

CHUYÊN ĐỀ 3. PHÂN SỐ

BÀI 1. MỞ RỘNG KHÁI NIỆM PHÂN SỐ

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Thấy được sự khác nhau và giống nhau giữa khái niệm phân số đã học ở tiểu học và khái niệm phân số ở lớp 6.

❖ Kỹ năng

- + Viết được các phân số mà tử số và mẫu số là các số nguyên.
- + Biết cách dùng phân số để diễn đạt một nội dung thực tế.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Người ta gọi $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$ là một phân số, a là tử số (tử), b là mẫu số (mẫu) của phân số.

Chú ý: Số nguyên a được viết dưới dạng phân số là $\frac{a}{1}$.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Viết các phân số

Phương pháp giải

- “ a phần b ” hoặc $a:b$ được viết thành $\frac{a}{b}$ (trong đó $b \neq 0$). **Ví dụ.** Hai phần ba hoặc $2:3$ được viết thành $\frac{2}{3}$.

- Biểu diễn phân số của một hình cho trước:
 - + Mẫu cho biết số phần bằng nhau được chia ra.
 - + Tử cho biết số phần được lấy (tô màu).
- + Hình vẽ trên được chia thành 3 phần bằng nhau nên mẫu bằng 3.
- + Phần tô màu: 2 phần.
- Ta được phân số: $\frac{2}{3}$.



Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Viết các phân số sau:

- a) Ba phần năm;
- b) Âm một phần sáu;
- c) Âm chín phần mười một;
- d) Mười ba phần mười bảy.

Hướng dẫn giải

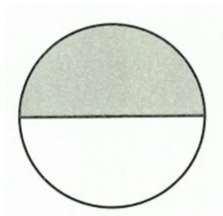
- a) $\frac{3}{5}$;
- b) $\frac{-1}{6}$;
- c) $\frac{-9}{11}$;
- d) $\frac{13}{17}$.

Ví dụ 2. Hãy biểu diễn các phân số sau bằng cách tô màu:

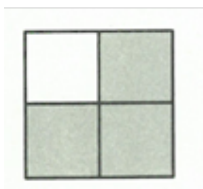
- a) $\frac{1}{2}$ hình tròn;
- b) $\frac{3}{4}$ hình vuông.

Hướng dẫn giải

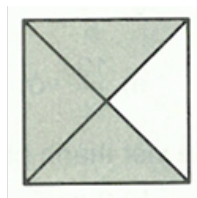
a)



b)

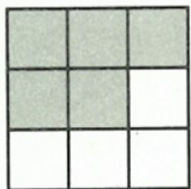


hoặc

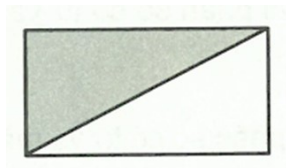


Ví dụ 3. Phần tô màu trong các hình vẽ sau biểu diễn các phân số nào?

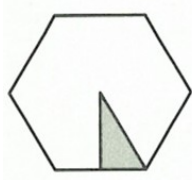
a)



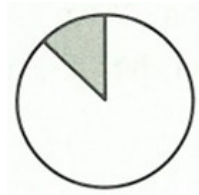
b)



c)



d)



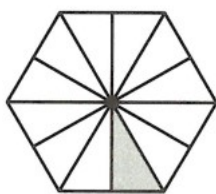
Hướng dẫn giải

a) $\frac{5}{9}$.

b) Hình chữ nhật được chia thành 2 phần bằng nhau và lấy ra 1 phần nên ta có phân số $\frac{1}{2}$.

c) Hình lục giác được chia thành 12 phần bằng nhau và lấy ra 1 phần nên ta có phân số $\frac{1}{12}$ (Hình 1).

d) Hình tròn được chia thành 8 phần bằng nhau và lấy ra 1 phần nên ta có phân số $\frac{1}{8}$ (Hình 2).



