} = -2$$

Câu 70. (Đề thi HSG 6 Anh Sơn 2018-2019)

Thực hiện phép tính

$$a) -32.56 - 32.25 - 32.19$$

$$b) 2^4.5 - [131 - (13 - 4)^2]$$

$$c) \frac{9^3.25^3}{18^2.125^2}$$

Lời giải

$$a) -32.56 - 32.25 - 32.19 = -32.(56 + 25 + 19) = -32.100 = -3200$$

$$b) 2^4.5 - [131 - (13 - 4)^2] = 16.5 - [131 - 9^2] = 80 - [131 - 81] = 30$$

$$c) \frac{9^3.25^3}{18^2.125^2} = \frac{3^6.5^6}{2^2.3^4.5^6} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

Câu 71. (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Chương 2018-2019)

Cho $A = \frac{2}{11.15} + \frac{2}{15.19} + \frac{2}{19.23} + \dots + \frac{2}{51.55}$; $B = \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right)$

Tính tích AB

Lời giải

$$\begin{aligned}A &= \frac{2}{11.15} + \frac{2}{15.19} + \frac{2}{19.23} + \dots + \frac{2}{51.55} \\&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{51} - \frac{1}{55} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{55} \right) = \frac{2}{55} \\B &= \left(-\frac{5}{3} \right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1 \right) = \left(-\frac{5}{3} \right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{-55.2}{9} \\ \Rightarrow AB &= \frac{2}{55} \cdot \left(\frac{-55.2}{9} \right) = \frac{-4}{9}\end{aligned}$$

Câu 72. (Đề thi HSG 6 huyện Tân Lập 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức: $\frac{2^{12}.13 + 2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11 + 3^{10}.5}{3^9.2^4}$

Lời giải

$$\frac{2^{12}.13 + 2^{12}.65}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.11 + 3^{10}.5}{3^9.2^4} = \frac{2^{12}.78}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.16}{3^9.16} = 3 + 3 = 6$$

Câu 73. (Đề thi HSG 6 huyện Hà Huy Tập)

a) $1.2.3.4 \dots 2015 - 1.2.3.4 \dots 2014 - 1.2.3.4 \dots 2013.2014^2$

$$b) \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$$

c) $2015 - (374 + 2015) + (-2014 + 374)$

Lời giải

a) $1.2.3.4 \dots 2014. (2015 - 1 - 2014) = 1.2.3.4 \dots 2014.0 = 0$

$$b) \frac{(3.2^2.2^{16})^2}{11.2^{13}.2^{22} - 2^{36}} = \frac{(3.2^{18})^2}{11.2^{35} - 2^{36}} = \frac{9.2^{36}}{2^{35}.9} = 2$$

c) $2015 - 374 - 2015 - 2014 + 374 = -2014$

Câu 74. (Đề thi HSG 6 2018 - 2019)

Tính nhanh: $A = \frac{1.5.6 + 2.10 + 12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

Lời giải

$$\frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1.5.6.(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)}{1.3.5.(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)} = \frac{1.5.6}{1.3.5} = 2$$

Câu 75. (Đề thi HSG6 huyện 2019 - 2020)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lý:

$$1) A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1+2+3+\dots+2017}$$

$$2) B = 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

Lời giải

$$1) A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1+2+3+\dots+2017} = \frac{63.(10101.37) - 37.(10101.63)}{1+2+3+\dots+2017} = 0$$

$$\begin{aligned} 2) B &= 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left(\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)} ; \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)}{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)} \right) \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{41.3}{47.3} = 3 \end{aligned}$$

Câu 76. (Đề thi HSG 6 - 2019 - 2020)

Tính tổng $S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}$

Lời giải

$$S = \frac{270.450 + 270.550}{\frac{(2+18) \cdot 9}{2}} = \frac{270 \cdot (450 + 550)}{90} = 3000$$

Câu 77. (Đề thi HSG 6 2018-2019)

Tính các giá trị của biểu thức:

a) $A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$

$$b) B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4 \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53} \right)}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

$$c) C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{99.100}$$

Lời giải

Tổng $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ có 100 số hạng

$$S = (1+100) + (2+99) + (3+98) + \dots + (50+51) \text{ có 50 cặp} \\ = 50.10 = 5050$$

$$A = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4 \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53} \right)}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

$$A = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003} \right)}{5 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003} \right)} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4}{5} = -6$$

$$c) C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

Câu 78. (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Oai 2018 -2019)

$$\text{Tính } A = \left(\frac{7777}{8585} - \frac{77}{85} + \frac{7777}{16362} - \frac{77}{162} \right) \cdot \frac{123498766}{987661234}$$

Lời giải

Ta có:

$$\frac{7777}{8585} = \frac{7777:101}{8585:101} = \frac{77}{85}$$

$$\frac{7777}{16362} = \frac{7777:101}{16362:101} = \frac{77}{162}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{77}{85} - \frac{77}{85} + \frac{77}{162} - \frac{77}{162} \right) \cdot \frac{123498766}{987661234} = 0$$

Câu 79. (Đề thi HSG 6)

$$\text{Tính: } A = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{238} + \frac{1}{340}$$

Lời giải

$$3A = \frac{3}{2.5} + \frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \dots + \frac{3}{17.20}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20} \Rightarrow A = \frac{3}{20}$$

Câu 80. (Đề thi HSG 6 TP Tam Kỳ 2018- 2019)

Tính hợp lý:

$$A = 2\frac{17}{20} - 1\frac{11}{15} + 6\frac{9}{20} : 3$$

$$B = \frac{20 + \frac{19}{3} + \frac{19}{101}}{7 + \frac{7}{13} + \frac{7}{19} + \frac{7}{101}}$$

$$C = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110}$$

Lời giải

$$a) 2\frac{17}{20} - 1\frac{11}{15} + 6\frac{9}{20} : 3 = 2\frac{17}{20} - 1\frac{11}{15} + 2\frac{3}{20} = 5 - 1\frac{11}{15} = 3\frac{4}{15}$$

$$b) B = \frac{19 + 1 + \frac{19}{13} + \frac{19}{101}}{7 + \frac{7}{13} + \frac{7}{19} + \frac{7}{101}} = \frac{19 + \frac{19}{13} + \frac{19}{19} + \frac{19}{101}}{7 + \frac{7}{13} + \frac{7}{19} + \frac{7}{101}} = \frac{19 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{19} + \frac{1}{101}\right)}{7 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{19} + \frac{1}{101}\right)} = \frac{19}{7}$$

$$c) C = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 11}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = \frac{1}{2} - \frac{1}{11} = \frac{9}{22}$$

Câu 81. (Đề thi HSG 6 Ứng hòa 2019-2020)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lý

$$a) P = (5 \cdot 3^{11} + 4 \cdot 3^{12}) : (3^9 \cdot 5^2 - 3^9 \cdot 2^3)$$

$$b) Q = 14 \cdot 29 + 14 \cdot 71 + (1 + 2 + 3 + \dots + 99) \cdot (199199 \cdot 198 - 198198 \cdot 199)$$

Lời giải

$$a) P = (5 \cdot 3^{11} + 4 \cdot 3^{12}) : (3^9 \cdot 5^2 - 3^9 \cdot 2^3) = 3^{11} \cdot (5 + 4 \cdot 3) : 3^9 \cdot (5^2 - 2^3) = 3^{11} \cdot 17 : 3^9 \cdot 17 = 9$$

$$b) Q = 14 \cdot 29 + 14 \cdot 71 + (1 + 2 + 3 + \dots + 99) \cdot (199199 \cdot 198 - 198198 \cdot 109)$$

$$= 14 \cdot (29 + 71) + (1 + 2 + 3 + \dots + 99) \cdot 0 = 1400$$

Câu 82. (Đề thi HSG 6 Nghi Lộc 2019-2020)

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$$

$$b) 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 8 - 1.2.3 \dots 7 \cdot 8^2$$

$$c) \frac{(3 \cdot 4 \cdot 2^{16})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9}$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

Lời giải

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$$

$$b) 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 7 \cdot 8 - 1.2.3 \dots 7 \cdot 8^2 = 1.2.3 \dots 7 \cdot 8 \cdot (9 - 1 - 8) = 1.2.3 \dots 7 \cdot 8 \cdot 0 = 0$$

$$c) \frac{(3 \cdot 4 \cdot 2^{16})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9} = \frac{(3 \cdot 2^2 \cdot 2^{16})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot (2^2)^{11} - (2^4)^9} = \frac{3^2 \cdot (2^{18})^2}{11 \cdot 2^{13} \cdot 2^{22} - 2^{36}}$$

$$= \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{11 \cdot 2^{35} - 2^{36}} = \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{2^{35} \cdot (11 - 2)} = \frac{3^2 \cdot 2}{9} = 2$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

$$= 1152 - 374 - 1152 + -65 + 374$$

$$= (1152 - 1152) + (374 - 374) - 65 = -65$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

$$=13-(12-11-10+9)+(8-7-6+5)-(4-3-2-1)=13$$

Câu 83. (Đề thi HSG 6 Nghi Phú 2018- 2019)

a) Rút gọn phân số sau: $\frac{2^3.3^3.5^3.7.8}{3.2^4.5^3.14}$

b) Tính $B=14:\left(4\frac{1}{12}-2\frac{5}{8}\right)+14.\frac{1}{4}.\frac{2}{3}$

Lời giải

a) 18 b) $11\frac{14}{15}$

Câu 84. (Đề thi HSG 6 Thanh Chương 2018- 2019)

Thực hiện phép tính: $\frac{2181.729+243.81.27}{3^2.9^2.234+18.54.162.9+723.729}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{2181.729+243.3.81.9}{3^2.9^2.234+9^3.2.6.162+723.729} &= \frac{2181.729+729^2}{729.234+729.1944+723.729} \\ &= \frac{729.(2181+729)}{729.(234+1944+723)} = \frac{729.2910}{729.2901} = \frac{970}{967} \end{aligned}$$

Câu 85. (Đề thi HSG 6)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{193}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} + \frac{3}{193}}$

b) Tính nhanh: $1+3-5-7+9+11-.....-397-399$

Lời giải

a) $A = \frac{2.\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293}\right)}{3.\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293}\right)} = \frac{2}{3}$

b) $1+3-5-7+9+11-....-397-399$

$$=1+(3-5-7+9)+....+(395-397-399+401)-401$$

$$=1+0+.....+0-401=-401$$

Câu 86. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên 2017-2018)

