

BÀI 3. TRUNG BÌNH CỘNG

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Vận dụng được công thức tính trung bình cộng từ bảng đã lập, biết sử dụng số trung bình cộng để làm đại diện cho một dấu hiệu trong một số trường hợp và để so sánh khi tìm hiểu những dấu hiệu cùng loại.
- + Xác định được một của dấu hiệu và hiểu được ý nghĩa của một.

❖ Kỹ năng

- + Tính được số trung bình cộng và một thông qua công thức.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Số trung bình cộng của dấu hiệu

– Dựa vào bảng "tần số" ta có thể tính được số trung bình cộng của một số (kí hiệu $\bar{X}$) như sau:

- +Nhân từng giá trị với tần số tương ứng;
- +Cộng tất cả các tích vừa tìm được;
- +Chia tổng đó cho số các giá trị (tổng các tần số).

Công thức tính:

$$\bar{X} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + x_3n_3 + \dots + x_kn_k}{N},$$

trong đó: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ là k giá trị khác nhau của dấu hiệu

X ; $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ là tần số tương ứng, N là số các giá trị.

Ý nghĩa của số trung bình cộng

Ý nghĩa: Số trung bình cộng dùng làm "đại diện" cho dấu hiệu, đặc biệt là khi muốn so sánh các dấu hiệu cùng loại.

Chú ý:

- Khi các giá trị của dấu hiệu có khoảng cách chênh lệch rất lớn đối với nhau thì không nên lấy số trung bình cộng làm "đại diện" cho dấu hiệu đó.
- Số trung bình cộng có thể không thuộc dãy giá trị dấu hiệu.

Mốt của dấu hiệu

- Mốt của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng "tần số". Kí hiệu M_o .
- Có những dấu hiệu có hai mốt hoặc nhiều hơn.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tính số trung bình cộng của dấu hiệu

Phương pháp giải

Để tính số trung bình cộng của dấu hiệu ta làm như sau:

Bước 1. Lập bảng tần số và tính tích ($x.n$)

Điểm số của 8 thí sinh

Giá trị	Tần số
8	3
9	2
10	3

$$\bar{X} = \frac{8.3 + 9.2 + 10.3}{8} = 9$$

Số trung bình cộng 9 đại diện cho dấu hiệu.

Điểm số trung bình của các thí sinh là 9 điểm.

Trong bảng trên, mốt của dấu hiệu là 8 và 10.

Ví dụ: Số giờ tự học của 10 học sinh của một tổ được ghi lại như sau:

3	2	4	2	2
3	2	3	2,5	1,5

Hãy tính trung bình cộng.

Hướng dẫn giải

Bảng "tần số":

Số giờ (x)	Tần số (n)	Tích (x.n)
1,5	1	1,5
2	4	8
2,5	1	2,5
3	3	9
4	1	4
	$N = 10$	Tổng: 25

Bước 2. Áp dụng công thức sau để tính:

$$\bar{X} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + \dots + x_k n_k}{N}$$

Số trung bình cộng là:

$$\bar{X} = \frac{25}{10} = 2,5$$

Lưu ý: Không nên dùng số trung bình cộng làm "đại diện" cho dấu hiệu khi giá trị của dấu hiệu có khoảng cách chênh lệch lớn.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Điều tra số con của 20 gia đình ở một khu vực dân số người ta có bảng số liệu thống kê ban đầu sau đây:

2	4	5	3	4	5	2	2	1	2
2	2	3	2	3	5	2	1	3	2

- Hãy tính số trung bình cộng của dấu hiệu.
- Nếu mỗi giá trị của dấu hiệu đều tăng thêm 2 đơn vị thì số trung bình cộng của dấu hiệu tăng thêm bao nhiêu đơn vị?
- Nếu mỗi giá trị của dấu hiệu giảm đi 1 đơn vị thì số trung bình cộng thay đổi như thế nào?

Hướng dẫn giải

- Để tính số trung bình cộng ta viết bảng "tần số" theo cột dọc như sau:

Số con (x)	Tần số (n)	Tích (x.n)	
1	2	2	Số trung bình cộng là $\bar{X} = \frac{55}{20} = 2,75$
2	9	18	
3	4	12	
4	2	8	
5	3	15	
	$N = 20$	Tổng: 55	

- Khi mỗi giá trị của dấu hiệu đều tăng thêm 2 đơn vị thì

$$\bar{X}' = \frac{55 + 2 \cdot 20}{20} = \frac{55}{20} + 2 = 2,75 + 2 = \bar{X} + 2.$$

Vậy số trung bình cộng của dấu hiệu tăng thêm 2 đơn vị.

