

LƯ SĨ PHÁP

I Love Math

HÌNH HỌC 9



CHƯƠNG

I

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

0916620899

lsp02071980@gmail.com

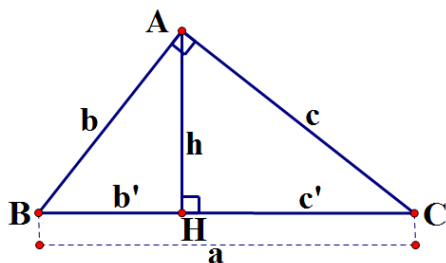
CHƯƠNG I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

---0o0---

§1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Quy ước



Cho ΔABC vuông tại A, có đường cao AH.

Cạnh huyền $BC = a$

Cạnh góc vuông $AB = b$; $AC = c$

Hình chiếu của cạnh AB trên BC là

$BH = b'$

Hình chiếu của cạnh AC trên BC là

$CH = c'$

Đường cao $AH = h$

1. Hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền

Định lí 1.

Trong một tam giác vuông, bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và hình chiếu của cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền

Tức là: ① $AB^2 = BC.BH$ hay $b^2 = ab'$

② $AC^2 = BC.CH$ hay $c^2 = ac'$

Định lí Py – ta – go

Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương của hai cạnh góc vuông

Tức là: ③ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ hay $a^2 = b^2 + c^2$

2. Một số hệ thức liên quan tới đường cao

Định lí 2.

Trong một tam giác vuông, bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tích hai hình chiếu của hai cạnh của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền

Tức là: ④ $AH^2 = BH.HC$ hay $h^2 = b'.c'$

Định lí 3.

Trong một tam giác vuông, tích hai cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và đường cao tương ứng

Tức là: ⑤ $AB.AC = BC.AH$ hay $b.c = a.h$

Định lí 4.

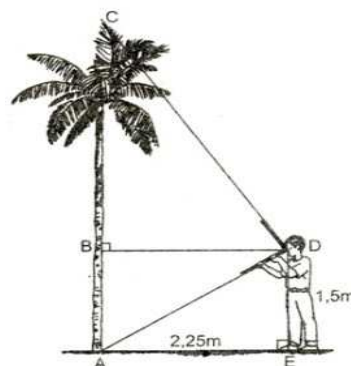
Trong một tam giác vuông, nghịch đảo của bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tổng các nghịch đảo của bình phương hai cạnh góc vuông.

Tức là: ⑥ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ hay $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

B. BÀI TẬP

Bài 1.

Tính chiều cao của cây trong hình bên, biết rằng người đo đứng cách cây 2,25m và khoảng cách từ mắt người đo đến mặt đất là 1,5m.



HD Giải

Xét tam giác ACD vuông tại D có đường cao BD và $AB = 1,5m$

Ta có: $BD^2 = AB \cdot BC \Leftrightarrow (2,25)^2 = 1,5 \cdot BC \Rightarrow BC = 3,375m$

Vậy chiều cao của cây là $AC = AB + BC = 1,5 + 3,375 = 4,875m$

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 6cm$, $AC = 8cm$. Tính độ dài cạnh huyền và đường cao AH .

HD Giải

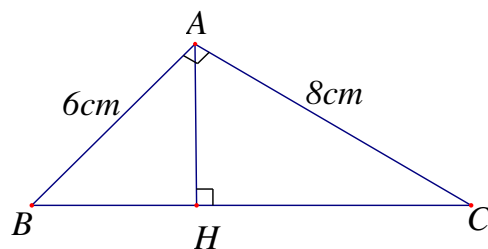
Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

Suy ra: $BC = 10cm$

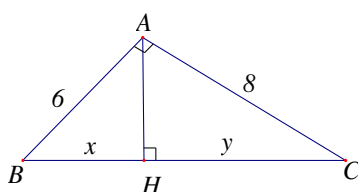
$$\text{Ta lại có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{AB^2 AC^2}{AB^2 + AC^2}}$$

$$\text{Vậy } AH = \sqrt{\frac{6^2 \cdot 8^2}{6^2 + 8^2}} = 4,8cm$$

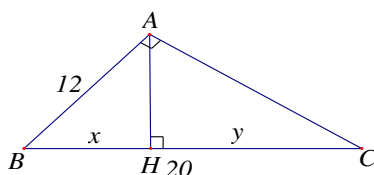


Bài 3. Hãy tìm x và y trong mỗi hình sau

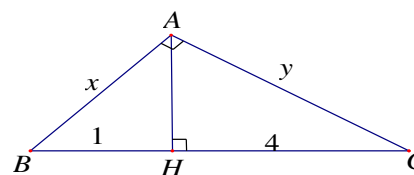
a)



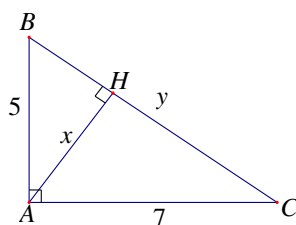
b)



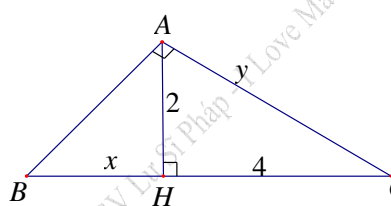
c)



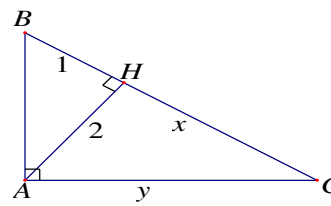
d)



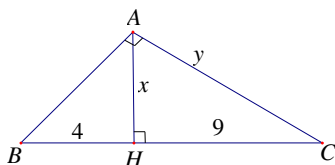
e)



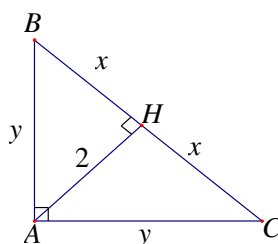
f)



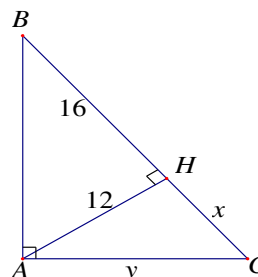
g)



h)



k)



Bài 4. Trong một tam giác vuông với các cạnh góc vuông có độ dài là 3 và 4, kẻ đường cao ứng với cạnh huyền. Tính độ dài đường cao và các đoạn thẳng mà nó định ra trên cạnh huyền.

Bài 5. Đường cao của tam giác vuông chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài là 1 và 2. Tính các cạnh góc vuông của tam giác này.

Bài 6. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi I là một điểm cố định giữa A và B . Tia DI và CB cắt nhau tại K . Kẻ đường thẳng qua D vuông góc với DI và cắt BC tại L . Chứng minh rằng

a) Tam giác DIL là tam giác cân

b) Tổng $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$ không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB .

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Hãy tính lần lượt độ dài các đoạn BH , CH , AH , AC nếu biết:

a. $AB = 6cm$; $BC = 10cm$.

b. $AB = 20cm$; $BC = 25cm$.

c. $AB = 12cm; BC = 13cm.$

d. $AB = \sqrt{3}cm; BC = 2cm.$

e. $AB = 5cm; BC = 1dm.$

f. $AB = 2\sqrt{2}cm; BC = 4cm.$

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Hãy tính lần lượt độ dài các đoạn BC, AH, BH, CH nếu biết:

a. $AB = 3cm; AC = 4cm.$

b. $AB = 12cm; AC = 9cm.$

c. $AB = 12cm; AC = 5cm.$

d. $AB = \sqrt{2}cm; AC = \sqrt{2}cm.$

e. $AB = \sqrt{3}cm; AC = 1cm.$

6. $AB = 3a; AC = 4a$ (với a là độ dài cho trước, $a > 0$).

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Hãy tính lần lượt độ dài các đoạn AH, BC, AB, AC nếu biết:

a. $BH = 9cm; CH = 16cm.$

b. $BH = \sqrt{2}cm; CH = \sqrt{2}cm.$

c. $BH = 1cm; CH = 3cm.$

d. $BH = 25cm; CH = 144cm.$

e. $BH = 16a; CH = 9a$ (với a là độ dài cho trước, $a > 0$).

f. $BH = 144a, CH = 25a$ (với a là độ dài cho trước, $a > 0$).

Bài 4. Cho tam giác DEF vuông tại D có DI là đường cao. Tính độ dài DI nếu biết:

a. $DE = 15cm, DF = 20cm.$

b. $DE = 1cm, DF = 1cm.$

c. $DE = 7cm, DF = 24cm.$

d. $DE = 12cm, EF = 15cm.$

e. $DF = \sqrt{3}cm, EF = 2cm.$

f. $EI = 9cm, EF = 25cm.$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Hãy điền các số thích hợp vào ô trống. (Sử dụng máy tính bỏ túi để làm tròn các kết quả đến chữ số hàng phần trăm).

AB	AC	BC	AH	BH	CH
3	4				
5	12				
7	24				
9	40				
	20	29			
	60	61			
	84	85			
				9	16
				3,2	1,8
				1,96	23,04

Bài 6. Giả sử tam giác ABC không có góc tù. Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông nếu biết:

a. $AB = 6cm, AC = 8cm, BC = 10cm.$

b. $AB = 15cm, AC = 20cm, AH = 12cm.$

c. $AH = 12cm, BH = 16cm, CH = 9cm.$

d. $AH = 30cm, BH = 36cm, CH = 25cm.$

e. $AB = 2cm, BH = 1cm, BC = 4cm.$

f. $AC = 24cm, BH = 1,96cm, BC = 25cm.$

§2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

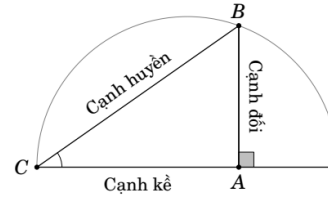
1. Khái niệm tỉ số lượng giác của một góc nhọn

a. Mở đầu

Cho tam giác ABC vuông tại A . Xét góc nhọn B của nó.

Cạnh AB được gọi là cạnh kề của góc B

Cạnh AC được gọi là cạnh đối của góc B

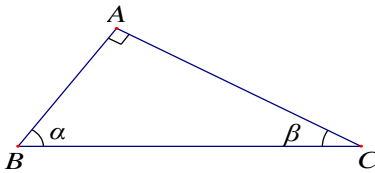


b. Định nghĩa

Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là sin của góc α , kí hiệu là $\sin \alpha$		$\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cosin của góc α , kí hiệu là $\cos \alpha$		$\cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tang của góc α , kí hiệu là $\tan \alpha$		$\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là cotang của góc α , kí hiệu là $\cot \alpha$ ($\cot \alpha$)		$\cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

a. Định lí: Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia



Cho tam giác ABC vuông tại A . Ta có: α, β là hai góc phụ nhau.

$$\sin \alpha = \cos \beta \quad \cos \alpha = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta \quad \cot \alpha = \tan \beta$$

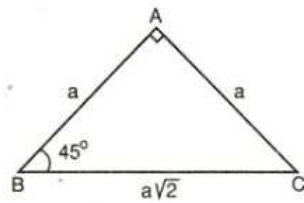
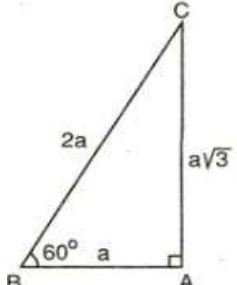
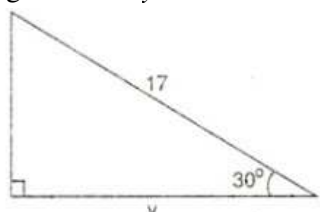
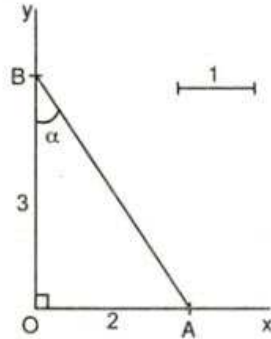
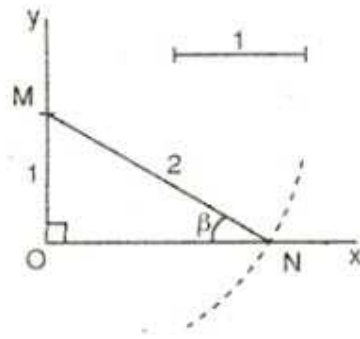
b. Bảng giá trị lượng giác các đặc biệt

α	0°	30°	45°	60°	90°
TSLG	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$
$\cot \alpha$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

c. Tỉ số lượng giác của góc nhọn: $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1$. Ta có:

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

B. BÀI TẬP

Bài 1. Tìm tỉ số lượng giác của góc B.  HD Giải	Ta có: $\sin \hat{B} = \sin 45^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos \hat{B} = \cos 45^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan \hat{B} = \tan 45^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{a} = 1$ $\cot \hat{B} = \cot 45^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a} = 1$
Bài 2. Tìm tỉ số lượng giác của góc B.  HD Giải	Ta có: $\sin \hat{B} = \sin 60^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos \hat{B} = \cos 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$ $\tan \hat{B} = \tan 60^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$ $\cot \hat{B} = \cot 60^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
Bài 3. Trong hình tìm y 	HD Giải Ta có: $\cos 30^\circ = \frac{y}{17} \Rightarrow y = 17 \cdot \cos 30^\circ = \frac{17\sqrt{3}}{2} \approx 14,7$
Bài 4. Dựng góc nhọn α biết $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ HD Giải Dựng góc vuông xOy. Trên tia Ox, lấy điểm A sao cho $OA = 2$ Trên tia Oy, lấy điểm B sao cho $OB = 3$ Suy ra góc $\widehat{OBA} = \alpha$. Thật vậy, ta có: $\tan \alpha = \tan \widehat{BOA} = \frac{OA}{OB} = \frac{2}{3}$	
Bài 5. Dựng góc nhọn β biết $\sin \beta = \frac{1}{2}$ HD Giải Dựng góc vuông xOy. Trên tia Oy, lấy điểm M sao cho $OM = 1$ Trên tia Ox, lấy điểm N sao cho $MN = 2$ Suy ra góc $\widehat{MNO} = \beta$. Thật vậy, ta có: $\sin \beta = \sin \widehat{MNO} = \frac{OM}{MN} = \frac{1}{2}$	

Bài 6. Vẽ một tam giác vuông có một góc nhọn 34° rồi viết các tỉ số lượng giác của góc 34° .

