

CHUYÊN ĐỀ GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Các bước chung

Bước 1: Lập hệ phương trình:

- Chọn ẩn, đơn vị cho ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết trong bài toán theo ẩn (chú ý đơn vị)
- Dựa vào các dữ kiện, điều kiện của bài toán để lập hệ phương trình.

Bước 2: Giải hệ phương trình.

Bước 3: Nhận định, so sánh kết quả nghiệm của hệ phương trình với điều kiện bài toán. Kết luận, trả lời, nêu rõ đơn vị của đáp số.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Bài toán Chuyển động

+ Dựa vào các đại lượng: quãng đường (S), vận tốc (V), và thời gian (T) của vật trong công thức:

$$S = V.T; V = \frac{S}{T}; T = \frac{S}{V}$$

+ Chú ý xem vật chuyển động cùng chiều, ngược chiều, hay chuyển động xuôi ngược, xuất phát trước hay xuất phát sau, có thay đổi vận tốc trên đường đi hay không...

+ Cần chọn mốc thời gian, chọn chiều dương của chuyển động.

+ Dựa vào nguyên lý cộng vận tốc:

Ví dụ khi giải bài toán chuyển động của thuyền trên sông, đạp xe ngược gió, xuôi gió. Khi đó ta có:

$$V_{\text{xuôi dòng}} = V_{\text{dòng nước}} + V_{\text{thực}} \text{ và } V_{\text{ngược dòng}} = V_{\text{thực}} - V_{\text{dòng nước}}$$

Ví dụ minh họa 1: Một chiếc xe tải đi từ Tp Hồ Chí Minh đến Tp Cần Thơ, biết quãng đường dài 189 km. Sau khi xe tải xuất phát được một giờ, một chiếc xe khách đi từ Tp Cần Thơ về Tp Hồ Chí Minh và gặp xe tải sau khi nó đi được 1 giờ 48 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết rằng mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải 13 km.

Hướng dẫn giải:

Phân tích đề:

$$\text{Đổi đơn vị: } 1 \text{ giờ } 48 \text{ phút} = \frac{9}{5} \text{ giờ}$$

Sơ đồ hoá thông tin bài toán:



	V (km/h)	T(h)	S(km)
Xe tải	X	$1 + \frac{9}{5} = \frac{14}{5}$	$\frac{14}{5}x$
Xe khách	Y	$\frac{9}{5}$	$\frac{9}{5}y$
Quan hệ	$y = x + 13$		$\frac{14}{5}x + \frac{9}{5}y = 189$

Giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe tải ($x > 0$)

Gọi y (km/h) là vận tốc của xe khách ($y > 13$)

Thời gian xe tải đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là: $1 + \frac{9}{5} = \frac{14}{5}$ giờ

Quãng đường xe tải đi được từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là $\frac{14}{5}x$ (km)

Thời gian xe khách đi từ lúc xuất phát đến lúc gặp nhau là $\frac{9}{5}$ giờ

Quãng đường xe khách đi từ lúc xuất phát đến lúc gặp nhau là $\frac{9}{5}y$

Theo bài ra, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{14}{5}x + \frac{9}{5}y = 189 \\ y = x + 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{14}{5}x + \frac{9}{5}y = 189 \\ x - y = -13 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 36 \\ y = 49 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vận tốc của xe tải là: 36 (km/h)

Vận tốc của xe khách là: 49 (km/h).

Ví dụ minh hoạ 2: Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A.

Hướng dẫn giải:

Phân tích đề: Trong đề này, chúng ta cần chú ý đến câu hỏi tính độ dài quãng đường và thời gian đi (thời điểm xuất phát). Do đó, ta sẽ đặt ẩn là hai đại lượng này.

Dựa vào mối tương quan vận tốc, thời gian đi, ta sẽ suy ra các phương trình cần tìm.

