

CHƯƠNG 3: PHÂN SỐ

BÀI 4: QUY ĐỒNG PHÂN SỐ

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Hiểu được thế nào là quy đồng mẫu nhiều phân số.
- + Nắm được các bước tiến hành quy đồng mẫu nhiều phân số.

❖ Kỹ năng

- + Biết cách quy đồng được mẫu nhiều phân số.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Khái niệm

Quy đồng mẫu số của nhiều phân số là biến đổi những phân số đó lần lượt thành những phân số bằng chúng nhưng có cùng mẫu số.

Quy tắc quy đồng mẫu số

Muốn quy đồng mẫu số nhiều phân số với mẫu số dương ta là như sau:

Bước 1. Tìm bội chung của các mẫu.

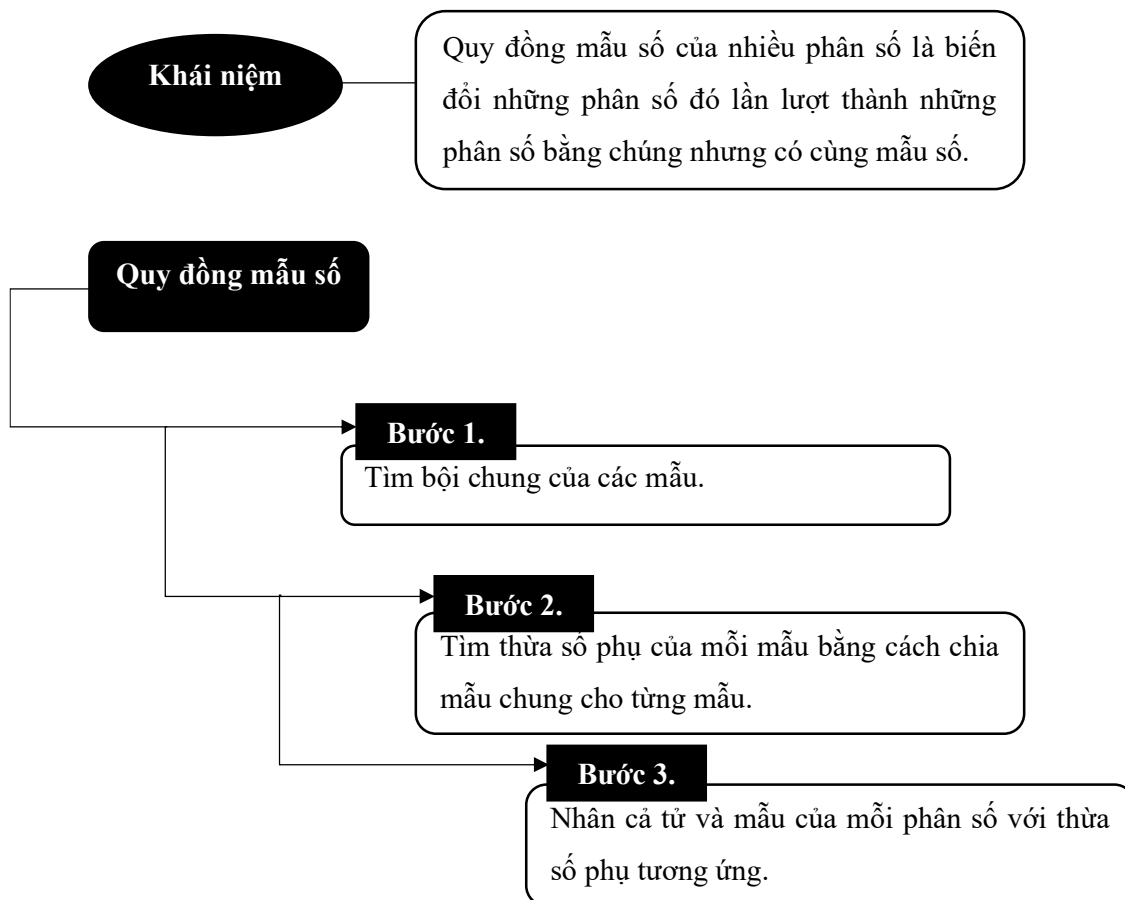
Thường ta sẽ chọn bội chung nhỏ nhất làm mẫu số

Bước 2. Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu bằng cách chia

cách chia mẫu chung cho từng mẫu.

Bước 3. Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

HỆ THỐNG SƠ ĐỒ HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Quy đồng mẫu các phân số

 Phương pháp giải

Muốn quy đồng mẫu số nhiều phân số ta làm như sau:

Bước 1. Tìm một bội chung của các mẫu (thường là BCNN) để làm mẫu chung.

Bước 2. Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu (bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu).

Bước 3. Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

Chú ý: Trước khi quy đồng cần viết phân số dưới dạng phân số có mẫu dương. Nên rút gọn các phân số trước khi quy đồng.

Ví dụ: Quy đồng mẫu các phân số: $\frac{5}{12}$ và $\frac{7}{30}$.

