

CHƯƠNG 1: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

BÀI 2: HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Phát biểu được định nghĩa hai đường thẳng vuông góc.
- + Nắm vững cách vẽ và tính chất về hai đường thẳng vuông góc
- + Nắm vững định nghĩa đường trung trực của đoạn thẳng

❖ Kỹ năng

- + Vẽ được hai đường thẳng vuông góc; đường trung trực của đoạn thẳng.
- + Chứng minh được một số bài toán vuông góc đơn giản.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Định nghĩa

Hai đường thẳng xx' , yy' cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là hai đường thẳng vuông góc và được kí hiệu là $xx' \perp yy'$.

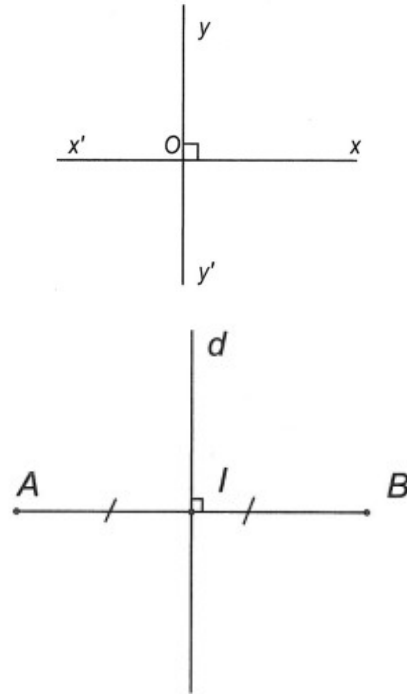
Tính chất hai đường thẳng vuông góc

Có một và chỉ một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Đường trung trực của đoạn thẳng

Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

Khi d là đường trung trực của đoạn thẳng AB thì A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng d .

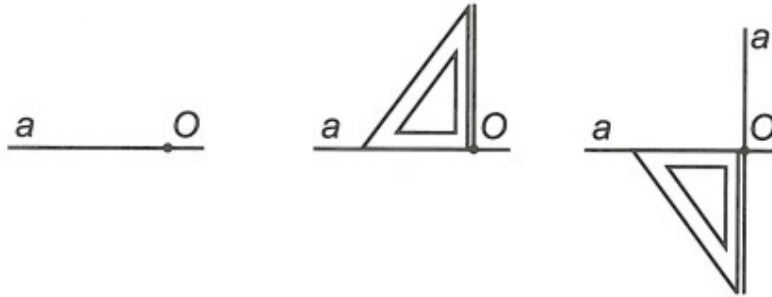


II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

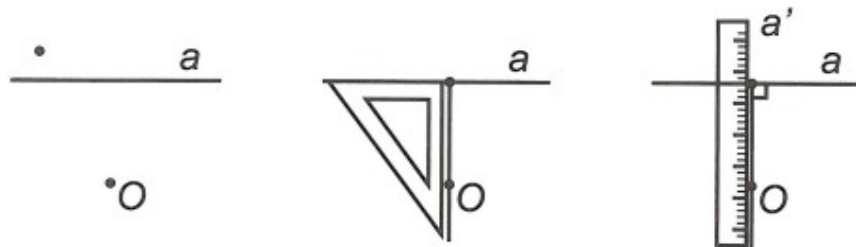
Dạng 1: Vẽ hình

Phương pháp giải

Trường hợp điểm O cho trước nằm trên đường thẳng a .



Trường hợp điểm O cho trước nằm ngoài đường thẳng a .



Ví dụ mẫu

Ví dụ. Cho ba điểm A, B, C bất kì không thẳng hàng. Hãy vẽ các đường trung trực của tam giác ABC .

