

CHUYÊN ĐỀ 1: TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Khái niệm số hữu tỉ và biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

a) Khái niệm

Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

* **Chú ý:** Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là $-\frac{a}{b}$

* **Nhận xét:** Các số thập phân đã biết đều viết được dưới dạng phân số thập phân nên chúng đều là các số hữu tỉ. Số nguyên, hỗn số cũng là các số hữu tỉ.

b) Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

* Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số: Tương tự như với số nguyên, ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trục số.

* Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a .

* Nhận xét: Trên trục số, hai điểm biểu diễn hai số hữu tỉ đối nhau a và $-a$ nằm về hai phía khác nhau so với điểm O và có cùng khoảng cách đến O

2. Thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ

* Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kì bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó

* Với hai số hữu tỉ bất kỳ a, b ta luôn có hoặc $a = b$ hoặc $a > b$ hoặc $a < b$.

* Cho ba số hữu tỉ a, b, c .

Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (tính chất bắc cầu).

* Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b .

Chú ý:

- ✓ Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương
- ✓ Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm;

Số 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. Nhận biết các số hữu tỉ và biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

I. Phương pháp giải:

* Muốn xác định xem một số có là số hữu tỉ hay không, ta hãy biến đổi xem số đó có dạng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$ hay không.

* Biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số:

Bước 1: Đưa số hữu tỉ về dạng phân số tối giản có mẫu dương $\frac{m}{n}$.

Bước 2: Chia đoạn thẳng đơn vị thành n phần bằng nhau (số phần bằng mẫu số). Nếu số hữu tỉ dương thì chia về bên phải gốc O , nếu số hữu tỉ âm thì chia về bên trái gốc O .

Bước 3: Lấy $|m|$ phần (bằng tử số) trên đoạn tính từ gốc tọa độ, điểm vừa được lấy là điểm biểu diễn của phân số.

II. Bài toán.

*Nhận biết

Bài 1<NB>. Cho các số sau: $\frac{5}{4}; 3\frac{2}{5}; \frac{-2}{7}; -\frac{13}{17}; \frac{0}{3}; \frac{3}{0}; \frac{-8}{-8}; 2,5; 0,625$. Hãy cho biết số nào là số hữu tỉ, số nào không phải là số hữu tỉ?

Lời giải:

Ta viết: $2,5 = \frac{25}{10}; 0,625 = \frac{625}{1000}$. Vậy các số hữu tỉ là $\frac{5}{4}; 3\frac{2}{5}; \frac{-2}{7}; -\frac{13}{17}; \frac{0}{3}; \frac{-8}{-8}; 2,5; 0,625$.

Số không phải là số hữu tỉ là $\frac{3}{0}$ (vì có mẫu số là 0).

Bài 2<NB>. Số nguyên $\dots -2; -1; 0; 1; 2; \dots$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

Lời giải:

Vì các số nguyên đều có thể viết được dưới dạng phân số với mẫu là 1 nên các số nguyên đều là số hữu tỉ

Bài 3<NB>. Điền kí hiệu ($\in; \notin$) thích hợp vào ô trống:

$6,5 \square \mathbb{Z}$	$6,5 \square \mathbb{Q}$	$2\frac{4}{7} \square \mathbb{Q}$	$0 \square \mathbb{Q}$	$-3,5 \square \mathbb{N}$
--------------------------	--------------------------	-----------------------------------	------------------------	---------------------------

Lời giải:

$6,5 \notin \mathbb{Z}$	$6,5 \in \mathbb{Q}$	$2\frac{4}{7} \in \mathbb{Q}$	$0 \in \mathbb{Q}$	$-3,5 \notin \mathbb{N}$
-------------------------	----------------------	-------------------------------	--------------------	--------------------------

Bài 4<NB>. Điền kí hiệu ($\in; \notin$) thích hợp vào ô trống:

$-5 \square \mathbb{N}$	$-5 \square \mathbb{Z}$	$-5 \square \mathbb{Q}$	$\frac{1}{5} \square \mathbb{Z}$	$-\frac{0}{8} \square \mathbb{Q}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

Lời giải:

$-5 \notin \mathbb{N}$	$-5 \in \mathbb{Z}$	$-5 \in \mathbb{Q}$	$\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$	$-\frac{0}{8} \in \mathbb{Q}$
------------------------	---------------------	---------------------	---------------------------------	-------------------------------

Bài 5 <NB>. Điền các kí hiệu $\mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}$ vào ô trống cho đúng (điền tất cả các khả năng có thể):

a) $11 \in \dots$ b) $-26 \in \dots$ c) $\frac{1}{5} \in \dots$ d) $-\frac{3}{4} \in \dots$

Lời giải:

- a) Có thể điền $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ b) Có thể điền $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ c) Có thể điền $\mathbb{Q}$ d) Có thể điền $\mathbb{Q}$

***Thông hiểu**

Bài 6<TH>. Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

a) $-\frac{5}{7}$; b) $\frac{4}{-9}$; c) $\frac{-3}{-8}$; d) $\frac{-14}{9}$; e) $\frac{5}{-8}$.

Lời giải:

Số hữu tỉ dương là: $\frac{-3}{-8}$.

Số hữu tỉ âm là: $-\frac{5}{7}$; $\frac{4}{-9}$; $\frac{-14}{9}$; $\frac{5}{-8}$.

Bài 7<TH>. Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

a) $-\frac{-3}{5}$; b) $\frac{2}{9}$; c) -4 ; d) $\frac{0}{-3}$;

Lời giải:

a) $-\frac{-3}{5}$ là số hữu tỉ dương

b) $\frac{2}{9}$ là số hữu tỉ dương

c) -4 là số hữu tỉ âm

d) $\frac{0}{-3} = 0$ không là số hữu tỉ âm cũng không phải số hữu tỉ dương

Bài 8<TH>. Tìm số đối của các số: $\frac{11}{2}, -4, \frac{-7}{6}, 0, -\frac{5}{7}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Số đối của $\frac{11}{2}, -4, \frac{-7}{6}, 0, -\frac{5}{7}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ lần lượt là $-\frac{11}{2}, 4, \frac{7}{6}, 0, \frac{5}{7}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$.

Bài 9<TH>. Tìm số đối của các số: $3\frac{1}{2}; (-5); \frac{-3}{-4}; -(-8)$.

Lời giải:

Số đối của $3\frac{1}{2}; (-5); \frac{-3}{-4}; -(-8)$ lần lượt là: $-3\frac{1}{2}; 5; -\frac{3}{4}; -8$

Bài 10<TH>. Dãy số nào dưới đây cùng biểu diễn một số hữu tỉ

a) $-0,3; \frac{-3}{10}; \frac{6}{20}$ b) $5; \frac{-5}{-1}; \frac{-10}{2}$ c) $\frac{2}{13}; \frac{-7}{13}; \frac{-14}{26}$ d) $\frac{9}{12}; \frac{-6}{-8}; \frac{3}{4}$

Lời giải:

a) $-0,3 = \frac{-3}{10} \neq \frac{6}{20}$. Dãy số này không cùng biểu diễn một số hữu tỉ.

b) $5 = \frac{-5}{-1} \neq \frac{-10}{2}$. Dãy số này không cùng biểu diễn một số hữu tỉ.

c) $\frac{2}{13} \neq \frac{-7}{13} = \frac{-14}{26}$. Dãy số này không cùng biểu diễn một số hữu tỉ.

d) $\frac{9}{12} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$. Dãy số này cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{4}$.

Bài 11<TH>. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{5}{4}$, từ đó rút ra dạng tổng quát của các phân số bằng phân số $-\frac{5}{4}$.

$$\frac{-10}{8}, \frac{15}{12}, \frac{-20}{-16}, \frac{-19}{16}, \frac{25}{-20}, \frac{12}{15}.$$

Lời giải:

Rút gọn các phân số ta được: $\frac{-10}{8} = \frac{-5}{4}, \frac{15}{12} = \frac{5}{4}, \frac{-20}{-16} = \frac{5}{4}, \frac{25}{-20} = \frac{5}{-4}, \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{5}{4}$ là $\frac{-10}{8}, \frac{15}{12}, \frac{25}{-20}$.

Dạng tổng quát của các phân số bằng phân số $-\frac{5}{4}$ là $-\frac{5k}{4k} (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0)$

Bài 12<TH>.

a) Tìm 3 phân số bằng các phân số $\frac{14}{21}$

b) Tìm 3 phân số bằng các phân số $\frac{4}{-12}$

Lời giải:

$$\text{a) } \frac{14}{21} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{16}{24} \quad \text{b) } \frac{4}{-12} = \frac{-1}{3} = -\frac{2}{6} = \frac{8}{-24}$$

Bài 13<TH>. Viết dạng chung của các số hữu tỉ bằng:

$$\text{a) } \frac{-123123}{164164} \quad \text{b) } \frac{434343}{868686}$$

Lời giải:

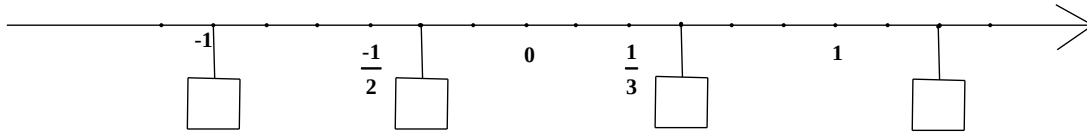
$$\text{a) } \frac{-123123}{164164} = \frac{-123.1001}{164.1001} = \frac{-123}{164}.$$

Vậy dạng chung của số hữu tỉ $\frac{-123123}{164164}$ là $\frac{-123.m}{164.m}$ với $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$.

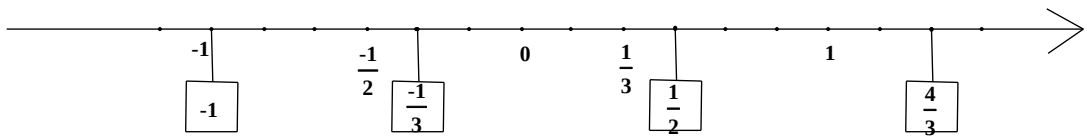
b) $\frac{434343}{868686} = \frac{1.434343}{2.434343} = \frac{1}{2}$

Vậy dạng chung của số hữu tỉ $\frac{434343}{868686}$ là $\frac{1.m}{2.m}$ với $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$.

