

BÀI 3. HÀM SỐ

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Hình thành khái niệm hàm số thông qua các ví dụ trong thực tiễn.
- + Hiểu được khái niệm hàm số.

❖ Kỹ năng

- + Nhận biết đại lượng này có phải là hàm số của đại lượng kia hay không trong những cách cho cụ thể và đơn giản (bảng giá trị, công thức).
- + Tính được giá trị của hàm số tại các giá trị cụ thể của biến số.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Khái niệm hàm số

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được **chỉ một** giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến số.

Chú ý

Nếu x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị thì y gọi là hàm hằng.

Hàm số có thể được cho bằng bảng, bằng công thức.

Khi y là hàm số của x ta có thể viết $y = f(x), y = g(x), \dots$

Nhiệt độ trung bình trong một ngày mùa hè ở Việt Nam

t (giờ)	0	5	7	12	15	20
T(°C)	25	26	29	38	37	32

Nhiệt độ T (°C) phụ thuộc vào sự thay đổi của thời gian t giờ. Với mỗi giá trị của t ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của T . Do đó T là hàm số của t .

Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo công thức $y = kx$. Khi đó ta nói y là hàm số của x .

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Các bài toán về khái niệm hàm số

Phương pháp giải

Để y là hàm số của x , ta cần kiểm tra các điều kiện sau

x và y đều nhận các giá trị số;

Đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng x ;

Với mỗi giá trị của x chỉ có một giá trị tương ứng của y .

Ví dụ: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3
y	16	9	4	1	1	4	9

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?

Hướng dẫn giải

Chú ý:

Nếu trong quá trình kiểm tra mà thấy không thỏa mãn một trong các điều kiện trên thì kết luận đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x .

Trong bảng trên ta thấy đại lượng y luôn phụ thuộc vào đại lượng x và mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .

**Ví dụ mẫu**

Ví dụ 1. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	4	4	4	4	4	4	4	4

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?

Hướng dẫn giải

Trong bảng trên, mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x . Vì các giá trị của y luôn luôn không đổi và bằng 4 nên $y = 4$ là hàm hằng.

Chú ý: Nếu x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị thì y gọi là hàm hằng.

Ví dụ 2. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?. Biết rằng bảng các giá trị tương ứng của chúng là

x	-3	-2	-1	1	2
y	9	3	Không có	$\frac{3}{4}$	3

Hướng dẫn giải

Trong bảng trên, đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x vì tại $x = -1$ không xác định được giá trị tương ứng của y .

Ví dụ 3. Trong các công thức sau, công thức nào chứng tỏ y là hàm số của x ?

- a) $y = 3x$. b) $y = x + 2017$. c) $|y| = x$.

Hướng dẫn giải

Các công thức chứng tỏ y là hàm số của x là: a) $y = 3x$ và b) $y = x + 2017$.

Công thức ở câu c) $|y| = x$ không là hàm số vì tại $x = 1$ thì ta xác định hai giá trị tương ứng của y là 1 và -1.

Chú ý:

$$+ |y| = \begin{cases} y & \text{khi } y \geq 0 \\ y & \text{khi } y < 0 \end{cases}.$$

$$+ |y| \geq 0 \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Bài tập tự luyện dạng 1

Chọn đáp án đúng trong các câu 1 và câu 2

Câu 1: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-20	-3	-2	-1	1	2
y	11	10	4	1	1	12

Khi đó phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. y là hàm số của x .
B. x là hàm số của y .
C. y tỉ lệ thuận với x .
D. y tỉ lệ nghịch với x .

Câu 2: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-2019	-2010	1	0	1	2020
y	1000	105	3	1	9	118

Khi đó phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. y là hàm số của x .
B. x tỉ lệ thuận với y .
C. y không là hàm số của x .
D. y tỉ lệ nghịch với x .

Câu 3: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	8	4,5	2	0,5	0,5	2	4,5	8

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?

Câu 4: Trong các công thức sau, công thức nào chứng tỏ y là hàm số của x ?

- a) $y = x^3 + 1$.
b) $-3y = x$.
c) $y^2 = 2019x$.
d) $x - 2y - 5 = 0$.
e) $x^2 + y^2 = 1$.

ĐÁP ÁN

Câu 1. Chọn A.

Trong bảng trên, ta thấy đại lượng y luôn phụ thuộc vào đại lượng x và mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .

Câu 2. Chọn C.

Trong bảng trên, đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x vì tại $x = 1$ có hai giá trị tương ứng của y là $y = 3$ và $y = 9$.

Câu 3.

Trong bảng trên, ta thấy đại lượng y luôn phụ thuộc vào đại lượng x và mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .

Câu 4.

Các công thức chứng tỏ y là hàm số của x là: a) $y = x^3 + 1$; b) $-3y = x$; d) $x - 2y - 5 = 0$.