Hướng dẫn giải

Ta thực hiện các bước như sau:

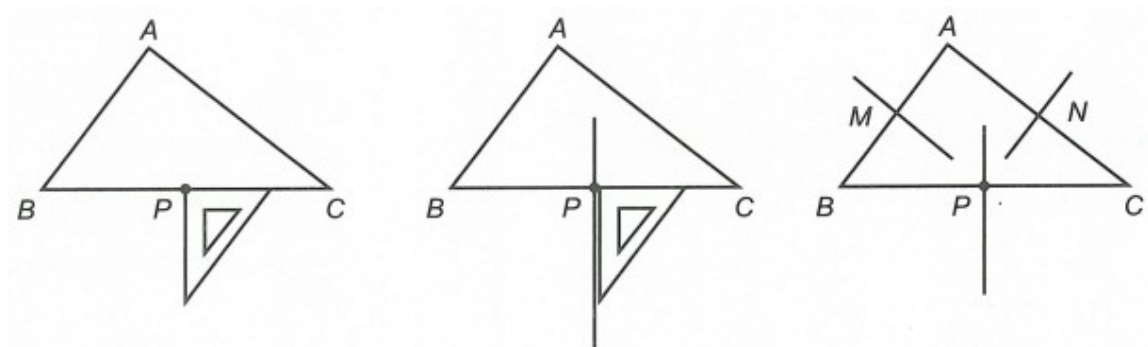
Bước 1. Dùng thước đo độ dài các đoạn thẳng AB , AC , BC . Xác định trung điểm của các đoạn thẳng lần lượt là M , N , P .

Bước 2. Vẽ trung trực của đoạn thẳng BC .

Đặt một cạnh của ê ke trùng với đường thẳng BC .

Chuyển ê ke trượt theo đường thẳng BC sao cho cạnh góc vuông thứ hai của ê ke gặp điểm P . Vạch một đường thẳng theo cạnh đó thì được đường thẳng trung trực của BC .

Tương tự ta vẽ trung trực của hai đoạn thẳng AB , AC .



Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Cho tam giác ABC . Chỉ dùng ê ke vẽ các đường cao AH , BK và CE của tam giác ABC .

Câu 2: Cho đoạn thẳng AB dài 10cm. Hãy vẽ đường trung trực của đoạn thẳng ấy. Chỉ rõ cách vẽ.

Dạng 2: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

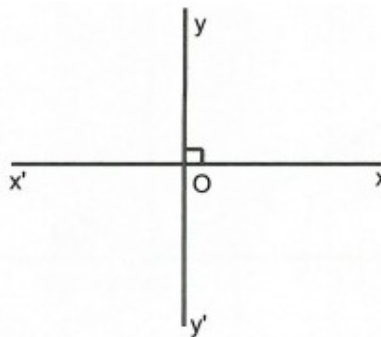
Phương pháp giải

Muốn chứng minh hai đường thẳng xx' , yy' vuông góc với nhau, ta có thể sử dụng một trong các cách sau:

Cách 1. Chứng minh một trong bốn góc tạo thành bởi hai đường thẳng ấy là góc vuông.

Cách 2. Chứng minh hai góc kề bù bằng nhau, từ đó suy ra có một góc bằng 90° .

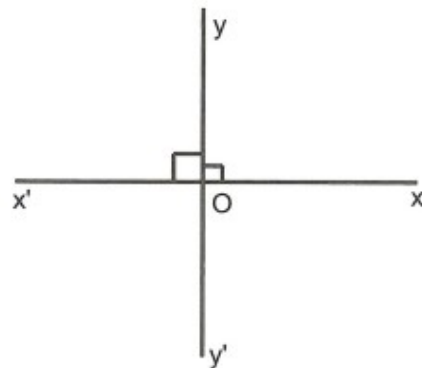
Ví dụ 1: Nếu $\widehat{xOy} = 90^\circ$ thì $xx' \perp yy'$.