Hướng dẫn giải

$$BCNN(12, 30) = 60.$$

Thừa số phụ

$$60 : 12 = 5;$$

$$60 : 30 = 2.$$

Khi đó

$$\frac{5}{12} = \frac{5.5}{12.5} = \frac{25}{60}; \quad \frac{7}{30} = \frac{7.2}{30.2} = \frac{14}{60}.$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm mẫu chung nhỏ nhất của các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{2}{5} \text{ và } \frac{-1}{7}. \quad \text{b) } \frac{3}{5}; \frac{-9}{25}; \frac{2}{3}. \quad \text{c) } \frac{11}{12}; \frac{-7}{8}; \frac{1}{3}; \frac{5}{24}.$$

Hướng dẫn giải

a) Vì 5 và 7 là hai số nguyên tố cùng nhau nên $BCNN(5, 7) = 5.7 = 35$.

Vậy mẫu chung nhỏ nhất của hai phân số $\frac{2}{5}$ và $\frac{-1}{7}$ là 35.

Nhận xét: Nếu các mẫu là các số nguyên tố cùng nhau thì mẫu chung chính là tích các số đó.

b) Ta thấy $25 : 5$, suy ra $BCNN(5, 25, 3) = BCNN(25, 3) = 25.3 = 75$.

Vậy mẫu chung nhỏ nhất của $\frac{3}{5}; \frac{-9}{25}; \frac{2}{3}$ là 75.

c) Vì 24 chia hết cho 12; 8 và 3 nên mẫu chung của $\frac{11}{12}; \frac{-7}{8}; \frac{1}{3}; \frac{5}{24}$ là 24.

Nhận xét: Nếu có một mẫu là bội của các mẫu còn lại thì mẫu đó chính là mẫu chung của các phân số đã cho.

Ví dụ 2. Quy đồng mẫu các phân số sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{-5} \text{ và } \frac{8}{9}. & \text{b) } \frac{11}{30} \text{ và } \frac{-12}{40}. \\ \text{c) } \frac{3}{8} \text{ và } \frac{5}{27}. & \text{d) } \frac{1}{15} \text{ và } -6. \end{array}$$

Hướng dẫn giải

$$\text{a) Ta có } \frac{1}{-5} = \frac{-1}{5}.$$

Mẫu số chung $5.9 = 45$ (vì 5 và 9 là hai số nguyên tố cùng nhau).

Suy ra $\frac{-1}{5} = \frac{-1.9}{5.9} = \frac{-9}{45}$ và $\frac{8}{9} = \frac{8.5}{9.5} = \frac{40}{45}$.

b) Rút gọn phân số $\frac{-12}{40} = \frac{-12:4}{40:4} = \frac{-3}{10}$.

Mẫu số chung là 30 (vì $30:10$).

Suy ra $\frac{-3}{10} = \frac{-3.3}{10.3} = \frac{-9}{30}$.

c) Mẫu số chung $8.27 = 216$ (vì 8 và 27 là hai số nguyên tố cùng nhau).

Suy ra $\frac{3}{8} = \frac{3.27}{8.27} = \frac{81}{216}$ và $\frac{5}{27} = \frac{5.8}{27.8} = \frac{40}{216}$.

d) Ta có $-6 = \frac{-6}{1}$.

Mẫu số chung 15 (vì $15:1$).

Suy ra $\frac{-6}{1} = \frac{-6.15}{1.15} = \frac{90}{15}$.

Ví dụ 3. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a) $\frac{-4}{4}; \frac{3}{5}$ và $\frac{5}{-6}$. b) $\frac{7}{-20}; \frac{11}{-60}$ và $\frac{9}{40}$. c) $\frac{17}{60}; \frac{-5}{18}$ và $\frac{-64}{90}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $\frac{-4}{4} = -1 = \frac{-1}{1}; \frac{5}{-6} = \frac{-5}{6}$.

$BCNN(1, 5, 6) = BCNN(5, 6) = 5.6 = 30$ (vì 5 và 6 là hai số nguyên tố cùng nhau).

Suy ra mẫu số chung là 30.

Do đó $\frac{-4}{4} = \frac{-1}{1} = \frac{-1.30}{1.30} = \frac{-30}{30};$

$$\frac{3}{5} = \frac{3.6}{5.6} = \frac{18}{30};$$

$$\frac{-5}{6} = \frac{-5.5}{6.5} = \frac{-25}{30}.$$

b) Đưa về phân số có mẫu dương $\frac{7}{-20} = \frac{-7}{20}; \frac{11}{-60} = \frac{-11}{60}$.

Mẫu số chung là 120 (vì $BCNN(20; 60; 40) = 120$).

