CHƯƠNG III. GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

GÓC Ở TÂM - SỐ ĐO CUNG

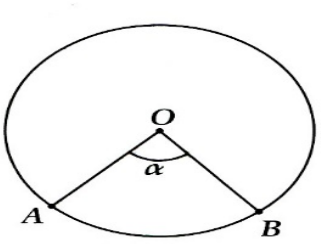
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Góc ở tâm

- Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.

Ví dụ $\widehat{AOB}$ là góc ở tâm (Hình 1).

- Nếu $0^0 < a < 180^0$ thì cung nằm bên trong góc được gọi là cung nhỏ, cung nằm bên ngoài góc được gọi là cung lớn.



Hình 1

- Nếu $a = 180^0$ thì mỗi cung là một nửa đường tròn.

- Cung nằm bên trong góc được gọi là cung bị chắn. Góc bẹt chắn nửa đường tròn.

- Kí hiệu cung AB là $\overset{\frown}{AB}$.

2. Số đo cung

- Số đo của cung $\overset{\frown}{AB}$ được kí hiệu là sđ $\overset{\frown}{AB}$.

- Số đô của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.

Ví dụ: $\widehat{AOB}$ = sđ $\overset{\frown}{AB}$ (góc ở tâm chắn $\overset{\frown}{AB}$) (Hình 1).

- Số đo của cung lớn bắng hiệu giữa 360^0 và số đo của cung nhỏ (có chung hai đầu mút với cung lớn).

- Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0. Cung cả đường tròn có số đo 360^0.

3. So sánh hai cung

Trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau:

- Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.

- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn.

4. Định lí

Nếu C làm một điểm nằm trên cung AB thì

$$\text{Sđ } \overset{\frown}{AB} = \text{sđ } \overset{\frown}{AC} + \text{sđ} \overset{\frown}{CB}$$

II. BÀI TẬP MINH HỌA

Phương pháp giải: *Để tính số đo của góc ở tâm, số đo của cung bị chắn, ta sử dụng các kiến thức sau:*

- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.

- Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa 360^0 và số đo của cung nhỏ (có chung hai đầu mút với cung lớn).

- Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0. Cung cả đường tròn có số đo 360^0.

- Sử dụng tỉ số lượng giác của một góc nhọn để tính góc.

- Sử dụng quan hệ đường kính và dây cung.

Bài 1. Cho hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) cắt nhau tại M, biết $\widehat{AMB} = 40^0$.

a) Tính $\widehat{AMO}$ và $\widehat{AOM}$.

b) Tính số đo cung $\overset{\frown}{AB}$ nhỏ và $\overset{\frown}{AB}$ lớn.

Bài 2. Trên cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$ của (O), cho hai điểm C và D sao cho cung $\overset{\frown}{AB}$ được chia thành ba cung bằng nhau ($\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DB}$). Bán kính OC và OD cắt dây AB lần lượt tại E và F.

a) Hãy so sánh các đoạn thẳng AE và FB.

b) Chứng minh các đường thẳng AB và CD song song.

Bài 3. Cho đường tròn (O; R), lấy điểm M nằm ngoài (O) sao cho OM = 2R. Từ M kẻ tiếp tuyến MA và MB với (O) (A, B là các tiếp điểm).

a) Tính $\widehat{AOM}$.

b) Tính $\widehat{AOB}$ và số đo cung $\overset{\frown}{AB}$ nhỏ.

c) Biết đoạn thẳng OM cắt (O) tại C. Chứng minh C là điểm giữa của cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$.

Bài 4. Cho (O; *5cm)* và điểm M sao cho *OM* = 10 *cm.* Vẽ hai tiếp tuyến *MA* và MB *(A, B* là các tiếp điểm). Tính góc ở tâm do hai tia *OA* và *OB* tạo ra.

Bài 5. Cho đường tròn (O) đường kính *AB,* vẽ góc ở tâm *AOC* = 50° với c nằm trên (O). Vẽ dây CD vuông góc với *AB* và dây *DE* song song với *AB*.

a) Tính số đo cung nhỏ *BE*.

b) Tính số đo cung *CBE*. Từ đó suy ra ba điểm *C, O, E* thẳng hàng.

Bài 6. Cho đường tròn (O; *R*). Gọi *H* là trung điểm của bán kính *OB*. Dây CD vuông góc với *OB* tại *H*. Tính số đo cung nhỏ và cung lớn $\overset{\frown}{CD}$.

