CHUYÊN ĐỀ CHỌN LỌC TOÁN 6

GÓC

Chuyên đề 1. NỬA MẶT PHẲNG –GÓC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình gồm một đường thẳng a à một phần của mặt phẳng bị chia ra bởi a được gọi là một nửa mặt phẳng bờ a (h.1)

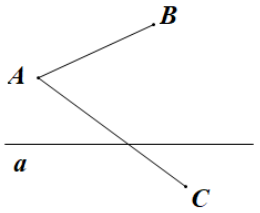
Hình 1

2. Hai nửa mặt phẳng có chung bờ được gọi là hai nửa mặt phẳng đối nhau. Trên hình 1, nửa mặt phẳng bờ a chứa hai điểm M,N và nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm P là hai nửa mặt phẳng đối nhau.

Nhận xét: bất kỳ đường thẳng nào nằm trên mặt phẳng cũng là bờ chung của hai mặt phẳng đối nhau.

3. Hai điểm A,B cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ a $(A,B \notin a)$ thì đoạn thẳng AB không cắt A

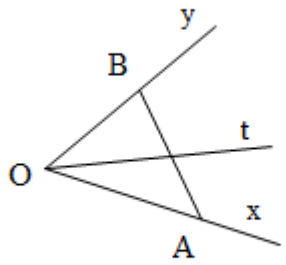
Hai điểm A,C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a $(A,C \notin a)$ thì đoạn thẳng AC cắt A tại một điểm nằm giữa A và C (h.2).



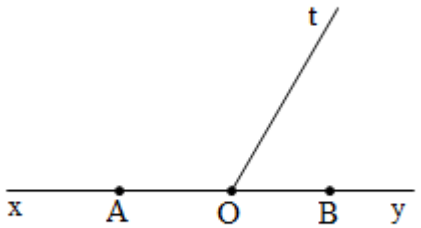
Hình 2

4. Tia Ot nằm giữa hai tia Ox và Oy nếu tia Ot cắt đoạn thẳng AB tại điểm M nằm giữa A và B $(A \in Ox, B \in Oy, A$ và B không trùng O)(h.3)

- Nếu hai tia Ox và Oy đối nhau thì mọi tia Ot khác Ox,Oy đều nằm giữa hai tia

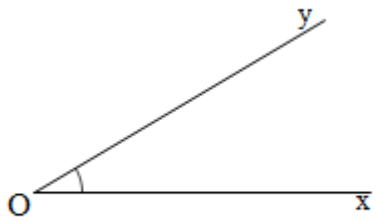


Hình 3

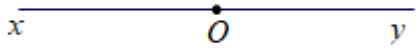


Hình 4

5. Góc là hình gồm hai tia chung gốc (h.5 và h.6)



Hình 5



Hình 6

6. Góc bẹt là góc có hai cạnh là hai tia đối nhau (h.6)

7. Khi hai tia Ox, Oy không đối nhau, điểm M là điểm nằm bên trong góc xOy nếu tia OM nằm giữa hai tia Ox, Oy. Ta còn nói tia OM nằm trong góc xOy (h.3)

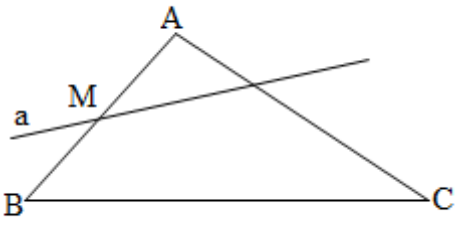
B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng, vẽ đường thẳng a không đi qua các điểm đó nhưng cắt đoạn thẳng AB. Chứng tỏ rằng đường thẳng a cắt 1 và chỉ một trong hai đoạn thẳng AC và BC.

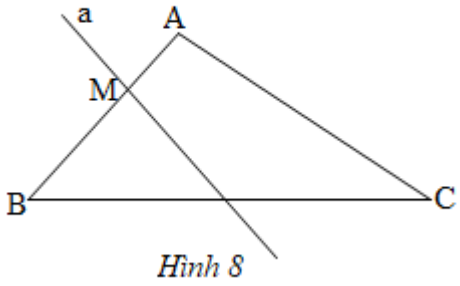
Giải.

Đường thẳng a là bờ chung của hai nửa mặt phẳng đối nhau: một nửa mặt phẳng chứa điểm A và nửa mặt phẳng kia chứa điểm B. Xét tiếp đến điểm C:

* *Nếu điểm C và điểm B cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ a* (h.7) thì điểm A và điểm C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a, do đó đường thẳng a cắt đoạn thẳng AC mà không cắt đoạn thẳng BC



Hình 7

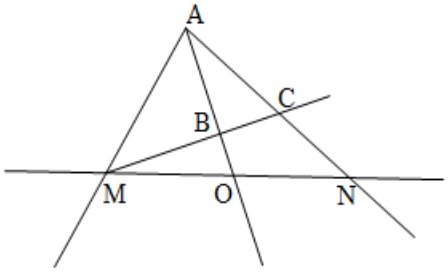


Hình 8

* *Nếu điểm C và điểm A cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ* a (h.8) thì điểm B và điểm C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a, do đó đường thẳng a cắt đoạn thẳng BC mà không cắt đoạn thẳng AC. Vậy đường thẳng a cắt một và chỉ một trong hai đoạn thẳng AC và BC.

Lưu ý: Bài toán trên đây được gọi là định lý Pap (Pap là nhà toán học Hi- Lạp thế kỷ thứ III)

Ví dụ 2. Trên một nửa đường thẳng lấy ba điểm M, O, N trong đó O nằm giữa M và N. Từ điểm A nằm ngoài đường thẳng này vẽ các tia AM, AN, AO.



Hình 9

a) Tia AO nằm giữa hai tia nào ? Tia OA nằm giữa hai tia nào ?

b) Lấy điểm B nằm giữa O và A. Tia MB cắt tia AN tại C. Giải thích vì sao điểm C nằm giữa A và N.

Giải.(h.9)

a) Điểm O nằm giữa hai điểm M và N nên tia AO nằm giữa hai tia AM và AN.

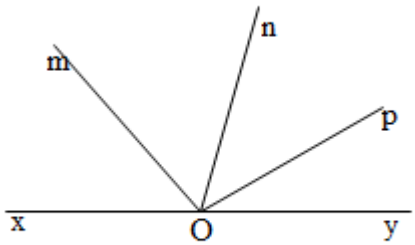
Hai tia OM, ON đối nhau nên tia OA nằm giữa hai tia OM, ON.

b) Điểm B nằm giữa O và A nên tia MB nằm giữa hai tia MA, MO hay tia MB nằm giữa hai tia MA, MN do đó tia MB cắt đoạn thẳng AN tại C nằm giữa A và N.

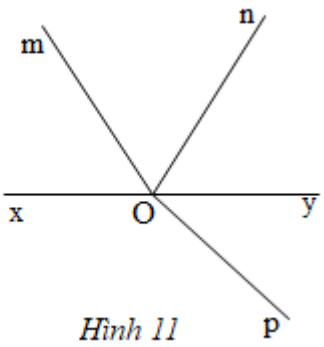
Lưu ý:Quan hệ tia nằm giữa hai tia và quan hệ điểm nằm giữa hai điểm có sự liên quan chặt chẽ với nhau. Từ vị trí tia nằm giữa hai tia ta có thể suy ra vị trí điểm nằm giữa hai điểm và ngược lại.

Ví dụ 3. Trên đường thẳng xy lấy điểm O . Vẽ thêm các tia $Om, On, Op.$ trên hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc ? kể tên các góc đó?

Giải.(h.10) và(h.11)



Hình 10



Hình 11

Có tất cả là 10 góc :

$\widehat{xOm}, \widehat{xOn}, \widehat{xOp}, \widehat{xOy}, \widehat{mOn}, \widehat{mOp}, \widehat{mOy}, \widehat{nOp}, \widehat{nOy}, \widehat{pOy}.$

Lưu ý : gọi n là số tia chung gốc, khi đó số góc do n tia này tạo ra được tính theo công thức $\frac{n(n-1)}{2}$.

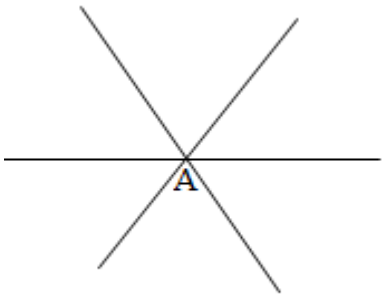
Ví dụ 4: Cho ba đoạn thẳng cắt nhau .Tính số góc tạo thành.

Giải:

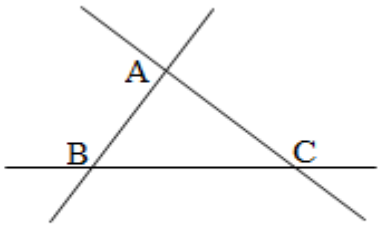
** Trường hợp ba đoạn thẳng cắt nhau tại một điểm A (h.12)*

Số tia chung gốc A là $2.3 = 6$ (tia)

Số góc tạo thành là $\frac{6.5}{2}=15$(góc)



Hình 12



Hình 13

** Trường hợp ba đoạn thẳng cắt nhau tại điểm A,B,C (h.13)*

Ở mỗi điểm A,B,C, mỗi điểm là gốc chung của 4 tia.

Số góc có đỉnh ở mỗi điểm đó là : $\frac{4.3}{2}=6$(góc)

Số góc có đỉnh ở cả ba điểm A,B,C là: $6.3=18$(góc)

C. BÀI TẬP

2.1. Cho bốn điểm A, B, C, D nằm ngoài đường thẳng a. Biết đoạn thẳng AB không cắt a, đoạn thẳng BC cắt a, đoạn thẳng CD cắt a. Hỏi đoạn thẳng AD có cắt a hay không ? Vì sao ?

2.2. Cho 6 điểm nằm ngoài đường thẳng a. Vẽ các đoạn thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi nhiều nhất có bao nhiêu đoạn thẳng cắt đường thẳng a.

2.3. Cho đường thẳng a. Lấy điểm $O\in A$và điểm $M\notin A$vẽ tia OM. Chứng tỏ rằng mỗi điểm N của tia OM đều thuộc nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm M.

2.4. Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ xy ta vẽ hai tia Om, On. Chứng tỏ rằng có một trong hai tia Ox, Oy nằm giữa hai tia Om và On.

2.5. Cho hai điểm A,B thuộc hai nửa mặt phẳng bờ đối nhau xy$\left(A,B\notin xy\right)$hãy nêu cách lấy 1 điểm $O\in xy$ sao cho:

a) Tia Ox nằm giữa hai tia OA và OB.

b) Tia Ox không nằm giữa hai tia OA và OB.

2.6. Cho đoạn thẳng $MN=6cm$ và O là trung điểm của MN. Trên tia ON lấy điểm P sao cho $OP=2cm$. Từ 1 điểm A nằm ngoài đường thẳng xy vẽ các tia AO, AP, AN. Hỏi trong ba tia này, tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

2.7. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Gọi M, N lần lượt là các điểm nằm giữa A và B, A và C. Giải thích vì sao hai đoạn thẳng BN và CM cắt nhau ?

2.8. Ba đường đường thẳng cắt nhau tại O tạo thành bao nhiêu góc không kể góc bẹt ?

2.9. Vẽ n tia chung gốc, chúng tạo ra 21 góc. Tính giá trị của n.

2.10. Cho n đường thẳng cắt nhau tại một điểm. Tính số góc tạo thành.

2.11. Cho một số tia chung gốc tạo thành một số góc. Sau khi vẽ thêm một tia chung gốc đó thì số góc tăng thêm là 9. Tính số tia lúc đầu.

2.12. Cho 5 tia chung gốc O, chúng tạo thành 1 số góc. Nếu vẽ thêm hai tia chung gốc O thì số góc tăng thêm là bao nhiêu?

Chuyên đề 2. CỘNG SỐ ĐO CÁC GÓC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Mỗi góc có một số đo . Số đo của góc bẹt là 180^0. Số đo của mỗi góc không vượt quá 180^0

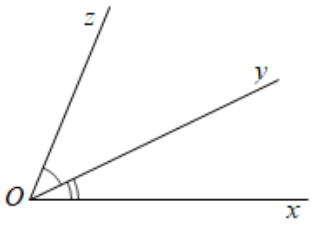
2. Các loại góc:

- Góc vuông là góc có số đo bằng 90^0.
- Góc nhọn là góc nhỏ hơn góc vuông.
- Góc tù là góc lớn hơn góc vuông nhưng nhỏ hơn góc bẹt.

3. Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz thì

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}.$$

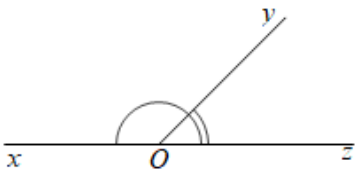
Ngược lại, nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz (h.14).



Hình 14

4. Quan hệ giữa hai góc

- Hai góc kề nhau là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là cạnh chung (h.14).
- Hai góc phụ nhau là hai góc có tổng số đo bằng 90^0.
- Hai góc bù nhau là hai góc có tổng số đo bằng 180^0
- Hai góc kề bù là hai góc vừa kề vừa bù nhau (h.15).



Hình 15

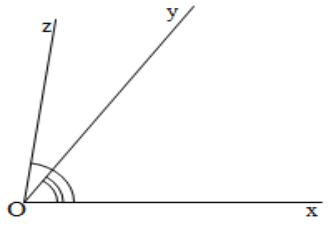
Nhận xét:

- Nếu hai góc kề có hai *cạnh ngoài* là hai tia đối nhau thì hai góc đó kề bù.
- Nếu hai góc kề bù thì có tổng bằng 180^0 và hai *cạnh ngoài* là hai tia đối nhau.

5. Trên nửa mặt phẳng cho trước có bờ chứa tia Ox, bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một tia Oy sao cho $\widehat{xOy} = m$ (độ).

6. Trên nửa mặt phẳng cho trước có bờ chứa tia Ox,

$\widehat{xOy} = m^0, \widehat{xOz} = n^0$; nếu $m < n$ thì tia Oy nằm



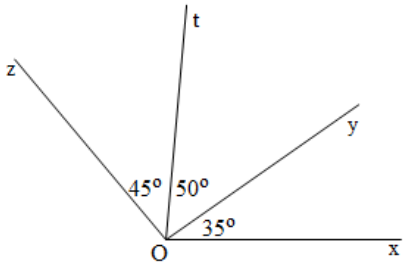
Hình 16

giữa hai tia Ox, Oz (h.16)

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho góc xOz và tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz, tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Oz. Cho biết $\widehat{xOy} = 35^0, \widehat{yOt} = 50^0, \widehat{tOz} = 40^0.$

Tính số đo góc xOz.