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại C , trong đó $AC = 0,9m, BC = 1,2m$. Tính các tỉ số lượng giác của

góc B , từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A .

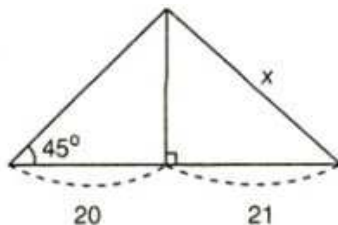
Bài 8. Dùng góc nhọn α , biết

- a) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ b) $\cos \alpha = 0,6$ c) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ d) $\cot \alpha = \frac{3}{2}$

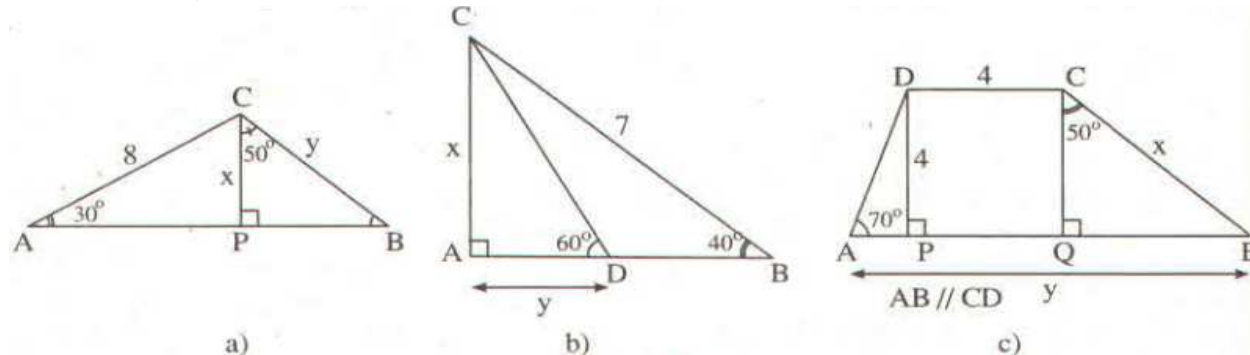
Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $\cos B = 0,8$, hãy tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Bài 10. Cho tam giác vuông có một góc 60° và cạnh huyền có độ dài là 8. Hãy tính độ dài của cạnh đối diện với góc 60°

Bài 11. Tìm x trong hình bên



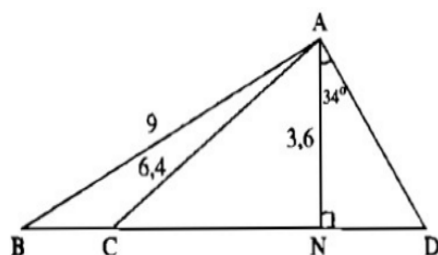
Bài 12. Tìm $x; y$ trong các hình sau:



Bài 13. Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường cao AH . Tính $\sin B$ và $\sin C$ trong mỗi trường hợp sau:

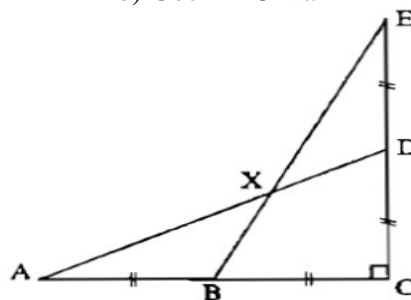
- a) $AB = 13; BH = 5$. b) $BH = 3; CH = 4$.

Bài 14. Cho hình vẽ. Biết $AB = 9cm$; $AC = 6,4cm$; $AN = 3,6cm$; $\widehat{AND} = 90^\circ$ và $\widehat{DAN} = 34^\circ$. Hãy tính: Độ dài đoạn CN ; AD ; Góc $\widehat{ABN}$ và $\widehat{CAN}$.



Bài 15. Cho hình vẽ bên. Biết $AB = BC = CD = DE = 2cm$. Hãy tính:

- a) Độ dài đoạn AD và BE b) Góc $\widehat{DAC}$ và $\widehat{BXD}$



Bài 16. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 6cm$, $AC = 8cm$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B . Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc C .

Bài 17. Tìm $\sin \alpha, \cot \alpha, \tan \alpha$ biết $\cos \alpha = \frac{1}{5}$.

Bài 18. Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{C} = 30^\circ$ và $BC = 10\text{cm}$

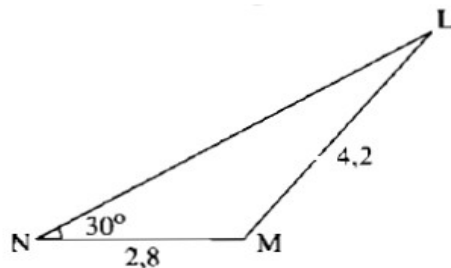
a) Tính độ dài đoạn AB, AC

b) Kẻ từ A các đường thẳng AM, AN lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc B . Chứng minh $MN = AB$.

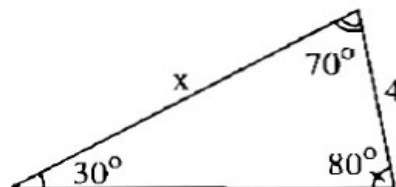
c) Chứng minh hai tam giác MAB và ABC đồng dạng. Tìm tỉ số đồng dạng.

Bài 19. Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 30\text{cm}$, $\widehat{B} = \alpha$, $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. Tính cạnh BC và AC .

Bài 20. Tính $\sin L$ trong hình dưới



Bài 21. Tìm x trong hình dưới

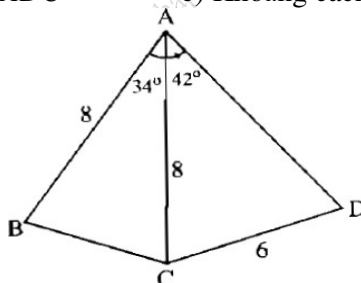


Bài 22. Trong hình bên. Hãy tính

a) Độ dài cạnh BC

b) góc $\widehat{ADC}$

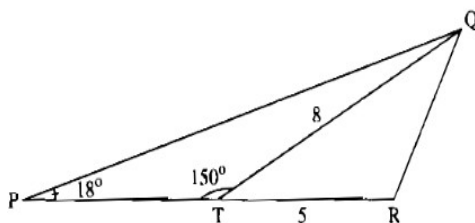
c) Khoảng cách từ điểm B đến cạnh AD



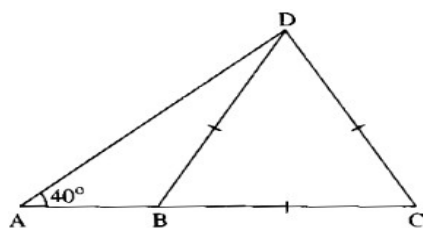
Bài 23. Trong hình bên. Hãy tính

a) Độ dài cạnh PT

b) Diện tích tam giác PQR



Bài 24. Trong hình bên dưới, cho tam giác BCD là tam giác đều cạnh 5cm và góc $\widehat{DAB} = 40^\circ$. Hãy tính AD và AB .



Bài 25. Cho tam giác ABC có $BC = 12\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$ và $\widehat{C} = 40^\circ$. Tính:

a) Đường cao CH và cạnh AC .

b) Diện tích tam giác ABC .

Bài 26. Tính giá trị biểu thức:

a) $A = \cos^2 52^\circ \cdot \sin 45^\circ + \sin^2 52^\circ \cdot \cos 45^\circ$

b) $B = \tan 60^\circ \cdot \cos^2 47^\circ + \sin^2 47^\circ \cdot \cot 30^\circ$

Bài 27. Tìm $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$

Bài 28. Không dùng máy tính hoặc bảng số, hãy tính:

a) $A = \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 60^\circ + \cos^2 70^\circ$

b) $B = \sin^2 5^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 85^\circ$

c) $C = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \tan 4^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$.

Bài 29. Cho tam giác ABC vuông tại A . Đặt $\widehat{ABC} = x$ với $0^\circ < x < 90^\circ$. Chứng minh rằng:

a. $\sin x = \cos(90^\circ - x)$.

b. $\cos x = \sin(90^\circ - x)$

c. $\tan x = \cot(90^\circ - x)$.

d. $\cot x = \tan(90^\circ - x)$.

Bài 30. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $2a$ với $a > 0$ và đường cao AH .

a. Tính BH , AH theo a .

b. Tính tỉ số lượng giác của góc 30° và góc 60° .

Bài 31. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a$ với $a > 0$.

a. Tính AB và AC theo a .

b. Tính tỉ số lượng giác của góc 45° .

Bài 32. Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính tỉ số lượng giác của góc B và góc C nếu biết:

a. $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$.

b. $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$.

c. $AC = 5\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$.

d. $AB = 5\text{cm}$, $BC = 1\text{dm}$.

e. $AC = \sqrt{2}\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$.

f. $AB = 3\sqrt{3}\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$.

Bài 33. Tính các tỉ số lượng giác của các góc sau (Sử dụng máy tính bỏ túi để làm tròn các kết quả đến chữ số hàng phần nghìn)

a. $\sin 1^\circ$, $\sin 23^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 67^\circ$, $\sin 89^\circ$.

b. $\cos 1^\circ$, $\cos 23^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\cos 67^\circ$, $\cos 89^\circ$.

c. $\tan 1^\circ$, $\tan 23^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\tan 67^\circ$, $\tan 89^\circ$.

d. $\cot 1^\circ$, $\cot 23^\circ$, $\cot 45^\circ$, $\cot 67^\circ$, $\cot 89^\circ$.

Bài 34. Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy điền các số thích hợp vào ô trống (Sử dụng máy tính bỏ túi để làm tròn các kết quả đến chữ số hàng phần trăm và đổi kết quả đo góc sang độ, phút, giây)

AB	AC	BC	Góc B	Góc C
3	4			
5	12			
$\sqrt{2}$		2		
$\sqrt{3}$			30°	
	20			40°
1			15°	
	5			18°
		30	54°	
		100	$22^\circ 30'$	
2				$7^\circ 30'$

Bài 35. Cho tam giác ABC vuông tại A . Đặt $\widehat{ABC} = x$ với $0^\circ < x < 90^\circ$. Chứng minh rằng:

a. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

b. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$;

c. $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$;

d. $\tan x \cdot \cot x = 1$.

e. $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$;

f. $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$.

Bài 36. Tính giá trị các biểu thức sau:

a. $A = \sin 23^\circ - \cos 67^\circ$.

b. $B = \cos 34^\circ - \sin 56^\circ$.

c. $C = \tan 18^\circ - \cot 72^\circ$.

d. $D = \cot 36^\circ - \tan 54^\circ$.

Bài 37. Tính giá trị các biểu thức sau:

a. $A = \sin 10^\circ + \sin 40^\circ - \cos 50^\circ - \cos 80^\circ$.

b. $B = \cos 15^\circ + \cos 35^\circ - \sin 55^\circ - \sin 75^\circ$.

c. $C = \frac{\tan 27^\circ \cdot \tan 63^\circ}{\cot 63^\circ \cdot \cot 27^\circ}$.

d. $D = \frac{\cot 20^\circ \cot 45^\circ \cot 70^\circ}{\tan 20^\circ \tan 45^\circ \tan 70^\circ}$.

Bài 38. Tính giá trị các biểu thức sau:

a. $A = \sin^2 22^\circ + \cos^2 22^\circ$

b. $B = \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ$.

c. $C = \cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ$.

d. $D = \tan 15^\circ \cdot \cot 15^\circ$.

e. $E = \tan 18^\circ \cdot \tan 72^\circ$.

f. $F = \cot 16^\circ \cdot \cot 74^\circ$.