(Hình 1)



(Hình 2)

Ví dụ 4. Viết các phép chia sau dưới dạng phân số:

a) $3 : 5$;

b) $-1 : 6$;

c) $9 : (-11)$;

d) $13 : x$ với $x \in \mathbb{N}^*$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{3}{5}$;

b) $\frac{-1}{6}$;

c) $\frac{9}{-11}$;

d) $\frac{13}{x}$ với $x \in \mathbb{N}^*$.

Ví dụ 5. Dùng cả hai chữ số sau để viết thành phân số có tử và mẫu khác nhau:

a) -3 và 4;

b) 0 và 5.

Hướng dẫn giải

a) Từ hai chữ số -3 và 4 ta viết được hai phân số có tử và mẫu khác nhau là: $\frac{-3}{4}$ và $\frac{4}{-3}$.

b) Từ hai chữ số 0 và 5 ta viết được một phân số có tử và mẫu khác nhau là: $\frac{0}{5}$.

Ví dụ 6. Biểu thị các số sau đây dưới dạng phân số với đơn vị là

a) Mét: 17 cm; 9 dm;

b) Mét vuông: 23cm^2 ; 47dm^2 ;

c) Ki-lô-gam: 21g; 249g;

d) Đề-xi-mét khối: 11cm^3 ; 308cm^3 .

Hướng dẫn giải

a) $17\text{cm} = \frac{17}{100}\text{m}$; $9\text{dm} = \frac{9}{10}\text{m}$;

b) $23\text{cm}^2 = \frac{23}{10000}\text{m}^2$; $47\text{dm}^2 = \frac{47}{100}\text{m}^2$;

c) $21\text{g} = \frac{21}{1000}\text{kg}$; $249\text{g} = \frac{249}{1000}\text{kg}$;

d) $11\text{cm}^3 = \frac{11}{1000}\text{dm}^3$; $308\text{cm}^3 = \frac{308}{1000}\text{dm}^3$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1. Dùng hai chữ số 3 và 4 để viết thành phân số (mỗi chữ số chỉ được viết một lần).

Câu 2. Viết các phân số sau:

a) Ba phần bảy;

b) Âm một phần mười;

c) Mười một phần mười bảy;

d) Âm năm phần âm chín.

Câu 3. Hãy tô màu:

a) $\frac{3}{8}$ hình vuông;

b) $\frac{1}{4}$ hình tròn;

c) $\frac{1}{3}$ hình chữ nhật;

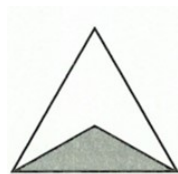
d) $\frac{2}{9}$ hình vuông.

Câu 4. Phần tô màu trong các hình vẽ sau biểu diễn phân số nào?

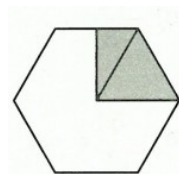
a)



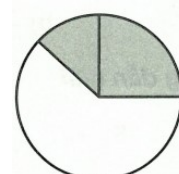
b)



c)

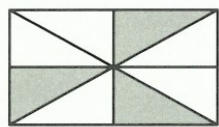


d)

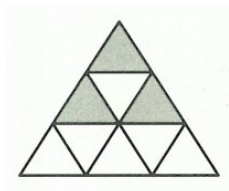


Câu 5. Phần tô màu trong các hình vẽ sau biểu diễn phân số nào?

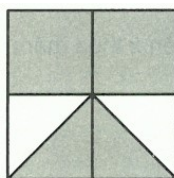
a)



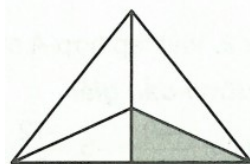
b)



c)



d)



Câu 6. Viết các phép chia sau dưới dạng phân số.

a) $(-2):7$;

b) $(-1):(-4)$;

c) $x:5$ với $x \in \mathbb{Z}$;

d) $3:y$ với $y \in \mathbb{Z}^*$.