Hình 17

Giải. (h.17)

Ta có tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Oz nên

$$\widehat{yOt} + \widehat{tOz} = \widehat{yOz}.$$

Do đó $\widehat{yOz} = 50^0 + 40^0 = 90^0.$

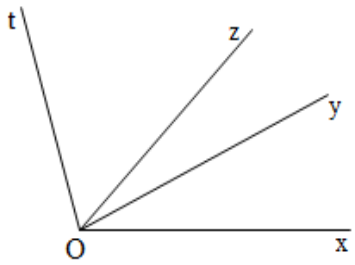
Ta có tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}.$

Do đó $\widehat{xOy} = 35^0 + 90^0 = 125^0.$

Ví dụ 2. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, ta vẽ các tia Oy,Oz và Ot sao cho $\widehat{xOy} = 40^0; \widehat{xOz} = 60^0$ và $\widehat{xOt} = 100^0$. Tìm các cặp góc bằng nhau trong hình vẽ.

Giải. (h.18)

*Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta có $\widehat{xOz} < \widehat{xOt} (60^0 < 100^0)$ nên tia Oz nằm giữa hai tia Ox và C



Hình 18

Do đó $\widehat{xOz} + \widehat{zOt} = \widehat{xOt}$.

Suy ra $\widehat{zOt} = \widehat{xOt} - \widehat{xOz} = 100^0 - 60^0 = 40^0.$

Vậy $\widehat{xOy} = \widehat{zOt} (= 40^0)$

* Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOy} < \widehat{xOt} (40^0 < 100^0)$ tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Ot.

Do đó $\widehat{xOy} + \widehat{yOt} = \widehat{xOt}.$

Suy ra $\widehat{yOt} = \widehat{xOt} - \widehat{xOy} = 100^0 - 40^0 = 60^0$

Ví dụ 3. So sánh hai góc A và B biết 5 lần góc B bù với góc A và hai lần góc B phụ với góc A.

Giải.

Vì 5 lần góc B bù với góc A nên $5\hat{B}+\hat{A}=180^0$. (1)

Vì 2 lần góc B phụ với góc A nên $2\hat{B}+\hat{A}=90^0$. (2)

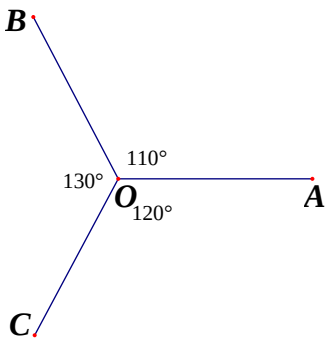
Từ (1) và (2) suy ra $3\hat{B}=90^0 \Rightarrow \hat{B}=30^0$.

Ta có $5.30^0+\hat{A}=180^0$ suy ra $\hat{A}=180^0-150^0 \Rightarrow \hat{A}=30^0$.

Vậy $\hat{A}=\hat{B}$.

Ví dụ 4. Cho ba tia OA, OB, OC sao cho $\widehat{AOB}$ =110°, $\widehat{BOC}$ = 130° *và* $\widehat{COA}$ = 120°. Hỏi tia nào nằm giữa hai tia còn lại ?

Giải. (h.19)



Hình 19

* Giả sử tia OB nằm giữa hai tia OA, OC.

Khi đó thì $\widehat{AOB}$ + $\widehat{BOC}$ = $\widehat{AOC}$.

Thay số : 110^o + 130° = 120° (vô lí).

Vậy tia OB không nằm giữa hai tia OA và OC.

* Giả sử tia OC nằm giữa hai tia OA, OB.

Khi đó thì $\widehat{AOC}$ + $\widehat{COB}$ = $\widehat{AOB}$.

Thay số : 120° + 130° = 110° (vô lí).

Vậy tia OC không nằm giữa hai tia OA và OB.

* Lập luận tương tự, ta được tia OA không nằm giữa hai tia OB và OC.

Vậy trong ba tia OA, OB, OC không có tia nào nằm giữa hai tia còn lại.

Lưu ý: Bạn có thể giải cách khác như sau :

* Ta thấy $\widehat{AOB}$ + $\widehat{BOC}$ ≠ $\widehat{AOC}$ (110° + 130° ≠ 120°) nên tia OB không nằm giữa hai tia OA và OC.

* Ta thấy $\widehat{AOC}$ + $\widehat{COB}$ = $\widehat{AOB}$ (vì 120° + 130° ≠ 110°) nên tia OC không nằm giữa hai tia OA và OB.

* Lập luận tương tự ta được tia OA không nằm giữa hai tia OB và OC.

C. BÀI TẬP

2.13. Cho góc AOB có số đo bằng 70°. Vẽ tia OM ở trong góc đó sao cho $\widehat{AOM}$ − $\widehat{BOM}$ = 20°. Tính số đo các góc AOM và BOM.

2.14. Trên đường thẳng xy lấy một điểm O. Vẽ tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = \frac{2}{3}\widehat{yOz}$.

Tính hiệu $\widehat{yOz}$ − $\widehat{xOz}$.

2.15. Trên một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ các tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy}$ = 50°, $\widehat{xOz}$ = 80°. Vẽ tia Ot là tia đối của tia Oy.

Chứng tỏ rằng $\widehat{zOt}$ − $\widehat{xOt}$ = $\widehat{xOy}$ − $\widehat{zOy}$.

2.16. Cho góc AOB có số đo là 130°. Vẽ tia OM ở trong góc đó sao cho $\widehat{AOM} = 40^o$. Vẽ tia ON nằm giữa hai tia OM và OB sao cho $\widehat{MON} = 50°$.

a) So sánh các góc $\widehat{MON}$ *và* $\widehat{BON}$.

b) Tìm các cặp góc bằng nhau trong hình vẽ.

2.17. Cho góc bẹt xOy. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy ta vẽ hai tia Om, On sao cho $\widehat{xOm} = 80°$, $\widehat{yOn} = a^o$. Xác định giá trị của a để cho tia On nằm giữa hai tia Oy và Om. Khi đó tính số đo của góc mOn.

2.18. Cho biết hai góc A và M phụ nhau ; hai góc B và M bù nhau. Hãy so sánh góc A với góc B.

2.19. Trên đường thẳng xy lấy một điểm O. Vẽ các tia Om, On, Ot sao cho $\widehat{xOm} = 40°$; $\widehat{yOn} = 50°$ *và* $\widehat{xOt} = \widehat{yOt}$. Tìm trên hình vẽ :

a) Các cặp góc bằng nhau;

b) Các cặp góc bù nhau;

c) Các cặp góc phụ nhau.

2.20. Cho góc xOy = 150°. Vẽ các tia Om, On nằm giữa hai tia Ox và Oy sao cho $\widehat{xOm} = 90°$; $\widehat{y0n} = 110°$. Tính số đo của góc mOn.

2.21. Trên tia Ox lấy ba điểm A, B, C sao cho OA <OB < OC. Từ một điểm M ở ngoài đường thẳng chứa tia Ox vẽ các tia MO, MA, MB, MC. Giả sử $\widehat{OMC} = 120°$; $\widehat{OMA} = 30°$; $\widehat{AMB} = 50°$. Tính số đo của góc BMC.

2.22. Cho góc bẹt AOB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB ta vẽ hai tia OC, OD sao cho $\widehat{BOD} < \widehat{AOD}$ *và* $\widehat{BOC} > \widehat{AOC}$. Trong ba tia OB, OC, OD tia nào nằm giữa hai tia còn lại.

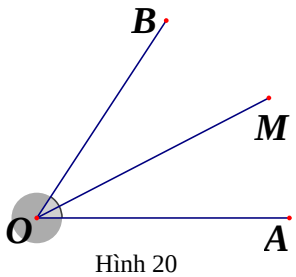
2.23. Cho góc aOb có số đo 130°. Vẽ các tia Ox, Oy vào trong góc đó sao cho $\widehat{a0x} + \widehat{b0y} = 100°$. Tính số đo của góc xOy.

2.24. Cho góc bẹt AOB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tia OC, OD sao cho tia OC nằm giữa hai tia OA, OD ; $\widehat{COD} = 70°$ *và* $\widehat{AOC} - \widehat{BOD} = 10°$. Tính số đo các góc AOC và BOD.

Chuyên đề 3. TIA PHÂN GIÁC CỦA GÓC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa: Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau (h.20).



Hình 20

2. Tính chất: Nếu tia OM là tia phân giác của góc AOB thì

$$\widehat{AOM} = \widehat{MOB} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$$

3. Chú ý: Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc gọi là đường phân giác của góc đó. Mỗi góc chỉ có một đường phân giác.

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho góc AOB và tia phân giác OC của góc đó. Vẽ tia phân giác OM của góc BOC. Cho biết $\widehat{BOM} = 35°$, tính số đo của góc AOM.

Giải. (h.21)

Tia OM là tia phân giác của góc BOC nên

$\widehat{BOC} = 2.\widehat{BOM} = 2.35° = 70°$.

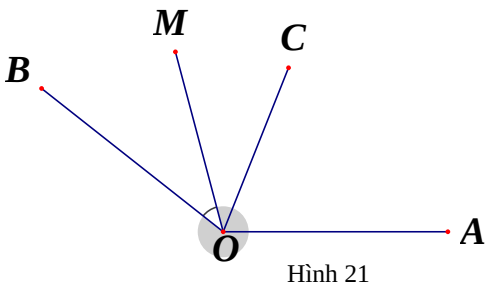
Tia OC là tia phân giác của góc AOB nên

$\widehat{AOB} = 2.\widehat{BOC} = 2.70° = 140°$.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB có

$\widehat{BOM} < \widehat{BOA}$ (35° < 140°).

Nên tia OM nằm giữa hai tia OB và OA.



Hình 21

Do đó $\widehat{BOM} + \widehat{AOM} = \widehat{AOB}$. Suy ra $\widehat{AOM} = 140° - 35° = 105°$.

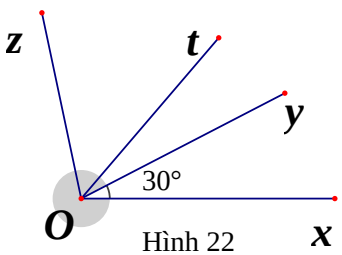
Ví dụ 2. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ các tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOz} = 100°$ $\widehat{xOy} = 30°$; . Vẽ tia Ot ở trong góc yOz sao cho $\widehat{yOt} = 20°$.

a) Tia Ot có phải là tia phân giác của góc yOz không ? Vì sao ?

b) Giải thích vì sao tia Ot là tia phân giác của góc xOz?

Giải. (h.22)

a) Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ (30° < 100°) nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz.



Hình 22

Do đó $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

Suy ra $\widehat{yOz} = 100° - 30° = 70°$.

Tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Oz nên

$\widehat{yOt} + \widehat{zOt} = \widehat{yOz}$.

Do do $\widehat{zOt} = 70° - 20° = 50°$.

Vì $\widehat{zOt} > \widehat{yOt}$ (50° > 20°) nên tia Ot không là tia phân giác của góc yOz.

b) Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oz có $\widehat{zOt} < \widehat{zOx}$ (50° < 100°) nên tia Ot nằm giữa hai

tia Oz và Ox. (1)

Do đó $\widehat{zOt} + \widehat{xOt} = \widehat{xOz}$. Suy ra $\widehat{xOt} = 100° - 50° = 50°$.

Vậy $\widehat{xOt} = \widehat{zOt}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra tia Ot là tia phân giác của góc xOz.

Ví dụ 3. Cho góc bẹt xOy. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ các tia Om, On sao cho $\widehat{xOm} = a^o$ (a < 180) và $\widehat{yOn} = 70°$. Tìm giá trị của a để tia On là tia phân giác của góc yOm.

Giải. (h.23)

Nếu tia On là tia phân giác của góc yOm thì

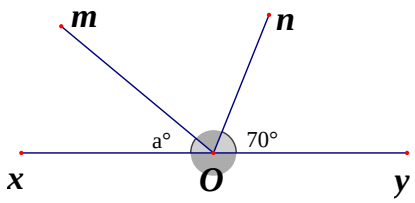
$\widehat{mOy} = 2.\widehat{yOn} = 2.70° = 140°$.

Hai góc xOm và yOm kề bù nên

$\widehat{xOm} = 180° - 140°$

hay $a^o = 40^o$.

Vậy $a = 40^o$.



Hình 23

C. BÀI TẬP

2.25. Cho tia Ot nằm giữa hai tia Ox và Oy sao cho $\widehat{xOt} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$.

Chứng tỏ rằng tia Ot là tia phân giác của góc xOy.

2.26. Cho góc bẹt xOy. Vẽ tia Oz sao cho $\widehat{yOz} = 50°$.

Vẽ tia phân giác Om của góc xOz. Tính số đo của góc yOm.

2.27. Cho góc AOB có số đo là 120°. Vẽ tia OC ở trong góc đó sao cho $\widehat{AOC} = 50°$.

Vẽ tia phân giác OM của góc BOC. Tính số đo của góc AOM.

2.28. Cho hai góc kề bù AOB và BOC. Vẽ tia phân giác OM của góc AOB. Biết số đo của góc MOC gấp 5 lần số đo của góc AOM. Tính số đo của góc BOC.

2.29. Cho góc bẹt xOy. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ các tia Oc, Od sao cho $\widehat{xOc} = \widehat{yOd} = 120°$. Kể tên các tia phân giác của các góc có trong hình.

2.30. Cho góc bẹt AOB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tia OM và ON sao cho $\widehat{AOM} = 100°$; $\widehat{BON} = 40°$.

Chứng tỏ rằng tia ON là tia phân giác của góc BOM.

2.31. Cho góc AOB có số đo là 135°. Vẽ tia OC ở trong góc đó sao cho góc AOC là góc vuông. Vẽ tia OD là tia phân giác của góc AOC. Chứng tỏ rằng :

a) Góc BOD là góc vuông :

b) Tia OC là tia phân giác của góc BOD.

2.32. Cho hai góc kề AOM và BOM, mỗi góc có số đo là 95°. Hỏi tia OM có phải là tia phân giác của góc AOB không ? Vì sao ?

2.33. Cho góc bẹt xOy. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy, vẽ các tia Oa, Ob sao cho $\widehat{xOa} = 140°$; $\widehat{yOb} = 130°$. Vẽ các tia Om, On lần lượt là các tia phân giác của các góc xOy và yOa. Tính số đo của góc mOn.

2.34. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ các tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} = a^o$; $\widehat{xOz} = b°$ $(a < b \leq 180)$. Vẽ các tia Om, On lần lượt là các tia phân giác của các góc xOy và xOz. Chứng tỏ rằng $\widehat{mOn} = \dfrac{b^o - a^o}{2}$.

2.35. Cho góc bẹt xOy. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ các tia Oa, Ob, Oc sao cho tia Oa là tia phân giác của góc xOb ; tia Ob là tia phân giác của góc xOc và tia Oc là tia phân giác của góc yOb. Tính số đo của góc xOa.

