

PHÉP NHÂN CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

* *Quy tắc*: Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A.C}{B.D}.$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

A. DẠNG BÀI MINH HỌA

Dạng 1. Sử dụng quy tắc nhân để thực hiện phép tính

Phương pháp giải: Vận dụng quy tắc đã nêu trong phần *Tóm tắt lý thuyết* để thực hiện yêu cầu của bài toán.

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{8x}{15y^3} \cdot \frac{4y^2}{x^2}$ với $x \neq 0$ và $y \neq 0$;

b) $\frac{9a^2}{a+3} \cdot \frac{a^2-9}{6a^3}$ với $a \neq -3$ và $a \neq 0$.

Bài 2. Nhân các phân thức sau:

a) $\frac{4n^2}{17m^4} \cdot \left(-\frac{7m^2}{12n}\right)$ với $m \neq 0$ và $n \neq 0$;

b) $\frac{3b+6}{(b-9)^3} \cdot \frac{2b-18}{(b+2)^2}$ với $b \neq -2$ và $b \neq 9$.

Bài 3. Thực hiện phép nhân các phân thức sau:

a) $\frac{2u^2-20u+50}{5u+5} \cdot \frac{2u^2-2}{4(u-5)^3}$ với $u \neq \pm 5$;

b) $\frac{v+3}{v^2-4} \cdot \frac{8-12v+6v^2-v^3}{7v+21}$ với $v \neq -3$ và $v \neq \pm 2$.

Bài 4. Làm tính nhân:

a) $\frac{3x-1}{10x^2+2x} \cdot \frac{25x^2+10x+1}{1-9x^2}$ với $x \neq -\frac{1}{5}; \pm\frac{1}{3}; 0$;

b) $\frac{p^3-27}{7p+28} \cdot \frac{p^2+4p}{p^2+3p+9}$ với $p \neq -4$.

Dạng 2. Tính toán sử dụng kết hợp các quy tắc đã học

Phương pháp giải: Sử dụng hợp lý 3 quy tắc đã học: quy tắc cộng, quy tắc trừ và quy tắc nhân để tính toán.

Chú ý:

- Đối với phép nhân có nhiều hơn hai phân thức, ta vẫn nhân các tử thức với nhau và các mẫu thức với nhau.

- Ưu tiên tính toán đối với biểu thức trong dấu ngoặc trước (nếu có).

Bài 5. Rút gọn biểu thức:

a) $\frac{t^4 + 4t^2 + 8}{2t^3 + 2} \cdot \frac{t}{12t^2 + 1} \cdot \frac{3t^3 + 3}{t^4 + 4t^2 + 8}$ với $t \neq -1$;

b) $\frac{y-1}{2y} \cdot \left(y^2 + y + 1 + \frac{y^3}{y-1} \right)$ với $y \neq 0$ và $y \neq 1$.

Bài 6. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^6 + 2x^3 + 3}{x^3 - 1} \cdot \frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x^2 + x + 1}{x^6 + 2x^3 + 3}$ với $x \neq \pm 1$;

b) $\frac{a^3 + 2a^2 - a - 2}{3a + 15} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} \right)$ với $a \neq -5; -2; \pm 1$.

Bài 7. Tính hợp lý biểu thức sau:

$$M = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{1+x^4} \cdot \frac{1}{1+x^8} \cdot \frac{1}{1+x^{16}}, \text{ với } x \neq \pm 1.$$

Bài 8. Rút gọn biểu thức: $P = xy$, biết $(3a^3 - 3b^3)x - 2b = 2a$ với $a \neq b$ và $(4a + 4b)y = 9(a - b)^2$ với $a \neq -b$.

HƯỚNG DẪN

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) Ta có $\frac{8x}{15y^3} \cdot \frac{4y^2}{x^2} = \frac{8x \cdot 4y^2}{15y^3 \cdot x^2} = \frac{32}{15xy}$

b) Ta có $\frac{9a^2}{a+3} \cdot \frac{a^2-9}{6a^3} = \frac{9a^2 \cdot (a-3)(a+3)}{(a+3)6a^3} = \frac{3(a-3)}{2a}$

Bài 2. Tương tự 1.

