

PHÉP CHIA CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Hai phân thức được gọi là nghịch đảo nếu tích của chúng bằng 1. Phân thức nghịch đảo của $\frac{A}{B}$ là $\frac{B}{A}$.

- Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0, ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$

- Ta có:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \text{ với } \frac{C}{D} \neq 0.$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

A. CÁC DẠNG BÀI MINH HỌA

Dạng 1. Sử dụng quy tắc chia để thực hiện phép tính

Phương pháp giải: Áp dụng công thức:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \text{ với } \frac{C}{D} \neq 0.$$

Chú ý:

- Đối với phép chia có nhiều hơn hai phân thức, ta vẫn nhân với nghịch đảo của các phân thức đứng sau dấu chia theo thứ tự từ trái sang phải.

- Ưu tiên tính toán đối với biểu thức trong dấu ngoặc trước (nếu có).

Bài 1: Làm tính chia các phân thức

a) $\frac{7xy}{3x+1} : \frac{14x^2y}{6x+2}$

b) $\frac{34x^2y^3}{2xy^2+2y^2} : \frac{17xy}{3x+3}$

c) $\frac{x^3-27}{x+3} : (x^2-6x+9)$

d) $(x^2+2x+1) : \frac{x^2-1}{2x+3}$

Bài 2: Chia các phân thức sau

a) $\frac{9x^2 - 4}{3x + 1} : \frac{3x + 2}{6x^2 + 2x}$

b) $\frac{5x - 15}{x^2 - 4} : \frac{x - 3}{x + 2}$

c) $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} : (x^2 + 2x + 4)$

d) $\frac{2x + 4x^2}{x^2 + x} : \frac{4x^2 + 4x + 1}{x + 1}$

Bài 3: Thực hiện phép chia

a) $(3x^2 - 48) : \frac{2x - 8}{9x + 6}$

b) $(3 - 6x + 3x^2) : \frac{x^2 - 1}{x}$

c) $\frac{x - 1}{x - 2} : \frac{x - 2}{x - 3} : \frac{(x - 1)(x - 3)}{x^2 - 4}$

d) $\frac{x^3 + 1}{x - 1} : (x^2 - x + 1) : \frac{x + 1}{x - 1}$

Bài 4: Làm tính chia

a) $\frac{9x^2 - 6x + 1}{x^2 + 2xy + 4y^2} : \frac{12x - 4}{4x^3 + 32y^3}$

b) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 6} : \frac{x^2 + x}{x^2 - 4x + 4}$

c) $\frac{x^4 - y^4}{4x^2 - 4x + 1} : \frac{3x^2y + 3xy^2}{6 - 12x}$

d) $\frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} : \frac{10x - 20y}{5x^3 + 5y^3}$

Dạng 2: Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức cho trước.

Phương pháp giải: Thực hiện theo hai bước:

Bước 1. Đưa phân thức cần tìm về riêng một vế;

Bước 2. Sử dụng quy tắc nhân và chia các phân thức đại số, từ đó suy ra phân thức cần tìm.

Bài 5: Tìm phân thức A , thỏa mãn: $\frac{x-4}{x^3-3x^2+x-3} : A = \frac{x^2-5x+4}{(x-2)(x-3)}$

Bài 6: Tìm phân thức B , biết: $B \cdot \frac{12x^2+18x}{\frac{x^3}{8}-1} = \frac{8x^3+36x^2+54x+27}{\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1}$

Bài 7: Tìm phân thức C , thỏa mãn: $\frac{x^6-y^6}{10x^2+10xy} : C = \frac{x^4+x^2y^2+y^4}{5x^2-10xy+5y^2}$

Bài 8: Tìm phân thức D , biết: $\frac{(x-1)^2-6(x-1)+9}{3x^2-3x} \cdot D = \frac{x^2-16}{3x^3-3x}$

Dạng 3: Bài toán nâng cao.

Bài 9: Tìm giá trị của x để phân thức A chia hết cho phân thức B biết:

$$A = \frac{x^3-x^2-x+11}{x-2}; \quad B = \frac{x+2}{x-2}.$$

Bài 10: Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức $M = \frac{15}{16x^2-1} : \frac{5}{4x+1}$ là số nguyên.

HƯỚNG DẪN

Dạng 1: Sử dụng quy tắc chia để thực hiện phép tính.