Ta có $\frac{-7}{20} = \frac{-7.6}{20.6} = \frac{-42}{120};$

$$\frac{-11}{60} = \frac{-11.2}{60.2} = \frac{-22}{120};$$

$$\frac{9}{40} = \frac{9.3}{40.3} = \frac{27}{120}.$$

c) Ta không nên rút gọn phân số $\frac{-64}{90}$, mà nhận xét rằng $2.90 = 180$ chia hết cho 60 và 18, suy ra 180 chính là mẫu số chung.

$$\begin{aligned}\text{Ta có} \quad \frac{17}{60} &= \frac{17.3}{60.3} = \frac{51}{180}; \\ \frac{-5}{18} &= \frac{-5.10}{18.10} = \frac{-50}{180}; \\ \frac{-64}{90} &= \frac{-64.2}{90.2} = \frac{-128}{180}.\end{aligned}$$

Ví dụ 4. Rút gọn rồi quy đồng mẫu số các phân số:

a) $\frac{20}{45}; \frac{14}{35}; \frac{32}{44};$ b) $\frac{3.4+3.7}{6.5+9}$ và $\frac{6.9-2.17}{63.3-119};$

c) $\frac{1313}{4545}$ và $\frac{113113}{135135}.$

Hướng dẫn giải

a) Rút gọn các phân số:

$$\frac{20}{45} = \frac{20:5}{45:5} = \frac{4}{9}; \quad \frac{14}{35} = \frac{14:7}{35:7} = \frac{2}{5}; \quad \frac{32}{44} = \frac{32:4}{44:4} = \frac{8}{11}.$$

Quy đồng các phân số: $\frac{4}{9}; \frac{2}{5}$ và $\frac{8}{11}.$

Mẫu số chung: $9.5.11 = 495$ (vì 9; 5 và 11 nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Vậy } \frac{4}{9} = \frac{4.5.11}{9.5.11} = \frac{220}{495}; \quad \frac{2}{5} = \frac{2.9.11}{5.9.11} = \frac{198}{495}; \quad \frac{8}{11} = \frac{8.5.9}{11.5.9} = \frac{360}{495}.$$

b) Rút gọn các phân số:

$$\begin{aligned}\frac{3.4+3.7}{6.5+9} &= \frac{3(4+7)}{3(2.5+3)} = \frac{4+7}{2.5+3} = \frac{11}{13}; \\ \frac{6.9-2.17}{63.3-119} &= \frac{2.3.9-2.17}{7.9.3-7.17} = \frac{2.(3.9-17)}{7.(9.3-17)} = \frac{2}{7}.\end{aligned}$$

Quy đồng mẫu số hai phân số $\frac{11}{13}$ và $\frac{2}{7}.$

Mẫu số chung: $13.7 = 91$ (vì 13 và 7 là hai số nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Vậy } \frac{11}{13} = \frac{11.7}{13.7} = \frac{77}{91}; \quad \frac{2}{7} = \frac{2.13}{7.13} = \frac{26}{91}.$$

c) Rút gọn các phân số:

$$\frac{1313}{4545} = \frac{13.101}{45.101} = \frac{13}{45}; \quad \frac{113113}{135135} = \frac{113.1001}{135.1001} = \frac{113}{135}.$$

Quy đồng mẫu số hai phân số: $\frac{13}{45}$ và $\frac{113}{135}.$

Mẫu số chung là 135 (vì $135:45$).

$$\text{Vậy } \frac{13}{45} = \frac{13.3}{45.3} = \frac{39}{135}.$$

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Tìm mẫu chung nhỏ nhất của các phân số sau:

a) $\frac{-2}{9}$ và $\frac{5}{11}$. b) $\frac{1}{3}$; $\frac{-3}{4}$ và $\frac{7}{15}$. c) $\frac{-5}{6}$; $\frac{-8}{9}$ và $\frac{11}{36}$.

Câu 2: Quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $\frac{-4}{9}$ và $\frac{5}{3}$; b) $\frac{5}{14}$ và $\frac{1}{6}$; c) $\frac{25}{-75}$ và $\frac{-12}{36}$; d) $\frac{7}{-20}$ và $\frac{11}{-25}$;

Câu 3: Quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $\frac{3}{-10}$ và $\frac{-5}{21}$; b) $\frac{-14}{35}$ và $\frac{13}{15}$; c) $\frac{7}{15}$; $\frac{3}{8}$ và $\frac{-2}{3}$; d) $\frac{31}{48}$; $\frac{5}{16}$ và $\frac{-1}{3}$.

Câu 4: Quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $\frac{-5}{7}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{-13}{21}$; b) $\frac{7}{2^2.3}$ và $\frac{9}{2^3.11}$; c) $\frac{-11}{18}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{6}$; d) $\frac{-3}{25}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{9}{-50}$.

Câu 5: Viết các phân số sau dưới dạng các phân số có mẫu là 12: -1 ; $\frac{2}{3}$; -7 ; $\frac{-1}{4}$; 0 .

Câu 6: Viết các phân số sau dưới dạng các phân số có mẫu là 36: $\frac{-1}{3}$; $\frac{-2}{-3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{-6}{24}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{-10}{60}$; $\frac{5}{6}$.

Câu 7: Rút gọn rồi quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $\frac{-15}{45}$; $\frac{34}{119}$ và $\frac{56}{-63}$; b) $\frac{18}{120}$; $\frac{24}{96}$ và $\frac{115}{-210}$;
c) $\frac{-15}{90}$; $\frac{120}{600}$; $\frac{-75}{150}$; d) $\frac{54}{-90}$; $\frac{-180}{288}$; $\frac{-60}{135}$.

Câu 8: Quy đồng các phân số sau:

a) $\frac{19}{2^2.3^2.5^4}$ và $\frac{11}{2^4.3.5^3}$. b) $\frac{13}{3.7^2.11}$ và $\frac{17}{3^2.7.13}$.