Bảng phân tích tóm tắt:

	V(km/h)	T(h)	S(km)
Dự định		x	y
Nếu xe chạy chậm	35	$x + 2$	$35(x + 2)$
Nếu xe chạy nhanh	50	$x - 1$	$50(x - 1)$

Giải:

Gọi y (km) là độ dài quãng đường AB ($y > 0$)

Gọi x (h) là thời gian đi từ A đến B theo dự định ($x > 1$)

Nếu xe chạy với vận tốc 35 (km/h), thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$35(x + 2) = y \quad (1)$$

Nếu xe chạy với vận tốc 50 (km/h), thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$50(x - 1) = y \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 35(x + 2) = y \\ 50(x - 1) = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 35x + 70 = y \\ 50x - 50 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 35x = 70 \\ y - 50x = -50 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} y = 350 \\ x = 8 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Quãng đường AB dài: 350 (km)

Thời điểm ô tô xuất phát tại A là: $12 - 8 = 4$ giờ sáng.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng chuyển động ngược chiều

Bài 1: Hai người ở hai địa điểm A và B cách nhau 3,6km khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều nhau và gặp nhau ở một điểm cách A là 2km. Nếu cả hai cùng giữ nguyên vận tốc như trường hợp trên, nhưng

người đi chậm hơn xuất phát trước người kia 6 phút thì họ sẽ gặp nhau ở chính giữa quãng đường. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 2: Bác Tài đi xe đạp từ thị xã về làng, cô ba Ngân cũng đi xe đạp nhưng từ làng lên thị xã. Họ gặp nhau khi bác Tài đã đi được 1h 30 phút, còn cô ba Ngân đã đi được 2 giờ. Một lần khác, hai người cũng đi từ hai địa điểm như thế nhưng họ khởi hành đồng thời; sau 1 giờ 15 phút họ còn cách nhau 10,5km. Tính vận tốc của mỗi người, biết khoảng cách từ làng đến thị xã là 38km.

Bài 3: Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4km, đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đi xe đạp từ A đến B mất 40 phút và đi từ B về A mất 41 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc là không đổi. Tính vận tốc lúc lên dốc và vận tốc lúc xuống dốc.

Bài 4: Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A, B cách nhau 130km và gặp nhau sau 2 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe, biết xe đi từ B có vận tốc nhanh hơn xe đi từ A là 5 km/h.

Dạng chuyển động cùng chiều

Bài 5: Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45km/h. Biết tổng chiều dài quãng đường AB và BC là 165km và thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB và BC.

Dạng chuyển động cùng chiều và ngược chiều

Bài 6: Hai vật chuyển động trên một đường tròn đường kính 20cm, xuất phát cùng một lúc, từ một điểm. Nếu chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây chúng lại gặp nhau 1 lần. Nếu chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây chúng lại gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi vật.

Bài 7: Ga Huế cách ga Quảng Trị 65km. Một chiếc xe tải đi từ Quảng Trị vào Huế, và một chiếc xe khách đi từ Huế ra Quảng Trị. Biết xe khách khởi hành sau xe tải 36 phút và sau khi đi được 24 phút thì chúng gặp nhau. Nếu hai xe khởi hành đồng thời và cùng đi Hà Nội (đi cùng chiều) thì sau 13 giờ hai xe gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi xe, biết xe khách đi nhanh hơn xe tải.

Bài 8: Một ca nô xuôi dòng một quãng sông dài 12km rồi ngược dòng quãng sông đó mất 2 giờ 30 phút. Nếu cũng trên quãng sông ấy, ca nô xuôi dòng 4km rồi ngược dòng 8km thì hết 1 giờ 20 phút. Tính vận tốc của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước.

Dạng toán thay đổi vận tốc trên đường đi

Bài 9: Một người đi xe đạp từ A đến B với thời gian định sẵn. Khi còn cách B 30km, người đó nhận thấy rằng sẽ đến B muộn nửa giờ nếu giữ nguyên vận tốc. Do đó, người ấy tăng vận tốc thêm 5km/h và đến B sớm hơn nửa giờ so với dự định. Tính vận tốc lúc đầu của người đó.

Bài 10: Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc xác định. Nếu vận tốc tăng thêm 30km/h thì thời gian giảm được 1 giờ. Nếu vận tốc giảm 15km/h thì thời gian tăng thêm 1 giờ. Tính vận tốc của ô tô.