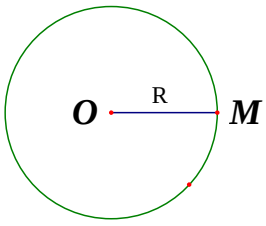
2.36. Cho góc AOB có số đo 100°. Vẽ tia phân giác OM của nó. Vẽ tia ON nằm giữa hai tia OA và OB sao cho $\widehat{BON} = 75°$. Chứng tỏ rằng tia ON là tia phân giác của góc AOM.

Chuyên đề 4. ĐƯỜNG TRÒN VÀ TAM GIÁC

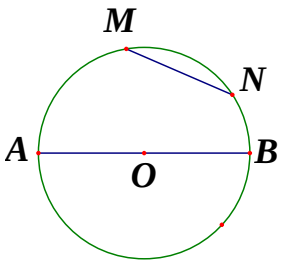
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường tròn tâm O, bán kính R là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R, kí hiệu (O; R) (h.24).

2. Hình tròn là hình gồm các điểm nằm trên đường tròn và các điểm nằm bên trong



Hình 24



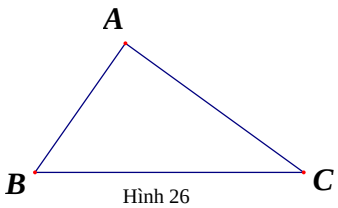
Hình 25

đường tròn đó.

3. Hai điểm M, N nằm trên đường tròn, chia đường tròn thành hai phần, mỗi phần là một cung tròn (h.25). Đoạn thẳng nối hai mút của cung gọi là dây cung. Dây đi qua tâm là đường kính (h.25). Đường kính dài gấp đôi bán kính.

4. Tam giác ABC là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA khi ba điểm A, B, C không thẳng hàng (h.26).

Các đoạn thẳng AB, BC, CA, gọi là ba cạnh của tam giác. Các góc A, B, C gọi là ba góc của tam giác.



Hình 26

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Xem hình 27 rồi cho biết:

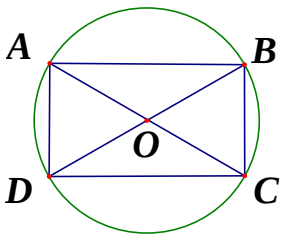
a) Các điểm cách đều điểm O;

b) Các dây cung của đường tròn (O);

c) Số cung tròn;

d) Các tam giác có trong hình.

Giải.



Hình 27

a) Các điểm A, B, C, D nằm trên đường tròn (O) nên bốn điểm này cách đều điểm O.

b) Các dây cung của đường tròn (O) là : AB, BC, CD, AD, AC và BD.

c) Trong hình có 6 dây cung nên số cung tròn là : 6.2 = 12 (cung tròn).

d) Số tam giác có trong hình là 8 tam giác, bao gồm :

- Bốn tam giác "đơn" là AOB; BOC; COD; DOA.
- Bốn tam giác "đôi" là ABC; BCD; CDA ; DAB.

Lưu ý: Cho n điểm trên đường tròn. Vẽ các dây có hai đầu là hai trong n điểm đã cho. Khi đó :

- Số dây tạo thành được tính theo công thức quen thuộc $\frac{n(n-1)}{2}$
- Số cung tròn tạo thành được tính theo công thức n(n - 1).

(Số cung tròn gấp đôi số dây cung).

Ví dụ 2. Cho ba điểm A, B, C sao cho AB = 2 cm; AC = 3,5 cm; BC = 4 cm.

a) Chứng tỏ rằng A, B, C có thể là ba đỉnh của một tam giác

b) Vẽ đường tròn (B) và đường tròn (C) cùng đi qua A, hai đường tròn này cắt nhau tại D (khác A). Tính chu vi tam giác BCD.

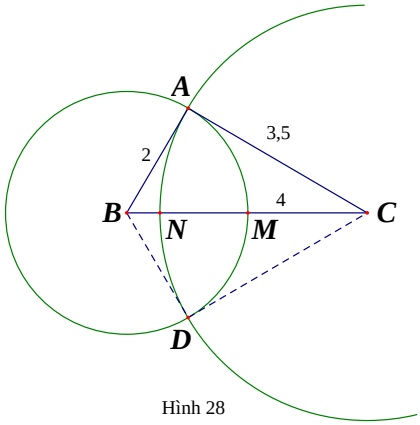
c) Đường tròn (B) và đường tròn (C) cắt đoạn thẳng BC lần lượt tại M và N. Tính độ dài MN.

Giải. *(h.28)*

a) Ta có BA + AC ≠ BC (vì 2 + 3,5 ≠ 4) nên điểm A không nằm giữa B và C.

Tương tự, B không nằm giữa A và C; C không nằm giữa A và B.

Ba điểm A, B, C không có điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại nên chúng không thẳng hàng. Vậy A, B, C có thể là ba đỉnh của một tam giác.



Hình 28

b) Ta có $BD = BA = 2\ cm$

(cùng là bán kính của đường tròn (B)).

$CD = CA = 3,5\ cm$ (cùng là bán kính của đường tròn (C).

Do đó chu vi của tam giác BCD là : $BC + CD + BD = 4 + 3,5 + 2 = 9,5$ (cm).

c) Ta có $BM = BA = 2\ cm$ (bán kính của đường tròn (B).

Điểm M nằm giữa B và C, do đó $CM = BC - BM = 2$ (cm).

Ta có CN = CA = 3,5 cm (bán kính của đường tròn (C).

Điểm M nằm giữa hai điểm C và N, do đó $MN = CN - CM = 3,5 - 2 = 1,5$ (cm).

Ví dụ 3. Cho bốn điểm A, B, C, D. Vẽ các tam giác có ba đỉnh là ba trong bốn điểm này. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu tam giác ?

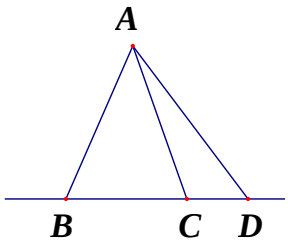
Giải.

**** Trường hợp cả bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng :***

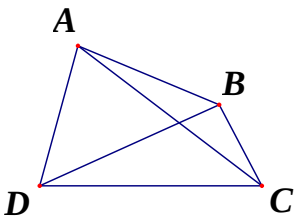
Trường hợp này không vẽ được một tam giác nào.

** Trường hợp có đúng ba điểm thẳng hàng (h.29)*

Trường hợp này sẽ được ba tam giác.



Hình 29



Hình 30

** Trường hợp không có ba điểm nào thẳng hàng (h30)*

Trường hợp này sẽ được bốn tam giác là :

ΔABC; ΔABD; ΔACD và ΔBCD.

Lưu ý : Sẽ thiếu sót nếu ta không xét đủ ba trường hợp trên. Mỗi trường hợp có một đáp số khác nhau.

C. BÀI TẬP

2.37. Vẽ đường tròn (O) rồi lấy bốn điểm A, B, C, D trên đường tròn đó. Vẽ các dây cũng có hai đầu là hai trong bốn điểm đã cho. Hỏi trong hình vẽ có :

a) Bao nhiêu dây cung ?

b) Bao nhiêu cung tròn ?

c) Bao nhiêu tam giác ?

2.38. Cho đoạn thẳng AB = 4 cm. Nêu cách vẽ điểm M sao cho M cách A là 2 cm và M cách B là 3 cm.

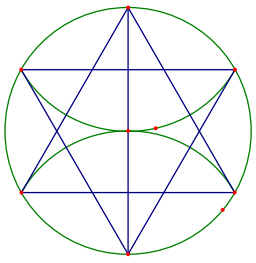
2.39. Cho đoạn thẳng AB = 4 cm. Vẽ đường tròn (A; 2 cm) và đường tròn (B; 2 cm). Chứng tỏ rằng có duy nhất một điểm M nằm cả trên hai đường tròn và điểm này là trung điểm của AB.

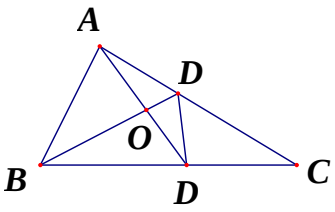
2.40. Trên đường tròn (O) ta lấy một số điểm. Vẽ các dây cung có hai đầu là hai trong số các điểm đã cho. Biết rằng có tất cả 78 dây cung.

a) Tính số cung tròn tạo thành ;

b) Tính số điểm đã lấy trên đường tròn.

2.41. Quan sát hình 31 rồi vẽ lại vào vở, biết bán kính của đường tròn là 2 cm. Mô tả cách vẽ.


Hình 31



Hình 32

2.42. Trong hình 32 có tất cả bao nhiêu tam giác, đó là những tam giác nào ?

2.43. Trên đường thẳng xy lấy bốn điểm A, B, C, D. Từ một điểm O $\notin$ xy vẽ các đoạn thẳng OA, OB, OC, OD.

a) Hỏi trong hình vẽ có bao nhiêu tam giác đỉnh O và hai đỉnh còn lại là hai trong bốn điểm đã cho.

b) Thay bốn điểm A, B, C, D bởi n điểm A_1, A_2,..., A_n ($n \geq 2$) nằm trên đường thẳng xy. Vẽ các đoạn thẳng OA_1, OA_2, OA_3,..., OA_n,. Hỏi trong hình có bao nhiêu tam giác đỉnh O và hai đỉnh còn lại là hai trong n điểm nằm trên đường thẳng xy.

2.44. Cho bốn điểm A, B, C, D. Vẽ các tam giác có đỉnh là ba trong bốn điểm đã cho. Biết rằng số tam giác vẽ được nhỏ hơn bốn. Chứng tỏ rằng trong bốn điểm đã cho ít nhất cũng có ba điểm thẳng hàng.

2.45. Vẽ tam giác ABC biết BC = 4 cm ; AB = 1,5 cm, AC = 3,5 cm. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia MA lấy điểm O sao cho MO = 3MA. Tia BA cắt OC tại E, tia CA cắt OB tại F.

a) Hỏi trong hình vẽ có bao nhiêu tam giác ?

b) Dùng compa để kiểm tra xem E và F có phải là trung điểm của OC và OB không ?

2.46. *Bài toán cơ bản về phương pháp tô màu:*

Cho sáu điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Vẽ các tam giác có ba đỉnh là ba trong số sáu điểm đó. Các cạnh của mỗi tam giác được tô bởi một trong hai màu xanh (x) hoặc đỏ (đ). Chứng tỏ rằng bao giờ cũng có một tam giác mà ba cạnh cùng một màu.

Chuyên đề nâng cao. CÁC DẤU HIỆU NHẬN BIẾT MỘT TIA NẰM GIỮA HAI TIA KHÁC

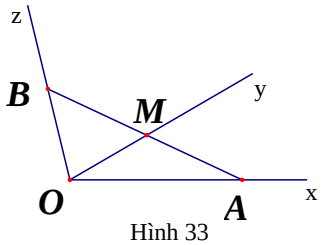
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Ta đã biết nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$. Còn muốn chứng tỏ một tia là tia phân giác của một góc, ta phải chứng tỏ rằng tia đó nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau. Như vậy, trong nhiều trường hợp ta phải chứng tỏ một tia nằm giữa hai tia khác. Nói chung, ta nhận biết một tia nằm giữa hai tia khác một cách trực quan qua hình vẽ. Tuy nhiên, để rèn luyện tư duy tích cực, trong chuyên đề này ta sẽ chứng tỏ một tia nằm giữa hai tia khác bằng những lập luận chính xác, suy luận có căn cứ.

Những dấu hiệu nhận biết một tia nằm giữa hai tia khác mà ta đã vận dụng để giải một số bài tập là :

*** Dấu hiệu 1.**

Nếu tia Oy cắt đoạn thẳng AB tại điểm M nằm ở giữa A và B (A và B khác O;A ∈ Ox ; B ∈ Oz) thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz (h.33).



Hình 33

*** Dấu hiệu 2.**

Nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz (h.33).

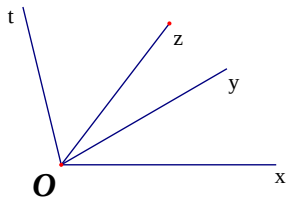
*** Dấu hiệu 3.**

Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có các tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz (h.33).

Sau đây ta thừa nhận ba dấu hiệu mới để nhận biết một tia nằm giữa hai tia khác.

*** Dấu hiệu 4.**

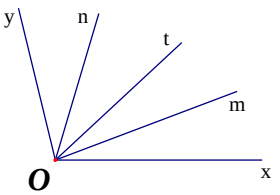
Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có các tia Oy, Oz, Ot sao cho $\widehat{xOy} < \widehat{xOz} < \widehat{xOt}$ thì tia Oz nằm giữa hai tia Oy và Ot (h.34).



Hình 34

*** Dấu hiệu 5.**

Nếu tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oy ; tia Om nằm giữa hai tia Ot và Ox ; tia On nằm giữa hai tia Ot và Oy thì tia Ot nằm giữa hai tia Om và On (h.35).



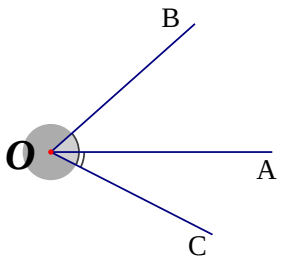
Hình 35

*** Dấu hiệu 6.**

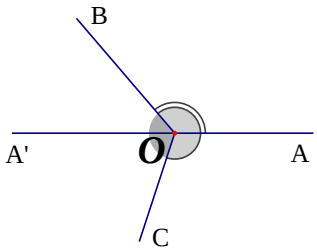
Cho hai góc kề AOB và AOC.

a) Nếu $\widehat{AOB} + \widehat{AOC} \leq 180°$ thì tia OA nằm giữa hai tia OB và OC (1.36).

b) Nếu $\widehat{AOB} + \widehat{AOC} \geq 180°$ thì tia OA không nằm giữa hai tia OB, OC mà tia đối của tia OA (tia OA') nằm giữa hai tia OB và OC (1.37).



Hình 36



Hình 37

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho ba tia chung gốc OA, OB, OC sao cho $\widehat{AOB} = 50°$, $\widehat{BOC} = 70°$, $\widehat{AOC} = 120°$. Vẽ tia OM sao cho $\widehat{BOM} = 30°$. Tính số đo của góc AOM.

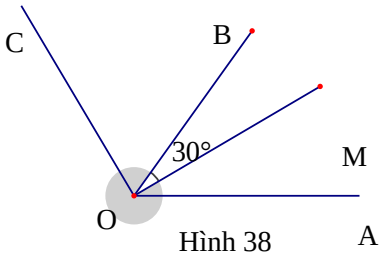
Giải.

Ta có $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC}$ (vì 50° + 70° = 120°) nên tia OB nằm giữa hai tia OA và OC (dấu hiệu 2).

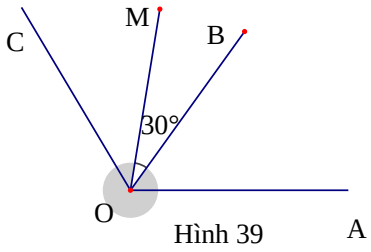
** Xét trường hợp tia OM và tia OA thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB (h.38).*

Ta có $\widehat{BOM} < \widehat{BOA}$ $(30° < 50°)$ nên tia OM nằm giữa hai tia OB và OA (dấu hiệu 3). Do đó $\widehat{BOM} + \widehat{MOA} = \widehat{BOA}$.

