

CHUYÊN ĐỀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A.KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (1) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (2) \end{cases} \quad (I)$$

+ Nếu hai phương trình trên có nghiệm chung $(x_0; y_0)$ thì $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của hệ (I) .

+ Giải hệ phương trình là tìm tập nghiệm của nó.

2. Minh họa hình học tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

+ Phương trình $a_1x + b_1y = c_1$ (1) có thể được viết lại như sau: $y = \left(-\frac{a_1}{b_1}\right)x + \frac{c_1}{b_1}$ có đồ thị là

đường thẳng (d_1) với hệ số góc là $\left(-\frac{a_1}{b_1}\right)$.

+ Phương trình $a_2x + b_2y = c_2$ (2) có thể được viết lại như sau: $y = \left(-\frac{a_2}{b_2}\right)x + \frac{c_2}{b_2}$ có đồ thị là

đường thẳng (d_2) với hệ số góc là $\left(-\frac{a_2}{b_2}\right)$.

Do đó, tập nghiệm của hệ phương trình (I) được biểu diễn bởi tập hợp các điểm chung của hai đường thẳng $(d_1): a_1x + b_1y = c_1$ và $(d_2): a_2x + b_2y = c_2$

+ Nếu (d_1) cắt (d_2) thì hệ (I) có một nghiệm duy nhất.

+ Nếu $(d_1) \parallel (d_2)$ thì hệ (I) vô nghiệm.

+ Nếu $(d_1) \equiv (d_2)$ thì hệ (I) có vô số nghiệm.

* Tính nhanh số nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn:

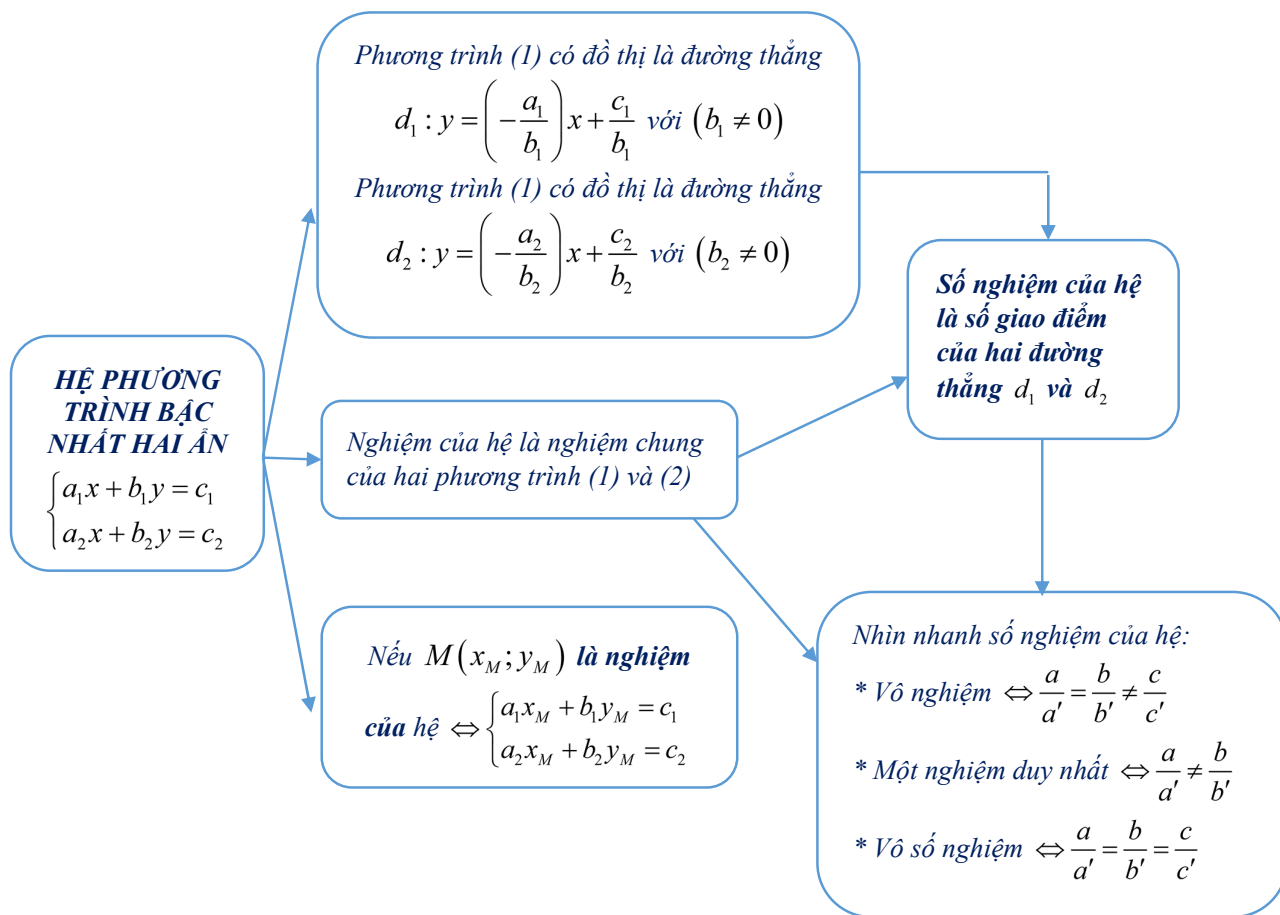
+ Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

+ Hệ có một nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

+ Hệ có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

3. Hệ phương trình tương đương

Hai hệ phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.



B.CÁC DẠNG BÀI MINH HỌA

Dạng 1: Đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình

Bài 1. Nối mỗi hệ phương trình với một cặp số tương ứng mà nó nhận làm nghiệm

1)	$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = \frac{7}{2} \\ 2x - y = \frac{19}{2} \end{cases}$	a)	$(-3; 1)$
2)	$\begin{cases} x - y = -3 \\ -2x - 2y = 6 \end{cases}$	b)	$\left(5; \frac{1}{2}\right)$
3)	$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 4,5 \end{cases}$	c)	$(\sqrt{2}; \sqrt{3})$
4)	$\begin{cases} x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = 5 \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 0 \end{cases}$	d)	$(1, 5; 0)$

Bài 2. Cặp số $(3; 1)$ có là nghiệm của phương trình nào sau đây ?

a)
$$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 7x - 2y = 19 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3y - x = 0 \\ x - 5y = -2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x + 3y = 3\sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2} + 1)y = 4 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

Bài 3. Không cần vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây và giải thích vì sao.

a) $\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 3x - 1 \end{cases};$	b) $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases};$
c) $\begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases};$	d) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - \frac{1}{3}y = 1 \end{cases}.$

Bài 4. Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, giải thích vì sao.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases};$	b) $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases};$
c) $\begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases};$	d) $\begin{cases} \frac{1}{3}x - y = \frac{2}{3} \\ x - 3y = 2 \end{cases}.$

Bài 5. Hãy kiểm tra xem mỗi cặp số sau có phải là một nghiệm của hệ phương trình tương ứng hay không?

a) $(-4 ; 5), \begin{cases} 7x - 5y = -53 \\ -2x + 9y = 53 \end{cases};$	b) $(3 ; -11), \begin{cases} 0,2x + 1,7y = -18,1 \\ 3,2x - y = 20,6 \end{cases};$
c) $(1,5 ; 2), (3 ; 7), \begin{cases} 10x - 3y = 9 \\ -5x + 1,5y = -4,5 \end{cases};$	d) $(1 ; 8), \begin{cases} 5x + 2y = 9 \\ x - 14y = 5 \end{cases}.$

Bài 6. Hãy biểu diễn y qua x ở mỗi phương trình (nếu có thể) rồi đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây và giải thích vì sao (không vẽ đồ thị).

a) $\begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ -5x - 3y = 1 \end{cases};$	b) $\begin{cases} 2,3x + 0,8y = 5 \\ 2y = 6 \end{cases};$
c) $\begin{cases} 3x = -5 \\ x + 5y = -4 \end{cases};$	d) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 2y = 5 \end{cases}.$

Bài 7. Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, giải thích vì sao:

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases};$	b) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases};$	c) $\begin{cases} 3x + 0y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases};$
d) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 0x - y = 2 \end{cases};$	e) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases};$	f) $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}.$

Bài 8. Chứng tỏ rằng hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$

- a) Có nghiệm duy nhất với $a = -2$;
b) Vô nghiệm với $a = -6$

Bài 9. Chứng tỏ rằng hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$

- a) Có vô số nghiệm với $a = 1$;
b) Vô nghiệm với $a = 1$.

Bài 10. Cho các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}; & \text{b) } \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2y = 4 \end{cases}. \end{array}$$

Trước hết, hãy đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình trên (giải thích rõ lí do). Sau đó, tìm tập nghiệm của các hệ đã cho bằng cách vẽ hình.

Bài 11. Dựa vào vị trí tương đối của hai đường thẳng dưới đây, hãy tìm mối liên hệ giữa các hằng số a, b, c và các hằng số $a'; b'; c'$ để hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

- a) Có nghiệm duy nhất;

- b) Vô nghiệm;
- c) Có vô số nghiệm.

Áp dụng:

- a) Hãy lập một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có nghiệm duy nhất.
- b) Hãy lập một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn vô nghiệm.
- c) Hãy lập một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm.

Dạng 2: Giải hệ phương trình bằng phương pháp hình học

Bài 12. Cho hai phương trình: $3x + y = 1$ và $5x + 2y = 3$

- a) Tìm nghiệm tổng quát của mỗi phương trình trên.
- b) Vẽ đồ thị của hai phương trình trên cùng một hệ tọa độ rồi xác định nghiệm chung của hai phương trình.

Bài 13. Bằng cách vẽ đồ thị, hãy giải các hệ phương trình:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ -2x - 4y = 10 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 1,5y + x = -0,5 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \end{array}$$

Bài 14. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

- a) Giải hệ phương trình đã cho bằng phương pháp đồ thị
- b) Nghiệm của hệ phương trình đã cho có phải là nghiệm của phương trình $3x - 2y = -8$ hay không?
- c) Nghiệm của hệ phương trình đã cho có phải là nghiệm của phương trình $4,5x + 7,5y = 25$ hay không?

