

PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

• Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$ với A và B là các đa thức, B khác đa thức 0.

Chú ý: Trong phân thức $\frac{A}{B}$, đa thức A được gọi là tử thức (hay tử), B được gọi là mẫu thức (hay mẫu).

• Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu $A.D = B.C$.

Ta viết:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \text{ nếu } A.D = B.C.$$

Chú ý: * Các tính chất về tỉ lệ thức và dãy tỉ số bằng nhau của phân số cũng đúng cho phân thức.

* Các giá trị của chữ làm cho mẫu thức nhận giá trị bằng 0 gọi là giá trị làm phân thức vô nghĩa hay không xác định.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

A. DẠNG BÀI MINH HỌA

Dạng 1. Tìm điều kiện để phân thức có nghĩa

Phương pháp:

Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$ với A và B là các đa thức, B khác đa thức 0.

Chú ý: Trong phân thức $\frac{A}{B}$, đa thức A được gọi là tử thức (hay tử), B được gọi là mẫu thức (hay mẫu).

Bài 1. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định

a) $\frac{x-2}{x}$

b) $\frac{x+1}{x-3}$

c) $\frac{5}{9-x}$

d) $\frac{x+3}{-2x-10}$

e) $\frac{8-x}{\frac{1}{2}x+4}$

f) $\frac{\frac{1}{5}x+4}{6-\frac{3}{2}x}$

Bài 2. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định

a) $\frac{x-4}{(x+1)(x-3)}$

b) $\frac{9}{x^2-1}$

c) $\frac{x^2+2x+7}{x^2-x}$

d) $\frac{2x+1}{x^2+4x+4}$

Dạng 2. Chứng minh một phân thức luôn có nghĩa

Phương pháp giải: Thực hiện theo 3 bước:

Bước 1. Lựa chọn 1 trong 3 cách biến đổi thường dùng sau:

Cách 1. Biến đổi vế trái thành vế phải.

Cách 2. Biến đổi vế phải thành vế trái.

Cách 3. Biến đổi đồng thời hai vế.

Bước 2. Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử;

Bước 3. Rút gọn bằng cách triệt tiêu nhân tử chung và sử dụng định nghĩa hai phân thức bằng nhau nếu cần, từ đó suy ra điều phải chứng minh.

Bài 3. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa với mọi giá trị của x

a) $\frac{7}{x^2+5}$

b) $\frac{6-x}{(x+1)^2+4}$

c) $\frac{8-x^2}{x^2+2x+9}$

d) $\frac{-2x-11}{-x^2+4x-5}$

Bài 4. Chứng minh

a) $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x}$

b) $\frac{x+y}{3x} = \frac{3x(x+y)^2}{9x^2(x+y)}$

$$\text{c)} \frac{2x^2 + 4x}{(x+2)^2} = \frac{2x}{x+2}$$

$$\text{d)} \frac{x+1}{x+3} = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 9}$$

$$\text{e)} \frac{x-2}{-x} = \frac{8-x^3}{x(x^2 + 2x + 4)}$$

$$\text{f)} \frac{x^2 + y^2 + 2xy - 1}{x^2 - y^2 + 2x + 1} = \frac{x + y - 1}{x - y + 1}$$

Dạng 3. Tìm đa thức trong đẳng thức

Phương pháp giải: Thực hiện theo hai bước:

Bước 1. Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử ở hai vế;

Bước 2. Triệt tiêu các nhân tử chung và rút ra đa thức cần tìm.

Bài 5. Tìm đa thức A trong các đẳng thức sau

$$\text{a)} \frac{A}{x^2 - 4} = \frac{x}{x+2}$$

$$\text{b)} \frac{A}{x+y} = \frac{x^2 - y^2}{x-y}$$

$$\text{c)} \frac{x^2 + x + 1}{x} = \frac{1 - x^2}{A}$$

$$\text{d)} \frac{1 - x^3}{A} = \frac{1 + x + x^2}{x}$$

$$\text{e)} \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x-y} = \frac{A}{x^2 - y^2}$$

$$\text{f)} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x+y} = \frac{A}{x^2 - y^2}$$