Bài 14<TH>. Điền số thích hợp vào chỗ trống:



Lời giải:



***Vận dụng**

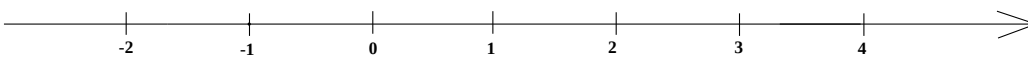
Bài 15<VD>. Biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{5}{4}; \frac{4}{4}; \frac{3}{5}$ trên trục số.

Lời giải:

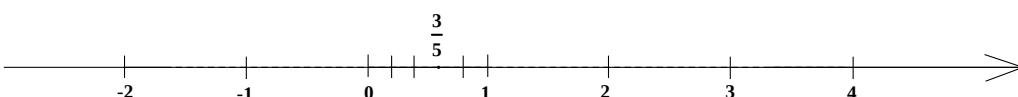
Biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{5}{4}$



Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{4}{4} = 1$



Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{5}$



Bài 16<VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{x}{7}$

b) $\frac{5}{x}$

c) $\frac{-5}{2x}$

Lời giải:

(5)

a) Để $\frac{x}{7}$ là số hữu tỉ thì $x \in \mathbb{Z}$.

b) Để $\frac{5}{x}$ là số hữu tỉ thì $x \in \mathbb{Z}$ và $x \neq 0$. Suy ra x là số nguyên khác 0.

c) Để $\frac{-5}{2x}$ là số hữu tỉ thì $2x \in \mathbb{Z}$ và $2x \neq 0$. Suy ra x là số nguyên khác 0.

Bài 17 <VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{1}{x-1}$

b) $\frac{-2}{2x-4}$

Lời giải:

a) Để $\frac{1}{x-1}$ là số hữu tỉ thì $x-1 \in \mathbb{Z}$ và $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}, x \neq 1$.

Vậy khi x là số nguyên khác 1 thì $\frac{1}{x-1}$ là số hữu tỉ

b) Để $\frac{-2}{2x-4}$ là số hữu tỉ thì $2x-4 \in \mathbb{Z}$ và $2x-4 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}, x \neq 2$.

Vậy khi x là số nguyên khác 2 thì $\frac{-2}{2x-4}$ là số hữu tỉ.

Bài 18 <VD>. Tìm số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{-101}{x+7}$ là số nguyên.

Lời giải:

Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{-101}{x+7} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+7 \in U(101)$

$$\Rightarrow x+7 \in \{-1; 1; -101; 101\}$$

Ta có bảng sau:

$x+7$	-1	1	-101	101
x	-8	-6	-108	94

Vậy khi $x \in \{-8; -6; -108; 94\}$ thì số hữu tỉ $A = \frac{-101}{x+7}$ là số nguyên.

Bài 19 <VD>. Cho số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2019}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

Lời giải:

a) Số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2019}$ là số dương khi:

$$x = \frac{20m+11}{-2019} > 0 \Rightarrow 20m+11 < 0 \Rightarrow m < \frac{-11}{20}$$

b) Số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2019}$ là số âm khi:

$$x = \frac{20m+11}{-2019} < 0 \Rightarrow 20m+11 > 0 \Rightarrow m > \frac{-11}{20}$$

Bài 20<VD>. Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{2}$. Với giá trị nào của a thì:

a) x là số dương

b) x là số âm

c) x không là số dương và cũng không là số âm.

Lời giải:

a) x là số dương khi: $\frac{a-5}{2} > 0 \Rightarrow a-5 > 0 \Rightarrow a > 5$

b) x là số âm khi: $\frac{a-5}{2} < 0 \Rightarrow a-5 < 0 \Rightarrow a < 5$

c) x không là số dương và cũng không là số âm khi: $\frac{a-5}{2} = 0 \Rightarrow a-5 = 0 \Rightarrow a = 5$

Bài 21 <VD>. Cho $x = \frac{12}{b-5} (b \in \mathbb{Z})$. Với giá trị nào của b thì:

a) x là số hữu tỉ

b) $x = -1$

Lời giải:

a) Để $x = \frac{12}{b-5} (b \in \mathbb{Z})$ là số hữu tỉ thì $b-5 \neq 0 \Rightarrow b \neq 5$

b) Ta có: $x = -1 \Rightarrow \frac{12}{b-5} = -1 \Rightarrow 12 = -(b-5) \Rightarrow b = 3$

Bài 22<VD>. Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-2}{5} (a \in \mathbb{Z})$. Với giá trị nào của a thì x là số nguyên?

Lời giải:

Số hữu tỉ $x = \frac{a-2}{5} (a \in \mathbb{Z})$ là số nguyên khi: $a-2 : 5 \Rightarrow a-2 = 5k (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a = 5k+2$

***Vận dụng cao**

Bài 23<VDC>. Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{a} (a \neq 0)$. Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên?

Lời giải:

Ta có: $x = \frac{a-5}{a} = 1 - \frac{5}{a} (a \neq 0)$.

Suy ra $x \in \mathbb{Z}$ khi $\frac{5}{a} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in U(5)$

Vậy $a \in \{-5; -1; 1; 5\}$

Bài 24<VDC>. Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{x+1}{x-2}$ ($x \neq 2$) có giá trị là số nguyên.

Lời giải:

Ta có: $A = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$ ($x \neq 2$)

Do $x \in \mathbb{Z}$, để A là số nguyên thì $\frac{3}{x-2}$ phải là số nguyên

Hay $(x-2) \in U(3)$

$$\Rightarrow x - 2 \in \{-3; -1; 1; 3\}$$

Ta có bảng sau:

$x - 2$	-3	-1	1	3
x	-1	1	3	5

Vậy khi $x \in \{-1; 1; 3; 5\}$ thì số hữu tỉ $A = \frac{x+1}{x-2}$ ($x \neq 2$) có giá trị là số nguyên.

Bài 25<VDC>. Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $B = \frac{2x-1}{x+5}$ ($x \neq -5$) có giá trị là số nguyên.

Lời giải:

Ta có: $B = \frac{2x-1}{x+5} = 2 - \frac{11}{x+5}$ (với $x \neq -5$)

Suy ra: $B \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{11}{x+5} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+5 \in U(11)$

$$\Rightarrow x + 5 \in \{-11; -1; 1; 11\}$$

Ta có bảng sau:

$x + 5$	-11	-1	1	11
x	-16	-6	-4	6

Vậy khi $x \in \{-16; -6; -4; 6\}$ thì số hữu tỉ $B = \frac{2x-1}{x+5}$ ($x \neq -5$) có giá trị là số nguyên.

Bài 26<VDC>. Tìm số nguyên x để số hữu tỉ $D = \frac{x-3}{2x}$ là số nguyên

Lời giải:

Ta có: $D \in \mathbb{Z}$ thì $2D \in \mathbb{Z}$.

$$2D = \frac{2x-6}{2x} = 1 - \frac{3}{x}.$$

Đề $D \in \mathbb{Z}$ thì $2D \in \mathbb{Z}$ và $2D$ là số chẵn.

Suy ra $\frac{3}{x} \in \mathbb{Z}$ và $\frac{3}{x}$ là số lẻ (1)

$$\Rightarrow x \in U(3)$$

$$\Rightarrow x \in \{-1; 1; -3; 3\} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$ thỏa mãn điều kiện đề bài

Vậy khi $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$ thì số hữu tỉ $D = \frac{x-3}{2x}$ là số nguyên.

Bài 27<VDC>. Cho số x thỏa mãn $x^2 = 2$. Hỏi số x có là số hữu tỉ không?

Lời giải:

Giả sử x là số hữu tỉ: $x = \frac{a}{b}; (a, b) = 1; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$

$$\text{Ta có: } x^2 = 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 2 \Rightarrow a^2 = 2b^2$$

$$\text{Suy ra: } a^2 : 2 \Rightarrow a : 2 \Rightarrow a = 2m (m \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Khi đó: } 4m^2 = 2b^2 \Rightarrow 2m^2 = b^2 \Rightarrow b^2 : 2 \Rightarrow b : 2$$

Mà $a : 2$ và $b : 2$ mâu thuẫn với giả sử $(a, b) = 1$

Vậy x không thể là số hữu tỉ.

Dạng 2. So sánh các số hữu tỉ

I. Phương pháp giải:

- + Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số có cùng mẫu dương: So sánh các tử số, phân số nào có tử nhỏ hơn thì phân số đó nhỏ hơn.
- + So sánh các số trung gian $(0, 1, \dots)$;
- + So sánh với phần hơn hoặc phần bù;
- + So sánh thương hai số hữu tỉ (khác 0) với 1;
- + Áp dụng tính chất bắc cầu và các bất đẳng thức đã chứng minh trong bài

II. Bài toán.

*Nhận biết

Bài 1<NB>. So sánh các số hữu tỉ sau.

a) $\frac{3}{7}$ và $\frac{5}{7}$

b) $\frac{-2}{5}$ và $\frac{-3}{5}$

c) $\frac{4}{-9}$ và $\frac{5}{-9}$

d) $\frac{-3}{-8}$ và $\frac{-3}{8}$

Lời giải:

a) $\frac{3}{7}$ và $\frac{5}{7}$

Vì $3 < 5$ nên $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$

b) $\frac{-2}{5}$ và $\frac{-3}{5}$

Vì $-2 > -3$ nên $\frac{-2}{5} > \frac{-3}{5}$

c) $\frac{4}{-9}$ và $\frac{5}{-9}$

Ta có: $\frac{4}{-9} = \frac{-4}{9}$; $\frac{5}{-9} = \frac{-5}{9}$

Vì $\frac{-4}{9} > \frac{-5}{9}$ nên $\frac{4}{-9} > \frac{5}{-9}$

d) $\frac{-3}{-8}$ và $\frac{-3}{8}$

Ta có: $\frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$; $\frac{3}{8} > \frac{-3}{8}$

Vậy $\frac{-3}{-8} > \frac{-3}{8}$

Bài 2 < NB >. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{5}{4}$ và $\frac{3}{4}$

b) $\frac{-3}{5}$ và $\frac{-3}{4}$;

c) $\frac{1}{21}$ và $\frac{3}{27}$.

Lời giải:

a) Ta có $5 > 4$ nên $\frac{5}{4} > \frac{3}{4}$.

b) Ta có $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$ nên $\frac{-3}{5} > \frac{-3}{4}$.

c) Ta có $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$ mà $\frac{1}{21} < \frac{1}{9}$ nên $\frac{1}{21} < \frac{3}{27}$.