Bài 39. Tính giá trị các biểu thức sau:

a. $A = \sin^2 15^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 75^\circ$.

b. $B = \cos^2 15^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 75^\circ$.

c. $C = \tan 15^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ \cdot \tan 75^\circ$.

d. $D = \cot 15^\circ \cdot \cot 35^\circ \cdot \cot 55^\circ \cdot \cot 75^\circ$.

Bài 40. Cho x là góc nhọn.

a. Tính $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$ nếu biết $\sin x = \frac{3}{5}$.

b. Tính $\sin x$, $\tan x$, $\cot x$ nếu biết $\cos x = \frac{12}{13}$.

c. Tính $\sin x$, $\cos x$, $\cot x$ nếu biết $\tan x = \sqrt{3}$.

d. Tính $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ nếu biết $\cot x = 1$.

Bài 41. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các tỉ số lượng giác sau:

a. $\sin 15^\circ$, $\sin 30^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\sin 75^\circ$.

b. $\cos 15^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\cos 75^\circ$.

c. $\tan 15^\circ$, $\tan 30^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\tan 60^\circ$, $\tan 75^\circ$.

d. $\cot 15^\circ$, $\cot 30^\circ$, $\cot 45^\circ$, $\cot 60^\circ$, $\cot 75^\circ$.

Bài 42. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các tỉ số lượng giác sau:

a. $\sin 11^\circ$, $\sin 33^\circ$, $\cos 55^\circ$, $\cos 77^\circ$.

b. $\tan 22^\circ$, $\tan 44^\circ$, $\cot 66^\circ$, $\cot 88^\circ$.

c. $\sin 15^\circ$, $\cos 80^\circ$, $\tan 25^\circ$, $\cot 75^\circ$.

d. $\sin 10^\circ$, $\cos 10^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\cot 33^\circ$.

Bài 43. Cho $0^\circ < x < 90^\circ$. Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$.

b. $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$.

c. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \cos^2 x$.

d. $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.

e. $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x}$.

f. $\frac{\sin x + \cos x - 1}{1 - \cos x} = \frac{2 \cos x}{\sin x - \cos x + 1}$.

Bài 44. Cho $0^\circ < x < 90^\circ$. Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$.

b. $\cot^2 x - \cos^2 x = \cot^2 x \cdot \cos^2 x$.

c. $\frac{1}{\tan x + 1} + \frac{1}{\cot x + 1} = 1$.

d. $\frac{\cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{1 + \cot^2 x}{1 - \cot^2 x}$.

e. $\left(\sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} - \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} \right)^2 = 4 \tan^2 x$.

f. $\left(\sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} - \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right)^2 = 4 \cot^2 x$.

Bài 45. Cho $0^\circ < x < 90^\circ$. Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:

a. $A = \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \sin^2 x$.

b. $B = \cos^4 x - \sin^4 x + 2 \cos^2 x$.

c. $C = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$.

d. $D = \sin^6 x + \cos^6 x - 2 \sin^4 x - \cos^4 x + \sin^2 x$.

e. $E = \sin^6 x + \cos^6 x + \sin^4 x + \cos^4 x + 5 \sin^2 x \cos^2 x$.

f. $F = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$.

Bài 46. Tính giá trị các biểu thức sau:

a. $A = (\sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \sin 3^\circ + \dots + \sin 88^\circ + \sin 89^\circ) - (\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 88^\circ + \cos 89^\circ)$

b. $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 87^\circ \cdot \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$.

c. $C = \cot 1^\circ \cdot \cot 2^\circ \cdot \cot 3^\circ \dots \cot 87^\circ \cdot \cot 88^\circ \cdot \cot 89^\circ$.

d. $D = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ$

e. $E = \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 87^\circ + \cos^2 88^\circ + \cos^2 89^\circ$

Bài 47. Tính kết quả của biểu thức

a) $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 80^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 60^\circ$.

b) $B = \cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ$

c) $C = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$.

d) $D = \cos 45^\circ \cdot \cos^2 23^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos^2 67^\circ$.

e) $E = \frac{\tan 64^\circ}{\cot 26^\circ} - 1$

Bài 49. a) Biết $\cos x = \frac{1}{2}$, tính $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

b) Cho góc nhọn β mà $\sin \beta = \frac{1}{4}$. Tính $\cos \beta$ và $\tan \beta$

c) Cho góc α mà $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$. Tính $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$.

d) Cho $\tan x = 2\sqrt{2}$. Tính $\sin x$ và $\cos x$.

GV Lư Sĩ Pháp - I Love Math

§3. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Các hệ thức

Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AB = c$ và $AC = b$

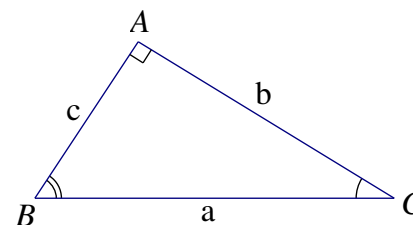
Định lý: Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- a) Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cos góc kề
b) Cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với cotang góc kề

Nghĩa là:

$$\textcircled{1} b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C \quad \textcircled{2} c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$$

$$\textcircled{3} b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C \quad \textcircled{4} c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$$



2. Các công thức tính diện tích:

a) Tam giác:

$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$ h_a, h_b, h_c các đường cao tương ứng	$S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \cdot \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$
$S = pr$; $p = \frac{a+b+c}{2}$; $S = \frac{abc}{4R}$ p : nửa chu vi; r, R : bán kính đường tròn nội, ngoại tiếp tam giác	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ Công thức Hê-rông
ΔABC đều, cạnh a : $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, đường cao $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	ΔABC vuông tại A : $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH$

b) Hình vuông: $S = a^2$ (a : cạnh hình vuông)

c) Hình chữ nhật: $S = a \cdot b$ (a, b : hai kích thước)

d) Hình bình hành: $S = \text{đáy} \times \text{cao} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD}$

e) Hình thoi: $S = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$

f) Hình thang: $S = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h$ (a, b : hai đáy, h : chiều cao)

g) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc ($AC \perp BD$): $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$

Lưu ý:

- Trong một tam giác vuông, nếu cho biết trước hai cạnh hoặc một cạnh và một góc nhọn thì ta sẽ tìm được tất cả các cạnh và góc còn lại của nó.

- Bài toán đặt ra như vậy gọi là bài toán “Giải tam giác vuông”

B. BÀI TẬP

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 5, AC = 8$. Hãy giải tam giác vuông ABC .

HD Giải

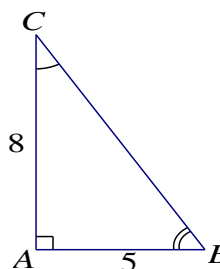
Áp dụng định lý Py-ta-go, ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 8^2} \approx 9,434$$

Ta lại có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{8} = 0,625 \Rightarrow \widehat{C} \approx 32^\circ$$

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} \approx 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$



Bài 2. Cho tam giác OPQ vuông tại O , có $\widehat{P} = 36^\circ, PQ = 8$. Hãy giải tam giác vuông OPQ

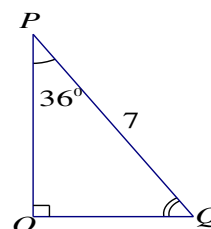
HD Giải

Ta có: $\hat{P} + \hat{Q} = 90^\circ \Rightarrow \hat{Q} = 90^\circ - \hat{P} = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có:

$$OP = PQ \cdot \sin \hat{Q} = 7 \cdot \sin 54^\circ \approx 5,663$$

$$OQ = PQ \cdot \sin \hat{P} = 7 \cdot \sin 36^\circ \approx 4,114$$



Bài 3. Cho tam giác LMN vuông tại L , có $\hat{M} = 51^\circ$, $LM = 2,8$. Hãy giải tam giác vuông LMN

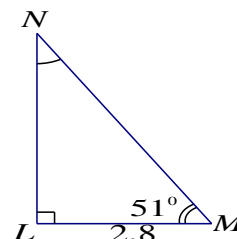
HD Giải

Ta có: $\hat{N} = 90^\circ - \hat{M} = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$

Theo hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có:

$$LN = LM \cdot \tan \hat{M} = 2,8 \cdot \tan 51^\circ \approx 3,458$$

$$MN = \frac{LM}{\cos 51^\circ} \approx \frac{2,8}{0,6293} \approx 4,449$$



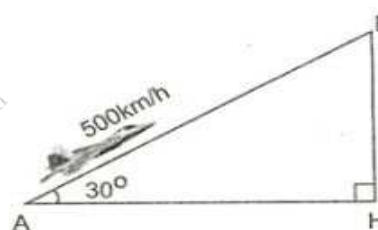
Bài 4. Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 500 km/h . Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Hỏi sau 1,2 phút máy bay lên cao được bao nhiêu kilômét theo phương thẳng đứng?

HD Giải

Ta có: 1,2 phút = $\frac{1}{50}$ giờ

$$\text{Đoạn đường } AB = \frac{500}{50} = 10 \text{ km}$$

$$\text{Do đó: } BH = AB \sin \hat{A} = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ km}$$



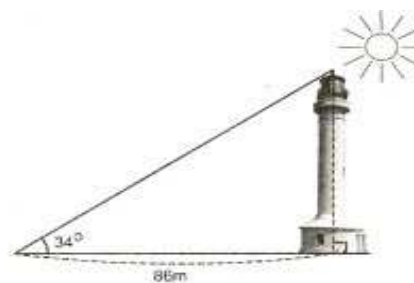
Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Giải tam giác ABC , biết:

- a) $b = 10 \text{ cm}$, $\hat{C} = 30^\circ = 30^\circ$; b) $a = 20 \text{ cm}$, $\hat{B} = 35^\circ = 35^\circ$; c) $a = 15 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$;
d) $b = 12 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$. e) $c = 10 \text{ cm}$, $\hat{C} = 45^\circ$; f) $a = 11 \text{ cm}$, $\hat{C} = 60^\circ$

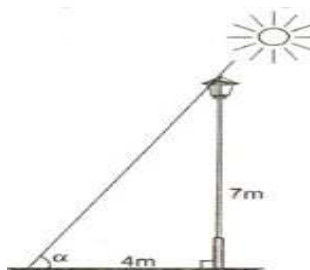
Bài 6. Cho tam giác ABC có $BC = 11 \text{ cm}$, $\hat{ABC} = 38^\circ$ và $\hat{ACB} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC . Hãy tính:

- a) Độ dài đoạn thẳng AN ; b) Độ dài đoạn thẳng AC . (Kẻ BK vuông góc với AC)

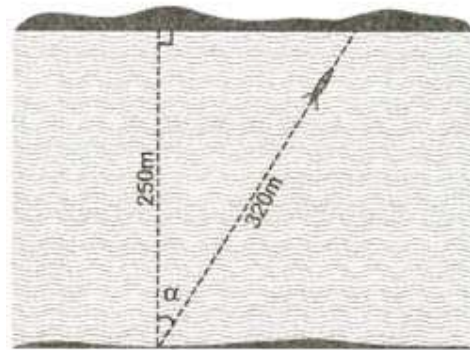
Bài 7. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 34° và bóng của một tháp trên mặt nước dài 86 m . Tính chiều cao của tháp



Bài 8. Một cột đèn cao 7 m có bóng trên mặt đất dài 4 m . Hãy tính góc (làm tròn đến phút) mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất góc α .



Bài 9. Một khúc sông rộng khoảng $250m$. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng $320m$ mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc α bằng bao nhiêu độ?



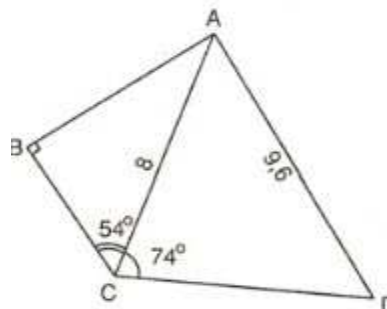
Bài 10. Trong hình bên, có $AC = 8cm$,

$AD = 9,6cm$, $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $\widehat{ACB} = 54^\circ$ và

$\widehat{ACD} = 74^\circ$. Hãy tính:

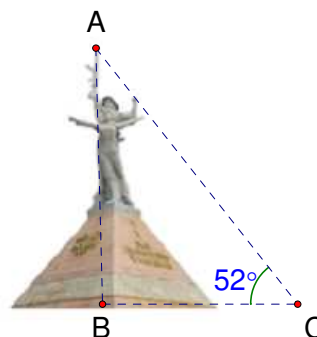
a) Độ dài AB

b) Góc $\widehat{ADC}$

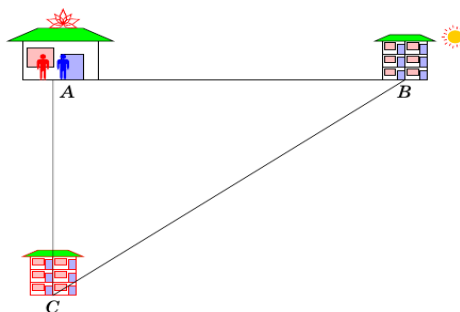


Bài 11. Tượng đài chiến thắng là một công trình kiến trúc độc đáo được thi công nhằm kỷ niệm ngày giải phóng thị xã Long Khánh, ngày 21 – 4 – 1975 thể hiện ý chí quyết thắng của quân và dân ta.

