

PHÉP CỘNG CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc cộng hai phân thức cùng mẫu thức

Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

2. Quy tắc cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau

Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

A. CÁC DẠNG BÀI MINH HỌA

Dạng 1. Cộng xác phân thức đại số thông thường

Phương pháp giải: Sử dụng kết hợp hai quy tắc cộng phân thức đại số nêu trong phần Tóm tắt lý thuyết.

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x^2}{6x+12} + \frac{4x+4}{6x+12}$ với $x \neq -2$;

b) $\frac{3a+7}{5a^2b} + \frac{2a+2}{5a^2b}$ với $a \neq 0$ và $b \neq 0$.

Bài 2. Cộng các phân thức sau:

a) $\frac{11y-6}{4y^2-1} + \frac{3y+6}{4y^2-1}$ với $y \neq \pm \frac{1}{2}$;

b) $\frac{mn-3n}{2m^2n^3} + \frac{7mn+3n}{2m^2n^3}$ với $m \neq 0$ và $n \neq 0$.

Bài 3. Thực hiện phép cộng các phân thức sau:

a) $\frac{u+10}{u-2} + \frac{u-18}{u-2} + \frac{u+2}{u^2-4}$ với $u \neq \pm \frac{1}{2}$;

b) $\frac{2-x}{2x^2y^2} + \frac{5+2y}{8x^3y^2} + \frac{x-7}{4x^3y}$ với $x \neq 0$ và $y \neq 0$.

Bài 4. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{1}{x-1} + \frac{x-2}{x^2-1} + \frac{x+1}{x^2-2x+1}$ với $x \neq \pm 1$;

b) $\frac{-1}{2p+q} + \frac{p}{4p^2+q^2} + \frac{q}{8p^3+q^3}$ với $q \neq \pm 2p$.

Dạng 2. Cộng các phân thức đại số có sử dụng quy tắc đổi dấu

Phương pháp giải: Thực hiện theo hai bước

Bước 1. Áp dụng Quy tắc đổi dấu phân thức: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$;

Bước 2. Thực hiện tương tự Dạng 1.

Bài 5. Sử dụng quy tắc đổi dấu để thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{3x^2-x}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} + \frac{3-2x^2}{x-1}$ với $x \neq 1$;

b) $\frac{2}{y+2} + \frac{4}{y-2} + \frac{5y+2}{4-y^2}$ với $y \neq \pm 2$.

Bài 6. Thực hiện phép cộng các phân thức sau:

a) $\frac{2-a^2}{a-3} + \frac{a-2a^2}{3-a} + \frac{7-5a}{a-3}$ với $a \neq 3$;

b) $\frac{3-3b}{2b} + \frac{3b-1}{2b-1} + \frac{11b-5}{2b-4b^2}$ với $b \neq 0$ và $b \neq \frac{1}{2}$.

Bài 7. Cộng các phân thức sau:

a) $\frac{1}{v^2+8v+16} + \frac{1}{8v-v^2-16} + \frac{v}{v^2-16}$ và $v \neq \pm 4$;

b) $\frac{m}{m-2n} + \frac{m}{m+2n} - \frac{4mn}{4n^2 - m^2}$ với $m \neq \pm 2n$;

Bài 8. Thực hiện các phép tính sau.

a) $\frac{x^2+2}{x^3-1} + \frac{3}{x^2+x+1} + \frac{1}{1-x}$ với $x \neq 1$;

b) $\frac{r+1}{r^2-rs} + \frac{32r^2}{s^2-r^2} + \frac{1-r}{r^2+rs}$ với $r \neq 0$ và $r \neq \pm s$.

Dạng 3. Tính giá trị biểu thức tổng các phân thức đại số

Phương pháp giải: Thực hiện theo hai bước:

Bước 1. Thực hiện phép cộng các phân thức đại số tương tự **Dạng 1** và **Dạng 2**

Bước 2. Thay giá trị của biến vào phân thức và tính

Bài 9. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$\frac{x^2}{5x+25} + \frac{2(x-5)}{x} + \frac{50+5x}{x(x+5)} \text{ tại } x = -2$$

Bài 10. Cho biểu thức $A = \frac{2}{x^2+x+1} + \frac{2}{x^2-x} + \frac{4x}{1-x^3}$ với $x \neq 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức tại $x = 2$.

