

CHƯƠNG 3

BÀI 8. PHÉP NHÂN PHÂN SỐ.

TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Hiểu được các quy tắc nhân hai phân số.
- + Nắm vững các tính chất của phép nhân phân số.

❖ Kỹ năng

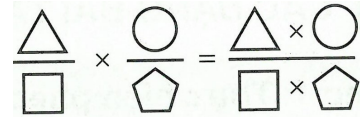
- + Thành thạo nhân hai phân số.
- + Biết cách thực hiện phép tính có chứa phép nhân, phép cộng, phép trừ phân số.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Quy tắc nhân hai phân số

Muốn nhân hai phân số ta nhân các tử với nhau các mẫu với nhau

Minh họa:


$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\bigcirc}{\pentagon} = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square \times \pentagon}$$

Mở rộng: Muốn nhân một số nguyên với phân số ta nhân số nguyên với tử số và giữ nguyên mẫu số.

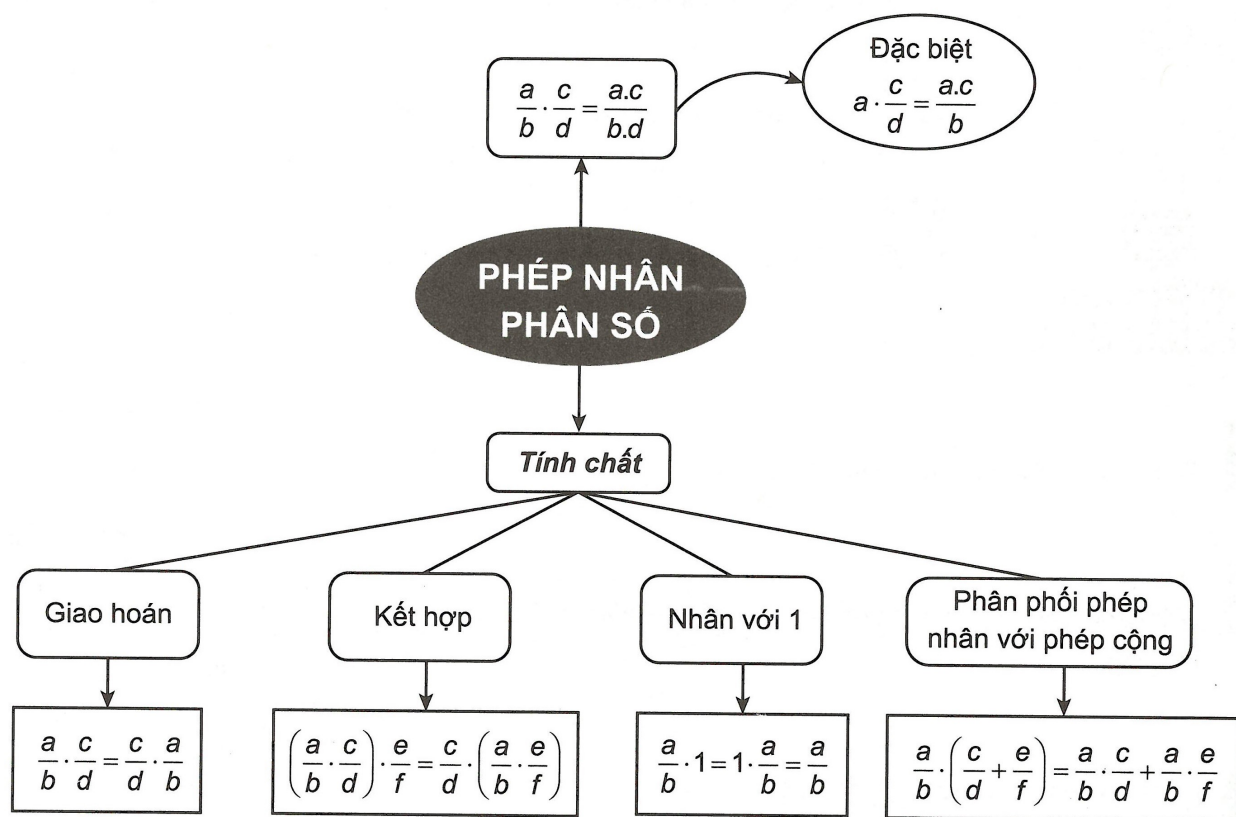
$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