Ví dụ 2: Nếu $\begin{cases} \widehat{xOy} + \widehat{x'Oy} = 180^\circ \\ \widehat{xOy} = \widehat{x'Oy} \end{cases}$ thì

$$\widehat{xOy} = \widehat{x'Oy} = 90^\circ$$

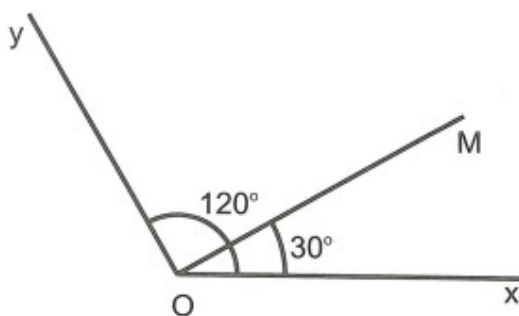
Suy ra $xx' \perp yy'$.



Ví dụ mẫu

Ví dụ 1: Cho $\widehat{xOy} = 120^\circ$, trong góc $\widehat{xOy}$ vẽ tia OM sao cho $\widehat{xOM} = 30^\circ$. Chứng minh $OM \perp Oy$.

Hướng dẫn giải



Vì tia OM nằm giữa hai tia Ox và Oy nên $\widehat{xOy} = \widehat{xOM} + \widehat{MOy}$.

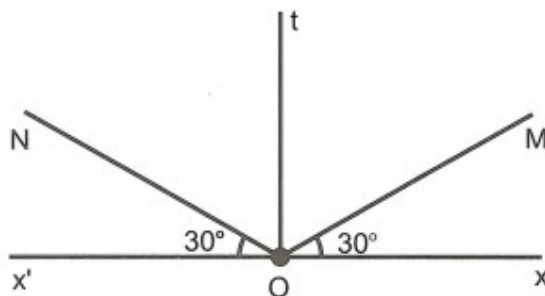
Mà $\widehat{xOy} = 120^\circ$ và $\widehat{MOx} = 30^\circ$ nên $\widehat{MOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOM} = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$.

Suy ra $OM \perp Oy$.

Phương pháp: Chứng minh $\widehat{MOy} = 90^\circ$.

Ví dụ 2: Cho một điểm O nằm trên đường thẳng xx' . Trên nửa mặt phẳng có bờ là xx' dựng hai tia OM và ON sao cho $\widehat{xOM} = \widehat{NOx'} = 30^\circ$. Gọi tia Ot là phân giác của $\widehat{MON}$. Chứng minh $Ot \perp xx'$.

Hướng dẫn giải



Tia Ot là phân giác của $\widehat{MON}$ nên $\widehat{MOt} = \widehat{NOt} = \frac{1}{2} \widehat{MON}$. (1)

Hai tia OM và ON cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ xx' và tia Ot là phân giác của $\widehat{MON}$ nên ON nằm giữa Ox' và Ot . Suy ra $\widehat{x'Ot} = \widehat{x'ON} + \widehat{NOt}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\widehat{x'Ot} = \widehat{x'ON} + \widehat{MOt}$. (*)

OM nằm giữa Ox và Ot nên $\widehat{xOt} = \widehat{xOM} + \widehat{MOt}$ (3)

Mặt khác $\widehat{xOM} = \widehat{x'ON} = 30^\circ$. (4)

Từ (3) và (4), ta có $\widehat{xOt} = \widehat{x'ON} + \widehat{MOt}$. (**)

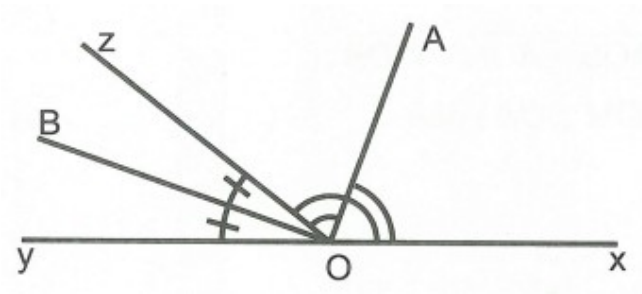
Từ (*) và (**) suy ra $\widehat{xOt} = \widehat{x'Ot} = \frac{1}{2} \widehat{x'Ox} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$.

Vậy $Ot \perp x'x$ (hai góc kề bù bằng nhau).