Bài 6. Điền đa thức thích hợp vào chỗ trống

$$\text{a)} \frac{3x+15}{2x+10} = \frac{\dots}{2}$$

$$\text{b)} \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2 - x}{\dots}$$

$$\text{c)} \frac{x}{x-4} = \frac{\dots}{x^2 - 16}$$

$$\text{d)} \frac{x-1}{x-3} = \frac{\dots}{x^2 - 9}$$

Dạng 4. Tìm x để giá trị phân thức bằng 0

Phương pháp giải

-Đặt đk cho mẫu khác 0, rút ra đk của x ()*

-Nhân mẫu thức với 0 về phải để triệt tiêu mẫu

-Cho $tử = 0$ để tìm giá trị của x so sánh với đk (*) kết luận giá trị của x

Bài 7. Tìm giá trị của x để giá trị của các phân thức sau bằng 0

a) $\frac{x+3}{x-3}$

b) $\frac{3x-6}{x^2+2}$

c) $\frac{5x^2-125}{x^2+1}$

d) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4x+5}$

Dạng 5. Chứng minh đẳng thức có điều kiện.

Phương pháp giải: Thực hiện theo hai bước:

Bước 1. Xuất phát từ điều phải chứng minh, áp dụng tính chất của hai phân thức bằng nhau (xem phần Tóm tắt lý thuyết);

Bước 2. Thu gọn biểu thức và dựa vào điều kiện đề bài cho để lập luận.

Bài 8. Cho hai phân thức $\frac{P}{Q}$ và $\frac{R}{S}$ thỏa mãn $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$ và $P \neq Q$. Chứng minh: $R \neq S$ và

$$\frac{P}{Q+P} = \frac{R}{S+R}.$$

Bài 9. Chứng minh đẳng thức $\frac{P-Q}{Q} = \frac{R-S}{S}$ và hai phân thức $\frac{P}{Q}$ và $\frac{R}{S}$ thỏa mãn $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$.

Bài 10. Cho hai phân thức $\frac{A}{B}, \frac{C}{D}$ và $\frac{E}{F}$ thỏa mãn $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{E}{F}$. Chứng minh: $\frac{A+C-E}{B+D-F} = \frac{A}{B}$.

HƯỚNG DẪN

Bài 1. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định

a) $\frac{x-2}{x}$ có nghĩa khi $x \neq 0$

b) $\frac{x+1}{x-3}$ có nghĩa khi $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

c) $\frac{5}{9-x}$ có nghĩa khi $9-x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9$

d) $\frac{x+3}{-2x-10}$ có nghĩa khi $-2x-10 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -5$

e) $\frac{8-x}{\frac{1}{2}x+4}$ có nghĩa khi $\frac{1}{2}x+4 \neq 0 \Leftrightarrow x = -8$

f) $\frac{\frac{1}{5}x+4}{6-\frac{3}{2}x}$ có nghĩa khi $6-\frac{3}{2}x \neq 0 \Leftrightarrow x = 4$

Bài 2. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định

a) $\frac{x-4}{(x+1)(x-3)}$ có nghĩa khi $(x+1)(x-3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$

b) $\frac{9}{x^2-1}$ có nghĩa khi $x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

c) $\frac{x^2+2x+7}{x^2-x}$ có nghĩa khi $x^2-x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

d) $\frac{2x+1}{x^2+4x+4}$ có nghĩa khi $x^2+4x+4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

Bài 3. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa với mọi giá trị của x

a) $\frac{7}{x^2+5}$ $x^2 \geq 0, \forall x \Rightarrow x^2+5 \geq 5, \forall x$

b) $\frac{6-x}{(x+1)^2+4}$ $(x+1)^2 \geq 0, \forall x \Rightarrow (x+1)^2+4 \geq 4, \forall x$

c) $\frac{8-x^2}{x^2+2x+9}$ $x^2+2x+9 = (x+1)^2+8 \geq 8, \forall x$

d) $\frac{-2x-11}{-x^2+4x-5}$ $-x^2+4x-5 = -(x-2)^2-1 \leq -1; \forall x$

Bài 4. Chứng minh

a) $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x}$ $3y \cdot 8x = 24xy$

