

NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC - NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

A. TRỌNG TÂM CẦN ĐẠT

I. Lý thuyết:

1. Nhân đơn thức với đa thức

Quy tắc: Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

$$A.(B+C) = A.B + A.C$$

2. Nhân đa thức với đa thức

Quy tắc: Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

$$(A+B)(C+D) = AC + BC + AD + BD$$

II. Các dạng bài tập:

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức và quy tắc nhân đa thức với đa thức để thực hiện phép tính.

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $(-2x^2)(x^2 - 2x + 3) \frac{1}{2}$

b) $\left(\frac{2}{3}xy^2\right)\left(x^2y - xy + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)$

c) $(-2x+1)\left(2x^2 - \frac{1}{3}x + 2\right)$

d) $(x+y^2)\left(x^2 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}xy\right)$

Giải

a) Ta có: $(-2x^2)(x^2 - 2x + 3) = (-2x^2)x^2 - (-2x^2)2x + (-2x^2)3$
 $= -2x^4 + 4x^3 - 6x^2.$

b) Ta có: $\left(\frac{2}{3}xy^2\right)\left(x^2y - xy + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)$
 $= \left(\frac{2}{3}xy^2\right)x^2y - \left(\frac{2}{3}xy^2\right)xy + \left(\frac{2}{3}xy^2\right)\frac{x}{2} + \left(\frac{2}{3}xy^2\right)\frac{1}{4}$
 $= \frac{2}{3}x^3y^3 - \frac{2}{3}x^2y^3 + \frac{1}{3}x^2y^2 + \frac{1}{6}xy^2$

c) Ta có:

$$\begin{aligned} (-2x+1)\left(2x^2 - \frac{1}{3}x + 2\right) &= -2x.\left(2x^2 - \frac{1}{3}x + 2\right) + 1.\left(2x^2 - \frac{1}{3}x + 2\right) \\ &= -4x^3 + \frac{2}{3}x^2 - 4x + 2x^2 - \frac{1}{3}x + 2 = -4x^3 + \frac{8x^2}{3} - \frac{13x}{3} + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{d) Ta có: } & \left(x + y^2\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}xy\right) \\
&= \left(x + y^2\right)x^2 + \left(x + y^2\right)\frac{1}{2}y + \left(x + y^2\right)\frac{3}{2}xy \\
&= x.x^2 + x^2.y^2 + x.\frac{1}{2}y + y^2.\frac{1}{2}y + x.\frac{3}{2}xy + y^2.\frac{3}{2}xy \\
&= x^3 + x^2y^2 + \frac{xy}{2} + \frac{y^3}{2} + \frac{3x^2y}{2} + \frac{3xy^3}{2}
\end{aligned}$$

Bài 2: Thực hiện phép tính:

$$\begin{aligned}
\text{a) } & (x)(x^2 + 1) - (3x - 2x^2)(3x) \\
\text{b) } & (xy^2)(x - xy) - (x)(x + y) + (yx)(2x^2 - 2xy^2) \\
\text{c) } & (-x)(2x + 2)(x^2 - x + 1) \\
\text{d) } & (x + y)\left(x + \frac{1}{2}y\right)\left(1 - \frac{xy}{3}\right)
\end{aligned}$$