Tính chất của phép nhân phân số

1. Tính chất giao hoán: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$.
2. Tính chất kết hợp: $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \right)$
3. Nhân với số 1: $\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$
4. Tính chất phân phối phép nhân đối với phép cộng:

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Thực hiện phép nhân phân số

Bài toán 1. Thực hiện phép nhân hai phân số

Phương pháp giải

Quy tắc nhân hai phân số

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ví dụ: $\frac{2}{3} \cdot \frac{-5}{4} = \frac{2 \cdot (-5)}{3 \cdot 4} = \frac{-10}{12} = \frac{-5}{6}$.

(nhân tử với tử, nhân mẫu với mẫu)

Chú ý rút gọn kết quả.

Nhân một số nguyên với một phân số

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

Ví dụ: $2 \cdot \frac{-3}{4} = \frac{2 \cdot (-3)}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$.

(nhân số nguyên với tử của phân số và giữ nguyên mẫu)

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Nhân các phân số (chú ý rút gọn nếu có thể):

$$\text{a) } \frac{1}{5} \cdot \frac{-3}{7};$$

$$\text{b) } \frac{25}{-16} \cdot \frac{2}{15};$$

$$\text{c) } (-3) \cdot \frac{4}{27};$$

$$\text{d) } \frac{5}{9} \cdot 12.$$

Hướng dẫn giải

$$\text{a) } \frac{1}{5} \cdot \frac{-3}{7} = \frac{1 \cdot (-3)}{5 \cdot 7} = \frac{-3}{35}.$$

$$\text{b) } \frac{25}{-16} \cdot \frac{2}{15} = \frac{25 \cdot 2}{(-16) \cdot 15} = \frac{5 \cdot 1}{(-8) \cdot 3} = \frac{5}{-24} = \frac{-5}{24}.$$

$$\text{c) } (-3) \cdot \frac{4}{27} = \frac{(-3) \cdot 4}{27} = \frac{(-1) \cdot 4}{9} = \frac{-4}{9}.$$

$$\text{d) } \frac{5}{9} \cdot 12 = \frac{5 \cdot 12}{9} = \frac{5 \cdot 4}{3} = \frac{20}{3}.$$

Ví dụ 2. Thực hiện các phép tính:

$$\text{a) } \left(\frac{-3}{5} \right)^2;$$

$$\text{b) } \frac{-2}{5} \cdot \left| \frac{-7}{16} \right|;$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5} \right) \cdot \left(-1 + \frac{5}{8} \right).$$

Hướng dẫn giải

$$\text{a) } \left(\frac{-3}{5} \right)^2 = \frac{-3}{5} \cdot \frac{-3}{5} = \frac{(-3) \cdot (-3)}{5 \cdot 5} = \frac{9}{25}.$$

$$\text{b) } \frac{-2}{5} \cdot \left| \frac{-7}{16} \right| = \frac{-2}{5} \cdot \frac{7}{16} = \frac{(-2) \cdot 7}{5 \cdot 16} = \frac{(-1) \cdot 7}{5 \cdot 8} = \frac{-7}{40}.$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5} \right) \cdot \left(-1 + \frac{5}{8} \right) = \left(\frac{5}{10} - \frac{6}{10} \right) \cdot \left(\frac{-8}{8} + \frac{5}{8} \right) = \frac{-1}{10} \cdot \frac{-3}{8} = \frac{3}{80}.$$