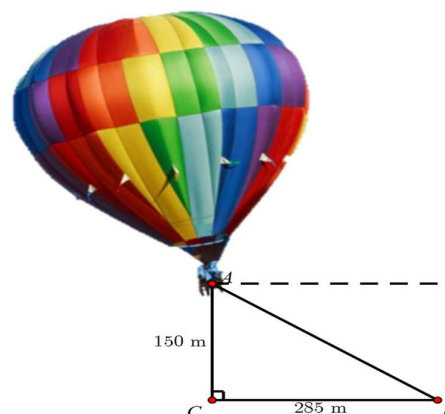
Em hãy tính chiều cao của công trình này biết rằng khi tia nắng của mặt trời tạo với mặt đất một góc 52° thì bóng của nó trên mặt đất là $16m$. (Giả sử chu vi mặt đáy của khối chóp tam giác không đáng kể)



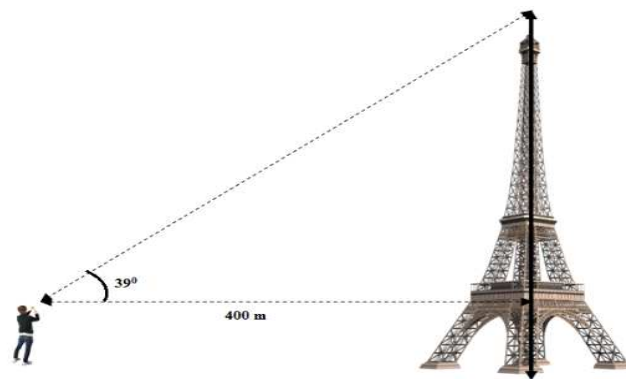
Bài 12. Hằng ngày hai anh em An và Bình cùng đi bộ từ nhà ở A để đến trường. Trường của An ở vị trí B , trường của Bình ở vị trí C theo hai hướng vuông góc với nhau. An đi với vận tốc $4km/h$ và đến trường sau 15 phút. Bình đi với vận tốc $3km/h$ và đến trường sau 12 phút. Tính khoảng cách BC giữa hai trường (làm tròn đến mét).



Bài 13. Một người A đang ở trên khinh khí cầu ở độ cao $150m$ nhìn thấy một vật B trên mặt đất cách hình chiếu của khí cầu xuống đất một khoảng $285m$. Tính góc hạ của tia AB . Nếu khinh khí cầu tiếp tục bay lên thẳng đứng thì khi góc hạ của tia AB là 46° thì độ cao của khinh khí cầu là bao nhiêu? (làm tròn đến mét).



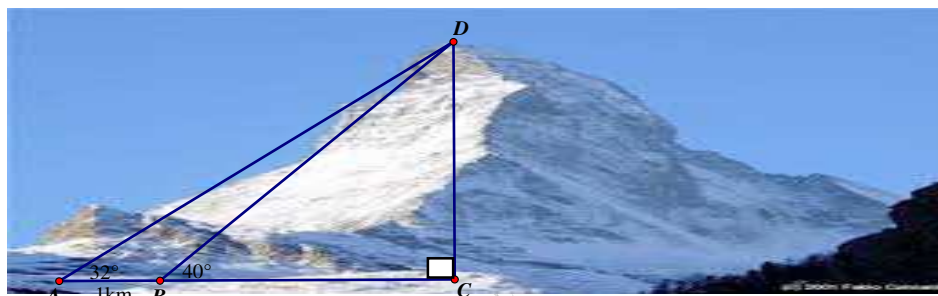
Bài 14. Một người có mắt cách mặt đất $1,4m$, đứng cách tháp Eiffel $400m$ nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 39° . Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét).



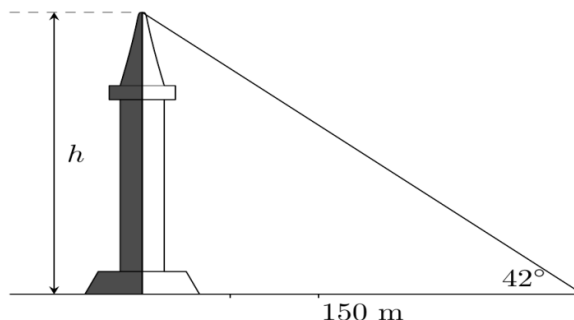
Bài 15. Một cột đèn cao $8m$. Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất lúc nó có bóng trên mặt đất là $5m$.

Bài 16. Một cái thang dài $4m$ đang dựa vào tường, chân thang cách chân tường $2m$. Tính góc tạo bởi thang với mặt đất và với mặt tường.

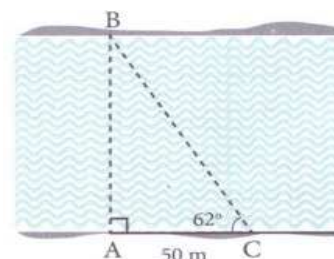
Bài 17. Tính chiều cao của một ngọn núi cho biết tại hai điểm cách nhau $1km$ trên mặt đất người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 32° .



Bài 18. Tính chiều cao của một cái tháp, cho biết khi các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 42° thì bóng của tháp trên mặt đất có chiều dài $150m$.



Bài 19. Để đo chiều rộng AB của một con sông mà không phải băng ngang qua sông, một người đi từ A đến C đo được $AC = 50m$ và từ C nhìn thấy B với góc nghiêng 62° với bờ sông. Tính bề rộng của con sông.



Bài 20. Một người quan sát đứng cách một tòa nhà $25m$. Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà là 36° .



a. Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến mét).

b. Nếu anh ta dịch chuyển sao cho góc nâng là 32° thì anh ta cách tòa nhà bao nhiêu mét? Khi đó anh ta tiến lại gần hay cách ra xa tòa nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

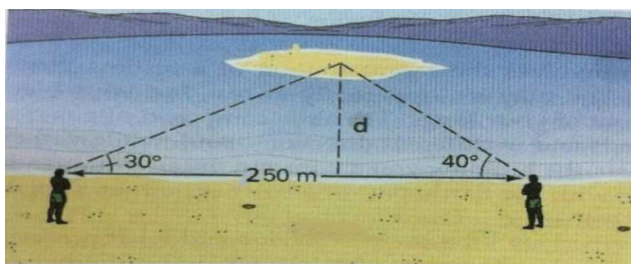
Bài 21. Từ trên tháp quan sát của một ngọn hải đăng cao $28m$, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền cứu hộ với góc hạ 20° . Tính khoảng cách từ chân tháp đến thuyền.



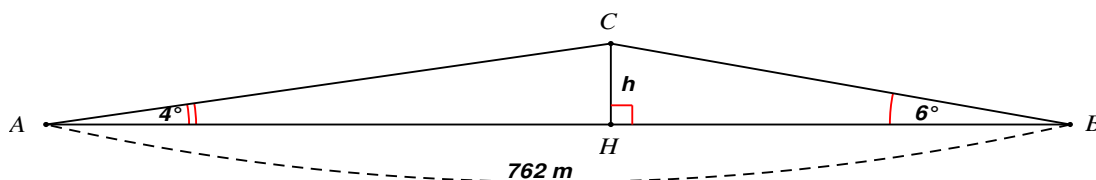
Bài 22. Đài quan sát Toronto, Ontario (Canada) cao $533m$. Ở một thời điểm vào ban ngày, mặt trời chiếu tạo thành bóng dài $1100m$. Hỏi lúc đó góc tạo bởi tia sáng mặt trời và mặt đất là bao nhiêu (làm tròn đến độ).



Bài 23. Hai ngư dân đứng ở một bên bờ sông cách nhau $250m$ cùng nhìn thấy một cù lao trên sông với các góc nâng lần lượt là 30° và 40° . Tính khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao.



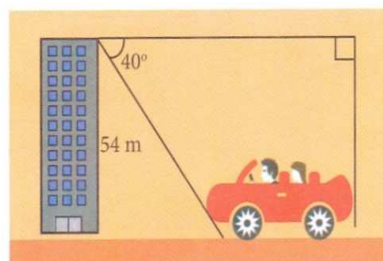
Bài 26. Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, góc A bằng 6° , góc B bằng 4° .



a. Tính chiều cao h của con dốc.

b. Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là $4km/h$ và tốc độ trung bình xuống dốc là $19km/h$.

Bài 27. Từ đỉnh một tòa nhà cao $54m$, người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ dưới một góc nghiêng xuống là 40° . Hỏi ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó bao nhiêu mét?



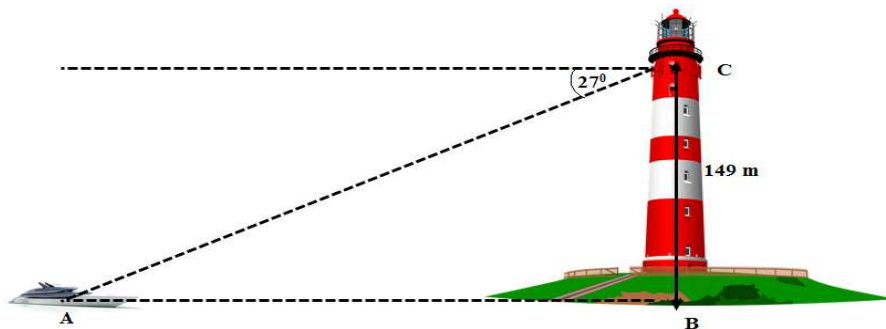
Bài 28. Một học sinh đứng ở mặt đất cách tháp ăng ten cao 150 m nhìn thấy đỉnh tháp theo một góc nghiêng lên là 20° và khoảng cách từ mắt đến mặt đất là 1 m . Tính khoảng cách từ học sinh đó đến tháp (làm tròn đến mét).

Bài 29. Một cái thang dài 4,8 m dựa vào tường làm thành một góc 58° so với mặt đất. Tính chiều cao của thang so với mặt đất (làm tròn đến mét).

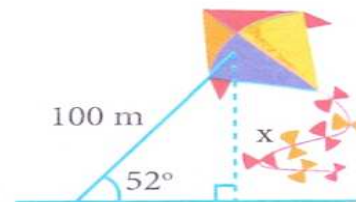


Bài 30. Một người quan sát ở đài hải đăng cao 800 feet (đơn vị đo lường Anh) so với mực nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với một góc nghiêng xuống là $1^\circ 42'$. Hỏi khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng là bao nhiêu hải lý (1 hải lý = 5280 feet)?

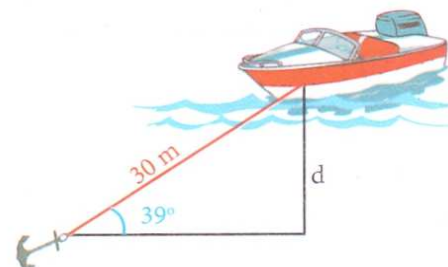
Bài 31. Một người quan sát ở đài hải đăng cao 149 m so với mực nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với một góc nghiêng xuống là 27° . Hỏi tàu đang đứng cách chân hải đăng là bao nhiêu mét?



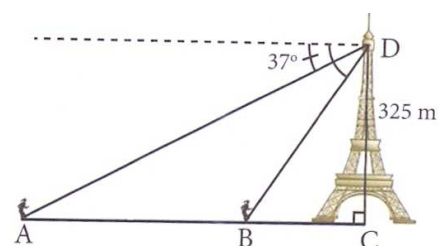
Bài 32. Một học sinh thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây đã thả dài 100 m và có góc nâng 52° . Tính độ cao của diều so với mặt đất (làm tròn đến mét).



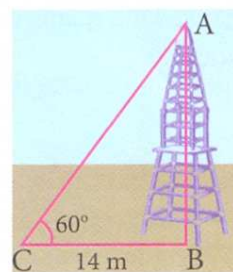
Bài 33. Một chiếc thuyền thả neo trên sông. Cho biết dây neo dài 30 m và có góc nghiêng lên là 39° . Tính độ sâu của mực nước chỗ thuyền đang đậu (làm tròn đến mét).



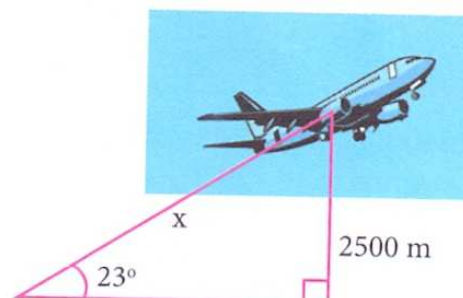
Bài 34. Một người đứng trên đỉnh tháp cao 325 m nhìn thấy 2 điểm A và B với hai góc hạ lần lượt là 37° và 72° . Tính khoảng cách AB .