Câu 7. Viết năm phân số có:

a) Tử dương, mẫu dương;

b) Tử âm, mẫu âm;

c) Tử dương, mẫu âm;

d) Tử âm, mẫu dương;

Câu 8. Dùng cả hai chữ số sau để viết thành phân số có tử và mẫu khác nhau.

a) 0 và (-2) ;

b) 5 và 11.

Câu 9. Cho $A = \{2;4;6\}$. Lập tất cả các phân số có tử và mẫu thuộc A , trong đó tử khác mẫu.

Câu 10. Cho $B = \{0;3;5\}$. Lập tất cả các phân số có tử và mẫu thuộc B , trong đó tử khác mẫu.

Câu 11. Biểu thị các số sau đây dưới dạng phân số với đơn vị là

a) Đề-xi-mét: 13mm; 5cm;

b) Mét: 235 mm; 37cm; 3 dm;

c) Mét vuông: 459cm^2 ; 83dm^2 ;

d) Ki-lô-gam: 39g; 573 g;

e) Mét khối: 317dm^3 ; 45dm^3 .

Câu 12. Biết rằng 1 thế kỷ = 100 năm; 1 thiên niên kỷ = 1000 năm. Hỏi:

a) 53 năm bằng mấy phần của thế kỷ? Bằng mấy phần của thiên niên kỷ?

b) 7 thế kỷ bằng mấy phần của thiên niên kỷ?

Dạng 2: Viết các số nguyên kẹp giữa hai phân số có tử là bội của mẫu

Phương pháp giải

Bước 1. Tính giá trị của các phân số đã cho dưới dạng số nguyên.

Bước 2. Tìm tất cả các số nguyên “kẹp giữa” hai số nguyên đó.

Ví dụ. Tìm các số nguyên x thỏa mãn: $\frac{-4}{2} \leq x \leq \frac{4}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\frac{-4}{2} = -2$; $\frac{4}{2} = 2$.

Tập các số nguyên thỏa mãn $-2 \leq x \leq 2$ là

$\{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tính giá trị của mỗi phân số sau:

a) $\frac{-30}{5}$; b) $\frac{-51}{17}$; c) $\frac{-75}{-3}$; d) $\frac{0}{-6}$.

Hướng dẫn giải

a) $\frac{-30}{5} = -6$; b) $\frac{-51}{17} = -3$;

c) $\frac{-75}{-3} = 25$; d) $\frac{0}{-6} = 0$.

Ví dụ 2. Viết tập hợp A các số nguyên x thỏa mãn: $\frac{-40}{8} \leq x \leq \frac{-12}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\frac{-40}{8} = -5$; $\frac{-12}{3} = -4$.

Suy ra $-5 \leq x \leq -4$ và $x \in \mathbb{Z}$. Do đó $x \in \{-5; -4\}$.

Vậy $A = \{-5; -4\}$.

Ví dụ 3. Tính tổng các số nguyên x thỏa mãn: $\frac{-8}{4} \leq x < \frac{-6}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\frac{-8}{4} = -2$; $\frac{-6}{-3} = 2$.

Suy ra $-2 \leq x < 2$ và $x \in \mathbb{Z}$. Do đó $x \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Ta có: $(-2) + (-1) + 0 + 1 = (-2) + [(-1) + 1] = -2$.

Vậy tổng các số nguyên x thỏa mãn đề bài là -2 .

Ví dụ 4. Tìm số nguyên lớn nhất thỏa mãn: $x < \frac{-36}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\frac{-36}{9} = -4$.

Suy ra $x < -4$ và $x \in \mathbb{Z}$. Do đó $x \in \{-5; -6; -7; -8; \dots\}$.

Vậy số nguyên lớn nhất thỏa mãn đề bài là $x = -5$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1. Tìm các số nguyên x thỏa mãn: $\frac{-14}{7} \leq x < \frac{30}{6}$.