Ví dụ 3. Hãy viết mỗi phân số sau thành tích của hai phân số: $\frac{-4}{15}$; $\frac{6}{35}$; $\frac{6}{-49}$; $\frac{-9}{22}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\frac{-4}{15} = \frac{-2 \cdot 2}{3 \cdot 5}$. Suy ra có rất nhiều cách viết $\frac{-4}{15}$ thành tích của hai phân số.

$$\text{Chẳng hạn, } \frac{-4}{15} = \frac{-2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{-2}{3} = \dots$$

$$\text{Tương tự, } \frac{6}{35} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{-2}{7} \cdot \frac{-3}{5} = \dots$$

$$\frac{6}{-49} = \frac{2 \cdot 3}{-7 \cdot 7} = \frac{2}{-7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{-3}{7} = \dots$$

$$\frac{-9}{22} = \frac{-3 \cdot 3}{2 \cdot 11} = \frac{-3}{2} \cdot \frac{3}{11} = \frac{-3}{11} \cdot \frac{3}{2} = \dots$$

Bài toán 2. Thực hiện phép nhân nhiều phân số

Phương pháp giải

Sử dụng các tính chất của phép nhân để tính hợp lí các biểu thức.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tính tích:

$$\text{a) } A = \frac{7}{11} \cdot \frac{-3}{41} \cdot \frac{11}{7};$$

$$\text{b) } B = \frac{-5}{9} \cdot \frac{13}{28} - \frac{13}{28} \cdot \frac{4}{9}.$$

Hướng dẫn giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{7}{11} \cdot \frac{-3}{41} \cdot \frac{11}{7} \\ &= \frac{7}{11} \cdot \frac{11}{7} \cdot \frac{-3}{41} && \text{(Tính chất giao hoán)} \\ &= \left(\frac{7}{11} \cdot \frac{11}{7} \right) \cdot \frac{-3}{41} && \text{(Tính chất kết hợp)} \\ &= 1 \cdot \frac{-3}{41} && \text{(Nhân với số 1)} \\ &= \frac{-3}{41} \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{-5}{9} \cdot \frac{13}{28} - \frac{13}{28} \cdot \frac{4}{9} \\ &= \frac{13}{28} \cdot \left(\frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \right) && \text{(Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng).} \\ &= \frac{13}{28} \cdot \frac{(-5) - 4}{9} \\ &= \frac{13}{28} \cdot \frac{-9}{9} \\ &= \frac{13}{28} \cdot (-1) \\ &= \frac{-13}{28}. \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Tính giá trị của các biểu thức sau một cách hợp lí :

$$\text{a) } A = \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19};$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{67}{111} + \frac{2}{33} - \frac{15}{117} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right);$$

Hướng dẫn giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot \left(\frac{8}{11} + \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot \frac{11}{11} + \frac{12}{19} \\ &= \frac{7}{19} \cdot 1 + \frac{12}{19} \\ &= \frac{7}{19} + \frac{12}{19} \\ &= \frac{19}{19} \\ &= 1. \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{67}{111} + \frac{2}{33} - \frac{15}{117} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right) \\ &= \left(\frac{67}{111} + \frac{2}{33} - \frac{15}{117} \right) \cdot \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{12} - \frac{1}{12} \right) \\ &= \left(\frac{67}{111} + \frac{2}{33} - \frac{15}{117} \right) \cdot \frac{4-3-1}{12} \\ &= \left(\frac{67}{111} + \frac{2}{33} - \frac{15}{117} \right) \cdot 0 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Ví dụ 3*. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $M = a \cdot \frac{1}{2} + a \cdot \frac{1}{3} - a \cdot \frac{1}{4}$ với $a = \frac{-4}{5}$;

b) $N = \frac{3}{4} \cdot b + \frac{4}{3} \cdot b - \frac{1}{2} \cdot b$ với $b = \frac{6}{19}$;

c) $P = c \cdot \frac{3}{4} + c \cdot \frac{5}{6} - c \cdot \frac{9}{12}$ với $c = \frac{2022}{2020}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có:

$$M = a \cdot \frac{1}{2} + a \cdot \frac{1}{3} - a \cdot \frac{1}{4} = a \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = a \cdot \left(\frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{3}{12} \right) = a \cdot \frac{6+4-3}{12} = a \cdot \frac{7}{12}.$$

$$\text{Thay } a = \frac{-4}{5} \text{ vào } M, \text{ ta được : } M = \frac{-4}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{(-4) \cdot 7}{5 \cdot 12} = \frac{(-1) \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{-7}{15}.$$

b) Ta có:

$$N = \frac{3}{4} \cdot b + \frac{4}{3} \cdot b - \frac{1}{2} \cdot b = b \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \right) = b \cdot \left(\frac{9}{12} + \frac{16}{12} - \frac{6}{12} \right) = b \cdot \frac{9+16-6}{12} = b \cdot \frac{19}{12}.$$

$$\text{Thay } b = \frac{6}{19} \text{ vào } N, \text{ ta được : } N = \frac{6}{19} \cdot \frac{19}{12} = \frac{6 \cdot 19}{19 \cdot 12} = \frac{1 \cdot 19}{19 \cdot 2} = \frac{1}{2}.$$

c) Ta có: $P = c \cdot \frac{3}{4} + c \cdot \frac{5}{6} - c \cdot \frac{9}{12} = c \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{9}{12} \right) = c \cdot \left(\frac{9}{12} + \frac{5}{6} - \frac{9}{12} \right) = c \cdot \frac{5}{6}$.

Thay $c = \frac{2022}{2020}$ vào P , ta được: $P = \frac{2022}{2020} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2022 \cdot 5}{2020 \cdot 6} = \frac{337}{404}$.

Ví dụ 4. Tính tích $P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{99}\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{99}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 98}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 99} = \frac{1}{99}$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Thực hiện các phép tính

a) $4 \cdot \frac{-3}{8}$;

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{10}$;

c) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$;

d) $\left(\frac{3}{4} + \frac{-7}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{11} + \frac{12}{22}\right)$.

Câu 2: Tính giá trị của các biểu thức:

a) $A = a \cdot \frac{-3}{2} + a \cdot \frac{1}{4} - a \cdot \frac{5}{6}$ với $a = \frac{3}{5}$;

b) $B = \frac{2}{5} \cdot b - \frac{1}{3} \cdot b + b \cdot \frac{-1}{2}$ với $b = \frac{6}{13}$;

c) $C = c \cdot \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \cdot c - \frac{11}{12} \cdot c$ với $c = \frac{2019}{2020}$.

Câu 3: Áp dụng tính chất cơ bản của phép nhân để tính nhanh

a) $\frac{17}{23} \cdot \frac{8}{16} \cdot \frac{23}{17} \cdot (-80) \cdot \frac{3}{4}$;

b) $\frac{5}{11} \cdot \frac{18}{29} - \frac{5}{11} \cdot \frac{8}{29} + \frac{5}{11} \cdot \frac{19}{29}$;

c) $\left(\frac{13}{23} + \frac{1313}{2323} - \frac{131313}{232323}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{7}{12}\right)$.

Bài tập nâng cao

Câu 4: Tính $P = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2020}\right)$.

Câu 5: Tính:

a) $A = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \dots \frac{99}{100}$;

b) $B = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{30^2}\right)$.

Câu 6: Chứng tỏ rằng: $S = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{299} + \frac{1}{300} > \frac{2}{3}$.

Câu 7: Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{10.11.12}$.

Câu 8: Lúc 8 giờ 10 phút, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 80km/h. Lúc 8 giờ 30 phút, một người đi xe máy từ B đến A với vận tốc 50km/h. Họ gặp nhau ở C lúc 9 giờ 20 phút. Tính quãng đường AB.

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập cơ bản

Câu 1:

a) $4 \cdot \frac{-3}{8} = \frac{-3}{2}$.