Bài 3 < NB >. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự giảm dần.

$$\frac{-12}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{-16}{17}; \frac{-1}{17}; \frac{-11}{17}; \frac{-14}{17}; \frac{-19}{17}$$

Lời giải:

Ta có: $\frac{-1}{17} > \frac{-3}{17} > \frac{-11}{17} > \frac{-12}{17} > \frac{-14}{17} > \frac{-16}{17} > \frac{-19}{17}$

Các số được sắp xếp theo thứ tự giảm dần là:

$$\frac{-1}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{-11}{17}; \frac{-12}{17}; \frac{-14}{17}; \frac{-16}{17}; \frac{-19}{17}$$

Bài 4< NB>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{-5}{9}; \frac{-5}{7}; \frac{-5}{2}; \frac{-5}{4}; \frac{-5}{8}; \frac{-5}{3}; \frac{-5}{11}$$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{5}{11} < \frac{5}{9} < \frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{4} < \frac{5}{3} < \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{-5}{11} > \frac{-5}{9} > \frac{-5}{8} > \frac{-5}{7} > \frac{-5}{4} > \frac{-5}{3} > \frac{-5}{2}$$

Các số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$\frac{-5}{2}; \frac{-5}{3}; \frac{-5}{4}; \frac{-5}{7}; \frac{-5}{8}; \frac{-5}{9}; \frac{-5}{11}$$

Bài 5< NB>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a) $\frac{-146}{43}$ và $\frac{1}{89}$;

b) $\frac{21}{23}$ và $\frac{13}{12}$;

c) $\frac{2019}{2019}$ và $\frac{2020}{2019}$.

Lời giải:

a) Ta có: $\frac{-146}{43} < 0$ và $\frac{1}{89} > 0$ nên $\frac{-146}{43} < \frac{1}{89}$.

b) Ta có: $\frac{21}{23} < 1$ và $\frac{13}{12} > 1$ nên $\frac{21}{23} < \frac{13}{12}$.

c) Ta có: $\frac{2019}{2019} = 1$ và $\frac{2020}{2019} > 1$ nên $\frac{2019}{2019} < \frac{2020}{2019}$.

***Thông hiểu**

Bài 6< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a) $x = -0,125$ và $y = \frac{1}{-8}$

b) $x = 0,75$ và $y = \frac{5}{4}$

c) $x = \frac{-17}{23}$ và $y = \frac{-171717}{232323}$

Lời giải:

a) $x = -0,125$ và $y = \frac{1}{-8}$

Ta có: $x = -0,125 = \frac{-1}{8}$; $y = \frac{1}{-8} = \frac{-1}{8}$

Vậy $x = y$

b) $x = 0,75$ và $y = \frac{5}{4}$

Ta có: $x = 0,75 = \frac{3}{4}$ mà $\frac{3}{4} < \frac{5}{4}$

Vậy $x < y$

c) $x = \frac{-17}{23}$ và $y = \frac{-171717}{232323}$

$$\text{Ta có: } x = \frac{-17}{23} = \frac{-17.10101}{23.10101} = \frac{-171717}{232323}$$

Vậy $x = y$

Bài 7< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

$$\text{a) } \frac{3131}{1313} \text{ và } \frac{31}{13} \qquad \text{b) } \frac{2021}{2021} \text{ và } \frac{2022}{2021}; \qquad \text{c) } \frac{2019}{2018} \text{ và } \frac{2020}{2019}$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có: } \frac{3131}{1313} = \frac{31.101}{13.101} = \frac{31}{13} \text{ và } \frac{31}{13} \text{ nên } \frac{3131}{1313} = \frac{31}{13}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{2021}{2021} = 1 \text{ và } \frac{2022}{2021} > 1 \text{ nên } \frac{2021}{2021} < \frac{2022}{2021}.$$

$$\text{c) Ta có: } \frac{2019}{2018} = 1 + \frac{1}{2018} \text{ và } \frac{2020}{2019} = 1 + \frac{1}{2019} \text{ mà } \frac{1}{2018} > \frac{1}{2019} \text{ nên } \frac{2019}{2018} > \frac{2020}{2019}.$$

Bài 8< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

$$\text{a) } -1,6 \text{ và } -\frac{7}{4} \qquad \text{b) } \frac{2018}{2019} \text{ và } \frac{2019}{2020} \qquad \text{c) } \frac{-1234}{1244} \text{ và } \frac{-4321}{4331}$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có } -1,6 = -\frac{8}{5} = -\left(1 + \frac{3}{5}\right) \text{ và } -\frac{7}{4} = -\left(1 + \frac{3}{4}\right). \text{ Ta lại có } \frac{3}{5} < \frac{3}{4} \text{ nên } 1 + \frac{3}{5} < 1 + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -\left(1 + \frac{3}{5}\right) > -\left(1 + \frac{3}{4}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{8}{5} > -\frac{7}{4}$$

$$\text{Vậy } -1,6 > -\frac{7}{4}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{2018}{2019} = 1 - \frac{1}{2019} \text{ và } \frac{2019}{2020} = 1 - \frac{1}{2020} \text{ mà } \frac{1}{2019} > \frac{1}{2020} \text{ nên } \frac{2018}{2019} < \frac{2019}{2020}.$$

$$\text{c) Ta có: } \frac{-1234}{1244} + 1 = \frac{10}{1244}; \frac{-4321}{4331} + 1 = \frac{10}{4331}$$

$$\text{Mà } 1244 < 4331 \Rightarrow \frac{10}{1244} < \frac{10}{4331} \Rightarrow \frac{-1234}{1244} + 1 < \frac{-4321}{4331} + 1$$

$$\text{Vậy } \frac{-1234}{1244} > \frac{-4321}{4331}$$

Bài 9< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

$$\text{a) } \frac{-11}{33} \text{ và } \frac{25}{-76} \qquad \text{b) } \frac{-31}{-32} \text{ và } \frac{313131}{323232} \qquad \text{c) } \frac{3246}{-3247} \text{ và } \frac{-45984}{45983}$$

Lời giải:

a) $\frac{-11}{33}$ và $\frac{25}{-76}$

Ta có: $\frac{-11}{33} = \frac{-1}{3} = \frac{-25}{75} < \frac{-25}{76} = \frac{25}{-76}$

Vậy $\frac{-11}{33} < \frac{25}{-76}$

b) $\frac{-31}{-32}$ và $\frac{313131}{323232}$

Ta có: $\frac{-31}{-32} = \frac{31}{32} = \frac{31.10101}{32.10101} = \frac{313131}{323232}$

Vậy $\frac{-31}{-32} = \frac{313131}{323232}$.

c) $\frac{3246}{-3247}$ và $\frac{-45984}{45983}$

Ta có: $\frac{3246}{-3247} > -1 > \frac{-45984}{45983}$. Vậy $\frac{3246}{-3247} > \frac{-45984}{45983}$

Bài 10<TH>. Quy đồng rồi sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

$$\frac{-1}{3}, -\frac{5}{12}, \frac{-3}{4}, \frac{1}{-4}, \frac{-7}{12}$$

Lời giải:

Ta thực hiện quy đồng mẫu số với mẫu số chung là 12: $\frac{-1}{3} = \frac{-4}{12}, \frac{-3}{4} = \frac{-9}{12}, \frac{1}{-4} = \frac{-3}{12}$.

Do $\frac{-9}{12} < \frac{-7}{12} < \frac{-5}{12} < \frac{-4}{12} < \frac{-3}{12} \Rightarrow \frac{-3}{4} < \frac{-7}{12} < -\frac{5}{12} < \frac{-1}{3} < \frac{1}{-4}$

***Vận dụng**

Bài 11<VD>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ lớn đến bé:

$$\frac{-10}{8}, \frac{5}{12}, 0, \frac{-19}{19}, \frac{2}{-10}, \frac{17}{15}, 1.$$

Lời giải:

- Các số hữu tỉ dương: $\frac{5}{12}, \frac{17}{15}, 1$. Sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé ta được: $\frac{17}{15} > 1 > \frac{5}{12}$;
- Các số hữu tỉ âm: $\frac{-10}{8}, \frac{-19}{19} = -1, \frac{2}{-10}$. Sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé ta được:
 $\frac{2}{-10} > \frac{-19}{19} > \frac{-10}{8}$;
- Vậy sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé ta được: $\frac{17}{15} > 1 > \frac{5}{12} > 0 > \frac{2}{-10} > \frac{-19}{19} > \frac{-10}{8}$

Bài 12<VD>. Lớp 7B có $\frac{4}{5}$ số học sinh thích học toán, $\frac{7}{10}$ số học sinh thích học văn, $\frac{23}{25}$ số học sinh thích học anh. Môn học nào được nhiều bạn học sinh lớp 7B yêu thích nhất?

Lời giải:

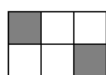
Ta có: $\frac{4}{5} = \frac{40}{50}$; $\frac{7}{10} = \frac{35}{50}$; $\frac{23}{25} = \frac{46}{50}$

Vì $\frac{35}{50} < \frac{40}{50} < \frac{46}{50}$ nên $\frac{7}{10} < \frac{4}{5} < \frac{23}{25}$

Hay $\frac{23}{25}$ lớn nhất.

Vậy môn tiếng anh được nhiều bạn học sinh lớp 7B yêu thích nhất.

Bài 13<VD>. Lưới nào sẫm nhất?



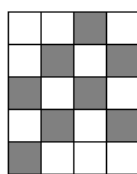
A



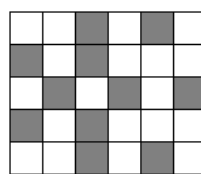
B



C



D



E

a) Đối với mỗi lưới ô vuông ở hình trên, hãy lập một phân số có tử là số ô sẫm, mẫu là tổng số ô sẫm và trắng.

b) Sắp xếp các phân số này theo thứ tự tăng dần và cho biết lưới nào sẫm nhất (có tỉ số ô sẫm so với tổng số ô là lớn nhất).

Lời giải:

a) A. $\frac{2}{6}$; B. $\frac{5}{12}$; C. $\frac{4}{15}$; D. $\frac{8}{20}$; E. $\frac{11}{30}$

b)

Ta có: $\frac{2}{6} = \frac{20}{60}$; $\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$; $\frac{4}{15} = \frac{16}{60}$;

$\frac{8}{20} = \frac{24}{60}$; $\frac{11}{30} = \frac{22}{60}$

Mà $\frac{16}{60} < \frac{20}{60} < \frac{22}{60} < \frac{24}{60} < \frac{25}{60}$

Nên $\frac{4}{15} < \frac{2}{6} < \frac{11}{30} < \frac{8}{20} < \frac{5}{12}$.