Công thức ở câu c) $y^2 = 2019x$ và e) $x^2 + y^2 = 1$ không là hàm số vì tồn tại giá trị của x mà ta xác định được hai giá trị tương ứng của y hoặc không xác định được giá trị tương ứng của y . Ví dụ:

c) $y^2 = 2019x$. Tại $x = 1$, xác định được hai giá trị y tương ứng là $y = \sqrt{2019}$ và $y = -\sqrt{2019}$.

e) $x^2 + y^2 = 1$: Tại $x = 0$, ta có: $y^2 = 1$ nên $y = \pm 1$ (có hai giá trị của y).

Dạng 2: Tính giá trị của hàm số tại một số giá trị cho trước của biến số

Phương pháp giải

Nếu hàm số được cho bằng bảng, ta chỉ việc tìm trong bảng giá trị của hàm số tương ứng với giá trị cho trước của biến số.

Nếu hàm số được cho bằng công thức, ta thay giá trị đã cho của biến vào công thức và tính giá trị tương ứng của hàm số.

Ví dụ.

Cho hàm số $y = -3x + 2$. Lập bảng giá trị tương ứng của y khi $x = -6; -4; -\frac{3}{2}; -1; 0$.

Hướng dẫn giải

Khi $x = -6$ thì $y = -3 \cdot (-6) + 2 = 20$.

Khi $x = -4$ thì $y = -3 \cdot (-4) + 2 = 14$.

Khi $x = -\frac{3}{2}$ thì $y = -3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = \frac{13}{2}$.

Khi $x = -1$ thì $y = -3 \cdot (-1) + 2 = 5$.

Khi $x = 0$ thì $y = -3 \cdot 0 + 2 = 2$.

Do đó, ta lập được bảng giá trị tương ứng của y như sau:

x	-6	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	0
y	20	14	$\frac{13}{2}$	5	2

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x - 1$. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau

x	-3		-1	1		2
y		-4			6	

Hướng dẫn giải

Ta có $y = \frac{2}{3}x - 1 \Rightarrow \frac{2}{3}x = y + 1 \Rightarrow x = (y + 1) : \frac{2}{3} = \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}$.

+) Tính các giá trị của y dựa vào công thức $y = \frac{2}{3}x - 1$.

Khi $x = -3$ thì $y = \frac{2}{3}(-3) - 1 = -3$; khi $x = -1$ thì $y = \frac{2}{3}(-1) - 1 = -\frac{5}{3}$

Khi $x = 1$ thì $y = \frac{2}{3} \cdot 1 - 1 = -\frac{1}{3}$; khi $x = 2$ thì $y = \frac{2}{3} \cdot 2 - 1 = \frac{1}{3}$.

+) Tính các giá trị của x dựa vào công thức $x = \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}$.

Khi $y = -4$ thì $x = \frac{3}{2} \cdot (-4) + \frac{3}{2} = -\frac{9}{2}$; khi $y = 6$ thì $x = \frac{3}{2} \cdot 6 + \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$

Do đó ta điền được các số thích hợp vào ô trống cho bởi bảng sau:

x	-3	$-\frac{9}{2}$	-1	1	$\frac{21}{2}$	2
y	-3	-4	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	6	$\frac{1}{3}$

Bài tập tự luyện dạng 2

Chọn đáp án đúng từ câu 1 đến câu 3

Câu 1: Cho hàm số $y = 2x - 5$. Tại $x = -1$ thì giá trị của hàm số là

- A. $y = 3$. B. $y = -7$. C. $y = 7$. D. $y = -3$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^2 + x + 1$. Tại $x = -2$ thì giá trị của hàm số là

- A. $y = -3$. B. $y = 5$. C. $y = -5$. D. $y = 3$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 1$. Tại $y = 7$ thì tập giá trị của biến x là

- A. $\{-2; 1\}$. B. $\{-1; 1\}$. C. $\{2; -1\}$. D. $\{-2; 2\}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{12}{x}$.

a) Tính $f(-3)$, $f(-1)$ và $f(6)$.

b) Điền các giá trị tương ứng của hàm số vào bảng sau:

x	-3	-2	-1	4	6	12
y						

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức $y = f(x) = 2x - 3$.

a) Tính $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$ và $f(8)$.

b) Tính các giá trị tương ứng của x ứng với $y = -1$, $y = 0$.

ĐÁP ÁN

Câu 1. Chọn B.

Xét $y = 2x - 5$. Tại $x = -1$, ta có $y = 2 \cdot (-1) - 5 = -7$.

Câu 2. Chọn D.

Xét $y = x^2 + x + 1$. Tại $x = -2$, ta có $y = (-2)^2 + (-2) + 1 = 3$.

Câu 3. Chọn D.

Xét $y = f(x) = 2x^2 - 1$. Tại $y = 7$, ta có $2x^2 - 1 = 7 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ hoặc $x = -2$.

Vậy $x \in \{-2; 2\}$.