$$4.6xy = 24xy$$

$$\text{b) } \frac{x+y}{3x} = \frac{3x(x+y)^2}{9x^2(x+y)} \quad (x+y).9x^2(x+y) = 9x^2(x+y)^2$$

$$3x.3x(x+y)^2 = 9x^2(x+y)^2$$

$$\text{c) } \frac{2x^2+4x}{(x+2)^2} = \frac{2x}{x+2} \quad (2x^2+4x)(x+2) = 2x^3+8x^2+8x$$

$$(x+2)^2.2x = 2x^4+8x^3+8x$$

$$\text{d) } \frac{x+1}{x+3} = \frac{x^2+4x+3}{x^2+6x+9} \quad (x+1)(x^2+6x+9) = (x+1)(x+3)^2$$

$$(x+3)(x^2+4x+3) = (x+3)^2(x+1)$$

$$\text{e) } \frac{x-2}{-x} = \frac{8-x^3}{x(x^2+2x+4)} \quad (x-2).x.(x^2+2x+4) = x(x-2)(x^2+2x+4)$$

$$-x.(8-x^3) = -x(2-x)(x^2+2x+4) = x(x-2)(x^2+2x+4)$$

$$\text{f) } \frac{x^2+y^2+2xy-1}{x^2-y^2+2x+1} = \frac{x+y-1}{x-y+1}$$

$$(x^2+y^2+2xy-1)(x-y+1) = (x+y-1)(x+y+1)(x-y+1)$$

$$(x^2-y^2+2x+1)(x+y-1) = (x+1-y)(x+1+y)(x+y-1)$$

Bài 5. Tìm đa thức A trong các đẳng thức sau

$$\text{a) } \frac{A}{x^2-4} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow x.(x^2-4) = A.(x+2) \Rightarrow A = x.(x-2)$$

$$\text{b) } \frac{A}{x+y} = \frac{x^2-y^2}{x-y} \Rightarrow (x+y)(x^2-y^2) = A.(x-y) \Rightarrow A = (x+y)^2$$

$$\text{c) } \frac{1-x^3}{A} = \frac{1+x+x^2}{x} \Rightarrow (1-x^3).x = A.(1+x+x^2) \Rightarrow A = x.(1-x)$$

$$\text{d)} \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x - y} = \frac{A}{x^2 - y^2} \Rightarrow (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x^2 - y^2) = A \cdot (x - y) \Rightarrow A = (x + y)^3$$

Bài 6. Điền đa thức thích hợp vào chỗ trống

$$\text{a)} \frac{3x + 15}{2x + 10} = \frac{\dots}{2}. \quad \text{Đa thức cần điền: } 3$$

$$\text{b)} \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{x^2 - x}{\dots}. \quad \text{Đa thức cần điền: } x^2 + x$$

$$\text{c)} \frac{x}{x - 4} = \frac{\dots}{x^2 - 16}. \quad \text{Đa thức cần điền: } x^2 + 4x$$

$$\text{d)} \frac{x - 1}{x - 3} = \frac{\dots}{x^2 - 9}. \quad \text{Đa thức cần điền: } x^2 + 2x - 3$$

Bài 7. Tìm giá trị của x để giá trị của các phân thức sau bằng 0.

$$\text{a)} \frac{x + 3}{x - 3} (x \neq 3) \quad \frac{x + 3}{x - 3} = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

$$\text{b)} \frac{3x - 6}{x^2 + 2} \quad \frac{3x - 6}{x^2 + 2} = 0 \Leftrightarrow 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{c)} \frac{5x^2 - 125}{x^2 + 1} \quad \frac{5x^2 - 125}{x^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 125 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 5$$

$$\text{d)} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4x + 5} \quad \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4x + 5} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Bài 8. Xuất phát từ điều cần chứng minh $\Leftrightarrow P(S + R) = R(Q + P)$

Rút gọn còn $PS = RQ$ hay $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$ (đúng với giả thiết).

Bài 9. Tương tự 8.