Dạng 4. Giải toán đố có sử dụng phép cộng các phân thức đại số

Phương pháp giải: Thực hiện theo hai bước:

Bước 1. Thiết lập các biểu thức theo yêu cầu của đề bài;

Bước 2. Sử dụng kết hợp hai quy tắc cộng phân thức đại số đã nêu trong phần Tóm tắt lý thuyết.

Bài 11. Một đội máy xúc trên công trường đường Hồ Chí Minh nhận nhiệm vụ xúc 11600 m^3 đất. Giai đoạn đầu còn nhiều khó khăn nên máy làm việc với năng suất trung bình $x \text{ m}^3/$

ngày và đội đào được 5000m^3 . Sau đó công việc ổn định hơn, năng suất của máy tăng $25\text{ m}^3/\text{ngày}$.

a) Hãy biểu diễn:

- * Thời gian xúc 5000 m^3 đầu tiên;
- * Thời gian làm nốt phần việc còn lại;
- * Thời gian làm việc để hoàn thành công việc.

b) Tính thời gian làm việc để hoàn thành công việc với $x = 250\text{ m}^3/\text{ngày}$.

Bài 12. Con tàu du lịch “Sông Hồng” đưa khách từ Hà Nội đến Việt Trì. Sau đó, nó nghỉ lại tại Việt Trì 2 giờ rồi quay về Hà Nội. Độ dài khúc sông từ Hà Nội đến Việt Trì là 70 km. Vận tốc của dòng nước là 5 km/h. Vận tốc riêng của con tàu (tức là vận tốc trong nước yên lặng) là $x\text{ km/h}$.

a) Hãy biểu diễn qua x :

- * Thời gian ngược từ Hà Nội đến Việt Trì;
- * Thời gian xuôi từ Việt Trì về Hà Nội;
- * Thời gian kể từ lúc xuất phát đến khi về tới Hà Nội.

b) Tính thời gian kể từ lúc xuất phát đến khi con tàu về tới Hà Nội, biết rằng vận tốc lúc ngược dòng của con tàu là 20 km/h.

HƯỚNG DẪN

Bài 1.

a) Ta được: $\frac{(x+2)^2}{6(x+2)} = \frac{x+2}{6};$

b) Ta được: $\frac{5a+9}{5a^2b}.$

Bài 2.

a) Ta được: $\frac{14y}{4y^2-1}$;

b) Ta được: $\frac{8mn}{2m^2n^3} = \frac{4}{mn^2}$.

Bài 3.

a) Gọi ý: $u^2 - 4 = (u - 2)(u + 2)$.

b) Mẫu chung = $8x^3y^2$.

Rút gọn thu được $\frac{-4x^2 + 8x - 12y + 2xy + 5}{8x^3y^2}$.

Bài 4.

a) Gọi ý: $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$; $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$;

Mẫu chung = $(x + 1)(x - 1)^2$;

Rút gọn thu được $\frac{3x^2 - x + 2}{(x + 1)(x - 1)^2}$.

b) Gọi ý: $4p^2 - q = (2p - q)(2p + q)$;

$8p^3 + q^3 = (2p + q)(4p^2 - 2pq + q^2)$;

Mẫu chung = $(2p - q)(4p^2 - 2pq + q^2)$;

Rút gọn thu được $\frac{-4p^3 + q^3 + 6p^2q - 3pq^2 + 2pq - q^2}{(2p - q)(2p + q)(4p^2 - 2pq + q^2)}$.

Bài 5.

a) Gọi ý: $\frac{x+2}{1-x} = \frac{-x-2}{x-1} \Rightarrow$ Rút gọn thu được $\frac{(x-1)^2}{x-1} = x-1$;

b) Gọi ý: $y^2 - 4 = (y - 2)(y + 2)$ và $\frac{5y+2}{4-y^2} = \frac{-5y-2}{y^2-4}$;

Rút gọn được $\frac{y+2}{(y-2)(y+2)} = \frac{1}{y-2}$.

Bài 6.

a) Gọi ý: $\frac{a-2a^2}{3-a} = \frac{2a^2-a}{a-3}$;

Rút gọn thu được $\frac{(a-3)^2}{a-3} = a-3$.

b) Gọi ý: $2b-4b^2 = 2b(1-2b)$; $\frac{11b-5}{2b-4b^2} = \frac{5-11b}{2b(2b-1)}$;

Rút gọn được: $\frac{-4b+2}{2b(2b-1)} = -\frac{1}{b}$.