Tính giá trị của biểu thức (hợp lý nếu có thể)

a) $53.39+47.39-53.21-47.21$

$$b) \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$$

Lời giải

$$a) 53.(39-21) + 47.(39-21) = 18.(53+47) = 18.100 = 1800$$

$$b) = 7. \left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28} \right)$$

$$= 7. \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28} \right) = 7. \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{28} \right) = \frac{13}{4}$$

Câu 87. (Đề thi HSG 6)

Thực hiện các phép tính:

$$a) S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + + 99.100$$

$$b) [528:(19,3-15,3)] + 42.(128+75-32) - 7314$$

Lời giải

$$a) S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + + 99.100$$

$$3S = 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + + 99.100.(101-98)$$

$$= 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + + 99.100.101 - 98.99.100$$

$$\Rightarrow S = 99.100.101:3 = 333300$$

$$b) [528:(19,3-15,3)] + 42.(128+75-32) - 7314$$

$$= (528:4) + 42.171 - 7314 = 121 + 7182 - 7314 = 0$$

Câu 88. (Đề thi HSG 6)

Không quy đồng hãy tính hợp lý các tổng sau:

$$a) A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$$

$$b) B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + + \frac{-1}{90} = - \left(\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + + \frac{1}{9.10} \right)$$

$$= - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) = - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10} \right) = \frac{-3}{20}$$

$$b) B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4} = 7. \left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28} \right)$$

$$= 7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28} \right) = 7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{28} \right) = 3 \frac{1}{4}$$

Câu 89. (Đề thi HSG 6)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \cdot \dots \cdot (-1)^{2010} \cdot (-1)^{2011}$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$$

$$c) C = \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} \text{ biết } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$$

Lời giải

$$a) -1 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-1) = -1$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90} \right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} \right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) = 39$$

$$c) \text{ Đặt } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow C = \pm 4$$

Câu 90. (Đề thi HSG 6 THCS Kim Trực- Kim Bài 2017-2018)

$$\text{Cho } a, b, c, d \neq 0 \text{ biết } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}. \text{ Tính } C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a}$$

Lời giải

$$\text{Đặt } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$$

$$\Rightarrow C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} = \pm 4$$

Câu 91. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên 2017-2018)

Tính nhanh

$$A = 3.136.8 + 4.14.6 - 14.150$$

$$B = \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{-5}{9} - \frac{4}{9} : \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{8}{33}$$

Lời giải

$$A = 24.136 + 24.14 - 14.150 = 24.(136 + 14) - 14.150$$

$$= 24.150 - 14.150 = 10.150 = 150.(24 - 14) = 150.10 = 1500$$

$$B = \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{11}{4} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \right) \cdot \frac{8}{33} = -\frac{11}{4} \cdot 1 \cdot \frac{8}{33} = -\frac{2}{3}$$

Câu 92. (Đề thi HSG 6 huyện 2018 - 2019)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \dots (-1)^{2010} \cdot (-1)^{2011}$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$$

$$c) C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} \text{ biết } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$$

Lời giải

$$a) -1 \cdot 1 \cdot (-1) \dots (-1) \cdot 1 \cdot (-1) = -1$$

$$b) B = 70 \cdot \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90} \right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} \right) = 70 \cdot 13 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) = 39$$

$$c) \text{ Đặt } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow C = \pm 4$$

Câu 93. (Đề thi HSG 6 huyện Bá Thước 2018 - 2019)

$$\text{Tính: } a) 4 \cdot 5^2 - 3 \cdot (24 - 9) \quad b) 7 + 6 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \quad c) \frac{2^5 \cdot 7 + 2^5}{2^5 \cdot 5^2 - 2^5 \cdot 3}$$

Lời giải

$$a) 55 \quad b) \frac{17}{2} \quad c) \frac{2^5 \cdot (7+1)}{2^5 \cdot (25-3)} = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$$

Câu 94. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên 2018 - 2019)

$$a. \text{ Rút gọn phân số sau: } \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2^4 \cdot 5^3 \cdot 14}$$

$$b. \text{ Tính } B = 14 : \left(4 \frac{1}{12} - 2 \frac{5}{8} \right) + 14 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$$

Lời giải

$$a. \text{ Kết quả : } 18$$

$$b. \text{ Kết quả : } 11 \frac{14}{15}$$

Câu 95. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên 20... - 20...)

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$$

$$b) 1.2.3 \dots 2013 - 1.2.3 \dots 2012 - 1.2.3 \dots 2012^2$$

$$c) \left(\frac{5}{12} + 1 \frac{4}{3} - 0,25 \right) : \frac{5}{8} + 0,75$$

Lời giải

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$$

$$b) 1.2.3....2013 - 1.2.3....2012 - 1.2.3....2012^2 = 1.2.3....2012 \cdot (2013 - 1 - 2012) = 1.2.3....2012 \cdot 0 = 0$$

$$c) \left(\frac{5}{12} + \frac{7}{3} - \frac{1}{4} \right) : \frac{5}{8} + \frac{3}{4} = \frac{5+28-3}{12} \cdot \frac{8}{5} + \frac{3}{4} = \frac{15}{6} \cdot \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{19}{4}$$

Câu 96. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên 20... - 20...)

Tính nhanh:

$$A = 35 \cdot (34 + 86) + 65 \cdot (75 + 45)$$

$$B = \frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} : \frac{2 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right)}$$

Lời giải

$$A = 35 \cdot (34 + 86) + 65 \cdot (75 + 45) = 120 \cdot (35 + 65) = 120 \cdot 100 = 12\,000$$

$$B = \frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} : \frac{2 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right)} = \frac{2}{7} : \frac{2}{7} = 1$$

Câu 97. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên 2019-2020)

Thực hiện phép tính

$$a) (1^2 + 2^2 + 3^2 + + 2012^2) \cdot (91 - 273 : 3)$$

$$b) (-284) \cdot 172 + (-284) \cdot (-72)$$

$$c) \frac{1}{5} + \frac{-1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{-1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{8} + \frac{-1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{-1}{5}$$

Giải

$$a) (1^2 + 2^2 + 3^2 + + 2012^2) \cdot 0 = 0$$

$$b) (-284) \cdot (172 - 72) = -28400$$

$$c) \left(\frac{1}{5} + \frac{-1}{5} \right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{-1}{6} \right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{-1}{7} \right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{-1}{8} \right) + \frac{1}{9} = \frac{1}{9}$$

Câu 98. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên 2015-2016)

Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể)

$$A = 21 \cdot 7^2 - 11 \cdot 7^2 + 90 \cdot 7^2 + 49 \cdot 125 \cdot 16$$

Giải

$$A = 7^2 \cdot (21 - 11 + 90 + 125 \cdot 16) = 49 \cdot 2100 = 102900$$

Câu 99. (Đề thi HSG 6 huyện Thủy Nguyên)

Tính nhanh

$$A = 6.4.57 + 12.29.2 + 3.14.8$$

Giải

$$A = 24.57 + 24.29 + 24.14 = 24.(57 + 29 + 14) = 24.100 = 2400$$

Câu 100. (Đề thi HSG 6 Trường THCS Nguyễn Khuyến 2017-2018)

Tính giá trị biểu thức sau:

$$B = \frac{2a}{5b} + \frac{5b}{6c} + \frac{6c}{7d} + \frac{7d}{2a} \text{ biết } \frac{2a}{5b} = \frac{5b}{6c} = \frac{6c}{7d} = \frac{7d}{2a} \text{ và } a; b; c; d \neq 0$$

Giải

$$\text{Đặt } \frac{2a}{5b} = \frac{5b}{6c} = \frac{6c}{7d} = \frac{7d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{5b} \cdot \frac{5b}{6c} \cdot \frac{6c}{7d} \cdot \frac{7d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 \Rightarrow k = \pm 1$$

$$\Rightarrow C = \frac{2a}{5b} + \frac{5b}{6c} + \frac{6c}{7d} + \frac{7d}{2a} = \pm 4$$

Câu 101. (Đề thi HSG 6 Năm 2019-2020)

Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$$

$$b) \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$$

$$c) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

Giải

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$$

$$b) \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9} = \frac{(3.2^2.2^{16})^2}{11.2^{13} \cdot (2^2)^{11} - (2^4)^9} = \frac{3^2 \cdot (2^{18})^2}{11.2^{13} \cdot 2^{22} - 2^{36}}$$

$$= \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{11.2^{35} - 2^{36}} = \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{2^{35} \cdot (11 - 2)} = \frac{3^2 \cdot 2}{9} = 2$$

$$c) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374) = 1152 - 374 - 1152 + -65 + 374$$

$$= (1152 - 1152) + (374 - 374) - 65 = -65$$

Câu 102. (Đề HSG Toán 6 huyện Tam Dương 2018-2019)

Cho $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2012}$; $B = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2012}$.

Tính $\left(\frac{A}{B}\right)^{2013}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2012} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012} - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1006}\right) \\ &= \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2012} = B \end{aligned}$$

Suy ra: $\frac{A}{B} = 1 \Rightarrow \left(\frac{A}{B}\right)^{2013} = 1^{2013} = 1$ Vậy $\left(\frac{A}{B}\right)^{2013} = 1$

Câu 103. (Đề HSG Toán 6_Tam Dương_2018-2019)

Thực hiện phép tính:

a) $S = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \dots + \frac{61}{(30.31)^2}$

b) $B = 1 \cdot \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{3}{19} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{15} + \frac{4}{4} + \frac{4}{2013}}{5 + \frac{5}{15} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2013}} \right) \cdot \frac{12424243}{237373735}$

Lời giải

Ta có: $\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$; với $n \in \mathbb{N}^*$

Do đó:

$$S = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{30^2} - \frac{1}{31^2}\right) = 1 - \frac{1}{31^2} = \frac{31^2 - 1}{31^2} = \frac{960}{961}$$

a) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= 1 \cdot \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{3}{19} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{15} + \frac{4}{4} + \frac{4}{2013}}{5 + \frac{5}{15} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2013}} \right) \cdot \frac{12424243}{237373735} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left[\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)} ; \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2013}\right)}{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2013}\right)} \right] \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \end{aligned}$$

$$= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3$$

Câu 104. (Đề HSG Toán 6 huyện Tam Đảo 2019-2020)

Tính a) $4,32 + 0,08 + 0,02 + 0,53$ b) $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$

Lời giải

a) $4,32 + 0,08 + 0,02 + 0,53 = 4,95$

b) $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot 0 = 0$

Câu 105. (Đề HSG Toán 6 huyện Nga Sơn 2018-2019)

Tính nhanh:

a) $\frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}$ b) $\left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$