Bài 10. Tương tự 8. Rút gọn còn $CB - EB = DA - FA$. Mà

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow A.D = B.C, \frac{A}{B} = \frac{E}{F} \Rightarrow A.F = B.E \Rightarrow \text{ĐPCM.}$$

PHIẾU TỰ LUYỆN SỐ 1

Bài 1. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{1}{x+2} = \frac{2x-1}{2x^2+3x-2}$ với $x \neq -2$ và $x \neq \frac{1}{2}$.

b) $\frac{y^2-5y+4}{y-4} = \frac{y^2-3y+2}{y-2}$ với $y \neq 2$ và $y \neq 4$.

Bài 2. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{3a^2-10a+3}{2(a-3)} = \frac{3}{2}a - \frac{1}{2}$ với $a \neq 3$;

b) $\frac{b^2+3b+9}{b^3-27} = \frac{b-2}{b^2-5b+6}$ với $b \neq 2$ và $b \neq 3$.

Bài 3. Tìm đa thức A trong mỗi đẳng thức sau:

a) $\frac{A}{2x-3} = \frac{2x^2+3x}{4x^2-9}$ với $x \neq \pm \frac{3}{2}$;

b) $\frac{b^2-3b}{2b^2-3b-9} = \frac{b^2+3b}{A}$ với $b \neq -\frac{3}{2}$ và $b \neq \pm 3$.

Bài 4. Tìm đa thức B trong mỗi đẳng thức sau:

a) $\frac{2y-1}{(y-3)B} = \frac{1}{y^2-4y+3}$ với $y \neq \frac{1}{2}; y \neq 1$ và $y \neq 3$;

b) $\frac{a-1}{a^2+2a+4} = \frac{B}{a^3-8}$ và $a \neq 2$.

Bài 5. Tìm một cặp đa thức P và Q thỏa mãn đẳng thức:

$$\frac{(x+1)P}{x^2-4} = \frac{(x-1)Q}{x^2-4x+4} \text{ với } x \neq \pm 2.$$

Bài 6. Cho đẳng thức: $\frac{x^2-1}{(x^2-2x+1)} = \frac{x+1}{(x^2-x-6)B}$ với $x \neq -2; 1; 3$.

Hãy tìm một cặp đa thức A và B thỏa mãn đẳng thức trên.

Bài 7. a) Tìm GTNN của phân thức: $\frac{3+|2x-1|}{14}$

b) Tìm GTLN của phân thức: $\frac{-4x^2+4x}{15}$

Bài 8. Tìm GTLN của các phân thức:

a) $\frac{5}{x^2+2x+2}$

b) $\frac{3}{|2x-5|+2}$

HƯỚNG DẪN

Bài 1.

a) Biến đổi $VP = \frac{2x-1}{(2x-1)(x+2)} = \frac{1}{x+2} = VT \Rightarrow \text{ĐPCM.}$

b) Biến đổi được:

$$VT = \frac{(y-1)(y-4)}{y-4} = y-1 \text{ và } VP = \frac{(y-1)(y-2)}{y-2} = y-1.$$

Từ đó suy ra ĐPCM.

Bài 2.

Tương tự 1. Chú ý rằng:

a) $3a^2 - 10a + 3 = (3a-1)(a-3).$

b) $b^3 - 27 = (b-3)(b^2+3b+9)$ và $b^2 - 5b + 6 = (b-2)(b-3).$

Bài 3.

a)

Cách 1. Ta có: $\frac{A}{2x-3} = \frac{x(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)}$

$$\Rightarrow \frac{A}{2x-3} = \frac{x}{2x-3} \Rightarrow A = x.$$

Cách 2. Ta có: $A = \frac{(2x^2 + 3x)(2x - 3)}{4x^2 - 9} = \frac{x(2x + 3)(2x - 3)}{(2x + 3)(2x - 3)} = x$

$A \Rightarrow x$.

b)

Cách 1. Ta có: $\frac{b(b-3)}{(2b+3)(b-3)} = \frac{b(b+3)}{A} \Rightarrow \frac{b}{2b+3} = \frac{b(b+3)}{A}$

$\Rightarrow \frac{1}{2b+3} = \frac{b+3}{A} \Rightarrow A = 2b^2 + 9b + 9$.

Cách 2. Ta có: $A = \frac{(b^2 + 3b)(2b^2 - 3b - 9)}{b^2 - 3b}$

Từ đó tìm được: $A = 2b^2 + 9b + 9$.