Câu 2. Viết tập hợp các số nguyên x, biết rằng:

a) $\frac{-39}{3} < x \leq \frac{-28}{4}$; b) $\frac{-20}{4} \leq x \leq \frac{-16}{8}$; c) $\frac{-21}{-7} \leq x < \frac{-24}{-4}$;

Câu 3. Tính tổng các số nguyên x thỏa mãn:

$$a) \frac{-16}{4} \leq x \leq \frac{-20}{-5};$$

$$b) \frac{-18}{6} < x \leq \frac{-30}{-10}.$$

Câu 4. Tìm tích các số nguyên x thỏa mãn: $\frac{0}{5} < x \leq \frac{9}{3}$.

Câu 5. Tìm số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn: $x > \frac{12}{4}$.

Câu 6. Tìm số nguyên lớn nhất thỏa mãn: $x < \frac{-120}{12}$.

Câu 7. Tìm số nguyên x nhỏ nhất thỏa mãn: $x > \frac{-42}{7}$.

Dạng 3. Điều kiện để phân số tồn tại. Điều kiện để một biểu thức có giá trị là một số nguyên.

Phương pháp giải

- Phân số $\frac{a}{b}$ tồn tại khi $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$.

Ví dụ 1. $\frac{3}{5}$ là một phân số, còn $\frac{2}{0}$ không là phân số (vì mẫu bằng 0).

- Phân số $\frac{a}{b}$ có giá trị là một số nguyên khi $a:b$.

Ví dụ 2. Phân số $\frac{2}{n}$ có giá trị là một số nguyên khi $2:n$ hay $n \in U(2)$.

Suy ra $n \in \{\pm 1; \pm 2\}$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Trong các cách viết sau, cách viết nào cho ta phân số?

a) $\frac{0,5}{2};$

b) $\frac{-3}{0};$

c) $\frac{1}{-7};$

d) $\frac{-4,3}{3,8}.$

Hướng dẫn giải

a) $\frac{0,5}{2}$ không là một phân số (vì 0,5 không phải một số nguyên).

b) $\frac{-3}{0}$ không là một phân số (vì mẫu bằng không).

c) $\frac{1}{-7}$ là một phân số.

d) $\frac{-4,3}{3,8}$ không là một phân số (vì tử và mẫu không là số nguyên).

Ví dụ 2. Cho phân số $A = \frac{3}{n-1}$ với n là số nguyên.

a) Tìm điều kiện của n để phân số A tồn tại.

b) Tính A khi $n = 2$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để A là số nguyên.

Hướng dẫn giải

a) Để phân số A tồn tại thì $n-1 \neq 0$ hay $n \neq 1$.

b) Thay $n=2$ vào A , ta được: $A = \frac{3}{2-1} = 3$.

Vậy với $n=2$ thì $A=3$.

c) Để A là số nguyên thì $3:(n-1)$ hay $(n-1) \in U(3)$.

Mà $U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$ nên ta có bảng:

$n-1$	-1	1	-3	3
n	0	2	-2	4

Vậy $n \in \{-2; 0; 2; 4\}$ thì A là số nguyên.

Ví dụ 3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để các phân số sau có giá trị là một số nguyên.

a) $\frac{4}{2n-1}$;

b) $\frac{n-3}{7}$;

c) $\frac{n+5}{n-2}$;

d) $\frac{3n-11}{n+2}$.

Hướng dẫn giải

a) Để $\frac{4}{2n-1}$ là số nguyên thì $4:(2n-1)$ hay $(2n-1) \in U(4)$.

Mà $U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ nên ta có bảng:

$2n-1$	-1	1	-2	2	-4	4
$2n$	0	2	-1	3	-3	5
n	0	1	$-\frac{1}{2}$ (loại)	$\frac{3}{2}$ (loại)	$-\frac{3}{2}$ (loại)	$\frac{5}{2}$ (loại)

Vậy $n \in \{0; 1\}$.

b) Để $\frac{n-3}{7}$ là số nguyên thì $(n-3):7$ hay $(n-3) \in B(7)$.

Khi đó $n-3=7k$ với $k \in \mathbb{Z}$. Suy ra $n=7k+3$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $n=7k+3$ với $k \in \mathbb{Z}$ thì $\frac{n-3}{7}$ là số nguyên.

c) Để $\frac{n+5}{n-2}$ là số nguyên thì $(n+5):(n-2)$.