- Khi mỗi giá trị của dấu hiệu đều giảm đi 1 đơn vị thì

$$\overline{X'} = \frac{55 - 1.20}{20} = \frac{55}{20} - 1 = 2,75 - 1 = \overline{X} - 1.$$

Vậy số trung bình cộng của dấu hiệu giảm đi 6 đơn vị.

Ví dụ 2. Để nghiên cứu tuổi thọ của một quạt điện, người ta bật tùy ý 30 quạt và cho quạt chạy liên tục cho đến lúc chúng tự tắt. Tuổi thọ của các quạt điện (tính theo ngày) được ghi lại ở bảng sau:

Tuổi thọ (x)	30	35	40	45	50	
Số quạt điện (n)	4	6	12	8	10	N = 40

- Dấu hiệu ở đây là gì và số các giá trị là bao nhiêu?
- Tính số trung bình cộng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Hướng dẫn giải

- Dấu hiệu cần tìm là: Tuổi thọ của mỗi quạt điện (tính theo ngày).

Số các giá trị là 40.

- Số trung bình cộng của dấu hiệu là:

$$\overline{X} = \frac{30.4 + 35.6 + 40.12 + 45.8 + 50.10}{40} = \frac{1670}{40} = 41,75.$$

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1. Số giờ làm thêm của các công nhân trong tổ 1 và tổ 2 trong 1 tháng như sau (mỗi tổ có 8 công nhân):

Tổ 1	6	6	15	18	20	20	25	30
Tổ 2	3	6	6	10	10	15	20	30

Tính số giờ làm thêm trung bình của các công nhân mỗi tổ.

Câu 2. Lớp 7A góp tiền ủng hộ đồng bào bị thiên tai. Số tiền góp của mỗi bạn được thống kê trong bảng (đơn vị là nghìn đồng):

1	2	1	4	2	5	2	3	4	1	5	2
3	5	2	2	4	1	3	3	2	4	2	3
4	2	3	10	5	3	2	1	5	3	2	2

- Dấu hiệu ở đây là gì?
- Lập bảng "tần số", tính số trung bình cộng và rút ra nhận xét.

Câu 3. Số tuổi nghỉ hưu của 100 công nhân ở một công ty được ghi lại trong bảng sau:

Số tuổi nghề (x)	Tần số	
44	25	$\overline{X} = 45,5$
45	30	
...	...	
48	15	

Do sơ ý người thống kê đã xóa mất một phần bảng. Hãy tìm cách khôi phục phần bảng đó.

Câu 4. Phúc đã có một số điểm kiểm tra Toán và tính rằng nếu bài cuối cùng sắp tới được 10 điểm thì điểm trung bình là 9. Nhưng nếu bài đó chỉ được 7,5 thì điểm trung bình là 8,5. Hỏi tất cả có bao nhiêu bài kiểm tra (kể cả bài cuối cùng nói trên)?

Dạng 2. Một của dấu hiệu

Phương pháp giải

Để tìm một của dấu hiệu ta dựa vào bảng "tần số".

Một của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Giá thành một sản phẩm (tính theo nghìn đồng) của 30 cơ sở sản xuất loại sản phẩm đó được cho như sau:

15	25	25	30	20	25	35	30	25	30	25	20	35	30	15
25	25	20	25	25	30	35	20	30	25	20	25	15	35	25

- Lập bảng "tần số".
- Tìm một của dấu hiệu.

Hướng dẫn giải

- Bảng "tần số":

Giá thành (x)	15	20	25	30	35	
Tần số (n)	3	5	12	6	4	$N = 30$

- Một của dấu hiệu: $M_o = 25$.

Ví dụ 2. Cho bảng phân phối thực nghiệm của dấu hiệu X ở bảng sau:

Giá trị (x)	10	17	20	25	30	35	40	
Tần số (n)	50	...	19	17	11	13	5	$N = 140$

- Hãy tìm tần số giá trị 17 của dấu hiệu X rồi điền kết quả tìm được vào chỗ trống (...).
- Tìm một của dấu hiệu.

Hướng dẫn giải

- Tần số giá trị 17 là: $140 - (50 + 19 + 17 + 11 + 13 + 5) = 25$.

Vậy số cần điền là 25.