Suy ra $\widehat{MOA} = \widehat{BOA} - \widehat{BOM} = 50° - 30° = 20°$.



Hình 38



Hình 39

** Xét trường hợp tia OM và tia OC thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB (h.39).*

Hai góc AOB và MOB là hai góc kề mà $\widehat{AOB} + \widehat{MOB} = 50 + 30° = 80° < 180°$ nên tia OB nằm giữa hai tia OA và OM (dấu hiệu 6a). Do đó $\widehat{AOB} + \widehat{BOM} = \widehat{AOM}$.

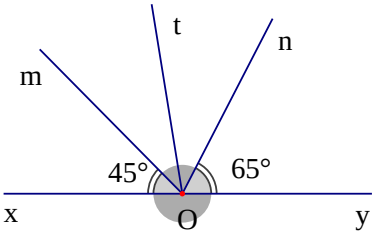
Suy ra $\widehat{AOM} = 50° + 30° = 80°$.

Ví dụ 2. Cho góc bẹt xOy. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ các tia Om, On, Ot sao cho $\widehat{xOm} = 45°$, $\widehat{xOt} = 80°$, $\widehat{yOn} = 65°$. Chứng tỏ rằng :

a) Tia Om không phải là tia phân giác của góc xOt;

b) Tia Ot là tia phân giác của góc mOn.

Giải. (h.40)



Hình 40

a) Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOm} < \widehat{xOt}$ (45° < 80°) nên tia Om nằm giữa hai tia Ox, Ot (dấu hiệu 3).

Do đó $\widehat{mOt} = \widehat{xOt} - \widehat{xOm} = 80° - 45^o = 35^o$.

Vậy $\widehat{xOm} > \widehat{mOt}$, suy ra tia Om không phải là tia phân giác của góc xOt.

b) Hai góc xOn và yOn kề bù, suy ra $\widehat{xOn} = 180° - 65° = 115°$.

Trên nửa mặt phẳng bờ xy có $\widehat{xOm} < \widehat{xOt} < \widehat{xOn}$ (45° < 80° < 115°) nên tia Ot nằm giữa hai tia Om và On (dấu hiệu 4). (1)

Đồng thời tia Om nằm giữa hai tia Ox và On. Do đó

$\widehat{mOn} = \widehat{xOn} - \widehat{xOm} = 115° - 45° = 70°$.

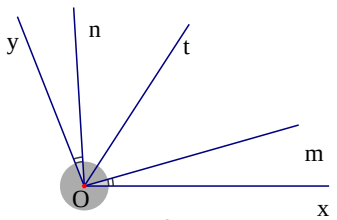
Ta có $\widehat{mOt} = \frac{1}{2}\widehat{mOn}$ $\left(35° = \frac{1}{2}.70°\right)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra tia Ot là tia phân giác của góc mOn.

Ví dụ 3. Cho góc xOy và tia phân giác Ot của nó. Vẽ các tia Om và On nằm trong góc xOy sao cho $\widehat{xOm} = \widehat{yOn} < \frac{\widehat{xOy}}{2}$. Chứng tỏ rằng tia Ot là tia phân giác của góc mOn.

Giải. (h.41)

Tia Ot là tia phân giác của góc xOy nên tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oy. (1)



Hình 41

Và $\widehat{xOt} = \widehat{tOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOm} < \widehat{xOt}$ nên tia Om nằm giữa hai tia Ox, Ot. (2)

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{yOn} < \widehat{yOt}$ nên tia Om nằm giữa hai tia Oy, Ot. (3) Từ (1), (2), (3) suy ra tia Ot nằm giữa hai tia Om, On (dấu hiệu 5).

Ta có $\widehat{mOt} = \widehat{xOt} - \widehat{xOm}$. (4)

$\widehat{nOt} = \widehat{yOt} - \widehat{yOn}$ (5)

Vì $\widehat{xOt} = \widehat{yOt}$; $\widehat{xOm} = \widehat{yOn}$ nên từ (4) và (5) suy ra $\widehat{mOt} = \widehat{nOt}$ (6)

Từ (5) và (6) ta có tia Ot là tia phân giác của góc mOn.

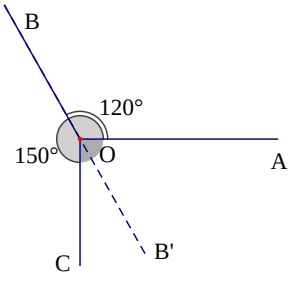
Ví dụ 4. Cho hai góc kề AOB và BOC. Biết $\widehat{AOB} = 120°$, $\widehat{BOC} = 150°$ tính số đo của góc AOC.

Giải. (h.42)

Ta có hai góc AOB và BOC là hai góc kề mà

$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 120° + 150° = 270^o > 180°$

nên tia OB' là tia đối của tia OB nằm giữa hai tia OA và OC.



Hình 42

Do do

$\widehat{AOC} = \widehat{AOB'} + \widehat{B'OC} = (180° - 120°) + (180° - 150°)$

$= 360° - (120° + 150°) = 90°$.

Nhận xét : Nếu hai góc kề có tổng các số đo bằng $m^o > 180°$ thì góc tạo thành bởi hai cạnh ngoài của chúng có số đo bằng $360° - m^o$.

C. BÀI TẬP

2.47. Cho góc xOy có số đo là 100°. Vẽ tia Ot sao cho $\widehat{yOt} = 40°$. Tính số đo của góc xOt. **2.48.** Cho góc bẹt AOB. Vẽ các tia OC, OD sao cho $\widehat{AOC} = 30°$, $\widehat{BOD} = 110°$. Tính số đo của góc COD.

2.49. Cho góc xOy. Vẽ tia Om nằm giữa hai tia Ox và Oy, tia On nằm giữa hai tia Om và Oy. Chứng tỏ rằng tia Om nằm giữa hai tia Ox và On, tia On nằm giữa hai tia Ox và Oy.

2.50. Cho góc bẹt xOy. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ xy vẽ các tia Om, On sao cho $\widehat{xOm} = \widehat{yOn} = a^o$ $(0 < a < 180)$. Hỏi hai tia Om, On có vị trí như thế nào đối với nhau ?

2.51. Cho góc xOy có số đo là 110°. Lấy điểm M ở trong góc xOy sao cho $\widehat{xOM} = 50°$. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy mà không có điểm M lấy điểm N sao cho $\widehat{yON} = 120°$. Chứng tỏ rằng ba điểm M, O, N thẳng hàng.

2.52. Cho ba tia chung gốc Ox, Oy, Ot. Biết $\widehat{xOy} = 60°$; $\widehat{xOt} = 80°$. Hỏi :

a) Tia Ot có nằm giữa hai tia Ox và Oy không ? Vì sao ?

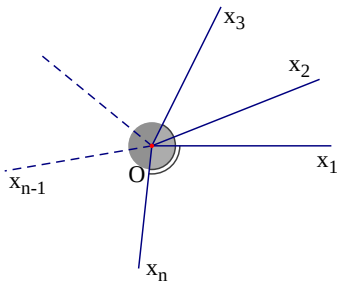
b) Trong ba tia đã cho, tia nào nằm giữa hai tia còn lại ?

2.53. Người ta đã chứng minh được tính chất sau:

Cho n tia chung gốc O là Ox_1, Ox_2,..., Ox_n, tạo thành n góc phân biệt: x_1Ox_2, x_2Ox_3,..,$x_{n-1}Ox_n$, x_nOx_1 sao cho bất kì hai góc nào cũng không có điểm trong chung. Khi đó :

$\widehat{x_1Ox_2} + \widehat{x_2Ox_3} + \ldots + \widehat{x_{n-1}Ox_n} + \widehat{x_nOx_1} = 360°$ (h.43).

Hãy vận dụng tính chất trên để giải bài toán sau: Cho ba tia OA, OB, OC tạo thành ba góc không có điểm trong chung là AOB, BOC và COA.



Hình 43

a) Chứng tỏ rằng trong ba góc đó ít nhất cũng có một góc lớn hơn hoặc bằng 120°.

b) Giả sử $\widehat{AOB} = 130°$, $\widehat{BOC} = 100°$. Gọi tia OM là tia đối của tia OA. Chứng tỏ rằng tia OM là tia phân giác của góc BOC.

2.54. Cho tia Ox. Vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} = 90°$, $\widehat{xOz} = 130°$. Tính số đo của góc yOz.

2.55. Cho góc AOB có số đo là 60°. Vẽ tia OM sao cho $\widehat{MOB} = \frac{1}{3}\widehat{MOA}$. Tính số đo của góc MOB và MOA.

2.56. Cho góc tù xOy có số đo là a^o. Tia Ot bất kì nằm trong góc xOy. Vẽ các tia Om, On lần lượt là các tia phân giác của các góc xOt và yOt. Chứng tỏ rằng:

a) $\widehat{mOn} = \frac{a^o}{2}$ b) Góc $\widehat{mOn}$ là góc nhọn lớn hơn 45°.

2.57. Trên một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OA, vẽ các tia OM, OB, OC sao cho $\widehat{AOM} < \widehat{AOB} < \widehat{AOC}$. Cho biết $\widehat{MOC} = \dfrac{\widehat{AOC} + \widehat{BOC}}{2}$, chứng tỏ rằng tia OM là tia phân giác của góc AOB.

2.58. Cho góc AOB và tia phân giác ON của nó. Vẽ tia OM nằm giữa hai tia OB và ON. Chứng tỏ rằng $\widehat{MON} = \dfrac{\widehat{AOM} - \widehat{BOM}}{2}$.

2.59. Trên một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ các tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} = 40°$, $\widehat{xOz} = 110°$. Vẽ các tia phân giác Om và On của các góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$. Tính số đo của góc mOn.

2.60. Cho góc bẹt xOy. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ các tia Om và Ot sao cho $\widehat{yOm} = a^o$, $\widehat{yOt} = 75°$ trong đó a < 75. Vẽ tia phân giác On của góc xOm. Tìm giá trị của a để tia Ot là tia phân giác của góc mOn.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

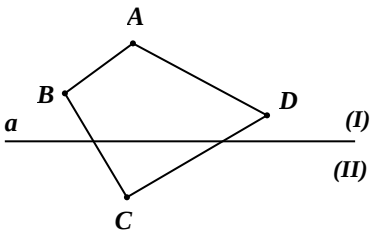
CHUYÊN ĐỀ CHỌN LỌC TOÁN 6

GÓC

Chuyên đề 1: NỬA MẶT PHẲNG – GÓC

2.1 (h.44)

Ta có đoạn thẳng AB không cắt a nên hai điểm A, B thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ a , giả sử là nửa mặt phẳng (I).



Hình 44

Ta có đoạn thẳng BC cắt a nên $b;c$ thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a.

Vì B thuộc nửa mặt phẳng (I) nên C thuộc nửa mặt phẳng (II).

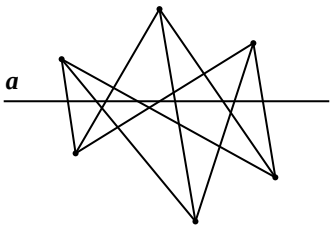
Ta có đoạn thẳng CD cắt a nên C, D thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a .

Vì C thuộc nửa mặt phẳng (II) nên D thuộc nửa mặt phẳng (I).

Vậy A và D cùng thuộc nửa mặt phẳng (I) nên đoạn thẳng AD không cắt a.

2.2

* Nếu cả 6 điểm cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ a thì không có đoạn thẳng nào cắt a.



Hình 45

* Nếu có một điểm thuộc nửa mặt phẳng, năm điểm còn lại thuộc nửa mặt phẳng đối thì số đoạn thẳng cắt a là $1.5 = 5$

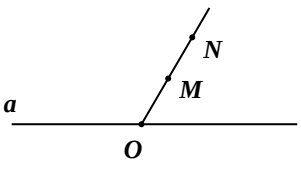
* Nếu có hai điểm thuộc một nửa mặt phẳng, 4 điểm còn lại thuộc nửa mặt phẳng đối thì số đoạn thăng cắt a là: $2.4 = 8$.

* Nếu mỗi nửa mặt phẳng có ba điểm thì số đoạn thẳng cắt a là $3.3 = 9$ (h.45)

Vậy nhiều nhất là có 9 đoạn thẳng cắt a.

2.3 (h.46)

* Nếu điểm N trùng với điểm O hoặc điểm M thì hiểu nhiên điểm N thuộc nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm M.



Hình 46

* Nếu điểm N thuộc tia OM mà N không trùng với O hoặc M thì hai điểm M, N đều nằm trên một tia gốc O nên gốc O không nằm giữa hai

điểm M và N.

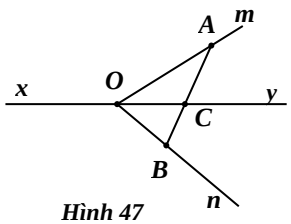
Vậy đường thẳng a không cắt đoạn thẳng MN nên điểm N và điểm M cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ a.

2.4

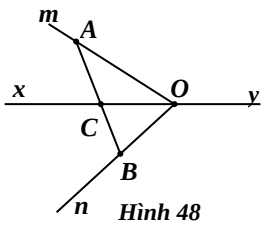
Lấy điểm A trên tia Om, điểm B trên tia On. Hai điểm A, B thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ xy nên đường thẳng xy cắt đoạn thẳng AB tại điểm C nằm giữa A và B.

* Nếu điểm C thuộc tia Oy (h.47) thì tia Oy nằm giữa hai tia Om, On.

* Nếu điểm C thuộc tia Ox (h.48) thì tia Ox nằm giữa hai tia Om, On.



Hình 47



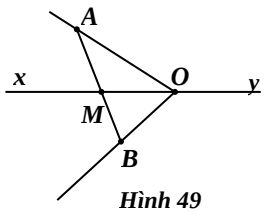
Hình 48

Vậy có một trong hai tia Ox, Oy nằm giữa hai tia Om,On.

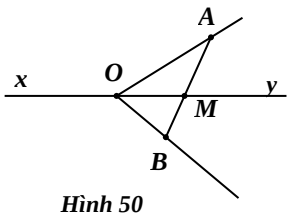
2.5 Vẽ đoạn thẳng AB cắt xy tại M

a) Lấy điểm O thuộc tia My thì tia Ox nằm giữa hai tia OA, OB (h.49)

b) Lấy điểm O thuộc tia Mx (O khác M) thì tia Ox không nằm giữa hai tia OA, OB. (h. 50)



Hình 49



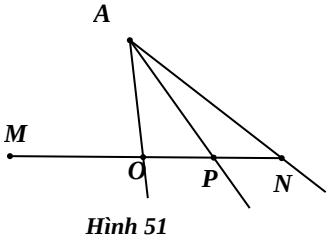
Hình 50

2.6 (h.51)

Điểm O là trung điểm cuảNM nên ON = 3cm.