Phương pháp: Chứng minh hai góc kề bù bằng nhau $\widehat{xOt} = \widehat{x'Ot} = 90^\circ$.

Ví dụ 3: Cho hai góc kề bù $\widehat{xOz}$ và $\widehat{yOz}$, vẽ hai tia phân giác của $\widehat{xOz}$, $\widehat{yOz}$ theo thứ tự là OA , OB . Chứng minh $OA \perp OB$.

Hướng dẫn giải



Ta có OA là tia phân giác $\widehat{xOz}$ nên $\widehat{xOA} = \widehat{AOz} = \frac{1}{2} \widehat{xOz}$.

OB là tia phân giác $\widehat{yOz}$ nên

Vì Oz nằm giữa hai tia OA và OB nên

$$\widehat{AOB} = \widehat{AOz} + \widehat{BOz} = \frac{1}{2} \widehat{xOz} + \frac{1}{2} \widehat{yOz} = \frac{1}{2} (\widehat{xOz} + \widehat{yOz}) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

Vậy $OA \perp OB$.

Ghi nhớ: Hai tia phân giác của hai góc kề bù vuông góc với nhau.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho góc $\widehat{xOy} = 50^\circ$. Vẽ góc $\widehat{yOz}$ kề bù với góc $\widehat{xOy}$. Vẽ góc $\widehat{zOt} = 40^\circ$ sao cho Ot nằm giữa hai tia Oz và Oy . Chứng minh $Ot \perp Oy$.

Câu 2: Cho $\widehat{xOy} = 90^\circ$, vẽ hai tia OA , OB ở trong góc đó sao cho $\widehat{xOA} = \widehat{yOB} = 60^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ Ox chứa tia Oy , vẽ tia OM sao cho Oy là tia phân giác của $\widehat{MOB}$.

- Chứng minh tia OA là tia phân giác $\widehat{yOB}$, tia OB là tia phân giác $\widehat{xOA}$.
- Chứng minh $OM \perp OA$.

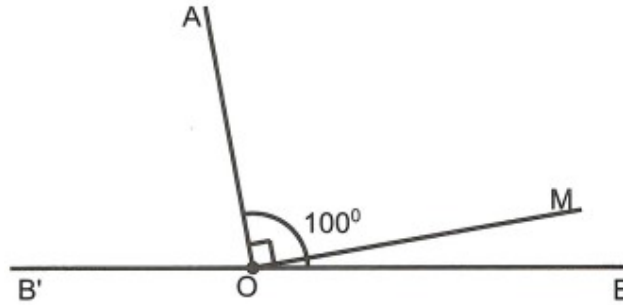
Dạng 3: Các bài toán vận dụng

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho $\widehat{AOB} = 100^\circ$. Dựng trong góc $\widehat{AOB}$ một tia OM vuông góc OA .

- Tính số đo góc $\widehat{MOB}$.
- Gọi OB' là tia đối của tia OB . Tính số đo góc $\widehat{MOB'}$.

Hướng dẫn giải



- Vì OM nằm giữa hai tia OA và OB nên $\widehat{AOB} = \widehat{AOM} + \widehat{MOB}$.

Mà $\widehat{AOB} = 100^\circ$ (giả thiết), $\widehat{AOM} = 90^\circ$ (do $OM \perp OA$) nên

$$\widehat{MOB} = \widehat{AOB} - \widehat{AOM} = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ.$$

- Vì OB' là tia đối của tia OB nên

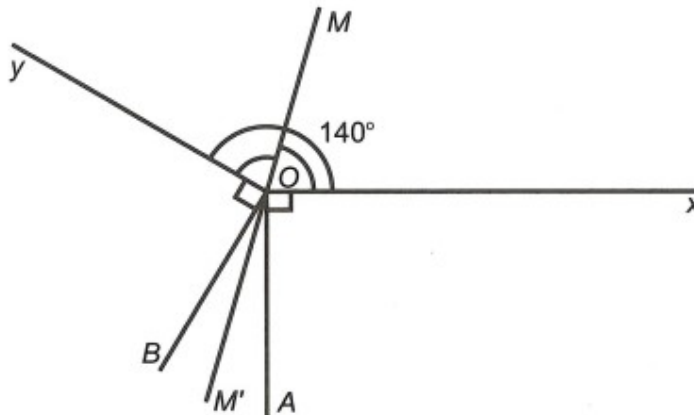
$$\widehat{BOM} + \widehat{MOB'} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MOB'} = 180^\circ - \widehat{BOM} = 180^\circ - 10^\circ = 170^\circ.$$