Bài 15. Cho hai đường thẳng: $(d_1): 2x - 3y = 8$ và $(d_2): 7x - 5y = -5$

- a) Vẽ đồ thị của hai phương trình trên cùng một hệ tọa độ rồi xác định nghiệm chung của hai phương trình.
- b) Tìm các giá trị của a để đường thẳng $y = ax$ đi qua giao điểm của (d_1) và (d_2)

Dạng 2: Hai hệ phương trình tương đương

Bài 16. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

- a) Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vô nghiệm là hai hệ phương trình tương đương với nhau.
- b) Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn cùng vô số nghiệm là hai hệ phương trình tương đương.
- c) Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn cùng có một nghiệm là hai hệ phương trình tương đương.

Bài 17. Trong các trường hợp sau, hai hệ phương trình nào tương đương với nhau? Không tương đương với nhau?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x + 6y = 7 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x - 2y = 3 \\ -4x + 8y = 4 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x - y = -4 \\ 3x - 3y = -12 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 4 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -x - 1,5y = -0,5 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} 3x + y = -8 \\ y = 2 \end{cases} & \end{array}$$

Bài 18. Xác định a để hai hệ phương trình sau tương đương.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} ax - 2y = 2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

Bài 19. Xác định a để hai hệ phương trình sau tương đương.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + y = 3 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 12x + 3y = a \end{cases}$$

Bài 20. Xác định a để hai hệ phương trình sau tương đương.

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} 2ax - 2y = 1 \\ x + ay = 2 \end{cases}$$

HƯỚNG DẪN

Dạng 1: Đoán nhận số nghiệm của hệ phương trình

Bài 1. Nối mỗi hệ phương trình với một cặp số tương ứng mà nó nhận làm nghiệm:

$$1-b; 2-a; 3-d; 4-c;$$

Bài 2. Cặp số $(3;1)$ có là nghiệm của hệ phương trình:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x-y=8 \\ 7x-2y=19 \end{cases} \text{ và d) } \begin{cases} (\sqrt{2}-1)x+3y=3\sqrt{2} \\ x+(\sqrt{2}+1)y=4+\sqrt{2} \end{cases}$$

Bài 3. Không cần vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây và giải thích vì sao.

a) Xét $(d): y = 3 - 2x$ có $a = -2; b = 3$;

$(d'): y = 3x - 1$ có $a' = 3; b' = -1$;

Có $a \neq a' \Rightarrow (d)$ cắt (d') ;

$\Rightarrow$ Hệ $\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 3x - 1 \end{cases}$; có nghiệm duy nhất.

b) Xét $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3$ có $a = -\frac{1}{2}; b = 3$;

$(d'): y = -\frac{1}{2}x + 1$ có $a' = \frac{1}{2}; b' = 1$;

Có $a = a'; b \neq b' \Rightarrow (d) \parallel (d')$;

$\Rightarrow$ Hệ $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ vô nghiệm.

c) Ta có $\begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{2}x \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases}$

Xét $(d): y = -\frac{3}{2}x$ có $a = -\frac{3}{2}; b = 0$;

$$(d'): y = \frac{2}{3}x \text{ có } a' = \frac{2}{3}; b' = 0;$$

Có $a \neq a' \Rightarrow (d)$ cắt (d') ;

$$\Rightarrow \text{Hệ } \begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất.}$$

$$d) \text{ Ta có } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - \frac{1}{3}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

Nhận thấy hai đường thẳng trên trùng nhau

$$\Rightarrow \text{Hệ } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - \frac{1}{3}y = 1 \end{cases} \text{ có vô số nghiệm.}$$

Bài 4. Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, giải thích vì sao.

$$a) \text{ Ta có: } \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 2 \\ 3y = -3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -x + \frac{2}{3} \end{cases};$$

Xét $(d): y = -x + 2$ có $a = -1; b = 2$;

$$(d'): y = -x + \frac{2}{3} \text{ có } a' = -1; b' = \frac{2}{3};$$

Có $a = a'; b \neq b' \Rightarrow (d) // (d')$;

$$\Rightarrow \text{Hệ } \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

$$b) \text{ Ta có: } \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 3x - 1 \\ 4y = 6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2}x \end{cases};$$

Xét $(d): y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ có $a = \frac{3}{2}; b = -\frac{1}{2}$;

$$(d'): y = \frac{3}{2}x \text{ có } a = \frac{3}{2}; b = 0;$$

Có $a = a'$; $b \neq b' \Rightarrow (d) // (d')$;

$$\Rightarrow \text{Hệ} \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

$$\text{c) Ta có: } \begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 4x - 2 \\ 2y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - \frac{1}{2} \\ y = x - \frac{1}{2} \end{cases};$$

Nhận thấy hai đường thẳng trên trùng nhau;

$$\Rightarrow \text{Hệ} \begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases} \text{ có vô số nghiệm.}$$

$$\text{d) Ta có: } \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = \frac{2}{3} \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \\ 3y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases};$$

Nhận thấy hai đường thẳng trên trùng nhau;

$$\Rightarrow \text{Hệ} \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = \frac{2}{3} \\ x - 3y = 2 \end{cases} \text{ có vô số nghiệm.}$$

Bài 5. Hãy kiểm tra xem mỗi cặp số sau có phải là một nghiệm của hệ phương trình tương ứng hay không.

$$\text{a) Thay } x = -4 ; y = 5 \text{ vào từng phương trình của hệ } \begin{cases} 7x - 5y = -53 \\ -2x + 9y = 53 \end{cases} \text{ ta được:}$$

$$\begin{cases} 7 \cdot (-4) - 5 \cdot 5 = -53 \\ -2 \cdot (-4) + 9 \cdot 5 = 53 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -28 - 25 = -53 \\ 8 + 45 = 53 \end{cases}$$

$$\text{Vậy cặp } (-4 ; 5) \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 7x - 5y = -53 \\ -2x + 9y = 53 \end{cases}.$$

$$\text{b) Thay } x = 3 ; y = -11 \text{ vào từng phương trình của hệ } \begin{cases} 0,2x + 1,7y = -18,1 \\ 3,2x - y = 20,6 \end{cases} \text{ ta được:}$$

$$\begin{cases} 0,2 \cdot 3 + 1,7 \cdot (-11) = -18,1 \\ 3,2 \cdot 3 - (-11) = 20,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,6 - 18,7 = -18,1 \\ 9,6 + 11 = 20,6 \end{cases}$$

Vậy cặp $(3 ; -11)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 0,2x + 1,7y = -18,1 \\ 3,2x - y = 20,6 \end{cases}$.

c) Thay $x = 1,5 ; y = 2$ vào từng phương trình của hệ $\begin{cases} 10x - 3y = 9 \\ -5x + 1,5y = -4,5 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} 10.1,5 - 3.2 = 9 \\ -5.1,5 + 1,5.2 = -4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 - 6 = 9 \\ -7,5 + 3 = -4,5 \end{cases}$$

Vậy cặp $(1,5 ; 2)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 10x - 3y = 9 \\ -5x + 1,5y = -4,5 \end{cases}$.

Thay $x = 3 ; y = 7$ vào từng phương trình của hệ $\begin{cases} 10x - 3y = 9 \\ -5x + 1,5y = -4,5 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} 10.3 - 3.7 = 9 \\ -5.3 + 1,5.7 = -4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30 - 21 = 9 \\ -15 + 10,5 = -4,5 \end{cases}$$

Vậy cặp $(3 ; 7)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 10x - 3y = 9 \\ -5x + 1,5y = -4,5 \end{cases}$.

d) Thay $x = 1 ; y = 8$ vào từng phương trình của hệ $\begin{cases} 5x + 2y = 9 \\ x - 14y = 5 \end{cases}$, ta được:

$$\begin{cases} 5.1 + 2.8 = 21 \\ 1 - 14.8 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 + 16 = 21 \\ 1 - 112 = 5 \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

Vậy cặp $(1 ; 8)$ không phải là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x + 2y = 9 \\ x - 14y = 5 \end{cases}$.

Bài 6.

a) Ta có: $\begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ -5x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y = 4x - 3 \\ 3y = -5x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{4}{9}x - \frac{1}{3} \\ y = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{3} \end{cases}$

Vì $\frac{4}{9} \neq -\frac{5}{3}$ nên hai đường thẳng cắt nhau.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

b) Ta có: $\begin{cases} 2,3x + 0,8y = 5 \\ 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,8y = -2,3x + 5 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{23}{8}x + \frac{25}{4} \\ y = 3 \end{cases}$

Đường thẳng $y = -\frac{23}{8}x + \frac{25}{4}$ cắt trục tọa độ mà đường thẳng $y = 3$ song song với trục hoành nên 2 đường thẳng trên cắt nhau.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

c) Ta có:
$$\begin{cases} 3x = -5 \\ x + 5y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ 5y = -x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = -\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} \end{cases};$$

Đường thẳng $x = -\frac{5}{3}$ song song với trục tung mà đường thẳng $y = -\frac{1}{5}x - \frac{4}{5}$ cắt hai trục tọa độ nên 2 đường thẳng đó cắt nhau;

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

d) Ta có:
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 2y = 6x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 3x - \frac{5}{2} \end{cases}$$

Hai đường thẳng có hệ số góc bằng nhau vì cùng bằng 3, có tung độ góc khác nhau: $-1 \neq -\frac{5}{2}$ nên chúng song song với nhau. Nên hệ vô nghiệm;

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài 7. Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, giải thích vì sao:

a) Ta có:
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 3x - 1 \end{cases};$$

Vì $-2 \neq 3$ nên hai đường thẳng cắt nhau.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

b) Ta có:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{2}x \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases};$$

Vì $-\frac{3}{2} \neq \frac{2}{3}$ nên hai đường thẳng cắt nhau.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

c) Ta có:
$$\begin{cases} 3x + 0y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = -2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases};$$

Đường thẳng $x = 2$ song song với trục tung mà đường thẳng $y = -2x + 1$ cắt hai trục tọa độ nên 2 đường thẳng đó cắt nhau;

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 0y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

d) Ta có:
$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 0x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 4 \\ y = -2 \end{cases};$$

Đường thẳng $y = x - 4$ cắt hai trục tọa độ mà đường thẳng $y = -2$ song song với trục hoành nên 2 đường thẳng trên cắt nhau.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 4 \\ 0x - y = 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

e) Ta có: $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = -x + 3 \\ 4y = -2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \end{cases};$

Hai đường thẳng có hệ số góc bằng nhau vì cùng bằng $-\frac{1}{2}$, có tung độ gốc khác nhau: $\frac{1}{4} \neq \frac{3}{2}$ nên chúng song song với nhau. Nên hệ vô nghiệm;

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$ vô nghiệm.

f) Ta có: $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -x + 1 \end{cases};$

Nhận thấy hai đường thẳng trên trùng nhau;

Vậy hệ $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$ có vô số nghiệm.