Bài 1: Làm tính chia các phân thức

a) $\frac{7xy}{3x+1} : \frac{14x^2y}{6x+2} = \frac{7xy}{3x+1} \cdot \frac{6x+2}{14x^2y} = \frac{7xy}{3x+1} \cdot \frac{2 \cdot (3x+1)}{14x^2y} = \frac{1}{x}.$

b) $\frac{34x^2y^3}{2xy^2+2y^2} : \frac{17xy}{3x+3} = \frac{34x^2y^3}{2xy^2+2y^2} \cdot \frac{3x+3}{17xy} = \frac{34x^2y^3}{2y^2(x+1)} \cdot \frac{3(x+1)}{17xy} = \frac{102x^2y^3 \cdot (x+1)}{34xy^3(x+1)} = 3x$

c) $\frac{x^3-27}{x+3} : (x^2-6x+9) = \frac{x^3-3^3}{x+3} \cdot \frac{1}{x^2-6x+9} = \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x+3} \cdot \frac{1}{(x-3)^2} =$

$$= \frac{x^2+3x+9}{(x+3)(x-3)} = \frac{x^2+3x+9}{x^2-9}$$

d) $(x^2+2x+1) : \frac{x^2-1}{2x+3} = (x^2+2x+1) \cdot \frac{2x+3}{x^2-1} = (x+1)^2 \cdot \frac{2x+3}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(2x+3)}{x-1}$

Bài 2: Chia các phân thức sau

$$a) \frac{9x^2-4}{3x+1} : \frac{3x+2}{6x^2+2x} = \frac{(3x)^2-2^2}{3x+1} \cdot \frac{6x^2+2x}{3x+2} = \frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+1} \cdot \frac{2x(3x+1)}{3x+2} = 2x(3x-2)$$

$$b) \frac{5x-15}{x^2-4} : \frac{x-3}{x+2} = \frac{5 \cdot (x-3)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x+2}{x-3} = \frac{5}{x-2}$$

$$c) \frac{x^3-8}{x^2-4} : (x^2+2x+4) = \frac{x^3-2^3}{x^2-2^2} \cdot \frac{1}{x^2+2x+4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{1}{x^2+2x+4} = \frac{1}{x+2}$$

$$d) \frac{2x+4x^2}{x^2+x} : \frac{4x^2+4x+1}{x+1} = \frac{2x+4x^2}{x^2+x} \cdot \frac{x+1}{4x^2+4x+1} = \frac{2x \cdot (1+2x)}{x \cdot (x+1)} \cdot \frac{x+1}{(2x+1)^2} = \frac{2}{2x+1}$$

Bài 3: Thực hiện phép chia

$$a) (3x^2-48) : \frac{2x-8}{9x+6} = (3x^2-48) \cdot \frac{9x+6}{2x-8} = 3 \cdot (x^2-16) \cdot \frac{3 \cdot (3x+2)}{2 \cdot (x-4)}$$
$$= 3 \cdot (x-4)(x+4) \cdot \frac{3 \cdot (3x+2)}{2 \cdot (x-4)} = \frac{9 \cdot (x+4)(3x+2)}{2}$$

$$b) (3-6x+3x^2) : \frac{x^2-1}{x} = 3 \cdot (1-2x+x^2) \cdot \frac{x}{x^2-1} = 3 \cdot (x-1)^2 \cdot \frac{x}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x \cdot (x-1)}{x+1}$$

$$c) \frac{x-1}{x-2} : \frac{x-2}{x-3} : \frac{(x-1)(x-3)}{x^2-4} = \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{x-3}{x-2} : \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x+2)}$$
$$= \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$d) \frac{x^3+1}{x-1} : (x^2-x+1) : \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x^2-x+1} : \frac{x+1}{x-1} = \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} = 1$$