Giải

$$\begin{aligned}
\text{a) Ta có: } & (x)(x^2 + 1) - (3x - 2x^2)(3x) = x.x^2 + x.1 - 3x.3x + 2x^2.3x \\
&= x^3 + x - 9x^2 + 6x^3 = 7x^3 - 9x^2 + x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) Ta có: } & (xy^2)(x - xy) - (x)(x + y) + (yx)(2x^2 - 2xy^2) \\
&= xy^2.x - xy^2.xy - x.x - x.y + yx.2x^2 - yx.2xy^2 \\
&= x^2y^2 - x^2y^3 - x^2 - xy + 2x^3y - 2x^2y^3 \\
&= x^2y^2 - x^2 - xy + 2x^3y - 3x^2y^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) Ta có: } & (-x)(2x + 2)(x^2 - x + 1) = ((-x).2x + (-x).2)(x^2 - x + 1) \\
&= (-2x^2 - 2x)(x^2 - x + 1) = -2x^2(x^2 - x + 1) - 2x(x^2 - x + 1) \\
&= (-2x^2)x^2 - (-2x^2)x + (-2x^2) - (2x.x^2 - 2x.x + 2x) \\
&= -2x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 2x^3 + 2x^2 - 2x = -2x^4 - 2x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{d) Ta có: } & (x + y)\left(x + \frac{1}{2}y\right)\left(1 - \frac{xy}{3}\right) \\
&= \left(x(x + y) + \frac{1}{2}y(x + y)\right)\left(1 - \frac{xy}{3}\right) \\
&= \left(x^2 + xy + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2}\right)\left(1 - \frac{xy}{3}\right) \\
&= \left(x^2 + xy + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2}\right) - \frac{xy}{3}\left(x^2 + xy + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(x^2 + xy + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2} \right) - \left(x^2 \cdot \frac{xy}{3} + xy \cdot \frac{xy}{3} + \frac{xy}{2} \cdot \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{2} \cdot \frac{xy}{3} \right) \\
&= \left(x^2 + xy + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2} \right) - \left(\frac{x^3y}{3} + \frac{x^2y^2}{3} + \frac{x^2y^2}{6} + \frac{xy^3}{6} \right) \\
&= x^2 + xy + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{x^3y}{3} - \frac{x^2y^2}{3} - \frac{x^2y^2}{6} - \frac{xy^3}{6} \\
&= x^2 + \frac{3xy}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{x^3y}{3} - \frac{x^2y^2}{2} - \frac{xy^3}{6}
\end{aligned}$$

Bài 3: Tìm giá trị biểu thức

- a) $A = 2x(3x^2 + 5) - x(3x - x^2) - x^2$ tại $x = 2$.
- b) $B = (x - y)(x^2 - xy) - x(x^2 + 2y^2)$ tại $x = 2$; $y = -3$.
- c) $C = 6(x^2 - x) - x^2(4x - 2) + 4x(x^2 - 2x + 3)$ tại $x = -4$.
- d) $D = x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 + xy + y^2)$ tại $x = 5$; $y = -1$.

Giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned}
A &= 2x(3x^2 + 5) - x(3x - x^2) - x^2 = 2x \cdot 3x^2 + 2x \cdot 5 - x \cdot 3x + x \cdot x^2 - x^2 \\
&= 6x^3 + 10x - 3x^2 + x^3 - x^2 = 7x^3 - 4x^2 + 10x
\end{aligned}$$

Tại $x = 2$ thay vào ta được: $A = 7 \cdot 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2 = 56 - 16 + 20 = 60$

Vậy $A = 60$.

b) Ta có: $B = (x - y)(x^2 - xy) - x(x^2 + 2y^2)$

$$\begin{aligned}
&= x(x^2 - xy) - y(x^2 - xy) - x \cdot x^2 - x \cdot 2y^2 \\
&= x \cdot x^2 - x \cdot xy - y \cdot x^2 + y \cdot xy - x^3 - 2xy^2 \\
&= x^3 - x^2y - x^2y + xy^2 - x^3 - 2xy^2 = -2x^2y - xy^2
\end{aligned}$$

Tại $x = 2$; $y = -3$ thay vào ta được: $B = -2 \cdot 2^2 \cdot (-3) - 2 \cdot (-3)^2 = 24 - 18 = 6$

Vậy $B = 6$.

c) Ta có: $C = 6(x^2 - x) - x^2(4x - 2) + 4x(x^2 - 2x + 3)$

$$\begin{aligned}
&= 6x^2 - 6x - 4x^3 + 2x^2 + 4x^3 - 8x^2 + 12x \\
&= 6x^2 - 6x - 4x^3 + 2x^2 + 4x^3 - 8x^2 + 12x = 12x - 6x = 6x
\end{aligned}$$

Tại $x = -4$ thay vào ta được: $C = 6(-4) = -24$

Vậy $C = -24$.

d) Ta có: $D = x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 + xy + y^2)$

$$= x^3 + x^2y + xy^2 - yx^2 - xy^2 - y^3 = x^3 - y^3$$

Tại $x = 5$; $y = -1$ thay vào ta được: $D = 5^3 - (-1)^3 = 125 - (-1) = 126$

Vậy $D = 126$.