Vậy lưới B sẫm nhất.

Bài 14<VD>. Nhiệt độ của Matxcova các tháng trong năm 2020 được thống kê như sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ(độ C)	- 3,75	- 7,6	- 1,2	0	7,5	8,63	19,2	17,5	11,3	14,5	15	12,5

Hãy sắp xếp nhiệt độ của các tháng theo thứ tự từ lớn đến bé.

Lời giải:

Nhiệt độ của Matxcova các tháng trong năm 2020 được sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé là: 19,2; 17,5; 15; 14,5; 12,5; 11,3; 8,63; 7,5; 0; -1,2; -3,75; -7,6.

Bài 15<VD>. Hãy viết bốn số hữu tỉ xen giữa $\frac{-1}{2}$ và $\frac{-1}{3}$

Lời giải:

Ta có: $\frac{-1}{2} = \frac{-15}{30}$ và $\frac{-1}{3} = \frac{-10}{30}$

Bốn số hữu tỉ xen giữa $\frac{-1}{2}$ và $\frac{-1}{3}$ là $\frac{-14}{30}, \frac{-13}{30}, \frac{-12}{30}, \frac{-11}{30}$.

Bài 16<VD>. Viết 3 số hữu tỉ có mẫu khác nhau lớn hơn $\frac{-1}{3}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{4}{5}$?

Lời giải:

Ta có : $\frac{-1}{3} < \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{-5}{15} < \frac{12}{15} \Rightarrow \frac{-5}{15} < \frac{-3}{15} < \frac{1}{15} < \frac{10}{15} < \frac{12}{15}$

$\Rightarrow \frac{-5}{15} < \frac{-1}{5} < \frac{1}{15} < \frac{2}{3} < \frac{12}{15}$

$\Rightarrow \frac{-1}{3} < \frac{-1}{5} < \frac{1}{15} < \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

Vậy 3 phân số cần tìm: $\frac{-1}{5}; \frac{1}{15}; \frac{2}{3}$

Bài 17<VD>. Tìm phân số có:

a) Mẫu số bằng 5, lớn hơn $\frac{-5}{7}$ và nhỏ hơn $\frac{-2}{7}$.

b) Tử số bằng 8, lớn hơn $\frac{5}{9}$ và nhỏ hơn $\frac{5}{7}$.

Lời giải:

a) Gọi $\frac{x}{5}$ ($x \in \mathbb{Z}$) là phân số cần tìm. Theo đề bài ta có:

$$\frac{-5}{7} < \frac{x}{5} < \frac{-2}{7} \Rightarrow \frac{-25}{35} < \frac{7x}{35} < \frac{-10}{35} \Rightarrow -25 < 7x < -10$$

Mặt khác $7x:7$ nên $7x \in \{-21; -14\}$.

Với $7x = -21 \Rightarrow x = -3$,

Với $7x = -14 \Rightarrow x = -2$.

Vậy các phân số cần tìm là $\frac{-3}{5}; \frac{-2}{5}$.

b) Gọi $\frac{8}{x}$ ($x \in \mathbb{Z}, x \neq 0$) là phân số cần tìm. Theo đề bài ta có:

$$\frac{5}{9} < \frac{8}{x} < \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{40}{72} < \frac{40}{5x} < \frac{40}{56} \Rightarrow 56 < 5x < 72$$

Mặt khác $5x:5$ nên $5x \in \{60; 65; 70\}$.

Với $5x = 60 \Rightarrow x = 12$

Với $5x = 65 \Rightarrow x = 13$

Với $5x = 70 \Rightarrow x = 14$.

Vậy các phân số cần tìm là $\frac{8}{12}; \frac{8}{13}; \frac{8}{14}$.

Bài 18 <VD>. Tìm phân số $\frac{x}{9}$ ($x \in \mathbb{Z}$) sao cho: $\frac{x}{9} < \frac{4}{7} < \frac{x+1}{9}$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{x}{9} < \frac{4}{7} < \frac{x+1}{9} \Rightarrow \frac{7x}{63} < \frac{36}{63} < \frac{7(x+1)}{63}$$

$$\Rightarrow 7x < 36 < 7(x+1) \Rightarrow x < \frac{36}{7} < x+1$$

$$\text{Mà } 5 < \frac{36}{7} < 6. \text{ Suy ra } x = 5.$$

Vậy phân số cần tìm là: $\frac{5}{9}$

***Vận dụng cao**

Bài 19 <VDC>. Cho $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^*$.

a) Nếu $a < b$, hãy so sánh hai số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$

b) Nếu $a > b$, hãy so sánh hai số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$

Lời giải:

a) Ta có: $a < b \Rightarrow an < bn$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

$$\Rightarrow an + ab < bn + ab \Rightarrow a(n+b) < b(n+a)$$

Vì $b \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^*$ nên $b > 0; n + b > 0$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$$

b) Ta có: $a > b \Rightarrow an > bn (n \in \mathbb{N}^*)$

$$\Rightarrow an + ab > bn + ab \Rightarrow a(n+b) > b(n+a)$$

Vì $b \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^*$ nên $b > 0; n + b > 0$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$$

Bài 20 <VDC>. Cho $x, y \in \mathbb{Z}, y > 0$, hãy so sánh hai số hữu tỉ: $\frac{x}{y}$ và $\frac{x+2018}{y+2018}$

Lời giải:

* Nếu $\frac{x}{y} > 1 \Rightarrow \frac{x}{y} > \frac{x+2018}{y+2018}$ (theo kết quả bài 19)

* Nếu $\frac{x}{y} < 1 \Rightarrow \frac{x}{y} < \frac{x+2018}{y+2018}$ (theo kết quả bài 19)

Bài 21 <VDC>.

a) Chứng tỏ rằng nếu x, y dương và $\frac{m}{x} > \frac{n}{y}$ thì $\frac{m}{x} > \frac{m+n}{x+y} > \frac{n}{y}$

b) Áp dụng kết quả câu a. Viết ba số hữu tỉ khác tử số và mẫu số sao cho chúng lớn hơn $\frac{-1}{5}$ và nhỏ hơn $\frac{-1}{6}$.

Lời giải:

a) Ta có $\frac{m}{x} > \frac{n}{y}$ và $x > 0, y > 0$

$$\Rightarrow my > nx \Rightarrow my + mx > nx + mx$$

$$\Rightarrow \frac{my + mx}{x(x+y)} > \frac{nx + mx}{x(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{m(x+y)}{x(x+y)} > \frac{x(m+n)}{x(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{x} > \frac{m+n}{x+y}$$

Ta có $\frac{m}{x} > \frac{n}{y}$ và $x > 0, y > 0$

$$\Rightarrow nx < my \Rightarrow nx + ny < my + ny$$

$$\Rightarrow \frac{nx+ny}{y(x+y)} < \frac{my+ny}{y(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{n(x+y)}{y(x+y)} < \frac{y(m+n)}{y(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{y} < \frac{m+n}{x+y}$$

Vậy ta có điều cần chứng minh.

b) Ta có: $\frac{-1}{5} < \frac{-1}{6} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-2}{11} < \frac{-1}{6}$

$$\frac{-1}{5} < \frac{-2}{11} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-3}{16} < \frac{-2}{11}$$

$$\frac{-1}{5} < \frac{-3}{16} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-4}{21} < \frac{-3}{16}$$

Vậy $\frac{-1}{5} < \frac{-4}{21} < \frac{-3}{16} < \frac{-2}{11} < \frac{-1}{6}$

Bài 22 <VDC>. Chứng tỏ rằng nếu $x, y, z \in \mathbb{Z}, z > 0$ và $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ thì $\frac{x}{z} > \frac{x+y}{2z} > \frac{y}{z}$

Lời giải:

Theo kết quả bài 21, ta có: $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ (Với $x, y, z \in \mathbb{Z}, z > 0$)

Suy ra: $\frac{x}{z} > \frac{x+y}{z+z} = \frac{x+y}{2z} > \frac{y}{z}$.

Bài 23 <VDC>. Cho hai số hữu tỉ $\frac{m}{n}$ và $\frac{p}{q}$ với $n, q > 0$.

Chứng tỏ rằng: Nếu $mq < np$ thì $\frac{m}{n} < \frac{p}{q}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{m}{n} = \frac{mq}{nq}, \frac{p}{q} = \frac{np}{nq}$. Mặt khác $mq < np$ và $nq > 0$ (do $n > 0, q > 0$) nên $\frac{mq}{nq} < \frac{np}{nq} \Rightarrow \frac{m}{n} < \frac{p}{q}$.

Bài 24 <VDC>. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

a) $\frac{x+3}{x-7}$ là số hữu tỉ dương.

b) $\frac{x-5}{x-10}$ là số hữu tỉ âm.

Lời giải:

a) $\frac{x+3}{x-7}$ là số hữu tỉ dương khi:

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ x-7 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x+3 < 0 \\ x-7 < 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x+3 > 0 \\ x-7 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 7 \end{cases} \Rightarrow x > 7(1)$$

$$* \begin{cases} x+3 < 0 \\ x-7 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x < 7 \end{cases} \Rightarrow x < -3(2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được: $x < -3$ hoặc $x > 7$

Vậy khi $x < -3$ hoặc $x > 7$ thì $\frac{x+3}{x-7}$ là số hữu tỉ dương.

a) $\frac{x-5}{x-10}$ là số hữu tỉ âm khi:

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 > 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < 10 \end{cases} \Rightarrow 5 < x < 10(1)$$

$$* \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x > 10 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset(2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được: $5 < x < 10$

Vậy khi $5 < x < 10$ thì $\frac{x-5}{x-10}$ là số hữu tỉ âm.

Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Nhận biết các số hữu tỉ và biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

*Nhận biết

Bài 1<NB>. Cho các số sau: $\frac{2,3}{5}; 1\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -\frac{12}{7}; \frac{0}{8}; \frac{2}{0}; \frac{-3}{-3}; -1,6; 0,35$. Hãy cho biết số nào là số hữu tỉ, số nào không phải là số hữu tỉ?