Bài 8.

a) Thay $a = -2$ vào hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$, ta được: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -2x + 2y = 3 \end{cases}$

Do $3x - y = 1 \Leftrightarrow y = 3x - 1$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu diễn bởi đường thẳng $(d_1): y = 3x - 1$;

Do $-2x + 2y = 3 \Leftrightarrow 2y = 2x + 3 \Leftrightarrow y = x + \frac{3}{2}$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu diễn bởi đường thẳng $(d_2): y = x + \frac{3}{2}$;

Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có hệ số góc khác nhau ($1 \neq 3$) nên chúng cắt nhau. Do đó hệ

$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -2x + 2y = 3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất;

Vậy với $a = -2$ thì hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

b) Thay $a = -6$ vào hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$, ta được: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -6x + 2y = 3 \end{cases}$

Do $3x - y = 1 \Leftrightarrow y = 3x - 1$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu diễn bởi đường thẳng $(d_1): y = 3x - 1$;

Do $-6x + 2y = 3 \Leftrightarrow 2y = 6x + 3 \Leftrightarrow y = 3x + \frac{3}{2}$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu diễn bởi đường thẳng $(d_3): y = 3x + \frac{3}{2}$;

Hai đường thẳng (d_1) và (d_3) có tung độ góc khác nhau $(-1 \neq \frac{3}{2})$ và có cùng hệ số góc là 3 nên song

song với nhau. Do đó, hệ $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -6x + 2y = 3 \end{cases}$ vô nghiệm;

Vậy với $a = -6$ thì hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$ vô nghiệm.

Bài 9. Chứng tỏ rằng hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$;

a) Có vô số nghiệm với $a = 1$;

b) Vô nghiệm với $a = 1$

a) Thay $a = 1$ vào hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$, ta được: $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$;

Do $3x - 2y = 1 \Leftrightarrow 2y = 3x - 1 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu diễn

bởi đường thẳng $(d_1): y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$;

Do $15x - 10y = 5 \Leftrightarrow 10y = 15x - 5 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu

diễn bởi đường thẳng $(d_2): y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$;

Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có tung độ góc bằng nhau $(\frac{-1}{2} = \frac{-1}{2})$ và có cùng hệ số góc là $\frac{3}{2}$ nên hai

đường thẳng (d_1) và (d_2) trùng nhau. Do đó, hệ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$ có vô số nghiệm;

Vậy với $a = 1$ thì hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

b) Xét hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$;

Do $3x - 2y = a \Leftrightarrow 2y = 3x - a \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{a}{2}$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu diễn

bởi đường thẳng $(d): y = \frac{3}{2}x - \frac{a}{2}$;

Do $15x - 10y = 5 \Leftrightarrow 10y = 15x - 5 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ nên tập nghiệm của phương trình thứ nhất được biểu

diễn bởi đường thẳng $(d_2): y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$;

Hai đường thẳng (d) và (d_3) có tung độ góc khác nhau ($\frac{-1}{2} \neq \frac{a}{2}$ vì $a \neq 1$ (bài cho)) và có cùng hệ số góc

là $\frac{3}{2}$ nên song song với nhau. Do đó, hệ $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x + 10y = 5 \end{cases}$ vô nghiệm với mọi $a \neq 1$;

Vậy với $a = -6$ thì hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$ vô nghiệm.

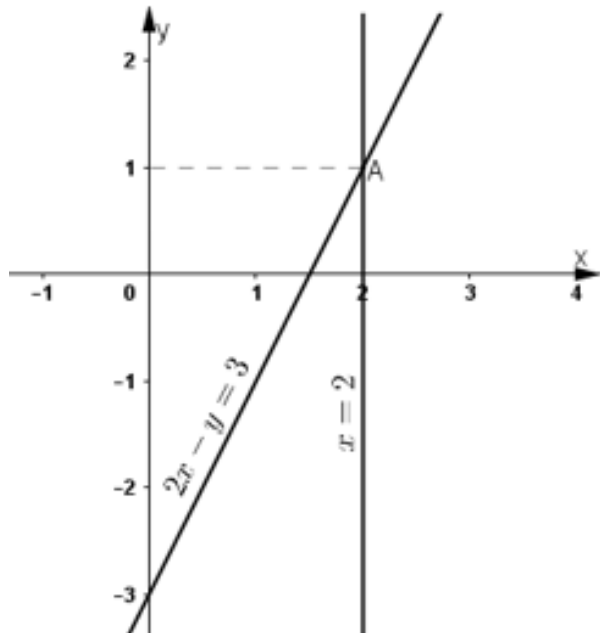
Vậy với $a \neq 1$ thì hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$ vô nghiệm.

Bài 10. Cho các hệ phương trình sau:

a) Ta có: $\begin{cases} x = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$;

Đường thẳng $x = 2$ song song với trục tung mà đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt hai trục tọa độ nên 2 đường thẳng đó cắt nhau;

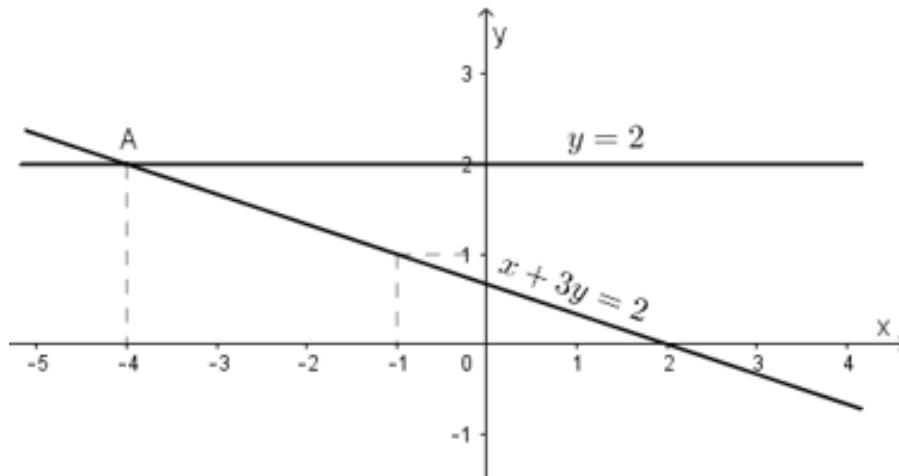
Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.



b) Ta có $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = -x + 2 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \\ y = 2 \end{cases}$

Đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ cắt hai trục tọa độ mà đường thẳng $y = 2$ song song với trục hoành nên 2 đường thẳng trên cắt nhau.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2y = 4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.



Bài 11. Dựa vào vị trí tương đối của hai đường thẳng dưới đây, hãy tìm mối liên hệ giữa các hằng số

a, b, c và các hằng số $a'; b'; c'$ để hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

***Trường hợp 1:** $a; b; a'; b' \neq 0$

Ta có:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} by = -ax + c \\ b'y = -a'x + c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \\ y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'} \end{cases}$$

a) Hệ phương trình có một nghiệm duy nhất khi hai đường thẳng cắt nhau. Nghĩa là hai đường thẳng có

hệ số góc khác nhau: $\frac{a}{b} \neq \frac{a'}{b'} \Rightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

b) Hệ phương trình vô nghiệm khi hai đường thẳng song song nhau. Nghĩa là hai đường thẳng có hệ số góc bằng nhau và tung độ góc khác nhau:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \\ \frac{c}{b} \neq \frac{c'}{b'} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \neq \frac{c}{c'} \text{ (nếu } c' \neq 0) \text{ hoặc } \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} \neq \frac{c'}{c} \text{ (nếu } c \neq 0)$$

c) Hệ phương trình có vô số nghiệm khi hai đường thẳng trùng nhau. Nghĩa là hai đường thẳng có hệ số góc và tung độ góc bằng nhau:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \\ \frac{c}{b} = \frac{c'}{b'} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{c}{c'} \text{ (nếu } c' \neq 0) \text{ hoặc } \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} \text{ (nếu } c \neq 0)$$

*** Trường hợp 2:** $a = 0; a' \neq 0$

Ta có:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{c}{b} \\ y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'} \end{cases} \text{ (với } b' \neq 0)$$

$$\text{hoặc } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{c}{b} \\ x = \frac{c'}{a'} \end{cases} \quad (\text{với } b' = 0)$$

Vì hai đường thẳng $y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'}$ và $x = \frac{c'}{a'}$ luôn luôn cắt trục hoành còn đường thẳng $y = \frac{c}{b}$ song song

hoặc trùng với trục hoành nên chúng luôn luôn cắt nhau.

Vậy hệ phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất.

* **Trường hợp 3:** $a = a' = 0$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{c}{b} \\ y = \frac{c'}{b'} \end{cases}$$

Hệ có vô số nghiệm khi hai đường thẳng trùng nhau, nghĩa là: $\frac{c}{b} = \frac{c'}{b'} \Rightarrow \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

Hệ vô nghiệm khi hai đường thẳng song song nhau, nghĩa là: $\frac{c}{b} \neq \frac{c'}{b'} \Rightarrow \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

* **Trường hợp 4:** $b = 0; b' \neq 0$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'} \end{cases} \quad (\text{với } a' \neq 0)$$

$$\text{hoặc } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y = \frac{c'}{b'} \end{cases} \quad (\text{với } a \neq 0)$$

Vì hai đường thẳng $y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'}$ và $y = \frac{c'}{b'}$ luôn luôn cắt trục tung còn đường thẳng $x = \frac{c}{a}$ song song

hoặc trùng với trục tung nên chúng luôn luôn cắt nhau.

Vậy hệ phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất.