Bài 4: Làm tính chia

$$a) \frac{9x^2-6x+1}{x^2+2xy+4y^2} : \frac{12x-4}{4x^3+32y^3} = \frac{(3x-1)^2}{x^2+2xy+4y^2} \cdot \frac{4x^3+32y^3}{12x-4} = \frac{(3x-1)^2}{x^2+2xy+4y^2} \cdot \frac{4 \cdot (x^3+8y^3)}{4 \cdot (3x-1)}$$
$$= \frac{(3x-1)^2}{x^2+2xy+4y^2} \cdot \frac{4 \cdot (x+2y)(x^2+2xy+4y^2)}{4 \cdot (3x-1)} = (3x-1)(x+2y)$$

$$b) \frac{x^2+3x+2}{x^2+x-6} : \frac{x^2+x}{x^2-4x+4} = \frac{x^2+3x+2}{x^2+x-6} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2+x} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+3)(x-2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{x \cdot (x+1)} = \frac{(x+2)(x-2)}{x \cdot (x+3)}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{x^4 - y^4}{4x^2 - 4x + 1} : \frac{3x^2y + 3xy^2}{6 - 12x} &= \frac{x^4 - y^4}{4x^2 - 4x + 1} \cdot \frac{6 - 12x}{3x^2y + 3xy^2} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{(2x - 1)^2} \cdot \frac{6 \cdot (1 - 2x)}{3xy \cdot (x + y)} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(1 - 2x)^2} \cdot \frac{6 \cdot (1 - 2x)}{3xy \cdot (x + y)} = \frac{2(x - y)(x^2 + y^2)}{xy \cdot (1 - 2x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} : \frac{10x - 20y}{5x^3 + 5y^3} &= \frac{(x - 2y)^2}{2 \cdot (x^2 - xy + y^2)} \cdot \frac{5 \cdot (x^3 + y^3)}{10 \cdot (x - 2y)} \\ &= \frac{(x - 2y)^2}{2 \cdot (x^2 - xy + y^2)} \cdot \frac{5 \cdot (x + y)(x^2 - xy + y^2)}{10 \cdot (x - 2y)} = \frac{(x - 2y)(x + y)}{4} \end{aligned}$$

Dạng 2: Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức cho trước.

Bài 5: Tìm phân thức A , thỏa mãn: $\frac{x - 4}{x^3 - 3x^2 + x - 3} : A = \frac{x^2 - 5x + 4}{(x - 2)(x - 3)}$

$$\Rightarrow A = \frac{x - 4}{x^3 - 3x^2 + x - 3} : \frac{x^2 - 5x + 4}{(x - 2)(x - 3)}$$

$$A = \frac{x - 4}{x^3 - 3x^2 + x - 3} \cdot \frac{(x - 2)(x - 3)}{x^2 - 5x + 4}$$

$$A = \frac{x - 4}{x^2(x - 3) + x - 3} \cdot \frac{(x - 2)(x - 3)}{x^2 - x - 4x + 4}$$

$$A = \frac{x - 4}{(x - 3)(x^2 + 1)} \cdot \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 1)(x - 4)}$$

$$A = \frac{x - 2}{(x - 1)(x^2 + 1)}$$

Bài 6: Tìm phân thức B , biết: $B \cdot \frac{12x^2 + 18x}{\frac{x^3}{8} - 1} = \frac{8x^3 + 36x^2 + 54x + 27}{\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1}$

$$\Rightarrow B = \frac{8x^3 + 36x^2 + 54x + 27}{\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1} : \frac{12x^2 + 18x}{\frac{x^3}{8} - 1}$$

$$B = \frac{(2x+3)^3}{\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1} \cdot \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 1}{6x \cdot (2x+3)}$$

$$B = \frac{(2x+3)^3}{\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1} \cdot \frac{\left(\frac{x}{2} - 1\right) \left(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1\right)}{6x \cdot (2x+3)}$$

$$B = \frac{(2x+3)^2 \cdot \left(\frac{x}{2} - 1\right)}{6x}$$

Bài 7: Tìm phân thức C , thỏa mãn: $\frac{x^6 - y^6}{10x^2 + 10xy} : C = \frac{x^4 + x^2y^2 + y^4}{5x^2 - 10xy + 5y^2}$

$$\Rightarrow C = \frac{x^6 - y^6}{10x^2 + 10xy} : \frac{x^4 + x^2y^2 + y^4}{5x^2 - 10xy + 5y^2}$$

$$C = \frac{(x^2)^3 - (y^2)^3}{10x(x+y)} \cdot \frac{5(x^2 - 2xy + y^2)}{x^4 + x^2y^2 + y^4}$$

$$C = \frac{(x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)}{10x(x+y)} \cdot \frac{5(x-y)^2}{x^4 + x^2y^2 + y^4}$$