Ta có: $n+5=(n-2)+7$ chia hết cho $(n-2)$, suy ra $7:(n-2)$ hay

$(n-2) \in U(7)$.

Mà $U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$ nên ta có bảng:

$n-2$	-1	1	-7	7
n	1	3	-5	9

Vậy $n \in \{-5; 1; 3; 9\}$.

d) Để $\frac{3n-11}{n+2}$ là số nguyên thì $(3n-11):(n+2)$.

Ta có: $3n-11=3n+6-17=3(n+2)-17$ chia hết cho $(n+2)$,

suy ra $17:(n+2)$ hay $(n+2) \in U(17)$.

Mà $U(17)=\{\pm 1; \pm 17\}$ nên ta có bảng:

$n+2$	-1	1	-17	17
n	-3	-1	-19	15

Vậy $n \in \{-19; -3; -1; 15\}$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1. Cho phân số $B = \frac{6}{n+2}$ với $n \in \mathbb{Z}$.

- a) Tìm điều kiện của n để phân số B tồn tại. b) Tính giá trị của B khi $n = -3; n = 0; n = 5$.
c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để B là số nguyên.

Câu 2. Cho biểu thức $M = \frac{3}{n-4}$ với $n \in \mathbb{Z}$.

- a) Tìm điều kiện của n để M là một phân số. b) Tính giá trị của M nếu $n = 0; n = 1; n = 7$.
c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để M nhận giá trị nguyên.

Câu 3. Cho biểu thức $N = \frac{7}{n-2}$ với $n \in \mathbb{Z}$.

- a) Tìm điều kiện của n để N là một phân số. b) Tính giá trị của N nếu $n = 0; n = 1; n = 3$.
c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để N là một số nguyên.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để các phân số sau có giá trị nguyên:

- a) $\frac{2}{x+3}$; b) $\frac{2x+1}{5}$; c) $\frac{x-5}{x-2}$; d) $\frac{4x+10}{x+2}$.

Câu 5. Cho biểu thức $A = \frac{2x+11}{x-3}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

- a) Tìm điều kiện của x để A là phân số. b) Tính giá trị của A nếu $x = 0; x = 2$.
c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 6. Cho biểu thức $M = \frac{3n+5}{n+1}$ với n là số nguyên.

- a) Tìm điều kiện của n để M là một phân số. b) Tính giá trị của M nếu $n = 0; n = 2$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để M là số nguyên.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

Dạng 1. Viết các phân số

Câu 1.

Các phân số viết được: $\frac{3}{4}; \frac{4}{3}$.

Câu 2.

a) $\frac{3}{7}$.

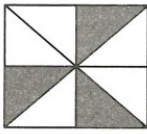
b) $\frac{-1}{10}$.

c) $\frac{11}{17}$.

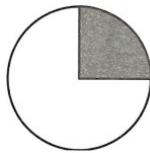
d) $\frac{-5}{-9}$.

Câu 3.

a)



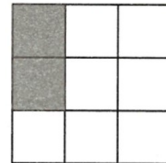
b)



c)



d)



Câu 4.

a) $\frac{2}{5}$.

b) $\frac{1}{3}$.

c) $\frac{3}{12}$.

d) $\frac{3}{8}$.

Câu 5.

a) $\frac{3}{8}$.

b) $\frac{3}{9}$.

c) $\frac{6}{8}$.

d) $\frac{1}{6}$.

Câu 6.

a) $\frac{-2}{7}$.

b) $\frac{-1}{-4}$.

c) $\frac{x}{5}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

d) $\frac{3}{y}$ với $y \in \mathbb{Z}^*$.