* **Trường hợp 5:** $b = b' = 0$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ x = \frac{c'}{a'} \end{cases} \quad (\text{với } a' \neq 0)$$

Hệ có vô số nghiệm khi hai đường thẳng trùng nhau, nghĩa là: $\frac{c}{a} = \frac{c'}{a'} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$

Hệ vô nghiệm khi hai đường thẳng song song, nghĩa là: $\frac{c}{a} \neq \frac{c'}{a'} \Rightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{c}{c'}$

Áp dụng:

a) Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

b) Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn vô nghiệm:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 6y = 4 \end{cases}$$

c) Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

Dạng 2: Giải hệ phương trình bằng phương pháp hình học

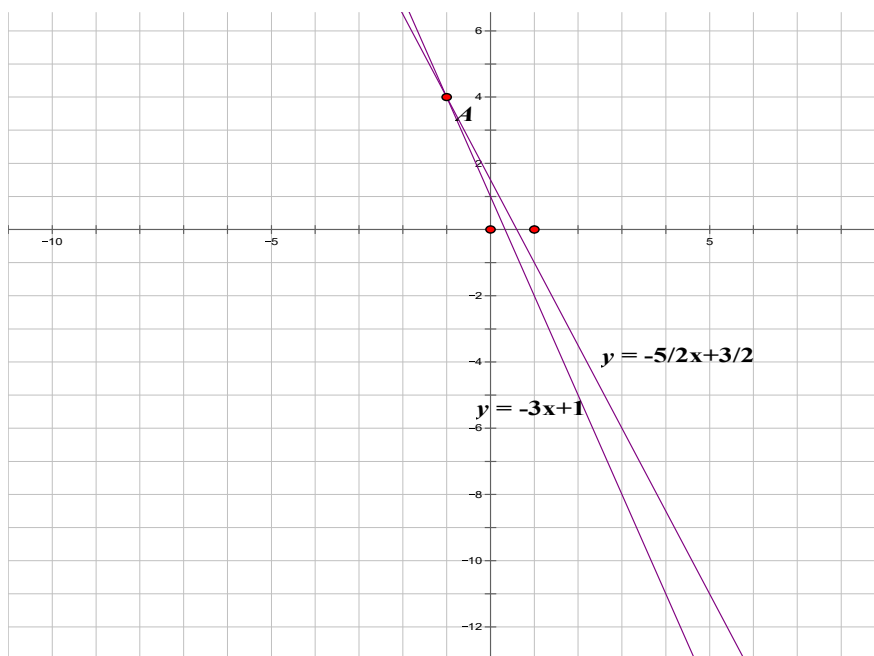
Bài 12. Cho hai phương trình: $3x + y = 1$ và $-5x + 2y = 3$

a) Nghiệm tổng quát của mỗi phương trình $3x + y = 1$ là: $(x; -3x + 1)$

Nghiệm tổng quát của mỗi phương trình $-5x + 2y = 3$ là: $\left(x; \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}\right)$

b) Vẽ đồ thị của hai phương trình trên cùng một hệ tọa độ rồi xác định nghiệm chung của hai phương trình.

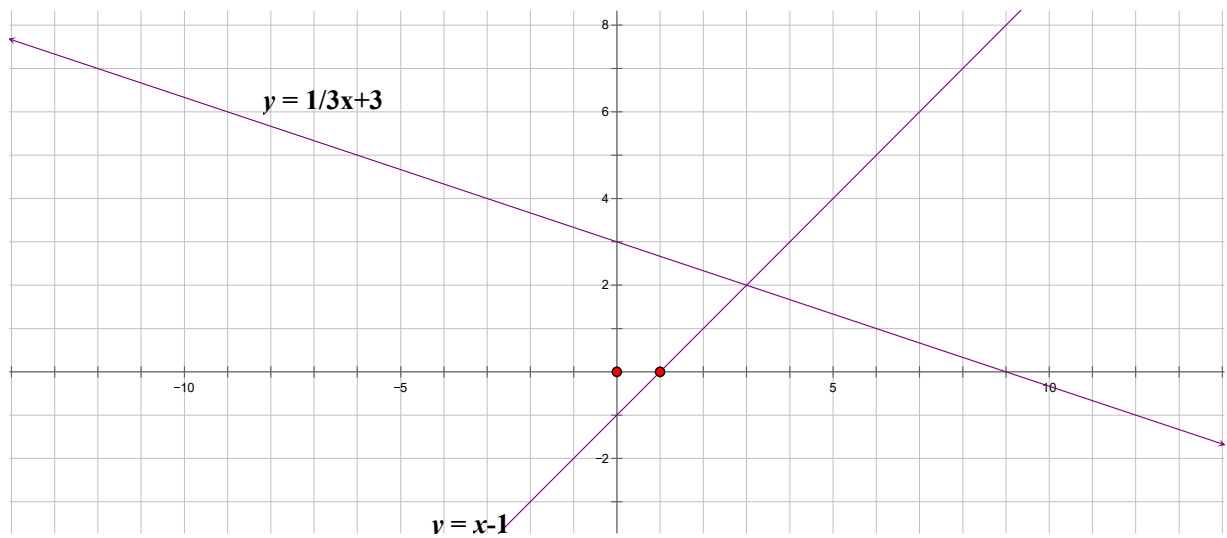
$$3x + y = 1 \Leftrightarrow y = -3x + 1 \text{ và } -5x + 2y = 3 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$$



Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(-1; 4)$

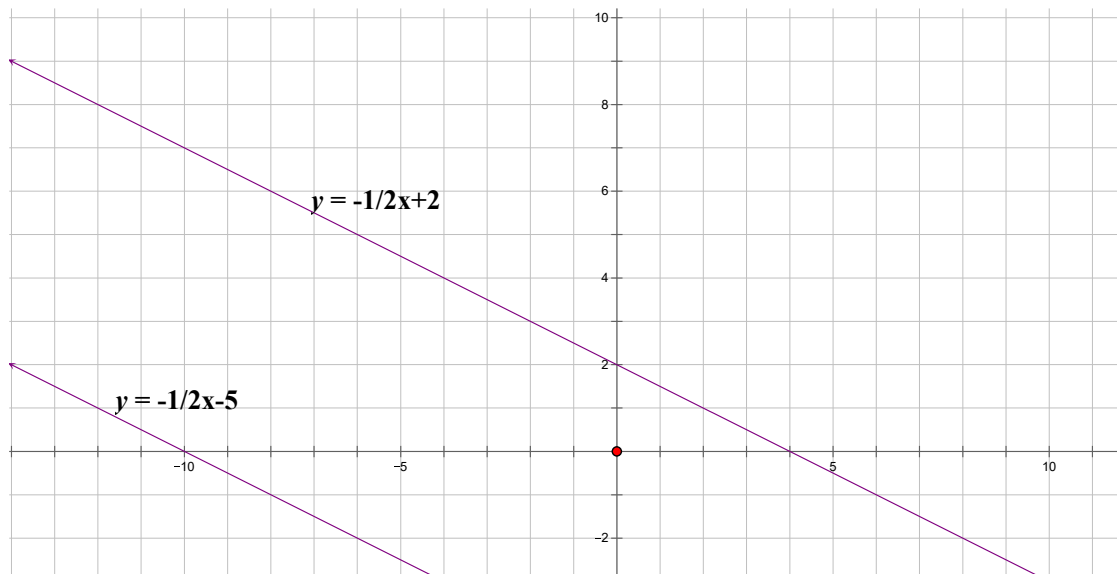
Bài 13. Bằng cách vẽ đồ thị, hãy giải các hệ phương trình:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{-1}{3}x + 3 \end{cases}$$



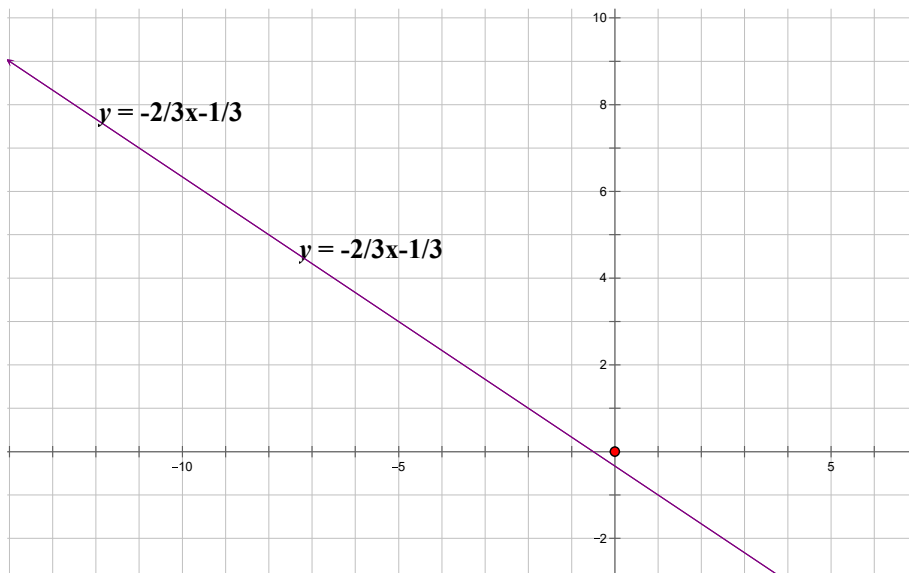
Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(3; 2)$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ -2x - 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-1}{2}x + 2 \\ y = \frac{-1}{2}x - \frac{5}{2} \end{cases}$$



Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

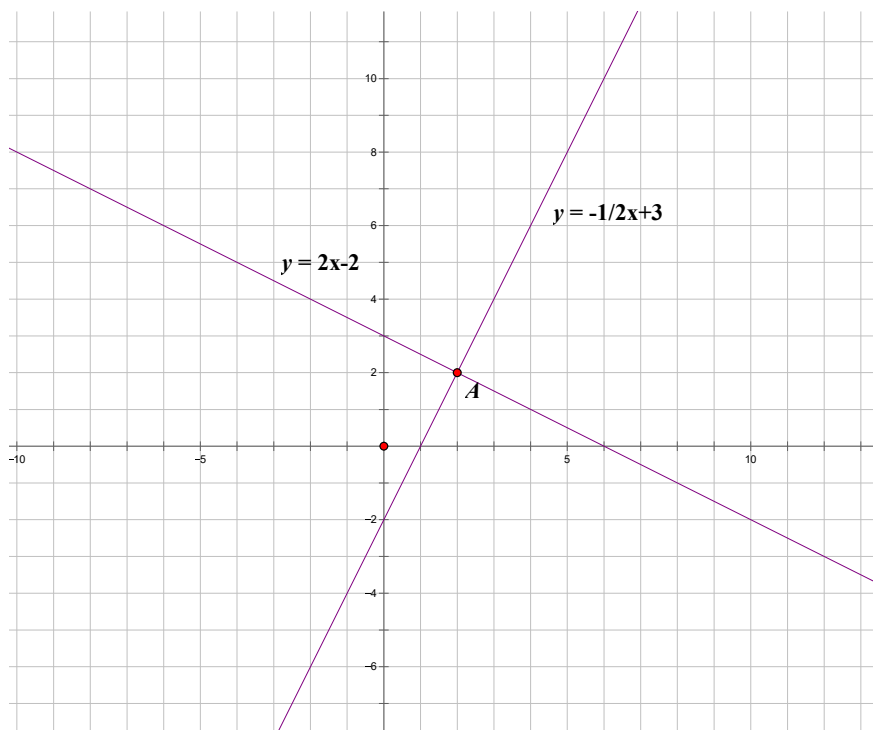
$$c) \begin{cases} 1,5y + x = -0,5 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-2}{3}x - \frac{1}{3} \\ y = \frac{-2}{3}x - \frac{1}{3} \end{cases}$$



Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm.