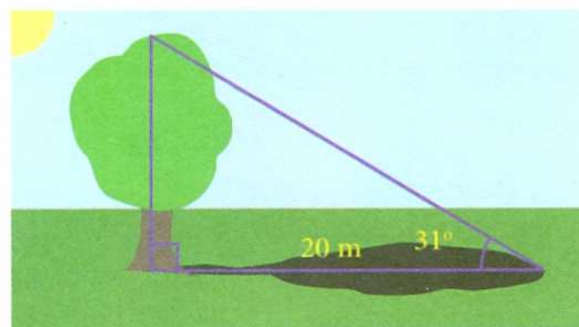
Bài 35. Một người đứng cách chân tháp 14 m nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.



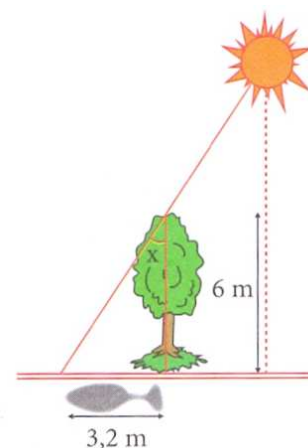
Bài 36. Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng 23° . Hỏi muốn đạt độ cao 2500 m, máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét?



Bài 37. Một cái cây có bóng trên mặt đất dài 20 m. Cho biết tia nắng qua ngọn cây nghiêng một góc 31° so với mặt đất. Tính chiều cao của cây.

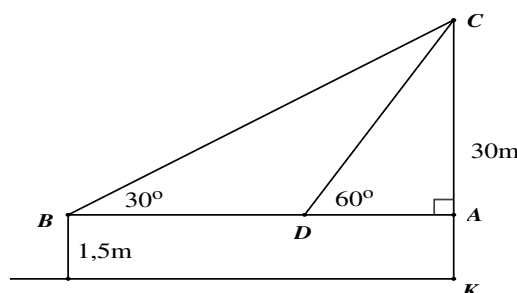


Bài 38. Một cái cây cao 6 m đang có bóng dài 3,2 m. Tính góc hợp bởi tia nắng với thân cây.

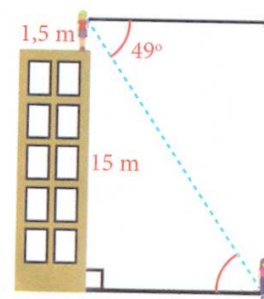


Bài 39. Một người đứng cách chân tháp 14 m nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.

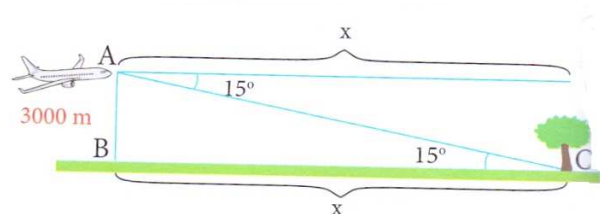
Bài 40. Ban Hùng có tầm mắt cao 1,5 m đang đứng gần một cao ốc cao 30 m thì nhìn thấy nóc tòa nhà với góc nâng 30° . Hùng đi về phía tòa nhà cho đến khi nhìn thấy nóc tòa nhà với góc nâng 60° . Tính quãng đường mà bạn Hùng đã đi được.



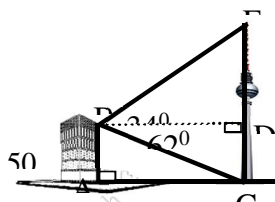
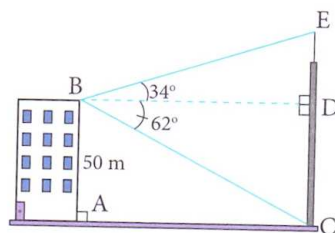
Bài 41. Một học sinh có tầm mắt cao 1,5 m đứng trên sân thượng của một căn nhà cao 15 m nhìn thấy bạn mình với góc nghiêng xuống 49° . Hỏi cô bạn đang ở cách căn nhà bao nhiêu mét?



Bài 42. Một máy bay thể thao đang bay ngang ở độ cao 3000 m nhìn thấy một cái cây với góc nghiêng xuống 15° . Hỏi máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét thì sẽ ở ngay trên ngọn cây?



Bài 43. Từ nóc một cao ốc cao 50 m người ta nhìn thấy chân và đỉnh một ăng-ten với các góc hạn lần lượt là 62° và 34° . Tính chiều cao cột ăng-ten.



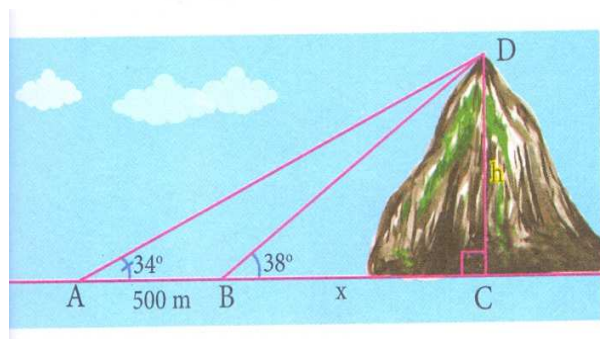
Bài 44. Một cái diều đang bay ở độ cao 60 m. Sợi dây cột diều nghiêng với mặt đất một góc 60° . Tính chiều dài của sợi dây (làm tròn đến mét) khi nó căng thẳng (không có chỗ bị võng).



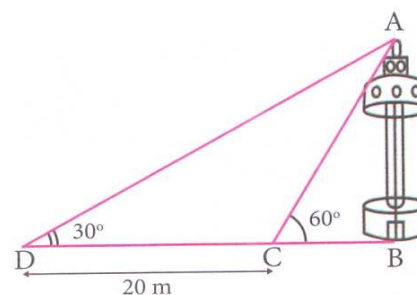
Bài 45. Tháp Capital Gate tại Abu Dhabi cao 160m và nghiêng 18° . Nếu không nghiêng thì tháp cao bao nhiêu mét?



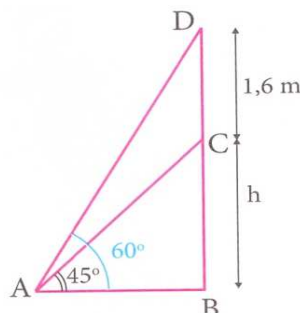
Bài 46. Tính chiều cao của một ngọn núi, cho biết tại hai điểm cách nhau 500 m, người ta nhìn thấy hai đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 34° và 38° .



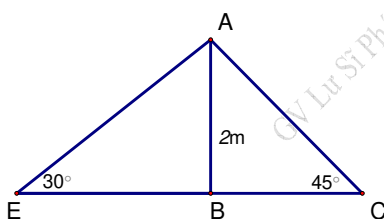
Bài 47. Một cái tháp được dựng bên bờ một con sông, từ một điểm đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Từ một điểm khác cách điểm ban đầu 20 m, người ta cũng nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 30° . Tính chiều cao của tháp.



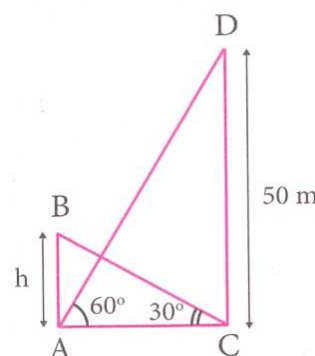
Bài 48. Một bức tượng cao 1,6 m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy nóc tượng và nóc bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° . Tính chiều cao của cái bệ.



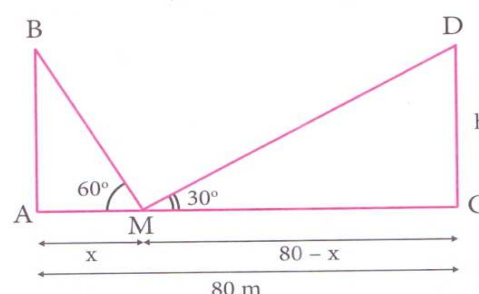
Bài 49. Một nhà trẻ muốn thiết kế hai cái cầu tuột trong sân chơi. Đối với trẻ dưới 5 tuổi, cầu tuột cao 1,5 m và nghiêng với mặt đất một góc 30° . Đối với trẻ trên 5 tuổi cầu tuột cao 1,5 m và nghiêng với mặt đất một góc 45° . Tính chiều dài của mỗi máng tuột.



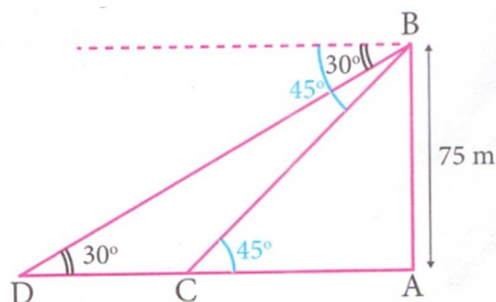
Bài 50. Từ chân một cái tháp cao 50 m người ta nhìn thấy đỉnh một tòa nhà với góc nâng 30° . Trong khi đó từ chân tòa nhà lại nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Tính chiều cao của tòa nhà.



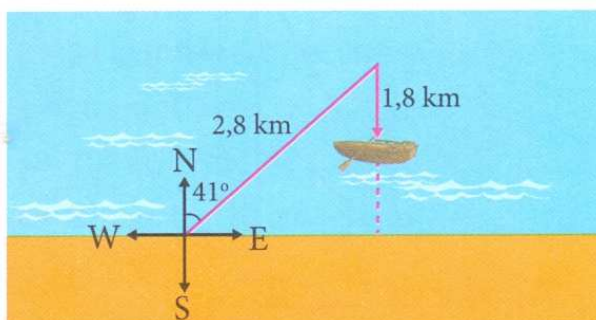
Bài 51. Hai trụ điện có cùng chiều cao đặt cách nhau 80 m. Một người đứng ở xa (thẳng hàng với hai trụ điện, không đứng giữa hai trụ điện) nhìn thấy đỉnh hai trụ điện với góc nâng lần lượt là 60° và 30° . Tính chiều cao trụ điện và khoảng cách từ người đó đến chân các trụ điện. Biết mắt người đó cách mặt đất 1,2 m.



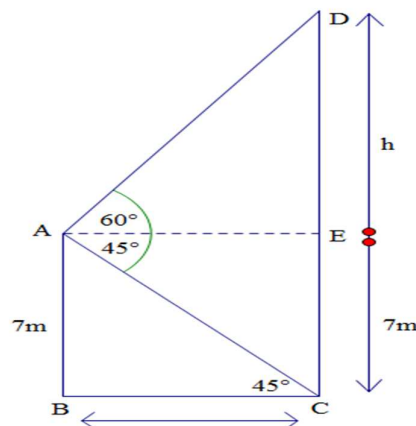
Bài 52. Từ trên một ngọn hải đăng cao 75 m , người ta quan sát hai lần thấy một chiếc thuyền đang hướng về phía hải đăng với góc hạ lần lượt là 30° và 45° . Hỏi chiếc thuyền đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát?



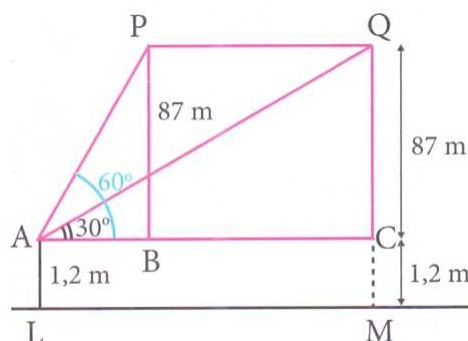
Bài 53. Một thủy thủ lái thuyền ra biển hướng về hướng đông bắc với góc nghiêng so với phương bắc là 41° . Đi được 2,8 km anh ta phát hiện sắp hết nhiên liệu nên vội quay thuyền vào bờ, đi được 1,8 km thì thuyền tắt máy. Hỏi lúc đó thuyền cách bờ bao xa?



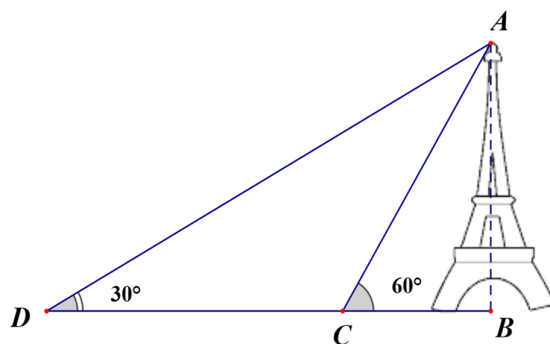
Bài 54. Từ trên đỉnh một tòa nhà cao 7 m , người ta nhìn thấy đỉnh một tháp truyền hình với góc nâng 60° và nhìn thấy chân của tháp với góc hạ 45° . Tính chiều cao của tháp truyền hình?