$$C = \frac{(x-y)(x+y)}{2x(x+y)} \cdot \frac{(x-y)^2}{1} = \frac{(x-y)^3}{2x}$$

Bài 8: Tìm phân thức D , biết: $\frac{(x-1)^2 - 6(x-1) + 9}{3x^2 - 3x} \cdot D = \frac{x^2 - 16}{3x^3 - 3x}$

$$\Rightarrow D = \frac{(x-1)^2 - 6(x-1) + 9}{3x^2 - 3x} : \frac{x^2 - 16}{3x^3 - 3x}$$

$$D = \frac{(x-1)^2 - 6(x-1) + 3^2}{3x \cdot (x-1)} \cdot \frac{3x^3 - 3x}{x^2 - 16}$$

$$D = \frac{(x-1-3)^2}{3x \cdot (x-1)} \cdot \frac{3x(x^2 - 1)}{x^2 - 4^2}$$

$$D = \frac{(x-4)^2}{3x(x-1)} \cdot \frac{3x(x-1)(x+1)}{(x-4)(x+4)}$$

$$D = \frac{(x-4)(x+1)}{x+4}$$

Dạng 3: Bài toán nâng cao.

Bài 9: Tìm giá trị của x để phân thức A chia hết cho phân thức B biết:

$$A = \frac{x^3 - x^2 - x + 11}{x - 2}; \quad B = \frac{x + 2}{x - 2}.$$

$$\text{Ta có } A : B = \frac{x^3 - x^2 - x + 11}{x - 2} : \frac{x + 2}{x - 2} = \frac{x^3 - x^2 - x + 11}{x - 2} \cdot \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{x^3 - x^2 - x + 11}{x + 2} = x^2 - 3x + 5 + \frac{1}{x + 2}$$

Để phân thức A chia hết cho phân thức B thì

$$1 : (x + 2) \Rightarrow x + 2 \in U(1)$$

$$\Rightarrow x + 2 \in \{-1; 1\} \Rightarrow x \in \{-3; -1\}$$

Vậy $x \in \{-3; -1\}$ thì phân thức A chia hết cho phân thức B .

Bài 10: Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức $M = \frac{15}{16x^2 - 1} : \frac{5}{4x + 1}$ là số nguyên.

Giải

$$\text{Ta có } M = \frac{15}{16x^2 - 1} : \frac{5}{4x + 1} = \frac{15}{(4x - 1)(4x + 1)} \cdot \frac{4x + 1}{5} = \frac{3}{4x - 1}$$

Để giá trị của phân thức M là số nguyên thì

$$3 : (4x - 1) \Rightarrow 4x - 1 \in U(3)$$

$$\Rightarrow 4x - 1 \in \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{-1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1 \right\}$$

Vậy $x \in \left\{ \frac{-1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1 \right\}$ thì giá trị của phân thức M là số nguyên.

B. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Dạng 1: Sử dụng quy tắc chia để thực hiện phép tính.

Bài 1: Làm tính chia phân thức:

$$\text{a) } \frac{15x}{7y^3} : \frac{x^2}{2y^2} \quad \text{b) } \left(-\frac{3x^2}{8y}\right) : \frac{11x^4}{4y^2} \quad \text{c) } \left(-\frac{20x}{3y^2}\right) : \left(-\frac{4x^3}{5y}\right) \quad \text{d) } -\frac{25x^2y^5}{3x} : 15xy^2$$

Bài 2: Làm tính chia phân thức:

$$\text{a) } \frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4} \quad \text{b) } \frac{7x+2}{3xy^3} : \frac{14x+4}{x^2y} \quad \text{c) } (x+y) : \frac{y^2+xy}{x-y} \quad \text{d) } \frac{5xy}{2x-3} : \frac{15xy^3}{12-8x}$$

Bài 3: Làm tính chia phân thức:

$$\text{a) } \frac{5x-10}{x^2+7} : (2x-4) \quad \text{b) } (x^2-25) : \frac{2x+10}{3x-7} \quad \text{c) } (4x^2-16) : \frac{3x+6}{7x-2} \quad \text{d) } \frac{4x^2-1}{x} : (1-2x)$$