Bài 7.

a) Gọi ý: $v^2+8v+16 = (v+4)^2$;

$8v-v^2-16 = -(v-4)^2$

$v^2-16 = (v-4)(v+4)$;

Rút gọn được $\frac{v^3-32v}{(v^2-16)^2}$.

b) Gọi ý $4n^2-m^2 = (2n-m)(2n+m)$;

Rút gọn được $\frac{-2m(m+2n)}{(2n-m)(2n+m)} = \frac{2m}{n-2n}$.

Bài 8.

a) Gọi ý: $x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1)$; $\frac{1}{1-x} = -\frac{1}{x-1}$;

Rút gọn được $\frac{2x-2}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{2}{x^2+x+1}$.

b) Gọi ý: $\frac{32r^2}{s^2-r^2} = -\frac{32r^2}{r^2-s^2}$; $MC = r(r-s)(r+s)$;

Rút gọn được $\frac{r(-32r^2+2s+2)}{r(r-s)(r+s)} = \frac{-32r^2+2s+2}{(r-s)(r+s)}$.

Bài 9. Rút gọn được $\frac{x^3 + 10x^2 + 25x}{5x(x+5)} = \frac{x(x+5)^2}{5x(x+5)} = \frac{x+5}{5}$.

Thay $x = -2$ thu được giá trị biểu thức là 0,6.

Bài 10.

a) Rút gọn được $\frac{2}{x(x-1)(x^2+x+1)}$.

b) Thay $x = 2$ vào biểu thức thu gọn được giá trị $\frac{1}{7}$.

Bài 11.

a) Gọi ý công thức

Khối lượng công việc = thời gian làm việc x năng suất

Các biểu thức thu được là

* $\frac{5000}{x}$ (ngày);

* Thời gian làm phần còn lại = (khối lượng công việc còn lại) / (năng suất mới), được biểu thức $\frac{6600}{x+25}$ (ngày)

* Tổng thời gian $\frac{5000}{x} + \frac{6600}{x+25}$ (ngày); (3)

b) Thay $x = 250$ vào biểu thức (3) được 44 ngày.

Bài 12.

a) Công thức chuyển động: $s = v.t$

(s: quãng đường; v: vận tốc; t: thời gian).

Vận tốc xuôi dòng = vận tốc riêng + vận tốc dòng;

Vận tốc ngược dòng = vận tốc riêng – vận tốc dòng;

Các biểu thức thu được lần lượt là:

$$* \frac{70}{x-5} \text{ (giờ)}.$$

$$* \frac{70}{x+5} \text{ (giờ)}.$$

$$* \frac{70}{x-5} + \frac{70}{x+5} + 2 \text{ (giờ)}. (*)$$

$$b) \frac{47}{6} \text{ giờ} = 7 \text{ giờ } 50 \text{ phút}.$$

B. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Bài 1: Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{x-4}{14} + \frac{-10-8x}{14} \quad b) \frac{7x-2}{24xy} + \frac{2-8xy}{24xy} \quad c) \frac{3x-y}{3x+y} + \frac{6x+4y}{3x+y} \quad d) \frac{3xy-4}{-25xy} + \frac{7-12x}{-25xy} + \frac{4x-3}{-25xy}$$

Bài 2: Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{3}{5-2a} + \frac{2a-2}{2a-5} \quad b) \frac{x^2+2xy}{x-y} + \frac{3y^2-xy}{y-x} + \frac{2y^2-3xy}{x-y}$$
$$c) \frac{6b-3}{a^2-b^2} + \frac{2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2} \quad d) \frac{x^2-2}{x^3-2x^2+x} + \frac{x-2}{2x^2-x^3-x}$$

Bài 3: Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{2x}{3} + \frac{2ax+3x}{-3a} \quad b) \frac{a+2b-2x}{ab-ax} + \frac{1}{x-b} \quad c) \frac{3x-2y}{xy} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} \quad d) \frac{3}{y-1} + \frac{-2}{x} + \frac{-3x^2+xy-x}{x^2(y-1)}$$

Bài 4: Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{5}{x+2} + \frac{7-2x}{x^2-4} \quad b) \frac{2x+9}{9-4x^2} + \frac{2}{2x-3} \quad c) \frac{x}{2y^2-xy} + \frac{4y}{x^2-2xy} \quad d) \frac{1}{x^2+x} + \frac{2x-5}{2x^2-2}$$

Bài 5: Tìm x biết:

$$a) \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2-9} = 0 \text{ (với } x \neq \pm 3) \quad b) \frac{2}{9x^2+6x+1} + \frac{3x}{1-9x^2} = \frac{2}{(1-3x)(3x+1)^2} \text{ (với } x \neq \pm \frac{1}{3})$$