Bài 7. Cho tam giác *ABC* cân tại *A*. Vẽ đường tròn tâm o, đường kính *BC*. Đường tròn (O) cắt *AB* và *AC* lần lượt tại M và *N*.

a) Chứng minh các cung nhỏ $\overset{\frown}{BM}$ và $\overset{\frown}{CN}$ có số đo bằng nhau.

b) Tính $\overset{\frown}{MON}$, biết $\overset{\frown}{BAC}$ = 40°.

Bài 8. Cho (O; *R)* và dây cung *MN* = $R\sqrt{3}$. Kẻ *OK* vuông góc với *MN* tại *K*. Hãy tính:

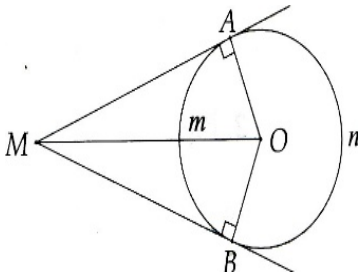
a) Độ dài *OK* theo *R*.

b) Số đó các góc $\overset{\frown}{MOK}$ và $\overset{\frown}{MON}$.

c) Số đo cung nhỏ và cung lớn $\overset{\frown}{MN}$.

HƯỚNG DẪN

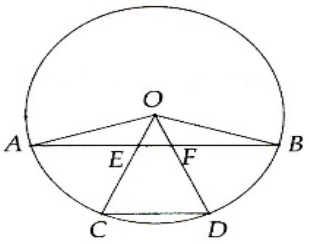
Bài 1.



a) Chứng minh được OM là tia phân giác của góc $\overset{\frown}{AMB}$. Từ đó ta tìm được $\overset{\frown}{AMO} = 20^0$, $\overset{\frown}{AOM} = 70^0$

b) sđ $\overset{\frown}{AmB} = \overset{\frown}{AOB} = 140^0$

$\Rightarrow$sđ $\overset{\frown}{AnB} = 220^0$

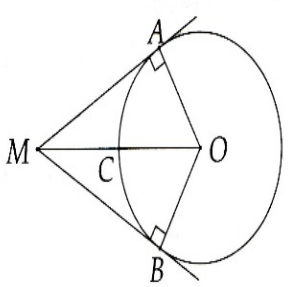


Bài 2.

a) Chứng minh được $\Delta OEA = \Delta OFB \Rightarrow AE = FB$

b) Chứng minh được $\overset{\frown}{OEF} = \overset{\frown}{OCD} \Rightarrow AB // CD$

Bài 3.

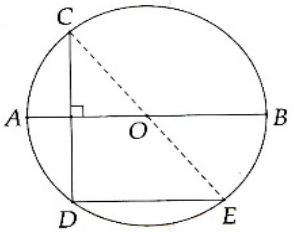


a) Sử dụng tỉ số lượng giác trong tam giác vuông ΔAMO ta tính được $\overset{\frown}{AOM} = 60^0$

b) Tính được $\overset{\frown}{AOB} = 120^0$, sđ $\overset{\frown}{ABC} = 120^0$.

c) Ta có $\overset{\frown}{AOC} = \overset{\frown}{BOC} \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$

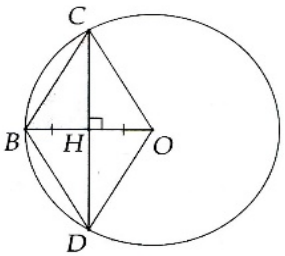
Bài 4. Tương tự 3



Chứng minh được $\overset{\frown}{AOB} = 120^0$

Bài 5.

a) Tính được sđ $\overset{\frown}{BC} = 50^0$.

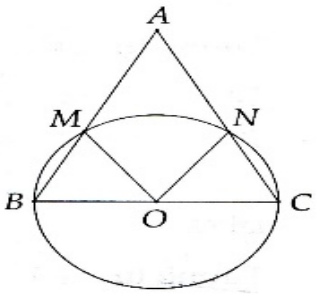


b) Chứng minh được sđ $\overset{\frown}{CBE} = 180^0$

$\Rightarrow C, O, E$ thẳng hàng (ĐPCM)

* Cách khác: sử dụng $\overset{\frown}{CDE} = 90^0 \Rightarrow$ ĐPCM.

