

CHƯƠNG 1: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

BÀI 1: HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Phát biểu được khái niệm hai góc đối đỉnh.
- + Nắm vững tính chất cơ bản của hai góc đối đỉnh.

❖ Kỹ năng

- + Nhận biết được hai góc đối đỉnh.
- + Vận dụng được tính chất của hai góc đối đỉnh vào tính số đo góc.

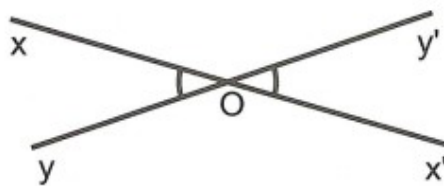
I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Định nghĩa

Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.

Tính chất của hai góc đối đỉnh

Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.



$$\widehat{xOy} = \widehat{x'Oy'}$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Nhận biết hai góc đối đỉnh

Phương pháp giải

Nhận dạng hai góc đối đỉnh dựa vào định nghĩa:

Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.

Muốn nhận biết hai góc đối đỉnh:

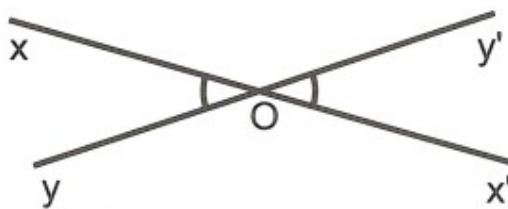
Bước 1. Xác định hai góc có chung đỉnh không.

Bước 2. Xác định mỗi cạnh của góc này có là tia đối của một cạnh góc kia không.

Ví dụ:

Hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O , hãy xác định các cặp góc đối đỉnh.

Hướng dẫn giải

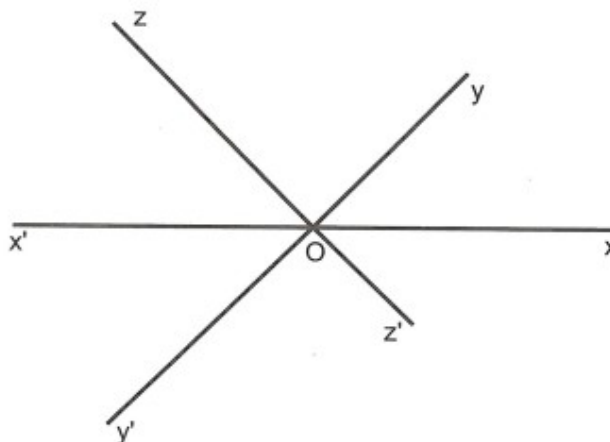


Các cặp góc đối đỉnh là $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$; $\widehat{xOy'}$ và $\widehat{x'Oy}$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho ba đường thẳng xx' , yy' và zz' cắt nhau tại O . Kể tên các cặp góc đối đỉnh.

Hướng dẫn giải



Ba đường thẳng xx' , yy' và zz' cắt nhau tại O tạo thành 6 cặp góc đối đỉnh, tên 6 cặp góc đối đỉnh là

- 1) $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$; 2) $\widehat{yOz}$ và $\widehat{y'Oz'}$; 3) $\widehat{zOx'}$ và $\widehat{xOz'}$;
 4) $\widehat{xOz}$ và $\widehat{x'Oz'}$; 5) $\widehat{yOx'}$ và $\widehat{y'Ox}$; 6) $\widehat{yOz'}$ và $\widehat{y'Oz}$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Cho hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O , hãy kể tên các cặp góc đối đỉnh.

Câu 2: Có n đường thẳng cắt nhau tại một điểm. Tính số cặp góc đối đỉnh tạo thành (không tính góc bẹt).

Dạng 2: Tính số đo góc

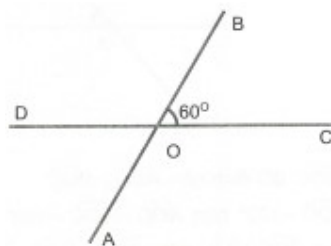
Phương pháp giải

Để xác định số đo của các góc, ta sử dụng các tính chất:

- Hai góc đối đỉnh bằng nhau.
- Hai góc kề bù có tổng bằng 180° .