Bài 14. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = \frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình đã cho bằng phương pháp đồ thị

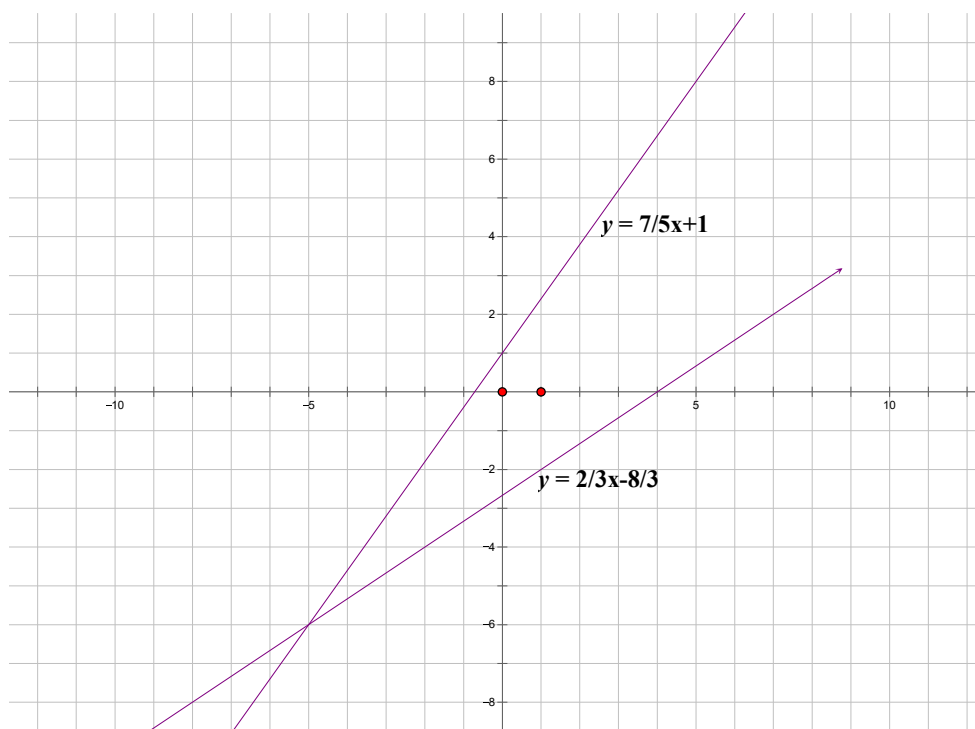


Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(2; 2)$

b) Nghiệm của hệ phương trình đã cho không là nghiệm của phương trình $3x - 2y = -8$

c) Nghiệm của hệ phương trình đã cho không là nghiệm của phương trình $4,5x + 7,5y = 25$.

Bài 15. Cho hai đường thẳng: $(d_1): 2x - 3y = 8$ và $(d_2): 7x - 5y = -5$



Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $M(-5; -6)$

b) Để đường thẳng $y = ax$ đi qua giao điểm của (d_1) và (d_2) thì tọa độ điểm M phải thỏa mãn phương trình, ta có: $-6 = a(-5) \Leftrightarrow a = \frac{6}{5}$

Dạng 2: Hai hệ phương trình tương đương

Bài 16. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

Câu a là khẳng định đúng

Câu $b; c$ là khẳng định sai

Bài 17. Trong các trường hợp sau, hai hệ phương trình nào tương đương với nhau? Không tương đương với nhau?

$$a) \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x + 6y = 7 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x - 2y = 3 \\ -4x + 8y = 8 \end{cases}$$

Hai hệ phương trình được viết lại như sau:

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x + 6y = 7 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x - 2y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

Hai hệ phương trình tương đương với nhau, vì cùng có tập nghiệm là $S = \emptyset$

$$b) \begin{cases} x - y = -4 \\ 3x - 3y = -12 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 4 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

Hai hệ phương trình được viết lại như sau:

$$\begin{cases} x - y = -4 \\ x - y = -4 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ta thấy hệ phương trình thứ nhất có vô số nghiệm, còn hệ thứ hai có nghiệm duy nhất, nên hai hệ phương trình không tương đương với nhau.

$$c) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -x - 1,5y = -0,5 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} 3x + y = -8 \\ y = 2 \end{cases}$$

Tương tự như câu b, Ta có hai hệ phương trình đã cho không tương đương nhau.

Bài 18.

Ta thấy hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm $(1; 0)$

Để hai hệ đã cho tương đương nhau thì nghiệm $(1; 0)$ phải là nghiệm của hệ $\begin{cases} ax - 2y = 2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} a.1 - 2.0 = 2 \\ 1 + a.0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2$$

Ngược lại với $a = 2$ thì hệ thứ hai trở thành: $\begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(1; 0)$

Vậy với $a = 2$ thì hai hệ phương trình đã cho tương đương.

Bài 19.

Ta thấy hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$ có nghiệm $(1; -1)$

Để hai hệ đã cho tương đương nhau thì nghiệm $(1; -1)$ phải là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 12x + 3y = a \end{cases}$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} 2.1 - 3.(-1) = 5 \\ 12.1 + 3.(-1) = a \end{cases} \Leftrightarrow a = 9$$

Ngược lại với $a = 9$ thì hệ thứ hai trở thành: $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 12x + 3y = 9 \end{cases}$ có nghiệm $(1; -1)$

Vậy với $a = 9$ thì hai hệ phương trình đã cho tương đương.

Bài 20.

Ta thấy hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$ có nghiệm $(3; 1)$

Để hai hệ đã cho tương đương nhau thì nghiệm $(3; 1)$ phải là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2ax - 2y = 1 \\ x + ay = 2 \end{cases}$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} 2a.3 - 2.1 = 1 \\ 3 + a.1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a = 3 \\ a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy không có giá trị nào của a để hai hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$ và $\begin{cases} 2ax - 2y = 1 \\ x + ay = 2 \end{cases}$ tương đương.

C.TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN PHẦN XẠ

Câu 1. Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi

- A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$. B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$. C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Câu 2. Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

(các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0) vô số nghiệm khi

- A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$. B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$. C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Câu 3. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (có hệ số khác 0) vô nghiệm khi

- A. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$. B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. C. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. D. $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ có các hệ số khác 0 và $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. Chọn câu đúng.

- A. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất. B. Hệ phương trình vô nghiệm.
C. Hệ phương trình vô số nghiệm. D. Chưa kết luận được về nghiệm của hệ.

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ -4x - 5y = 9 \end{cases}$ nhận cặp số nào sau đây là nghiệm.

- A. $(-21; 15)$. B. $(21; -15)$. C. $(1; 1)$. D. $(1; -1)$.

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases} 5x + y = 7 \\ -x - 3y = 21 \end{cases}$ nhận cặp số nào sau đây là nghiệm.

- A. $(1; 2)$. B. $(8; -3)$. C. $(3; -8)$. D. $(3; 8)$.

Câu 7. Cặp số $(-2; -3)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$.

Câu 8. Cặp số $(3; -5)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y = -1 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 4x - y = 0 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$

Câu 9. không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của hệ $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

A. Vô số nghiệm. **B.** Vô nghiệm. **C.** Có nghiệm duy nhất. **D.** Có hai nghiệm phân biệt.

Câu 10. Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của hệ $\begin{cases} -x + 5y = -1 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$

A. Vô số nghiệm. **B.** Vô nghiệm. **C.** Có nghiệm duy nhất. **D.** Có hai nghiệm phân biệt.

Câu 11. Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Câu 12. Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ (m - 1)x + 2y = m \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Câu 13. Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của hệ $\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = 3 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = 5 \end{cases}$

A. Vô số nghiệm. **B.** Vô nghiệm. **C.** Có nghiệm duy nhất. **D.** Có hai nghiệm phân biệt.

Câu 14. Cho hệ (I) : $\begin{cases} x = y - 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$ và hệ (II) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3y + 5 = 2x \end{cases}$. Chọn kết luận đúng.

A. Hai hệ đã cho đều vô nghiệm. **B.** Hai hệ đã cho đều có nghiệm duy nhất.
C. Hệ (I) vô nghiệm, hệ (II) có nghiệm duy nhất. **D.** Hệ (I) và hệ (II) đều có vô số nghiệm.

Câu 15. Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 2x - my = 2m^2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m \neq 2$. **B.** $m \neq -2$. **C.** $m = 2$. **D.** $m \neq \pm 2$.

Câu 16. Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình

$\begin{cases} x - (m - 2)y = 2 \\ (m - 1)x - 2y = m - 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

A. $m \neq 0$. **B.** $m \neq 2$. **C.** $m \neq \{0; 3\}$. **D.** $m = 0; m = 3$.

Câu 17. Cho hệ phương trình $\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x + m^2y = 9 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hệ phương trình nhận cặp $(1;2)$ làm nghiệm

- A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Câu 18. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+2)x + y = 2m - 8 \\ m^2x + 2y = -3 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số để hệ phương trình nhận cặp số $(-1;3)$ làm nghiệm.

- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = -3$. D. $m = 3$.

Câu 19. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3mx + y = -2m \\ -3x - my = -1 + 3m \end{cases}$. Xác định các giá trị của tham số m để hệ phương trình vô số nghiệm.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 20. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 5mx + 5y = -\frac{15}{2} \\ -4x - my = 2m + 1 \end{cases}$. Xác định các giá trị của tham số m để hệ phương trình vô số nghiệm.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = -3$.