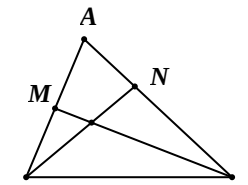
Trên tia ON có $OP < ON\left(2 < 3\right)$ nên điểm P nằm giữa hai điểm O và N.

Do đó tia AP năng giữa hai tia AO và AN.



Hình 51

2.7(h.52)



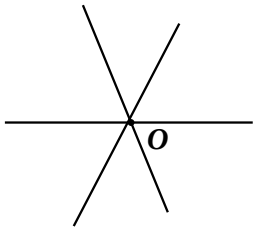
Hình 52

Điểm N nằm giữa hai điểm A và C nên tia BN nằm giữa hai tia BA và BC hay tia BN nằm giữa hai tia BM, BC. Do đó tia BN cắt đoạn thẳng CM (1)

Điểm M nằm giữa hai điểm A và B nên tia CM nằm giữa hai tia CA, CB. Do đó tia CM cắt đoạn thẳng BN (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai đoạn thẳng BN và CM cắt nhau.

2.8 (h.53)



Hình 53

Ba đường thẳng cắt nhau tại O tạo thành 6 tia chung gốc.

Số góc do 6 tia này tạo ra là: $\frac{6.5}{2}=15$ (góc)

Trong 15 góc này có 3 góc bẹt nên số góc còn lại là: $15-3=12$ (góc)

2.9 Ta có $\frac{n(n-1)}{2}=21\Rightarrow n(n-1)=42=7.6$

Vì n và $n-1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên $n=7$

2.10. n đường thẳng cắt nhau tại một điểm tạo thành $2n$ tia chung gốc.

Số góc do $2n$ tia chung gốc tạo ra là: $\frac{2n(2n-1)}{2}=n(2n-1)$ (góc)

2.11. Khi vẽ thêm một tia chung gốc thì tia này tạo thêm một góc với mỗi tia đã cho. Vì số góc tăng thêm là 9 nên số tia chung gốc đã cho lúc đầu là 9.

2.12. Số góc do 5 tia chung gốc tạo ra là $\frac{5.4}{2}=10$ (góc).

Số góc do 7 tia chung gốc tạo ra là $\frac{7.6}{2}=21$ (góc).

Số góc tăng thêm là $21-10=11$ (góc).

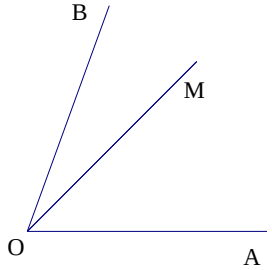
2.13.(h.54)

Tia OM nằm giữa hai tia OA, OB nên

$\widehat{AOM} + \widehat{BOM} = \widehat{AOB} = 70^o$

Mặt khác $\widehat{AOM} - \widehat{BOM} = 20^o$ nên

$\widehat{AOM} = 45^o;\ \widehat{BOM} = 25^o$.



Hình 54

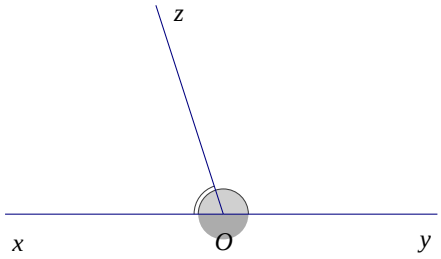
2.14. (h.55)

Ta có $\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = 180^o$ (kề bù)

Mà $\widehat{xOz} = \frac{2}{3}\widehat{yOz}$

Nên $\widehat{xOz} = 72^0; \widehat{yOz} = 108^0$

Do đó $\widehat{yOz} - \widehat{xOz} = 36^0$.



Hình 55

2.15 (h.56). Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOy} < \widehat{xOz} (50^0 < 80^0)$ nên tia Oy nằm hai tia Ox và Oz.

Do đó $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$. Suy ra $\widehat{yOz} = 30^0$.

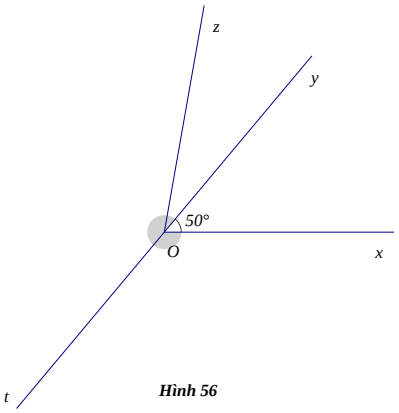
Hai góc $\widehat{zOx}$ và $\widehat{zOy}$ kề bù nên $\widehat{zOt} = 150^0$

Hai góc $\widehat{xOt}$ và $\widehat{xOy}$ kề bù nên $\widehat{xOt} = 130^0$.

Ta có $\widehat{zOt} - \widehat{xOt} = 150^0 - 130^0 = 20^0$

$\widehat{xOy} - \widehat{zOy} = 50^0 - 30^0 = 20^0$

Vậy $\widehat{zOt} - \widehat{xOt} = \widehat{xOy} - \widehat{zOy}$.



Hình 56

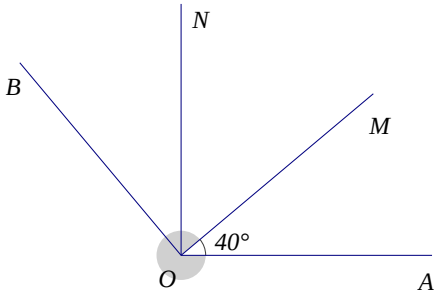
2.16 (h.57)

a) Tia OM nằm giữa hai tia OA và OB nên

$\widehat{AOM} + \widehat{MOB} = \widehat{AOB}$

Suy ra $\widehat{MOB} = 130^0 - 40^0 = 90^0$.

Tia ON nằm giữa hai tia OM và OB nên



Hình 57

$\widehat{MON} + \widehat{BON} = \widehat{MOB}$

Suy ra $\widehat{BON} = 90^0 - 50^0 = 40^0$

Vậy $\widehat{MON} > \widehat{BON} (50^0 > 40^0)$

b) Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB có $\widehat{BON} < \widehat{BOA} (40^0 < 130^0)$ nên tia ON nằm giữa hai tia OB và OA.

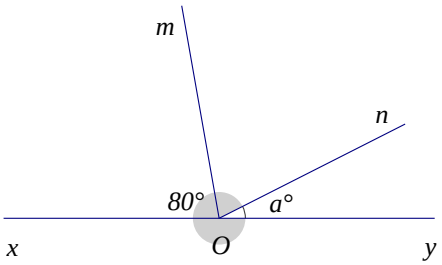
Do đó $\widehat{BON} + \widehat{AON} = \widehat{AOB}$.

Suy ra $\widehat{AON} = 130^0 - 40^0 = 90^0$.

Vậy $\widehat{AON} = \widehat{BOM} (= 90^0)$

$\widehat{AOM} = \widehat{BON} (= 40^0)$

2.17 (h.58)



Hình 58

Hai góc $\widehat{yOm}$ và $\widehat{xOm}$ kề bù nên

$\widehat{yOm} = 180^0 - 80^0 = 100^0$.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có hai tia Om, On.

Muốn cho tia On nằm giữa hai tia Oy và On thì phải có điều kiện $\widehat{yOn} < \widehat{yOm}$ hay $a^0 < 100^0$

Vậy $a < 100$

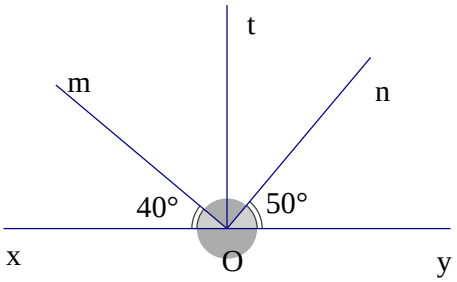
Khi đó $\widehat{mOn} = \widehat{yOm} - \widehat{yOn} = 100^0 - a^0$.

2.18 Hai góc $\widehat{A}$ và $\widehat{M}$ phụ nhau nên $\widehat{A} + \widehat{M} = 90^0$ (1)

Hai góc $\widehat{B}$ và $\widehat{M}$ phụ nhau nên $\widehat{B} + \widehat{M} = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{A} < \widehat{B}$.

2.19 (h.59)



Hình 59

Hai góc $\widehat{xOt}$ và $\widehat{yOt}$ kề bù mà $\widehat{xOt} = \widehat{yOt}$

Nên $\widehat{xOt} = \widehat{yOt} = 180^0 : 2 = 90^0$.

Hai góc $\widehat{xOm}$ và $\widehat{yOm}$ kề bù nên

$\widehat{yOm} = 180^0 - 40^0 = 140^0$

* Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{yOn} < \widehat{yOm} (50^0 < 140^0)$ nên tia On nằm giữa hai tia Oy và Om

Do đó $\widehat{yOn} + \widehat{nOm} = \widehat{yOm}$

Suy ra $\widehat{mOn} = \widehat{yOm} - \widehat{yOn} = 140^0 - 50^0 = 90^0.$

* Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{yOn} < \widehat{yOt} (50^0 < 90^0)$ nên tia On nằm giữa hai tia Oy và Ot

Do đó $\widehat{yOn} + \widehat{nOt} = \widehat{yOt}$

Suy ra $\widehat{nOt} = 90^0 - 50^0 = 40^0.$

* Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOm} < \widehat{xOt} (40^0 < 90^0)$ nên tia Om nằm giữa hai tia Ox và Ot

Do đó $\widehat{xOm} + \widehat{mOt} = \widehat{xOt}$

Suy ra $\widehat{mOt} = 90^0 - 50^0 = 40^0.$

a) Các cặp góc bằng nhau là:

$\widehat{xOm} = \widehat{nOt} = 40^o; \widehat{yOn} = \widehat{mOt} = 50^o.$

$\widehat{xOt} = \widehat{yOt} (= 90^o); \widehat{xOt} = \widehat{mOn} (= 90^o); \widehat{yOt} = \widehat{mOn} (= 90^o).$

b) Các cặp góc bù nhau là:

$\widehat{xOm}$ và $\widehat{yOm}$; $\widehat{xOt}$ và $\widehat{yOt}$; $\widehat{xOn}$ và $\widehat{yOn}$; $\widehat{tOn}$ và $\widehat{mOy}$; $\widehat{tOm}$ và $\widehat{xOn}$.

c) Các cặp góc phụ nhau là:

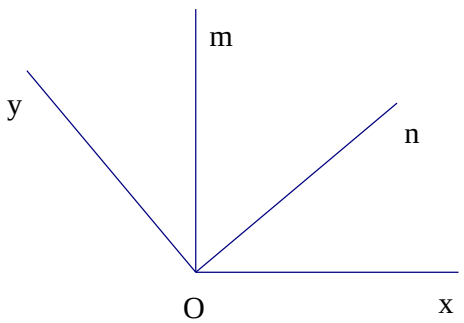
$\widehat{xOm}$ và $\widehat{mOt}$; $\widehat{yOn}$ và $\widehat{nOt}$; $\widehat{mOt}$ và $\widehat{nOt}$; $\widehat{xOm}$ và $\widehat{yOn}$.

2.20. (h.60)

Tia On nằm giữa hai tia Ox và Oy nên

$\widehat{xOn} + \widehat{nOy} = \widehat{xOy}$. Do đó

$\widehat{xOn} = \widehat{xOy} - \widehat{nOy} = 150^o - 110^o = 40^o.$



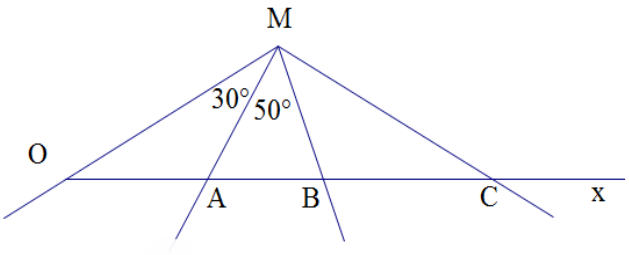
Hình 60

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOn} < \widehat{xOm} (40^o < 90^o)$ nên tia On nằm giữa hai tia Ox và Om.

Do đó $\widehat{xOn} + \widehat{nOm} = \widehat{xOm}$.

Suy ra $\widehat{mOn} = \widehat{xOm} - \widehat{xOn} = 90^o - 40^o = 50^o$.

2.21. (h.61)



Hình 61

* Trên tia Ox có $OA < OB$ nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

Suy ra tia MA nằm giữa hai tia MO và MB.

Do đó $\widehat{OMA} + \widehat{AMB} = \widehat{OMB}$.

Suy ra $\widehat{OMB} = 30^o + 50^o = 80^o$.

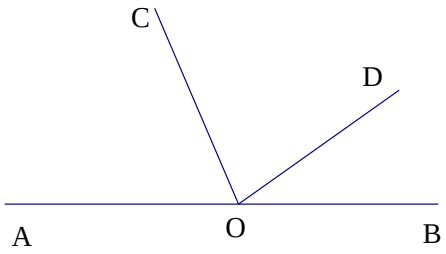
* Trên tia Ox có $OB < OC$ nên điểm B nằm giữa hai điểm O và C.

Suy ra tia OB nằm giữa hai tia MO và MC.

Do đó $\widehat{OMB} + \widehat{BMC} = \widehat{OMC}$.

Vậy $\widehat{BMC} = 120^o - 80^o = 40^o$.

2.22. (h.62)



Hình 62

Ta có $\widehat{BOD} + \widehat{AOD} = 180^o$ (kề bù)

Mà $\widehat{BOD} < \widehat{AOD}$ nên $\widehat{BOD} < 90^o$ (1)

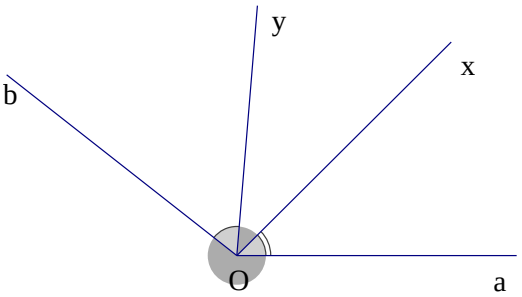
Ta có $\widehat{BOC} + \widehat{AOC} = 180^o$ (kề bù)

Mà $\widehat{BOC} < \widehat{AOC}$ nên $\widehat{BOC} > 90^o$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BOD} < \widehat{BOC}$.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB có $\widehat{BOD} < \widehat{BOC}$ nên tia OD nằm giữa hai tia OB và OC.

2.23. (h.63)



Hình 63

Tia Oy nằm giữa hai tia Oa, Ob

Nên $\widehat{aOy} + \widehat{bOy} = \widehat{aOb} = 130^o$. (1)

Mặt khác $\widehat{aOx} + \widehat{bOy} = 100^o$ nên $\widehat{aOx} < \widehat{aOy}$.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oa

Có $\widehat{aOx} < \widehat{aOy}$ nên tia Ox nằm giữa hai tia Oa và Oy.