Bài 2<NB>. Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

$$-\frac{1}{4}; \quad \frac{3}{11}; \quad \frac{-2}{-5}; \quad -6.$$

*Thông hiểu

Bài 3<TH>. Tìm số đối của các số: $5\frac{3}{7}; (-9); \frac{-4}{-11}; -(-5); -\frac{2}{3}; 0,56$.

Bài 4<TH>. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

$$\frac{-8}{20}; \quad \frac{9}{-12}; \quad \frac{-10}{25}; \quad \frac{6}{-15}; \quad \frac{9}{-15}$$

Bài 5<TH>. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên cùng một trục số.

$$\text{a) } \frac{-1}{4}; \quad \text{b) } \frac{-3}{-4}; \quad \text{c) } \frac{3}{-4}; \quad \text{d) } \frac{-14}{9}; \quad \text{e) } \frac{7}{4}.$$

*Vận dụng

Bài 6<VD>. Hãy tìm năm phân số bằng phân số $\frac{-2}{7}$.

Bài 7<VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{x}{11}$ b) $\frac{-3}{x}$ c) $\frac{7}{-3x}$

Bài 8<VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{5}{x-3}$ b) $\frac{-4}{5x+10}$

*Vận dụng cao

Bài 9<VDC>. Tìm tất cả các số nguyên x để các phân số sau có giá trị là số nguyên:

a) $A = \frac{10x-9}{2x-3}$ b) $B = \frac{x-10}{x-5}$

Bài 10<VDC>. Cho số x thỏa mãn $x^2 = 5$. Hỏi số x có là số hữu tỉ không?

Dạng 2. So sánh hai số hữu tỉ.

*Nhận biết

Bài 1<NB>. So sánh các số hữu tỉ sau.

a) $\frac{-1}{4}$ và $\frac{1}{100}$ b) $\frac{1}{-2}$ và $\frac{-1}{3}$ c) $\frac{-2}{3}$ và $\frac{-3}{-5}$ d) $-2,5$ và $\frac{5}{-2}$

Bài 2<NB>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{2}{9}$ và $\frac{7}{9}$ b) $\frac{-4}{7}$ và $\frac{-4}{3}$; c) $\frac{3}{5}$ và $\frac{12}{20}$.

Bài 3<NB>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần.

$\frac{-6}{13}; \frac{-2}{13}; \frac{-12}{13}; \frac{-8}{13}; \frac{-17}{13}; \frac{-25}{13}; \frac{-3}{13}$

*Thông hiểu

Bài 4<TH>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{3}{4}$ b) $x = \frac{2}{-5}$ và $y = \frac{-3}{7}$ c) $x = \frac{-3}{5}$ và 0

Bài 5<TH>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $x = \frac{2017}{2018}$ và $y = \frac{14}{13}$ b) $x = \frac{-45}{81}$ và $y = \frac{777}{-999}$
c) $x = -2\frac{1}{5}$ và $y = \frac{-110}{50}$ d) $x = \frac{17}{20}$ và $y = 0,75$

Bài 6<TH>. So sánh các phân số sau:

a) $\frac{1234}{1235}$ và $\frac{4319}{4320}$ b) $\frac{22}{-67}$ và $\frac{51}{-152}$ c) $\frac{-18}{91}$ và $\frac{-23}{114}$

*Vận dụng

Bài 7<VD>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

$$\frac{14}{8}, -\frac{24}{23}, \frac{-50}{46}, \frac{-4}{-6}, \frac{25}{30}, \frac{7}{5}, \frac{234}{-235}, -2\frac{45}{46}.$$

Bài 8<VD>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{47}{83}$ và $\frac{65}{73}$

b) $-\frac{33}{37}$ và $-\frac{34}{35}$

c) $\frac{29}{59}$ và $\frac{47}{93}$

Bài 9<VD>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{456}{23}$ và $\frac{465}{32}$

b) $-\frac{173}{457}$ và $-\frac{16}{47}$

Bài 10<VD>. Trong dịp hè, bạn An muốn mua một số vở để chuẩn bị cho năm học mới. Cửa hàng có 2 loại vở: 6 quyển vở Hồng Hà có giá 65 nghìn đồng và 9 quyển vở Campus có giá 103 nghìn đồng. Hỏi để tiết kiệm tiền bạn An nên mua loại vở nào?

Bài 11<VD>. Tìm các phân số:

a) Có mẫu số là 30, lớn hơn $-\frac{2}{5}$ và nhỏ hơn $-\frac{1}{6}$.

b) Có tử số là -15, lớn hơn $-\frac{5}{6}$ và nhỏ hơn $-\frac{3}{4}$.

*Vận dụng cao

Bài 12<VDC>. Tìm số nguyên a, b sao cho:

a) $\frac{-3}{8} < \frac{a}{10} < \frac{-3}{5}$.

b) $\frac{-8}{19} < \frac{12}{b} < \frac{-2}{5}$

Bài 13<VDC>. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

b) $\frac{x-5}{x-10}$ là số hữu tỉ dương.

b) $\frac{x-5}{x+7}$ là số hữu tỉ âm.

ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Nhận biết các số hữu tỉ và biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

*Nhận biết

Bài 1<NB>. Cho các số sau: $\frac{2,3}{5}; 1\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -\frac{12}{7}; \frac{0}{8}; \frac{2}{0}; \frac{-3}{-3}; -1,6; 0,35$. Hãy cho biết số nào là số hữu tỉ, số nào không phải là số hữu tỉ?

Lời giải:

Các số hữu tỉ là $1\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -\frac{12}{7}; \frac{0}{8}; \frac{-3}{-3}; -1,6; 0,35$

Số không phải là số hữu tỉ là $\frac{2,3}{5}; \frac{2}{0}$

Bài 2<NB>. Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

$$-\frac{1}{4}; \quad \frac{3}{11}; \quad -\frac{2}{5}; \quad -6.$$

Lời giải:

Số hữu tỉ dương là: $\frac{3}{11}; -\frac{2}{5}$

Số hữu tỉ âm là: $-\frac{1}{4}; -6$

***Thông hiểu**

Bài 3<TH>. Tìm số đối của các số: $5\frac{3}{7}; (-9); -\frac{4}{-11}; -(-5); -\frac{2}{3}; 0,56$.

Lời giải:

Số đối của $5\frac{3}{7}; (-9); -\frac{4}{-11}; -(-5); -\frac{2}{3}; 0,56$ lần lượt là: $-5\frac{3}{7}; 9; -\frac{4}{11}; 5; \frac{2}{3}; -0,56$

Bài 4<TH>. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

$$\frac{-8}{20}; \quad \frac{9}{-12}; \quad \frac{-10}{25}; \quad \frac{6}{-15}; \quad \frac{9}{-15}$$

Lời giải:

Ta có $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}$. Rút gọn các phân số đã cho ta được:

$$\frac{-8}{20} = \frac{-4}{10}; \quad \frac{9}{-12} = \frac{-3}{4}; \quad \frac{-10}{25} = \frac{-2}{5}; \quad \frac{6}{-15} = \frac{-2}{5}; \quad \frac{9}{-15} = \frac{-3}{5}$$

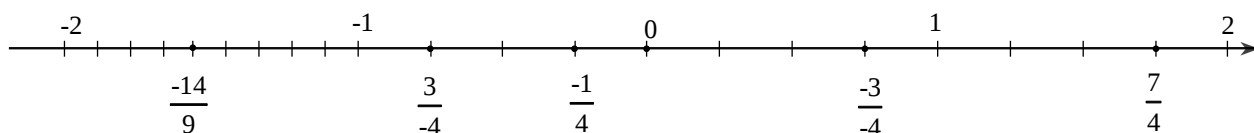
Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$ là: $\frac{-10}{25}; \frac{6}{-15}$.

Bài 5<TH>. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên cùng một trục số.

$$\text{a) } \frac{-1}{4}; \quad \text{b) } \frac{-3}{-4}; \quad \text{c) } \frac{3}{-4}; \quad \text{d) } \frac{-14}{9}; \quad \text{e) } \frac{7}{4}.$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}; \quad \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}; \quad \frac{-14}{9} = -1\frac{5}{9}; \quad \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$



***Vận dụng**

Bài 6<VD>. Hãy tìm năm phân số bằng phân số $\frac{-2}{7}$.

Lời giải:

Năm phân số bằng phân số $\frac{-2}{7}$ là: $\frac{-4}{14}; \frac{-6}{21}; \frac{-8}{28}; \frac{-10}{35}; \frac{-12}{42}$.

Bài 7<VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{x}{11}$

b) $\frac{-3}{x}$

c) $\frac{7}{-3x}$

Lời giải:

a) Để $\frac{x}{11}$ là số hữu tỉ thì $x \in \mathbb{Z}$.

b) Để $\frac{-3}{x}$ là số hữu tỉ thì $x \in \mathbb{Z}$ và $x \neq 0$. Suy ra x là số nguyên khác 0.

c) Để $\frac{7}{-3x}$ là số hữu tỉ thì $-3x \in \mathbb{Z}$ và $-3x \neq 0$. Suy ra x là số nguyên khác 0.

Bài 8 <VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{5}{x-3}$

b) $\frac{-4}{5x+10}$

Lời giải:

a) Để $\frac{5}{x-3}$ là số hữu tỉ thì $x-3 \in \mathbb{Z}$ và $x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$.

Vậy khi x là số nguyên khác 3 thì $\frac{5}{x-3}$ là số hữu tỉ

b) Để $\frac{-4}{5x+10}$ là số hữu tỉ thì $5x+10 \in \mathbb{Z}$ và $5x+10 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$.

Vậy khi x là số nguyên khác -2 thì $\frac{-4}{5x+10}$ là số hữu tỉ.

***Vận dụng cao**

Bài 9<VDC>. Tìm tất cả các số nguyên x để các phân số sau có giá trị là số nguyên:

a) $A = \frac{10x-9}{2x-3}$

b) $B = \frac{x-10}{x-5}$

Lời giải:

a) $A = \frac{10x-9}{2x-3} = 5 + \frac{6}{2x-3}$

$$A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{6}{2x-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x-3 \in U(6)$$

$$\Rightarrow 2x-3 \in \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3\}, (x \in \mathbb{Z})$$

b) $B = \frac{x-10}{x-5} = 1 - \frac{5}{x-5}$. Làm tương tự câu a ta được $x \in \{4; 6; 0; 10\}$.