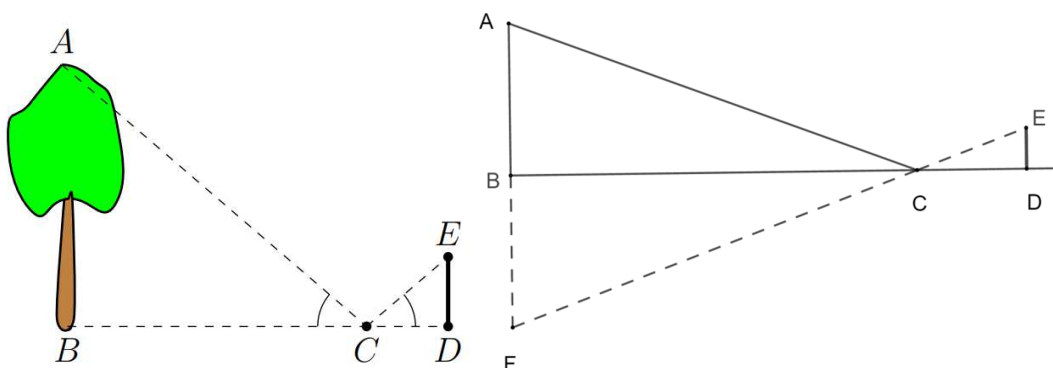
Bài 55. Một học sinh có khoảng cách từ mặt đến mặt đất là 1,2 m bắt đầu quan sát một trái bóng bay với góc nâng 60° . Một lúc sau lại nhìn thấy quả bóng bay với góc nâng 30° . Hỏi giữa hai lần quan sát quả bóng đã bay được bao nhiêu mét? Cho biết độ cao của quả bóng luôn luôn không đổi và bằng 88,2 m .



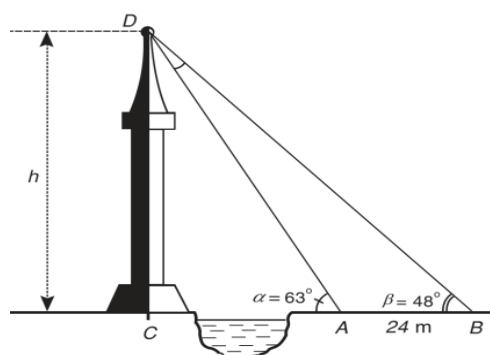
Bài 56. Một người đang ở trên một cái tháp có chiều cao $h = 100$ m nhìn xuống một con đường chạy thẳng đến chân tháp. Anh ta nhìn thấy một chiếc xe máy với góc hạ 30° . Sáu phút sau lại nhìn thấy nó với góc hạ 60° . Hỏi sau bao nhiêu phút thì xe máy đến chân tháp? Cho biết vận tốc xe máy không đổi.



Bài 57. Để đo chiều cao một cái cây AB . Người ta đặt gương phẳng tại vị trí C . Người đo đi lùi lại (thẳng người) cho đến khi nhìn thấy bóng ngọn cây A (lúc này là F). Biết khoảng cách từ gương đến gốc cây là $BC = 30$ mét, khoảng cách từ gương đến chỗ đứng là $CD = 1,5$ mét. Khoảng cách từ mắt người đo E đến mặt đất là $ED = 1,6$ mét. Tính chiều cao của cây? (biết $\widehat{BCA} = \widehat{DCE}$).



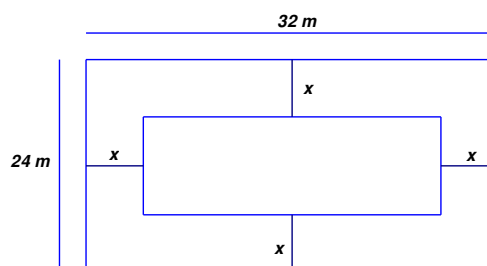
Bài 58. Quan sát hình vẽ dưới đây. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo khoảng cách AB và các góc $\widehat{CAD}, \widehat{CBD}$. Chẳng hạn ta đo được $AB = 24$ m, $\widehat{CAD} = \alpha = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = \beta = 48^\circ$. Hãy tính chiều cao h của tháp.



Bài 59. Một hình chữ nhật có kích thước là 20cm và 30cm. Người ta tăng mỗi kích thước thêm x cm. Gọi y là chu vi của hình chữ nhật mới.

- Hãy tính y theo x .
- Tính giá trị của y tương ứng với $x = 3$ cm; $x = 5$ cm.

Bài 60. Một thửa đất hình chữ nhật có chiều dài là 32 m và chiều rộng là 24 m. Người ta định làm một vườn cây cảnh có con đường đi xung quanh, có bề rộng x (m) (hình vẽ bên). Hỏi bề rộng của mặt đường là bao nhiêu để diện tích phần đất còn lại là 560 m^2 .



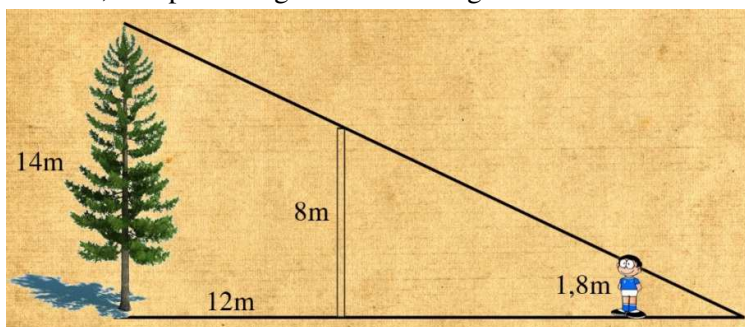
Bài 61. Một căn phòng hình vuông được lát bằng những viên gạch men hình vuông cùng kích cỡ, vừa hết 441 viên (không viên nào bị cắt xén). Gạch gồm 2 loại men trắng và men xanh, loại men trắng nằm trên 2 đường chéo của nền nhà còn lại là loại men xanh. Tính số viên gạch men xanh.

Bài 62. Bạn Nam đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) gồm đoạn lên dốc và đoạn xuống dốc, $\hat{A} = 5^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$, đoạn lên dốc dài 325 m.

- Tính chiều cao của dốc và chiều dài quãng đường từ nhà đến trường.
- Biết vận tốc trung bình lên dốc là 8 km/h và vận tốc trung bình xuống dốc là 15 km/h. Tính thời gian (phút) bạn Nam đi từ nhà đến trường. (Lưu ý kết quả của phép tính làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Bài 63. Một bức tượng cao 1,6 m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy nóc tượng và nóc bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° . Tính chiều cao cái bệ.

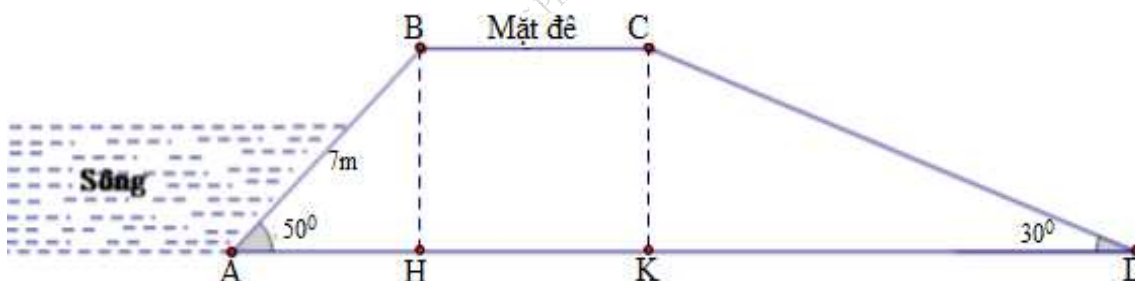
Bài 64. Một cây có chiều cao 14 m mọc ở phía sau một bức tường cao 8 m và cách bức tường 12 m. Hỏi người quan sát có chiều cao 1,8 m phải đứng cách bức tường bao nhiêu mét để có thể nhìn thấy ngọn cây.



Bài 65. Nhà bạn An ở vị trí A, nhà bạn Bình ở vị trí B cách nhau 1200 m. Trường học ở vị trí C cách nhà bạn An 500m và AB vuông góc với AC. An đi bộ đến trường với vận tốc 4 km/h, Bình đi xe đạp đến trường với vận tốc 12 km/h. Lúc 6 giờ 30 phút, cả hai cùng xuất phát đến trường. Hỏi bạn nào đến trường trước?

Bài 66. Bóng của tháp Bình Sơn (Vĩnh Phúc) trên mặt đất có độ dài 20 m. Cùng thời điểm đó, một cột sắt cao 1,65 m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 2 m. Tính chiều cao của tháp.

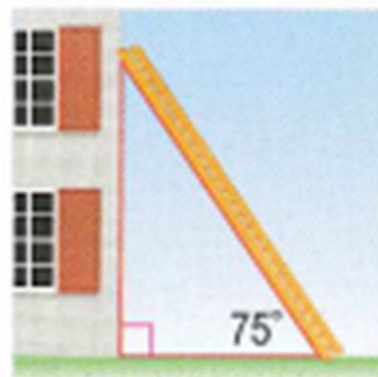
Bài 67. Một con đê được đắp chắn sóng theo hình dưới, độ dốc của con đê phía sông dài 7 m. Hỏi độ dốc còn lại của con đê dài bao nhiêu mét?



Bài 68. Xem hình vẽ sau, người ta có thể dùng giác kế để đo được góc $\widehat{CAB} = 43^\circ$ và $\widehat{CBA} = 38^\circ$. Hỏi tàu đang ở vị trí điểm H sẽ chạy với vận tốc bao nhiêu km/h để sau 5 phút sẽ đến vị trí điểm C. Biết khoảng cách từ vị trí điểm A đến vị trí điểm B là 300 m và vị trí 3 điểm A, H, B thẳng hàng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



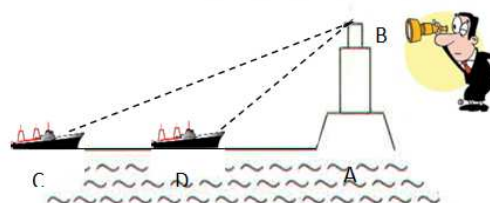
Bài 69. Ba An muốn mua một cái thang dùng để lên mái nhà. Ba hỏi An phải mua cái thang dài bao nhiêu mét để đảm bảo sự an toàn và có thể leo lên được mái nhà cao 4,5m so với mặt đất. Em hãy giúp An tính chiều dài thang cần mua, biết góc kê thang an toàn là 75° so với phương ngang (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).



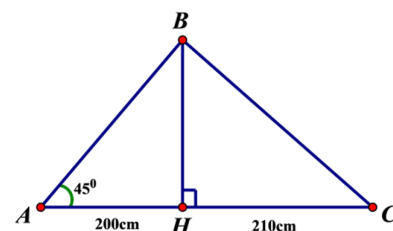
Bài 70. Một chiếc máy bay bay lên cao với vận tốc 520 km/h . Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 24° . Hỏi sau 90 giây máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



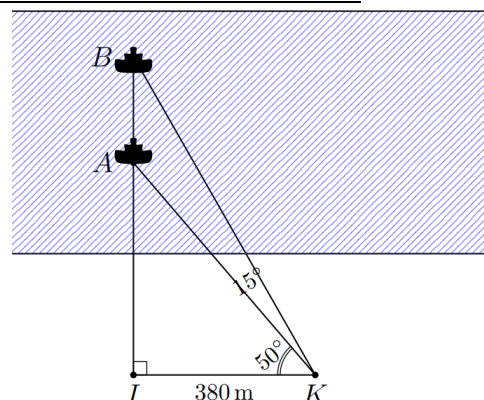
Bài 71. Từ đài quan sát cao 10 m, Nam có thể nhìn thấy 2 chiếc thuyền dưới góc 45° và 30° so với phương ngang. Hãy tính khoảng cách 2 chiếc thuyền, làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất. (điều kiện lý tưởng: vị trí 2 chiếc thuyền và vị trí đài quan sát thẳng hàng).



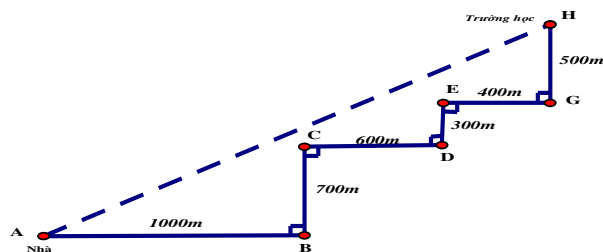
Bài 72. Hình ảnh mặt cắt một quả đồi được minh họa là một $\triangle ABC$ với các chi tiết như sau: cạnh đáy là AC , $BH \perp AC$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$, $AH = 200 \text{ m}$, $HC = 210 \text{ m}$. Một nhóm học sinh đi dã ngoại đi từ đỉnh A lên đỉnh B rồi xuống dốc trở về C . Hãy tính quãng đường này?