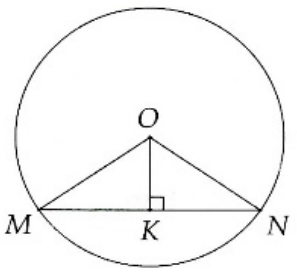
Bài 6.



Chứng minh được ΔBOC và ΔBOD là tam giác đều nên suy ra được sđ $\overset{\frown}{CD}$ nhỏ = 120^0 và sđ $\overset{\frown}{CD}$ lớn = 240^0.

Bài 7.

a)Chứng minh được $\Delta BOM = \Delta CON$ (c.g.c), từ đó suy ra $\overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{CN}$



b) Tính được $\overset{\frown}{MON} = 100^0$

Bài 8.

a) Tính được $OK = \dfrac{R}{2}$

b) Tính được $\overset{\frown}{MOK} = 60^0$, $\overset{\frown}{MON} = 120^0$

c) HS tự làm.

B.PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho đường tròn $(O;\ R)$. Vẽ dây $AB = R\sqrt{2}$. Tính số đo của hai cung AB.

Bài 2: Cho đường tròn $(O;\ R)$. Vẽ dây AB sao cho số đo của cung nhỏ AB bằng $\frac{1}{2}$ số đo của cung lớn AB. Tính diện tích của ΔAOB.

Bài 3: Cho (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn, vẽ hai tiếp tuyến MA và MB. Biết $\widehat{AMB} = 35^0$.

a) Tính số đo góc ở tâm tạo bởi hai bán kính OA, OB.

b) Tính số đo mỗi cung AB.

Bài 4: Cho tam giác đều ABC có ba đỉnh nằm trên đường tròn tâm O.

a) Tính các góc ở tâm tạo bởi hai trong ba bán kính OA, OB, OC.

b) Tính số đo các cung tạo bởi hai trong ba điểm A, B, C.

Bài 5: Trên đường tròn tâm O lấy ba điểm A, B, C sao cho $\widehat{AOB} = 100^o$, $\text{sd}\widehat{AC} = 45^o$. Tính số đo cung $\widehat{BC}$.

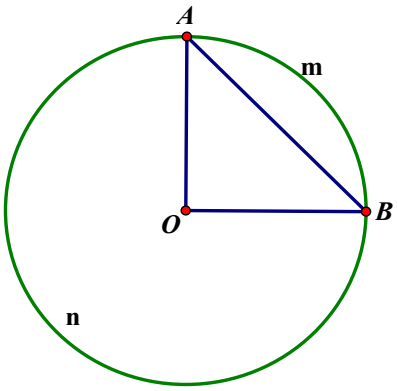
Bài 6: Cho $(O;5cm)$ và điểm M sao cho $OM = 10cm$. Vẽ hai tiếp tuyến MA và MB. Tính góc ở tâm do hai tia OA và OB tạo ra.

Bài 7: Cho tam giác đều ABC, vẽ nửa đường tròn đường kính BC cắt AB tại D và AC tại E. So sánh các cung BD, DE và EC.

Bài 8: Cho hai đường tròn đồng tâm $(O;\ R)$ và $(O;\ R')$ với $R > R'$. Qua điểm M ở ngoài $(O;\ R)$, vẽ hai tiếp tuyến với $(O;\ R')$. Một tiếp tuyến cắt $(O;\ R)$ tại A và B (A nằm giữa M và B); một tiếp tuyến cắt $(O;\ R)$ tại C và D (C nằm giữa D và M). Chứng minh hai cung AB và CD bằng nhau.

HƯỚNG DẪN

Bài 1: Cho đường tròn $(O;\ R)$. Vẽ dây $AB = R\sqrt{2}$. Tính số đo của hai cung AB.

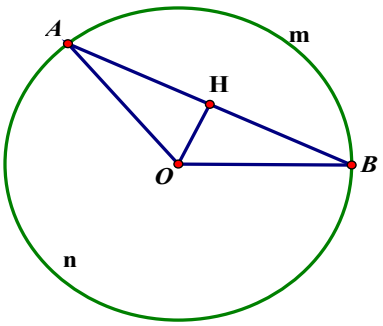


Tam giác AOB có: $AB^2 = OA^2 + OB^2$ vì $\left(R\sqrt{2}\right)^2 = R^2 + R^2$

Nên tam giác AOB vuông tại O (Định lí pitago đảo)

$\Rightarrow \widehat{AOB} = 90^0 \Rightarrow \text{sd}\widehat{AmB} = 90^0 \Rightarrow \text{sd}\widehat{AnB} = 360^o - 90^o = 270^0.$

Bài 2: Cho đường tròn $(O;\ R)$. Vẽ dây AB sao cho số đo của cung nhỏ AB bằng $\frac{1}{2}$ số đo của cung lớn AB. Tính diện tích của ΔAOB.