Câu 9: Rút gọn rồi quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $\frac{131313}{555555}$ và $\frac{4747}{7373}$. b) $\frac{3.4+3.11}{9.2+3}$ và $\frac{8.3-3.2}{4.7-2.6}$.

Dạng 2: Bài toán đưa về việc quy đồng mẫu số các phân số

Phương pháp giải

Để kiểm tra hai phân số có bằng nhau hay không ta đưa phân số về chung mẫu. Hai phân số có tử mẫu bằng nhau thì bằng nhau.

Hai cách có thể dùng để đưa hai phân số về chung mẫu là:

Ví dụ 1. Hai phân số sau đây có bằng nhau không?

$$\frac{-5}{14} \text{ và } \frac{30}{-84}.$$

Cách 1. Rút gọn phân số.

Cách 2. Quy đồng mẫu số

Để tìm số nguyên x trong đẳng thức về phân số ta có thể quy đồng mẫu sau đó tìm x để các tử số bằng nhau.

 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Hai phân số sau đây có bằng nhau không?

$$\frac{-6}{102} \text{ và } \frac{-9}{153}.$$

Hướng dẫn giải

Cách 1. (Rút gọn phân số).

$$\text{Ta có } \frac{-6}{102} = \frac{-6:6}{102:6} = \frac{-1}{17}; \frac{-9}{153} = \frac{-9:9}{153:9} = \frac{-1}{17}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-6}{102} = \frac{-9}{153}.$$

Cách 1. Rút gọn phân số.

$$\text{Ta có } \frac{30}{-84} = \frac{30:(-6)}{-84:(-6)} = \frac{-5}{14}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-5}{14} = \frac{30}{-84}.$$

Cách 2. Quy đồng mẫu số

$$\text{Ta có } \frac{30}{-84} = \frac{-30}{84}.$$

Mẫu số chung là 84 (vì $84:14$)

$$\text{Suy ra } \frac{-5}{14} = \frac{-5.6}{14.6} = \frac{-30}{84}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-5}{14} = \frac{30}{-84}.$$

Ví dụ 2. Tìm số nguyên x biết: $\frac{x}{6} = \frac{2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Cách 1 (Quy đồng mẫu số)

Mẫu số chung là 12.

$$\text{Ta có } \frac{x}{6} = \frac{x.2}{6.2} = \frac{x.2}{12}; \quad \frac{2}{4} = \frac{2.3}{4.3} = \frac{6}{12}.$$

Khi đó $\frac{x.2}{12} = \frac{6}{12}$, suy ra $x.2 = 6$. Vậy $x = 3$.

Cách 2 (Định nghĩa phân số bằng nhau)

Từ đẳng thức $\frac{x}{6} = \frac{2}{4}$ ta có: $x.4 = 6.2$ suy ra

$$x = \frac{6.2}{4} = 3. \text{ Vậy } x = 3.$$

Cách 2. (Quy đồng mẫu số)

Ta có $102 = 2.3.17$; $153 = 3^2.17$.

Suy ra $BCNN(102, 153) = 2.3^2.17 = 306$.

Mẫu số chung là 306.

$$\text{Do đó: } \frac{-6}{102} = \frac{-6.3}{102.3} = \frac{-18}{306};$$

$$\frac{-9}{153} = \frac{-9.2}{153.2} = \frac{-18}{306}.$$

$$\text{Vậy } \frac{-6}{152} = \frac{-9}{153}.$$

Ví dụ 2. Tìm số nguyên x biết:

$$\frac{5-x}{3} = \frac{x-5}{2}.$$

Hướng dẫn giải

Cách 1. (Quy đồng mẫu số).

Mẫu số chung là: $3.2 = 6$ (vì 3 và 2 là hai số nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Ta có } \frac{5-x}{3} = \frac{(5-x).2}{3.2} = \frac{(5-x).2}{6}$$

$$\frac{x-5}{2} = \frac{(x-5).3}{2.3} = \frac{(x-5).3}{6}$$

$$\text{Khi đó } \frac{(5-x).2}{6} = \frac{(x-5).3}{6}.$$

$$\text{Suy ra } (5-x).2 = (x-5).3$$

$$10 - 2.x = 3.x - 15$$

$$10 + 15 = 2.x + 3.x$$

$$25 = 5x$$

$$x = 25 : 5$$

$$x = 5$$

Vậy $x = 5$.

Cách 2. (Định nghĩa phân số bằng nhau).

$$\text{Từ đẳng thức } \frac{5-x}{3} = \frac{x-5}{2} \text{ ta có: } (5-x).2 = (x-5).3.$$

Ta cũng nhận được $x = 5$.

Ví dụ 3. Tìm phân số có mẫu bằng 7, biết rằng khi cộng tử với 16, nhân mẫu với 5 thì giá trị của phân số đó không thay đổi.

Hướng dẫn giải

Phân số phải tìm có dạng $\frac{x}{7}$ ($x \in \mathbb{Z}$). Theo đề bài ta có: $\frac{x+16}{7.5} = \frac{x}{7}$.