Dạng 2: Tìm x với điều kiện cho trước

Phương pháp: Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức và quy tắc nhân đa thức với đa thức để tìm giá trị x .

Bài 1: Tìm x , biết:

$$\text{a) } -2x(x+3) + x(2x-1) = 10 \qquad \text{b) } \left(\frac{2}{3}x\right)\left(\frac{9x}{2} + \frac{1}{4}\right) - (3x^2 + x + 2) = 3$$

Giải

$$\text{a) Ta có: } -2x(x+3) + x(2x-1) = 10 \Leftrightarrow -2x^2 + 6x + 2x^2 - x = 10$$

$$\Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{b) Ta có: } \left(\frac{2}{3}x\right)\left(\frac{9x}{2} + \frac{1}{4}\right) - (3x^2 + x + 2) = 3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}x\right)\left(\frac{9x}{2}\right) + \left(\frac{2}{3}x\right)\frac{1}{4} - (3x^2 + x + 2) = 3$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + \frac{x}{6} - 3x^2 - x - 2 = 3 \Leftrightarrow -\frac{5x}{6} - 2 = 3 \Leftrightarrow -\frac{5x}{6} = 5 \Leftrightarrow x = -6$$

Bài 2: Tìm x , biết:

$$\text{a) } (1-2x)(x+3) + (x+1)(2x-1) = 14$$

$$\text{b) } (3x^2 + x + 2) - (2x+1)(2+x) - (x+4)(x-5) = 5$$

Giải

$$\text{a) Ta có: } (1-2x)(x+3) + (x+1)(2x-1) = 14$$

$$\Leftrightarrow (1)(x+3) - (2x)(x+3) + (x)(2x-1) + (1)(2x-1) = 14$$

$$\Leftrightarrow x+3-2x^2-6x+2x^2-x+2x-1=14 \Leftrightarrow -4x=12 \Leftrightarrow x=-3$$

Vậy $x = -3$.

$$\text{b) Ta có: } (3x^2 + x + 2) - (2x+1)(2+x) - (x+4)(x-5) = 5$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 + x + 2) - ((2x)(2+x) + 1(2+x)) - (x(x-5) + 4(x-5)) = 5$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 + x + 2) - (4x + 2x^2 + 2 + x) - (x^2 - 5x + 4x - 20) = 5$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + x + 2 - 2x^2 - 2 - 5x - x^2 + x + 20 = 5$$

$$\Leftrightarrow -3x + 20 = 5 \Leftrightarrow x = 5$$

Vậy $x = 5$.

Bài 3: Tìm x , biết:

$$\text{a) } 3x^2 + 4(x-1)(x+1) - 7x(x-1) = x + 12$$

$$\text{b) } (2x+3)(x+4) + (x-5)(x-2) = (3x-5)(x-4)$$

$$\text{c) } (x^{3n} + y^{3n})(x^{3n} - y^{3n}) = -x^{6n} - y^{6n} \text{ (với } n > 0 \text{)}$$

$$\text{d) } 2(x^{2n} + 2x^n y^n + y^{2n}) - y^n(4x^n + y^n) = y^{2n} \text{ (với } n > 0 \text{)}$$