- Một của dấu hiệu: $M_o = 10$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1. Thời gian giải một bài toán (tính theo phút) của học sinh lớp 7 được ghi lại ở bảng sau:

3	4	8	8
10	5	8	3
7	8	8	10
8	7	4	10

10	8	9	5
9	10	5	8

- Dấu hiệu ở đây là gì? Tính số trung bình cộng của dấu hiệu (làm tròn đến số thập phân thứ hai).
- Giá trị lớn nhất là bao nhiêu? Tần số của nó là mấy?
- Giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu? Tần số của nó là mấy?
- Tìm mốt của dấu hiệu.

Câu 2. Tìm hiểu về tuổi nghề (tính theo năm) của một số công nhân trong một phân xưởng, có bảng số liệu như sau:

8	8	3	7	6	5	4	2	5	6
6	6	5	4	3	7	5	8	9	6
10	9	8	10	9	4	3	5	7	2
10	5	5	8	3	4	8	6	7	9

- Dấu hiệu ở đây là gì?
- Lập bảng "tần số" và tính số trung bình cộng.
- Tìm mốt của dấu hiệu.

ĐÁP ÁN

Dạng 3. Tính số trung bình cộng của dấu hiệu

Câu 1.

Lập bảng "tần số" theo cột dọc:

Tổ 1:

Số giờ (x)	Tần số (n)	Các tích ($x.n$)	
6	2	12	$\overline{X} = \frac{140}{8} = 17,5.$
15	1	15	
18	1	18	
20	2	40	
25	1	25	
30	1	30	
	$N = 8$	Tổng: 140	

Tổ 2:

Số giờ (x)	Tần số (n)	Các tích ($x.n$)	
3	1	3	$\overline{X} = \frac{100}{8} = 12,5.$
6	2	12	
10	2	20	
15	1	15	
20	1	20	
30	1	30	
	$N = 8$	Tổng: 100	

Câu 2.

a) Dấu hiệu: "Số tiền góp ủng hộ đồng bào thiên tai của mỗi bạn lớp 7A (đơn vị nghìn đồng)".

b) Bảng "tần số":

Số tiền (x)	Tần số (n)	Các tích ($x.n$)	
1	5	5	$\overline{X} = \frac{108}{36} = 3.$
2	12	24	
3	8	24	
4	5	20	
5	5	25	
10	1	10	
	$N = 36$	Tổng: 108	

c) Nhận xét:

– Có 36 bạn ủng hộ đồng bào thiên tai.

- Số tiền ủng hộ ít nhất là một nghìn đồng và có 5 bạn.
- Số tiền ủng hộ nhiều nhất là mười nghìn đồng và có 1 bạn.
- Các bạn ủng hộ chủ yếu là hai nghìn đồng, có 12 bạn.
- Trung bình mỗi bạn trong lớp ủng hộ 3 nghìn đồng.

Câu 3.

Vì cuộc thi tìm hiểu 100 công nhân của công ty nên chỗ trống của cột tần số là:

$$100 - (25 + 30 + 15) = 30.$$

Gọi số tuổi nghề còn thiếu là a , áp dụng công thức tính số trung bình cộng ta có:

$$\frac{44.25 + 45.30 + a.30 + 48.15}{100} = 45,5 \Rightarrow a = 46.$$

Câu 4.

Điểm chênh lệch của bài kiểm tra cuối cùng là: $10 - 7,5 = 2,5$.

Điểm trung bình chênh lệch là: $9 - 8,5 = 0,5$.

Số bài kiểm tra là: $2,5 : 0,5 = 5$.

Dạng 2. Một của dấu hiệu

Câu 1.

- a) Dấu hiệu: "Thời gian giải một bài toán (tính theo phút) của học sinh lớp 7".

Bảng "tần số":

Thời gian (x)	Tần số (n)	Các tích ($x.n$)	
3	2	6	$\bar{X} = \frac{175}{24} = 7,29.$
4	2	8	
5	3	15	
7	2	14	
8	8	64	
9	2	18	
10	5	50	
	$N = 24$	Tổng: 175	

- b) Giá trị lớn nhất là 10, tần số của nó là 5.
- c) Giá trị nhỏ nhất là 3, tần số của nó là 2.
- d) Một của dấu hiệu là: $M_o = 8$.

Câu 2.

- a) Dấu hiệu: "Tuổi nghề (tính theo năm) của một số công nhân trong một phân xưởng".
- b) Bảng "tần số":

Tuổi nghề (x)	Tần số (n)	Các tích ($x.n$)	
2	2	4	$\bar{X} = \frac{245}{40} = 6,125.$
3	4	12	
4	4	16	
5	7	35	
6	6	36	
7	4	28	
8	6	48	
9	4	36	
10	3	30	
	$N = 40$	Tổng: 245	

c) Mốt của dấu hiệu: $M_o = 5$.