Câu 7.

a) Năm phân số có tử dương, mẫu dương là: $\frac{1}{3}; \frac{2}{7}; \frac{5}{11}; \frac{8}{13}; \frac{21}{22}$.

b) Năm phân số có tử âm, mẫu âm là: $\frac{-1}{-2}; \frac{-4}{-3}; \frac{-9}{-10}; \frac{-7}{-17}; \frac{-25}{-32}$.

c) Năm phân số có tử dương, mẫu âm là: $\frac{2}{-3}; \frac{1}{-5}; \frac{4}{-7}; \frac{10}{-13}; \frac{31}{-32}$.

d) Năm phân số có tử âm, mẫu dương là: $\frac{-2}{7}; \frac{-5}{8}; \frac{-4}{11}; \frac{-12}{17}; \frac{-28}{29}$.

Câu 8.

a) Vì mẫu số khác không nên từ hai chữ số 0 và -2 viết được một phân số là: $\frac{0}{-2}$.

b) Từ hai số 5 và 11 viết được hai phân số là: $\frac{5}{11}; \frac{11}{5}$.

Câu 9.

+ Từ hai chữ số 2; 4 ta lập được hai phân số: $\frac{2}{4}; \frac{4}{2}$.

+ Từ hai chữ số 2; 6 ta lập được hai phân số: $\frac{2}{6}; \frac{6}{2}$.

+ Từ hai chữ số 4; 6 ta lập được hai phân số: $\frac{4}{6}; \frac{6}{4}$.

Vậy ta lập được sáu phân số là: $\frac{2}{4}; \frac{4}{2}; \frac{2}{6}; \frac{6}{2}; \frac{4}{6}; \frac{6}{4}$.

Câu 10.

+ Từ hai chữ số 0; 3 ta lập được hai phân số: $\frac{0}{3}$.

+ Từ hai chữ số 0; 5 ta lập được hai phân số: $\frac{0}{5}$.

+ Từ hai chữ số 3; 5 ta lập được hai phân số: $\frac{3}{5}; \frac{5}{3}$.

Vậy ta lập được bốn phân số là: $\frac{0}{3}; \frac{0}{5}; \frac{3}{5}; \frac{5}{3}$.

Câu 11.

a) $13\text{mm} = \frac{13}{100}\text{dm}; 5\text{cm} = \frac{5}{10}\text{dm}.$

b) $235\text{mm} = \frac{235}{1000}\text{m}; 37\text{cm} = \frac{37}{100}\text{m}; 3\text{dm} = \frac{3}{10}\text{m}.$

c) $459\text{cm}^2 = \frac{459}{10000}\text{m}^2; 83\text{dm}^2 = \frac{83}{100}\text{m}^2.$

d) $39\text{g} = \frac{39}{1000}\text{kg}; 573\text{g} = \frac{573}{1000}\text{kg}.$

e) $317\text{dm}^3 = \frac{317}{1000}\text{m}^3; 45\text{dm}^3 = \frac{45}{1000}\text{m}^3.$

Câu 12.

a) Vì 1 thế kỷ = 100 năm nên suy ra $1\text{ năm} = \frac{1}{100}\text{ thế kỷ}.$

Suy ra $53\text{ năm} = \frac{53}{100}\text{ thế kỷ}.$

$1\text{ thiên niên kỷ} = 1000\text{ năm}$ nên $1\text{ năm} = \frac{1}{1000}\text{ thiên niên kỷ}.$

Suy ra $53\text{ năm} = \frac{53}{1000}\text{ thiên niên kỷ}.$

b) Vì 1 thế kỷ = 100 năm;

1 thiên niên kỷ = 1000 năm.

Suy ra 1 thế kỷ = $\frac{1}{10}$ thiên niên kỷ. Vậy 7 thế kỷ = $\frac{7}{10}$ thiên niên kỷ.

Dạng 2. Viết các số nguyên kẹp giữa hai phân số có tử là bội của mẫu

Câu 1.

Ta có $\frac{-14}{7} = -2; \frac{30}{6} = 5$.

Suy ra $-2 \leq x < 5$.