Lời giải

a) $\frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15} = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{13} + \frac{7}{13} \cdot \frac{8}{15}$
 $= \frac{7}{13} \cdot \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15}\right) = \frac{7}{13} \cdot \left(1 - \frac{5}{12}\right) = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{156}$

b) $\left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$
 $= \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201}\right) \cdot \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201}\right) \cdot 0 = 0$

Câu 106. Đề HSG Toán 6 huyện 2018-2019

Chứng minh rằng:

a) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}$

b) $\frac{51}{2} \cdot \frac{52}{2} \dots \frac{100}{2} = 1.3.5 \dots 99$

Lời giải

a) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200}$
 $= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{199} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200}\right)$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200}\right)$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}\right)$

$$= \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{200}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} 1.3.5.....99 &= \frac{(1.3.5.....99).(2.4.6....100)}{(2.4.6....100)} = \frac{1.2.3.....99.100}{(1.2).(2.2)....(2.50)} \\ &= \frac{1.2.3.....99.100}{(1.2.3.....50).\underbrace{2.2.2.2.....2}_{50 \text{ thừa số } 2}} = \frac{51.52.53.....99.100}{\underbrace{2.2.2.2.....2}_{50 \text{ thừa số } 2}} = \frac{51}{2} \cdot \frac{52}{2} \cdot \frac{53}{2} \dots \frac{100}{2} \end{aligned}$$

Câu 107. (Đề HSG Toán 6 trường Liên Châu)

Chứng minh rằng: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{1999}} > 1000$

Lời giải

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{1999}} &= 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} \right) + \left(\frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2^3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{1998} + 1} + \dots + \frac{1}{2^{1999}} \right) \\ &> 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} \cdot 2 + \dots + \frac{1}{2^{1999}} \cdot 2^{1998} = 1 + \frac{1}{2} \cdot 1999 = 1000,5 > 1000 \end{aligned}$$

Câu 108. (Đề HSG Toán 6 huyện Hải Hậu)

Tính (một cách hợp lý)

a) $143.(57 - 36) - 57.(143 - 36)$

b) $24^4 : 3^4 - 32^{12} : 16^{12}$

Lời giải

a) $143.(57 - 36) - 57.(143 - 36)$

$$= 143.57 - 143.36 - 143.57 + 57.36$$

$$= 36.(-143 + 57) = 36.(-96) = -3096$$

b) $24^4 : 3^4 - 32^{12} : 16^{12} = (8.3)^4 : 3^4 - (16.2)^{12} : 16^{12}$

$$= 8^4 - 2^{12} = 2^{12} - 2^{12} = 0$$

Câu 109. (Đề HSG Toán 6 huyện Anh Sơn)

Thực hiện phép tính

a) $-32.56 - 32.25 - 32.19$

b) $2^4.5 - [131 - (13 - 4)^2]$

c) $\frac{9^3.25^3}{18^2.125^2}$

Lời giải

a) $-32.56 - 32.25 - 32.19 = -32.(56 + 25 + 19) = -32.100 = -3200$

b) $2^4.5 - [131 - (13 - 4)^2] = 16.5 - [131 - 9^2] = 80 - [131 - 81] = 30$

c) $\frac{9^3.25^3}{18^2.125^2} = \frac{3^6.5^6}{2^2.3^4.5^6} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

Câu 110. (Đề HSG Toán 6 huyện Hoài Nhơn 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

$$E = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+3+\dots+200)$$

Lời giải

Ta có: $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

nên $E = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+3+\dots+200)$
 $= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{200} \cdot \frac{200 \cdot 201}{2} = 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{201}{2}$

Ta có: $E + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{201}{2} = \frac{1}{2}(1+2+4+\dots+201)$

Hay $E = \frac{1}{2}(1+2+4+\dots+201) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{201 \cdot 202}{2} - \frac{1}{2} = 10150$

Vậy $E = 10150$

Câu 111. (Đề HSG Toán 6 huyện Lâm Thao 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức sau:

$$B = \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right)$$

Lời giải

Ta đặt: $X = 2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020}$

$$= - \left(\frac{1}{4} - 1 + \frac{2}{5} - 1 + \frac{3}{6} - 1 + \frac{4}{7} - 1 + \dots + \frac{2017}{2020} - 1 \right)$$

$$= - \left(\frac{-3}{4} + \frac{-3}{5} + \frac{-3}{6} + \frac{-3}{7} + \dots + \frac{-3}{2020} \right) = 3 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right)$$

$$Y = \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right)$$

Ta có $B = X : Y = 3 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right) : \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right) = 15$

Vậy $B = 15$

Câu 112. (Đề HSG Toán 6 huyện 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức:

a) $A = \frac{4}{7} + \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{7} \cdot \frac{5}{2}$

b) $B = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 - \frac{1}{5} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \right)$

$$c) C = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a+1}\right) \quad (a \in \mathbb{N}^*)$$

Lời giải

$$a) A = \frac{1}{7} \left(4 + \frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right) = \frac{1}{7} \cdot \frac{13}{6} = \frac{13}{42}$$

$$b) B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$c) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a+1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a}{a+1} = \frac{1}{a+1}$$

Câu 113. (Đề HSG 6 Liên Châu năm 2018 – 2019)

Tính giá trị biểu thức

$$A = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4 \cdot \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53}\right)}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

Lời giải

$$A = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4 \cdot \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53}\right)}{\left(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53}\right)} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}} = -1 \frac{1}{5} \cdot 4 : \frac{4}{5} = -6$$

Câu 114. (Đề HSG Toán 6)

$$\text{Tính } A = [-2008.57 + 1004.(-86)] : [32.74 + 16.(-48)]$$

Lời giải

$$A = [-2008.57 + 1004.(-86)] : [32.74 + 16.(-48)]$$

$$= -125,5$$

Câu 115. (Đề HSG 6 huyện Vĩnh Tường 2019 – 2020)

$$\text{Rút gọn: } A = \frac{9^{14} \cdot 25^5 \cdot 8^7}{18^{12} \cdot 625^3 \cdot 24^3}$$

Lời giải

$$A = \frac{9^{14} \cdot 25^5 \cdot 8^7}{18^{12} \cdot 625^3 \cdot 24^3} = \frac{9^{14} \cdot 5^{10} \cdot 8^7}{9^{12} \cdot 2^{12} \cdot 5^{12} \cdot 8^3 \cdot 3^3} = \frac{3}{25}$$

Câu 116. (Đề HSG 6 Trường THCS Nghi Phú 2018 – 2019)

$$a) \text{ Rút gọn phân số sau: } \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2^4 \cdot 5^3 \cdot 14}$$

$$b) \text{ Tính } B = 14 : \left(4 \frac{1}{12} - 2 \frac{5}{8}\right) + 14 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$$

Lời giải

$$a) \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2^4 \cdot 5^3 \cdot 14} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2^4 \cdot 5^3 \cdot 2 \cdot 7} = 18$$

$$b) B = 14 : \left(4\frac{1}{12} - 2\frac{5}{8} \right) + 14 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = 11\frac{14}{15}$$

Câu 117. (Đề HSG Cấp Trường)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) 2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2]$$

$$b) \frac{-3}{5} + \frac{28.43}{5.56} + \frac{28.5}{5.24} - \frac{28.21}{5.63}$$

Lời giải

$$a) 2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2] = 16 \cdot 5 - (131 - 9^2) = 80 - 50 = 30$$

$$b) \frac{-3}{5} + \frac{28.43}{5.56} + \frac{28.5}{5.24} - \frac{28.21}{5.63} = -\frac{3}{5} + \frac{28}{5} \cdot \left(\frac{129}{168} + \frac{35}{168} - \frac{56}{168} \right) \\ = -\frac{3}{5} + \frac{28}{5} \cdot \frac{108}{168} = -\frac{3}{5} + \frac{18}{5} = 3$$

Câu 118. (Đề HSG Cấp Trường)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \left(\frac{136}{15} - \frac{28}{5} + \frac{62}{10} \right) \cdot \frac{21}{24}$$

$$b) [528 : (19,3 - 15,3)] + 42(128 + 75 - 32) - 7314$$

$$c) \frac{5}{6} + 6\frac{5}{6} \cdot \left(11\frac{5}{20} - 9\frac{1}{4} \right) : 8\frac{1}{3}$$

Lời giải

$$a) \left(\frac{136}{15} - \frac{28}{5} + \frac{62}{10} \right) \cdot \frac{21}{24} = \left(\frac{272}{30} - \frac{168}{30} + \frac{186}{30} \right) \cdot \frac{21}{24} = \frac{29}{3} \cdot \frac{7}{8} = \frac{203}{24}$$

$$b) [528 : (19,3 - 15,3)] + 42(128 + 75 - 32) - 7314$$

$$= (528 : 4) + 42 \cdot 171 - 7314 = 132 + 7182 - 7314 = 0$$

$$c) \frac{5}{6} + 6\frac{5}{6} \cdot \left(11\frac{5}{20} - 9\frac{1}{4} \right) : 8\frac{1}{3}$$

$$= \frac{5}{6} + \frac{41}{6} \cdot \left(11\frac{1}{4} - 9\frac{1}{4} \right) : \frac{25}{3} = \frac{5}{6} + \frac{41}{6} \cdot 2 \cdot \frac{3}{25} = \frac{5}{6} + \frac{41}{25} = \frac{371}{150}$$

$$= 1152 - 374 - 1152 + -65 + 374$$

$$= (1152 - 1152) + (374 - 374) - 65 = -65$$

Câu 119. (Đề HSG 6 năm 2019 – 2020)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) B = 70. \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090} \right)$$

$$b) C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} \text{ biết } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$$

Lời giải

$$a) B = 70. \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90} \right) = 70.13. \left(\frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} \right) = 70.13. \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) = 39$$

$$b) \text{ Đặt } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có: } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \Rightarrow C = \pm 4$$

Câu 120. (Đề thi HSG 6 2018-2019)

$$a) \text{ Tính nhanh: } \frac{1978.1979 + 1980.21 + 1958}{1980.1979 - 1978.1979}$$

$$b) \text{ Rút gọn } \frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^{12}}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) \frac{1978.1979 + 1980.21 + 1958}{1980.1979 - 1978.1979} &= \frac{1978.1979 + 1979.21 + 21 + 1958}{1979.(1980 - 1978)} \\ &= \frac{1979.(1978 + 21) + 21 + 1958}{1979.2} = \frac{1979.(1978 + 21 + 1)}{1979.2} = \frac{1979.2000}{1979.2} = 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^{12}}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3} &= \frac{5^2 \cdot (2.3)^{11} \cdot (2^4)^2 + (2.3)^2 \cdot (2^2.3)^6 \cdot (3.5)^5}{2 \cdot (2.3)^{12} \cdot (2.5)^{14} - (3^4)^2 \cdot (2^6.3.5)^3} \\ &= \frac{5^2 \cdot 2^{19} \cdot 3^{11} + 2^{14} \cdot 3^{10} \cdot 5^3}{2^{17} \cdot 5^4 \cdot 3^{12} - 3^{11} \cdot 2^{18} \cdot 5^3} = \frac{5^2 \cdot 3^{10} \cdot 2^{14} \cdot (2^5 \cdot 3 + 5)}{2^{17} \cdot 5^3 \cdot 3^{11} \cdot (5 \cdot 3 - 2)} = \frac{2^5 \cdot 3 + 5}{2^3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 12} = \frac{101}{1440} \end{aligned}$$