Ví dụ 2. Cho góc $\widehat{xOy} = 140^\circ$. Ở ngoài của góc, vẽ hai tia OA và OB sao cho $OA \perp Ox$, $OB \perp Oy$. Gọi OM là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ và OM' là tia đối của tia OM .

- Chứng minh OM' là tia phân giác của $\widehat{AOB}$.

- Tính số đo góc $\widehat{xOB}$.

Hướng dẫn giải



- Ta có $\widehat{xOy} = 140^\circ$ (giả thiết), $\widehat{xOA} = \widehat{yOB} = 90^\circ$ (do $OA \perp Ox$, $OB \perp Oy$)

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = 360^\circ - (\widehat{xOy} + \widehat{xOA} + \widehat{yOB})$$

$$= 360^\circ - (140^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$$

$$= 40^\circ.$$

$$OM \text{ là tia phân giác của } \widehat{xOy} \Rightarrow \widehat{xOM} = \widehat{MOy} = \frac{1}{2} \widehat{xOy} = \frac{1}{2} \cdot 140^\circ = 70^\circ.$$

$$OM' \text{ là tia đối của } OM \Rightarrow \widehat{MOM'} = 180^\circ.$$

$$\text{Mà } OA \text{ nằm ngoài góc } \widehat{xOy} \text{ và } OA \perp Ox \text{ nên } \widehat{MOM'} = \widehat{MOx} + \widehat{xOA} + \widehat{AOM'}.$$

$$\text{Do đó } \widehat{AOM'} = \widehat{MOM'} - (\widehat{MOx} + \widehat{xOA}) \Rightarrow \widehat{AOM'} = 180^\circ - (70^\circ + 90^\circ) = 20^\circ. \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } Oy \text{ nằm giữa } OB \text{ và } OM \text{ nên } \widehat{MOB} = \widehat{MOy} + \widehat{yOB} = 70^\circ + 90^\circ = 160^\circ,$$

$$\Rightarrow \widehat{MOB} < \widehat{MOM'}. \text{ Do đó tia } OB \text{ và } Oy \text{ nằm cùng nửa mặt phẳng bờ } MM'.$$

$$Ox \text{ nằm giữa } OA \text{ và } OM \text{ nên } \widehat{MOA} = \widehat{MOx} + \widehat{xOA} = 70^\circ + 90^\circ = 160^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{MOA} < \widehat{MOM'}. \text{ Do đó tia } OA \text{ và } Ox \text{ nằm cùng nửa mặt phẳng bờ } MM'.$$

Nên OM' nằm giữa OA và OB .

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{AOM'} + \widehat{M'OB} \Rightarrow \widehat{M'OB} = \widehat{AOB} - \widehat{AOM'} = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \widehat{M'OB} = \widehat{AOM'} = 20^\circ = \frac{1}{2} \widehat{AOB}.$$

Suy ra OM' là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$.

b) Ta có $\widehat{MOx} < \widehat{MOA} < \widehat{MOM'}$ nên OA nằm giữa Ox và OM' .

Mà OM' là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$. Suy ra OA nằm giữa Ox và OB .

$$\text{Vậy } \widehat{xOB} = \widehat{xOA} + \widehat{AOB} = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ.$$

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Cho góc $\widehat{xOy} = 160^\circ$. Vẽ trong góc $\widehat{xOy}$, hai tia OM, ON sao cho $OM \perp Ox$ và $ON \perp Oy$.

a) Chứng minh $\widehat{xON} = \widehat{yOM}$.

b) Tính $\widehat{MON}$.