Bài 4.

Tương tự 3. Chú ý rằng:

a) $y^2 - 4y + 3 = (y - 1)(y - 3)$. Tìm được: $B = 2y^2 - 3y + 1$.

b) $a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$. Tìm được: $B = a^2 - 3a + 2$.

Bài 5.

Biến đổi $\frac{(x+1)P}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-1)Q}{(x-2)^2} \Rightarrow P = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}Q$.

Chọn $Q = (x+1)(x-2) \Rightarrow P = (x-1)(x+2)$.

Bài 6.

Tương tự 5. Chú ý rằng:

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$; $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$

$\Rightarrow B = \frac{x-1}{(x+2)(x-3)}A$. Chọn $A = (x+2)(x-3) \Rightarrow B = x-1$.

Bài 7.

$$a) \frac{3 + |2x - 1|}{14} \geq \frac{3}{14}. \text{ GTNN của biểu thức là } \frac{3}{14} \text{ khi } x = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{-4x^2 + 4x}{15} = \frac{1 - (4x^2 - 4x + 1)}{15} = \frac{1 - (2x - 1)^2}{15} \leq \frac{1}{15}$$

$$\text{GTLN của biểu thức là } \frac{1}{15} \text{ khi } x = \frac{1}{2}$$

Bài 8.

$$a) \text{ Có } \frac{5}{x^2 + 2x + 2} = \frac{5}{(x + 1)^2 + 1} \leq \frac{5}{1}. \text{ Vậy GTLN của biểu thức là } 5 \text{ khi } x = -1$$

$$b) \frac{1}{|2x - 5| + 2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{|2x - 5| + 2} \leq \frac{3}{2}. \text{ Vậy GTLN của biểu thức là } \frac{3}{2} \text{ khi } x = \frac{5}{2}$$

PHIẾU TỰ LUYỆN SỐ 2

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của phân thức:

$$a) \frac{x^2 - 4}{9x^2 - 16}$$

$$b) \frac{2x - 1}{x^2 - 4x + 4}$$

$$c) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$$

$$d) \frac{5x - 3}{2x^2 - x}$$

$$e) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 1}$$

$$f) \frac{2}{(x + 1)(x - 3)}$$

$$g) \frac{2x + 1}{x^2 - 5x + 6}$$

Bài 2. Tìm điều kiện xác định của phân thức:

$$a) \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$b) \frac{x^2 y + 2x}{x^2 - 2x + 1}$$

$$c) \frac{5x + y}{x^2 + 6x + 10}$$

$$d) \frac{x + y}{(x + 3)^2 + (y - 2)^2}$$

Bài 3. Tìm các giá trị của biến số x để phân thức sau bằng không:

$$a) \frac{2x - 1}{5x - 10}$$

$$b) \frac{x^2 - x}{2x}$$

$$c) \frac{2x + 3}{4x - 5}$$

$$d) \frac{(x - 1)(x + 2)}{x^2 - 4x + 3}$$

$$f) \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$$

Bài 4. Tìm các giá trị của biến số x để phân thức sau bằng không:

a) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10}$

b) $\frac{x^3 - 16x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$

c) $\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x - 3}$

Bài 5. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa:

a) $\frac{3}{x^2 + 1}$

b) $\frac{3x - 5}{(x - 1)^2 + 2}$

c) $\frac{5x + 1}{x^2 + 2x + 4}$

d) $\frac{x^2 - 4}{-x^2 + 4x - 5}$

e) $\frac{x + 5}{x^2 + x + 7}$

Bài 6. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa:

a) $\frac{x + y}{x^2 + 2y^2 + 1}$

b) $\frac{4}{x^2 + y^2 - 2x + 2}$

Bài 7. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x} \quad (x \neq 0)$

b) $\frac{-3x^2}{2y} = \frac{3x^2}{-2y} \quad (y \neq 0)$

c) $\frac{2(x - y)}{3(y - x)} = \frac{-2}{3} \quad (x \neq y)$

d) $\frac{2xy}{3a} = \frac{8xy^2}{12ay} \quad (a \neq 0, y \neq 0)$

e) $\frac{1 - x}{2 - y} = \frac{x - 1}{y - 2} \quad (y \neq 2)$

f) $\frac{2a}{-5b} = \frac{-2a}{5b} \quad (b \neq 0)$

Bài 8. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{x - 2}{-x} = \frac{2^3 - x^3}{x(x^2 + 2x + 4)} \quad (x \neq 0)$

b) $\frac{3x}{x + y} = \frac{-3x(x - y)}{y^2 - x^2} \quad (x \neq \pm y)$

c) $\frac{x + y}{3a} = \frac{3a(x + y)^2}{9a^2(x + y)} \quad (a \neq 0, x \neq -y)$