Câu 121. (Đề thi HSG 6 2019-2020)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) 2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2]$$

$$b) \frac{-3}{5} + \frac{28.43}{5.56} + \frac{28.5}{5.24} - \frac{28.21}{5.63}$$

Lời giải

$$a) 16.5 - (131 - 9^2) = 80 - 50 = 30$$

$$\begin{aligned} b) \frac{-3}{5} + \frac{28}{5} \cdot \left(\frac{43}{56} + \frac{5}{24} - \frac{1}{3} \right) &= -\frac{3}{5} + \frac{28}{5} \cdot \left(\frac{129}{168} + \frac{35}{168} - \frac{56}{168} \right) \\ &= -\frac{3}{5} + \frac{28}{5} \cdot \frac{108}{168} = -\frac{3}{5} + \frac{18}{5} = 3 \end{aligned}$$

Câu 122. (Đề thi HSG 6 2019-2020)

Thực hiện phép tính

- a) $\left(\frac{136}{15} - \frac{28}{5} + \frac{62}{10}\right) \cdot \frac{21}{24}$
b) $[528 : (19,3 - 15,3)] + 42(128 + 75 - 32) - 7314$
c) $\frac{5}{6} + 6\frac{5}{6} \cdot \left(11\frac{5}{20} - 9\frac{1}{4}\right) : 8\frac{1}{3}$

Lời giải

- a) $\left(\frac{272}{30} - \frac{168}{30} + \frac{186}{30}\right) \cdot \frac{21}{24} = \frac{29}{3} \cdot \frac{7}{8} = \frac{203}{24}$
b) $(528 : 4) + 42 \cdot 171 - 7314 = 132 + 7182 - 7314 = 0$
c) $\frac{5}{6} + \frac{41}{6} \cdot \left(11\frac{1}{4} - 9\frac{1}{4}\right) : \frac{25}{3} = \frac{5}{6} + \frac{41}{6} \cdot 2 \cdot \frac{3}{25} = \frac{5}{6} + \frac{41}{25} = \frac{371}{150}$

Câu 123. (Đề thi HSG 6 2018-2019)

Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{2181.729 + 243.81.27}{3^2.9^2.234 + 18.54.162.9 + 723.729}$
b) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$
c) $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$
d) $\frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

Lời giải

- a) $\frac{2181.729 + 243.81.27}{3^2.9^2.243 + 9^3.2.6.162 + 723.729} = \frac{2181.729 + 729^2}{729.243 + 729.1944 + 723.729}$
 $= \frac{729.(2181 + 729)}{729.(243 + 1944 + 723)} = \frac{729.2910}{729.2910} = 1$
b) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$
 $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$
c) $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} = \frac{99}{100} < 1$
d) $\frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{2^{29}.3^{18} \cdot (5.2 - 3)}{2^{28}.3^{18} \cdot (5.3 - 7.2)} = 2$

Câu 124. (Đề thi HSG 6 huyện Việt Yên 2019-2020)

Tính:

- a) $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + \dots + 2013 + 2014 - 2015 - 2016$
b) $B = \frac{2.4.10 + 4.6.8 + 14.16.20}{3.6.15 + 6.9.12 + 21.24.30}$

Lời giải

- a) $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + \dots + 2013 + 2014 - 2015 - 2016$

Tính được số hạng của A là: $(2016 - 1) : 1 + 1 = 2016$ (số hạng)

Nhóm 4 số hạng liên tiếp vào 1 nhóm:

$$A = (1+2-3-4) + (5+6-7-8) + \dots + (2013+2014-2015-2016) \\ = \underbrace{-4 + (-4) + \dots + (-4)}_{\text{có 504 số}} = -4.504 = -2016$$

Vậy $A = -2016$

$$B = \frac{2.4.10 + 4.6.8 + 14.16.20}{3.6.5 + 6.9.12 + 21.24.30} = \frac{8.(1.2.5 + 2.3.4 + 7.8.10)}{27.(1.2.5 + 2.3.4 + 7.8.10)} = \frac{8}{27}$$

Vậy $B = \frac{8}{27}$

Câu 125. (Đề thi HSG 6 THCS Xuân Dương 2019-2020)

Tính nhanh $A = 3.136.8 + 4.14.6 - 14.150$ và $B = \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{8}{33}$

Lời giải

$$A = 24.136 + 24.14 - 14.150 = 24.(136 + 14) - 14.150 \\ = 24.150 - 14.150 = 10.150 = 150.(24 - 14) = 150.10 = 1500$$

$$B = \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{11}{4} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot 1 \cdot \frac{8}{33} = \frac{2}{3}$$

Câu 126. (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Mai 2019-2020)

Tính nhanh: $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

Lời giải

$$A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{2.(1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45)}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1}{2}$$

Câu 127. (Đề thi HSG 6 THCS Phương Trung 2018-2019)

Tính $\frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

Lời giải

$$\frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{2^{29}.3^{18} \cdot (5.2 - 3^2)}{2^{28}.3^{18} \cdot (5.3 - 7.2)} = 2$$

Câu 128. (Đề thi HSG 6 THCS Anh Sơn 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

a) $-32.56 - 32.25 - 32.19$

b) $2^4.5 - [131 - (13 - 4)^2]$

c) $\frac{9^3.25^3}{18^2.125^2}$

Lời giải

a) $-32.56 - 32.25 - 32.19 = -32.(56 + 25 + 19) = -32.100 = -3200$

$$b) 2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2] = 16 \cdot 5 - [131 - 9^2] = 80 - [131 - 81] = 30$$

$$c) \frac{9^3 \cdot 25^3}{18^2 \cdot 125^2} = \frac{3^6 \cdot 5^6}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^6} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

Câu 129. (Đề thi HSG 6 huyện 2018-2019)

Thực hiện tính:

$$a) A = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{2013} \cdot (1+2+\dots+2013)$$

$$b) B = \frac{1-3}{1 \cdot 3} + \frac{2-4}{2 \cdot 4} + \frac{3-5}{3 \cdot 5} + \frac{4-6}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{2011-2013}{2011 \cdot 2013} + \frac{2012-2014}{2012 \cdot 2014} - \frac{2013 \cdot 2014}{2013 \cdot 2014}$$

Lời giải

$$a) 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\Rightarrow A = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{2013} \cdot \frac{2013 \cdot 2014}{2} = 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{2014}{2}$$

$$A + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{2014}{2} = \frac{1}{2} \cdot (1+2+3+\dots+2014)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (1+2+3+\dots+2014) - \frac{1}{2} = 1014552$$

$$b) B = -2 \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2013} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2012 \cdot 2014} \right) - \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}$$

$$\text{Thay: } \begin{cases} \frac{1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right); \frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right); \dots; \frac{1}{2011 \cdot 2013} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2011} - \frac{1}{2013} \right) \\ \frac{1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right); \frac{1}{4 \cdot 6} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right); \dots; \frac{1}{2012 \cdot 2014} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2012} - \frac{1}{2014} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = - \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2013} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012} - \frac{1}{2014} \right) - \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}$$

$$B = -\frac{3}{2}$$

Câu 130. (Đề thi HSG 6 huyện 2018-2019)

$$a) \text{ Rút gọn } A = \frac{7 \cdot 9 + 14 \cdot 27 + 21 \cdot 36}{21 \cdot 27 + 42 \cdot 81 + 63 \cdot 108}$$

$$b) \text{ Tính } B = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{7 \cdot 9 + 14 \cdot 27 + 21 \cdot 36}{21 \cdot 27 + 42 \cdot 81 + 63 \cdot 108} = \frac{7 \cdot 9 \cdot (1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4)}{21 \cdot 27 \cdot (1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4)} = \frac{7 \cdot 9}{21 \cdot 27} = \frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned}
b) B &= \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400} \\
&= \frac{5}{28} + \frac{5}{70} + \frac{5}{130} + \dots + \frac{5}{700} = \frac{5}{4.7} + \frac{5}{7.10} + \frac{5}{10.13} + \dots + \frac{5}{25.28} \\
&= \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \frac{3}{10.13} + \dots + \frac{3}{25.28} \right) \\
&= \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right) \\
&= \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{28} \right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{28} = \frac{5}{14}
\end{aligned}$$

Câu 131. (Đề thi HSG 6 huyện Bình Thuận 2018-2019)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{31} \cdot \left[\frac{31}{5} \cdot \left(9 - \frac{1}{2} \right) - \frac{17}{2} \cdot \left(4 + \frac{1}{5} \right) \right] + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{930}$

b) Tính giá trị của biểu thức B biết: $B^2 = c \cdot (a - b) - b(a - c)$ và $a = -50, b - c = 2$

Lời giải

$$a) A = \frac{1}{31} \cdot \left[\frac{31}{5} \cdot \left(9 - \frac{1}{2} \right) - \frac{17}{2} \cdot \left(4 + \frac{1}{5} \right) \right] + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{930}$$

$$M = \frac{1}{31} \cdot \left[\frac{31}{5} \cdot \left(9 - \frac{1}{2} \right) - \frac{17}{2} \cdot \left(4 + \frac{1}{5} \right) \right] = \frac{1}{31} \cdot \left(\frac{31}{5} \cdot \frac{17}{2} - \frac{17}{2} \cdot \frac{21}{5} \right) = \frac{17}{31} \cdot \left(\frac{31 - 21}{10} \right) = \frac{17}{31}$$

$$N = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{930} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{30.31}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{30} - \frac{1}{31} = 1 - \frac{1}{31} = \frac{30}{31}$$

$$A = M + N = \frac{17}{31} + \frac{30}{31} = \frac{47}{31}$$

b) $B^2 = c \cdot (a - b) - b(a - c) = ca - cb - ba + bc = ca - ba = a(c - b)$

thay $a = -50; b - c = 2 \Rightarrow B^2 = -50 \cdot (-2) = 100 \Rightarrow B = 10$