Giải

$$\text{a) Ta có: } 3x^2 + 4(x-1)(x+1) - 7x(x-1) = x + 12$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4(x^2 - x + x - 1) - 7x^2 + 7x = x + 12$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x^2 - 4x + 4x - 4 - 7x^2 + 7x = x + 12$$

$$\Leftrightarrow -4 + 7x = x + 12 \Leftrightarrow 6x = 16 \Leftrightarrow x = \frac{16}{6}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{16}{6}$$

$$\text{b) Ta có: } (2x+3)(x+4) + (x-5)(x-2) = (3x-5)(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 8x + 12 + x^2 - 5x - 2x + 10 = 3x^2 - 5x - 12x + 20$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x + 22 = 3x^2 - 17x + 20$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x + 22 - 3x^2 + 17x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 21x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{21}$$

$$\text{Vậy } x = -\frac{2}{21}.$$

$$\text{c) Ta có: } (x^{3n} + y^{3n})(x^{3n} - y^{3n}) = -x^{6n} - y^{6n}$$

$$\Leftrightarrow (x^{6n} + y^{3n}x^{3n} - x^{3n}y^{3n} - y^{6n}) = -x^{6n} - y^{6n}$$

$$\Leftrightarrow x^{6n} - y^{6n} = -x^{6n} - y^{6n} \Leftrightarrow x^{6n} + x^{6n} = 0$$

$$2x^{6n} = 0 \Leftrightarrow x^{6n} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{Vậy } x = 0.$$

$$\text{d) Ta có: } 2(x^{2n} + 2x^n y^n + y^{2n}) - y^n(4x^n + y^n) = y^{2n}$$

$$\Leftrightarrow 2x^{2n} + 4x^n y^n + 2y^{2n} - 4y^n x^n - y^{2n} = y^{2n}$$

$$\Leftrightarrow 2x^{2n} + y^{2n} = y^{2n} \Leftrightarrow 2x^{2n} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{Vậy } x = 0$$

B.NÂNG CAO PHÁT TRIỂN TƯ DUY

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = (4x - 1)(3x + 1) - 5x(x - 3) - (x - 4)(x - 3)$$

$$b) B = (5x - 2)(x + 1) - 3x(x^2 - x - 3) - 2x(x - 5)(x - 4)$$

Hướng dẫn

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= 12x^2 + 4x - 3x - 1 - 5x^2 + 15x - x^2 + 3x + 4x - 12 \\ &= 6x^2 + 23x - 13 \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= (5x - 2)(x + 1) - 3x(x^2 - x - 3) - 2x(x - 5)(x - 4) \\ &= 5x^2 + 5x - 2x - 2 - 3x^3 + 3x^2 + 9x - 2x(x^2 - 5x - 4x + 20) \\ &= -3x^3 + 8x^2 + 12x - 2 - 2x^3 + 18x^2 - 40x \\ &= -5x^3 + 26x^2 - 28x - 2 \end{aligned}$$

Bài 2. Viết kết quả phép nhân sau dưới dạng lũy thừa giảm dần của biến x:

$$a) (x^2 + x + 1)(x - 3) \qquad b) (x^2 - 3x + 1)(2 - 4x)$$

$$c) (x^2 + 3x - 2)(3 + x - 2x)$$

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} a) & (x^2 + x + 1)(x - 3) \\ &= x^3 + x^2 + x - 3x^2 - 3x - 3 = x^3 - 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & (x^2 - 3x + 1)(2 - 4x) \\ &= 2x^2 - 6x + 2 - 4x^3 + 12x^2 - 4x = -4x^3 + 14x^2 - 10x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) & (x^2 + 3x - 2)(3 + x - 2x) \\ &= (x^2 + 3x - 2)(3 - x) = 3x^2 + 9x - 6 - x^3 - 3x^2 + 2x \\ &= 3x^2 + 9x - 6 - x^3 - 3x^2 + 2x = -x^3 + 11x - 6 \end{aligned}$$