Bài 6: Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{2}{x+2} + \frac{x-1}{x^2-4} + \frac{3}{x-2} \quad \text{b) } \frac{a^2-b^2-2a+b}{a-2+2b-ab} + \frac{a}{b-1} \quad \text{c) } \frac{1}{9x-18} + \frac{22-7x}{72-18x^2} + \frac{5}{12x+24}$$

Bài 7: Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{5b-3}{9a^2b} + \frac{a+1}{5ab^3} + \frac{4a+2}{15a^3b} \quad \text{b) } \frac{5}{2x} + \frac{2x-3}{2x-1} + \frac{4x^2+3}{8x^2-4x} \quad \text{c) } \frac{x^2+2x}{x^3+1} + \frac{2x}{x^2-x+1} + \frac{1}{x+1}$$

Bài 8: Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{1}{x^2+6x+9} + \frac{1}{6x-x^2-9} + \frac{x}{x^2-9} \quad \text{b) } \frac{2x+1}{2x^2-x} + \frac{32x^2}{1-4x^2} + \frac{1-2x}{2x^2+x} \quad \text{c) } \frac{x^4}{1-x} + x^3 + x^2 + x + 1$$

Bài 9: Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{4}{(y-x)(z-x)} + \frac{3}{(y-x)(y-z)} + \frac{3}{(y-z)(x-z)} \quad \text{b) } \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{2}{x^2+12x+35} + \frac{3}{x^2+7x+10}$$

Bài 10: Cho ba số $a; b; c$ đôi một khác nhau. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào $a; b; c$:

$$\frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}$$

Bài 11: Tìm các số $A; B; C$ để: $\frac{2x^2-3x+12}{(x+3)^3} = \frac{A}{(x+3)^3} + \frac{B}{(x+3)^2} + \frac{C}{x+3}$

Lời giải

Bài 1: Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{x-4}{14} + \frac{-10-8x}{14} = \frac{x-4-10-8x}{14} = \frac{-7x-14}{14} = \frac{7(-x-2)}{14} = \frac{-x-2}{2}$$

$$\text{b) } \frac{7x-2}{24xy} + \frac{2-8xy}{24xy} = \frac{7x-2+2-8xy}{24xy} = \frac{7x-8xy}{24xy} = \frac{x(7-8y)}{24xy} = \frac{7-8y}{24y}$$

$$\text{c) } \frac{3x-y}{3x+y} + \frac{6x+4y}{3x+y} = \frac{3x-y+6x+4y}{3x+y} = \frac{9x+3y}{3x+y} = \frac{3(3x+y)}{3x+y} = 3$$

$$d) \frac{3xy-4}{-25xy} + \frac{7-12x}{-25xy} + \frac{4x-3}{-25xy} = \frac{3xy-4+7-12x+4x-3}{-25xy} = \frac{3xy-8x}{-25xy} = \frac{x(3y-8)}{-25xy} = \frac{3y-8}{-25y} = \frac{8-3y}{25y}$$

Bài 2: Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{3}{5-2a} + \frac{2a-2}{2a-5} = \frac{3}{5-2a} + \frac{2-2a}{5-2a} = \frac{3+2-2a}{5-2a} = 1$$

b)

$$\frac{x^2+2xy}{x-y} + \frac{3y^2-xy}{y-x} + \frac{2y^2-3xy}{x-y} = \frac{x^2+2xy}{x-y} + \frac{xy-3y^2}{x-y} + \frac{2y^2-3xy}{x-y} = \frac{x^2+2xy+xy-3y^2+2y^2-3xy}{x+y} = \frac{x^2-y^2}{x+y} = x-y$$

$$c) \frac{6b-3}{a^2-b^2} + \frac{2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2} = \frac{3-6b}{b^2-a^2} + \frac{2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2} = \frac{3-6b+2bx-2ax+6a-3}{b^2-a^2} = \frac{(a-b)(6-2x)}{b^2-a^2} = \frac{2x-6}{a+b}$$

$$d) \frac{x^2-2}{x^3-2x^2+x} + \frac{x-2}{2x^2-x^3-x} = \frac{x^2-2+2-x}{x^3-2x^2+x} = \frac{x(x+1)}{x(x+1)^2} = \frac{1}{x+1}$$