HƯỚNG DẪN GIẢI

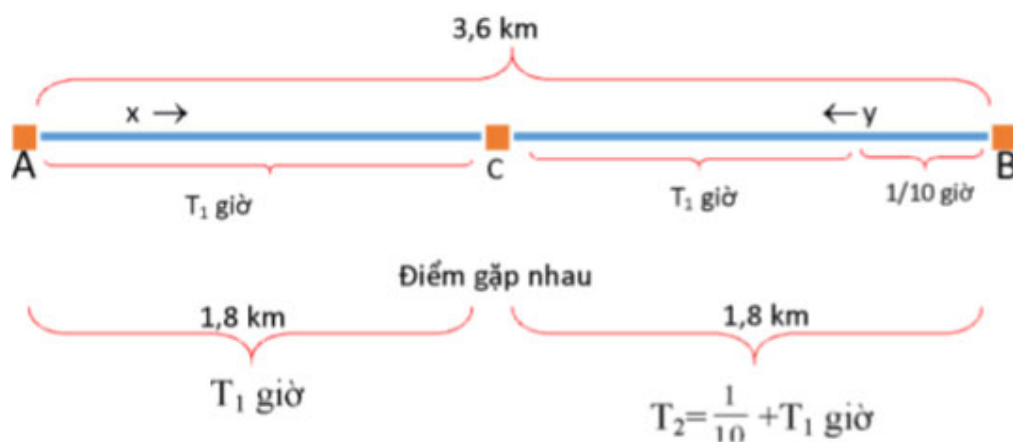
Bài 1: Phân tích đề:

Đổi đơn vị: 6 phút = $\frac{1}{10}$ giờ

Khi khởi hành cùng lúc:



Khi người đi chậm hơn (B) xuất phát trước:



Bảng phân tích tóm tắt:

	V (km/h)	Quãng đường đi khi khởi hành cùng lúc $T_1 = T_2$ (km)	Quãng đường đi khi khởi hành khác nhau $T_1 + \frac{1}{10} = T_2$ (km)
Người xuất phát từ A	x	2	1,8
Người xuất phát từ B	y	1,6	1,8
Quan hệ		$\frac{2}{x} = \frac{1,6}{y}$	$\frac{1,8}{x} + \frac{1}{10} = \frac{1,8}{y}$

Giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc của người đi từ A ($x > 0$)

Gọi y (km/h) là vận tốc của người đi từ B ($y > 0$)

Khi hai người xuất phát cùng lúc, gặp nhau tại địa điểm cách A 2km, ta có:

5. TOÁN HỌC SƠ ĐỒ - THCS.TOANMATH.com

Thời gian người A đi từ lúc 2 người xuất phát đến khi gặp nhau là $\frac{2}{x}$ giờ

Thời gian người B đi từ lúc 2 người xuất phát đến khi gặp nhau là $\frac{1,6}{y}$ giờ

Vì thời gian hai người đi là như nhau nên ta có phương trình $\frac{2}{x} = \frac{1,6}{y}$ (1)

Vì xuất phát cùng lúc, nhưng người B đi quãng đường ngắn hơn nên suy ra vận tốc của B nhỏ hơn A:
 $x > y$

Khi người đi từ B xuất phát trước 6 phút $= \frac{1}{10}$ giờ, thì hai người gặp nhau tại điểm chính giữa quãng đường cách A và B 1,8km, ta có:

Thời gian người B đi từ lúc B xuất phát đến khi gặp nhau là $\frac{1,8}{y}$ giờ

Thời gian người A đi từ lúc A xuất phát đến khi gặp nhau là $\frac{1,8}{x}$ giờ

Do B xuất phát trước 6 phút nên ta có phương trình $\frac{1,8}{x} + \frac{1}{10} = \frac{1,8}{y}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{1,6}{y} \\ \frac{1,8}{x} + \frac{1}{10} = \frac{1,8}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1,6}{y} = 0 \\ \frac{1,8}{x} - \frac{1,8}{y} = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 4,5 \\ y = 3,6 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vận tốc của người xuất phát từ A là: 4,5 (km/h)

Vận tốc của người xuất phát từ B là: 3,6 (km/h).

Bài 2: Đồi: 1 giờ 15 phút $= \frac{5}{4}$ giờ

Gọi x (km/h) là vận tốc của bác Tài ($x > 0$)

Gọi y (km/h) là vận tốc của cô Ba Ngân ($y > 0$)

Lần thứ nhất:

Quãng đường bác Tài đi được là: $1,5x$ (km)

Quãng đường cô Ba Ngân đi được là: $2y$ (km)

Hai người gặp nhau, nên tổng quãng đường hai người đi được bằng độ dài quãng đường từ làng đến thị xã, ta có: $1,5x + 2y = 38$ (1)

Lần thứ hai:

Quãng đường bác Tài đi được là $\frac{5}{4}x$ (km)

Quãng đường cô Ba Ngân đi được là $\frac{5}{4}y$ (km)

Hai người sau khi đi được 1 giờ 15 phút thì còn cách nhau 10,5 km nên ta có phương trình

$$\frac{5}{4}x + \frac{5}{4}y + 10,5 = 38 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1,5x + 2y = 38 \\ \frac{5}{4}x + \frac{5}{4}y + 10,5 = 38 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 12 \\ y = 10 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vận tốc của bác Tài là: 12 (km/h)

Vận tốc của cô Ba Ngân là: 10 (km/h).