Quy đồng mẫu số, ta được: $\frac{x+16}{35} = \frac{x.5}{35}$.

Suy ra $x+16 = x.5$

$$16 = x.5 - x$$

$$16 = x.4$$

$$x = 16 : 4$$

$$x = 4$$

Vậy phân số cần tìm là $\frac{4}{7}$

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Các cặp phân số sau có bằng nhau không?

a) $\frac{12}{32}$ và $\frac{24}{64}$;

b) $\frac{8}{-23}$ và $\frac{-96}{276}$;

c) $\frac{15}{23}$ và $\frac{1515}{2323}$;

d) $\frac{-3131}{4040}$ và $\frac{-31}{40}$.

Câu 2: Tìm x biết:

a) $\frac{x}{15} = \frac{4}{20}$;

b) $\frac{x-1}{24} = \frac{-2}{3}$;

c) $\frac{x}{8} = \frac{x+1}{16}$.

Câu 3: Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn:

a) $\frac{x}{3} = \frac{x+1}{4}$;

b) $\frac{x}{6} = \frac{x-y}{3} = \frac{-8}{12}$.

Câu 4: Rút gọn rồi quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $A = \frac{3469-54}{6938-108}$; $B = \frac{2468-98}{3702-147}$;

b) $C = \frac{1010}{1008.8-994}$; $D = \frac{1.2.3+2.4.6+3.6.9+5.10.15}{1.3.6+2.6.12+3.9.18+5.15.30}$.

Câu 5: Tìm phân số có mẫu bằng 8, biết rằng khi cộng tử với 12 và nhân mẫu với 5 thì giá trị của phân số đó không thay đổi.

Câu 6: Tìm phân số có tử là -7 , biết rằng khi nhân tử với 3 và cộng mẫu với 16 thì giá trị của phân số đó không thay đổi.

ĐÁP ÁN

Dạng 1: Quy đồng mẫu các phân số

Câu 1.

a) Mẫu số chung nhỏ nhất là: $9 \cdot 11 = 99$ (vì 9 và 11 là hai số nguyên tố cùng nhau).

b) Vì $15:3$ nên $BCNN(3, 4, 15) = BCNN(4, 15) = 4 \cdot 15 = 60$ (vì 4 và 15 là hai số nguyên tố cùng nhau).

Suy ra mẫu số chung nhỏ nhất là 60.

c) Vì $36:6$ và $36:9$ nên mẫu số chung nhỏ nhất là 36.

Câu 2.

a) Mẫu số chung là 9 (vì $9:3$).

Suy ra: $\frac{5}{3} = \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{15}{9}$.

b) Ta có: $14 = 2 \cdot 7$; $6 = 2 \cdot 3$. Suy ra $BCNN(14, 6) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

Mẫu số chung là 42.

Khi đó: $\frac{5}{14} = \frac{5 \cdot 3}{14 \cdot 3} = \frac{15}{42}$;

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 7}{6 \cdot 7} = \frac{7}{42}.$$

c) Rút gọn các phân số: $\frac{25}{-75} = \frac{25:(-25)}{-75:(-25)} = \frac{-1}{3}$; $\frac{-12}{36} = \frac{-12:12}{36:12} = \frac{-1}{3}$.

d) Đưa phân số về dạng phân số có mẫu dương: $\frac{7}{-20} = \frac{-7}{20}$; $\frac{11}{-25} = \frac{-11}{25}$.

Ta có: $20 = 2^2 \cdot 5$; $25 = 5^2$. Suy ra $BCNN(20, 25) = 2^2 \cdot 5^2 = 100$.

Mẫu số chung là 100. Khi đó:

$$\frac{-7}{20} = \frac{-7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{-35}{100}; \quad \frac{-11}{25} = \frac{-11 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{-44}{100}.$$

Câu 3.

a) Viết dưới dạng phân số có mẫu dương: $\frac{3}{-10} = \frac{-3}{10}$.

Mẫu số chung: $10 \cdot 21 = 210$ (vì 10 và 21 là hai số nguyên tố cùng nhau).

Suy ra: $\frac{-3}{10} = \frac{-3 \cdot 21}{10 \cdot 21} = \frac{-63}{210}$;

$$\frac{-5}{21} = \frac{-5 \cdot 10}{21 \cdot 10} = \frac{-50}{210}.$$

b) Rút gọn phân số: $\frac{-14}{35} = \frac{-14:7}{35:7} = \frac{-2}{5}$.

Khi đó mẫu số chung là 15 (vì $15:5$).

$$\text{Suy ra: } \frac{-2}{5} = \frac{-2.3}{5.3} = \frac{-6}{15}.$$

c) Vì $15:3$ nên $BCNN(15,8,3) = BCNN(15,8) = 15.8 = 120$ (do 15 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau). Mẫu số chung là 120.

$$\begin{aligned}\text{Suy ra: } \frac{7}{15} &= \frac{7.8}{15.8} = \frac{56}{120}; \\ \frac{3}{8} &= \frac{3.15}{8.15} = \frac{45}{120}; \\ \frac{-2}{3} &= \frac{-2.40}{3.40} = \frac{-80}{120}.\end{aligned}$$

d) Mẫu số chung là 48 (vì 48 chia hết cho 16 và cho 3).

$$\text{Suy ra: } \frac{5}{16} = \frac{5.3}{16.3} = \frac{15}{48}; \quad \frac{-1}{3} = \frac{-1.16}{3.16} = \frac{-16}{48}.$$

Câu 4.

a) Ta có: $9 = 3^2$; $21 = 3.7$. Suy ra $BCNN(7,9,21) = 3^2.7 = 63$.