Bài 3: Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{2x}{3} + \frac{2ax+3x}{-3a} = \frac{2ax-2ax-3x}{3a} = \frac{-x}{a}$$

$$b) \frac{a+2b-2x}{ab-ax} + \frac{1}{x-b} = \frac{a+2b-2x-a}{a(b-x)} = \frac{2}{a}$$

$$c) \frac{3x-2y}{xy} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3x-2y+2y+2x}{xy} = \frac{5}{y}$$

$$d) \frac{3}{y-1} + \frac{-2}{x} + \frac{-3x^2+xy-x}{x^2(y-1)} = \frac{3x^2-2x(y-1)-3x^2+xy-x}{x^2(y-1)} = \frac{-2xy+x}{x^2(y-1)} = \frac{1-2y}{x(y-1)}$$

Bài 4: Thực hiện phép tính:

$$\text{a)} \frac{5}{x+2} + \frac{7-2x}{x^2-4} = \frac{5(x-2)+7-2x}{x^2-4} = \frac{3x-3}{x^2-4}$$

$$\text{b)} \frac{2x+9}{9-4x^2} + \frac{2}{2x-3} = \frac{-2x-9+2(2x+3)}{4x^2-9} = \frac{2x-3}{4x^2-9} = \frac{1}{2x+3}$$

$$\text{c)} \frac{x}{2y^2-xy} + \frac{4y}{x^2-2xy} = \frac{x}{y(2y-x)} + \frac{4y}{x(x-2y)} = \frac{x^2-4y^2}{xy(2y-x)} = \frac{-x-2y}{xy}$$

$$\text{d)} \frac{1}{x^2+x} + \frac{2x-5}{2x^2-2} = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{2x-5}{2(x^2-1)} = \frac{2(x-1)+x(2x-5)}{2x(x^2-1)} = \frac{x^2-3x-2}{2x(x^2-1)}$$

Bài 5: Tìm x biết:

$$\text{a)} \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2-9} = 0 \text{ (với } x \neq \pm 3)$$

$$\text{Ta có: } \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2-9} = \frac{2(x-3)+3}{x^2-9} = \frac{2x-3}{x^2-9}$$

$$\text{Do đó } \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2-9} = 0 \Rightarrow 2x-3=0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ (thỏa mãn } x \neq \pm 3).$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{b)} \frac{2}{9x^2+6x+1} + \frac{3x}{1-9x^2} = \frac{2}{(1-3x)(3x+1)^2} \text{ (với } x \neq \pm \frac{1}{3})$$

$$\text{Ta có: } \frac{2}{9x^2+6x+1} + \frac{3x}{1-9x^2} = \frac{2}{(3x+1)^2} + \frac{3x}{(1-3x)(1+3x)} = \frac{2(1-3x)+3x(1+3x)}{(1-3x)(1+3x)^2} = \frac{9x^2-3x+2}{(1-3x)(1+3x)^2}$$

$$\text{Do đó: } \frac{2}{9x^2+6x+1} + \frac{3x}{1-9x^2} = \frac{2}{(1-3x)(3x+1)^2} \Rightarrow 9x^2-3x+2=2 \Rightarrow 9x^2-3x=0$$

$$\Rightarrow 3x(3x-1)=0 \Rightarrow x=0 \text{ hoặc } x=\frac{1}{3}$$

$$\text{So sánh với điều kiện } x \neq \pm \frac{1}{3} \text{ ta suy ra } x=0.$$

Bài 6: Thực hiện phép tính:

$$\text{a)} \quad \frac{2}{x+2} + \frac{x-1}{x^2-4} + \frac{3}{x-2} = \frac{2(x-2)+x-1+3(x+2)}{x^2-4} = \frac{6x+1}{x^2-4}$$

b)

$$\frac{a^2-b^2-2a+b}{a-2+2b-ab} + \frac{a}{b-1} = \frac{a^2-b^2-2a+b}{(a-2)(1-b)} + \frac{-a}{1-b} = \frac{a^2-b^2-2a+b-a(a-2)}{(a-2)(1-b)} = \frac{-b^2+b}{(a-2)(1-b)} = \frac{b}{a-2}$$

$$\text{c)} \quad \frac{1}{9x-18} + \frac{22-7x}{72-18x^2} + \frac{5}{12x+24} = \frac{1}{9(x-2)} + \frac{22-7x}{18(4-x^2)} + \frac{5}{12(x+2)}$$

$$= \frac{4(x+2)+2(7x-22)+15(x-2)}{36(x^2-4)} = \frac{33x-66}{36(x^2-4)} = \frac{11}{12(x+2)}$$