Bài 10<VDC>. Cho số x thỏa mãn $x^2 = 5$. Hỏi số x có là số hữu tỉ không?

Lời giải:

x không thể là số hữu tỉ.

Dạng 2 . So sánh hai số hữu tỉ.

*Nhận biết

Bài 1 < NB >. So sánh các số hữu tỉ sau.

a) $\frac{-1}{4}$ và $\frac{1}{100}$

b) $\frac{1}{-2}$ và $\frac{-1}{3}$

c) $\frac{-2}{3}$ và $\frac{-3}{-5}$

d) $-2,5$ và $\frac{5}{-2}$

Lời giải:

a) $\frac{-1}{4}$ và $\frac{1}{100}$

Vì $\frac{-1}{4} < 0; \frac{1}{100} > 0$ nên $\frac{-1}{4} < \frac{1}{100}$

b) $\frac{1}{-2}$ và $\frac{-1}{3}$

Vì $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{-2} < \frac{-1}{3}$

c) $\frac{-2}{3}$ và $\frac{-3}{-5}$

Ta có: $\frac{-3}{-5} = \frac{3}{5} > \frac{-2}{3}$

Vậy $\frac{-2}{3} < \frac{-3}{-5}$

d) $-2,5$ và $\frac{5}{-2}$

Ta có: $-2,5 = \frac{-5}{2} = \frac{5}{-2}$

Vậy $-2,5 = \frac{5}{-2}$

Bài 2 < NB >. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{2}{9}$ và $\frac{7}{9}$

b) $\frac{-4}{7}$ và $\frac{-4}{3}$;

c) $\frac{3}{5}$ và $\frac{12}{20}$.

Lời giải:

a) Ta có $2 < 7$ nên $\frac{2}{9} < \frac{7}{9}$.

b) Ta có $\frac{4}{7} < \frac{4}{3}$ nên $\frac{-4}{7} > \frac{-4}{3}$.

c) Ta có $\frac{12}{20} = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}$

Vậy $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$

Bài 3<NB>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{-6}{13}; \frac{-2}{13}; \frac{-12}{13}; \frac{-8}{13}; \frac{-17}{13}; \frac{-25}{13}; \frac{-3}{13}$$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{-25}{13} < \frac{-17}{13} < \frac{-12}{13} < \frac{-8}{13} < \frac{-6}{13} < \frac{-3}{13} < \frac{-2}{13}$$

Các số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$\frac{-25}{13}; \frac{-17}{13}; \frac{-12}{13}; \frac{-8}{13}; \frac{-6}{13}; \frac{-3}{13}; \frac{-2}{13}$$

***Thông hiểu**

Bài 4<TH>. So sánh các số hữu tỉ sau:

$$\text{a) } x = \frac{1}{2} \text{ và } y = \frac{3}{4} \quad \text{b) } x = \frac{2}{-5} \text{ và } y = \frac{-3}{7} \quad \text{c) } x = \frac{-3}{5} \text{ và } 0$$

Lời giải:

$$\text{a) } x = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \text{ và } y = \frac{3}{4}. \text{ Ta có: } \frac{2}{4} < \frac{3}{4} \text{ nên } x < y$$

$$\text{b) } x = \frac{2}{-5} = \frac{-2}{5} = \frac{-14}{35} \text{ và } y = \frac{-3}{7} = \frac{-15}{35}. \text{ Ta có } -14 > -15 \text{ và } 35 > 0 \text{ nên } \frac{-14}{35} > \frac{-15}{35} \text{ hay } x > y$$

$$\text{c) } x < 0$$

Bài 5<TH>. So sánh các số hữu tỉ sau:

$$\text{a) } x = \frac{2017}{2018} \text{ và } y = \frac{14}{13}$$

$$\text{b) } x = \frac{-45}{81} \text{ và } y = \frac{777}{-999}$$

$$\text{c) } x = -2\frac{1}{5} \text{ và } y = \frac{-110}{50}$$

$$\text{d) } x = \frac{17}{20} \text{ và } y = 0,75$$

Lời giải:

$$\text{a) } x = \frac{2017}{2018} < 1 < \frac{14}{13} = y \text{ nên } x < y$$

$$\text{b) } x = \frac{-45}{81} = \frac{-5}{9}; y = \frac{777}{-999} = \frac{-777:111}{999:111} = \frac{-7}{9} \text{ nên ta có } x > y$$

$$\text{c) } x = -2\frac{1}{5} = \frac{-11}{5} = \frac{-110}{50} = y \text{ nên } x = y$$

$$\text{d) } y = 0,75 = \frac{3}{4} = \frac{15}{20} < \frac{17}{20} \text{ nên } x > y$$

Bài 6<TH>. So sánh các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{1234}{1235} \text{ và } \frac{4319}{4320}$$

$$\text{b) } \frac{22}{-67} \text{ và } \frac{51}{-152}$$

$$\text{c) } \frac{-18}{91} \text{ và } \frac{-23}{114}$$

Lời giải:

a) $\frac{1234}{1235}$ và $\frac{4319}{4320}$

$$\frac{1234}{1235} - 1 = \frac{-1}{1235}; \frac{4319}{4320} - 1 = \frac{-1}{4320}$$

$$\text{Có } 1235 < 4320 \Rightarrow \frac{-1}{1235} < \frac{-1}{4320} \Rightarrow \frac{1234}{1235} - 1 < \frac{4319}{4320} - 1$$

$$\text{Vậy } \frac{1234}{1235} < \frac{4319}{4320}$$

b) $\frac{22}{-67}$ và $\frac{51}{-152}$

$$\frac{22}{-67} = \frac{-22}{67} > \frac{-22}{66} = \frac{-1}{3} = \frac{-51}{153} > \frac{-51}{152} = \frac{51}{-152}. \text{ Vậy } \frac{22}{-67} > \frac{51}{-152}$$

c) $\frac{-18}{91}$ và $\frac{-23}{114}$

$$\frac{-18}{91} > \frac{-18}{90} = \frac{-1}{5} = \frac{-23}{115} > \frac{-23}{114}. \text{ Vậy } \frac{-18}{91} > \frac{-23}{114}$$

*Vận dụng

Bài 7<VD>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

$$\frac{14}{8}, -\frac{24}{23}, \frac{-50}{46}, \frac{-4}{-6}, \frac{25}{30}, \frac{7}{5}, \frac{234}{-235}, -2\frac{45}{46}.$$

Lời giải:

- Các số hữu tỉ dương: $\frac{14}{8}, \frac{-4}{-6}, \frac{25}{30}, \frac{7}{5}$. Vì $\frac{-4}{-6} = \frac{4}{6} < \frac{5}{6} = \frac{25}{30} < 1$ và $\frac{14}{8} = \frac{7}{4} > \frac{7}{5}$, nên sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn ta được:

$$\frac{-4}{-6} < \frac{25}{30} < 1 < \frac{7}{5} < \frac{14}{8}$$

- Các số hữu tỉ âm: $-\frac{24}{23}, \frac{-50}{46}, \frac{234}{-235}, -2\frac{45}{46}$. Vì $-2\frac{45}{46} < \frac{-50}{46} = -\frac{25}{23} < -\frac{24}{23} < -1$ và

$$\frac{234}{-235} > -1 \text{ nên sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn ta được:}$$

$$-2\frac{45}{46} < \frac{-50}{46} < -\frac{24}{23} < -1 < \frac{234}{-235}$$

$$\text{Vậy: } -2\frac{45}{46} < \frac{-50}{46} < -\frac{24}{23} < \frac{234}{-235} < \frac{-4}{-6} < \frac{25}{30} < \frac{7}{5} < \frac{14}{8}.$$

Bài 8<VD>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{47}{83}$ và $\frac{65}{73}$

b) $\frac{-33}{37}$ và $\frac{-34}{35}$

c) $\frac{29}{59}$ và $\frac{47}{93}$

Lời giải:

a) Ta có: $\frac{47}{83} < \frac{47}{73} < \frac{65}{73}$

Vậy $\frac{47}{83} < \frac{65}{73}$

b) Ta có: $\frac{33}{37} < \frac{34}{37} < \frac{34}{35} \Rightarrow \frac{-33}{37} > \frac{-34}{37} > \frac{-34}{35}$

Vậy $\frac{-33}{37} > \frac{-34}{35}$

c) Ta có: $\frac{29}{59} < \frac{29+1}{59+1} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$; $\frac{47}{93} > \frac{47}{94} = \frac{1}{2}$

Vậy $\frac{29}{59} < \frac{47}{93}$

Bài 9<VD>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{456}{23}$ và $\frac{465}{32}$

b) $-\frac{173}{457}$ và $\frac{-16}{47}$

Lời giải:

a) Ta có $\frac{456}{23} > 1$ nên $\frac{456}{23} > \frac{456+9}{23+9} = \frac{465}{32}$

b) Ta có $-\frac{173}{457} < 1$ nên $-\frac{173}{457} < \frac{-173+13}{457+13} = \frac{-160}{470} = \frac{-16}{47}$

Bài 10<VD>. Trong dịp hè, bạn An muốn mua một số vở để chuẩn bị cho năm học mới. Cửa hàng có 2 loại vở: 6 quyển vở Hồng Hà có giá 65 nghìn đồng và 9 quyển vở Campus có giá 103 nghìn đồng. Hỏi để tiết kiệm tiền bạn An nên mua loại vở nào?

Lời giải:

Giá tiền mỗi quyển vở Hồng Hà là: $\frac{65}{6}$ (nghìn đồng).

Giá tiền mỗi quyển vở Campus là: $\frac{103}{9}$ (nghìn đồng).

Quy đồng mẫu số hai phân số ta có:

$$\frac{65}{6} = \frac{195}{18}; \quad \frac{103}{9} = \frac{206}{18}$$

Vì $\frac{195}{18} < \frac{206}{18}$ nên $\frac{65}{6} < \frac{103}{9}$.

Vậy để tiết kiệm tiền bạn An nên mua vở Hồng Hà.

Bài 11<VD>. Tìm các phân số:

a) Có mẫu số là 30, lớn hơn $\frac{-2}{5}$ và nhỏ hơn $\frac{-1}{6}$.

b) Có tử số là -15, lớn hơn $\frac{-5}{6}$ và nhỏ hơn $\frac{-3}{4}$.