Ta có: $\begin{cases} \text{sd}\widehat{AmB} = \frac{1}{2}\text{sd}\widehat{AnB} \\ \text{sd}\widehat{AmB} + \text{sd}\widehat{AnB} = 360^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{sd}\widehat{AmB} = 120^0 \\ \text{sd}\widehat{AnB} = 240^0 \end{cases} \Rightarrow \widehat{AOB} = 60^0.$

Kẻ $OH \perp AB$. Tam giác OAB cân tại O có OH là đường cao nên OH là phân giác của $\widehat{AOB}$ và là đường trung tuyến của tam giác OAB.

Do đó: $\begin{cases} AB = 2HA \\ \widehat{AOH} = 60^0 \end{cases}$

Tam giác AOH vuông tại H theo hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

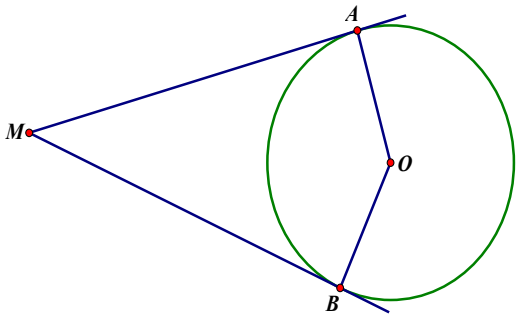
$HA = OA.\sin\widehat{AOH} = \frac{R\sqrt{3}}{2}; OH = OA.\cos\widehat{AOH} = \frac{R}{2}$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} AH.OH = \frac{1}{2}.2AH.OH = AH.OH = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

Bài 3: Cho (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn, vẽ hai tiếp tuyến MA và MB. Biết $\widehat{AMB} = 35^0$.

a) Tính số đo góc ở tâm tạo bởi hai bán kính OA, OB.

b) Tính số đo mỗi cung AB.



a) MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) nên: $\widehat{OAM} = 90^0; \widehat{OBM} = 90^0$ mà ta lại có:

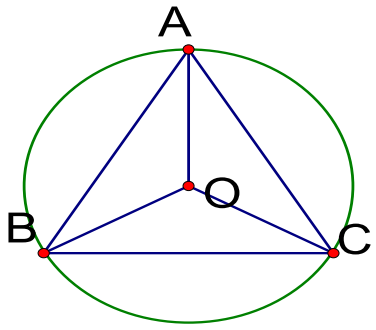
$\widehat{AMB} = 35^0 \Rightarrow \widehat{AOB} = 145^0$.

b) Vì $\widehat{AOB} = 145^0 \Rightarrow$ sđ $\widehat{AmB} = 145^0$; $\Rightarrow$ sđ $\widehat{AnB} = 360^0 - 145^0 = 215^0$.

Bài 4: Cho tam giác đều ABC có ba đỉnh nằm trên đường tròn tâm O.

a) Tính các góc ở tâm tạo bởi hai trong ba bán kính OA, OB, OC.

b) Tính số đo các cung tạo bởi hai trong ba điểm A, B, C.

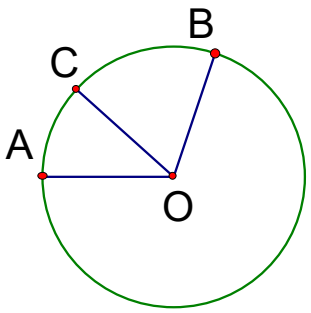


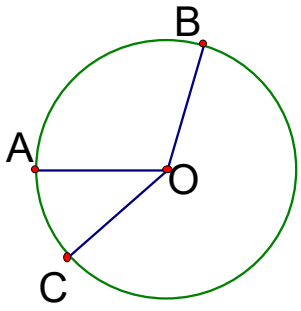
a) Δ ABC lá tam giác đều nên $\widehat{BAC} = 60^0 \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^0$.