Bài 3. Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x:

$$a) C = (5x - 2)(x + 1) - (x - 3)(5x + 1) - 17(x + 3)$$

$$b) D = (6x - 5)(x + 8) - (3x - 1)(2x + 3) - 9(4x - 3)$$

Hướng dẫn

a) Ta có :

$$\begin{aligned} C &= 5x^2 + 5x - 2x - 2 - 5x^2 - x + 15x + 3 - 17x - 51 \\ \Rightarrow C &= -50 \end{aligned}$$

Vậy biểu thức $C = -50$ không phụ thuộc vào x .

$$b) D = 6x^2 + 48x - 5x - 40 - 6x^2 - 9x + 2x + 3 - 36x + 27$$

$$\Rightarrow D = -13$$

Vậy giá trị biểu thức $D = -13$ không phụ thuộc vào giá trị của biến x .

Bài 4. Tìm x , biết :

$$a) 5(x-3)(x-7) - (5x+1)(x-2) = 25$$

$$b) 3(x-7)(x+5) - (x-1)(3x+2) = -13$$

Hướng dẫn

$$a) 5x^2 - 35x - 15x + 105 - 5x^2 + 10x - x + 2 = 25$$

$$-41x + 107 = 25$$

$$-41x = -82$$

$$x = 2$$

$$b) 3x^2 + 15x - 21x - 105 - 3x^2 + 3x + 2 = -13$$

$$-5x - 103 = -13$$

$$-5x = 90$$

$$x = -18$$

Bài 5. Rút gọn và tính giá trị biểu thức:

$$a) A = (4-5x)(3x-2) + (3-2x)(x-2) \text{ tại } x = -2$$

$$b) B = 5x(x-4y) - 4y(y-5x) \text{ tại } x = -\frac{1}{5}; y = -\frac{1}{2}$$

Hướng dẫn

a) Ta có :

$$A = 12x - 8 - 15x^2 + 10x + 3x - 6 - 2x^2 + 4x$$

$$= -17x^2 + 29x - 14$$

Với $x = -2$, thay vào biểu thức ta có :

$$A = -17(-2)^2 + 29(-2) - 14$$

$$= -68 - 58 - 14$$

$$= -140$$

b) Ta có :

$$B = 5x(x-4y) - 4y(y-5x)$$

$$= 5x^2 - 20xy - 4y^2 + 20xy$$

$$= 5x^2 - 4y^2$$

Thay $x = -\frac{1}{5}; y = -\frac{1}{2}$ vào biểu thức ta có ;

$$B = 5\left(-\frac{1}{5}\right)^2 + 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 5 \cdot \frac{1}{25} + 4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{5}$$

Bài 6. Tính giá trị biểu thức:

a) $A = x^6 - 2021x^5 + 2021x^4 - 2021x^3 + 2021x^2 - 2021x + 2021$ tại $x = 2020$

b) $B = x^{10} + 20x^9 + 20x^8 + \dots + 20x^2 + 20x + 20$ với $x = -19$

Hướng dẫn

a) Với $x = 2020$ nên ta thay $2021 = x + 1$ vào biểu thức, ta có :

$$A = x^6 - (x+1)x^5 + (x+1)x^4 - (x+1)x^3 + (x+1)x^2 - (x+1)x + x + 1$$

$$= x^6 - x^6 - x^5 + x^5 + x^4 - x^4 - x^3 + x^3 + x^2 - x^2 - x + x + 1 = 1$$

b) Với $x = -19$ nên ta thay $20 = -x + 1$ vào biểu thức, ta có :

$$B = x^{10} + (-x+1)x^9 + (-x+1)x^8 + \dots + (-x+1)x^2 + (-x+1)x + (-x+1)$$

$$= x^{10} - x^{10} + x^9 - x^9 + x^8 - x^8 + \dots + x^2 - x^2 + x - x + 1$$

$$= 1$$

Bài 7. Tìm các hệ số a, b, c biết:

a) $2x^2(ax^2 + 2bx + 4c) = 6x^4 - 20x^3 + 8x^2$ đúng với mọi x;

b) $(ax + b)(x^2 - cx + 2) = x^3 + x^2 - 2$ đúng với mọi x.

