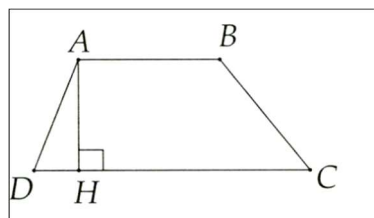


HÌNH THANG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

* *Hình thang* là tứ giác có hai cạnh đối song song.



Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$):

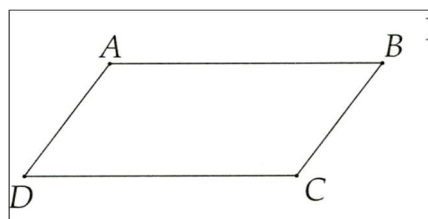
AB : đáy nhỏ

CD : đáy lớn

AD, BC : cạnh bên.

* *Nhận xét*:

- Nếu một hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau.
- Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên song song và bằng nhau.

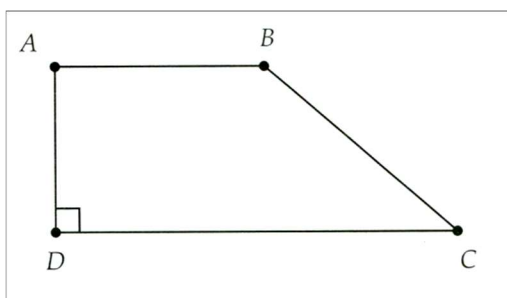


Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$):

$AD \parallel BC \Rightarrow AD = BC; AB = CD$

$AB = CD \Rightarrow AD \parallel BC; AD = BC.$

* *Hình thang vuông* là hình thang có một góc vuông.



II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

A. CÁC DẠNG BÀI MINH HỌA

Dạng 1. Tính số đo góc

Phương pháp giải: Sử dụng tính chất hai đường thẳng song song và tổng bốn góc của một tứ giác. Kết hợp các kiến thức đã học và tính chất dãy tỉ số bằng nhau, toán tổng hiệu ... để tính ra số đo các góc.

Bài 1. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\widehat{D} = 60^\circ$.

a) Tính chất

b) Biết $\frac{\widehat{B}}{\widehat{D}} = \frac{4}{5}$. Tính $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$.

Bài 2. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\widehat{A} - \widehat{D} = 20^\circ$, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. Tính các góc của hình thang.

Dạng 2. Chứng minh hình thang, hình thang vuông

Phương pháp giải: Sử dụng định nghĩa hình thang, hình thang vuông.

Bài 3. Tứ giác $ABCD$ có $BC = CD$ và DB là tia phân giác $\widehat{D}$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang và chỉ rõ cạnh đáy và cạnh bên của hình thang.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Vẽ về phía ngoài tam giác ACD vuông cân tại D . Tứ giác $ABCD$ là hình gì ? Vì sao?

Dạng 3. Chứng minh mối liên hệ giữa các cạnh, tính diện tích của hình thang, hình thang vuông

Bài 5. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB < CD$) hai tia phân giác của $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ cắt nhau ở I . Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB , CD lần lượt ở E và F .

a) Tìm các hình thang.

b) Chứng minh rằng tam giác BEI cân ở E và tam giác IFC cân ở F .

c) Chứng minh $EF = BE + CF$.

Bài 6. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = AD = 2$ cm, $DC = 4$ cm và BH vuông góc với CD tại H .

a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle HDB$.

b) Chứng minh tam giác BHC vuông cân tại H .

c) Tính diện tích hình thang $ABCD$.

HƯỚNG DẪN

Bài 1.

a) HS tự làm> Tìm được $\hat{A} = 120^\circ$

b) HS tự làm. Tìm được $\hat{B} = 48^\circ$ và $\hat{C} = 132^\circ$

Bài 2. Chú ý $\hat{A}, \hat{D}$ và $\hat{B}, \hat{C}$ là các cặp góc trong cùng phía. $\hat{A} = 100^\circ, \hat{D} = 80^\circ, \hat{B} = 120^\circ, \hat{C} = 60^\circ$

Bài 3. Chú ý tam giác CBD cân tại C. Khi đó cùng với DB là phân giác góc S ta chứng minh được $\widehat{ADB} = \widehat{CBD}$.