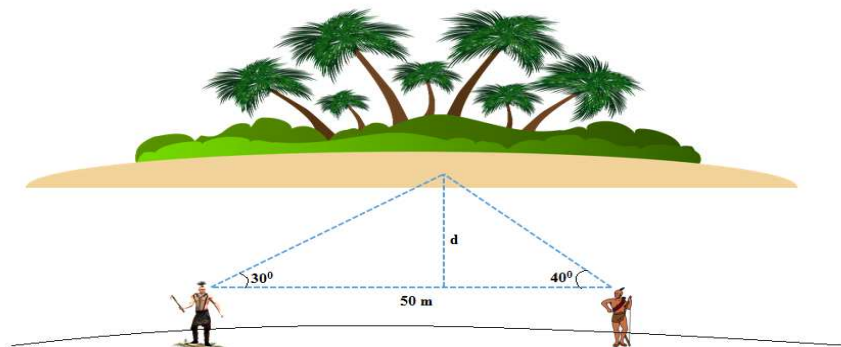
Bài 73. Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như trong hình vẽ. Tính khoảng cách giữa chúng (kết quả là tròn đến mét).



Bài 74. Lúc 6h45 phút sáng bạn Nam đi xe đạp điện từ nhà tới trường với vận tốc trung bình là 15 km/h bạn đi theo con đường từ $A \mapsto B \mapsto C \mapsto D \mapsto E \mapsto G \mapsto H$ (như trong hình). Nếu có 1 con đường thẳng từ $A \mapsto H$ và đi theo con đường đó với vận tốc trung bình 15 km/h , bạn Nam sẽ tới trường lúc mấy giờ?



Bài 75. Hai ngư dân đứng ở một bên bờ sông cách nhau 50 m cùng nhìn thấy một cù lao trên sông với các góc nâng lần lượt là 30° và 40° . Tính khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao.

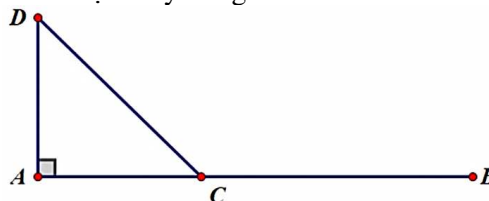


Bài 76. Một người đi xe máy lên dốc có độ nghiêng 5° so với phương ngang với vận tốc trung bình lên dốc là 18 km/h. Hỏi người đó mất bao lâu để lên tới đỉnh dốc? Biết đỉnh dốc cách mặt đất 18 m.

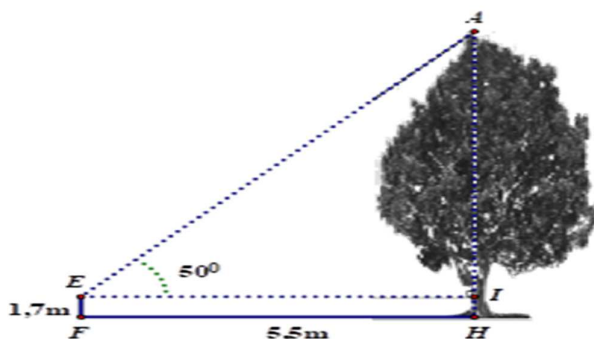
Bài 77. Từ vị trí xuất phát A , hai xe cùng một lúc đi thẳng theo hai hướng khác nhau, tạo một góc $\hat{A} = 70^\circ$. Xe thứ nhất đi với vận tốc 40 km/h và xe thứ hai đi với vận tốc 50 km/h. Sau 1 giờ 30 phút, hai xe cách nhau bao nhiêu km? (làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Bài 78. Một máy kéo nông nghiệp có bánh xe sau to hơn bánh xe trước. Bánh xe sau có đường kính 124 cm và bánh xe trước có đường kính 80 cm. Hỏi khi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì xe di chuyển được bao nhiêu mét (làm tròn một chữ số) và khi đó bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Bài 79. Trong hình vẽ dưới đây, hai địa điểm A , B cách nhau 100 km. Một xe ô tô khởi hành từ B đến A với vận tốc 40 km/h. Cùng lúc đó, một xe đạp điện cũng khởi hành từ A trên đoạn đường vuông góc với AB với vận tốc 20 km/h. Hỏi sau 90 phút thì hai xe cách nhau bao xa.



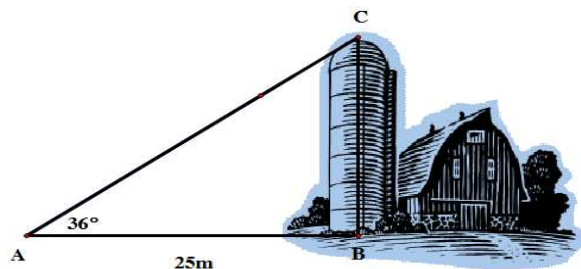
Bài 80. Với số liệu ghi trên hình (biết tứ giác $EFHI$ là hình chữ nhật và A , I , H thẳng hàng). Cây trong hình cao bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



Bài 81. Một người quan sát đứng cách một tòa nhà khoảng 25 m (điểm A). Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà (điểm C) là 36° .

a. Tính chiều cao tòa nhà (làm tròn đến 0,5 mét)

b. Nếu anh ta đi thêm 5 m nữa, đến vị trí D nằm giữa A và B thì góc nâng từ D đến nóc nhà là bao nhiêu? (làm tròn đến phút).



Bài 82. Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 2 m và đặt xa cây 15 m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 0,8 m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đoạn đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,6 m?

Bài 83. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH và đường trung tuyến AM . Đặt $\widehat{ACB} = x$ ($0^\circ < x < 90^\circ$). Đặt $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

a. Tính độ dài các cạnh của tam giác AHM theo a, b, c .

b. Tính tỉ số lượng giác của góc x và góc $2x$ theo a, b, c .

c. Chứng minh:

i) $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

ii) $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

iii) $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x$

Bài 84: Cho tam giác ABC nhọn có đường phân giác trong AD .

Đặt $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và $p = \frac{a+b+c}{2}$. Chứng minh rằng:

a. $\sin \widehat{BAC} = 2 \sin \frac{\widehat{BAC}}{2} \cos \frac{\widehat{BAC}}{2}$

b. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC}$ và $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \frac{\widehat{BAC}}{2}$.

c. $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{c}{b+c}$.

d. $AD = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}$

Bài 85. Cho tam giác ABC nhọn có đường phân giác trong AD . Đặt $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $p = \frac{a+b+c}{2}$. Chứng minh rằng:

a. $2AD \cdot c \cdot \cos \frac{\widehat{BAC}}{2} = c^2 + AD^2 - BD^2$.

b. $2AD \cdot b \cdot \cos \frac{\widehat{BAC}}{2} = b^2 + AD^2 - CD^2$.

c. $AD = \frac{2p(p-a)}{(b+c) \cos \frac{\widehat{BAC}}{2}}$.

d. $AD = \frac{2\sqrt{bcp(p-a)}}{b+c}$

Bài 86. Cho tam giác ABC có $AB = \sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Kẻ các đường cao AH và BK của tam giác ABC .

1. Tính AK , BK , CK , BC , AH .

2. Tính tỉ số lượng giác của góc 15° và góc 75° .

ÔN TẬP CHƯƠNG I

1. Hệ thức lượng trong tam giác:

Cho ΔABC vuông tại A, có đường cao AH.

$$\text{✗ } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

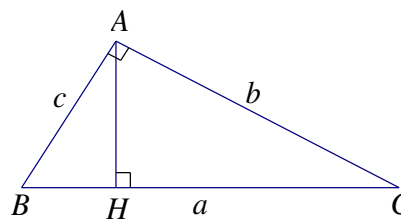
$$\text{✗ } AB^2 = BC.BH$$

$$\text{✗ } AC^2 = BC.CH$$

$$\text{✗ } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\text{✗ } AB = BC.\sin C = BC.\cos B$$

$$\text{✗ } AB = AC.\tan C = AC.\cot B$$



2. Tỷ số lượng giác của góc nhọn: $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1$. Ta có:

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
$\tan \alpha . \cot \alpha = 1$	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

Bảng giá trị lượng giác các đặc biệt

α	0°	30°	45°	60°	90°
TSLG	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$
$\cot \alpha$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

3. Các công thức tính diện tích:

a) Tam giác:

$S = \frac{1}{2} a.h_a = \frac{1}{2} b.h_b = \frac{1}{2} c.h_c$	$S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$
$S = pr; \quad p = \frac{a+b+c}{2}; \quad S = \frac{abc}{4R}$	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
ΔABC đều, cạnh a: $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, đường cao $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	ΔABC vuông tại A: $S = \frac{1}{2} .AB.AC = \frac{1}{2} .BC.AH$

b) Hình vuông: $S = a^2$ (a : cạnh hình vuông)

c) Hình chữ nhật: $S = a.b$ (a, b : hai kích thước)

d) Hình bình hành: $S = \text{đáy} \times \text{cao} = AB.AD.\sin \widehat{BAD}$

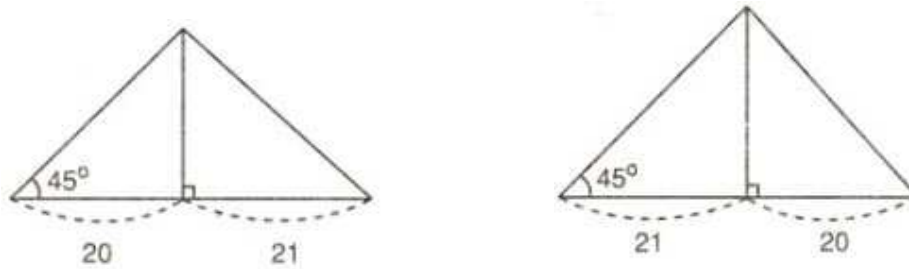
e) Hình thoi: $S = AB.AD.\sin \widehat{BAD} = \frac{1}{2} AC.BD$

f) Hình thang: $S = \frac{1}{2} (a+b).h$ (a, b : hai đáy, h : chiều cao)

g) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc: $S = \frac{1}{2} AC.BD$

BÀI TẬP

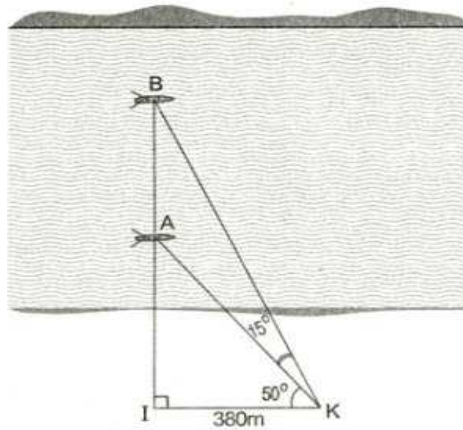
Bài 1. Cho một tam giác có một góc bằng 45° . Đường cao chia một cạnh kề với góc đó thành các phần 20cm và 21cm . Tính cạnh lớn trong hai cạnh còn lại (lưu ý có hai trường hợp)



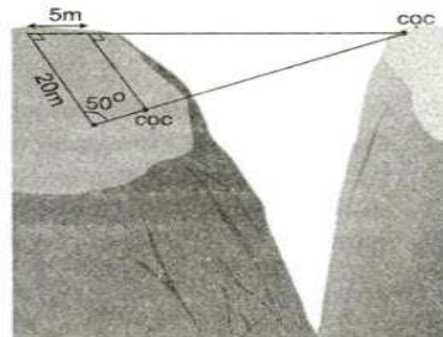
Bài 2. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 4,5\text{cm}$, $BC = 7,5\text{cm}$.

- Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại A . Tính các góc $\hat{B}$, $\hat{C}$ và đường cao AH .
- Hỏi rằng điểm M mà diện tích tam giác MBC bằng diện tích tam giác ABC nằm trên đường nào?

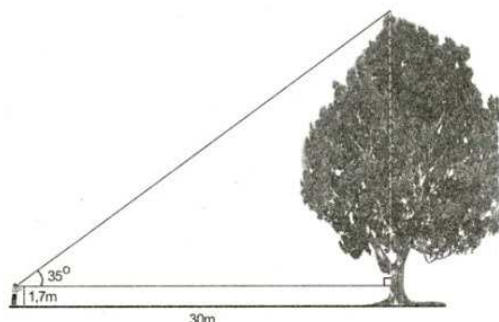
Bài 3. Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như trong hình. Tính khoảng cách giữa chúng (làm tròn đến mét)



Bài 4. Tìm khoảng cách giữa hai cọc để căng dây vượt qua vực, minh họa trong hình.



Bài 5. Tính chiều cao của cây trong hình dưới



Bài 6. Cho tam ABC vuông tại A , đường cao AH . Trong các đoạn thẳng AB, AC, BC, AH, HB, HC , hãy tính độ dài các đoạn thẳng còn lại nếu biết:

a) $AB = 6\text{cm}, AC = 9\text{cm}$;

b) $AB = 15\text{cm}, HB = 9\text{cm}$.

Bài 7. Cho tam giác ABC có đường cao CH , $BC = 12\text{ cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$ và $\hat{C} = 40^\circ$. Tính:

a) Độ dài các đoạn thẳng CH và AC ;

b) Diện tích tam giác ABC .