Mẫu số chung là 63. Khi đó:

$$\frac{-5}{7} = \frac{-5.9}{7.9} = \frac{-45}{63}; \quad \frac{4}{9} = \frac{4.7}{9.7} = \frac{28}{63}; \quad \frac{-13}{21} = \frac{-13.3}{21.3} = \frac{-39}{63}.$$

b) Mẫu số chung là: $2^3.3.11 = 264$.

$$\text{Suy ra: } \frac{7}{2^2.3} = \frac{7.2.11}{2^2.3.2.11} = \frac{154}{264}; \quad \frac{9}{2^3.11} = \frac{9.3}{2^3.3.11} = \frac{27}{264}.$$

c) Ta có: $18 = 2.3^2$; $12 = 2^2.3$; $6 = 2.3$. Suy ra $BCNN(18,12,6) = 2^2.3^2 = 36$.

Mẫu số chung là 36. Khi đó:

$$\frac{-11}{18} = \frac{-11.2}{18.2} = \frac{-22}{36}; \quad \frac{7}{12} = \frac{7.3}{12.3} = \frac{21}{36}; \quad \frac{5}{6} = \frac{5.6}{6.6} = \frac{30}{36}.$$

d) Viết phân số dưới dạng phân số có mẫu số dương: $\frac{9}{-50} = \frac{-9}{50}$.

Ta có: $50:25$. Suy ra $BCNN(25,4,50) = BCNN(4,50) = 2^2.5^2 = 100$.

Mẫu số chung là 100. Khi đó:

$$\frac{-3}{25} = \frac{-3.4}{25.4} = \frac{-12}{100}; \quad \frac{7}{4} = \frac{7.25}{4.25} = \frac{175}{100}; \quad \frac{-9}{50} = \frac{-9.2}{50.2} = \frac{-18}{100}.$$

Câu 5.

$$\begin{aligned}-1 &= \frac{-12}{12}; & \frac{2}{3} &= \frac{2.4}{3.4} = \frac{8}{12}; & -7 &= \frac{-7}{1} = \frac{-7.12}{1.12} = \frac{-84}{12}; \\ \frac{-1}{4} &= \frac{-1.3}{4.4} = \frac{-3}{12}; & 0 &= \frac{0}{12}.\end{aligned}$$

Câu 6.

$$\frac{-1}{3} = \frac{-1.12}{3.12} = \frac{-12}{36}; \quad \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} = \frac{2.12}{3.12} = \frac{24}{36}; \quad \frac{1}{2} = \frac{1.18}{2.18} = \frac{18}{36};$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3.9}{4.9} = \frac{27}{36}; \quad \frac{5}{6} = \frac{5.6}{6.6} = \frac{30}{36};$$

Rút gọn phân số: $\frac{-6}{24} = \frac{-6:6}{24:6} = \frac{-1}{4}$. Suy ra $\frac{-1}{4} = \frac{-1.9}{4.9} = \frac{-9}{36}$.

$\frac{-10}{60} = \frac{-10:10}{60:10} = \frac{-1}{6}$. Suy ra $\frac{-1}{6} = \frac{-1.6}{6.6} = \frac{-6}{36}$.

Câu 7.

a) Rút gọn các phân số:

$$\frac{-15}{45} = \frac{-15:15}{45:15} = \frac{-1}{3}; \quad \frac{34}{119} = \frac{34:17}{119:17} = \frac{2}{7}; \quad \frac{56}{-63} = \frac{56:7}{-63:7} = \frac{8}{-9} = \frac{-8}{9}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số $\frac{-1}{3}$; $\frac{2}{7}$ và $\frac{-8}{9}$:

Vì $9:3$ và $7:9$ là hai số nguyên tố cùng nhau nên mẫu số chung là: $7.9 = 63$. Khi đó:

$$\frac{-1}{3} = \frac{-1.21}{3.21} = \frac{-21}{63}; \quad \frac{2}{7} = \frac{2.9}{7.9} = \frac{18}{63}; \quad \frac{-8}{9} = \frac{-8.7}{9.7} = \frac{-56}{63}.$$

b) Rút gọn các phân số:

$$\frac{18}{120} = \frac{18:6}{120:6} = \frac{3}{20}; \quad \frac{24}{96} = \frac{24:24}{96:24} = \frac{1}{4}; \quad \frac{115}{-210} = \frac{115:5}{-210:5} = \frac{23}{-42} = \frac{-23}{42}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{3}{20}$; $\frac{1}{4}$ và $\frac{-23}{42}$:

Ta có: $20 = 2^2.5$; $42 = 2.3.7$ và $20:4$.