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{10} = \frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{10}{30} + \frac{9}{30} = \frac{19}{30}$.

c) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{8} - \frac{1}{6} = \frac{21}{24} - \frac{4}{24} = \frac{17}{24}$.

d) $\left(\frac{3}{4} + \frac{-7}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{11} + \frac{12}{22}\right) = \left(\frac{3}{4} + \frac{-14}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{11} + \frac{6}{11}\right) = \frac{-11}{4} \cdot \frac{8}{11} = -2$.

Câu 2:

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= a \cdot \frac{-3}{2} + a \cdot \frac{1}{4} - a \cdot \frac{5}{6} \\ &= a \cdot \left(\frac{-3}{2} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) \\ &= a \cdot \left(\frac{-18}{12} + \frac{3}{12} - \frac{10}{12} \right) \\ &= a \cdot \frac{-25}{12}. \end{aligned}$$

Thay $a = \frac{3}{5}$ vào A ta được: $A = \frac{3}{5} \cdot \frac{-25}{12} = \frac{3 \cdot (-25)}{5 \cdot 12} = \frac{1 \cdot (-5)}{1 \cdot 4} = \frac{-5}{4}$.

b) Ta có :

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{5} \cdot b - \frac{1}{3} \cdot b + b \cdot \frac{-1}{2} \\ &= b \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{-1}{2} \right) \\ &= b \cdot \left(\frac{12}{30} - \frac{10}{30} + \frac{-15}{30} \right) \\ &= b \cdot \frac{-13}{30}. \end{aligned}$$

Thay $b = \frac{6}{13}$ vào B ta được: $B = \frac{6}{13} \cdot \frac{-13}{30} = \frac{-1}{5}$.

c) Ta có:

$$\begin{aligned}C &= c \cdot \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \cdot c - \frac{11}{12} \cdot c \\&= c \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{11}{12} \right) \\&= c \cdot \left(\frac{10}{12} + \frac{9}{12} - \frac{11}{12} \right) \\&= c \cdot \frac{8}{12} \\&= c \cdot \frac{2}{3}.\end{aligned}$$

Thay $c = \frac{2019}{2020}$ vào C ta được: $C = \frac{2019}{2020} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2019 \cdot 2}{2020 \cdot 3} = \frac{673}{1010}$.

Câu 3:

a) $\frac{17}{23} \cdot \frac{8}{16} \cdot \frac{23}{17} \cdot (-80) \cdot \frac{3}{4} = \left(\frac{17}{23} \cdot \frac{23}{17} \right) \cdot \left(\frac{8}{16} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot (-80) = 1 \cdot \frac{3}{8} \cdot (-80) = -30$.

b) $\frac{5}{11} \cdot \frac{18}{29} - \frac{5}{11} \cdot \frac{8}{29} + \frac{5}{11} \cdot \frac{19}{29} = \frac{5}{11} \cdot \left(\frac{18}{29} - \frac{8}{29} + \frac{19}{29} \right) = \frac{5}{11} \cdot \frac{29}{29} = \frac{5}{11} \cdot 1 = \frac{5}{11}$.

c) Ta có: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} - \frac{7}{12} = 0$.

Suy ra $\left(\frac{13}{23} + \frac{1313}{2323} - \frac{131313}{232323} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{7}{12} \right) = 0$.

Bài tập nâng cao

Câu 4:

Ta có: $P = \left(1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2020} \right)$

$$\begin{aligned}&= \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \dots \frac{2021}{2020} \\&= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 2021}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 2020} \\&= \frac{2021}{2}.\end{aligned}$$