Câu 21. Bằng cách tìm giao điểm của hai đường thẳng $d : -2x + y = 3$ và

$d' : x + y = 5$ ta tìm được nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$ là

$(x_0; y_0)$. tính $y_0 - x_0$.

- A. $\frac{11}{3}$. B. $\frac{13}{3}$. C. 5. D. $\frac{17}{3}$.

Câu 22. Bằng cách tìm giao điểm của hai đường thẳng $d : 4x + 2y = -5$ và

$d' : 2x - y = -1$ ta tìm được nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 2y = -5 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$ là

$(x_0; y_0)$. tính $x_0 \cdot y_0$.

- A. $\frac{21}{32}$. B. $-\frac{21}{32}$. C. $\frac{21}{8}$. D. $-\frac{10}{12}$.

Câu 23. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 3m \\ 2x - my = -4 - 4m \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số

m để hệ phương trình nhận cặp $(-1; 2)$ làm nghiệm.

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -3$.

D. $m = 3$.

HƯỚNG DẪN

Câu 1. Đáp án C.

Xét hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

- Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

- Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

- Hệ phương trình có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

Câu 2. Đáp án B.

Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ có vô số nghiệm khi hai đường thẳng $d : ax + by = c$

và $d' : a'x + b'y = c'$ trùng nhau, suy ra hệ phương trình có vô số nghiệm $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

Câu 3. Đáp án B.

Xét hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (có hệ số khác 0)

- Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

- Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

- Hệ phương trình có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

Câu 4. Đáp án B.

Xét hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0)

Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

Câu 5. Đáp án A.

Thay lần lượt các cặp số $(21; -15); (1; 1); (1; -1)$ và $(-21; 15)$ vào hệ phương trình ta được

+) Với cặp số $(21; -15)$ thì ta có $\begin{cases} 2.21 + 3.15 = 3 \\ -4.21 + 5.15 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 87 = 3 \\ -9 = 9 \end{cases}$ (vô lý) nên loại B.

+) Với cặp số $(1;1)$ thì ta có $\begin{cases} 2.1 + 3.1 = 3 \\ -4.1 - 5.1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 3 \\ -9 = 9 \end{cases}$ (vô lý) nên loại C.

+) Với cặp số $(1;-1)$ thì ta có $\begin{cases} 2.1 + 3.(-1) = 3 \\ -4.1 - 5.(-1) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 3 \\ 1 = 9 \end{cases}$ (vô lý) nên loại D.

+) Với cặp số $(-21;15)$ thì ta có $\begin{cases} 2.(-21) + 3.15 = 3 \\ -4.(-21) - 5.15 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 3 \\ 9 = 9 \end{cases}$ (luôn đúng) nên chọn A.

Câu 6. Đáp án C.

Thay lần lượt các cặp số $(1;2);(8;-3);(3;-8)$ và $(3;8)$ vào hệ phương trình ta được

+) Với cặp số $(1;2)$ thì ta có $\begin{cases} 5.1 + 2 = 7 \\ -1 - 3.2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ -7 = 21 \end{cases}$ (vô lý) nên loại B.

+) Với cặp số $(8;-3)$ thì ta có $\begin{cases} 5.8 + (-3) = 7 \\ -8 - 3(-3) = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 37 = 7 \\ 1 = 21 \end{cases}$ (vô lý) nên loại C.

+) Với cặp số $(3;8)$ thì ta có $\begin{cases} 5.3 + 8 = 7 \\ -3 - 3.8 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 23 = 7 \\ -27 = 21 \end{cases}$ (vô lý) nên loại D.

+) Với cặp số $(3;-8)$ thì ta có $\begin{cases} 5.3 + (-8) = 7 \\ -3 - 3.(-8) = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ 21 = 21 \end{cases}$ (luôn đúng) nên chọn A.

Câu 7. Đáp án C.

+) Thay $x = -2; y = -3$ vào hệ $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} -2 - (-3) = 1 \neq 3 \\ 2.(-2) - 3 = -7 \neq 4 \end{cases}$ (vô lý) nên loại A.

+) Thay $x = -2; y = -3$ vào hệ $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 2.(-2) - (-3) = -1 \\ -2 - 3.(-3) = 7 \neq 8 \end{cases}$ (vô lý) nên loại B.

+) Thay $x = -2; y = -3$ vào hệ $\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 4.(-2) - 2.(-3) = -2 \neq 0 \\ -2 - 3.(-3) = 7 \neq 5 \end{cases}$ (vô lý) nên loại D.

+) Thay $x = -2; y = -3$ vào hệ $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 2.(-2) - (-3) = -1 \\ -2 - 3.(-3) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -1 \\ 7 = 7 \end{cases}$ (luôn

đúng) nên chọn C.

Câu 8. Đáp án B.

+) Thay $x = 3; y = -5$ vào hệ $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 3 - 3(-5) = 1 \\ 3 + (-5) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18 = 1 \\ -2 = 2 \end{cases}$ (vô lý) nên loại A.

+) Thay $x = 3; y = -5$ vào hệ $\begin{cases} y = -1 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} -5 = -1 \\ 3 - 3.(-5) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 = -1 \\ 18 = 5 \end{cases}$ (vô lý) nên loại C.

+) Thay $x = 3; y = -5$ vào hệ $\begin{cases} 4x - y = 0 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 4.3 - (-5) = 0 \\ 3 - 3.(-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17 = 0 \\ 18 = 0 \end{cases}$ (vô lý) nên loại D.

+) Thay $x = 3; y = -5$ vào hệ $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 3.3 + (-5) = 4 \\ 2.3 - (-5) = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 4 \\ 11 = 11 \end{cases}$ (luôn đúng) nên

chọn B.

Câu 9. Đáp án C.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ có $\frac{-2}{3} \neq \frac{1}{-2}$ nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 10. Đáp án C.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ có $\frac{-1}{5} \neq \frac{5}{1}$ nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 11. Đáp án A.

Để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$ vô nghiệm thì $\frac{m}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{2m}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m = 1$

Câu 12. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ (m-1)x + 2y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ 2y = (1-m)x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = \frac{1-m}{2x} + \frac{m}{2} \end{cases}$

Để hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ (m-1)x + 2y = m \end{cases}$ vô nghiệm thì đường thẳng $d : y = 2x - 4$ song song với

đường thẳng $d' : y = \frac{1-m}{2}x + \frac{m}{2}$ suy ra $\begin{cases} \frac{1-m}{2} = 2 \\ \frac{m}{2} \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m = 4 \\ m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$

Câu 13. Đáp án B.

Xét hệ phương $\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = 3 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = 5 \end{cases}$ trình có $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{-2}{-6} \neq \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \neq \frac{3}{5}$ nên hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 14. Đáp án D.

Xét hệ (I) : $\begin{cases} x = y - 1 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$

Nhận thấy rằng hai đường thẳng $(d_1) : y = x + 1$ và $(d_2) : y = x + 1$ trùng nhau nên hệ (I) có vô số nghiệm.

$$\text{Xét hệ (II)} \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3y + 5 = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 2x - 5 \\ 3y = 2x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases}$$

Nhận thấy rằng hai đường thẳng $(d_3): y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ và $(d_4): y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ trùng nhau nên hệ (II) có vô số nghiệm.

Vậy cả hai hệ đã cho đều có vô số nghiệm.

Câu 15. Đáp án D.

$$\text{Để hệ phương trình } \begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 2x - my = 2m^2 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất thì } \frac{m}{2} \neq \frac{-2}{-m} \Leftrightarrow m^2 \neq 4 \Leftrightarrow m \neq \pm 2.$$

Câu 16. Đáp án C.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x - (m-2)y = 2 \\ (m-1)x - 2y = m-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)y = x-2 \\ 2y = (m-1)x - m + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)y = x-2 \\ y = \frac{m-1}{2}x - \frac{m}{2} + \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{TH1: Với } m-2=0 \Leftrightarrow m=2 \text{ ta có hệ } \begin{cases} 0.y = x-2 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

Nhận thấy hệ này có nghiệm duy nhất vì hai đường thẳng $x=2$ và $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ cắt nhau.

$$\text{TH2: Với } m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2 \text{ ta có hệ } \begin{cases} (m-2)y = x-2 \\ y = m - \frac{1}{2}x - \frac{m}{2} + \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{m-2}x - \frac{2}{m-2} \\ y = m - \frac{1}{2}x - \frac{m}{2} + \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì hai đường thẳng } d: y = \frac{1}{m-2}x - \frac{2}{m-2}$$

$$\text{và } d': y = \frac{m-1}{2}x - \frac{m}{2} + \frac{5}{2} \text{ cắt nhau}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{m-2} \neq \frac{m-1}{2} \Leftrightarrow (m-1)(m-2) \neq 2 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 \neq 2 \Leftrightarrow m^2 - 3m \neq 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 3 \end{cases}. \text{ Suy ra } m \neq \{0; 3\}$$

Kết hợp cả TH1 và TH2 ta có $m \neq \{0; 3\}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $m \neq \{0; 3\}$.

Câu 17. Đáp án C.

$$\text{Để hệ phương trình } \begin{cases} -mx + y = -2m \\ x + m^2y = 9 \end{cases} \text{ nhận cặp (1;2) làm nghiệm thì}$$

$$\begin{cases} -m.1 + 2 = -2m \\ 1 + m^2.2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow m = -2$$

. Vậy $m = -2$.

Câu 18. Đáp án D.

Để hệ phương trình $\begin{cases} (m+2)x + y = 2m - 8 \\ m^2x + 2y = -3 \end{cases}$ nhận cặp số $(-1; 3)$ làm nghiệm thì

$$\begin{cases} (m+2).(-1) + 3 = 2m - 8 \\ m^2(-1) + 2.3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 2 + 3 = 2m - 8 \\ -m^2 + 6 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = 9 \\ m^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 3 \\ m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy $m = 3$.

Câu 19. Đáp án B.

Để hệ phương trình $\begin{cases} 3mx + y = -2m \\ -3x - my = -1 + 3m \end{cases}$ có vô số nghiệm thì $\frac{3m}{-3} = \frac{1}{-m} = \frac{-2m}{-1 + 3m}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 = 3 \\ 2m^2 = 3m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ 2m^2 - 3m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ (2m - 1)(m - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m = 1$$

Câu 20. Đáp án C.