Hướng dẫn

$$a) 2x^2(ax^2 + 2bx + 4c) = 6x^4 - 20x^3 + 8x^2$$

$$\Leftrightarrow 2ax^4 + 4bx^3 + 8cx^2 = 6x^4 - 20x^3 + 8x^2 \quad (1)$$

(1) đúng với mọi x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 6 \\ 4b = -20 \\ 8c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$b) (ax + b)(x^2 - cx + 2) = x^3 + x^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + bx^2 - acx^2 - bcx + 2b + 2ax = x^3 + x^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b - ac)x^2 + (2a - bc)x + 2b = x^3 + x^2 - 2 \quad (2)$$

(2) đúng với mọi x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 2b = -2 \\ b - ac = 1 \\ 2a - bc = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ -1 - 1 \cdot c = 1 \\ 2 - (-1)c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

Bài 8. Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì:

$$A = (2 - n)(n^2 - 3n + 1) + n(n^2 + 12) + 8 \text{ chia hết cho } 5$$

Hướng dẫn

Biến đổi đa thức, ta có :

$$\begin{aligned} A &= (2 - n)(n^2 - 3n + 1) + n(n^2 + 12) + 8 \\ &= 2n^2 - n^3 - 6n + 3n^2 - n + 2 + n^3 + 12n + 8 \\ &= 5n^2 + 5n + 10 : 5 \end{aligned}$$

Bài 9. Đặt $2x = a + b + c$. Chứng minh rằng:

$$(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = ab + bc + ca - x^2$$

Hướng dẫn

Xét vế trái:

$$\begin{aligned} &(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) \\ &= x^2 - ax - bx + ab + x^2 - bx - cx + bc + x^2 - ax - cx + ca \\ &= ab + bc + ca + 3x^2 - 2x(a + b + c) \\ &= ab + bc + ca + 3x^2 - 2x \cdot 2x \\ &= ab + bc + ca - x^2 \end{aligned}$$

Vế trái bằng vế phải suy ra điều chứng minh.

Bài 10. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $ab + bc + ca = abc$ và $a + b + c = 1$

Chứng minh rằng : $(a - 1)(b - 1)(c - 1) = 0$

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{Ta có } &(a - 1)(b - 1)(c - 1) = (a - 1)(bc - b - c + 1) \\ &= abc - ab - ac + a - bc + b + c - 1 \\ &= abc - ab - bc - ca + a + b + c - 1 \\ &= abc - (ab + bc + ca) + (a + b + c) - 1 \\ &= abc - abc + 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

C. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Dạng 1: Rút gọn biểu thức

Bài 1: Làm tính nhân

a) $(2x^2 - 3x - 1)(5x + 2)$

b) $(25x^2 + 10xy + 4y^2)(5x - 2y)$

Bài 2: Rút gọn biểu thức

a) $-5x(x - 5) + (x - 3)(x^2 - 7)$

b) $4x(x^2 - x + 1) + (x^2 - 2)(-x + 3)$

c) $(-x + 5)(x + 3) + (2x - 1)(x + 3)$

d) $(x - 1)(x + 2) - (x + 5)(x - 2)$

Bài 3: Rút gọn biểu thức

a) $(2x - 5)(3x + 1) - 6x(x - 3)$

b) $(2x - 3)(x + 4) + (-x + 1)(x - 2)$

c) $3(x + 2)(x - 2) - 5(x - 4)(x + 4)$

d) $(x - 1)(x^2 + x + 1) - x(x^2 + 5)$

Dạng 2: Tìm giá trị chưa biết

Bài 4: Tìm x biết

a) $4x(x - 5) - (x - 1)(4x - 3) = 5$

b) $(2x - 1)(x - 2) - (x + 3)(2x - 7) = 3$

c) $(x + 3)(x - 4) + (x - 1)(x + 1) = 10$

d) $8x(x - 3) - 8(x - 1)(x + 1) = 20$

Bài 5: Tìm x biết

a) $(x - 2)(5x - 1) - 5x(x - 3) = 5$

b) $(4x + 1)(x - 3) - (x - 7)(4x - 1) = 15$

c) $(3x - 5)(x + 1) - (3x - 1)(x + 1) = x - 4$

d) $-4x^2(x - 7) + 4x(x^2 - 5) = 28x^2 - 13$

Dạng 3: Tính giá trị biểu thức

Bài 6: Tính nhanh giá trị biểu thức $A = 44443.44448.44441 - 44445.44440.44447$

Bài 7: Tính giá trị của biểu thức

a) $A = (5x - 7)(2x + 3) - (7x + 2)(x - 4)$ tại $x = 2$

b) $B = (x - 9)(2x + 3) - 2(x + 7)(x - 5)$ tại $x = \frac{1}{2}$

c) $C = (-5x + 4)(3x - 2) + (-2x + 3)(x - 2)$ tại $x = -2$

Bài 8: Tính giá trị của biểu thức $A = (3x + 5)(2x - 1) + (4x - 1)(3x + 2)$ tại $|x| = 2$

Bài 9: Tính giá trị biểu thức :

a) $A = x^6 - 2021x^5 + 2021x^4 - 2021x^3 + 2021x^2 - 2021x + 2021$ tại $x = 2020$

b) $B = x^{10} + 20x^9 + 20x^8 + \dots + 20x^2 + 20x + 20$ với $x = -19$

Dạng 4: Chứng minh giá trị biểu thức không phụ thuộc vào biến

Bài 10: Chứng tỏ rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào biến:

$$A = (3x - 5)(2x + 11) - (2x + 3)(3x + 7)$$

$$B = (x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + x + 7$$

$$C = 4(x - 6) - x^2(2 + 3x) + x(5x - 4) + 3x^2(x - 1)$$

$$D = x(y + z - yz) - y(z + x - zx) + z(y - x).$$

Dạng 5: Bài toán nâng cao

Bài 11: Chứng minh đẳng thức

a) $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

b) $(x + y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$

c) $(x - y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) = x^4 - y^4$

d) $(x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4) = x^5 + y^5$

Bài 12: a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $A = (2 - n) \cdot (n^2 - 3n + 1) + n(n^2 + 12) + 8$ chia hết cho 5

b) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $ab + bc + ca = abc$ và $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng:
 $(a - 1) \cdot (b - 1) \cdot (c - 1) = 0$.

HƯỚNG DẪN

Bài 1 a) $(2x^2 - 3x - 1)(5x + 2) = 10x^3 - 11x^2 - 11x - 2$

b) $(25x^2 + 10xy + 4y^2)(5x - 2y) = 125x^3 - 8y^3$

Bài 2: Rút gọn biểu thức

a) $-5x(x - 5) + (x - 3)(x^2 - 7) = -5x^2 + 25x + x^3 - 7x - 3x^2 + 21 = x^3 - 8x^2 + 18x + 21$

b) $4x(x^2 - x + 1) + (x^2 - 2)(-x + 3) = 4x^3 - 4x^2 + 4x - x^3 + 3x^2 + 2x - 6 = 3x^3 - x^2 + 6x - 6$

c) $(-x + 5)(x + 3) + (2x - 1)(x + 3) = -x^2 - 3x + 5x + 15 + 2x^2 + 6x - 3 - x = x^2 + 7x + 12$

d) $(x - 1)(x + 2) - (x + 5)(x - 2) = x^2 - x + 2x - 2 - x^2 - 5x + 2x + 10 = -2x + 8$