Lời giải:

$$\text{a) } \frac{-2}{5} = \frac{-12}{30}; \quad \frac{-1}{6} = \frac{-5}{30}. \text{ Vậy } \frac{-12}{30} < x < \frac{-5}{30} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{-11}{30}; \frac{-10}{30}; \frac{-9}{30}; \frac{-8}{30}; \frac{-7}{30}; \frac{-6}{30} \right\}$$

$$\text{b) } \frac{-5}{6} = \frac{-15}{18}; \quad \frac{-3}{4} = \frac{-15}{20}. \text{ Vậy } \frac{-15}{18} < x < \frac{-15}{20} \Rightarrow x = \frac{-15}{19}$$

***Vận dụng cao**

Bài 12<VDC>. Tìm số nguyên a, b sao cho:

$$\text{a) } \frac{-3}{8} < \frac{a}{10} < \frac{-3}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{-8}{19} < \frac{12}{b} < \frac{-2}{5}$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có: } \frac{-3}{8} > \frac{a}{10} > \frac{-3}{5} \Rightarrow \frac{-15}{40} > \frac{4a}{40} > \frac{-24}{40}.$$

$$\Rightarrow -15 > 4a > -24 \Rightarrow -\frac{15}{4} > a > -6$$

$$\text{Mà } a \in \mathbb{Z}, \text{ suy ra: } a \in \{-4; -5\}$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{-8}{19} < \frac{12}{b} < \frac{-2}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{12}{-b} < \frac{8}{19} \Rightarrow \frac{24}{60} < \frac{24}{-2b} < \frac{24}{57}$$

$$\Rightarrow 57 < -2b < 60 \Rightarrow -30 < b < -\frac{57}{2}$$

$$\text{Mà } b \in \mathbb{Z}, \text{ suy ra } b \in \{-29\}$$

Bài 13<VDC>. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

$$\text{a) } \frac{x-5}{x-10} \text{ là số hữu tỉ dương.}$$

$$\text{b) } \frac{x-5}{x+7} \text{ là số hữu tỉ âm.}$$

Lời giải:

$$\text{a) } \frac{x-5}{x-10} \text{ là số hữu tỉ dương khi:}$$

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 < 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > 10 \end{cases} \Rightarrow x > 10 \quad (1)$$

$$* \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x < 10 \end{cases} \Rightarrow x < 5 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được: $x < 5$ hoặc $x > 10$

Vậy khi $x < 5$ hoặc $x > 10$ thì $\frac{x-5}{x-10}$ là số hữu tỉ dương.

b) $\frac{x-5}{x+7}$ là số hữu tỉ âm khi:

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x+7 < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-5 < 0 \\ x+7 > 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x-5 > 0 \\ x+7 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < -7 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset (1)$$

$$* \begin{cases} x-5 < 0 \\ x+7 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x > -7 \end{cases} \Rightarrow -7 < x < 5 (2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được: $-7 < x < 5$

Vậy khi $-7 < x < 5$ thì $\frac{x-5}{x+7}$ là số hữu tỉ âm.

PHIẾU BÀI TẬP

(Nội dung là toàn bộ bài tập đã có trên)

Dạng 1. Nhận biết các số hữu tỉ và biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

*Nhận biết

Bài 1<NB>. Cho các số sau: $\frac{5}{4}; 3\frac{2}{5}; -\frac{2}{7}; -\frac{13}{17}; \frac{0}{3}; \frac{3}{0}; -\frac{8}{-8}; 2,5; 0,625$. Hãy cho biết số nào là số hữu tỉ, số nào không phải là số hữu tỉ?

Bài 2<NB>. Số nguyên $\dots -2; -1; 0; 1; 2; \dots$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

Bài 3<NB>. Điền kí hiệu ($\in; \notin$) thích hợp vào ô trống:

$6,5 \square \mathbb{Z}$	$6,5 \square \mathbb{Q}$	$2\frac{4}{7} \square \mathbb{Q}$	$0 \square \mathbb{Q}$	$-3,5 \square \mathbb{N}$
--------------------------	--------------------------	-----------------------------------	------------------------	---------------------------

Bài 4<NB>. Điền kí hiệu ($\in; \notin$) thích hợp vào ô trống:

$-5 \square \mathbb{N}$	$-5 \square \mathbb{Z}$	$-5 \square \mathbb{Q}$	$\frac{1}{5} \square \mathbb{Z}$	$-\frac{0}{8} \square \mathbb{Q}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

Bài 5 <NB>. Điền các kí hiệu $\mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}$ vào ô trống cho đúng (điền tất cả các khả năng có thể):

a) $11 \in \dots$ b) $-26 \in \dots$ c) $\frac{1}{5} \in \dots$ d) $-\frac{3}{4} \in \dots$

*Thông hiểu

Bài 6<TH>. Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

a) $-\frac{5}{7}$; b) $\frac{4}{-9}$; c) $\frac{-3}{-8}$; d) $\frac{-14}{9}$; e) $\frac{5}{-8}$.

Bài 7<TH>. Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

a) $-\frac{-3}{5}$; b) $\frac{2}{9}$; c) -4 ; d) $\frac{0}{-3}$;

Bài 8<TH>. Tìm số đối của các số: $\frac{11}{2}, -4, \frac{-7}{6}, 0, -\frac{5}{7}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$.

Bài 9<TH>. Tìm số đối của các số: $3\frac{1}{2}; (-5); \frac{-3}{-4}; -(-8)$.

Bài 10<TH>. Dãy số nào dưới đây cùng biểu diễn một số hữu tỉ

- a) $-0,3; \frac{-3}{10}; \frac{6}{20}$ b) $5; \frac{-5}{-1}; \frac{-10}{2}$ c) $\frac{2}{13}; \frac{-7}{13}; \frac{-14}{26}$ d) $\frac{9}{12}; \frac{-6}{-8}; \frac{3}{4}$

Bài 11<TH>. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{5}{4}$, từ đó rút ra dạng tổng quát của các phân số bằng phân số $-\frac{5}{4}$.

$$\frac{-10}{8}, -\frac{15}{12}, \frac{-20}{-16}, \frac{-19}{16}, \frac{25}{-20}, \frac{12}{15}$$

Bài 12<TH>.

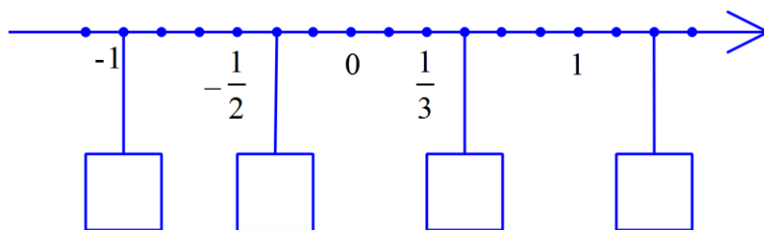
a) Tìm 3 phân số bằng các phân số $\frac{14}{21}$

b) Tìm 3 phân số bằng các phân số $\frac{4}{-12}$

Bài 13<TH>. Viết dạng chung của các số hữu tỉ bằng:

- a) $\frac{-123123}{164164}$ b) $\frac{434343}{868686}$

Bài 14<TH>. Điền số thích hợp vào chỗ trống:



***Vận dụng**

Bài 15<VD>. Biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{5}{4}; \frac{4}{4}; \frac{3}{5}$ trên trục số.

Bài 16<VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

- a) $\frac{x}{7}$ b) $\frac{5}{x}$ c) $\frac{-5}{2x}$

Bài 17 <VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

- a) $\frac{1}{x-1}$ b) $\frac{-2}{2x-4}$

Bài 18 <VD>. Tìm số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{-101}{x+7}$ là số nguyên.

Bài 19 <VD>. Cho số hữu tỉ $x = \frac{20m+11}{-2019}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

Bài 20<VD>. Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{2}$. Với giá trị nào của a thì:

a) x là số dương

b) x là số âm

c) x không là số dương và cũng không là số âm.

Bài 21 <VD>. Cho $x = \frac{12}{b-15}$ ($b \in \mathbb{Z}$). Với giá trị nào của b thì:

a) x là số hữu tỉ

b) $x = -1$

Bài 22<VD>. Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-2}{5}$ $a \in \mathbb{Z}$. Với giá trị nào của a thì x là số nguyên?

***Vận dụng cao**

Bài 23<VDC>. Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-5}{a}$ $a \neq 0$. Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên?

Bài 24<VDC>. Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $A = \frac{x+1}{x-2}$ ($x \neq 2$) có giá trị là số nguyên.

Bài 25<VDC>. Tìm tất cả các số nguyên x để số hữu tỉ $B = \frac{2x-1}{x+5}$ ($x \neq -5$) có giá trị là số nguyên.

Bài 26<VDC>. Tìm số nguyên x để số hữu tỉ $D = \frac{x-3}{2x}$ là số nguyên

Bài 27<VDC>. Cho số x thỏa mãn $x^2 = 2$. Hỏi số x có là số hữu tỉ không?

Dạng 2. So sánh các số hữu tỉ

***Nhận biết**

Bài 1<NB>. So sánh các số hữu tỉ sau.

a) $\frac{3}{7}$ và $\frac{5}{7}$

b) $\frac{-2}{5}$ và $\frac{-3}{5}$

c) $\frac{4}{-9}$ và $\frac{5}{-9}$

d) $\frac{-3}{-8}$ và $\frac{-3}{8}$

Bài 2<NB>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{5}{4}$ và $\frac{3}{4}$

b) $\frac{-3}{5}$ và $\frac{-3}{4}$;

c) $\frac{1}{21}$ và $\frac{3}{27}$.

Bài 3<NB>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự giảm dần.

$$\frac{-12}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{-16}{17}; \frac{-1}{17}; \frac{-11}{17}; \frac{-14}{17}; \frac{-19}{17}$$

Bài 4< NB>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{-5}{9}; \frac{-5}{7}; \frac{-5}{2}; \frac{-5}{4}; \frac{-5}{8}; \frac{-5}{3}; \frac{-5}{11}$$

Bài 5< NB>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a) $\frac{-146}{43}$ và $\frac{1}{89}$;

b) $\frac{21}{23}$ và $\frac{13}{12}$;

c) $\frac{2019}{2019}$ và $\frac{2020}{2019}$.