Ví dụ: Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành bốn góc (không tính góc bẹt). Biết $\widehat{BOC} = 60^\circ$, tính số đo các góc còn lại.

Hướng dẫn giải



Vì $\widehat{BOC}$ và $\widehat{AOC}$ kề bù nhau nên $\widehat{AOC} + \widehat{BOC} = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AOC} = 180^\circ - \widehat{BOC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

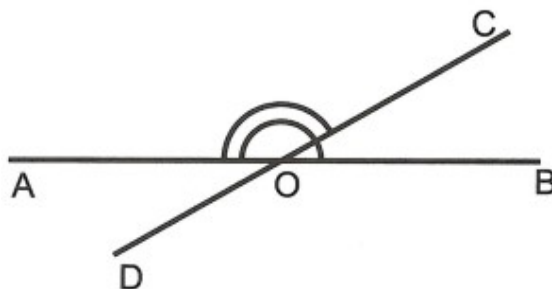
Vậy $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 120^\circ$ (hai góc đối đỉnh);

$$\widehat{AOD} = \widehat{BOC} = 60^\circ \text{ (hai góc đối đỉnh).}$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành bốn góc, không tính góc bẹt. Biết $\widehat{AOC} = 4\widehat{BOC}$, tính số đo các góc.

Hướng dẫn giải



Vì $\widehat{AOC}$ và $\widehat{BOC}$ kề bù nên $\widehat{AOC} + \widehat{BOC} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{AOC} = 4\widehat{BOC}$ nên ta có:

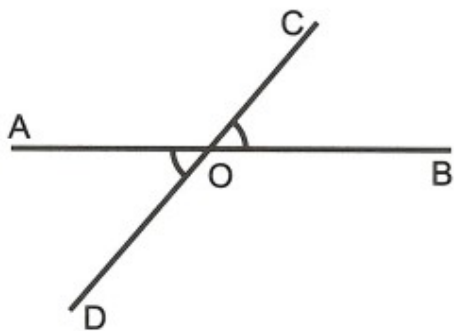
$$\Rightarrow 4\widehat{BOC} + \widehat{BOC} = 180^\circ \Rightarrow 5\widehat{BOC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 36^\circ.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{AOC} = 4.\widehat{BOC} = 144^\circ.$$

Vậy $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 144^\circ$ (hai góc đối đỉnh); $\widehat{BOC} = \widehat{AOD} = 36^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

Ví dụ 2. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành bốn góc, không tính góc bẹt. Biết $\widehat{AOD} + \widehat{BOC} = 100^\circ$, tính số đo các góc tạo thành.

Hướng dẫn giải



Vì $\widehat{AOD}$ và $\widehat{BOC}$ đối đỉnh nên $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$.

Mà $\widehat{AOD} + \widehat{BOC} = 100^\circ$ nên $\widehat{AOD} = \widehat{BOC} = 100^\circ : 2 = 50^\circ$.

Lại có $\widehat{BOD}$ và $\widehat{BOC}$ kề bù nên $\widehat{BOD} + \widehat{BOC} = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{BOD} = 180^\circ - \widehat{BOC} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

Suy ra $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 130^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho $\widehat{xOy} = 80^\circ$. Hai góc $\widehat{yOz}$ và $\widehat{xOt}$ cùng kề bù với $\widehat{xOy}$. Hãy xác định các cặp góc đối đỉnh không kể góc bẹt và tính số đo của các góc còn lại.

Câu 2: Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành bốn góc khác góc bẹt. Biết tổng của ba trong số bốn góc tạo thành là 300° . Tính số đo của bốn góc tạo thành.

Câu 3: Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành bốn góc khác góc bẹt. Biết $\widehat{AOC} = 5\widehat{BOC}$. Tính số đo của bốn góc tạo thành.