a) Kết quả ta có $= -\frac{7n}{51m^2}$

b) Kết quả $= \frac{6}{(b-9)^2 \cdot (b+2)}$

Bài 3. Thực hiện phép nhân các phân thức sau:

a) Ta có $\frac{2u^2 - 20u + 50}{5u + 5} \cdot \frac{2u^2 - 2}{4(u-5)^3} = \frac{2(u-5)^2}{5(u+1)} \cdot \frac{2(u-1)(u+1)}{4(u-5)^3} = \frac{u-1}{5(u-5)}$

b) Ta có $\frac{v+3}{v^2-4} \cdot \frac{8-12v+6v^2-v^3}{7v+21} = \frac{v+3}{(v-2)(v+2)} \cdot \frac{(2-v)^3}{7(v+3)}$
 $= \frac{1}{(v-2)(v+2)} \cdot \frac{-(v-2)^3}{7} = -\frac{(v-2)^2}{7(v+2)}$

Bài 4. Tương tự 3

a) Ta có $\frac{3x-1}{10x^2+2x} \cdot \frac{25x^2+10x+1}{1-9x^2} = -\frac{5x+1}{2x(3x+1)}$

b) Kết quả $= \frac{p \cdot (p-3)}{7}$

Bài 5. Rút gọn biểu thức:

a) Ta có $\frac{t^4+4t^2+8}{2t^3+2} \cdot \frac{t}{12t^2+1} \cdot \frac{3t^3+3}{t^4+4t^2+8}$
 $= \frac{(t^4+4t^2+8) \cdot t \cdot 3(t^3+1)}{2(t^3+1) \cdot (12t^2+1) \cdot (t^4+4t^2+8)} = \frac{3t}{2(12t^2+1)}$

b) Ta có $\frac{y-1}{2y} \cdot \left(y^2 + y + 1 + \frac{y^3}{y-1} \right) = \frac{y-1}{2y} \cdot \left(\frac{y^{3-1}}{y-1} + \frac{y^3}{y-1} \right) = \frac{2y^3-1}{2y}$

Bài 6. Tương tự 5

a) Ta có $\frac{x^6+2x^3+3}{x^3-1} \cdot \frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x^2+x+1}{x^6+2x^3+3} = \frac{3x}{x^2-1}$

b) Gọi ý: $a^3 + 2a^2 - a - 2 = (a-1)(a+1)(a+2)$

Thực hiện phép tính từ trái qua phải thu được: $= \frac{1}{3}$

Bài 7. Áp dụng $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$. Ta có:

$$M = \frac{1}{1-x^2} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{1+x^4} \cdot \frac{1}{1+x^8} \cdot \frac{1}{1+x^{16}}$$

$$= \frac{1}{1-x^{16}} \cdot \frac{1}{1+x^{16}} = \frac{1}{1-x^{32}}$$

Bài 8. Biến đổi được: $x = \frac{2(a+b)}{3(a^3-b^3)}; y = \frac{9(a-b)^2}{4(a+b)}$

$$\Rightarrow P = x \cdot y = \frac{2(a+b)}{3(a^3-b^3)} \cdot \frac{9(a-b)^2}{4(a+b)} = \frac{3(a-b)}{2(a^2+ab+b^2)}$$

PHIẾU TỰ LUYỆN SỐ 1

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{8x}{15y^3} \cdot \frac{4y^2}{x^2}$ với $x \neq 0$ và $y \neq 0$;
- b) $\frac{9a^2}{a+3} \cdot \frac{a^2-9}{6a^3}$ với $a \neq -3$ và $a \neq 0$.

Bài 2. Nhân các phân thức sau:

- a) $\frac{4n^2}{17m^4} \cdot \left(-\frac{7m^2}{12n}\right)$ với $m \neq 0$ và $n \neq 0$;
- b) $\frac{3b+6}{(b-9)^3} \cdot \frac{2b-18}{(b+2)^2}$ với $b \neq -2$ và $b \neq 9$.

Bài 3. Thực hiện phép nhân các phân thức sau:

- a) $\frac{2u^2-20u+50}{5u+5} \cdot \frac{2u^2-2}{4(u-5)^3}$ với $u \neq \pm 5$;
- b) $\frac{v+3}{v^2-4} \cdot \frac{8-12v+6v^2-v^3}{7v+21}$ với $v \neq -3$ và $v \neq \pm 2$.

Bài 4. Làm tính nhân:

- a) $\frac{3x-1}{10x^2+2x} \cdot \frac{25x^2+10x+1}{1-9x^2}$ với $x \neq -\frac{1}{5}; \pm \frac{1}{3}; 0$;
- b) $\frac{p^3-27}{7p+28} \cdot \frac{p^2+4p}{p^2+3p+9}$ với $p \neq -4$.