Câu 5:

a) Ta có: $A = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \dots \frac{99}{100}$

$$\begin{aligned}&= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{63}{64} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{99}{100} \\&= \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 5} \cdot \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 6} \cdot \frac{6 \cdot 8}{7 \cdot 7} \cdot \frac{7 \cdot 9}{8 \cdot 8} \cdot \frac{8 \cdot 10}{9 \cdot 9} \cdot \frac{9 \cdot 11}{10 \cdot 10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1.2.3...9}{2.3.4...10} \cdot \frac{3.4.5...11}{2.3.4...10} \\
&= \frac{1}{10} \cdot \frac{11}{2} \\
&= \frac{11}{20}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) Ta có: } B &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{30^2}\right) \\
&= \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{900}\right) \\
&= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdots \frac{899}{900} \\
&= \frac{1.3}{2.2} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \cdots \frac{29.31}{30.30} \\
&= \frac{1.2.3...29}{2.3.4...30} \cdot \frac{3.4.5...31}{2.3.4...30} \\
&= \frac{1}{30} \cdot \frac{31}{2} \\
&= \frac{31}{60}.
\end{aligned}$$

Câu 6:

Ta thấy $\frac{1}{101}; \frac{1}{102}; \dots; \frac{1}{299}$ đều lớn hơn $\frac{1}{300}$, S có tất cả 200 số hạng.

$$\text{Suy ra: } S > \underbrace{\frac{1}{300} + \frac{1}{300} + \dots + \frac{1}{300} + \frac{1}{300}}_{200 \text{ số hạng}} = 200 \cdot \frac{1}{300} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } S > \frac{2}{3}.$$

Câu 7:

$$\begin{aligned}
\text{Ta có: } \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} &= \frac{3-1}{1.2.3} = \frac{2}{1.2.3}; \\
\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} &= \frac{4-2}{2.3.4} = \frac{2}{2.3.4}; \\
\frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} &= \frac{5-3}{3.4.5} = \frac{2}{3.4.5}; \\
&\dots\dots\dots \\
\frac{1}{10.11} - \frac{1}{11.12} &= \frac{12-10}{10.11.12} = \frac{2}{10.11.12}.
\end{aligned}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \dots + \frac{2}{10.11.12} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{10.11} - \frac{1}{11.12} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{11.12} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{65}{132} \\
&= \frac{65}{264}.
\end{aligned}$$

Câu 8:

Thời gian ô tô đi từ A đến C là :

$$9 \text{ giờ } 20 \text{ phút} - 8 \text{ giờ } 10 \text{ phút} = 1 \text{ giờ } 10 \text{ phút} = 1 \text{ giờ } \frac{1}{6} \text{ phút} = \frac{7}{6} \text{ giờ}.$$

Quãng đường ô tô đi được là :

$$\frac{7}{6} \cdot 80 = \frac{280}{3} \text{ km}.$$

Thời gian xe máy đi từ B đến C là:

$$9 \text{ giờ } 20 \text{ phút} - 8 \text{ giờ } 30 \text{ phút} = 50 \text{ phút} = \frac{50}{60} \text{ giờ} = \frac{5}{6} \text{ giờ}.$$

Quãng đường xe máy đi được là:

$$\frac{5}{6} \cdot 50 = \frac{125}{3} \text{ km}.$$

Vậy quãng đường AB là:

$$\frac{280}{3} + \frac{125}{3} = 135 \text{ km}.$$

Dạng 2: Tìm x

Ví dụ 1. Tìm x biết:

a) $x = \frac{-2}{7} \cdot \frac{1}{4};$

b) $x - \frac{1}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{15};$

c) $\frac{3}{4} - x = \frac{-1}{2} \cdot \frac{15}{9};$

d) $\frac{x}{126} = \frac{-5}{9} \cdot \frac{4}{7}.$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{-2}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{(-2) \cdot 1}{7 \cdot 4} = \frac{(-1) \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{-1}{14}.$ Vậy $x = \frac{-1}{14}.$

b) Ta có: $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 15} = \frac{1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}.$

Khi đó $x - \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ suy ra $x = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$.

Vậy $x = \frac{3}{10}$.

c) Ta có: $\frac{-1}{2} \cdot \frac{15}{9} = \frac{(-1) \cdot 15}{2 \cdot 9} = \frac{(-1) \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{-5}{6}$.