Vậy $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 2.

a) $\frac{-39}{3} = -13; \frac{-28}{4} = -7$. Suy ra $-13 < x \leq -7$ và $x \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{-12; -11; -10; -9; -8; -7\}$.

b) $\frac{-20}{4} = -5; \frac{-16}{8} = -2$. Suy ra $-5 \leq x \leq -2$ và $x \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{-5; -4; -3; -2\}$.

c) $\frac{-21}{-7} = 3; \frac{-24}{-4} = 6$. Suy ra $3 \leq x < 6$ và $x \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{3; 4; 5\}$.

Câu 3.

a) $\frac{-16}{4} = -4; \frac{-20}{-5} = 4$.

Ta được: $-4 \leq x \leq 4$ và $x \in \mathbb{Z}$. Suy ra $x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy tổng các số nguyên x thỏa mãn $\frac{-16}{4} \leq x \leq \frac{-20}{-5}$ bằng 0.

b) $\frac{-18}{6} = -3; \frac{-30}{-10} = 3$.

Ta được $-3 < x \leq 3$ và $x \in \mathbb{Z}$. Suy ra $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy tổng các số nguyên x thỏa mãn $\frac{-18}{6} < x \leq \frac{-30}{-10}$ bằng 3.

Câu 4.

$\frac{0}{5} = 0; \frac{9}{3} = 3$.

Ta được: $0 < x \leq 3$ và $x \in \mathbb{Z}$. Suy ra $x \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy tích các số nguyên x thỏa mãn $\frac{0}{5} < x \leq \frac{9}{3}$ là 6.

Câu 5.

$\frac{12}{4} = 3$. Suy ra $x > 3$ và $x \in \mathbb{Z}$. Do đó $x \in \{4; 5; 6; 7; \dots\}$.

Vậy số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn $x > \frac{12}{4}$ là $x = 4$.

Câu 6.

$\frac{-120}{12} = -10$. Suy ra $x < -10$ và $x \in \mathbb{Z}$. Do đó $x \in \{-11; -12; -13; \dots\}$.

Vậy số nguyên lớn nhất thỏa mãn $x < \frac{-120}{12}$ là $x = -11$.

Câu 7.

Ta có $\frac{-42}{7} = -6$.

Suy ra $x > -6$ và $x \in \mathbb{Z}$.

Do đó $x \in \{-5; -4; -3; -2; \dots\}$.

Vậy số nguyên x nhỏ nhất thỏa mãn $x > \frac{-42}{7}$ là $x = -5$.

Dạng 3. Điều kiện để phân số tồn tại. Điều kiện để một biểu thức có một giá trị là một số nguyên.

Câu 1.

a) Để phân số B tồn tại thì $n + 2 \neq 0$ suy ra $n \neq -2$.

b) Khi $n = -3$ thì $B = \frac{6}{(-3)+2} = -6$.

Khi $n = 0$ thì $B = \frac{6}{0+2} = 3$.

Khi $n = 5$ thì $B = \frac{6}{5+2} = \frac{6}{7}$.

c) Để B là số nguyên thì $6 : (n + 2)$ hay $(n + 2) \in U(6)$.

Mà $U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$ nên ta có bảng:

$n + 2$	-1	1	-2	2	-3	3	-6	6
n	-3	-1	-4	0	-5	1	-8	4

Vậy $x \in \{-8; -5; -4; -1; 0; 1; -3; 4\}$.

Câu 2.

a) Để M là một phân số thì $n - 4 \neq 0$ suy ra $n \neq 4$.

b) Nếu $n = 0$ thì $M = \frac{3}{0-4} = \frac{3}{-4}$.

Nếu $n = 1$ thì $M = \frac{3}{1-4} = -1$.

Nếu $n = 7$ thì $M = \frac{3}{7-4} = 1$.

c) Để M nhận giá trị nguyên thì $3 \mid (n-4)$ suy ra $(n-4) \in U(3)$.

Mà $U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$ nên ta có bảng:

$n-4$	-1	1	-3	3
n	3	5	1	7

Vậy $x \in \{1; 3; 5; 7\}$.