Bài 3:



Đổi: 40 phút = $\frac{40}{60}$ giờ và 41 phút = $\frac{41}{60}$ giờ

Gọi x (km/h) là vận tốc lên dốc của xe ($x > 0$)

Gọi y (km/h) là vận tốc xuống dốc của xe ($y > 0$)

Khi đi từ A đến B: đoạn lên dốc dài 4 km, xuống dốc dài 5 km.

Thời gian đi đoạn lên dốc là: $\frac{4}{x}$ giờ

Thời gian đi đoạn xuống dốc là: $\frac{5}{y}$ giờ

Tổng thời gian đi từ A đến B là 40 phút, ta có $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{40}{60} \quad (1)$

Khi đi từ B về A: đoạn lên dốc dài 5 km, xuống dốc dài 4 km.

Thời gian đi đoạn lên dốc là: $\frac{5}{x}$ giờ

Thời gian đi đoạn xuống dốc là $\frac{4}{y}$ giờ

Tổng thời gian đi từ B về A là 41 phút, ta có: $\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{40}{60} \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 12 \\ y = 15 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vận tốc của xe khi lên dốc là: 12 (km/h)

Vận tốc của xe khi xuống dốc là: 15 (km/h).

Bài 4:

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe khởi hành từ A ($x > 0$)

Gọi y (km/h) là vận tốc của xe khởi hành từ B ($y > 5$)

Hai xe khởi hành cùng lúc, sau 2 giờ thì gặp nhau nên:

Quãng đường xe đi từ A đi được là: 2x (km)

Quãng đường xe đi từ B đi được là: 2y (km)

Hai xe gặp nhau nên tổng độ dài quãng đường hai xe đi được bằng 130km, ta có: $2x + 2y = 130$ (1)

Xe đi từ B có vận tốc nhanh hơn xe đi từ A là 5km/h, suy ra $y = x + 5$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 2y = 130 \\ y = x + 5 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 35 \\ y = 30 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vận tốc của xe đi từ A là: 35 (km/h)

Vận tốc của xe đi từ B là: 30 (km/h).

Dạng chuyển động cùng chiều

Bài 5:

Gọi x (h) là thời gian ô tô đi quãng đường AB ($x > 0$)

Gọi y (h) là thời gian ô tô đi quãng đường BC ($y > 0$)

Quãng đường AB có độ dài: 50x (km)

Quãng đường BC có độ dài: 45y (km)

Theo đề bài, ta có tổng quãng đường AB và BC dài 165 km, nên ta có phương trình $50x + 45y = 165$ (1)

Thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi quãng đường BC là 30 phút, ta có $x + \frac{1}{2} = y$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 50x + 45y = 165 \\ x + \frac{1}{2} = y \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 1,5 \\ y = 2 \end{cases}$$

KL: Thời gian để ô tô đi hết quãng đường AB là: 1,5 giờ

Thời gian để ô tô đi hết quãng đường BC là: 2 giờ

Dạng chuyển động cùng chiều và ngược chiều

Bài 6: Phân tích đề:

- Nếu hai vật xuất phát cùng một lúc, từ cùng một điểm, chuyển động cùng chiều với quỹ đạo tròn thì khi hai vật gặp nhau thì quãng đường đi được của vật chuyển động nhanh hơn sẽ nhiều hơn quãng đường đi được của vật kia đúng 1 vòng.

- Nếu hai vật chuyển động ngược chiều, xuất phát cùng lúc từ cùng một điểm, với quỹ đạo chuyển động là quỹ đạo tròn khi chúng gặp nhau thì tổng quãng đường của chúng là đúng 1 vòng.