Bài 3: Rút gọn biểu thức

a) $(2x - 5)(3x + 1) - 6x(x - 3) = 5x - 5$

b) $(2x - 3)(x + 4) + (-x + 1)(x - 2) = x^2 + 8x - 14$

c) $3(x + 2)(x - 2) - 5(x - 4)(x + 4) = -2x^2 + 68$

d) $(x - 1)(x^2 + x + 1) - x(x^2 + 5) = -5x - 1$

Bài 4: Tìm x biết

a) $4x(x - 5) - (x - 1)(4x - 3) = 5$

$$\Leftrightarrow -13x = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8}{13}$$

b) $(2x - 1)(x - 2) - (x + 3)(2x - 7) = 3$

$$\Leftrightarrow -4x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

c) $(x + 3)(x - 4) + (x - 1)(x + 1) = 10 \Leftrightarrow x = -23$

d) $8x(x - 3) - 8(x - 1)(x + 1) = 20 \Leftrightarrow -24x = 12 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Bài 5: Tìm x biết

a) $(x - 2)(5x - 1) - 5x(x - 3) = 5 \Leftrightarrow 4x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

b) $(4x + 1)(x - 3) - (x - 7)(4x - 1) = 15 \Leftrightarrow 18x = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{18}$

c) $(3x - 5)(x + 1) - (3x - 1)(x + 1) = x - 4 \Leftrightarrow -4 = 5x - 4 \Leftrightarrow x = 0$

d) $-4x^2(x - 7) + 4x(x^2 - 5) = 28x^2 - 13 \Leftrightarrow 28x^2 - 20x = 28x^2 - 13 \Leftrightarrow x = \frac{13}{20}$

Bài 6: Đặt $a = 44443$ do đó

$$A = a(a+5)(a-2) - (a+2)(a-3)(a+4) = 24$$

Bài 7: Tính giá trị của biểu thức

$$a) A = (5x-7)(2x+3) - (7x+2)(x-4) = 3x^2 + 27x - 13$$

$$\text{tại } x = 2 \text{ ta có } A = 3.2^2 + 27.2 - 13 = 53$$

$$b) B = (x-9)(2x+3) - 2(x+7)(x-5) = -19x + 43$$

$$\text{tại } x = \frac{1}{2} \text{ ta có } B = -19.\frac{1}{2} + 43 = \frac{67}{2}$$

$$c) C = (-5x+4)(3x-2) + (-2x+3)(x-2) = -17x^2 + 29x - 14$$

$$\text{tại } x = -2 \text{ ta có } C = -17.(-2)^2 + 29.(-2) - 14 = -140$$

Bài 8

$$\begin{aligned} A &= 6x^2 - 3x + 10x - 5 + 12x^2 + 8x - 3x - 2 \\ &= 18x^2 + 12x - 7 \quad (*) \end{aligned}$$

$$|x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{Thay } x = \pm 2 \text{ vào biểu thức } (*) \text{ ta có: } A = 18.2^2 + 12.(\pm 2) - 7 = 89 ; 41$$

Vậy GT của biểu thức A tại $|x| = 2$ là 89 hoặc 41

Bài 9: a) Với $x = 2020$ nên ta thay $2021 = x + 1$ vào biểu thức, ta có:

$$A = x^6 - (x+1)x^5 + (x+1)x^4 - (x+1)x^3 + (x+1)x^2 - (x+1)x + x + 1 = 1$$

b) Tương tự ta cũng tính được $B = 1$

Bài 10: Chứng tỏ rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào biến:

$$A = (3x-5)(2x+11) - (2x+3)(3x+7) = -72$$

$$B = (x-5)(2x+3) - 2x(x-3) + x + 7 = -15$$

$$C = 4(x-6) - x^2(2+3x) + x(5x-4) + 3x^2(x-1) = -24$$

$$D = x(y+z-yz) - y(z+x-zx) + z(y-x) = 0$$

Bài 11: Hs biến đổi VT=VP

Bài 12: Biến đổi: $A = 5n^2 + 5n + 10 : 5$ (t/c chia hết của một tổng)

$$b) = (a-1)(bc-b-c+1) = abc - ab - ac + a - bc + b + c - 1$$

$$= abc - ab - bc - ca + a + b + c - 1 = abc - (ab + bc + ca) + (a + b + c) - 1$$

$$= abc - abc + 1 - 1 = 0.$$

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====