Câu 132. (Đề thi HSG 6 huyện Hoàng Hóa 2018-2019)

Tính giá trị của các biểu thức:

a) $A = -37 + 54 + (-70) + (-163) + 246$

b) $B = 125 \cdot (-61) \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^{2n} (n \in \mathbb{N}^*)$

c) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - \dots + 2014 - 2015 - 2016 + 2017 + 2018$

d) $D = \frac{3^2}{2.5} + \frac{3^2}{5.8} + \frac{3^2}{8.11} + \frac{3^2}{11.14} + \frac{3^2}{14.17}$

Lời giải

$$A = -37 + 54 + (-70) + (-163) + 246 = (54 + 246) + [(-37) + (-163)] + (-70)$$

$$= 300 + (-200) + (-70) = 30$$

$$B = 125 \cdot (-61) \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^{2a} = 125 \cdot 8 \cdot 61 \cdot 1 = 61000$$

$$C = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - \dots + 2014 - 2015 - 2016 + 2017 + 2018$$

$$= 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + \dots + (2014 - 2015 - 2016 + 2017) + 2018$$

$$= 1 + 2018 = 2019$$

$$D = \frac{3^2}{2.5} + \frac{3^2}{5.8} + \frac{3^2}{8.11} + \frac{3^2}{11.14} + \frac{3^2}{14.17} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} \right) = 3 \cdot \frac{15}{34} = \frac{45}{34}$$

Câu 133. (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Mai 2019-2020)

a) Tính nhanh: $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

b) Cho $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006}$. Tìm x để $2A + 3 = 3^x$

Lời giải

a) $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{2 \cdot (1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45)}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1}{2}$

b) $3A = 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2007} \Rightarrow 3A - A = 3^{2007} - 3 \Rightarrow 2A = 3^{2007} - 3$

$2A + 3 = 3^{2007} - 3 + 3 = 3^{2007} = 3^x \Rightarrow x = 2007$

Câu 134. (Đề thi HSG 6 huyện 2018-2019)

Cho $A = 5^{50} - 5^{48} + 5^{46} - 5^{44} + \dots + 5^6 - 5^4 + 5^2 - 1$

a) Tính A

b) Tìm số tự nhiên n biết $26A + 1 = 5^n$

c) Tìm số dư trong phép chia A cho 100.

Lời giải

a) $A = 5^{50} - 5^{48} + 5^{46} - 5^{44} + \dots + 5^6 - 5^4 + 5^2 - 1$

$\Rightarrow 25A = 5^2 \cdot (5^{50} - 5^{48} + 5^{46} - 5^{44} + \dots + 5^6 - 5^4 + 5^2 - 1)$

$= 5^{52} - 5^{50} + 5^{48} - 5^{46} + \dots + 5^8 - 5^6 + 5^4 - 5^2$

$\Rightarrow 25A + A = 5^{52} - 1 \Rightarrow A = \frac{5^{52} - 1}{26}$

b) Ta có: $26A + 1 = 5^n$ mà $26A = 5^{52} - 1$ nên $5^{52} - 1 + 1 = 5^n \Rightarrow n = 52$

c) $A = 5^{50} - 5^{48} + 5^{46} - 5^{44} + \dots + 5^6 - 5^4 + 5^2 - 1$ (có 26 số hạng)

$= (5^{50} - 5^{48}) + (5^{46} - 5^{44}) + \dots + (5^6 - 5^4) + (5^2 - 1)$

$= 5^{48} \cdot (5^2 - 1) + 5^{44} \cdot (5^2 - 1) + \dots + 5^4 \cdot (5^2 - 1) + (5^2 - 1)$

$= 5^{48} \cdot 24 + 5^{44} \cdot 24 + \dots + 5^4 \cdot 24 + 24$

$= 5^{46} \cdot 25 \cdot 24 + 5^{42} \cdot 25 \cdot 24 + \dots + 5^2 \cdot 25 \cdot 24 + 24$

$= 6 \cdot 100 \cdot (5^{46} + 5^{42} + \dots + 5^2) + 24$

Suy ra A chia cho 100 dư 24.

Câu 135. (Đề thi HSG 6 huyện Lâm Thao 2019-2020)

Tính giá trị biểu thức sau:

$$B = \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right)$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
B &= \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right) \\
&= \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) = \left[(1+1+1+\dots+1) + \left(-\frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) \right] \\
&= \left(1 - \frac{1}{4} \right) + \left(1 - \frac{2}{5} \right) + \left(1 - \frac{3}{6} \right) + \left(1 - \frac{4}{7} \right) + \dots + \left(1 - \frac{2017}{2020} \right) = \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{3}{6} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{3}{2020} \\
&= 3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right) \\
&\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} = \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{5.2020} \\
&= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right) \\
\text{Vậy } B &= \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020} \right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} \right) \\
&= \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right)}{\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020} \right)} = 15
\end{aligned}$$

Câu 136. (Đề thi HSG 6 huyện Thạch Thành 2018-2019)

Tìm các số tự nhiên a, b thỏa mãn: $(100a + 3b + 1)(2^a + 10a + b) = 225$

Lời giải

Ta có: $(100a + 3b + 1)(2^a + 10a + b) = 225$ (1)

Vì 225 lẻ nên $\begin{cases} 100a + 3b + 1 \\ 2^a + 10a + b \end{cases}$ cùng lẻ (2)

*) Với $a = 0$:

$$(1) \Leftrightarrow (100 \cdot 0 + 3b + 1)(2^0 + 10 \cdot 0 + b) = 225 \Rightarrow (3b + 1)(1 + b) = 225 = 3^2 \cdot 5^2$$

Vì $3b + 1$ chia cho 3 dư 1 và $3b + 1 > 1 + b$ nên $(3b + 1)(1 + b) = 25 \cdot 9 \Rightarrow \begin{cases} 3b + 1 = 25 \\ 1 + b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow b = 8$

*) Với a là số tự nhiên khác 0: Khi đó $100a$ chẵn, từ (2) $\Rightarrow 3b + 1$ lẻ $\Rightarrow b$ chẵn

$\Rightarrow 2^a + 10a + b$ chẵn, trái với (2) nên $b \in \emptyset$. Vậy $a = 0; b = 8$

Câu 137. (Đề thi HSG 6 huyện Thạch Thành 2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = 68.74 + 27.68 - 68$$

$$b) B = 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^8 : 7^6 + 2017^0) \right] \right\}$$

$$c) C = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}} \right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{1616}{1717} \right)$$

$$d) D = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$$

Lời giải

$$a) A = 68.74 + 27.68 - 68 = 68.(74 + 27 - 1) = 68.100 = 6800$$

$$b) B = 2^3.5^3 - 3\{539 - [639 - 8.(7^8 : 7^6 + 2017^0)]\} = 8.125 - 3.\{539 - [639 - 8.(7^2 + 1)]\} \\ = 1000 - 3.\{539 - [639 + 8.50]\} = 1000 - 3.300 = 1000 - 900 = 100$$

$$c) C = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}}\right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{1616}{1717}\right) = \left(\frac{15}{16} + \frac{1}{17}\right) - \left(\frac{15}{16} - \frac{16}{17}\right) \\ = \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{16}\right) + \left(\frac{1}{17} + \frac{16}{17}\right) = 0 + 1 = 1$$

$$d) D = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right)\left(\frac{1}{3^2} - 1\right)\left(\frac{1}{4^2} - 1\right).....\left(\frac{1}{100^2} - 1\right) = \left(\frac{1-4}{2^2}\right)\left(\frac{1-9}{3^2}\right).....\left(\frac{1-10000}{100^2}\right) \\ = \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \frac{-9999}{100^2} = -\frac{1.3}{2.3} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \frac{99.1010}{100.100} \\ = -\frac{(1.2.3.....99).(3.4.5.....101)}{(2.3.4.....100).(2.3.4.....100)} = -\frac{101}{200}$$

Câu 138. (Đề thi HSG 6 huyện Tam Dương 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

$$a) S = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + + \frac{61}{(30.31)^2}$$

$$b) B = 1\frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{3}{19} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{15} + \frac{4}{4} + \frac{4}{2013}}{5 + \frac{5}{15} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2013}} \right) \cdot \frac{12424243}{237373735}$$

Lời giải

$$a) \text{Ta có: } \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}; \text{ với } n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Do đó: } S = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) + + \left(\frac{1}{30^2} - \frac{1}{31^2}\right) = 1 - \frac{1}{31^2} = \frac{31^2 - 1}{31^2} = \frac{960}{961}$$

b) Ta có:

$$B = 1\frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{3}{19} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{15} + \frac{4}{4} + \frac{4}{2013}}{5 + \frac{5}{15} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2013}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735} \\ = \frac{47}{41} \cdot \left[\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)} : \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2013}\right)}{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2013}\right)} \right] \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \\ = \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3$$

Câu 139. (Đề thi HSG 6 huyện tam Dương 2018-2019)

Cho $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2012}$; $B = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2012}$. Tính $\left(\frac{A}{B}\right)^{2013}$

Lời giải

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } A &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2012} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012} - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1006}\right) = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2012} = B\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{A}{B} = 1 \Rightarrow \left(\frac{A}{B}\right)^{2013} = 1^{2013} = 1$$

$$\text{Vậy } \left(\frac{A}{B}\right)^{2013} = 1$$

Câu 140. (Đề thi HSG 6 huyện Hoài Nhơn 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

$$E = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+3+\dots+200)$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{aligned}\text{nên } E &= 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+3+\dots+200) \\ &= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{200} \cdot \frac{200 \cdot 201}{2} \\ &= 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{201}{2}\end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } E + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{201}{2} = \frac{1}{2}(1+2+4+\dots+201)$$

$$\text{Hay } E = \frac{1}{2}(1+2+4+\dots+201) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{201 \cdot 202}{2} - \frac{1}{2} = 10150$$

$$\text{Vậy } E = 10150$$

Câu 141. (Đề thi HSG 6 huyện Lâm Thao 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức sau:

$$B = \left(2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020}\right) : \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100}\right)$$

Lời giải

$$\text{Ta đặt: } X = 2017 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{7} - \dots - \frac{2017}{2020}$$

$$= -\left(\frac{1}{4} - 1 + \frac{2}{5} - 1 + \frac{3}{6} - 1 + \frac{4}{7} - 1 + \dots + \frac{2017}{2020} - 1\right)$$

$$= -\left(\frac{-3}{4} + \frac{-3}{5} + \frac{-3}{6} + \frac{-3}{7} + \dots + \frac{-3}{2020}\right) = 3\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020}\right)$$

$$Y = \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{10100} = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020}\right)$$

$$\text{Ta có } B = X : Y = 3\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020}\right) : \frac{1}{5}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2020}\right) = 15$$