Do đó $\widehat{aOx} + \widehat{xOy} = \widehat{aOy}.$

Thay kết quả này vào (1) ta được $(\widehat{aOx} + \widehat{xOy}) + \widehat{bOy} = 130^o$

Hay $(\widehat{aOx} + \widehat{bOy}) + \widehat{xOy} = 130^o$

$100^o + \widehat{xOy} = 130^o$

$\widehat{xOy} = 30^o.$

2.24 (h.64)

Hai góc AOD và BOD kề bù nên $\widehat{AOD} + \widehat{DOB} = 180^0 \ (1)$

Tía OC nằm giữa hai tia OA, OD nên $\widehat{AOC} + \widehat{COD} = \widehat{AOD}$

Thay kết quả vào (1) ta được:

$\left(\widehat{AOC} + \widehat{COD}\right) + \widehat{DOB} = 180^0$

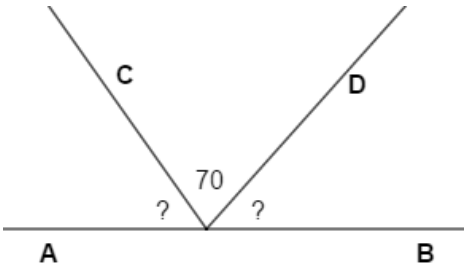
$\widehat{AOC} + 70^0 + \widehat{DOB} = 180^0$

Do đó: $\widehat{AOC} + \widehat{DOB} = 110^0$

Mặt khác $\widehat{AOC} - \widehat{DOB} = 10^0$

Nên $\widehat{AOC} = \left(110^0 + 10^0\right) : 2 = 60^0.$

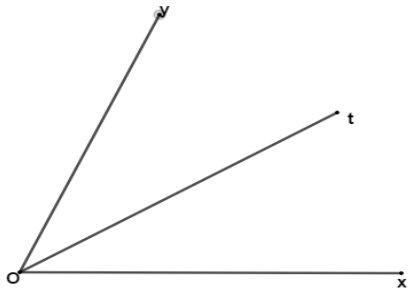
$\widehat{DOB} = 60^0 - 10^0 = 50^0.$



Chuyên đề 3. TIA PHÂN GIÁC CỦA GÓC

2.25 (h.65)

Ta có tia Ot nằm giữa hai tia $Ox;Oy$ (1). Hình 65



Nên $\widehat{xOt}+\widehat{tOy}=\widehat{xOy}$.

Suy ra $\dfrac{\widehat{xOy}}{2}+\widehat{tOy}=\widehat{xOy}$

hay $\widehat{tOy}=\widehat{xOy}-\dfrac{\widehat{xOy}}{2}=\dfrac{\widehat{xOy}}{2}.$

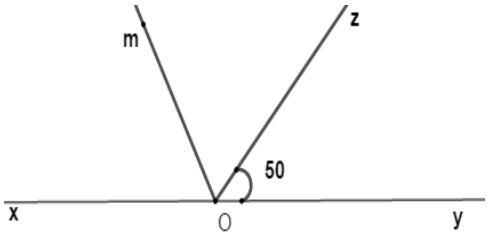
Vậy $\widehat{xOt}=\widehat{tOy}.$ (2)

Từ $(1);(2)$ suy ra Ot là tia phân giác của góc xOy.

Lưu ý: Bài toán trên cho ta một dấu hiệu nhận biết một tia là tia phân giác của một góc.

2.26 (h.66) Hình 66

Hai góc xOz và yOz kề bù nên:



$\widehat{xOz}=180^0-50^0=130^0.$

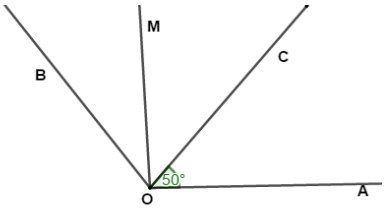
Vì tia Om là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$

nên $\widehat{xOm}=130^0:2=65^0.$

Hai góc $\widehat{yOm}$ và $\widehat{xOm}$ là hai góc kề bù nên: $\widehat{yOm}=180-65^0=115^0.$

2.27 (h.67)

Tia OC nằm giữa tia OA và OB nên $\widehat{AOC}+\widehat{BOC}=\widehat{AOB}$ Hình 67



Suy ra $\widehat{BOC}=120^0-50^0=70^0.$

Tia OM là tia phân giác của góc BOC nên

$\widehat{BOM}=70^0:2=35^0.$

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB có $\widehat{BOM}<\widehat{BOA}\left(35^0<120^0\right)$ nên tia OM nằm giữa tia OB và OA. Do đó $\widehat{AOM}+\widehat{BOM}=\widehat{AOB}$. Suy ra $\widehat{AOM}=120^0-35^0=85^0.$

2.28. (h.68)

Ta có $\widehat{AOM} + \widehat{MOC} = 180^0$ (hai góc kề bù)

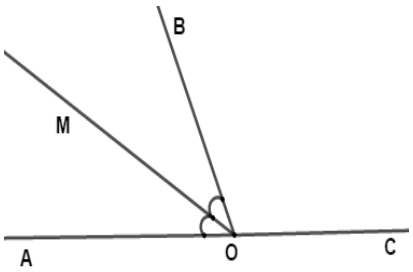
Mà $\widehat{MOC} = 5\widehat{AOM}$

nên $\widehat{AOM} = 180^0 : 6 = 30^0.$

Tia OM là tia phân giác góc AOB

nên $\widehat{AOB} = 30^0.2 = 60^0.$

Hai góc AOB và BOC kề bù nên $\widehat{BOC} = 180^0 - 60^0 = 120^0$



Hình 68

2.29. (h.69)

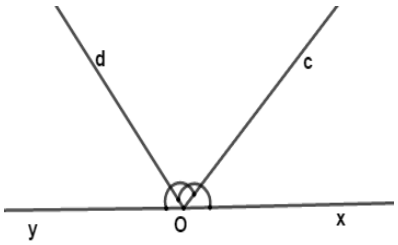
Trước hết tính được: $\widehat{yOc} = \widehat{xOd} = 60^0.$

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{yOc} < \widehat{yOd}\left(60^0 < 120^0\right)$ nên tia Oc nằm giữa hai tia Oy và Od. (1)

Do đó $\widehat{yOc} + \widehat{cOd} = \widehat{yOd}.$

Suy ra $\widehat{dOc} = 120^0 - 60^0 = 60^0.$

Vậy $\widehat{yOc} = \widehat{cOd}$ (2).



Hình 69

Từ $(1);(2)$ suy ra tia Oc là tia phân giác của góc $\widehat{yOd}$.

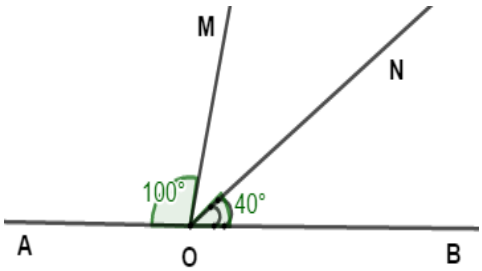
Giải tương tự ta được tia Od là tia phân giác của góc $\widehat{xOc}$

2.30. (h.70)

Trước hết ta tính được $\widehat{BOM} = 80^0.$

Sau đó chứng tỏ tia ON nằm giữa

hai tia OB và OM, suy ra $\widehat{MON} = 40^0.$



Vậy $\widehat{BON} = \widehat{MON}$, dẫn tới tia ON là tia phân giác của góc BOM.

2.31. (H. 71)

a. Trước hết ta tính được $\widehat{AOD} = 45^0$ rồi chứng tỏ tia OD nằm giữa hai tia OA và OB.

Do đó $\widehat{AOD} + \widehat{BOD} = \widehat{AOB}.$ Suy ra $\widehat{BOD} = 135^0 - 45^0 = 90^0.$

b. Tính được $\widehat{BOC} = 130^0 - 90^0 = 45^0$

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB có

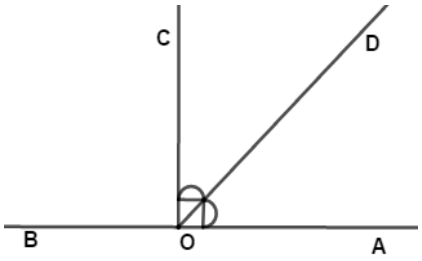
$$\widehat{BOC} < \widehat{BOD}\left(45^0 < 90^0\right)$$

nên tia OC nằm giữa hai tia OB và OD. (1)

Do đó: $\widehat{BOC} + \widehat{COD} = \widehat{BOD} \Rightarrow \widehat{COD} = 90^0 - 45^0 = 45^0$.

Vậy $\widehat{BOC} = \widehat{COD} = 45^0 \quad (2)$

Từ $(1);(2)$ suy ra tia OC là tia phân giác của góc BOD.



Hình 71

2.32. (H.72)

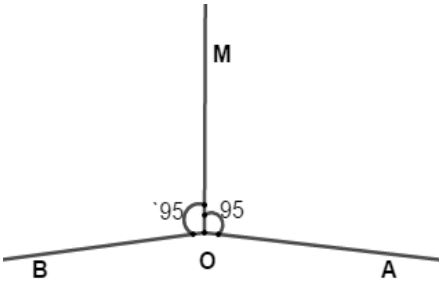
Nếu tia OM nằm giữa hai tia OA và OB

thì $\widehat{AOM} + \widehat{BOM} = \widehat{AOB}$

Hay $\widehat{AOB} = 95^0 + 95^0 = 190^0 > 180^0$ (vô lý)

Vậy tia OM không nằm giữa hai tia OA và OB.

Do đó tia OM không phải là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$.



Hình 72

2.33. (H.73)

Trước hết ta tính được

$\widehat{yOa} = 40^0; \widehat{xOb} = 50^0$

Sau đó tính được:

$\widehat{xOm} = 25^0; \widehat{yOn} = 20^0; \widehat{xOn} = 160^0.$

Trên nửa mặt phẳng bờ xy có $\widehat{xOm} < \widehat{xOn}\left(25^0 < 160^0\right)$ nên tia Om nằm giữa hai tia Ox và On.

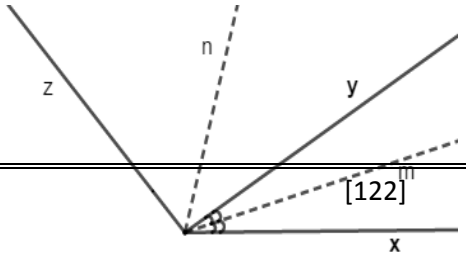
Do đó $\widehat{mOn} = \widehat{xOn} - \widehat{xOm} = 160^0 - 25^0 = 135^0$.

Hình 73

2.34 (h.74)

Tia Om là tia phân giác của góc xOy

nên $\widehat{xOm} = \dfrac{a^0}{2}$.



Tia On là tia phân giác của góc xOz

nên $\widehat{xOn} = \dfrac{b^0}{2}$.

Vì $a < b$ nên $\widehat{xOm} < \widehat{xOn}$ Hình 74

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOm} < \widehat{xOn}$ nên tia Om nằm giữa hai tia Ox và On.

Do đó $\widehat{mOn} = \widehat{xOn} - \widehat{xOm} = \dfrac{b^0 - a^0}{2}$.

2.35 (h.75)

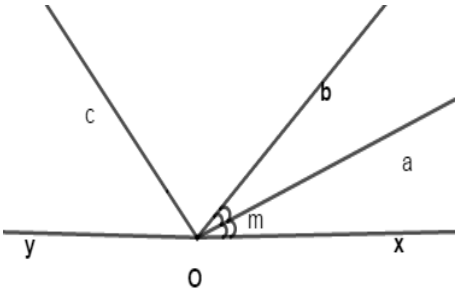
Ta đặt $\widehat{xOa} = m^0$

Vì tia Oa là tia phân giác của góc xOb

nên $\widehat{xOb} = 2m^0$.

Vì tia Ob là tia phân giác của góc xOc

nên $\widehat{xOc} = 4m^0; \widehat{bOc} = 2m^0$.



Hình 75

Vì tia Oc là tia phân giác góc yOb nên $\widehat{yOc} = \widehat{bOc} = 2m^0$.

Hai góc xOc và yOc là hai góc kề bù nên: $\widehat{xOc} + \widehat{yOc} = 180^0$

Suy ra: $4m^0 + 2m^0 = 180^0 \Leftrightarrow 6m^0 = 180^0 \Rightarrow m^0 = 30^0$. Vậy $\widehat{xOa} = 30^0$.

2.36 (h.76)

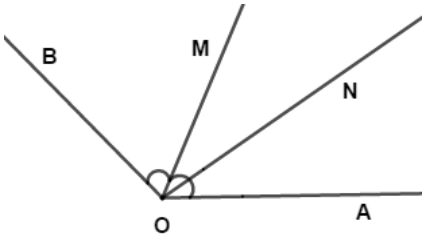
Tia ON nằm giữa hai tia OA và OB

nên $\widehat{AON} + \widehat{NOB} = \widehat{AOB}$.

Suy ra: $\widehat{AON} = 100^0 - 75^0 = 25^0$.

Tia OM là tia phân giác của góc AOB

nên $\widehat{AOM} = 50^0$.



Hình 76

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OA có $\widehat{AON} < \widehat{AOM}\left(25^0 < 50^0\right)$ nên tia ON nằm giữa hai tia OA và OM.

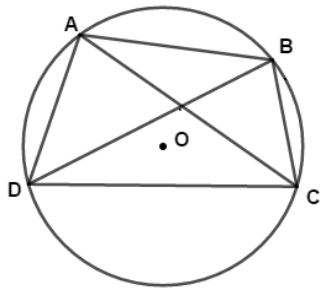
Mặt khác, $\widehat{AON} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOM}\left(25^0 = \dfrac{1}{2}50^0\right)$ nên tia ON là tia phân giác của góc AOM.

2.37. (H.77)

a. Có 6 dây cung;

b. Có 12 cung tròn;

c. Có 4 tam giác.



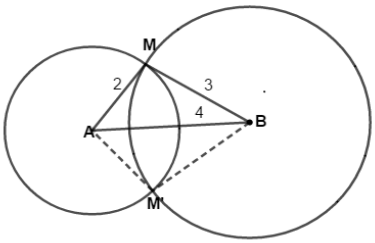
Hình 77

2.38 (h. 78)

Vẽ đường tròn $(A;2cm)$ và đường tròn $(B;3cm)$ hai đường tròn này cắt nhau tại M.

Đó là điểm cần vẽ.

Lưu ý: Ngoài điểm M còn có điểm M' cũng thỏa mãn yêu cầu đề bài.