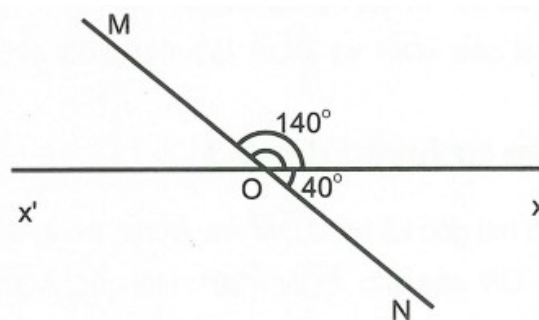
Dạng 3: Chứng minh hai góc đối đỉnh

Phương pháp giải

Các phương pháp chứng minh $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$ là đối đỉnh.

Ví dụ: Cho đường thẳng xx' và một điểm O nằm trên đường thẳng xx' . Trên nửa mặt phẳng bờ xx' , vẽ tia OM sao cho $\widehat{xOM} = 140^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ xx' không chứa tia OM vẽ tia ON sao cho $\widehat{xON} = 40^\circ$. Chứng minh $\widehat{xON}$ và $\widehat{x'OM}$ là hai góc đối đỉnh.

Hướng dẫn giải



Cách 1. Áp dụng định nghĩa:

Chứng minh rằng tia Ox là tia đối của tia Ox' (hoặc Oy') và tia Oy là tia đối của tia Oy' (hoặc Ox'), tức là hai cạnh của một góc là hai tia đối của hai cạnh của góc kia.

Vì O nằm trên đường thẳng xx' nên hai tia Ox và Ox' là hai tia đối nhau. (1)

Do ON và OM thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ Ox nên tia Ox nằm giữa ON và OM . Suy ra $\widehat{xOM} + \widehat{xON} = 140^\circ + 40^\circ = 180^\circ$.

Vậy $\widehat{xOM}$ và $\widehat{xON}$ là hai góc kề bù. Suy ra hai tia OM và ON đối nhau. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\widehat{xON}$ và $\widehat{x'OM}$ là hai góc đối đỉnh.

Cách 2. Chứng minh $\widehat{xOy} = \widehat{x'Oy'}$, tia Ox và tia Ox' đối nhau còn hai tia Oy và Oy' nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng xOx' .

Ví dụ mẫu

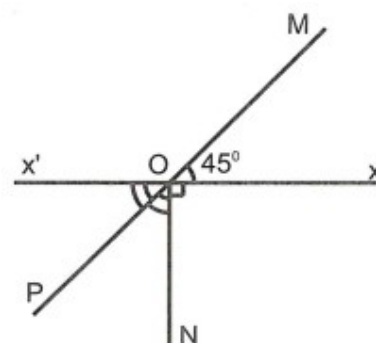
Ví dụ: Trên đường thẳng xx' lấy một điểm O . Trên nửa mặt phẳng bờ xx' , vẽ tia OM sao cho $\widehat{xOM} = 45^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ xx' không chứa tia OM , vẽ tia ON sao cho $\widehat{xON} = 90^\circ$. Gọi OP là tia phân giác của $\widehat{x'ON}$. Chứng minh $\widehat{xOM}$ đối đỉnh $\widehat{x'OP}$.

Hướng dẫn giải

Vì $\widehat{xON}$ và $\widehat{x'ON}$ kề bù nên $\widehat{xON} + \widehat{x'ON} = 180^\circ$. Mà $\widehat{xON} = 90^\circ$ nên $\widehat{x'ON} = 90^\circ$.

Vì tia OP là tia phân giác của góc $\widehat{x'ON}$ nên $\widehat{x'OP} = \widehat{PON} = \frac{1}{2} \widehat{x'ON} = 45^\circ$.

Mặt khác hai tia OP và OM thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ xx' nên



$$\widehat{MOP} = \widehat{PON} + \widehat{xON} + \widehat{xOM} = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ.$$

Suy ra hai tia OP và OM là hai tia đối nhau.

Mà Ox và Ox' là hai tia đối nhau.

Do đó hai góc $\widehat{xOM}$ và $\widehat{x'OP}$ là hai góc đối đỉnh.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Cho hai góc kề bù $\widehat{AOM}$ và $\widehat{BOM}$ trong đó $\widehat{AOM} = 150^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa tia OM , vẽ tia ON sao cho $\widehat{AON} = 30^\circ$. Hỏi góc $\widehat{AON}$ và $\widehat{BOM}$ có phải là hai góc đối đỉnh không? Vì sao?