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH và $AH = 12\text{ cm}$, $BC = 25\text{ cm}$.

a) Tìm độ dài các đoạn thẳng BH, CH, AB và AC .

b) Vẽ trung tuyến AM . Tìm số đo của $\widehat{AMH}$.

c) Tính diện tích tam giác AHM .

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông ở A , đường cao AH , $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng BC và AH .

b) Tính số đo $\hat{B}$ và $\hat{C}$.

c) Đường phân giác trong $\hat{A}$ cắt cạnh BC tại E . Tính độ dài các đoạn thẳng BE, CE và AE .

Bài 10. Cho tam giác nhọn ABC có đường cao AH . Từ H kẻ HF vuông góc với AB (F thuộc AB) và kẻ HE vuông góc với AC (E thuộc AC).

a) Chứng minh $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$.

b) Đường thẳng EF cắt BC tại M . Chứng minh $ME.MF = MB.MC$.

Bài 11. Hình thang $MNEF$ vuông tại M, F có EF là đáy lớn. Hai đường chéo ME và NF vuông góc với nhau tại O .

a) Cho biết $MN = 9\text{cm}$ và $MF = 12\text{cm}$. Hãy:

i) Giải tam giác MNF ;

ii) Tính độ dài các đoạn thẳng MO, FO ;

iii) Kẻ NH vuông góc với EF tại H . Tính diện tích tam giác FNE . Từ đó tính diện tích tam giác FOH .

b) Chứng minh $MF^2 = MN.FE$.

Bài 12. Không dùng máy tính, sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

a) $\sin 24^\circ, \cos 35^\circ, \sin 54^\circ, \cos 70^\circ, \sin 78^\circ$;

b) $\cot 24^\circ, \tan 16^\circ, \cot 57^\circ 67', \cot 30^\circ, \tan 80^\circ$.

Bài 13. Không dùng máy tính, sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần:

a) $\sin 40^\circ, \cos 28^\circ, \sin 65^\circ, \cos 88^\circ, \cos 20^\circ$;

b) $\tan 32^\circ 48', \cot 28^\circ 36', \tan 56^\circ 32', \cot 67^\circ 18'$.

Bài 14. Cho $0 < x < 90^\circ$. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$;

b) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.

c) $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

d) $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x}$

Bài 15. Cho tam giác DEF biết $DE = 6\text{ cm}$, $DF = 8\text{ cm}$ và $EF = 10\text{ cm}$.

a) Chứng minh DEF là tam giác vuông.

b) Vẽ đường cao DK . Hãy tính DK, FK .

c) Giải tam giác vuông EDK .

d) Vẽ phân giác trong EM của DEF . Tính các độ dài các đoạn thẳng MD, MF, ME .

e) Tính $\sin E$ trong các tam giác vuông DFK và DEF .

f) Từ đó suy ra $ED.DF = DK.EF$.

Bài 16. Cho tam giác ABC vuông tại A .

a) Biết $\widehat{B} = 60^\circ$ và $BC = 6 \text{ cm}$.

i) Tính độ dài các cạnh AB, AC .

ii) Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Chứng minh: $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$

b) Đường thẳng song với phân giác $\widehat{CBD}$ kẻ từ A cắt CD tại H . Chứng minh: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}$

Bài 17. Cho hình vuông $ABCD$ và điểm E tùy ý trên cạnh BC . Tia Ax vuông góc với AE tại A cắt CD kéo dài tại F . Kẻ trung tuyến AI của tam giác AEF và kéo dài cắt cạnh CD tại K .

a) Chứng minh $AE = AF$.

b) Chứng minh các tam giác AKF, CAF đồng dạng và $AF^2 = KF \cdot CF$;

c) Cho $AB = 4 \text{ cm}$, $BE = \frac{3}{4} BC$. Tính diện tích tam giác AEF .

d) Khi E di động trên cạnh BC , tia AE cắt CD tại J . Chứng minh biểu thức $\frac{AE \cdot AJ}{FJ}$ có giá trị không phụ thuộc vị trí của E .

Bài 18.

a) Tính $\sin \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ biết $\cos \alpha = \frac{1}{5}$.

b) Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

c) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \cot \alpha$

d) Cho $\cot \alpha = 3$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$

e) Tính giá trị biểu thức: $A = \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$.

f) Rút gọn biểu thức: $B = \sin^6 a + \cos^6 a + 3 \sin^2 a \cdot \cos^2 a$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Hãy chọn câu **Sai**

- A. Trong một tam giác vuông, bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và hình chiếu của cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền.
- B. Trong một tam giác vuông, bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tích hai hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền.
- C. Trong một tam giác vuông, độ dài một cạnh góc vuông bằng tổng độ dài cạnh huyền với cạnh góc vuông còn lại.
- D. Trong một tam giác vuông, nghịch đảo của bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tổng các nghịch đảo của bình phương hai cạnh góc vuông.

Câu 2: Hãy chọn câu **đúng**

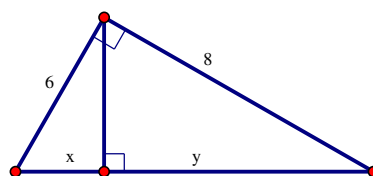
- A. Bình phương cạnh huyền bằng tổng nghịch đảo bình phương hai cạnh góc vuông.
- B. Cạnh góc vuông nào có hình chiếu trên cạnh huyền lớn hơn thì lớn hơn.
- C. Cạnh góc vuông nào có hình chiếu trên cạnh huyền lớn hơn thì bé hơn.
- D. Tỉ số hai cạnh góc vuông bằng tỉ số của cạnh huyền với đường cao ứng với cạnh huyền.

Câu 3: Cho tam giác MPQ vuông tại M. Khi đó

- A. MP là cạnh kề của góc Q.
- B. PQ và PM là hai cạnh góc vuông.
- C. MP là cạnh đối của góc Q.
- D. MQ là cạnh kề của góc P.

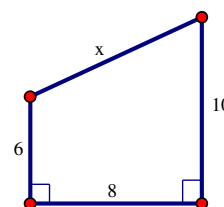
Câu 4: Cho hình vẽ, hãy chọn câu **đúng**

- A. $x = \frac{5}{32}$
- B. $x = \frac{32}{5}$
- C. $y = \frac{18}{5}$
- D. $x = \frac{18}{5}$



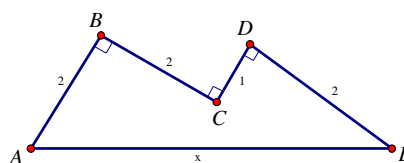
Câu 5: Cho hình vẽ. Hãy chọn câu **đúng**

- A. $x = 80$
- B. $x = \sqrt{80}$
- C. $x = \sqrt{48}$
- D. $x = 48$



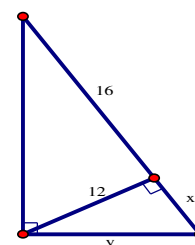
Câu 6: Cho hình vẽ. Hãy chọn câu **đúng**

- A. $x = 5$
- B. $x = 4$
- C. $x = 3$
- D. $x = \sqrt{3}$



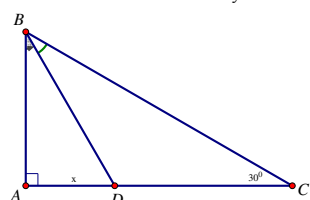
Câu 7: Cho hình vẽ. Hãy chọn câu **đúng**

- A. $x = 9, y = 14$
- B. $x = 15, y = 13$
- C. $x = 15, y = 9$
- D. $x = 9, y = 15$



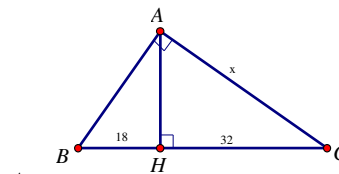
Câu 8: Cho hình vẽ, biết $AC = 3cm$, BD là phân giác của $\hat{B}$. Hãy chọn câu **Sai**

- A. $AB = \sqrt{3}cm$
- B. $BC = 2\sqrt{3}cm$
- C. $x = 1$
- D. $x = \frac{AB\sqrt{5}}{2}$



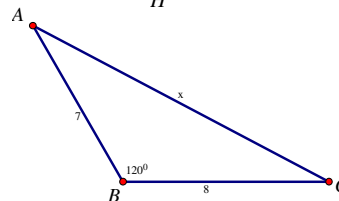
Câu 9: Cho hình vẽ. Hãy chọn câu đúng

- A. $x = 32$ B. $x = 40$
C. $x = 30$ D. $x = 64$



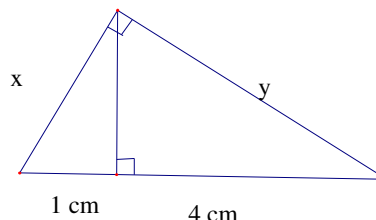
Câu 10: Cho hình vẽ. Hãy chọn câu đúng

- A. $x = 13$ B. $x = 14$
C. $x = 15$ D. $x = 12$



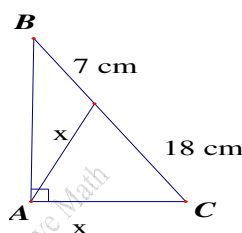
Câu 11: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = \sqrt{5}cm$; $y = 4cm$
B. $x = \sqrt{6}cm$; $y = 2\sqrt{5}cm$
C. $x = 2\sqrt{5}cm$; $y = \sqrt{5}cm$
D. $x = \sqrt{5}cm$; $y = 2\sqrt{5}cm$



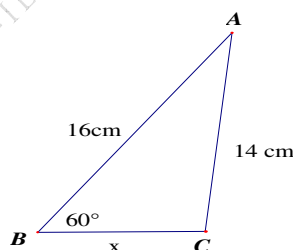
Câu 12: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = 15cm$
B. $x = \sqrt{2}cm$
C. $x = 18cm$
D. $x = 7cm$



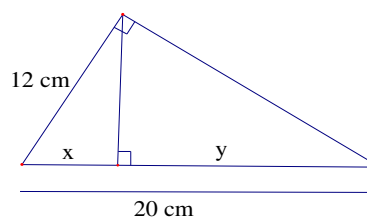
Câu 13: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = 4cm$
B. $x = 5cm$
C. $x = 6cm$
D. $x = 7cm$



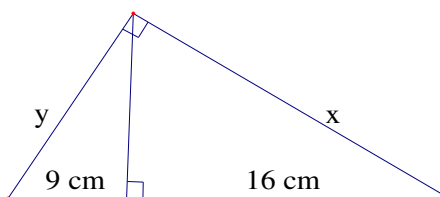
Câu 14: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = 7,2cm$; $y = 10cm$
B. $x = 2,8cm$; $y = 12,8cm$
C. $x = 8cm$; $y = 12,8cm$
D. $x = 7,2cm$; $y = 12,8cm$



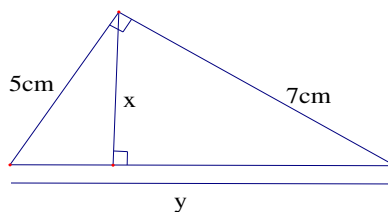
Câu 15: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = 10cm$; $y = 25cm$
B. $x = 20cm$; $y = 15cm$
C. $x = 30cm$; $y = 25cm$
D. $x = 15cm$; $y = 20cm$



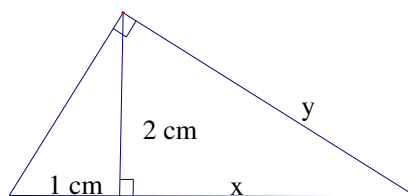
Câu 16: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x \approx 5cm$; $y \approx 9,6cm$
- B. $x \approx 6cm$; $y \approx 10,6cm$
- C. $x \approx 4cm$; $y \approx 8,6cm$
- D. $x \approx 3cm$; $y \approx 7,6cm$



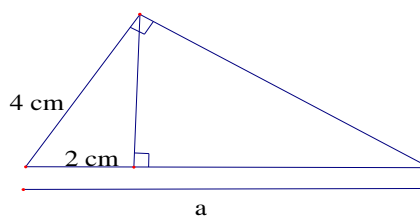
Câu 17: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = 3cm$; $y = 4\sqrt{5}cm$
- B. $x = 5cm$; $y = 3\sqrt{5}cm$
- C. $x = 2cm$; $y = \sqrt{5}cm$
- D. $x = 4cm$; $y = 2\sqrt{5}cm$



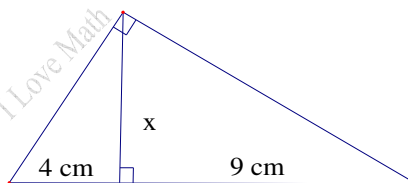
Câu 18: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $a = 6cm$
- B. $a = 7cm$
- C. $a = 8cm$
- D. $a = 9cm$



Câu 19: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = 5cm$
- B. $x = 6cm$
- C. $x = 13cm$
- D. $x = 36cm$



Câu 20: Cho hình vẽ, hãy chọn câu đúng

- A. $x = 49cm$
- B. $x = 8cm$
- C. $x = 9cm$
- D. $x = 7cm$