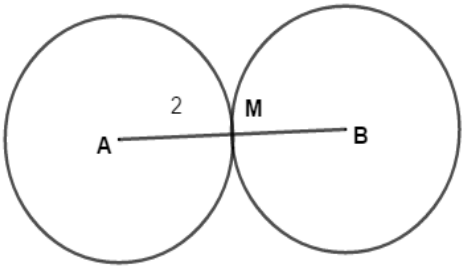


Hình 78

2.39 (h.79)

Gọi M là giao điểm của đường tròn $(A;2cm)$ với AB.

Vì AM là một bán kính của đường tròn $(A;2cm)$ nên $AM = 2cm$.



Hình 79

Điểm M nằm giữa hai điểm A và B nên

$$AM + MB = AB \Rightarrow BM = AB - AM = 4 - 2 = 2(cm)$$

Điểm M cách B là 2cm nên M nằm trên đường tròn $(B;2cm)$.

Vậy M nằm trên cả hai đường tròn. Ta có $MA = MB = 2cm$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B nên M là trung điểm của AB.

2.40 a. Số cung tròn tạo thành là $78.2 = 156(cung)$

b. Ta gọi số điểm lấy trên đường tròn là n.

Ta có $\frac{n(n-1)}{2} = 78 \Rightarrow n(n-1) = 156 = 13.12$

Vì n và n-1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên $n=13$.

Vậy trên đường tròn đã lấy 13 điểm.

2.41. Các bước vẽ như sau (h.80):

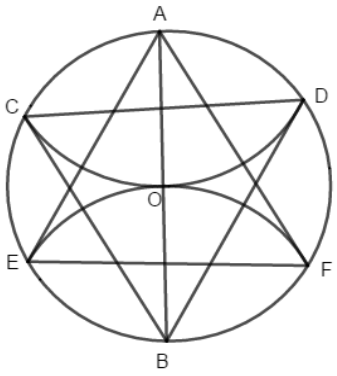
- Vẽ đường tròn $(O;2cm)$.

- Vẽ đường kính AB.

- Vẽ đường tròn $(A;2cm)$ cắt đường tròn (O) tại C và D.

- Vẽ đường tròn $(B;2cm)$ cắt đường tròn (O) tại E và F.

- Nối các đoạn thẳng AE, EF, FA, BC, CD, DB.



Hình 80

2.42. Trong hình 32 có tất cả 12 tam giác gồm:

- 5 tam giác đơn là: AOB, AOE, BOD, DOE, ECD.

- 4 tam giác 'đôi' là: ABE, DBE, ABD, AED.

- 2 tam giác 'ba' là: ADC và EBC

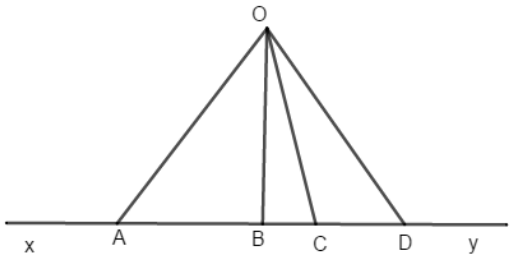
- 1 tam giác 'năm' là ABC.

2.43. (h.81)

a. Có 6 tam giác đỉnh O là

OAB, OAC, OAD, OBC, OBD, OCD.

Ta nhận thấy trên đường thẳng xy có bao nhiêu đoạn thẳng thì kết hợp với đỉnh O ta được bấy nhiêu tam giác.

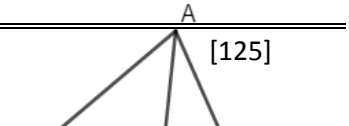


Hình 81

b. Nếu trên đường thẳng xy có n điểm $A_1;A_2;.....;A_n$ thì số đoạn thẳng có trên đường thẳng xy là $\frac{n(n-1)}{2}$.

Do đó số tam giác đỉnh O có hai đỉnh còn lại là hai trong số n điểm $A_1,A_2,.....,A_n$ là $\frac{n(n-1)}{2}$ (tam giác).

2.44. Giả sử trong bốn điểm A, B, C, D



không có ba điểm nào thẳng hàng.

Khi đó số tam giác có đỉnh là ba

trong số bốn điểm đã cho là 4.

Đó là các tam giác: ABC, ABD, ACD, BCD (h.82)

Điều này trái với đề bài (số tam giác

vẽ được nhỏ hơn bốn).

Vậy trong bốn điểm đã cho ít nhất cũng có ba điểm thẳng hàng. Hình 82

2.45 (h.83)

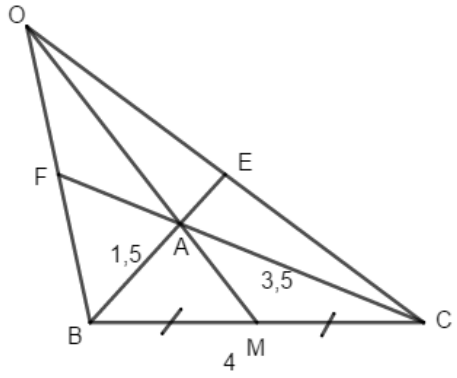
a. Có 16 tam giác gồm 6 tam

giác "đơn", 3 tam giác "đôi",

6 tam giác "ba" và một tam giác "sáu".

b. E là trung điểm của OC, F

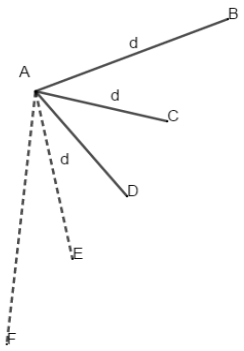
là trung điểm của OB.

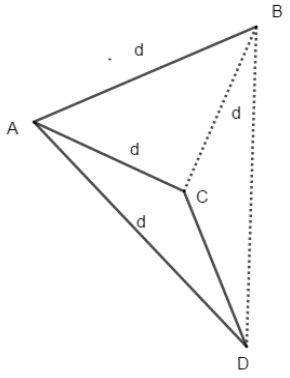


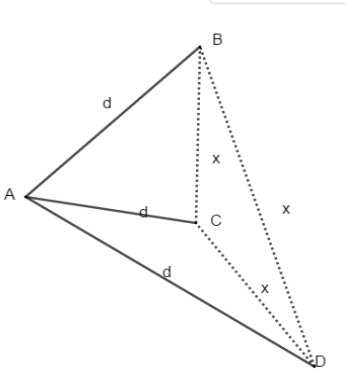
2.46. Giả sử 6 điểm đã cho là A, B, C, D, E, F.

Xét 5 đoạn thẳng có chung điểm đầu A, đó là các đoạn thẳng AB, AC, AD, AE và AF.

Có 5 đoạn thẳng mà chỉ có hai màu xanh hoặc đỏ nên ít nhất cũng có 3 đoạn thẳng cùng màu. Giải sử ba đoạn thẳng AB, AC, AD có cùng màu đỏ (h.84).







Hình 84 Hình 85 Hình 86

* Xét ΔBCD, nếu có một cạnh được tô đỏ, chẳng hạn cạnh BC (h.85) thì ΔABC có các cạnh đều màu đỏ.

Nếu ΔBCD, không có cạnh nào được tô đỏ thì ba cạnh đều xanh (h.86)

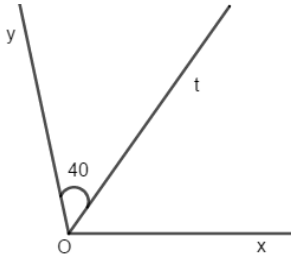
* Vậy luôn luôn có một tam giác có ba cạnh cùng một màu.

Chuyên đề nâng cao.

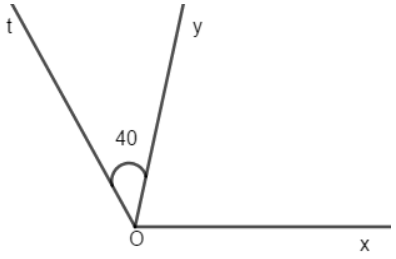
CÁC DẤU HIỆU NHẬN BIẾT MỘT TIA NẰM GIỮA HAI TIA KHÁC

2.47. *Xét hai trường hợp:*

*Trường hợp tia Ot và tia Ox cùng nằm trong một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy (h.87).



Hình 87



Hình 88

Khi đó tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Ox (vì $\widehat{yOt} < \widehat{yOx}$ do $40^0 < 100^0$).

Ta có $\widehat{yOt} + \widehat{tOx} = \widehat{yOx}$, suy ra $\widehat{xOt} = 100^0 - 40^0 = 60^0$.

* Trường hợp tia Ot và tia Ox thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ chứa tia Oy (h.88)

Khi đó hai góc yOt và yOx là hai góc kề có tổng là:

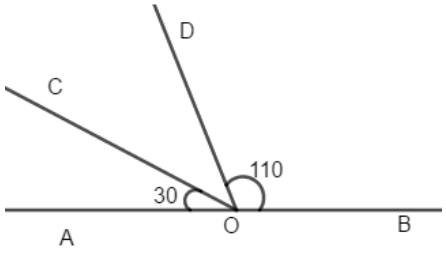
$$\widehat{yOt} + \widehat{yOx} = 40^0 + 100^0 = 140^0 < 180^0.$$

Do đó tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Ot (dấu hiệu 6a).

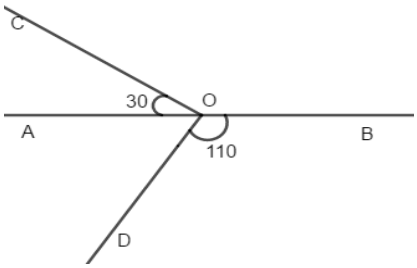
Suy ra $\widehat{xOt} = \widehat{xOy} + \widehat{yOt} = 100^0 + 40^0 = 140^0$.

2.48. *Xét hai trường hợp:*

* Trường hợp hai tia OC, OD cùng nằm trong một nửa mặt phẳng bờ AB (h.89).



Hình 89



Hình 90

Hai góc AOC và BOC kề bù nên $\widehat{BOC} = 180^0 - 30^0 = 150^0$.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB ta có $\widehat{BOD} < \widehat{BOC}\left(110^0 < 150^0\right)$ nên tia OD nằm giữa hai tia OB và OC.

Do đó $\widehat{DOB} + \widehat{DOC} = \widehat{COB} \Rightarrow \widehat{DOC} = 150^0 - 110^0 = 40^0.$

* Trường hợp hai tia OC, OD nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ AB (h.90)

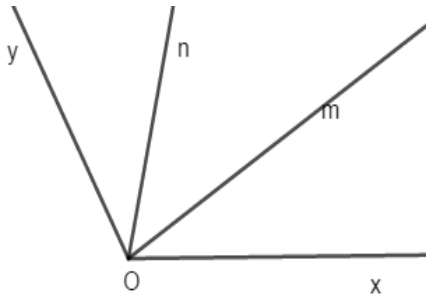
Hai góc AOD và BOD kề bù nên $\widehat{AOD} = 180^0 - 110^0 = 70^0.$

Hai góc AOC và AOD là hai góc kề mà $\widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 30^0 + 70^0 = 100^0 < 180^0$ nên tia OA nằm giữa hai tia OC, OD (dấu hiệu 6a). Do đó:
$\widehat{COD} = \widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 30^0 + 70^0 = 100^0.$

2.49 (h.91)

Tia On nằm giữa hai tia Om và Oy nên $\widehat{yOn} < \widehat{yOm} \quad (1)$

Tia Om nằm giữa hai tia Ox và Oy nên $\widehat{yOm} < \widehat{yOx} \quad (2)$



Hình 91

Từ $(1);(2)$ suy ra $\widehat{yOn} < \widehat{yOm} < \widehat{yOx}.$

Do đó tia Om nằm giữa hai tia Ox và On (dấu hiệu 4), tia On nằm giữa hai tia Ox và Oy.

2.50 (h.92)

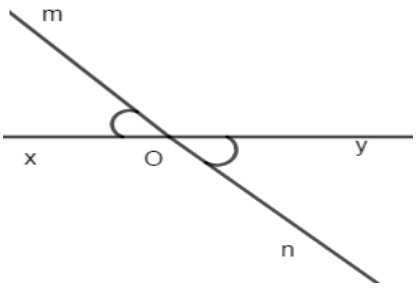
Hai góc xOn và yOn kề bù nên

$$\widehat{xOn} = 180^0 - \widehat{yOn} = 180^0 - a^0.$$

Hai góc xOm và xOn là hai góc kề mà có tổng:

$$\widehat{xOm} + \widehat{xOn} = a^0 + \left(180^0 - a^0\right) = 180^0$$

nên tia Ox nằm giữa hai tia Om và On (dấu hiệu 6a).



Hình 92

Do đó $\widehat{xOm} + \widehat{xOn} = \widehat{mOn} \Rightarrow \widehat{mOn} = 180^0.$

Vậy hai tia Om, On đối nhau.

2.51 (h.93)

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOM} < \widehat{xOy}\left(50^0 < 110^0\right)$

Nên tia OM nằm giữa hai tia Ox, Oy.

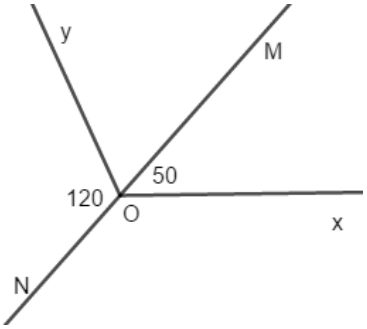
Do đó $\widehat{MOy} = 110^0 - 50^0 = 60^0$.

Hai góc Moy và Noy là hai góc kề mà

$\widehat{MOy} + \widehat{NOy} = 60^0 + 120^0 = 180^0$

tia Oy nằm giữa hai tia OM và ON

(dấu hiệu 6a).



Hình 93

Do đó $\widehat{MOy} + \widehat{NOy} = \widehat{MON} \Rightarrow \widehat{MON} = 180^0$.

Vậy ba điểm M, O, N thẳng hàng.

2.52. a. Giả sử tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oy.

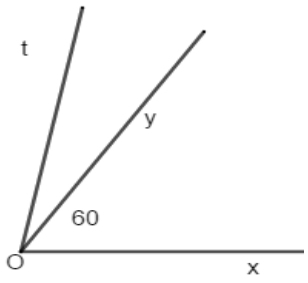
Ta có $\widehat{xOt} + \widehat{tOy} = \widehat{xOy} \Rightarrow 80^0 + \widehat{tOy} = 60^0$ (vô lý)

Vậy tia Ot không nằm giữa hai tia Ox, Oy.

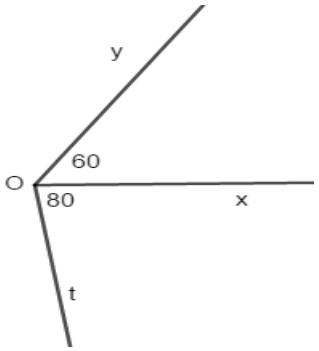
b. hai góc xOy và xOt đã có chung cạnh Ox nên ta xét hai trường hợp:

* Trường hợp hai tia Oy, Ot cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox (h.94).