Vậy $B = 15$

Câu 142. (Đề thi HSG 6 huyện Vĩnh Tường 2019-2020)

$$\text{Chứng minh rằng: } \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}\right) : \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}\right) = 1$$

Lời giải

$$\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}\right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{50}\right) = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}\right) : \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}\right) = 1$$

Câu 143. (Đề thi HSG 6 huyện Vĩnh Lộc 2017-2018)

Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } A = 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 8 - 1.2.3 \dots 8.8$$

$$\text{b) } B = \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$$

$$\text{c) } C = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090}\right)$$

$$\text{d) } D = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69}$$

Lời giải

Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } A = 1.2.3 \dots 9 - 1.2.3 \dots 8 - 1.2.3 \dots 8.8 = 1.2.3 \dots 8 \cdot (9 - 1 - 8) = 0$$

$$\text{b) } B = \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9} = \frac{(3.2^2.2^{16})^2}{11.2^{13}.2^{22} - 2^{36}} = \frac{9.2^{36}}{11.2^{35} - 2^{36}} = \frac{9.2^{36}}{2^{35} \cdot (11 - 2)} = \frac{9.2^{36}}{2^{35} \cdot 9} = 2$$

$$\text{c) } C = 70 \cdot \left(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090}\right) = 70 \cdot \left(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90}\right)$$

$$= 70.13. \left(\frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} \right) = 70.13. \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) = 39$$

$$\begin{aligned} \text{d) } D &= \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{64} - \frac{1}{69} \right) \\ &= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{69} \right) = \frac{13}{276} \end{aligned}$$

Câu 144. (Đề thi HSG 6 huyện 2018-2019)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } 2. \left[(6^2 - 24) : 4 \right] + 2014$$

$$\text{b) } \left(1 + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4} \right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2} \right)$$

Lời giải

$$\text{a) } 2. \left[(6^2 - 24) : 4 \right] + 2014 = 2. \left[(36 - 24) : 4 \right] + 2014 = 2020$$

$$\text{b) } \left(1 + 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} \right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2} \right) = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{12} : \frac{1}{12} = 1$$

Câu 145. (Đề thi HSG 6 huyện 2018-2019)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lý

$$\text{a) } (-2013).2014 + 1007.26$$

$$\text{b) } \left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160} \right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616} \right)$$

Lời giải

$$\text{a) } (-2013).2014 + 1007.26 = (-2013).2014 + 2014.13$$

$$= 2014.(-2013 + 13) = 2014.(-2000) = -4028000$$

$$\text{b) } \left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160} \right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616} \right) = \frac{13}{14} + \frac{1}{16} - \frac{13}{14} + \frac{15}{16} = 1$$

Câu 146. (Đề thi HSG 6 huyện Cẩm Thủy 2016-2017)

Tính giá trị các biểu thức sau bằng cách hợp lý:

$$\text{a) } A = 2016 \cdot 2017 + 4034 \cdot (-8)$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{1515}{1717} + \frac{10}{160} \right) + \left(\frac{-150}{170} + \frac{1515}{1616} \right)$$

$$\text{c) } C = 5^{100} - 15 \cdot 5^{98} - 50 \cdot 5^{97}$$

Lời giải

$$\text{a) } A = 2016 \cdot 2017 - 2017 \cdot 16 = 2017 \cdot (2016 - 16) = 2017 \cdot 2000 = 4034000$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{1515}{1717} + \frac{10}{160} \right) + \left(\frac{-150}{170} + \frac{1515}{1616} \right) = \left(\frac{15}{17} + \frac{1}{16} \right) + \left(\frac{-15}{17} + \frac{15}{16} \right) = 1$$

$$\text{c) } C = 5^{100} - 15 \cdot 5^{98} - 50 \cdot 5^{97} = 5^{97} (125 - 75 - 50) = 5^{97} \cdot 0 = 0$$

Câu 147. (Đề thi HSG 6 huyện Hậu Lộc 2017-2018)

$$\text{Thực hiện phép tính: } B = \frac{8^5(-5)^8 + (-2)^5(-10)^9}{4^{10} \cdot 5^7 + 20^8 \cdot 4} \cdot \frac{144}{25}$$

Lời giải

$$B = \frac{8^5(-5)^8 + (-2)^5(-10)^9}{4^{10} \cdot 5^7 + 20^8 \cdot 4} \cdot \frac{144}{25} = \frac{(2^3)^5 5^8 + 2^5 \cdot 10^9}{(2^2)^{10} \cdot 5^7 + (2^2 \cdot 5)^8 \cdot 2^2} \cdot \frac{2^4 \cdot 3^2}{5^2}$$

$$= \frac{2^{15} \cdot 5^8 + 2^{14} \cdot 5^9}{2^{20} \cdot 5^7 + 2^{18} \cdot 5^8} \cdot \frac{2^4 \cdot 3^2}{5^2} = \frac{2^{14} \cdot 5^8 (2+5)}{2^{18} \cdot 5^7 (4+5)} \cdot \frac{2^4 \cdot 3^2}{5^2} = \frac{5 \cdot 7}{2^4 \cdot 9} \cdot \frac{2^4 \cdot 3^2}{5^2} = \frac{7}{5}$$

Câu 148. (Đề thi HSG 6 huyện)

Thực hiện phép tính:
$$\frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}} &= \frac{3^2 \cdot 5^{20} \cdot 3^{27} - 3 \cdot 3^{30} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{10} \cdot 3^{19} \cdot 5^{19}} = \\ &= \frac{3^{29} \cdot 5^{20} - 3^{31} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{29} \cdot 5^{19}} = \frac{3^{29} \cdot 5^{18} (5^2 - 3^2)}{3^{29} \cdot 5^{18} (7 - 5)} = 8 \end{aligned}$$

Câu 149. (Đề thi HSG 6 huyện)

a) Tính nhanh:
$$\frac{1978 \cdot 1979 + 1980 \cdot 21 + 1958}{1980 \cdot 1979 - 1978 \cdot 1979}$$

b) Rút gọn:
$$\frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{1978 \cdot 1979 + 1980 \cdot 21 + 1958}{1980 \cdot 1979 - 1978 \cdot 1979} &= \frac{1978 \cdot 1979 + 1979 \cdot 21 + 21 + 1958}{1979 \cdot (1980 - 1978)} \\ &= \frac{1979 \cdot (1978 + 21) + 21 + 1958}{1979 \cdot 2} = \frac{1979 \cdot (1978 + 21 + 1)}{1979 \cdot 2} = \frac{1979 \cdot 2000}{1979 \cdot 2} = 1000 \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad \frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3} = \frac{5^2 \cdot (2 \cdot 3)^{11} \cdot (2^4)^2 + (2 \cdot 3)^2 \cdot (2^2 \cdot 3)^6 \cdot (3 \cdot 5)^2}{2 \cdot (2 \cdot 3)^{12} \cdot (2 \cdot 5)^4 - (3^4)^2 \cdot (2^6 \cdot 3 \cdot 5)^3}$$

$$= \frac{5^2 \cdot 2^{19} \cdot 3^{11} + 2^{14} \cdot 3^{10} \cdot 5^3}{2^{17} \cdot 5^4 \cdot 3^{12} - 3^{11} \cdot 2^{18} \cdot 5^3} = \frac{5^2 \cdot 3^{10} \cdot 2^{14} \cdot (2^5 \cdot 3 + 5)}{2^{17} \cdot 5^3 \cdot 3^{11} \cdot (5 \cdot 3 - 2)} = \frac{2^5 \cdot 3 + 5}{2^3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 12}$$

$$= \frac{32 \cdot 3 + 5}{8 \cdot 15 \cdot 12} = \frac{96 + 5}{120 \cdot 12} = \frac{101}{1440}$$

Câu 150. (Đề thi HSG 6 huyện)

Cho biểu thức
$$A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}$$

a) Rút gọn biểu thức

b) Chứng minh rằng nếu a là số nguyên thì giá trị của biểu thức tìm được của câu a, là một phân số tối giản.

Lời giải

a) Ta có: $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1} = \frac{(a+1)(a^2 + a - 1)}{(a+1)(a^2 + a + 1)} = \frac{a^2 + a - 1}{a^2 + a + 1}$

Điều kiện đúng $a \neq -1$ (0,25 điểm).

Rút gọn đúng cho 0,75 điểm.

b) Gọi d là ước chung lớn nhất của $a^2 + a - 1$ và $a^2 + a + 1$ (0,25 điểm).

Vì $a^2 + a - 1 = a(a+1) - 1$ là số lẻ nên d là số lẻ

Mặt khác, $2 = [a^2 + a + 1 - (a^2 + a - 1)] : d$

Nên $d = 1$ tức là $a^2 + a + 1$ và $a^2 + a - 1$ nguyên tố cùng nhau. (0, 5 điểm)

Vậy biểu thức A là phân số tối giản. (0,25 điểm)

Câu 151. (Đề thi HSG 6 huyện)

Tính: $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$

Lời giải

$$2A = 8 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{21}.$$

$$\Rightarrow 2A - A = 2^{21} + 8 - (4 + 2^2) + (2^3 - 2^3) + \dots + (2^{20} - 2^{20}). = 2^{21}.$$

Câu 152. (Đề thi HSG 6 huyện)

Cho : $S = 3^0 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2002}$

a) Tính S

b) Chứng minh $S : 7$

Lời giải

a) Ta có $3^2 S = 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{2002} + 3^{2004}$ (0,5đ)

$$\text{Suy ra: } 8S = 3^{2004} - 1 \Rightarrow S = \frac{3^{2004} - 1}{8} \quad (0,5\text{đ})$$

$$b) S = (3^0 + 3^2 + 3^4) + 3^6(3^0 + 3^2 + 3^4) + \dots + 3^{1998}(3^0 + 3^2 + 3^4) =$$

$$= (3^0 + 3^2 + 3^4)(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998})$$

$$= 91(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998}) \quad (0,75\text{đ}) \text{ suy ra: } S : 7 \quad (0,25\text{đ})$$

Câu 153. (Đề thi HSG THCS Hưng Mỹ)

Thực hiện phép tính:

$$a) 8 + 12 + 16 + 20 + \dots + 100$$

$$b) (6^{2007} - 6^{2006}) : 6^{2006}$$

Lời giải

$$a) \text{ Số số hạng: } (100 - 8) : 4 + 1 = 24 (\text{số})$$

$$\text{Tổng} = (100 + 8) . 24 : 2 = 1296$$

$$b) = 6^{2006} . (6 - 1) : 6^{2006} = 5$$

Câu 154. (Đề thi HSG huyện Hoàng Hóa 2017-2018)