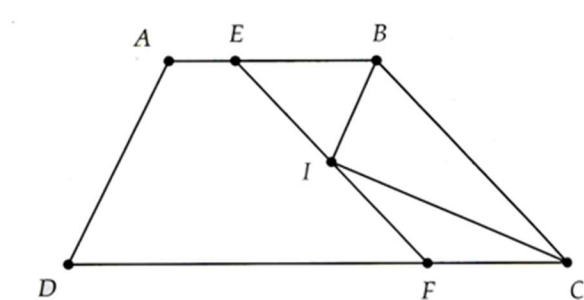
Bài 4. HS tự chứng minh tứ giác ABCD là hình thang vuông.

Bài 5.

a) HS tự tìm

b) Sử dụng các cặp góc so le trong của hai đường thẳng song song và tính chất tia phân giác.

c) Suy ra từ b)



Bài 6. HS tự chứng minh.

B. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho $\triangle ABC$. Trên tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$. Trên tia AB lấy điểm E sao cho $AE = AC$. Chứng minh tứ giác $BECD$ là hình thang

Bài 2. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Ở phía ngoài $\triangle ABC$ vẽ $\triangle BCD$ vuông cân tại B . Chứng minh tứ giác $ABDC$ là hình thang.

Bài 3. Cho tứ giác $ABCD$ có $\hat{D} = 2x + 9^\circ, \hat{A} = 8x - 9^\circ$ và góc ngoài tại đỉnh A là $\hat{A}_1 = 3x - 9^\circ$.

a) Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?

b) Phân giác của $\hat{B}$ và $\hat{C}$ cắt nhau ở I . Cho biết $\hat{B} - \hat{C} = 32^\circ$. Tính các góc của $\triangle BIC$.

Bài 4. Cho hình thang $ABCD$ có đáy AB và CD , biết $AB = 4cm$, $CD = 8cm$, $BC = 5cm$, $AD = 3cm$. Chứng minh: $ABCD$ là hình thang vuông.

Bài 5. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Biết $AB < CD$, $AD < BC$. Chứng minh :

a) $AD + BC > CD - AB$.

b) $BC - AD < CD - AB$.

Bài 6. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có M là trung điểm của BC và $\widehat{AMD} = 90^\circ$. Chứng minh: DM là phân giác của $\widehat{ADC}$.

Bài 7. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$)

a) Phân giác của $\hat{A}$ và $\hat{D}$ cắt nhau tại điểm I trên cạnh BC . Chứng minh: $AD = AB + CD$.

b) Cho $AD = AB + CD$. Chứng minh: phân giác của $\hat{A}$ và $\hat{D}$ cắt nhau tại điểm I trên cạnh BC .

HƯỚNG DẪN

Bài 1.

$$AB = AD \Rightarrow \triangle ABD \text{ cân tại } A$$

$$\Rightarrow \widehat{ABD} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2} \quad (1)$$

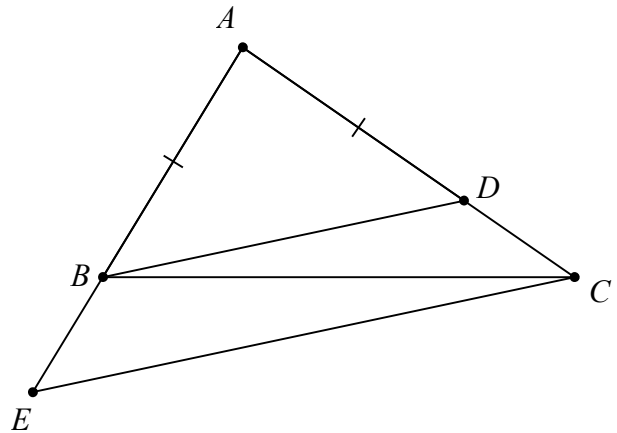
$$AE = AC \Rightarrow \triangle AEC \text{ cân tại } A$$

$$\Rightarrow \widehat{ACE} = \widehat{AEC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{ABD}$$

$$\Rightarrow BD \parallel EC$$

$$\Rightarrow BDCE \text{ là hình thang}$$



Bài 2.

$$\Delta ABC \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow \begin{cases} \widehat{BAC} = 90^\circ \\ \widehat{ABC} = 45^\circ \end{cases}$$

$$\Delta BCD \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow \widehat{BCD} = 45^\circ$$