Vì $\widehat{xOy} < \widehat{xOt}\left(60^0 < 80^0\right)$ nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Ot.



Hình 94



Hình 95

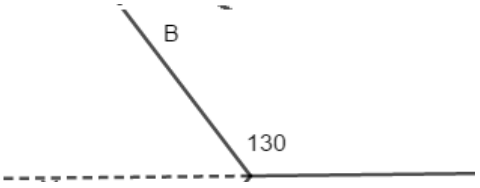
* Trường hợp hai tia Oy và Ot nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ chứa tia Ox (h.95).

Hai góc xOy và xOt là hai góc kề mà: $\widehat{xOy} + \widehat{xOt} = 60^0 + 80^0 = 140^0 < 180^0$.

Nên tia Ox nằm giữa hai tia Oy và Ot (dấu hiệu 6a).

2.53. a. Ta có $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{AOC} = 360^0 = 120^0.3$

Suy ra trong ba góc này ít nhất cũng



có một góc lớn hơn hoặc bằng 120^0

vì nếu trái lại, thì tổng ba góc này sẽ

nhỏ hơn $120^0.3 = 360^0$ (vô lý).

b. (h.96)

Ta có $\widehat{AOC} = 360^0 - \left(130^0 + 100^0\right) = 130^0.$ Hình 96

Hai góc kề AOB và AOC có tổng $\widehat{AOB} + \widehat{AOC} = 130^0 + 130^0 = 260^0 > 180^0$ nên tia đối của tia OA tức là tia OM nằm giữa hai tia OB và OC (dấu hiệu 6b). (1)

Hai góc MOB và AOB kề bù nên $\widehat{MOB} = 180^0 - 130^0 = 50^0.$

Hai góc MOC và AOC kề bù nên $\widehat{MOC} = 180^0 - 130^0 = 50^0.$

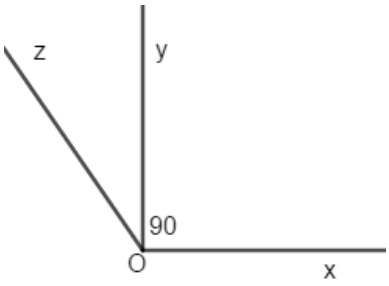
Vậy $\widehat{MOB} = \widehat{MOC}$ (2)

Từ $(1);(2)$ suy ra tia OM là tia phân giác của góc BOC.

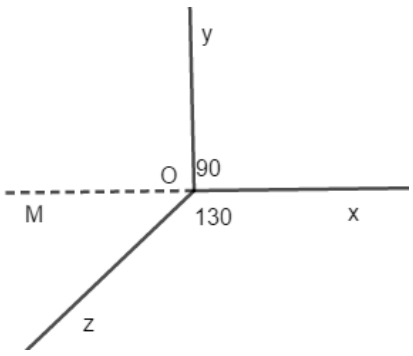
2.54. * Trường hợp hai tia Oy, Oz thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox (h.97).

Ta có $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}\left(90^0 < 130^0\right)$ nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz.

Do đó $\widehat{yOz} = 130^0 - 90^0 = 40^0$



Hình 97



Hình 98

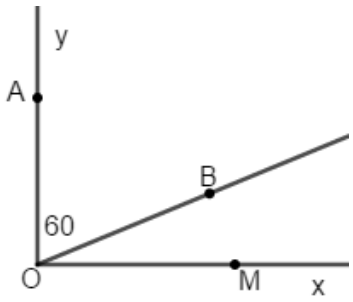
* Trường hợp hai tia Oy, Oz thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ Ox (h.98).

Hai góc kề xOy và xOz có tổng $\widehat{xOy} + \widehat{xOz} = 90^0 + 130^0 = 220^0 > 180^0$ nên tia đối của tia Ox (gọi là tia OM) nằm giữa hai tia Oy, Oz (dấu hiệu 6b).

Ta tính được $\widehat{MOy} = 90^0; \widehat{MOz} = 50^0.$

Suy ra $\widehat{yOz} = 90^0 + 50^0 = 140^0$.

2.55. * Trường hợp hai tia OA, OB cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OM (h.99).



Hình 99

Ta có $\widehat{MOB} < \widehat{AOM}$ (vì $\widehat{MOB} = \frac{1}{3}\widehat{AOM}$)

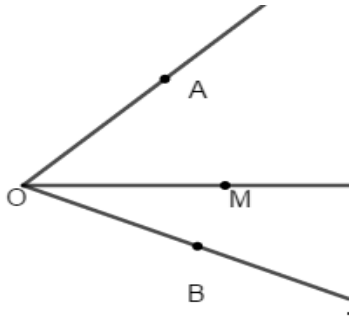
nên tia OB nằm giữa hai tia OM và OA.

Do đó $\widehat{MOB} + \widehat{AOB} = \widehat{AOM}$

Suy ra $\widehat{MOB} + 60^0 = 3.\widehat{MOB}$ hay $2.\widehat{MOB} = 60^0 \Rightarrow \widehat{MOB} = 30^0$ và $\widehat{AOM} = 30^0.3 = 90^0$.

* Trường hợp hai tia OA, OB thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ chứa tia OM.

- Nếu tia OM nằm giữa hai tia OA và OB (h.100).

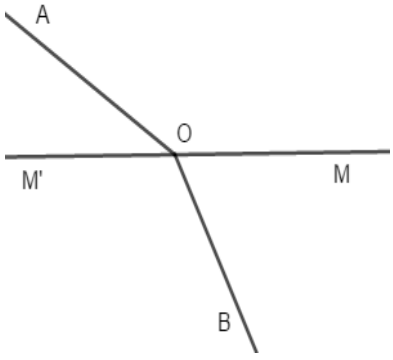


Hình 100

Ta có $\widehat{AOM} + \widehat{MOB} = \widehat{AOB} \Rightarrow 3.\widehat{MOB} + \widehat{MOB} = 60^0$

hay $\widehat{MOB} = 60^0 : 4 = 15^0 \Rightarrow \widehat{AOM} = 15^0.3 = 45^0$.

- Nếu tia OM không nằm giữa hai tia OA và OB thì OM' là tia đối của tia OM nằm giữa hai tia OA và OB (h.101)



Hình 101

Ta có $\widehat{AOM'} = 180^0 - \widehat{AOM}$; $\widehat{BOM'} = 180^0 - \widehat{MOB}$

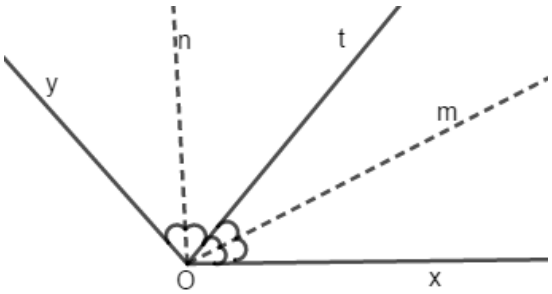
Suy ra $\widehat{AOM'} + \widehat{BOM'} = 360^0 - \left(\widehat{AOM} + \widehat{MOB}\right)$

Hay $\widehat{AOB} = 360^0 - 60^0 = 300^0 \Rightarrow \widehat{MOB} = 75^0$.

Do đó $\widehat{AOM} = 75^0.3 = 225^0$ (vô lý)

Vậy trường hợp này không xảy ra. Tóm lại bài toán có hai đáp số là $\left(30^0;90^0\right);\left(15^0;45^0\right)$

2.56 (h.102)



a. Tia Om là tia phân giác của góc xOt nên tia Om nằm giữa hai tia Ot, Ox (1)

và $\widehat{tOm} = \dfrac{\widehat{xOt}}{2}$.

Tia On là tia phân giác của góc yOt

nên tia On nằm giữa hai tia Ot, Oy (2) Hình 102

Và $\widehat{tOn} = \dfrac{\widehat{yOt}}{2}$.

Mặt khác, tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oy (3) nên từ (1), (2) và (3) suy ra tia Ot nằm giữa hai tia Om và On (dấu hệu 5).

Do đó $\widehat{mOn} = \widehat{mOt} + \widehat{nOt} = \dfrac{\widehat{xOt} + \widehat{yOt}}{2} = \dfrac{\widehat{xOy}}{2} = \dfrac{a^0}{2}$.

b. Góc xOy là góc tù nên $90^0 < a^0 < 180^0$.

Do đó $45^0 < \dfrac{a^0}{2} < 90^0$ hay $45^0 < \widehat{mOn} < 90^0$. Vậy góc mOn là góc nhọn lớn hơn 45^0.

2.57. (h.103)

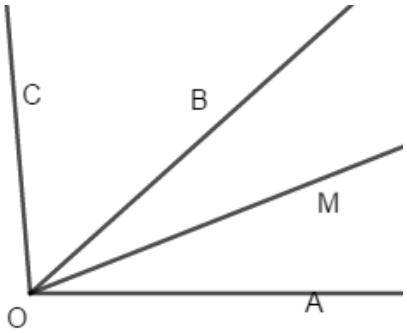
Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OA có

$\widehat{AOM} < \widehat{AOB} < \widehat{AOC}$ nên tia OB nằm

giữa hai tia OM, OC (dấu hiệu 4) (1)

Đồng thời tia OM nằm giữa hai tia OA, OC (2)

Và nằm giữa hai tia OA,OB (3)



Từ (1) suy ra $\widehat{MOC} = \widehat{MOB} + \widehat{BOC}$.

Từ (2) suy ra $\widehat{MOC} = \widehat{AOC} - \widehat{AOM}$. Hình 103

Do đó $2.\widehat{MOC} = \left(\widehat{MOB} + \widehat{BOC}\right) + \left(\widehat{AOC} - \widehat{AOM}\right)$. (4)

Mặt khác $\widehat{MOC} = \dfrac{\widehat{AOC} + \widehat{COB}}{2}$ (đề bài cho) nên $2.\widehat{MOC} = \widehat{AOC} + \widehat{COB}$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $\widehat{MOB} + \widehat{COB} + \widehat{AOC} - \widehat{AOM} = \widehat{AOC} + \widehat{COB}$

Do đó $\widehat{MOB} = \widehat{AOM}$. (6)

Từ (3) và (6) suy ra tia OM là tia phân giác của góc AOB.

2.58. (h.104)

Tia OM nằm giữa tia OB, ON nên $\widehat{BOM} < \widehat{BON}$.

Mặt khác $\widehat{NOB} < \widehat{AOB}$ (vì tia ON là

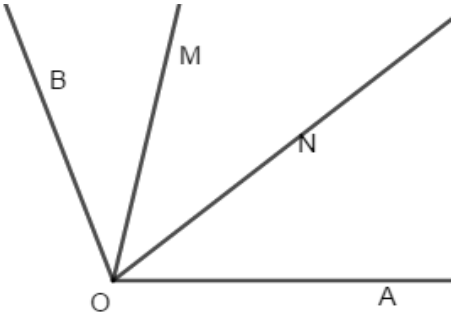
tia phân giác của góc AOB).

Do đó $\widehat{MOB} < \widehat{NOB} < \widehat{AOB}$.

Suy ra tia ON nằm giữa hai

tia OM và OA (dấu hiệu 4).

Vậy $\widehat{MON} = \widehat{AOM} - \widehat{AON}$. (1)



Hình 104

Ta lại có tia OM nằm giữa hai tia OB và ON (đề bài cho)

Nên $\widehat{MON} = \widehat{NOB} - \widehat{MOB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2.\widehat{MON} = \left(\widehat{AOM} - \widehat{AON}\right) + \left(\widehat{NOB} - \widehat{MOB}\right)$

Hay $2.\widehat{MON} = \widehat{AOM} - \widehat{MOB}$ (vì $\widehat{AON} = \widehat{BON}$).

Suy ra $\widehat{MON} = \dfrac{\widehat{AOM} - \widehat{BOM}}{2}$.

2.59 (h.105)

Trên một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có

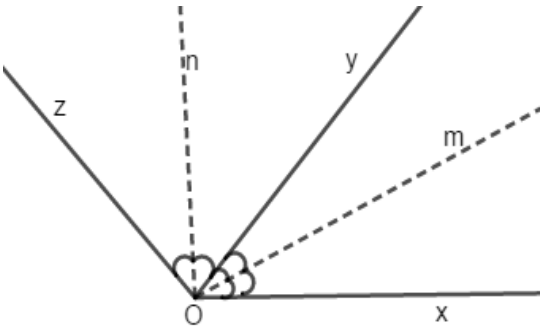
$\widehat{xOy} < \widehat{xOz}\left(40^0 < 110^0\right)$ nên tia Oy

nằm giữa hai tia Ox và Oz (1).

Do đó $\widehat{yOz} = 110^0 - 40^0 = 70^0$.

Tia Om là tia phân giác của góc xOy

nên tia Om nằm giữa hai tia Ox, Oy (2) và $\widehat{yOm} = 20^0$.



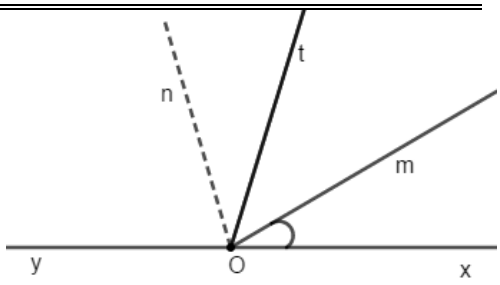
Hình 105

Tia On là tia phân giác của góc yOz nên tia On nằm giữa hai tia Oz, Oy (3) và $\widehat{yOn} = 35^0$.

Từ (1), (2), (3) suy ra tia Oy nằm giữa hai tia Om và On (dấu hiệu 5)

Khi đó $\widehat{mOn} = 20^0 + 35^0 = 55^0$.

2.60. (h.106)



Hình 106

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{yOm} < \widehat{yOt}\left(a^0 < 75^0\right)$ nên tia Om nằm giữa hai tia Oy và Ot. Suy ra $\widehat{mOt} = 75^0 - a^0$.

Hai góc xOm và yOm kề bù nên $\widehat{xOm} = 180^0 - a^0$.

Vì On là tia phân giác của góc xOm nên $\widehat{xOn} = \widehat{nOm} = \dfrac{180^0 - a^0}{2} = 90^0 - \dfrac{a^0}{2}$.

Hai góc xOn và yOn kề bù nên: $\widehat{yOn} = 180^0 - \widehat{xOn} = 180^0 - \left(90^0 - \dfrac{a^0}{2}\right) = 90^0 + \dfrac{a^0}{2}$.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{yOm} < \widehat{yOt} < \widehat{yOn}\left(a^0 < 75^0 < 90^0 + \dfrac{a^0}{2}\right)$ nên tia Ot nằm giữa hai tia Om và On.

Để tia Ot là tia phân giác của góc mOn thì phải có thêm điều kiện:

$$\widehat{mOt} = \frac{1}{2}\widehat{mOn} \Leftrightarrow 75^0 - a^0 = \frac{1}{2}\left(90^0 - \frac{a^0}{2}\right).$$

Giải ra ta được $a^0 = 40^0$.