Bài 4: Làm tính chia phân thức (chú ý dấu trừ)

$$\text{a) } \frac{4(x+3)}{3x^2-x} : \frac{x^2+3x}{1-3x} \quad \text{b) } \frac{8xy}{3x-1} : \frac{12xy^3}{5-15x} \quad \text{c) } \quad \text{d) } \frac{1-9x^2}{x^2+4x} : \frac{6x-2}{3x}$$

Bài 5: Làm tính chia phân thức (hằng đẳng thức số 4)

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{27-a^3}{5a+10} : \frac{a-3}{3a+6} & \quad \text{b) } (2b^2-32) : \frac{b+4}{7b-2} \\ \text{c) } \frac{3x^3+3}{x-1} : (x^2-x+1) & \quad \text{d) } \frac{y^3+8}{y-1} : (y^2-2y+4) \\ \text{e) } \frac{4x+6y}{x-1} : \frac{4x^2+12xy+9y^2}{1-x^3} & \quad \text{f) } \frac{x^2+x}{5x^2-10x+5} : \frac{3x+3}{5x-5} \end{aligned}$$

Dạng 2: Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức cho trước.

Bài 6: Tìm Q , biết: $\frac{a^3-b^3}{a^4} \cdot Q = \frac{b^2-a^2}{a^2}$.

Bài 7: Tìm Q , biết: $\frac{a^2+b^2-2ab}{a^2+b^2-ab} \cdot Q = \frac{a-b}{a^3+b^3}$.

Bài 8: Tìm Q , biết: $\frac{a^4-b^4}{a^4+2a^2b^2+b^4} : Q = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

Bài 9: Tìm Q , biết:

$$\text{a) } \frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot Q = \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy+y^2} \quad \text{b) } \frac{x+y}{x^3-y^3} \cdot Q = \frac{3x^2+3xy}{x^2+xy+y^2}$$

Dạng 3: Bài toán nâng cao.

Bài 10: Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{m^2-5m+6}{m^2+7m+12} : \frac{m^2-6m+9}{m^2+4m}$$

$$b) \frac{u^2 - 4uv + 4v^2}{2u^2 - 2uv + 2v^2} : \frac{4u - 8v}{6u^3 + 6v^3}$$

Bài 11: Rút gọn các biểu thức

$$a) \frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1}$$

$$b) \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right)$$

HƯỚNG DẪN

Dạng 1: Sử dụng quy tắc chia để thực hiện phép tính.

Bài 1: Làm tính chia phân thức:

$$a) \frac{15x}{7y^3} : \frac{x^2}{2y^2}$$

$$b) \left(-\frac{3x^2}{8y} \right) : \frac{11x^4}{4y^2}$$

$$c) \left(-\frac{20x}{3y^2} \right) : \left(-\frac{4x^3}{5y} \right)$$

$$d) -\frac{25x^2y^5}{3x} : 15xy^2$$

Lời giải

$$a) \frac{15x}{7y^3} : \frac{x^2}{2y^2} = \frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2} = \frac{30}{7xy}$$

$$b) \left(-\frac{3x^2}{8y} \right) : \frac{11x^4}{4y^2} = \frac{-3x^2}{8y} \cdot \frac{4y^2}{11x^4} = \frac{-3y}{22x^2}$$

$$c) \left(-\frac{20x}{3y^2} \right) : \left(-\frac{4x^3}{5y} \right) = \frac{-20x}{3y^2} \cdot \frac{-5y}{4x^3} = \frac{25}{3x^2y}$$

$$d) -\frac{25x^2y^5}{3x} : 15xy^2 = -\frac{25x^2y^5}{3x} \cdot \frac{1}{15xy^2} = \frac{-5y^3}{9}$$

Bài 2: Làm tính chia phân thức:

$$a) \frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4}$$

$$b) \frac{7x+2}{3xy^3} : \frac{14x+4}{x^2y}$$

$$c) (x+y) : \frac{y^2+xy}{x-y}$$

$$d) \frac{5xy}{2x-3} : \frac{15xy^3}{12-8x}$$

Lời giải

$$a) \frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4} = \frac{4(x+3)}{(x+4)^2} \cdot \frac{x+4}{3(x+3)} = \frac{4}{3(x+4)}$$

$$b) \frac{7x+2}{3xy^3} : \frac{14x+4}{x^2y} = \frac{7x+2}{3xy^3} \cdot \frac{x^2y}{2(7x+2)} = \frac{x}{6y^2}$$