Suy ra $BCNN(20, 4, 42) = BCNN(20, 42) = 2^2.3.5.7 = 420$. Khi đó:

$$\frac{3}{20} = \frac{3.21}{20.21} = \frac{63}{420}; \quad \frac{1}{4} = \frac{1.105}{4.105} = \frac{105}{420}; \quad \frac{-23}{42} = \frac{-23.10}{42.10} = \frac{-230}{420}.$$

c) Rút gọn các phân số:

$$\frac{-15}{90} = \frac{-15:15}{90:15} = \frac{-1}{6}; \quad \frac{120}{600} = \frac{120:120}{600:120} = \frac{1}{5}; \quad \frac{-75}{150} = \frac{-75:75}{150:75} = \frac{-1}{2}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{-1}{6}$; $\frac{1}{5}$ và $\frac{-1}{2}$:

Vì $6:2$ và $6:5$ là hai số nguyên tố cùng nhau nên $BCNN(6, 5, 2) = BCNN(6, 5) = 5.6 = 30$.

Suy ra mẫu số chung là 30. Khi đó:

$$\frac{-1}{6} = \frac{-1.5}{6.5} = \frac{-5}{30}; \quad \frac{1}{5} = \frac{1.6}{5.6} = \frac{6}{30}; \quad \frac{-1}{2} = \frac{-1.15}{2.15} = \frac{-15}{30}.$$

d) Rút gọn các phân số:

$$\frac{54}{-90} = \frac{54:18}{-90:18} = \frac{3}{-5} = \frac{-3}{5}; \quad \frac{-180}{288} = \frac{-180:36}{288:36} = \frac{-5}{8}; \quad \frac{-60}{135} = \frac{-60:15}{135:15} = \frac{-4}{9}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{-3}{5}$; $\frac{-5}{8}$ và $\frac{-4}{9}$:

Mẫu số chung là: $5.8.9 = 360$ (vì 5; 8 và 9 đôi một nguyên tố cùng nhau). Khi đó:

$$\frac{-3}{5} = \frac{-3.8.9}{5.8.9} = \frac{-216}{360}; \quad \frac{-5}{8} = \frac{-5.5.9}{8.5.9} = \frac{-225}{360}; \quad \frac{-4}{9} = \frac{-4.5.8}{9.5.8} = \frac{-160}{360}.$$

Câu 8.

a) Mẫu số chung là: $2^4.3^2.5^4$.

$$\text{Suy ra: } \frac{19}{2^2.3^2.5^4} = \frac{19.2^2}{2^2.3^2.5^4.2^2} = \frac{76}{2^4.3^2.5^4}; \quad \frac{11}{2^4.3.5^3} = \frac{11.3.5}{2^4.3.5^3.3.5} = \frac{165}{2^4.3^2.5^4}.$$

b) Mẫu số chung là: $3^2.7^2.11.13$.

$$\text{Suy ra } \frac{13}{3.7^2.11} = \frac{13.3.13}{3.7^2.11.3.13} = \frac{507}{3^2.7^2.11.13}; \quad \frac{17}{3^2.7.13} = \frac{17.7.11}{3^2.7.13.7.11} = \frac{1309}{3^2.7^2.11.13}.$$

Câu 9.

a) Rút gọn các phân số:

$$\frac{131313}{555555} = \frac{13.10101}{55.10101} = \frac{13}{55}; \quad \frac{4747}{7373} = \frac{47.101}{73.101} = \frac{47}{73}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{13}{55}$ và $\frac{47}{73}$:

Mẫu số chung là: $55.73 = 4015$ (vì 55 và 73 là hai số nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Khi đó: } \frac{13}{55} = \frac{13.73}{55.73} = \frac{949}{4015}; \quad \frac{47}{73} = \frac{47.55}{73.55} = \frac{2585}{4015}.$$

b) Rút gọn các phân số:

$$\frac{3.4+3.11}{9.2+3} = \frac{3.(4+11)}{3.(3.2+1)} = \frac{4+11}{3.2+1} = \frac{15}{7}; \quad \frac{8.3-3.2}{4.7-2.6} = \frac{4.2.3-3.2}{2.2.7-2.2.3} = \frac{3.2.(4-1)}{2.2.(7-3)} = \frac{3.2.3}{2.2.4} = \frac{9}{8}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{15}{7}$ và $\frac{9}{8}$:

Mẫu số chung là: $7.8 = 56$ (vì 7 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Suy ra: } \frac{15}{7} = \frac{15.8}{7.8} = \frac{120}{56}; \quad \frac{9}{8} = \frac{9.7}{8.7} = \frac{63}{56}.$$

Dạng 2: Bài toán đưa về việc quy đồng mẫu số các phân số

Câu 1.

a) Rút gọn các phân số: $\frac{12}{32} = \frac{12:4}{32:4} = \frac{3}{8}$; $\frac{24}{64} = \frac{24:8}{64:8} = \frac{3}{8}$.

$$\text{Vậy } \frac{12}{32} = \frac{24}{64}.$$

b) Quy đồng mẫu số: $\frac{8}{-23} = \frac{-8}{23} = \frac{-8.12}{23.12} = \frac{-96}{276}$.