Bài 5. Rút gọn biểu thức:

a) $\frac{t^4 + 4t^2 + 8}{2t^3 + 2} \cdot \frac{t}{12t^2 + 1} \cdot \frac{3t^3 + 3}{t^4 + 4t^2 + 8}$ với $t \neq -1$;

b) $\frac{y-1}{2y} \cdot \left(y^2 + y + 1 + \frac{y^3}{y-1} \right)$ với $y \neq 0$ và $y \neq 1$.

Bài 6. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^6 + 2x^3 + 3}{x^3 - 1} \cdot \frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x^2 + x + 1}{x^6 + 2x^3 + 3}$ với $x \neq \pm 1$;

b) $\frac{a^3 + 2a^2 - a - 2}{3a + 15} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} \right)$ với $a \neq -5; -2; \pm 1$.

Bài 7. Tính hợp lý biểu thức sau:

$$M = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{1+x^4} \cdot \frac{1}{1+x^8} \cdot \frac{1}{1+x^{16}}, \text{ với } x \neq \pm 1.$$

Bài 8. Rút gọn biểu thức: $P = xy$, biết $(3a^3 - 3b^3)x - 2b = 2a$ với $a \neq b$ và $(4a + 4b)y = 9(a - b)^2$ với $a \neq -b$.

HƯỚNG DẪN

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{8x}{15y^3} \cdot \frac{4y^2}{x^2} = \frac{32}{15xy}$ với $x \neq 0$ và $y \neq 0$;

b) $\frac{9a^2}{a+3} \cdot \frac{a^2 - 9}{6a^3} = \frac{3(a-3)}{2a}$ với $a \neq -3$ và $a \neq 0$.

Bài 2. Nhân các phân thức sau:

a) $\frac{4n^2}{17m^4} \cdot \left(-\frac{7m^2}{12n} \right) = \frac{-7n}{51m^2}$ với $m \neq 0$ và $n \neq 0$;

b) $\frac{3b+6}{(b-9)^3} \cdot \frac{2b-18}{(b+2)^2} = \frac{6}{(b-9)^2 \cdot (b+2)}$ với $b \neq -2$ và $b \neq 9$.

Bài 3. Thực hiện phép nhân các phân thức sau:

a) $\frac{2u^2 - 20u + 50}{5u + 5} \cdot \frac{2u^2 - 2}{4(u-5)^3} = \frac{u-1}{5 \cdot (u-5)}$ với $u \neq \pm 5$;

b) $\frac{v+3}{v^2-4} \cdot \frac{8-12v+6v^2-v^3}{7v+21} = \frac{-(v-2)^2}{7 \cdot (v+2)}$ với $v \neq -3$ và $v \neq \pm 2$.

Bài 4. Làm tính nhân:

$$a) \frac{3x-1}{10x^2+2x} \cdot \frac{25x^2+10x+1}{1-9x^2} = \frac{-(5x+1)}{2x.(1+3x)} \text{ với } x \neq -\frac{1}{5}; \pm \frac{1}{3}; 0;$$

$$b) \frac{p^3-27}{7p+28} \cdot \frac{p^2+4p}{p^2+3p+9} = \frac{(p-3).p}{7} \text{ với } p \neq -4.$$

Bài 5. Rút gọn biểu thức:

$$a) \frac{t^4+4t^2+8}{2t^3+2} \cdot \frac{t}{12t^2+1} \cdot \frac{3t^3+3}{t^4+4t^2+8} = \frac{3t}{2.(12t^2+1)} \text{ với } t \neq -1;$$

$$b) \frac{y-1}{2y} \cdot \left(y^2 + y + 1 + \frac{y^3}{y-1} \right) = y^2 \text{ với } y \neq 0 \text{ và } y \neq 1.$$

Bài 6. Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{x^6+2x^3+3}{x^3-1} \cdot \frac{3x}{x+1} \cdot \frac{x^2+x+1}{x^6+2x^3+3} = \frac{3x}{x^2-1} \text{ với } x \neq \pm 1;$$

$$b) \frac{a^3+2a^2-a-2}{3a+15} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} \right) = a^2 - a + 2 \text{ với } a \neq -5; -2; \pm 1.$$