Câu 3.

a) Để N là một phân số thì $n-2 \neq 0$ suy ra $n \neq 2$.

b) • Nếu $n = 0$ thì $N = \frac{7}{0-2} = -\frac{7}{2}$.

• Nếu $n = 1$ thì $N = \frac{7}{1-2} = -7$.

• Nếu $n = 3$ thì $N = \frac{7}{3-2} = 7$.

c) Để N là một số nguyên thì $7 \mid (n-2)$ suy ra $(n-2) \in U(7)$.

Mà $U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$ nên ta có bảng:

$n-2$	-1	1	-7	7
n	1	3	-5	9

Vậy $x \in \{-5; 1; 3; 9\}$.

Câu 4.

a) $\frac{2}{x+3}$ có giá trị nguyên khi $2 \mid (x+3)$ hay $(x+3) \in U(2)$.

Mà $U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$ nên ta có bảng:

$x+3$	-1	1	-2	2
x	-4	-2	-5	-1

Vậy $x \in \{-5; -4; -2; -1\}$.

b) $\frac{2x+1}{5}$ có giá trị nguyên khi $(2x+1) \mid 5$ hay $(2x+1) \in B(5)$.

Khi đó $2x+1 = 5k$ với $k \in \mathbb{Z}$, do đó $x = \frac{5k-1}{2}$.

Vậy $x = \frac{5k-1}{2}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

c) $\frac{x-5}{x-2}$ có giá trị nguyên khi $(x-5):(x-2)$.

Ta có $x-5=(x-2)-3$ chia hết cho $(x-2)$, suy ra $3:(x-2)$ hay $(x-2) \in U(3)$.

Mà $U(3)=\{\pm 1; \pm 3\}$ nên ta có bảng:

$x-2$	-1	1	-3	3
x	1	3	-1	5

Vậy $x \in \{-1; 1; 3; 5\}$.

d) $\frac{4x+10}{x+2}$ có giá trị nguyên khi $(4x+10):(x+2)$.

Ta có $4x+10=4x+8+2=4(x+2)+2$ chia hết cho $(x+2)$, suy ra $2:(x+2) \in U(2)$.

Mà $U(2)=\{\pm 1; \pm 2\}$ nên ta có bảng:

$x+2$	-1	1	-2	2
x	-3	-1	-4	0

Vậy $x \in \{-4; -3; -1; 0\}$.

Câu 5.

a) Để A là phân số thì $x-3 \neq 0$ suy ra $x \neq 3$.

Vậy $x \neq 3$ thì A là phân số.

b) Nếu $x=0$ thì $A=\frac{2.0+11}{0-3}=\frac{11}{-3}$.

Nếu $x=2$ thì $A=\frac{2.2+11}{2-3}=\frac{15}{-1}=-15$.

c) Để A là một số nguyên thì $(2x+11):(x-3)$.

Ta có: $2x+11=2x-6+17=2.(x-3)+17$ chia hết cho $(x-3)$, suy ra $17:(x-3)$, hay $(x-3) \in U(17)$.

Mà $U(17)=\{\pm 1; \pm 17\}$ nên ta có bảng:

$x-3$	-1	1	-17	17
x	2	4	-14	20

Vậy $x \in \{-14; 2; 4; 20\}$.

Câu 6.

a) Để M là một phân số thì $n+1 \neq 0$ hay $n \neq -1$.

b) Nếu $n=0$ thì $M=\frac{3.0+5}{0+1}=5$.

Nếu $n=2$ thì $M=\frac{3.2+5}{2+1}=\frac{11}{3}$.

c) Để M là số nguyên thì $(3n+5):(n+1)$.

Ta có: $3n+5=3n+3+2=3(n+1)+2$ chia hết cho $(n+1)$, suy ra $2:(n+1)$ hay $(n+1) \in U(2)$.

Mà $U(2)=\{\pm 1; \pm 2\}$ nên ta có bảng:

$n+1$	-1	1	-2	2
n	-2	0	-3	1

Vậy $n \in \{-3; -2; 0; 1\}$.