Vậy $\frac{8}{-23} = \frac{-96}{276}$.

Ngoài ra, ta có thể rút gọn phân số $\frac{-96}{276} = \frac{-96:12}{276:12} = \frac{-8}{23}$.

c) Quy đồng mẫu số: $\frac{15}{23} = \frac{15 \cdot 101}{23 \cdot 101} = \frac{1515}{2323}$.

Vậy $\frac{15}{23} = \frac{1515}{2323}$.

Ngoài ra, ta có thể rút gọn phân số $\frac{1515}{2323} = \frac{1515:101}{2323:101} = \frac{15}{23}$.

d) Tương tự câu c) ta có $\frac{-3131}{4040} = \frac{-31}{40}$.

Câu 2.

a) $x = 3$; b) $x = -15$; c) $x = 1$.

Câu 3.

a) Quy đồng mẫu số các phân số với mẫu số chung là 12, ta được:

$$\frac{x \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{(x+1) \cdot 3}{4 \cdot 3} \text{ suy ra } x \cdot 4 = (x+1) \cdot 3$$

$$x \cdot 4 = x \cdot 3 + 1 \cdot 3$$

$$x \cdot 4 - x \cdot 3 = 3$$

$$x \cdot (4 - 3) = 3$$

$$x = 3.$$

Vậy $x = 3$.

b) Xét đẳng thức $\frac{x}{6} = \frac{-8}{12}$:

Rút gọn phân số $\frac{-8}{12} = \frac{-8:2}{12:2} = \frac{-4}{6}$. Khi đó $\frac{x}{6} = \frac{-4}{6}$ suy ra $x = -4$.

Xét đẳng thức $\frac{x-y}{3} = \frac{-8}{12}$:

Rút gọn phân số $\frac{-8}{12} = \frac{-8:4}{12:4} = \frac{-2}{3}$. Khi đó $\frac{x-y}{3} = \frac{-2}{3}$ suy ra $x-y = -2$.

Do đó $y = x - (-2) = -4 - (-2) = -2$.

Vậy $x = -4$; $y = -2$.

Câu 4.

a) Rút gọn các phân số: $A = \frac{3469-54}{6938-108} = \frac{3415}{6830} = \frac{3415:3415}{6830:3415} = \frac{1}{2}$;

$$B = \frac{2468-98}{3702-147} = \frac{2 \cdot 1234 - 2 \cdot 49}{3 \cdot 1234 - 3 \cdot 49} = \frac{2 \cdot (1234-49)}{3 \cdot (1234-49)} = \frac{2}{3}.$$

Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{1}{2}$ và $\frac{2}{3}$:

Mẫu số chung là: $2.3 = 6$ (vì 2 và 3 là hai số nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{2} = \frac{1.3}{2.3} = \frac{3}{6}; \quad \frac{2}{3} = \frac{2.2}{3.2} = \frac{4}{6}.$$

b) Rút gọn các phân số:

$$C = \frac{1010}{1008.8 - 994} = \frac{1010}{8064 - 994} = \frac{1010}{7070} = \frac{1010:1010}{7070:1010} = \frac{1}{7};$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{1.2.3 + 2.4.6 + 3.6.9 + 5.10.15}{1.3.6 + 2.6.12 + 3.9.18 + 5.15.30} \\ &= \frac{1.2.3 + 2.(1.2.3) + 3.(1.2.3) + 5.(1.2.3)}{1.3.6 + 2.(1.3.6) + 3.(1.3.6) + 5.(1.3.6)} \\ &= \frac{1.2.3.(1+2+3+5)}{1.3.6.(1+2+3+5)} \\ &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{1}{7}$ và $\frac{1}{3}$;

Mẫu số chung là: $3.7 = 21$ (vì 3 và 7 là hai số nguyên tố cùng nhau).

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{7} = \frac{1.3}{7.3} = \frac{3}{21}; \quad \frac{1}{3} = \frac{1.7}{3.7} = \frac{7}{21}.$$

Câu 5.

Phân số cần tìm có dạng $\frac{x}{8} (x \in \mathbb{Z})$. Theo đề bài ta có: $\frac{x+12}{8.5} = \frac{x}{8}$.

Quy đồng mẫu số ta được: $\frac{x+12}{8.5} = \frac{x.5}{8.5}$.

$$\text{Suy ra } x+12 = x.5$$

$$12 = x.5 - x$$

$$12 = x.(5-1)$$

$$12 = x.4$$

$$x = 12:4$$

$$x = 3$$

Vậy phân số cần tìm là $\frac{3}{8}$.

Câu 6.

Phân số cần tìm có dạng $\frac{-7}{x} (x \in \mathbb{Z}, x \neq 0)$. Theo đề bài ta có: $\frac{-7.3}{x+16} = \frac{-7}{x}$.

Quy đồng tử số ta được: $\frac{-7.3}{x+16} = \frac{-7.3}{x.3}$.

$$\text{Suy ra } x+16 = x.3$$

$$16 = x.3 - x$$

$$16 = x.(3 - 1)$$

$$16 = x.2$$

$$x = 16 : 2$$

$$x = 8$$

Vậy phân số cần tìm là $\frac{-7}{8}$.