Bài 7. Tính hợp lý biểu thức sau:

$$M = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{1+x} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{1}{1+x^4} \cdot \frac{1}{1+x^8} \cdot \frac{1}{1+x^{16}} = \frac{1}{1-x^{32}} \text{ với } x \neq \pm 1.$$

Bài 8. Ta có

$$\begin{aligned} (3a^3-3b^3)x-2b &= 2a & (4a+4b)y &= 9(a-b)^2 \\ \Rightarrow x &= \frac{2.(a+b)}{3.(a-b).(a^2+ab+b^2)} \text{ với } a \neq b \text{ và } \Rightarrow y &= \frac{9.(a-b)^2}{4.(a+b)} \text{ với } a \neq -b. \end{aligned}$$

$$P = xy = \frac{2.(a+b)}{3.(a-b).(a^2+ab+b^2)} \cdot \frac{9.(a-b)^2}{4.(a+b)} = \frac{3.(a-b)}{2.(a^2+ab+b^2)}$$

PHIẾU TỰ LUYỆN SỐ 2

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau

$$a) \frac{14x}{5y^2} \cdot \frac{2y^3}{x^2} \qquad b) \frac{5y^2}{7y^2} \cdot \left(-\frac{2x^2}{10y} \right)$$

$$\text{c) } \frac{x^3-8}{5x+20} \cdot \frac{x^2+4x}{x^2+2x+4}$$

$$\text{d) } 3x^3y^4 \cdot \left(-\frac{7z}{9xy^5} \right)$$

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau

$$\text{a) } \frac{3x+9}{4x-10} \cdot \frac{5-2x}{x+3}$$

$$\text{b) } \frac{x^2-16}{2x+5} \cdot \frac{6}{4-x}$$

Bài 3. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x^2-1}{x+5} \cdot \frac{2x+10}{x^2-x} \quad \text{với } x=99$$

$$\text{Bài 4. Cho } K = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}.$$

a) Rút gọn K.

b) Tìm số nguyên x để K nhận giá trị nguyên.

Bài 5. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } P = \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{4x+3}{360x+150} + \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{6-3x}{360x+150}$$

$$\text{b) } Q = \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{4x-2y}{x-y} - \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{x-3y}{x-y}$$

Bài 6. Tìm biểu thức x biết:

$$x : \frac{a^2+a+1}{2a+2} = \frac{a+1}{a^3-1}.$$

Bài 7. Cho $ab+bc+ca=1$, chứng minh rằng tích sau không phụ thuộc vào biến số

$$A = \frac{(a+b)^2}{1+a^2} \cdot \frac{(b+c)^2}{1+b^2} \cdot \frac{(c+a)^2}{1+c^2}.$$

Bài 8. Hãy điền phân thức thích hợp vào đẳng thức sau

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x+4}{x+5} \cdot \dots = 1.$$

HƯỚNG DẪN

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau

a) $\frac{14x}{5y^2} \cdot \frac{2y^3}{x^2}$

b) $\frac{5y^2}{7y^2} \cdot \left(-\frac{2x^2}{10y}\right)$

c) $\frac{x^3-8}{5x+20} \cdot \frac{x^2+4x}{x^2+2x+4}$

d) $3x^3y^4 \cdot \left(-\frac{7z}{9xy^5}\right)$

Lời giải:

a) $\frac{14x}{5y^2} \cdot \frac{2y^3}{x^2} = \frac{14x \cdot 2y^3}{5y^2 \cdot x^2} = \frac{28xy^3}{5y^2x^2} = \frac{28y}{5x};$

b) $\frac{5y^2}{7y^2} \cdot \left(-\frac{2x^2}{10y}\right) = \frac{5y^2 \cdot (-2x^2)}{7y^2 \cdot 10y} = \frac{-10y^2x^2}{7 \cdot 10y^3} = \frac{-x^2}{7y};$

c) $\frac{x^3-8}{5x+20} \cdot \frac{x^2+4x}{x^2+2x+4} = \frac{(x^3-8)(x^2+4x)}{(5x+20)(x^2+2x+4)} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)x(x+4)}{5(x+4)(x^2+2x+4)} = \frac{(x-2)x}{5}$

d) $3x^3y^4 \cdot \left(-\frac{7z}{9xy^5}\right) = \frac{3x^3y^4 \cdot (-7z)}{9xy^5} = -\frac{7x^2z}{3y}.$