Khi đó $\frac{3}{4} - x = \frac{-5}{6}$ suy ra $x = \frac{3}{4} - \frac{-5}{6} = \frac{9}{12} - \frac{-10}{12} = \frac{19}{12}$.

Vậy $x = \frac{19}{12}$.

d) Ta có: $\frac{-5}{9} \cdot \frac{4}{7} = \frac{(-5) \cdot 4}{9 \cdot 7} = \frac{-20}{63} = \frac{-40}{126}$.

Khi đó $\frac{x}{126} = \frac{-40}{126}$ suy ra $x = -40$.

Vậy $x = -40$.

Ví dụ 2. Tìm x biết:

a) $x + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{-7}{12}$;

b) $|x| - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5}{14}$;

c) $\frac{|x|}{12} - \frac{1}{6} = \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $x + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{-7}{12}$

$$x + \frac{5}{6} = \frac{-7}{12}$$

$$x = \frac{-7}{12} - \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{-17}{12}.$$

Vậy $x = \frac{-17}{12}$.

b) Ta có: $|x| - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5}{14}$

$$|x| - \frac{3}{28} = \frac{5}{14}$$

$$|x| = \frac{5}{14} + \frac{3}{28}$$

$$|x| = \frac{13}{28}$$

$$x = \pm \frac{13}{28}.$$

Vậy $x = \frac{-13}{28}$ hoặc $x = \frac{13}{28}$.

c) Ta có: $\frac{|x|}{12} - \frac{1}{6} = \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{8}$

$$\frac{|x|}{12} - \frac{1}{6} = \frac{-1}{12}$$

$$\frac{|x|}{12} = \frac{-1}{12} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{|x|}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow |x| = 1$$

$$x = \pm 1.$$

Vậy $x = -1$ hoặc $x = 1$.

Ví dụ 3. Tìm các số nguyên x biết:

$$a) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) \leq \frac{x}{18} \leq \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right);$$

$$b) \left(\frac{31}{20} - \frac{26}{45} \right) \cdot \frac{-36}{35} < x < \left(\frac{51}{56} + \frac{8}{21} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{8}{13}.$$

Hướng dẫn giải

$$a) \text{ Ta có: } \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{6}{12} + \frac{9}{12} - \frac{4}{12} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{12} = \frac{11}{18}.$$

$$\frac{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{6}{12} - \frac{2}{12} \right) = \frac{7}{3} \cdot \frac{4}{12} = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{9} = \frac{14}{18}.$$

Khi đó $\frac{11}{18} \leq \frac{x}{18} \leq \frac{14}{18}$ nên $x \in \mathbb{Z}$. Suy ra $x \in \{11; 12; 13; 14\}$.

$$b) \text{ Ta có: } \left(\frac{31}{20} - \frac{26}{45} \right) \cdot \frac{-36}{35} = \left(\frac{279}{180} - \frac{104}{180} \right) \cdot \frac{-36}{35} = \frac{175}{180} \cdot \frac{-36}{35} = \frac{35}{36} \cdot \frac{-36}{35} = -1.$$

$$\left(\frac{51}{56} + \frac{8}{21} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{8}{13} = \left(\frac{153}{168} + \frac{64}{168} + \frac{56}{168} \right) \cdot \frac{8}{13} = \frac{273}{168} \cdot \frac{8}{13} = \frac{13}{8} \cdot \frac{8}{13} = 1.$$

Khi đó $-1 < x < 1$ và $x \in \mathbb{Z}$. Suy ra $x = 0$.