Tương tự ta có: $\widehat{AOC} = 120^0$; $\widehat{COB} = 120^0$.

b) Vì $\widehat{BAC} = \widehat{AOB} = \widehat{AOC} = 120^0$ nên sđ $\widehat{AB}$ = sđ $\widehat{BC}$ = sđ $\widehat{AC}$ $= 240^0$.

Bài 5: Trên đường tròn tâm O lấy ba điểm A, B, C sao cho $\widehat{AOB} = 100^o$, sd$\widehat{AC} = 45^o$. Tính số đo cung $\widehat{BC}$.





C $\in \overset{\frown}{AB}_{\text{nhá}}$ C $\in \overset{\frown}{AB}_{\text{lín}}$

Trường hợp 1:

Sđ $\overset{\frown}{BC}_{\text{nhỏ}}$ =sđ $\overset{\frown}{AB}$ - sđ $\overset{\frown}{AC} = 100^0 - 45^0 = 55^0$.

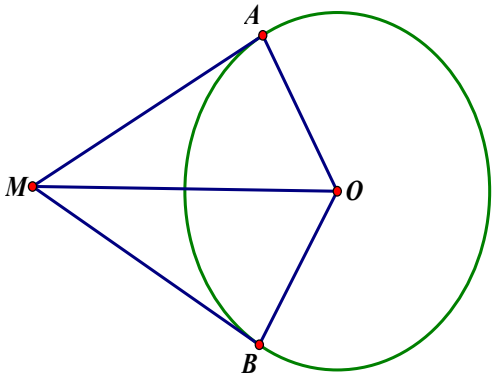
sđ $\overset{\frown}{BC}_{\text{lớn}} = 360^0 - 55^0 = 305^0$.

Trường hợp 2:

sđ $\overset{\frown}{BC}_{\text{nhỏ}}$= sđ $\overset{\frown}{AB}$ + sđ $\overset{\frown}{AC} = 100^0 + 45^0 = 145^0$.

sđ $\overset{\frown}{BC}_{\text{lớn}} = 360^0 - 145^0 = 215^0$.

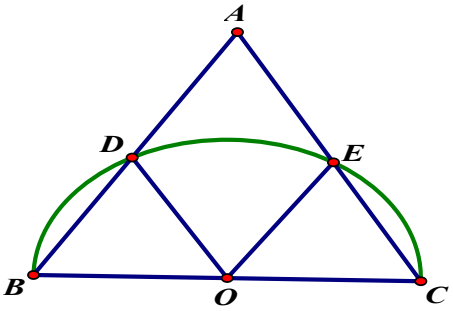
Bài 6: Cho $(O;5cm)$ và điểm M sao cho $OM = 10cm$. Vẽ hai tiếp tuyến MA và MB. Tính góc ở tâm do hai tia OA và OB tạo ra. (ĐS 120^0 *)*



Tam giác MAO vuông tại O có $cos\widehat{AOM} = \dfrac{R}{2R} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AOM} = 60^0$.

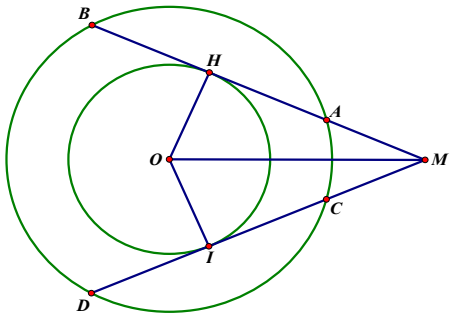
MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) nên OM là phân giác của góc AOB nên $\widehat{AOB} = 120^o$.

Bài 7: Cho tam giác đều ABC, vẽ nửa đường tròn đường kính BC cắt AB tại D và AC tại E. So sánh các cung BD, DE và EC.



(ĐS: $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{EC}$ *)(do các tam giác đều)*

Bài 8: Cho hai đường tròn đồng tâm $(O; R)$ và $(O; R')$ với $R > R'$. Qua điểm M ở ngoài $(O; R)$, vẽ hai tiếp tuyến với $(O; R')$. Một tiếp tuyến cắt $(O; R)$ tại A và B (A nằm giữa M và B); một tiếp tuyến cắt $(O; R)$ tại C và D (C nằm giữa D và M). Chứng minh hai cung AB và CD bằng nhau.



---------- HẾT ----------