Bài 7: Thực hiện phép tính:

$$\text{a)} \quad \frac{5b-3}{9a^2b} + \frac{a+1}{5ab^3} + \frac{4a+2}{15a^3b} = \frac{5ab^2(5b-3)+9a^2(a+1)+3b^2(4a+2)}{45a^3b^3} = \frac{25ab^3+9a^3-3ab^2+9a^2+6b^2}{45a^3b^3}$$

$$\text{b)} \quad \frac{5}{2x} + \frac{2x-3}{2x-1} + \frac{4x^2+3}{8x^2-4x} = \frac{10(2x-1)+4x(2x-3)+4x^2+3}{2x(2x-1)} = \frac{12x^2+8x-7}{4x(2x-1)}$$

$$= \frac{(6x+7)(2x-1)}{4x(2x-1)} = \frac{6x+7}{4x}$$

c)

$$\frac{x^2+2x}{x^3+1} + \frac{2x}{x^2-x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x^2+2x+2x(x+1)+x^2+x+1}{x^3+1} = \frac{4x^2+5x+1}{x^3+1} = \frac{(x+1)(4x+1)}{x^3+1} = \frac{4x+1}{x^2+x+1}$$

Bài 8: Thực hiện phép tính:

a)

$$\frac{1}{x^2+6x+9} + \frac{1}{6x-x^2-9} + \frac{x}{x^2-9} = \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{-1}{(x-3)^2} + \frac{x}{x^2-9} = \frac{x^2-6x+9-x^2-6x-9+x(x^2-9)}{(x-3)^2(x+3)^2}$$

$$= \frac{x^3-21x}{(x-3)^2(x+3)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{2x+1}{2x^2-x} + \frac{32x^2}{1-4x^2} + \frac{1-2x}{2x^2+x} = \frac{2x+1}{x(2x-1)} + \frac{-32x^2}{(2x-1)(2x+1)} + \frac{1-2x}{x(2x+1)} \\ & = \frac{(2x+1)^2 - 32x^2 \cdot x - (2x-1)^2}{x(2x-1)(2x+1)} = \frac{8x(1-4x^2)}{x(4x^2-1)} = -8 \end{aligned}$$

$$\text{c)} \quad \frac{x^4}{1-x} + x^3 + x^2 + x + 1 = \frac{x^4 + x^2(1+x)(1-x) + (1+x)(1-x)}{1-x} = \frac{x^4 + x^2(1-x^2) + 1 - x^2}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

Bài 9: Thực hiện phép tính:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{4}{(y-x)(z-x)} + \frac{3}{(y-x)(y-z)} + \frac{3}{(y-z)(x-z)} = \frac{4(y-z) + 3(z-x) - 3(y-x)}{(y-x)(z-x)(y-z)} \\ & = \frac{y-z}{(y-x)(z-x)(y-z)} = \frac{1}{(y-x)(z-x)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{2}{x^2+12x+35} + \frac{3}{x^2+7x+10} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{2}{(x+5)(x+7)} + \frac{3}{(x+2)(x+5)} \\ & = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+7} = \frac{6}{(x+1)(x+7)}. \end{aligned}$$

Bài 10: Cho ba số $a; b; c$ đôi một khác nhau. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào $a; b; c$:

$$\begin{aligned} & \frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} = \frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{-ac}{(a-b)(b-c)} + \frac{ab}{(a-c)(b-c)} \\ & = \frac{bc(b-c) - ac(a-c) + ab(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{bc(b-c) - ac(a-b+b-c) + ab(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} \\ & = \frac{(b-c)(bc-ac) + (a-b)(ab-ac)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 1 \end{aligned}$$

Bài 11: Tìm các số $A; B; C$ để:
$$\frac{2x^2-3x+12}{(x+3)^3} = \frac{A}{(x+3)^3} + \frac{B}{(x+3)^2} + \frac{C}{x+3}$$

Xét về phải:
$$\frac{A}{(x+3)^3} + \frac{B}{(x+3)^2} + \frac{C}{x+3} = \frac{A+B(x+3)+C(x+3)^2}{(x+3)^2} = \frac{Cx^2+(B+6C)x+A+3B+9C}{(x+3)^2}$$

Do đó: $\frac{2x^2 - 3x + 12}{(x+3)^3} = \frac{A}{(x+3)^3} + \frac{B}{(x+3)^2} + \frac{C}{x+3}$

Khi $\begin{cases} C = 2 \\ B + 6C = -3 \\ A + 3B + 9C = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 39 \\ B = -15 \\ C = 2 \end{cases}.$

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====