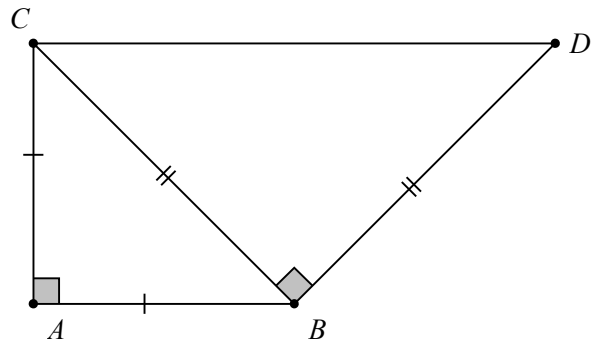
$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{BCD} (= 45^\circ)$$

$$\Rightarrow AB \parallel CD$$

$$\Rightarrow ABDC \text{ là hình thang}$$

$$\text{Mà } \widehat{BAC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow ABDC \text{ là hình thang vuông}$$



Bài 3.

$$\text{a) Ta có } \widehat{A} + \widehat{A_t} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 8x - 9^\circ + 3x - 9^\circ = 180^\circ$$

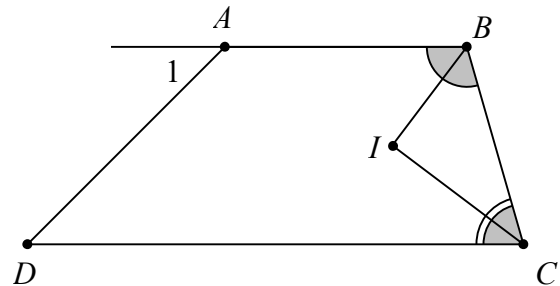
$$\Rightarrow x = 18^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{D} = 45^\circ \\ \widehat{A} = 135^\circ \\ \widehat{A_t} = 45^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{D} = \widehat{A_t}$$

$$\Rightarrow AB \parallel CD$$

$$\Rightarrow ABCD \text{ là hình thang}$$



$$\text{b) } ABCD \text{ là hình thang}$$

$$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\text{mà } \widehat{B} = \widehat{C} + 32^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{C} + 32^\circ + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{C} = 74^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B} = 106^\circ$$

$$BI \text{ là tia phân giác của } \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{IBC} = \frac{\widehat{ABC}}{2} \Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{IBC} = 53^\circ$$

$$CI \text{ là tia phân giác của } \widehat{DCB} \Rightarrow \widehat{DCI} = \widehat{ICB} = \frac{\widehat{DCB}}{2} \Rightarrow \widehat{DCI} = \widehat{ICB} = 37^\circ$$

$$\text{Xét } \triangle BIC \text{ có: } \widehat{BIC} + \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB}) = 180^\circ - (53^\circ + 37^\circ) = 90^\circ$$

Bài 4.

Qua B , kẻ $BE \parallel AD$ ($E \in DC$)

Hình thang $ABCD$ có đáy AB và

CD

$$\Rightarrow AB \parallel CD$$

$$\Rightarrow AB \parallel DE$$

$$\Rightarrow ABED \text{ là hình thang}$$

Mà $BE \parallel AD$

$$\Rightarrow AD = BE, AB = DE \text{ (theo tính chất hình thang có hai cạnh bên song song)}$$

$$\text{Mà } AD = 3\text{cm}, AB = 4\text{cm}$$

$$\Rightarrow BE = 3\text{cm}, DE = 4\text{cm}$$

$$\text{Có } DC = DE + EC, DC = 8\text{cm}, DE = 4\text{cm}$$

$$\Rightarrow EC = 4\text{cm}$$

$$\text{Có } \left. \begin{array}{l} BE^2 + CE^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \\ BC^2 = 5^2 = 25 \end{array} \right\} \Rightarrow BC^2 = BE^2 + CE^2 \Rightarrow \triangle BEC \text{ vuông tại } E \text{ (theo định lý Pytago đảo)}$$

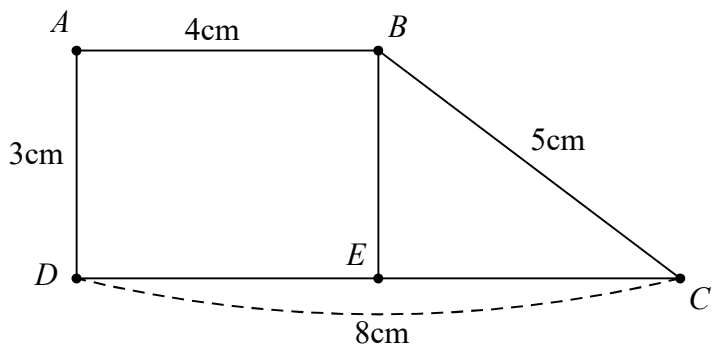
$$\Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$$

$$\text{Mà } \widehat{ADC} = \widehat{BEC} \text{ (} BE \parallel AD \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = 90^\circ$$