Câu 2: Cho góc $\widehat{xOy} = 150^\circ$, bên ngoài của góc vẽ hai tia OA và OB sao cho $OA \perp Ox$, $OB \perp Oy$. Gọi OM là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ và OM' là tia phân giác của $\widehat{AOB}$.

a) Chứng minh OM và OM' đối nhau.

b) Tính $\widehat{xOB}$ và $\widehat{yOA}$.

Câu 3: Cho hai đường thẳng xx' và yy' vuông góc nhau tại O . Trong góc $\widehat{xOy}$, dựng tia OM sao cho $\widehat{xOM} = 2\widehat{MOy}$.

a) Hãy xác định số đo của góc $\widehat{xOM}$ và $\widehat{MOy}$.

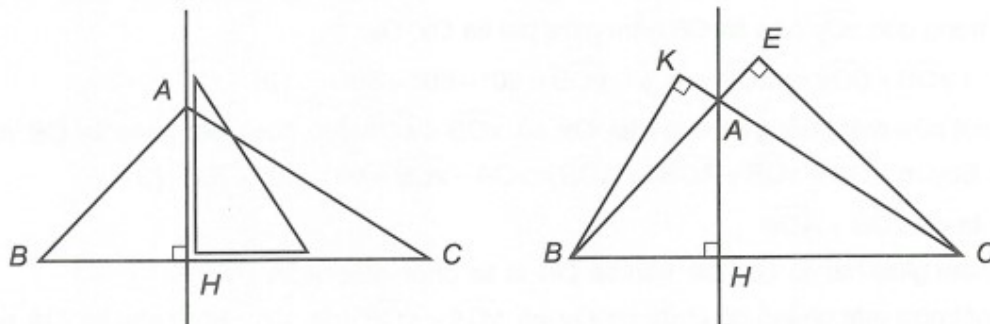
b) Trên nửa mặt phẳng bờ yy' có chứa tia Ox dựng tia ON sao cho $\widehat{y'ON} = 60^\circ$. Tính số đo góc $\widehat{MON}$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Vẽ hình

Câu 1.

- Đặt một cạnh của ê ke trùng với đường thẳng BC .
- Chuyển ê ke trượt theo đường thẳng BC sao cho cạnh góc vuông thứ hai của ê ke gặp điểm A .
- Vạch một đường thẳng theo cạnh đó thì được đường cao AH của tam giác ABC .
- Vẽ tương tự với hai đường cao xuất phát từ đỉnh B và C .

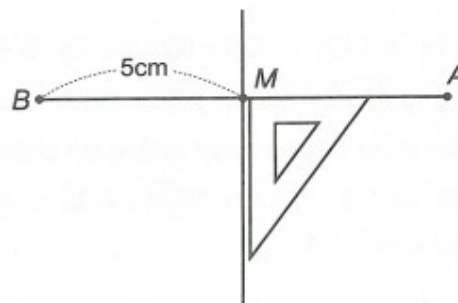


Câu 2.

- Dùng thước vẽ đoạn thẳng AB dài 10cm
- Xác định trung điểm M của đoạn thẳng AB :

$$AM = MB = \frac{AB}{2} = \frac{10 \text{ cm}}{2} = 5 \text{ cm}.$$

- Đặt một cạnh của ê ke trùng với đường thẳng AB .
- Dịch chuyển ê ke trượt theo đường thẳng AB sao cho cạnh góc vuông thứ hai của ê ke gặp điểm M . Vạch một đường thẳng theo cạnh đó thì được đường thẳng trung trực của AB .



Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

Câu 1.