Câu 4. Xét hàm số $y = f(x) = \frac{12}{x}$.

a) $f(-3) = \frac{12}{-3} = -4$, $f(-1) = \frac{12}{-1} = -12$ và $f(6) = \frac{12}{6} = 2$.

b) Ta tính thêm các giá trị $f(-2)$, $f(4)$ và $f(12)$ và thu được bảng sau:

x	-3	-2	-1	4	6	12
y	-4	-6	-12	3	2	1

Câu 5: Xét hàm số $y = f(x) = 2x - 3$.

a) $f(-2) = 2 \cdot (-2) - 3 = -7$; $f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$; $f(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1$; $f(8) = 2 \cdot 8 - 3 = 13$.

b) Tại $y = -1$, ta có $2x - 3 = -1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

Tại $y = 0$, ta có $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$.

Dạng 3: Viết công thức xác định hàm số

 Phương pháp giải

Dựa vào sự tương quan giữa các đại lượng cho bởi bảng hoặc dữ kiện lời văn để lập công thức.

Ví dụ: Một hàm số được cho bằng bảng sau:

x	-3	-2	-1	1	3	6
y	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	2

a) Tìm $f(-1)$, $f(3)$, $f(6)$.

b) Hàm số trên có thể được cho bằng công thức nào?

Hướng dẫn giải

a) Dựa vào bảng, ta có:

$$f(-1) = -\frac{1}{3}, f(3) = 1, f(6) = 2.$$

b) Vì $\frac{-1}{-3} = \frac{-\frac{2}{3}}{-2} = \frac{-\frac{1}{3}}{-1} = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \left(= \frac{1}{3} \right)$ nên y tỉ

lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{3}$.

Vậy hàm số trên có thể được cho bằng công thức

	$y = \frac{1}{3}x.$
--	---------------------

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hình vuông có cạnh x . Viết công thức của hàm số y tương ứng với cạnh x của hình vuông trong các trường hợp:

- a) y là chu vi của hình vuông;
- b) y là diện tích của hình vuông.

Hướng dẫn giải

- a) Vì chu vi của hình vuông là tổng chiều dài của bốn cạnh mà bốn cạnh của hình vuông có chiều dài là như nhau nên chu vi y của nó được xác định bởi công thức: $y = 4x$.
- b) Vì diện tích hình vuông là bình phương độ dài của cạnh hình vuông nên diện tích y của nó được xác định bởi công thức: $y = x^2$.

Ví dụ 2. Một hàm số được xác định như sau: $y = f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x+3 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

- a) Tính $f(-2), f(1)$.
- b) Viết gọn công thức hàm số trên.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $-2 < 0$ nên thay $x = -2$ vào $f(x) = -x + 3$ ta được $f(-2) = -(-2) + 3 = 5$.

Ta có $1 > 0$ nên thay $x = 1$ vào $f(x) = x + 3$ được $f(1) = 1 + 3 = 4$.

b) Vì $|x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ nên công thức hàm số trên được viết gọn là: $y = |x| + 3$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Đại lượng $y = f(x)$ là hàm số của đại lượng x , biết rằng:

$$f(-1) = -4, f(1) = 4, f(2) = 2, f(3) = \frac{4}{3}, f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{8}{3} \text{ và } f\left(\frac{1}{2}\right) = 8.$$

- a) Lập bảng các giá trị tương ứng của x và y .
- b) Viết công thức xác định hàm số trên.

Câu 2: Bạn An đi xe đạp với vận tốc 12 km/h. Lập hàm số biểu thị quãng đường s mà bạn An đi được trong thời gian t giờ.

Câu 3: Một hàm số được cho bằng bảng sau:

x	-3	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
y	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	-1

a) Tìm $f(-2)$, $f(1)$ và $f(2)$.

b) Hàm số trên có thể được cho bằng công thức nào?

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a)

x	-1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	3
$y = f(x)$	-4	8	4	$\frac{8}{3}$	2	$\frac{4}{3}$

b) Dựa vào bảng giá trị, ta có: $(-1) \cdot (-4) = \frac{1}{2} \cdot 8 = 1 \cdot 4 = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} = 2 \cdot 2 = 3 \cdot \frac{4}{3} (= 4)$. Suy ra $xy = 4$.

Vậy công thức xác định hàm số này là: $y = f(x) = \frac{4}{x}$.

Câu 2.

Hàm số biểu thị quãng đường mà bạn An đi được với vận tốc 12 km/h trong thời gian t giờ là $s = 12t$.

Câu 3.

a) Dựa vào bảng, ta có: $f(-2) = 1$, $f(1) = -\frac{1}{2}$ và $f(2) = -1$.

b) Từ bảng giá trị, ta có $\frac{y}{x} = \frac{\frac{3}{2}}{-3} = \frac{1}{-2} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{-3}{4}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số trên có thể cho bằng công thức $y = f(x) = -\frac{x}{2}$