HƯỚNG DẪN

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của phân thức:

$$a) x \neq \pm \frac{4}{3}$$

$$b) x \neq 2$$

$$c) x \neq \pm 1$$

$$d) x \neq 0; x \neq 2$$

$$e) x \neq \pm 1$$

$$f) x \neq -1; x \neq 3$$

$$g) x \neq 2; x \neq 3$$

Bài 2. Tìm điều kiện xác định của phân thức:

$$a) x \neq 0; y \neq 0$$

$$b) x \neq 1$$

$$c) \forall x \in R$$

$$d) x \neq -3; y \neq 2$$

Bài 3. Tìm các giá trị của biến số x để phân thức sau bằng không:

$$a) \frac{2x-1}{5x-10} = 0 (x \neq 2)$$

$$\Rightarrow 2x-1=0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{x^2-x}{2x} = 0 (x \neq 0)$$

$$\Rightarrow x^2-x=0$$

$$\Rightarrow x=1$$

$$c) \frac{2x+3}{4x-5} = 0 \left(x \neq \frac{5}{4} \right)$$

$$\Rightarrow 2x+3=0$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

$$d) \frac{(x-1)(x+2)}{x^2-4x+3} = 0 (x \neq 1; 3)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2)=0$$

$$\Rightarrow x=-2$$

$$f) \frac{x^2-1}{x^2-2x+1} = 0 (x \neq 1)$$

$$\Rightarrow x^2-1=0$$

$$\Rightarrow x=-1$$

Bài 4. Tìm các giá trị của biến số x để phân thức sau bằng không:

$$a) \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10} = 0 (x \neq 2; x \neq -5)$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2$$

$$b) \frac{x^3 - 16x}{x^3 - 3x^2 - 4x} = 0 (x \neq 0; -1; 4)$$

$$\Rightarrow x^3 - 16x = 0$$

$$\Rightarrow x = \pm 4$$

$$c) \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x - 3} = 0 (x \neq 1; -3)$$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1$$

Bài 5. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa:

$$a) \frac{3}{x^2 + 1} \quad b) \frac{3x - 5}{(x - 1)^2 + 2}$$

$$x^2 \geq 0 \forall x \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1 \forall x \quad (x - 1)^2 \geq 0 \forall x \Rightarrow (x - 1)^2 + 2 \geq 2 \forall x$$

$$c) \frac{5x + 1}{x^2 + 2x + 4} \quad d) \frac{x^2 - 4}{-x^2 + 4x - 5}$$

$$x^2 + 2x + 4 = (x + 1)^2 + 3 \geq 3 \forall x \quad -x^2 + 4x - 5 = -(x - 2)^2 - 1 \leq -1 \forall x$$

$$e) \frac{x + 5}{x^2 + x + 7}$$

$$x^2 + x + 7 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} \geq \frac{27}{4} \forall x$$

Bài 7. Chứng minh các đẳng thức sau:

$$a) 3y.8x = 4.6xy \quad b) -3x^2.(-2y) = 3x^2.2y$$

$$c) 2(x - y).3 = 3(y - x).(-2) \quad d) 2xy.12ay = 3a.8xy^2$$

$$e) (1 - x)(y - 2) = (2 - y)(x - 1) \quad f) 2a.5b = -5b.(-2a)$$

Bài 8. Chứng minh các đẳng thức sau:

$$a) (x - 2).x(x^2 + 2x + 4) = -x.(2^3 - x^3)$$

$$b) 3x.(y^2 - x^2) = (x + y).(-3x).(x - y)$$

$$c) (x + y).9a^2(x + y) = 3a.3a(x + y)^2$$