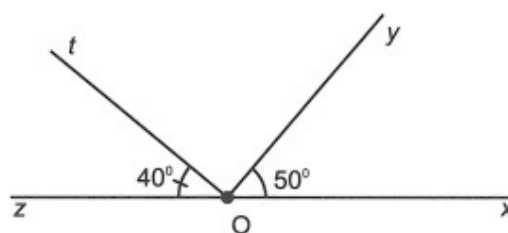
Vì $\widehat{xOy}$, $\widehat{yOz}$ kề bù nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{xOy} = 50^\circ$ nên $\widehat{yOz} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

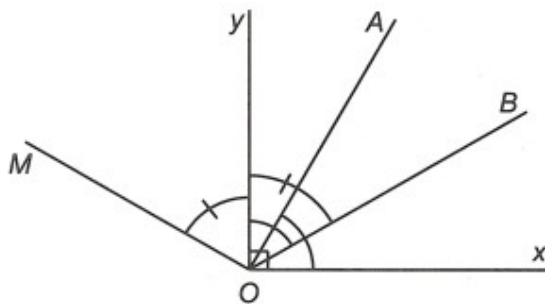
Mặt khác tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Oz nên

$$\begin{aligned} \widehat{yOz} &= \widehat{yOt} + \widehat{tOz} \Rightarrow \widehat{yOt} = \widehat{yOz} - \widehat{tOz} \\ &= 130^\circ - 40^\circ \\ &= 90^\circ. \end{aligned}$$

Vậy $Ot \perp Oy$.



Câu 2.



Vì OA nằm trong góc $\widehat{xOy}$ nên tia OA nằm giữa hai tia Ox , Oy .

$$\text{Suy ra } \widehat{xOy} = \widehat{xOA} + \widehat{AOy} \Rightarrow \widehat{AOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOA} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ. \quad (1)$$

Vì OB nằm trong góc $\widehat{xOy}$ nên tia OB nằm giữa hai tia Ox , Oy .

$$\text{Suy ra } \widehat{xOy} = \widehat{xOB} + \widehat{BOy} \Rightarrow \widehat{xOB} = \widehat{xOy} - \widehat{yOB} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ. \quad (2)$$

Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOB} < \widehat{xOA}$ (do $30^\circ < 60^\circ$) nên tia OB nằm giữa hai tia Ox và OA . Suy ra $\widehat{xOA} = \widehat{xOB} + \widehat{AOB} \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOA} - \widehat{xOB} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ. \quad (3)$

Từ (2), (3) ta có $\widehat{xOB} = \widehat{AOB}$.

Mà tia OB nằm giữa hai tia Ox , OA nên tia OB là tia phân giác $\widehat{xOA}$.

Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{yOA} < \widehat{yOB}$ (do $30^\circ < 60^\circ$) nên tia OA nằm giữa hai tia Oy và OB .

Lại có từ (1), (3) suy ra $\widehat{yOA} = \widehat{AOB}$ nên OA là tia phân giác $\widehat{yOB}$.

b) Ta có $\widehat{MOy} = \widehat{yOB} = 60^\circ$ (do Oy là tia phân giác của $\widehat{MOB}$).

$$\text{Suy ra } \widehat{MOB} = \widehat{MOy} + \widehat{yOB} = 120^\circ.$$

Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB có $\widehat{MOB} > \widehat{AOB}$ ($120^\circ > 30^\circ$) nên tia OA nằm giữa hai tia OM và $OB \Rightarrow \widehat{MOB} = \widehat{MOA} + \widehat{AOB} \Rightarrow \widehat{AOM} = \widehat{MOB} - \widehat{AOB} = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$.

Vậy $OM \perp OA$.

Dạng 3. Các bài toán vận dụng

Câu 1.

a) Ta có hai tia OM và ON nằm ở miền trong góc

$$\widehat{xOy} \Rightarrow \widehat{xOy} = \widehat{xOM} + \widehat{MOy} \text{ và } \widehat{xOy} = \widehat{xON} + \widehat{NOy}.$$