***Thông hiểu**

Bài 6< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a) $x = -0,125$ và $y = \frac{1}{-8}$

b) $x = 0,75$ và $y = \frac{5}{4}$

c) $x = \frac{-17}{23}$ và $y = \frac{-171717}{232323}$

Bài 7< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a) $\frac{3131}{1313}$ và $\frac{31}{13}$

b) $\frac{2021}{2021}$ và $\frac{2022}{2021}$;

c) $\frac{2019}{2018}$ và $\frac{2020}{2019}$

Bài 8< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a) $-1,6$ và $-\frac{7}{4}$

b) $\frac{2018}{2019}$ và $\frac{2019}{2020}$

c) $\frac{-1234}{1244}$ và $\frac{-4321}{4331}$

Bài 9< TH>. So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a) $\frac{-11}{33}$ và $\frac{25}{-76}$

b) $\frac{-31}{-32}$ và $\frac{313131}{323232}$

c) $\frac{3246}{-3247}$ và $\frac{-45984}{45983}$

Bài 10< TH>. Quy đồng rồi sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

$$\frac{-1}{3}, \frac{-5}{12}, \frac{-3}{4}, \frac{1}{-4}, \frac{-7}{12}$$

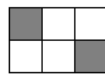
***Vận dụng**

Bài 11<VD>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ lớn đến bé:

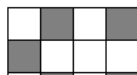
$$\frac{-10}{8}, \frac{5}{12}, 0, \frac{-19}{19}, \frac{2}{-10}, \frac{17}{15}, 1.$$

Bài 12<VD>. Lớp 7B có $\frac{4}{5}$ số học sinh thích học toán, $\frac{7}{10}$ số học sinh thích học văn, $\frac{23}{25}$ số học sinh thích học anh. Môn học nào được nhiều bạn học sinh lớp 7B yêu thích nhất?

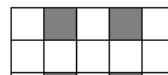
Bài 13<VD>. Lưới nào sẫm nhất?



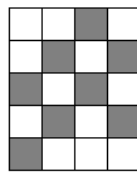
A



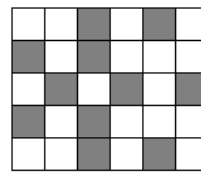
B



C



D



E

a) Đối với mỗi lưới ô vuông ở hình trên, hãy lập một phân số có tử là số ô sẫm, mẫu là tổng số ô sẫm và trắng.

b) Sắp xếp các phân số này theo thứ tự tăng dần và cho biết lưới nào sẫm nhất (có tỉ số ô sẫm so với tổng số ô là lớn nhất).

Bài 14<VD>. Nhiệt độ của Matxcova các tháng trong năm 2020 được thống kê như sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ(độ C)	- 3,75	- 7,6	- 1,2	0	7,5	8,63	19,2	17,5	11,3	14,5	15	12,5

Hãy sắp xếp nhiệt độ của các tháng theo thứ tự từ lớn đến bé.

Bài 15<VD>. Hãy viết bốn số hữu tỉ xen giữa $\frac{-1}{2}$ và $\frac{-1}{3}$

Bài 16<VD>. Viết 3 số hữu tỉ có mẫu khác nhau lớn hơn $\frac{-1}{3}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{4}{5}$?

Bài 17<VD>. Tìm phân số có:

a) Mẫu số bằng 5, lớn hơn $\frac{-5}{7}$ và nhỏ hơn $\frac{-2}{7}$.

b) Tử số bằng 8, lớn hơn $\frac{5}{9}$ và nhỏ hơn $\frac{5}{7}$.

Bài 18 <VD>. Tìm phân số $\frac{x}{9}$ ($x \in \mathbb{Z}$) sao cho: $\frac{x}{9} < \frac{4}{7} < \frac{x+1}{9}$

***Vận dụng cao**

Bài 19 <VDC>. Cho $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^*$.

a) Nếu $a < b$, hãy so sánh hai số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$

b) Nếu $a > b$, hãy so sánh hai số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$

Bài 20 <VDC>. Cho $x, y \in \mathbb{Z}, y > 0$, hãy so sánh hai số hữu tỉ: $\frac{x}{y}$ và $\frac{x+2018}{y+2018}$

Bài 21 <VDC>.

a) Chứng tỏ rằng nếu x, y dương và $\frac{m}{x} > \frac{n}{y}$ thì $\frac{m}{x} > \frac{m+n}{x+y} > \frac{n}{y}$

b) Áp dụng kết quả câu a. Viết ba số hữu tỉ khác tử số và mẫu số sao cho chúng lớn hơn $\frac{-1}{5}$ và nhỏ hơn $\frac{-1}{6}$.

Bài 22 <VDC>. Chứng tỏ rằng nếu $x, y, z \in \mathbb{Z}, z > 0$ và $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ thì $\frac{x}{z} > \frac{x+y}{2z} > \frac{y}{z}$

Bài 23 <VDC>. Cho hai số hữu tỉ $\frac{m}{n}$ và $\frac{p}{q}$ với $n, q > 0$.

Chứng tỏ rằng: Nếu $mq < np$ thì $\frac{m}{n} < \frac{p}{q}$.

Bài 24 <VDC>. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

a) $\frac{x+3}{x-7}$ là số hữu tỉ dương.

b) $\frac{x-5}{x-10}$ là số hữu tỉ âm.

Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Nhận biết các số hữu tỉ và biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

*Nhận biết

Bài 1 <NB>. Cho các số sau: $\frac{2,3}{5}; 1\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -\frac{12}{7}; \frac{0}{8}; \frac{2}{0}; \frac{-3}{-3}; -1,6; 0,35$. Hãy cho biết số nào là số hữu tỉ, số nào không phải là số hữu tỉ?

Bài 2 <NB>. Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

$-\frac{1}{4}; \quad \frac{3}{11}; \quad \frac{-2}{-5}; \quad -6.$

*Thông hiểu

Bài 3 <TH>. Tìm số đối của các số: $5\frac{3}{7}; (-9); \frac{-4}{-11}; -(-5); -\frac{2}{3}; 0,56$.

Bài 4 <TH>. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

$\frac{-8}{20}; \quad \frac{9}{-12}; \quad \frac{-10}{25}; \quad \frac{6}{-15}; \quad \frac{9}{-15}$

Bài 5 <TH>. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên cùng một trục số.

a) $-\frac{1}{4};$ b) $-\frac{3}{-4};$ c) $\frac{3}{-4};$ d) $-\frac{14}{9};$ e) $\frac{7}{4}.$

*Vận dụng

Bài 6 <VD>. Hãy tìm năm phân số bằng phân số $\frac{-2}{7}$.

Bài 7 <VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{x}{11}$

b) $\frac{-3}{x}$

c) $\frac{7}{-3x}$

Bài 8<VD>. Tìm số nguyên x để các số sau là số hữu tỉ:

a) $\frac{5}{x-3}$

b) $\frac{-4}{5x+10}$

***Vận dụng cao**

Bài 9<VDC>. Tìm tất cả các số nguyên x để các phân số sau có giá trị là số nguyên:

a) $A = \frac{10x-9}{2x-3}$

b) $B = \frac{x-10}{x-5}$

Bài 10<VDC>. Cho số x thỏa mãn $x^2 = 5$. Hỏi số x có là số hữu tỉ không?

Dạng 2. So sánh hai số hữu tỉ.

***Nhận biết**

Bài 1<NB>. So sánh các số hữu tỉ sau.

a) $\frac{-1}{4}$ và $\frac{1}{100}$

b) $\frac{1}{-2}$ và $\frac{-1}{3}$

c) $\frac{-2}{3}$ và $\frac{-3}{-5}$

d) $-2,5$ và $\frac{5}{-2}$

Bài 2<NB>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{2}{9}$ và $\frac{7}{9}$

b) $\frac{-4}{7}$ và $\frac{-4}{3}$;

c) $\frac{3}{5}$ và $\frac{12}{20}$.

Bài 3<NB>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{-6}{13}; \frac{-2}{13}; \frac{-12}{13}; \frac{-8}{13}; \frac{-17}{13}; \frac{-25}{13}; \frac{-3}{13}$$

***Thông hiểu**

Bài 4<TH>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{3}{4}$

b) $x = \frac{2}{-5}$ và $y = \frac{-3}{7}$

c) $x = \frac{-3}{5}$ và 0

Bài 5<TH>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $x = \frac{2017}{2018}$ và $y = \frac{14}{13}$

b) $x = \frac{-45}{81}$ và $y = \frac{777}{-999}$

c) $x = -2\frac{1}{5}$ và $y = \frac{-110}{50}$

d) $x = \frac{17}{20}$ và $y = 0,75$

Bài 6<TH>. So sánh các phân số sau:

a) $\frac{1234}{1235}$ và $\frac{4319}{4320}$

b) $\frac{22}{-67}$ và $\frac{51}{-152}$

c) $\frac{-18}{91}$ và $\frac{-23}{114}$

***Vận dụng**

Bài 7<VD>. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

$$\frac{14}{8}, -\frac{24}{23}, \frac{-50}{46}, \frac{-4}{-6}, \frac{25}{30}, \frac{7}{5}, \frac{234}{-235}, -2\frac{45}{46}.$$

Bài 8<VD>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{47}{83}$ và $\frac{65}{73}$

b) $\frac{-33}{37}$ và $\frac{-34}{35}$

c) $\frac{29}{59}$ và $\frac{47}{93}$

Bài 9<VD>. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{456}{23}$ và $\frac{465}{32}$

b) $-\frac{173}{457}$ và $\frac{-16}{47}$

Bài 10<VD>. Trong dịp hè, bạn An muốn mua một số vở để chuẩn bị cho năm học mới. Cửa hàng có 2 loại vở: 6 quyển vở Hồng Hà có giá 65 nghìn đồng và 9 quyển vở Campus có giá 103 nghìn đồng. Hỏi để tiết kiệm tiền bạn An nên mua loại vở nào?

Bài 11<VD>. Tìm các phân số:

a) Có mẫu số là 30, lớn hơn $\frac{-2}{5}$ và nhỏ hơn $\frac{-1}{6}$.

b) Có tử số là -15, lớn hơn $\frac{-5}{6}$ và nhỏ hơn $\frac{-3}{4}$.

***Vận dụng cao**

Bài 12<VDC>. Tìm số nguyên a, b sao cho:

a) $\frac{-3}{8} < \frac{a}{10} < \frac{-3}{5}$.

b) $\frac{-8}{19} < \frac{12}{b} < \frac{-2}{5}$

Bài 13<VDC>. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

c) $\frac{x-5}{x-10}$ là số hữu tỉ dương.

b) $\frac{x-5}{x+7}$ là số hữu tỉ âm.