+ TH1: Với $m = 0$ ta có hệ $\begin{cases} 5y = -15 \\ -4x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases}$ hay hệ phương trình có nghiệm duy nhất nên loại $m = 0$.

+ TH2: Với $m \neq 0$.

Để hệ phương trình $\begin{cases} 5mx + 5y = -\frac{15}{2} \\ -4x - my = 2m + 1 \end{cases}$ có vô số nghiệm

$$\text{thì } \frac{5m}{-4} = \frac{5}{-m} = \frac{-15}{2(2m+1)} \Leftrightarrow \begin{cases} -5m^2 = -20 \\ 10(2m+1) = 15m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ 20m + 10 = 15m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow m = -2$$

(tm)

Câu 21. Đáp án A.

Ta có $d: -2x + y = 3 \Leftrightarrow y = 2x + 3$ và $d': x + y = 5 \Leftrightarrow y = 5 - x$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và d' :

$$2x + 3 = 5 - x \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow y = 5 - x = 5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3}.$$

Vậy tọa độ giao điểm của d và d' là $\left(\frac{2}{3}; \frac{13}{3}\right)$

Suy ra nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{13}{3}\right)$

Từ đó $y_0 - x_0 = \frac{13}{3} - \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$.

Câu 22. Đáp án A.

Ta có $d: 4x + 2y = -5 \Leftrightarrow y = \frac{-4x - 5}{2}$ và $d': 2x - y = -1 \Leftrightarrow y = 2x + 1$ Xét phương trình hoành

độ giao điểm của d và d' : $\frac{-4x - 5}{2} = 2x + 1 \Leftrightarrow -4x - 5 = 4x + 2 \Leftrightarrow 8x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{8}$

$\Rightarrow y = 2x + 1 = 2 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) + 1 = -\frac{3}{4}$.

Vậy tọa độ giao điểm của d và d' là $\left(-\frac{7}{8}; -\frac{3}{4}\right)$

Suy ra nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 2y = -5 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$ là $(x_0; y_0) = \left(-\frac{7}{8}; -\frac{3}{4}\right)$

Từ đó $x_0 \cdot y_0 = \left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{21}{32}$

Câu 23. Đáp án A.

Để hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 3m \\ 2x - my = -4 - 4m \end{cases}$ nhận cặp $(-1; 2)$ làm nghiệm thì

$\begin{cases} m \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = 3m \\ 2 \cdot (-1) - m \cdot 2 = -4 - 4m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = 3m \\ 2 \cdot (-1) - m \cdot 2 = -4 - 4m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m = -4 \\ 2m = -2 \end{cases} \Rightarrow m = -1$ Vậy $m = -1$.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Không giải hệ phương trình, em hãy đoán nhận số nghiệm của hệ và giải thích vì sao?

a. $\begin{cases} y = 4x + 2 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$

b. $\begin{cases} y = \frac{-1}{5}x + 3 \\ y = -\frac{1}{5}x - 1 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ x + \frac{1}{3}y = 1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 3y = -x \\ 4y = 2x \end{cases}$

Bài 2. Xác định các nghiệm của mỗi hệ phương trình sau bằng phương pháp hình học:

a. $\begin{cases} 3x + y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -x - y = 1 \end{cases}$

Bài 3. Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, và giải thích tại sao?

a. $\begin{cases} x - y = 3 \\ 5x - 5y = 3 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 12x + 9y = -3 \end{cases}$

Bài 4. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 0x + y = 3 \\ 3x - 2y = -9 \end{cases}$

- a. Giải hệ phương trình đã cho bằng đồ thị;
b. Nghiệm của phương trình đã cho có phải là nghiệm của phương trình $4x - 5y = -19$ không?

Bài 5. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

- a. Giải hệ phương trình đã cho bằng phương pháp đồ thị
b. Nghiệm của hệ phương trình đã cho có phải là nghiệm của phương trình $2x - 5y = 7$ không?

Bài 6. Bằng đồ thị chứng tỏ các hệ phương trình sau luôn có nghiệm duy nhất với bất kì giá trị nào của a :

a. $\begin{cases} x = a \\ x + y = 1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x - y = 3 \\ y = a \end{cases}$

Bài 7. Bằng đồ thị chứng tỏ hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$

- a. Có nghiệm duy nhất với $a = -2$;
b. Vô nghiệm với $a = -6$.

Bài 8. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$

- a. Có vô số nghiệm với $a = 1$;
b. Vô nghiệm với $a \neq 1$.

Bài 9. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai:

- a. Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vô nghiệm, là hai hệ phương trình tương đương với nhau?
b. Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn cùng vô số nghiệm là hai phương trình tương đương với nhau.

Bài 10. Trong các trường hợp sau, hai hệ phương trình nào tương đương với nhau? Hai hệ phương trình nào không tương đương với nhau?

a. $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = -6 \end{cases}$ và $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y - 6 = 0 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x + y = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

HƯỚNG DẪN

Bài 1.

a. Hai đường thẳng $y = 4x + 2$ và $y = 3x - 3$ có hệ số góc $a_1 = 4; a_2 = 3$ khác nhau nên chúng cắt nhau tại một điểm.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

b. Hai đường thẳng $y = -\frac{1}{5}x + 3$ và $y = -\frac{1}{5}x - 1$ có hệ số góc $a_1 = a_2 = -\frac{1}{5}$ bằng nhau mà hệ số

$b_1 = 3 \neq b_2 = -1$ khác nhau nên chúng song song với nhau và không có điểm chung.

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c. Biến đổi hệ phương trình về dạng: $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ x + \frac{1}{3}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x + 3 \\ \frac{1}{3}y = -x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x + 3 \\ y = -3x + 3 \end{cases}$

Hai đường thẳng có hệ số góc $a_1 = a_2 = -3$ và có tung độ gốc $b_1 = b_2 = 3$ nên chúng trùng nhau.

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.

d. Biến đổi hệ phương trình về dạng: $\begin{cases} 3y = -x \\ 4y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3}x \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}$

Hai đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x$ và $y = \frac{1}{2}x$ có hệ số góc $a_1 = -\frac{1}{3}; a_2 = \frac{1}{2}$ khác nhau nên chúng cắt nhau tại một điểm.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Bài 2.

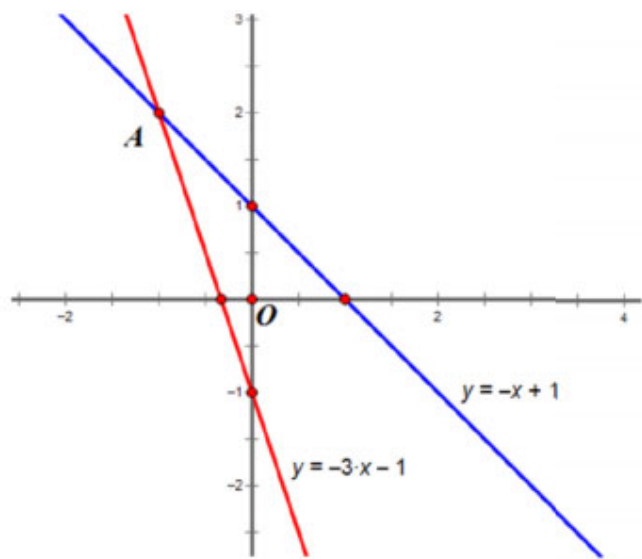
Xác định các nghiệm của mỗi hệ phương trình sau bằng phương pháp hình học:

a. Hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

Đường thẳng $3x + y = -1 (d_1)$ có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm $(0; -1)$ và điểm $(-1; 2)$.

Đường thẳng $x + y = 1 (d_2)$ có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm $(-1; 2)$ và điểm $(1; 0)$.

Hai đường thẳng $3x + y = -1 (d_1)$ và $x + y = 1 (d_2)$ có đồ thị như hình vẽ:



Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hai đường thẳng cắt nhau tại $A(-1; 2)$, suy ra nghiệm của hệ phương trình

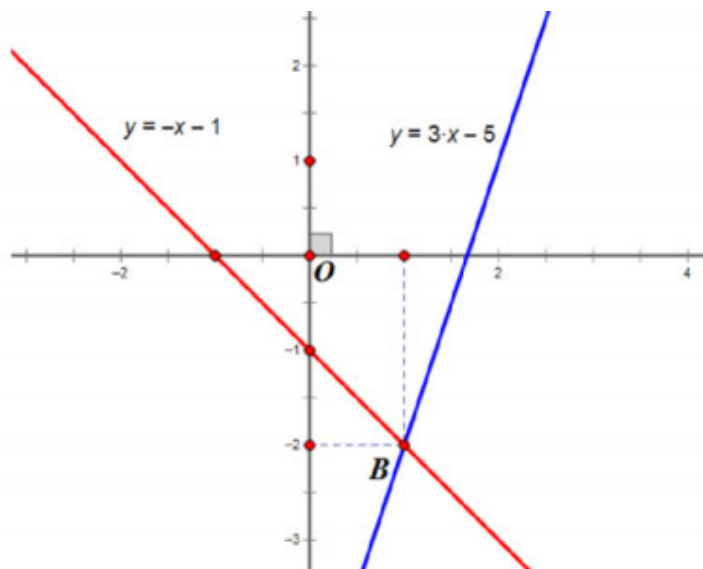
là:
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

b. Hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -x - y = 1 \end{cases}$$

Đường thẳng $3x - y = 5 (d_1)$ có đồ thị đường thẳng đi qua điểm $(0; 5)$ và điểm $(1; -2)$.

Đường thẳng $-x - y = 1 (d_2)$ có đồ thị đường thẳng đi qua điểm $(0; -1)$ và điểm $(-1; 0)$.

Hai đường thẳng $3x - y = 5 (d_1)$ và $-x - y = 1 (d_2)$ có đồ thị như hình vẽ:



Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hai đường thẳng cắt nhau tại $B(1; -2)$, suy ra nghiệm của phương trình là:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Bài 3. Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, và giải thích tại sao?

a. Biến đổi hệ phương trình đã cho:
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 5x - 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ y = x - \frac{3}{5} \end{cases}$$

Hệ phương trình vô nghiệm, vì hai đường thẳng $y = x - 3$ và $y = x - \frac{3}{5}$ có hệ số góc $a_1 = a_2 = 1$ và tung độ góc $b_1 \neq b_2$ vì $\left(-3 \neq -\frac{3}{5}\right)$ nên chúng song song với nhau.

b. Biến đổi phương trình đã cho:
$$\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 12x + 9y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{3} \\ y = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{3} \end{cases}$$

Hệ phương trình có vô số nghiệm, vì hai đường thẳng trùng nhau do có hệ số góc $a_1 = a_2 = -\frac{4}{3}$ và tung độ góc $b_1 = b_2 = -\frac{1}{3}$.