Thực hiện phép tính $A = 81. \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{158158158}{711711711}$

Lời giải

$$A = 81. \left[\frac{12. \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85} \right)}{4. \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85} \right)} : \frac{5. \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91} \right)}{6. \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91} \right)} \right] \cdot \frac{158.1001001}{711.1001001}$$

$$= 81. \left(\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{158}{711} = 81. \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{324}{5}$$

Câu 155. (Đề thi HSG huyện Hoàng Hóa 2017-2018)

Thực hiện phép tính:

$$a) A = \frac{5. \left(2^2 \cdot 3^2 \right)^9 \cdot \left(2^2 \right)^6 - 2. \left(2^2 \cdot 3 \right)^{14} \cdot 3^4}{5.2^{28} \cdot 3^{18} - 7.2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$b) S = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2015}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{5. \left(2^2 \cdot 3^2 \right)^9 \cdot \left(2^2 \right)^6 - 2. \left(2^2 \cdot 3 \right)^{14} \cdot 3^4}{5.2^{28} \cdot 3^{18} - 7.2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{5.2.3^{18} \cdot 2^{12} - 2.2^{28} \cdot 3^{14} \cdot 3^4}{5.2^{28} \cdot 3^{18} - 7.2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$= \frac{5.2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{18}}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 7 \cdot 2)} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 1)}{2^{28} \cdot 3^{18} \cdot (5 - 14)} = \frac{2 \cdot 9}{-9} = -2$$

$$b) S = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2015}$$

$$3S = 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2015} + 3^{2016}$$

$$\Rightarrow 2S = 3^{2016} - 1 \Rightarrow S = \frac{3^{2016} - 1}{2}$$

Câu 156. (Đề thi HSG huyện)

a) Tính nhanh: $\frac{1978.1979 + 1980.21 + 1958}{1980.1979 - 1978.1979}$

b) Rút gọn: $\frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{1978.1979+1980.21+1958}{1980.1979-1978.1979} = \frac{1978.1979+1979.21+21+1958}{1979.(1980-1978)} \\ & = \frac{1979.(1978+21)+21+1958}{1979.2} = \frac{1979.(1978+21+1)}{1979.2} = \frac{1979.2000}{1979.2} = 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{5^2.6^{11}.16^2+6^2.12^6.15^2}{2.6^{12}.10^4-81^2.960^3} = \frac{5^2.(2.3)^{11}.(2^4)^2+(2.3)^2.(2^2.3)^6.(3.5)^2}{2.(2.3)^{12}.(2.5)^4-(3^4)^2.(2^6.3.5)^3} \\ & = \frac{5^2.2^{19}.3^{11}+2^{14}.3^{10}.5^3}{2^{17}.5^4.3^{12}-3^{11}.2^{18}.5^3} = \frac{5^2.3^{10}.2^{14}.(2^5.3+5)}{2^{17}.5^3.3^{11}.(5.3-2)} = \frac{2^5.3+5}{2^3.5.3.12} \\ & = \frac{32.3+5}{8.15.12} = \frac{96+5}{120.12} = \frac{101}{1440} \end{aligned}$$

Câu 157. (Đề thi HSG huyện)

Tính:

$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{23} - \frac{1}{1009} \right) : \left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{1009} \right) + 1 : (30.1009 - 160)$$

Lời giải

Ta viết lại A như sau :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} \right).23.7.1009}{\left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1009} \right).23.7.1009} + \frac{1}{(23+7).1009-161+1} \\ &= \frac{7.1009+23.1009-23.7}{7.1009+23.1009-23.7+1} + \frac{1}{23.1009+7.1009-23.7+1} = 1 \end{aligned}$$

Câu 158. (Đề thi HSG 6 huyện Trục Ninh 2008-2009)

Cho: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309}$

$$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}.$$

Tính $\frac{A}{B}$?

Lời giải

$$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$$

$$B = \left(1 + \frac{307}{2} \right) + \left(1 + \frac{306}{3} \right) + \left(1 + \frac{305}{4} \right) + \dots + \left(1 + \frac{3}{306} \right) + \left(1 + \frac{2}{307} \right) + \left(1 + \frac{1}{308} \right) + 1$$

$$B = \frac{309}{2} + \frac{309}{3} + \frac{309}{4} + \dots + \frac{309}{307} + \frac{309}{308} + \frac{309}{309}$$

$$B = 309. \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{307} + \frac{1}{308} + \frac{1}{309} \right)$$

$$B = 309.A$$

$$\text{Vậy } \frac{A}{B} = \frac{A}{309.A} = \frac{1}{309}.$$

Câu 159. (Đề thi HSG 6 huyện Đàm Hà trường Quảng Lợi 2007-2008)

Tính tổng:

$$A = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{24} + \frac{2}{24} + \frac{3}{24} + \frac{12}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{30} + \frac{3}{30} + \frac{6}{30} + \frac{15}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

Câu 160. (Đề thi HSG 6)

Tính giá trị các biểu thức sau :

$$A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2007 - 2008 + 2009 + 2010$$

$$B = \frac{7.6^{10}.2^{20}.3^6 - 2^{19}.6^{15}}{9.6^{19}.2^9 - 4.3^{17}.2^{26}}$$

Lời giải

$$A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2007 - 2008 + 2009 + 2010$$

$$A = 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + \dots + (2006 - 2007 - 2008 + 2009) + 2010$$

$$A = 1 + 0 + 0 + \dots + 0 + 2010 = 2011$$

$$B = \frac{7.6^{10}.2^{20}.3^6 - 2^{19}.6^{15}}{9.6^{19}.2^9 - 4.3^{17}.2^{26}} = \frac{7.2^{10}.3^{10}.2^{20}.3^6 - 2^{19}.2^{15}.3^{15}}{3^2.2^{19}.3^{19}.2^9 - 2^2.2^{26}.3^{17}}$$

$$= \frac{2^{30}.3^{16}.7 - 2^{34}.3^{15}}{2^{28}.3^{21} - 2^{28}.3^{17}} = \frac{2^{30}.3^{15} \cdot (7.3 - 2^4)}{2^{28}.3^{17}(3^4 - 1)} = \frac{2^2(21 - 16)}{3^2(81 - 1)} = \frac{4.5}{9.80} = \frac{1}{36}$$

Câu 161. (Đề thi HSG 6 2005-2006)

$$\text{Thực hiện phép tính: } \frac{9.5^{20}.27^9 - 3.9^{15}.25^9}{7.3^{29}.125^6 - 3.3^9.15^{19}}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{9.5^{20}.27^9 - 3.9^{15}.25^9}{7.3^{29}.125^6 - 3.3^9.15^{19}} = \frac{3^2.5^{20}.3^{27} - 3.3^{30}.5^{18}}{7.3^{29}.5^{18} - 3^{10}.3^{19}.5^{19}}$$

$$= \frac{3^2.5^{20}.3^{27} - 3.3^{30}.5^{18}}{7.3^{29}.5^{18} - 3^{10}.3^{19}.5^{19}} = \frac{3^{29}.5^{20} - 3^{31}.5^{18}}{7.3^{29}.5^{18} - 3^{29}.5^{19}} = \frac{3^{29}.5^{18}(5^2 - 3^2)}{3^{29}.5^{18}(7 - 5)} = 8$$

Câu 162.

Thực hiện phép tính

$$a) \left(\frac{136}{15} - \frac{28}{5} + \frac{62}{10} \right) \cdot \frac{21}{24}$$

$$b) [528 : (19,3 - 15,3)] + 42(128 + 75 - 32) - 7314$$

$$c) \frac{5}{6} + 6\frac{5}{6} \cdot \left(11\frac{5}{20} - 9\frac{1}{4} \right) : 8\frac{1}{3}$$

Lời giải

$$a) \left(\frac{272}{30} - \frac{168}{30} + \frac{186}{30} \right) \cdot \frac{21}{24} = \frac{29}{3} \cdot \frac{7}{8} = \frac{203}{24}$$

$$b) [528 : (19,3 - 15,3)] + 42(128 + 75 - 32) - 7314 = (528 : 4) + 42 \cdot 171 - 7314$$

$$= 132 + 7182 - 7314 = 0$$

$$c) \frac{5}{6} + 6\frac{5}{6} \cdot \left(11\frac{5}{20} - 9\frac{1}{4} \right) : 8\frac{1}{3} = \frac{5}{6} + \frac{41}{6} \cdot \left(11\frac{1}{4} - 9\frac{1}{4} \right) : \frac{25}{3} = \frac{5}{6} + \frac{41}{6} \cdot 2 \cdot \frac{3}{25} = \frac{5}{6} + \frac{41}{25} = \frac{371}{150}$$

Câu 163. Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$$

$$b) 1.2.3...9 - 1.2.3...8 - 1.2.3...7.8^2$$

$$c) \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9}$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

Lời giải

$$a) (10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$$

$$b) 1.2.3...9 - 1.2.3...7.8 - 1.2.3...7.8^2 = 1.2.3...7.8 \cdot (9 - 1 - 8) = 1.2.3...7.8 \cdot 0 = 0$$

$$c) \frac{(3.4.2^{16})^2}{11.2^{13}.4^{11} - 16^9} = \frac{(3.2^2.2^{16})^2}{11.2^{13} \cdot (2^2)^{11} - (2^4)^9} = \frac{3^2 \cdot (2^{18})^2}{11.2^{13} \cdot 2^{22} - 2^{36}} = \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{11.2^{35} - 2^{36}} = \frac{3^2 \cdot 2^{36}}{2^{35} \cdot (11 - 2)} = \frac{3^2 \cdot 2}{9} = 2$$

$$d) 1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374) = 1152 - 374 - 1152 + -65 + 374$$

$$= (1152 - 1152) + (374 - 374) - 65 = -65$$

$$e) 13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$$

$$= 13 - (12 - 11 - 10 + 9) + (8 - 7 - 6 + 5) - (4 - 3 - 2 - 1) = 13$$

Câu 164. (Đề thi HSG 6 Trường THCS Phú Lương 2018-2019)

Thực hiện phép tính sau một cách hợp lý

$$a) A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2012}$$

$$b) B = 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{3}{19} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} \cdot \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{63.10101.37 - 37.10101.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2012} = \frac{0}{1 + 2 + 3 + \dots + 2012} = 0$$

$$b) B = \frac{47}{41} \cdot \left(\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)} \cdot \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)}{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)} \right) \cdot \frac{123.1010101}{235.1010101}$$

$$= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{4}{5} \right) \cdot \frac{123}{235} = 3$$