Mà $ABCD$ là hình thang

$$\Rightarrow ABCD \text{ là hình thang vuông}$$



Bài 5:

Qua B kẻ $BE \parallel AD$ ($E \in DC$)

Hình thang $ABCD$ có đáy AB và CD

$$\Rightarrow AB \parallel CD$$

$$\Rightarrow AB \parallel DE$$

$\Rightarrow ABED$ là hình thang

Mà $BE \parallel AD$

$\Rightarrow AD = BE$, $AB = DE$ (theo tính chất hình thang có hai cạnh bên song song)

$$\text{Có } DC = DE + EC \Rightarrow DC - DE = EC \Rightarrow DC - AB = EC \text{ (} DE = AB \text{)} \quad (1)$$

$$\text{a) Xét } \triangle BEC \text{ có } BE + BC > EC \text{ (bất đẳng thức tam giác)} \Rightarrow AD + BC > EC \text{ (} BE = AD \text{)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow AD + BC > DC - AB$$

$$\text{b) Xét } \triangle BEC \text{ có } BC - BE < EC \text{ (bất đẳng thức tam giác)} \Rightarrow BC - AD < EC \text{ (} BE = AD \text{)} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3)} \Rightarrow BC - AD < DC - AB$$

Bài 6. Gọi E là giao điểm của AB và DM

Có $AB \parallel CD$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{AEM} = \widehat{MDC} \\ \widehat{EBM} = \widehat{DCM} \end{cases}$$

Xét $\triangle BEM$ và $\triangle CDM$ có:

$$\widehat{BME} = \widehat{CMD} \text{ (2 góc đối đỉnh)}$$

$$BM = CM \text{ (M là trung điểm BC)}$$

$$\widehat{EBM} = \widehat{DCM} \text{ (so le trong)}$$

$$\Rightarrow \triangle BEM = \triangle CDM \text{ (g.c.g)}$$

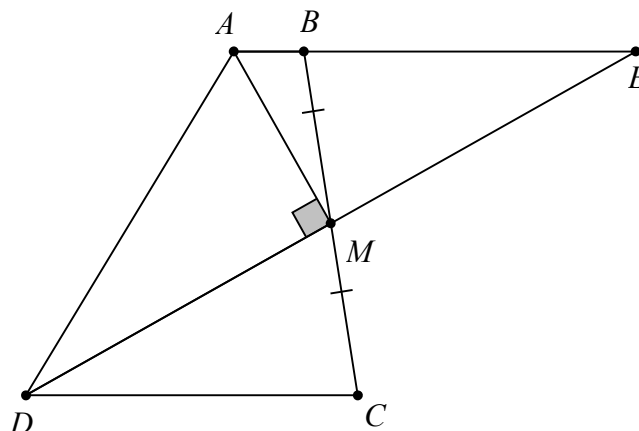
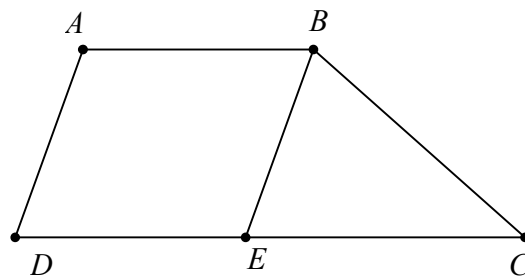
$$\Rightarrow EM = MD$$

$$\Rightarrow M \text{ là trung điểm của } ED$$

Xét $\triangle AED$ có:

$$AM \text{ là đường cao (} AM \perp DE \text{ do } \widehat{AMD} = 90^\circ \text{)}$$

$$AM \text{ là đường trung tuyến (M là trung điểm của ED)}$$



$\Rightarrow \Delta AED$ cân tại A

$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ADM}$

Mà $\widehat{AEM} = \widehat{MDC}$

$\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{CDM} (= \widehat{AEM})$

$\Rightarrow DM$ là phân giác của $\widehat{ADC}$.