Bài 4. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0x + y = 3 \\ 3x - 2y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2} \end{cases}$$

a. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy, hai đường thẳng $y = 3$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ cắt nhau tại điểm A có tọa độ $(-1; 3)$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$

b. Với $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ thay vào phương trình $4x - 5y = -19$

ta có:

$$4(-1) - 5 \cdot 3 = -19 \Leftrightarrow -4 - 15 = -19 \text{ (VT = VP đúng)}.$$

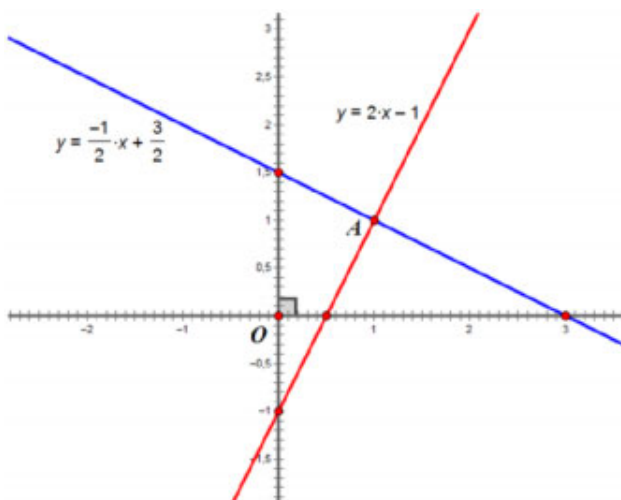
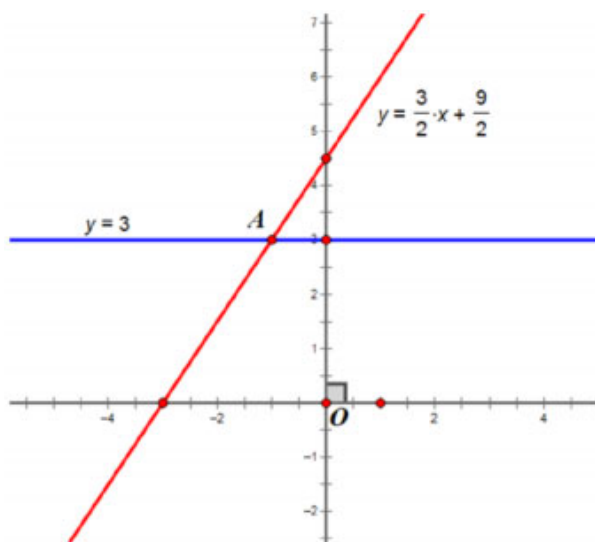
Vậy điểm $(-1; 3)$ là nghiệm của phương trình

$$4x - 5y = -19$$

Bài 5. Biến đổi hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

a. Đồ thị hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ và $y = 2x - 1$ được vẽ như hình:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy, hai đường thẳng cắt nhau tại A có tọa độ $(1;1)$. Suy ra nghiệm của hệ

phương trình là
$$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

b. Với $x=1$ và $y=1$ thay vào phương trình $2x-5y=7$ ta có:

$2.1-5.1=2-5=-3 \neq 7$ nên $x=1$ và $y=1$ không phải là nghiệm của phương trình $2x-5y=7$.

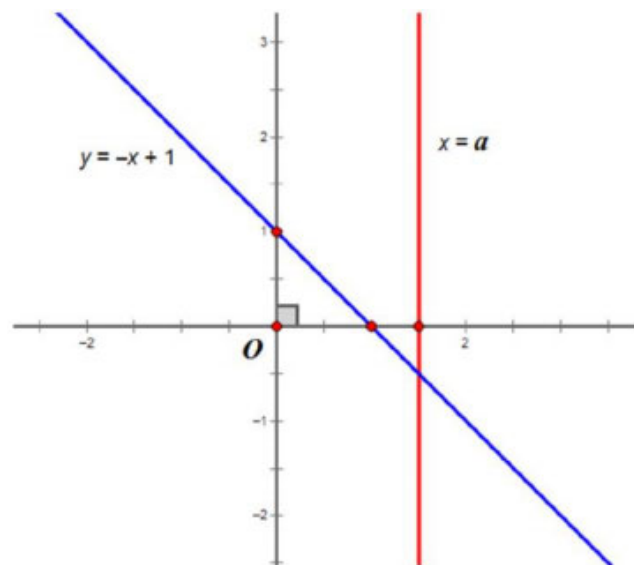
Bài 6. Bằng đồ thị chứng tỏ các hệ phương trình sau luôn có nghiệm duy nhất với bất kì giá trị nào của a :

a.
$$\begin{cases} x=a \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=a \\ y=-x+1 \end{cases}$$

Ta có: đường thẳng $x=a$ song song ($a \neq 0$) hoặc trùng ($a=0$) với trục Oy , mà đường thẳng

$y=-x+1$ là đường thẳng xiên ($a \neq 0$), cắt Oy tại điểm $(0;1)$ nên nó sẽ cắt đường thẳng $x=a$ với mọi a .

Do đó, hệ phương trình luôn có nghiệm với mọi a .



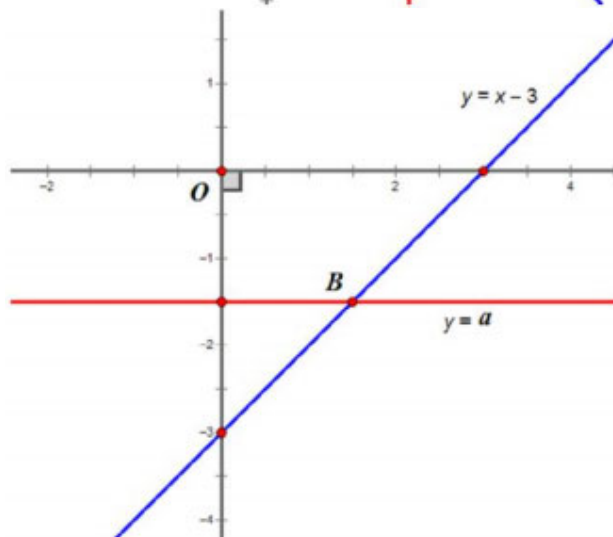
b. Biến đổi hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y=3 \\ y=a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-3 \\ y=a \end{cases}$$

Ta có: đường thẳng $y=a$ song song ($a \neq 0$) hoặc trùng ($a=0$) với trục Ox , mà đường thẳng

$y=x-3$ là đường thẳng xiên ($a \neq 0$), cắt Ox tại điểm $(3;0)$ nên nó sẽ cắt đường thẳng $y=a$ với mọi a .

Do đó hệ phương trình luôn có nghiệm với mọi a .



Bài 7. Biến đổi hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x-y=1 \\ ax+2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-1 \\ y=-\frac{a}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases}$$

a. Khi $a=-2$; thay vào hệ phương trình ta có:
$$\begin{cases} y=3x-1 \\ y=x+\frac{3}{2} \end{cases}$$

Đường thẳng $y=3x-1$ và đường thẳng $y=x+\frac{3}{2}$ có hệ số góc khác nhau ($3 \neq 1$) nên cắt nhau.

Vì vậy, khi $a=-2$ thì hệ phương trình có nghiệm.

b. Khi $a = -6$, thay vào hệ phương trình ta có:
$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 3x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

Đường thẳng $y = 3x - 1$ và $y = 3x + \frac{3}{2}$ là hai đường thẳng có hệ số góc bằng nhau ($a = a' = 3$) và tung độ gốc khác nhau ($-1 \neq \frac{3}{2}$) nên chúng song song với nhau.

Vì vậy, khi $a = -6$ thì hệ phương trình vô nghiệm.

Bài 8. Biến đổi hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x - 10y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2}x - \frac{a}{2} \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases}$$

a. Khi $a = 1$, thay vào hệ phương trình, ta có:
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ có hệ số góc, và tung độ gốc bằng nhau nên hai đường thẳng trùng nhau.

Do đó, hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm khi $a = 1$.

b. Khi $a \neq 1$, thay vào hệ phương trình, ta có:
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x - \frac{a}{2} \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Hai đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - \frac{a}{2}$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ có hệ số góc bằng nhau, nhưng tung độ gốc khác nhau nên hai đường thẳng này song song với nhau.

Vậy, hệ phương trình đã cho vô nghiệm khi $a \neq 1$.

Bài 9. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai:

a. Đúng. Vì hai hệ phương trình cùng vô số nghiệm thì có cùng tập nghiệm rỗng.

b. Sai.

Ví dụ chứng minh: Cho hai hệ phương trình sau:

$$\text{Hệ (I)} \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \text{ và Hệ (II)} \begin{cases} x - y = -5 \\ -2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Cả hệ (I) và hệ (II) đều là hệ phương trình có vô số nghiệm. Nhưng tập nghiệm của hệ phương trình (I) được biểu diễn bởi phương trình đường thẳng $(d_1)y = -x + 3$; còn tập nghiệm của hệ phương trình (II) được biểu diễn bởi phương trình đường thẳng $(d_2)y = x + 5$. Hai đường thẳng này khác nhau nên hai hệ phương trình đang xét không tương đương với nhau.

Bài 10. Giải các hệ phương trình nếu tập nghiệm của chúng bằng nhau ta kết luận hai hệ phương trình tương đương, còn nếu tập nghiệm của chúng không bằng nhau ta kết luận hai hệ phương trình không tương đương:

a. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = -6 \end{cases}$ vô nghiệm.

và hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases}$ vô nghiệm.

Vậy hai hệ phương trình đã cho tương đương với nhau.

b. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y - 6 = 0 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

và hệ phương trình $\begin{cases} x = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ có nghiệm $\left(3; -\frac{5}{3}\right)$.

Vì tập nghiệm của chúng khác nhau nên hai hệ phương trình đã cho không tương đương với nhau.

c. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ có nghiệm là $(-17; 12)$

và hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là $(1; 2)$

Vì tập nghiệm của chúng khác nhau nên hai hệ phương trình đã cho không tương đương với nhau.

-----**Toán Học Sơ Đò**-----