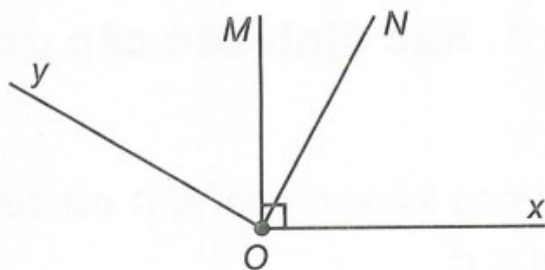
Mặt khác $\widehat{xOy} = 160^\circ$ (giả thiết);

$$\widehat{xOM} = \widehat{NOy} = 90^\circ \text{ (do } OM \perp Ox, ON \perp Oy).$$

$$\text{Suy ra } \widehat{MOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOM} = 160^\circ - 90^\circ = 70^\circ;$$

$$\widehat{NOx} = \widehat{xOy} - \widehat{yON} = 160^\circ - 90^\circ = 70^\circ.$$

$$\text{Vậy } \widehat{MOy} = \widehat{NOx} = 70^\circ.$$



b) Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xON} < \widehat{xOM}$ (do $70^\circ < 90^\circ$) nên tia ON nằm giữa Ox và OM . Suy ra $\widehat{xOM} = \widehat{xON} + \widehat{MON} \Rightarrow \widehat{MON} = \widehat{xOM} - \widehat{xON} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

Câu 2.

a) Ta có $\widehat{xOy} = 150^\circ$, $\widehat{xOA} = \widehat{yOB} = 90^\circ$ (do $Ox \perp OA$, $Oy \perp OB$) $\Rightarrow \widehat{AOB} = 360^\circ - (\widehat{xOy} + \widehat{AOx} + \widehat{BOy})$
 $= 360^\circ - (150^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$
 $= 30^\circ$.

OM là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ nên

$$\widehat{xOM} = \widehat{MOy} = \frac{1}{2} \cdot \widehat{xOy} = \frac{1}{2} \cdot 150^\circ = 75^\circ.$$

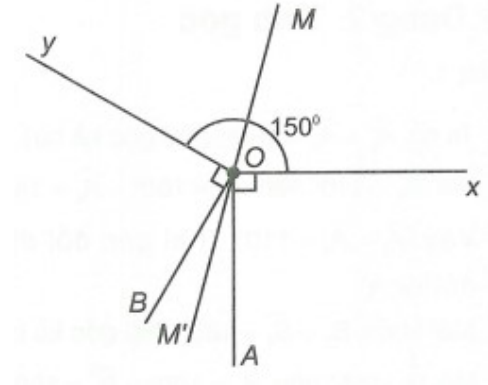
OM' là tia phân giác của $\widehat{AOB}$ nên

$$\widehat{AOM'} = \widehat{M'OB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 30^\circ = 15^\circ.$$

Do đó $\widehat{MOM'} = \widehat{MOx} + \widehat{xOA} + \widehat{AOM'} = 75^\circ + 90^\circ + 15^\circ = 180^\circ$.

Suy ra hai tia OM và OM' đối nhau.

b) Ta có $\widehat{xOB} = \widehat{xOA} + \widehat{AOB} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$; $\widehat{yOA} = \widehat{yOB} + \widehat{AOB} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$.



Câu 3.

a) Do $xx' \perp yy' = \{O\}$ nên $\widehat{xOy} = 90^\circ$.

OM nằm trong góc $\widehat{xOy} \Rightarrow \widehat{xOy} = \widehat{xOM} + \widehat{MOy}$.

Vì $\widehat{xOM} = 2\widehat{MOy}$ nên

$$\widehat{xOy} = 90^\circ = \widehat{xOM} + \widehat{MOy} = 3\widehat{MOy} \Rightarrow \widehat{MOy} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{xOM} = 2\widehat{MOy} = 60^\circ.$$

b) ON , Ox cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ yy' , $\widehat{y'ON} < \widehat{y'Ox}$ (do $60^\circ < 90^\circ$).

Suy ra ON nằm giữa Oy' và Ox . Suy ra $\widehat{xOy'} = \widehat{xON} + \widehat{NOy'} \Rightarrow \widehat{xON} = \widehat{xOy'} - \widehat{NOy'} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Mà Ox nằm giữa hai tia OM , ON nên $\widehat{MON} = \widehat{NOx} + \widehat{xOM} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$.