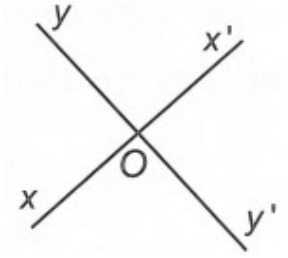
Câu 2: Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O . Gọi OM , ON lần lượt là tia phân giác của $\widehat{BOC}$ và $\widehat{BOD}$. Trên nửa mặt phẳng bờ OM không chứa ON dựng tia OP vuông góc OM . Chứng minh hai góc $\widehat{COP}$ và $\widehat{DON}$ là hai góc đối đỉnh.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Nhận biết hai góc đối đỉnh

Câu 1.

Các cặp góc đối đỉnh là: $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$; $\widehat{yOx'}$ và $\widehat{y'Ox}$.



Câu 2.

Với n đường thẳng cắt nhau tại một điểm, ta được $2n$ tia chung gốc.

Chọn 1 tia trong $2n$ tia chung gốc đã cho tạo với $2n-1$ tia còn lại, ta được $2n-1$ (góc).

Làm như vậy với $2n$ tia chung gốc, ta được $2n(2n-1)$ (góc).

Nhưng vì mỗi góc đã được tính hai lần nên số góc thực tế là $\frac{2n(2n-1)}{2} = n(2n-1)$ (góc).

Vì có n đường thẳng nên sẽ có n góc bẹt. Do đó số góc khác góc bẹt là $n(2n-1) - n = n(2n-2)$.

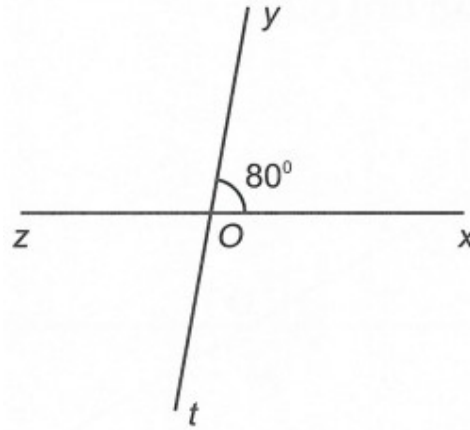
Mỗi góc trong số $n(2n-2)$ đều có một góc đối đỉnh với nó.

Suy ra số cặp góc đối đỉnh là $\frac{n(2n-2)}{2} = n(n-1)$.

Vậy với n đường thẳng cắt nhau tại một điểm, ta được $n(n-1)$ cặp góc đối đỉnh.

Dạng 2. Tính số đo góc

Câu 1.



Ta có $\widehat{yOz}$ và $\widehat{xOt}$ là hai góc kề bù với $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOz}$ và $\widehat{yOt}$ là hai góc cặp tia Ox và Oz ; Oy và Ot là các cặp tia đối nhau.

Vậy các cặp góc đối đỉnh là $\widehat{xOy}$ và $\widehat{zOt}$, $\widehat{yOz}$ và $\widehat{xOt}$.

Ta có $\widehat{zOt} = \widehat{xOy} = 80^\circ$ (hai góc đối đỉnh);

Vì $\widehat{yOz}$ kề bù với $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{xOy} = 80^\circ$ nên $\widehat{yOz} = 180^\circ - \widehat{xOy} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

Suy ra $\widehat{xOt} = \widehat{yOz} = 100^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

Câu 2.

Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành bốn góc có tổng số đo bằng 360°

$$\Rightarrow \widehat{AOC} + \widehat{COB} + \widehat{BOD} + \widehat{DOA} = 360^\circ.$$

Mặt khác tổng số đo ba trong bốn góc bằng 300° (như hình vẽ)

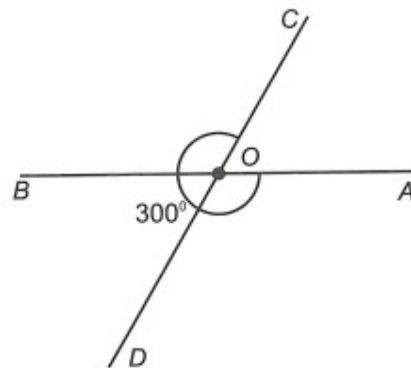
$$\Rightarrow \widehat{AOC} = 360^\circ - (\widehat{COB} + \widehat{BOD} + \widehat{DOA}) = 360^\circ - 300^\circ = 60^\circ.$$

Ta có $\widehat{AOC}$ kề bù với $\widehat{BOC} \Rightarrow \widehat{AOC} + \widehat{BOC} = 180^\circ$

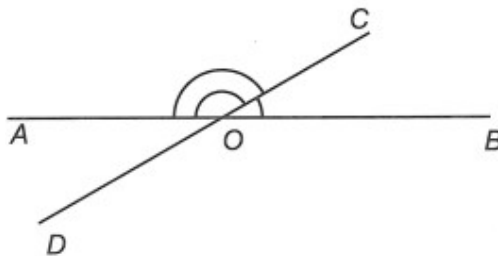
$$\Rightarrow \widehat{BOC} = 180^\circ - \widehat{AOC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Do đó $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 60^\circ$ (hai góc đối đỉnh);

$\widehat{AOD} = \widehat{BOC} = 120^\circ$ (hai góc đối đỉnh).



Câu 3.



Vì $\widehat{AOC}$ và $\widehat{BOC}$ kề bù nên $\widehat{AOC} + \widehat{BOC} = 180^\circ$.

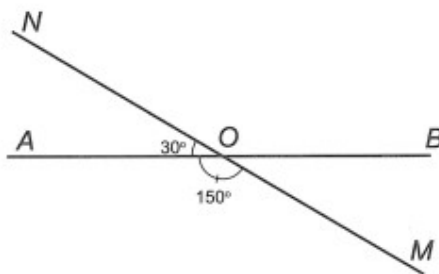
Mà $\widehat{AOC} = 5\widehat{BOC}$ nên $5\widehat{BOC} + \widehat{BOC} = 180^\circ \Rightarrow 6\widehat{BOC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 30^\circ$.

Suy ra $\widehat{AOC} = 5.\widehat{BOC} = 150^\circ$.

Do đó $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 150^\circ$ (hai góc đối đỉnh); $\widehat{AOD} = \widehat{BOC} = 30^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

Dạng 3. Chứng minh hai góc đối đỉnh

Câu 1



Vì $\widehat{AOM}$ và $\widehat{AON}$ kề nhau nên $\widehat{AOM} + \widehat{AON} = 150^\circ + 30^\circ = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{AOM}$ và $\widehat{AON}$ là hai góc kề bù. Suy ra hai tia OM và ON là hai tia đối nhau.

Mặt khác $\widehat{AOM}$ và $\widehat{BOM}$ kề bù nên hai tia OA và OB đối nhau.

Do đó hai góc $\widehat{AON}$ và $\widehat{BOM}$ là hai góc đối đỉnh.

Câu 2.

Có $\widehat{BOC}$ và $\widehat{BOD}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{BOC} + \widehat{BOD} = 180^\circ$.

Vì OM là tia phân giác của $\widehat{BOC}$ nên $\widehat{COM} = \widehat{MOB} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}$;

ON là tia phân giác của góc $\widehat{BOD}$ nên
 $\widehat{DON} = \widehat{NOB} = \frac{1}{2} \widehat{BOD}$.

Mà tia OB nằm giữa tia OM và ON .

Suy ra

$$\widehat{MON} = \widehat{MOB} + \widehat{NOB} = \frac{1}{2} (\widehat{BOC} + \widehat{BOD}) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

Mặt khác $\widehat{MOP} = 90^\circ$ (tia OP vuông góc OM).

Suy ra $\widehat{MON} + \widehat{MOP} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà hai tia OP và ON nằm trên hai nửa mặt phẳng bờ OM nên hai tia OP và ON là hai tia đối.

Kết hợp OC và OD là hai tia đối nên suy ra $\widehat{COP}$ và $\widehat{DON}$ là hai góc đối đỉnh.