Ví dụ 4. Tìm x biết:

$$a) \left(x + \frac{2}{3} \right) \cdot \left(x - \frac{5}{4} \right) = 0;$$

$$b) x = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \right).$$

Hướng dẫn giải

$$a) \text{ Ta có } \left(x + \frac{2}{3} \right) \cdot \left(x - \frac{5}{4} \right) = 0 \text{ suy ra } x + \frac{2}{3} = 0 \text{ hoặc } x - \frac{5}{4} = 0. \text{ Vậy } x = -\frac{2}{3} \text{ hoặc } x = \frac{5}{4}.$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{6}.$$

Vậy $x = \frac{1}{6}.$

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Tìm x biết:

a) $x - \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4};$ b) $x + \frac{4}{5} = \frac{-5}{12} \cdot \frac{3}{25};$ c) $\frac{x}{182} = \frac{-6}{14} \cdot \frac{35}{91}.$

Câu 2: Tìm x biết:

a) $|x| + \frac{1}{3} = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{-9};$ b) $\left(x + \frac{2}{7}\right) \cdot \left(x - \frac{4}{11}\right) = 0.$

Câu 3: Tìm các số nguyên x biết

a) $\frac{-24}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) \leq x \leq \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}\right) \cdot 9;$
b) $\left(\frac{5}{12} + \frac{3}{8} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{-2}{3} < \frac{x}{24} < \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3}.$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1:

a) $x - \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$ suy ra $x - \frac{3}{7} = \frac{1}{10}$, do đó $x = \frac{1}{10} + \frac{3}{7} = \frac{7}{70} + \frac{30}{70} = \frac{37}{70}.$
b) $x + \frac{4}{5} = \frac{-5}{12} \cdot \frac{3}{25}$, suy ra $x + \frac{4}{5} = \frac{-1}{20}$, do đó $x = \frac{-1}{20} - \frac{4}{5} = \frac{-1}{20} - \frac{16}{20} = \frac{-17}{20}.$
c) $\frac{x}{182} = \frac{-6}{14} \cdot \frac{35}{91}$, suy ra $\frac{x}{182} = \frac{-15}{91} = \frac{-30}{182}$, do đó $x = -30.$

Câu 2:

a) $|x| + \frac{1}{3} = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{-9}$, suy ra $|x| + \frac{1}{3} = \frac{-4}{21}$ hay $|x| = \frac{-4}{21} - \frac{1}{3} = \frac{-4}{21} - \frac{7}{21} = \frac{-11}{21}$ (vô lí vì $|x| \geq 0$).

Vậy không có giá trị nào của x thỏa mãn đề bài.

b) Ta có: $\left(x + \frac{2}{7}\right) \cdot \left(x - \frac{4}{11}\right) = 0$ suy ra $x + \frac{2}{7} = 0$ hoặc $x - \frac{4}{11} = 0.$

Vậy $x = \frac{-2}{7}$ hoặc $x = \frac{4}{11}.$

Câu 3:

a) Ta có: $\frac{-24}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) = \frac{-24}{5} \cdot \left(\frac{6}{12} + \frac{3}{12} - \frac{4}{12}\right) = \frac{-24}{5} \cdot \frac{5}{12} = -2;$

$$\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right).9=\left(\frac{14}{6}-\frac{9}{6}-\frac{1}{6}\right).9=\frac{4}{6}.9=\frac{2}{3}.9=6.$$

Khi đó $-2 \leq x \leq 6$ và $x \in \mathbb{Z}$, suy ra $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

b) Ta có: $\left(\frac{5}{12}+\frac{3}{8}-\frac{2}{3}\right).\frac{-2}{3}=\left(\frac{10}{24}+\frac{9}{24}-\frac{16}{24}\right).\frac{-2}{3}=\frac{3}{24}.\frac{-2}{3}=\frac{-2}{24};$

$$\frac{1}{4}.\frac{5}{2}+\frac{1}{6}.\frac{5}{2}-\frac{5}{2}.\frac{1}{3}=\frac{5}{2}.\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{2}.\left(\frac{3}{12}+\frac{2}{12}-\frac{4}{12}\right)=\frac{5}{2}.\frac{1}{12}=\frac{5}{24}.$$

Khi đó $\frac{-2}{24} < \frac{x}{24} < \frac{5}{24}$ và $x \in \mathbb{Z}$, suy ra $x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.