Câu 165. (Đề thi HSG 6 Trường THCS Hưng Mỹ 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

$$a) 8 + 12 + 16 + 20 + \dots + 100$$

$$b) (6^{2007} - 6^{2006}) : 6^{2006}$$

Lời giải

$$a) \text{Số các số hạng: } (100 - 8) : 4 + 1 = 24 (\text{số})$$

$$\text{Tổng} = (100 + 8) \cdot 24 : 2 = 1296$$

$$b) (6^{2007} - 6^{2006}) : 6^{2006} = 6^{2006} \cdot (6 - 1) : 6^{2006} = 5$$

Câu 166. (Đề thi HSG 6 Phòng GD-ĐT Tam Dương 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

$$a) S = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \dots + \frac{61}{(30.31)^2}$$

$$b) B = 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{3}{19} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} \cdot \frac{4 + \frac{4}{15} + \frac{4}{4} + \frac{4}{2013}}{5 + \frac{5}{15} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2013}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

Lời giải

$$a) \text{Ta có: } \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}; \text{ với } n \in \mathbb{N}^*$$

Do đó:

$$S = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{30^2} - \frac{1}{31^2}\right) = 1 - \frac{1}{31^2} = \frac{31^2 - 1}{31^2} = \frac{960}{961}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}} \cdot \frac{4 + \frac{4}{15} + \frac{4}{4} + \frac{4}{2013}}{5 + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2013}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left[\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)} \cdot \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2013}\right)}{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2013}\right)} \right] \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3 \end{aligned}$$

Câu 167. (Đề thi HSG huyện Tĩnh Gia 2018 - 2019)

a) Tính nhanh: $A = \frac{-5}{9} + \frac{8}{15} + \frac{-2}{11} + \frac{4}{-9} + \frac{7}{15}$

b) Rút gọn phân số : $A = \frac{71.52 + 53}{530.71 - 180}$ mà không cần thực hiện phép tính ở tử

Lời giải

a) Ta có: $A = \frac{-5}{9} + \frac{8}{15} + \frac{-2}{11} + \frac{4}{-9} + \frac{7}{15}$

$$= \left(\frac{-5}{9} + \frac{-4}{9}\right) + \left(\frac{8}{15} + \frac{7}{15}\right) + \frac{-2}{11} = -1 + 1 + \frac{-2}{11} = \frac{-2}{11}$$

Vậy $A = \frac{-2}{11}$

b) $A = \frac{71.52 + 53}{10 \cdot (53.71 - 18)} = \frac{71.52 + 53}{10 \cdot (52.71 + 71 - 18)} = \frac{71.52 + 53}{10 \cdot (71.52 + 53)} = \frac{1}{10}$

Câu 168. (Đề thi HSG 6 huyện Quế Sơn 2018 - 2019)

Thực hiện tính A bằng cách hợp lý nhất: $A = \frac{2000.2001 - 1000}{2000.2000 + 1000}$

Lời giải

$$A = \frac{2000.2000 + 2000 - 1000}{2000.2000 + 1000} = \frac{2000.2000 + 1000}{2000.2000 + 1000} = 1$$

Vậy $A = 1$

Câu 169. (Đề thi HSG 6 trường THCS Lê Ngọc Hân 1997-1998)

$$\text{Tìm } x: \left[\frac{6:\frac{3}{5}-1\frac{1}{16}\cdot\frac{6}{7}-\left(\frac{3}{20}+\frac{1}{2}-\frac{1}{15}\right)\cdot\frac{12}{49}}{4\frac{1}{5}\cdot\frac{10}{11}+5\frac{2}{11}} - \frac{3\frac{1}{3}+\frac{2}{9}}{\frac{5}{11}+\frac{1}{11}} \right] \cdot x = 2\frac{23}{96} \quad (1)$$

Lời giải:

$$\text{Ta có } \frac{6:\frac{5}{3}-\frac{17}{16}\cdot\frac{6}{7}-\frac{35}{60}\cdot\frac{12}{49}}{\frac{21}{5}\cdot\frac{10}{11}+\frac{57}{11}} - \frac{\frac{10}{42}-\frac{51}{57}}{\frac{5}{11}+\frac{1}{11}} = \frac{10-\frac{51}{56}}{\frac{42}{11}+\frac{57}{11}} - \frac{1}{7}\cdot\frac{9}{32} = \frac{509}{56}\cdot\frac{11}{99} - \frac{1}{7}\cdot\frac{9}{32} = \frac{509}{504} - \frac{9}{224} = \frac{1955}{2016}$$

$$\text{Nên (1)} \Rightarrow \frac{1955}{2016}x = \frac{215}{96} \Rightarrow x = \frac{215}{96} \cdot \frac{2016}{1955} = \frac{903}{391} = 2\frac{121}{391}$$

$$\text{Vậy } x = 2\frac{121}{391}$$

Câu 170. (Đề thi HSG 6)

Thực hiện dãy tính

$$\frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{1414}{4545} + \frac{34}{153}\right) : 3\frac{3}{23} - \frac{3}{11}\left(2\frac{2}{3} - 1,75\right)}{\left(\frac{3}{7} - 0,25\right)^2 \left(\frac{3}{28} - \frac{1}{24}\right)}$$

Lời giải:

$$= \frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{14}{45} + \frac{2}{9}\right) : \frac{72}{23} - \frac{3}{11}\left(\frac{8}{3} - \frac{7}{4}\right)}{\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{3}{28} - \frac{1}{24}\right)} = \frac{\frac{23}{72} - \frac{1}{4}}{\frac{25}{28} \cdot \frac{6}{11}} = \frac{5}{72} \cdot \frac{28 \cdot 11}{25 \cdot 6} = \frac{77}{540}$$

Câu 171. (Đề thi HSG 6 Trường THCS Lê Ngọc Hân 1997-1998)

Tính

$$\text{a) } 26 : \left[\frac{3:(0,2-0,1)}{(2,5\cdot(0,8+1,2))} + \frac{(34,06-33,81)\cdot 4}{(6,84\cdot(28,75-25,15))} \right] + \frac{2}{3} : \frac{41}{21}$$

$$\text{b) } \frac{92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

Lời giải:

$$\text{a) } 26 : \left(\frac{30}{5} + \frac{0,25}{1,9} \right) + 1 = 26 : \left(6 + \frac{25}{190} + 1 \right) = 26 \cdot \frac{38}{233} + 1 = \frac{988 + 233}{233} = \frac{1221}{233} = 5\frac{56}{233}$$

$$b) \frac{\left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(1 - \frac{2}{10}\right) + \dots + \left(1 - \frac{92}{100}\right)}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \dots + \frac{1}{500}} = \frac{\frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \frac{8}{100}}{\frac{1}{5} \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100}\right)} = 8 : \frac{1}{5} = 40$$

$$\frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{14}{45} + \frac{2}{9}\right) : \frac{72}{23} - \frac{3}{11} \left(\frac{8}{3} - \frac{7}{4}\right)}{\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{3}{28} - \frac{1}{24}\right)} = \frac{\frac{23}{72} - \frac{1}{4}}{\frac{25}{28} \cdot \frac{6}{11}} = \frac{5}{72} \cdot \frac{28 \cdot 11}{25 \cdot 6} = \frac{77}{540}$$

Câu 172. (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Chương 2013-2014)

Tính $A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.64}$

Lời giải

$$A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69}$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{64} - \frac{1}{69} \right)$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{69} \right) = \frac{13}{4.69}$$

Câu 173. (Đề thi HSG 6 huyện Việt Yên 2013-2014)

Tính tổng: $S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9}$

Lời giải

$$S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9} = 3 + \frac{1}{2} \left(3 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2^8} \right)$$

$$\text{Mà } 3 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2^8} = S - \frac{3}{2^9}$$

$$\text{Suy ra } S = 3 + \frac{1}{2} \left(S - \frac{3}{2^9} \right) \text{ hay } 2S = 6 + S - \frac{3}{2^9} \quad 2S = 6 + S - \frac{3}{2^9}$$

$$\text{Suy ra } S = 6 - \frac{3}{2^9} = 6 - \frac{3}{512} = \frac{3069}{512}$$

Câu 174. (Đề thi HSG 6 huyện Việt yên 2013-2014)

Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{190}\right)$

Lời giải

$$P = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{190}\right)$$

Ta có:

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \dots \frac{189}{190}$$

Ta tìm quy luật các mẫu là: $\frac{2.3}{2}; \frac{3.4}{2}; \frac{4.5}{2}; \frac{5.6}{2}; \dots; \frac{19.20}{2}$

Thay vào P ta được:

$$P = \frac{2.2}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{2.9}{4.5} \cdot \frac{2.14}{5.6} \dots \frac{2.189}{19.20} = \frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{3.6}{4.5} \cdot \frac{4.7}{5.6} \dots \frac{18.21}{19.20}$$

$$= \frac{1.2.3.4 \dots 18(4.5.6.7 \dots 21)}{2.3.4.5 \dots 19(3.4.5.6 \dots 20)} = \frac{1}{19} \cdot \frac{21}{3} = \frac{7}{19}$$

Câu 175. (Đề thi HSG 6 Trường THCS Đỗ Động)

Tính giá trị của biểu thức $A = 3x \cdot y - x$ tại $x = -2$ và $y = 1$

Lời giải

Thay $x = -2$ và $y = 1$ vào biểu thức A và tính đúng $A = 20$.

Câu 176. (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Oai 2013 – 2014)

Tính nhanh: $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

Lời giải

$$A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{2(1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45)}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = 2$$

Câu 177. (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Oai 2013 – 2014)

Tìm kết quả của phép nhân $A = \underbrace{666\dots 6}_{100c/s} \cdot \underbrace{999\dots 9}_{100c/s}$

Lời giải

$$A = \underbrace{666\dots 6}_{100c/s} \cdot \underbrace{999\dots 9}_{100c/s} = \underbrace{666\dots 6}_{100c/s} \cdot (\underbrace{100\dots 0}_{100c/s} - 1)$$

$$= \underbrace{666\dots 6}_{100c/s} \cdot \underbrace{000\dots 0}_{100c/s} - \underbrace{666\dots 6}_{100c/s}$$

$$= \underbrace{666\dots 6}_{99c/s} \underbrace{5333\dots 3}_{99c/s} 4$$

Câu 178. (Đề thi HSG 6)

Cho $a, b, c, d \neq 0$ biết. $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$ Tính: $C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a}$

Lời giải

$$\text{Đặt } \frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$$

$$\text{Ta có } \frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1.$$

$$\Rightarrow C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} = \pm 4$$