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau

a) $\frac{3x+9}{4x-10} \cdot \frac{5-2x}{x+3}$

b) $\frac{x^2-16}{2x+5} \cdot \frac{6}{4-x}$

Lời giải:

a) $\frac{3x+9}{4x-10} \cdot \frac{5-2x}{x+3} = \frac{3(x+3)}{2(2x-5)} \cdot \frac{5-2x}{x+3} = \frac{-3}{2};$

b) $\frac{x^2-16}{2x+5} \cdot \frac{6}{4-x} = \frac{(x-4)(x+4)6}{(2x+5)(4-x)} = \frac{-6(x+4)}{2x+5}$

Bài 3. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$P = \frac{x^2-1}{x+5} \cdot \frac{2x+10}{x^2-x}$ với $x = 99$

Lời giải:

Rút gọn ta được $P = \frac{2(x+1)}{x}$.

Với $x = 99$ ta có $P = \frac{2 \cdot (99+1)}{99} = \frac{200}{99}$.

Bài 4. Cho $K = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}$.

a) Rút gọn K.

b) Tìm số nguyên x để K nhận giá trị nguyên.

Lời giải:

a) Ta có

$$\begin{aligned} K &= \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+2003}{x} \\ &= \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+2003}{x} \\ &= \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{x+2003}{x} = \frac{x+2003}{x} \end{aligned}$$

b) Điều kiện $x \neq 0; x \neq 1; x \neq -1$.

Ta có $K = 1 + \frac{2003}{x}$.

Để $K \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{2003}{x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in U(2003)$ và $x \neq 1; x \neq -1$.

Vậy $x \in \{-2003; 2003\}$ thì K nhận giá trị nguyên.

Bài 5. Thực hiện các phép tính sau:

a) $P = \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{4x+3}{360x+150} + \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{6-3x}{360x+150}$

b) $Q = \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{4x-2y}{x-y} - \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{x-3y}{x-y}$

Lời giải:

a) Dùng tính chất phân phối ta có

$$P = \frac{12x+5}{x+9} \cdot \left(\frac{4x+3}{360x+150} + \frac{6-3x}{360x+150} \right) = \frac{12x+5}{x+9} \cdot \frac{x+9}{30(12x+5)} = \frac{1}{30}.$$

b) Dùng tính chất phân phối ta có

$$Q = \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \left(\frac{4x-2y}{x-y} - \frac{x-3y}{x-y} \right) = \frac{x+3y}{3x+y} \cdot \frac{3x+y}{x-y} = \frac{x+3y}{x-y}.$$

Bài 6. Tìm biểu thức x biết:

$$x : \frac{a^2 + a + 1}{2a + 2} = \frac{a + 1}{a^3 - 1}.$$

Lời giải:

$$x : \frac{a^2 + a + 1}{2a + 2} = \frac{a + 1}{a^3 - 1}$$

$$x = \frac{a + 1}{a^3 - 1} \cdot \frac{a^2 + a + 1}{2a + 2} = \frac{a + 1}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} \cdot \frac{a^2 + a + 1}{2(a + 1)} = \frac{1}{2(a - 1)}.$$

Bài 7. Cho $ab + bc + ca = 1$, chứng minh rằng tích sau không phụ thuộc vào biến số

$$A = \frac{(a+b)^2}{1+a^2} \cdot \frac{(b+c)^2}{1+b^2} \cdot \frac{(c+a)^2}{1+c^2}.$$

Lời giải:

$$\text{Ta có } 1 + a^2 = ab + bc + ca + a^2 \Rightarrow 1 + a^2 = (a+b)(a+c) \quad (1)$$

$$\text{Tương tự } 1 + b^2 = (b+a)(b+c) \quad (2)$$

$$\text{Và } 1 + c^2 = (c+a)(c+b) \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } A = \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a+c)} \cdot \frac{(b+c)^2}{(b+c)(b+a)} \cdot \frac{(c+a)^2}{(c+a)(c+b)} \Rightarrow A = 1.$$

Vậy tích trên không phụ thuộc vào biến số.

Bài 8. Hãy điền phân thức thích hợp vào đẳng thức sau

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x+4}{x+5} \dots = 1.$$

Lời giải:

Tích của 6 phân thức đầu tiên là $\frac{1}{x+5}$.

Vậy phân thức cần điền là $x+5$.

===== TOÁN HỌC SỐ ĐỒ =====