$$c) (x+y) : \frac{y^2+xy}{x-y} = (x+y) \cdot \frac{x-y}{y^2+xy} = (x+y) \cdot \frac{x-y}{y(y+x)} = \frac{x-y}{y}$$

$$d) \frac{5xy}{2x-3} : \frac{15xy^3}{12-8x} = \frac{5xy}{2x-3} \cdot \frac{12-8x}{15xy^3} = \frac{5xy}{2x-3} \cdot \frac{4(3-2x)}{15xy^3} = \frac{5xy}{2x-3} \cdot \frac{-4(2x-3)}{15xy^3} = \frac{-4}{3y^2}$$

Bài 3: Làm tính chia phân thức:

$$a) \frac{5x-10}{x^2+7} : (2x-4)$$

$$b) (x^2-25) : \frac{2x+10}{3x-7}$$

$$c) (4x^2-16) : \frac{3x+6}{7x-2}$$

$$d) \frac{4x^2-1}{x} : (1-2x)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{5x-10}{x^2+7} : (2x-4) = \frac{5(x-2)}{x^2+7} \cdot \frac{1}{2(x-2)} = \frac{5}{2(x^2+7)} \\ \text{b)} \quad & (x^2-25) : \frac{2x+10}{3x-7} = (x-5)(x+5) \cdot \frac{3x-7}{2x+10} = (x-5)(x+5) \cdot \frac{3x-7}{2(x+5)} = \frac{(x-5)(3x-7)}{2} \\ \text{c)} \quad & (4x^2-16) : \frac{3x+6}{7x-2} = 4(x^2-4) \cdot \frac{7x-2}{3(x+2)} = 4(x-2)(x+2) \cdot \frac{7x-2}{3(x+2)} = \frac{4(x-2)(7x-2)}{3} \\ \text{d)} \quad & \frac{4x^2-1}{x} : (1-2x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x} \cdot \frac{1}{-(2x-1)} = \frac{-(2x+1)}{x} \end{aligned}$$

Bài 4: Làm tính chia phân thức (chú ý dấu trừ)

$$\text{a)} \quad \frac{4(x+3)}{3x^2-x} : \frac{x^2+3x}{1-3x} \quad \text{b)} \quad \frac{8xy}{3x-1} : \frac{12xy^3}{5-15x} \quad \text{c)} \quad \text{d)} \quad \frac{1-9x^2}{x^2+4x} : \frac{6x-2}{3x}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{4(x+3)}{3x^2-x} : \frac{x^2+3x}{1-3x} = \frac{4(x+3)}{x(3x-1)} \cdot \frac{-(3x-1)}{x(x+3)} = \frac{-4}{x^2} \\ \text{b)} \quad & \frac{8xy}{3x-1} : \frac{12xy^3}{5-15x} = \frac{8xy}{3x-1} \cdot \frac{5(1-3x)}{12xy^3} = \frac{8xy}{3x-1} \cdot \frac{-5(3x-1)}{12xy^3} = \frac{-10}{3y^2} \\ \text{c)} \quad & \frac{3x+9}{x^2-4} : \frac{x+3}{2-x} = \frac{3(x+3)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{-(x-2)}{x+3} = \frac{-3}{x+2} \\ \text{d)} \quad & \frac{1-9x^2}{x^2+4x} : \frac{6x-2}{3x} = \frac{(1-3x)(1+3x)}{x(x+4)} \cdot \frac{3x}{2(3x-1)} = \frac{-3(1+3x)}{2(x+4)} \end{aligned}$$