Bài 7.

a) Trên cạnh AD lấy điểm E sao cho $\widehat{AIE} = \widehat{AIB}$

AI là tia phân giác của $\widehat{BAD} \Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{DAI} = \frac{\widehat{BAD}}{2}$ (1)

DI là tia phân giác của $\widehat{ADC} \Rightarrow \widehat{ADI} = \widehat{CDI} = \frac{\widehat{ADC}}{2}$ (2)

mà $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180^\circ$ ($AB \parallel CD$) (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{DAI} + \widehat{ADI} = \frac{\widehat{BAD}}{2} + \frac{\widehat{ADC}}{2} = 90^\circ$

Mà ΔAID : $\widehat{DAI} + \widehat{AID} + \widehat{ADI} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{AID} = 90^\circ$

Mà $\widehat{BIA} + \widehat{AID} + \widehat{DIC} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BIA} + \widehat{DIC} = 90^\circ$

Mà $\widehat{AIE} + \widehat{EID} = 90^\circ$ ($\widehat{AID} = 90^\circ$) và $\widehat{AIE} = \widehat{AIB}$

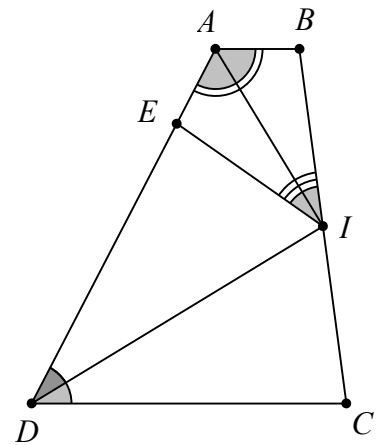
$\Rightarrow \widehat{DIE} = \widehat{DIC}$

Xét ΔAIE và ΔAIB có:

$\widehat{EAI} = \widehat{BAI}$

AI chung

$\widehat{AIE} = \widehat{AIB}$



$$\Rightarrow \Delta AEI = \Delta BAI (g.c.g)$$

$$\Rightarrow AE = BD \quad (4)$$

$$\text{Chứng minh tương tự có } \Delta DEI = \Delta DCI (g.c.g) \Rightarrow DE = DC \quad (5)$$

$$\text{Mà } AD = AE + DE \quad (6)$$

$$\text{Từ (4), (5) và (6) } \Rightarrow AD = AB + DC$$

b) Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow BI = CI$

Gọi H là giao điểm của DI và AB

Xét ΔBIH và ΔCID có:

$$\widehat{BIH} = \widehat{CID} \quad (2 \text{ góc đối đỉnh})$$

$$BI = CI$$

$$\widehat{IBH} = \widehat{ICD} \quad (AB \parallel CD)$$

$$\Rightarrow \Delta BIH = \Delta CID (g.c.g)$$

$$\Rightarrow BH = CD$$

$$\Rightarrow AB + BH = AB + CD$$

$$\Rightarrow AH = AD$$

$$\Rightarrow \Delta AHD \text{ cân tại } A$$

$$\Rightarrow \widehat{ADI} = \widehat{AHD} \text{ Mà } \widehat{AHD} = \widehat{IDC} \quad (AB \parallel CD)$$

$$\Rightarrow \widehat{ADI} = \widehat{IDC}$$

$$\Rightarrow DI \text{ là tia phân giác của } \widehat{ADC}$$

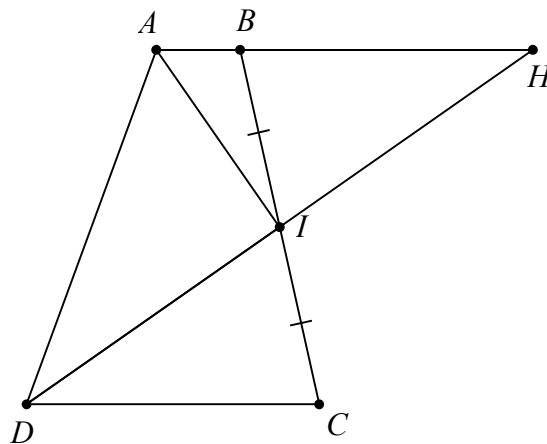
$$\text{Có } ID = IC \quad (\Delta BIH = \Delta CID)$$

$$\Rightarrow I \text{ là trung điểm của } DH$$

$$\Rightarrow AI \text{ là đường trung tuyến của } \Delta ADH$$

$$\text{Mà } \Delta AHD \text{ cân tại } A$$

$$\Rightarrow AI \text{ là tia phân giác của } \widehat{DAB}.$$



===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====