Bài 5: Làm tính chia phân thức (hằng đẳng thức số 4)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{27-a^3}{5a+10} : \frac{a-3}{3a+6} \quad \text{b)} \quad (2b^2-32) : \frac{b+4}{7b-2} \\ \text{c)} \quad & \frac{3x^3+3}{x-1} : (x^2-x+1) \quad \text{d)} \quad \frac{y^3+8}{y-1} : (y^2-2y+4) \\ \text{e)} \quad & \frac{4x+6y}{x-1} : \frac{4x^2+12xy+9y^2}{1-x^3} \quad \text{f)} \quad \frac{x^2+x}{5x^2-10x+5} : \frac{3x+3}{5x-5} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{27-a^3}{5a+10} : \frac{a-3}{3a+6} = \frac{(3-a)(9-3a+a^2)}{5(a+2)} \cdot \frac{3(a+2)}{a-3} = \frac{-3(a^2-3a+9)}{5} \\ \text{b)} \quad & (2b^2-32) : \frac{b+4}{7b-2} = 2(b^2-16) \cdot \frac{7b-2}{b+4} = 2(b-4)(7b-2) \\ \text{c)} \quad & \frac{3x^3+3}{x-1} : (x^2-x+1) = \frac{3(x^3+1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x^2-x+1} = \frac{3(x+1)(x^2-x+1)}{(x-1)(x^2-x+1)} = \frac{3(x+1)}{x-1} \end{aligned}$$

$$d) \frac{x^2+x}{5x^2-10x+5} : \frac{3x+3}{5x-5} = \frac{x(x+1)}{5(x^2-2x+1)} \cdot \frac{5(x-1)}{3(x+1)} = \frac{x}{3(x-1)}$$

Dạng 2: Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức cho trước.

Bài 6: Tìm Q , biết: $\frac{a^3-b^3}{a^4} \cdot Q = \frac{b^2-a^2}{a^2}$.

Lời giải

$$\frac{a^3-b^3}{a^4} \cdot Q = \frac{b^2-a^2}{a^2}$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{b^2-a^2}{a^2} : \frac{a^3-b^3}{a^4} = \frac{(b-a)(b+a)}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} = -\frac{a^2(a+b)}{a^2+ab+b^2}$$

Bài 7: Tìm Q , biết: $\frac{a^2+b^2-2ab}{a^2+b^2-ab} \cdot Q = \frac{a-b}{a^3+b^3}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{a^2+b^2-2ab}{a^2+b^2-ab} \cdot Q = \frac{a-b}{a^3+b^3}$

$$\Rightarrow Q = \frac{a-b}{a^3+b^3} : \frac{a^2+b^2-2ab}{a^2+b^2-ab} = \frac{a-b}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \cdot \frac{a^2-ab+b^2}{(a-b)^2} = \frac{1}{a^2-b^2}$$

Bài 8: Tìm Q , biết: $\frac{a^4-b^4}{a^4+2a^2b^2+b^4} : Q = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{a^4-b^4}{a^4+2a^2b^2+b^4} : Q = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

$$\Rightarrow Q = \frac{a^4-b^4}{a^4+2a^2b^2+b^4} : \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = \frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)^2} \cdot \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = 1$$

Bài 9: Tìm Q , biết:

a) $\frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot Q = \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy+y^2}$.

b) $\frac{x+y}{x^3-y^3} \cdot Q = \frac{3x^2+3xy}{x^2+xy+y^2}$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x-y}{x^3+y^3} \cdot Q = \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy+y^2}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy+y^2} : \frac{x-y}{x^3+y^3} = \frac{(x-y)^2}{x^2-xy+y^2} \cdot \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x-y} = (x-y)(x+y) = x^2-y^2$$

$$\text{b) } \frac{x+y}{x^3-y^3} \cdot Q = \frac{3x^2+3xy}{x^2+xy+y^2}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{3x^2+3xy}{x^2+xy+y^2} : \frac{x+y}{x^3-y^3} = \frac{3x(x+y)}{x^2+xy+y^2} \cdot \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} = 3x(x-y)$$

Dạng 3: Bài toán nâng cao.

Bài 10: Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{m^2-5m+6}{m^2+7m+12} : \frac{m^2-6m+9}{m^2+4m}$$

$$\text{b) } \frac{u^2-4uv+4v^2}{2u^2-2uv+2v^2} : \frac{4u-8v}{6u^3+6v^3}$$

Bài 11: Rút gọn các biểu thức

$$\text{a) } \frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right)$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x+1}{x+2} : \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{x+2} \cdot \frac{x+1}{x+3} = \frac{(x+1)^2}{(x+2)^2}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right) = \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+1}{x+3} \right) = \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+1}{x+3} \right)$$

$$= \frac{x+1}{x+2} : \frac{(x+2) \cdot (x+1)}{(x+3)^2} = \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{(x+3)^2}{(x+2) \cdot (x+1)} = \frac{(x+3)^2}{(x+2)^2}$$

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====