Bảng thông tin:

	Vận tốc	Quãng đường đi được khi chuyển động cùng chiều	Quãng đường đi được khi chuyển động ngược chiều
Vật 1	x (m/s) ($x > y > 0$)	$20x$ (cm)	$4x$ (cm)
Vật 2	y (m/s)	$20y$ (cm)	$4y$ (cm)
Phương trình		$20x - 20y = \text{chu vi}$	$4x + 4y = \text{chu vi}$

Lời giải:

Gọi x (m/s) là vận tốc của vật chạy nhanh hơn ($x > y > 0$)

Gọi y (m/s) là vận tốc của vật chạy chậm hơn ($y > 0$)

Chu vi của quỹ đạo tròn, có đường kính là 20cm là $C = 20\pi$ (cm)

Khi hai vật chạy cùng chiều:

Tính theo chu kỳ 20 giây thì chúng gặp nhau:

Vật thứ nhất đi được: $20x$ (cm), vật thứ hai đi được $20y$ (cm) thì chúng lại gặp nhau. Do đó, ta có phương trình $20x - 20y = 20\pi$ (1)

Khi hai vật chạy ngược chiều:

Tính theo chu kì 4 giây thì chúng gặp nhau:

Vật thứ nhất đi được: $4x$ (cm), vật thứ hai đi được $4y$ (cm) thì chúng lại gặp nhau. Do đó, ta có phương trình: $4x + 4y = 20\pi$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 20x - 20y = 20\pi \\ 4x + 4y = 20\pi \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 3\pi \\ y = 2\pi \end{cases}$$

KL: Vận tốc của vật thứ nhất là : 3π (cm/s)

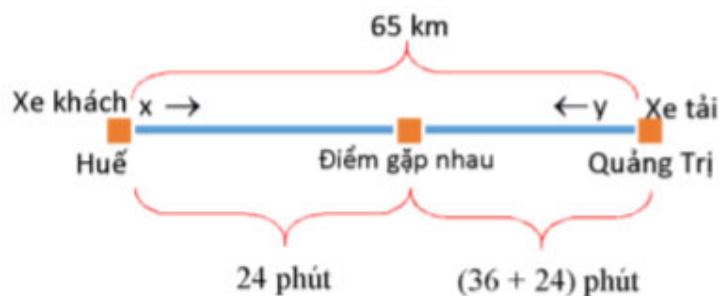
Vận tốc của vật thứ hai là : 2π (cm/s)

Bài 7:

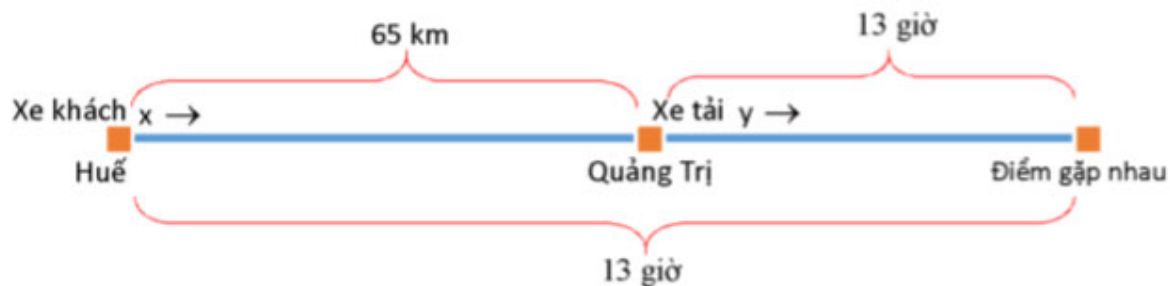
Phân tích đề:

Đổi đơn vị: $24 \text{ phút} = \frac{2}{5} \text{ giờ}$

Khi hai xe đi ngược chiều, được mô tả bằng sơ đồ



Khi hai xe đi cùng chiều:



Giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe khách ($x > y > 0$)

Gọi y (km/h) là vận tốc của xe tải

* Khi hai xe đi ngược chiều:

Thời gian kể từ lúc xuất phát đến lúc gặp nhau của xe tải là 1 giờ, nên quãng đường xe tải đi được là: y (km)

Thời gian kể từ lúc xuất phát đến lúc gặp nhau của xe khách là $24 \text{ phút} = \frac{2}{5}$ giờ, nên quãng đường xe

khách đi được là: $\frac{2}{5}x$ (km)

Vì hai xe đi ngược chiều, nên tổng độ dài quãng đường đúng bằng độ dài quãng đường từ Huế đi Quảng

Trị là 65 km. Nên ta có phương trình $\frac{2}{5}x + y = 65$ (1)

* Khi hai xe đi cùng chiều:

Thời gian kể từ lúc xuất phát đến lúc gặp nhau của xe tải là 13 giờ, nên quãng đường xe tải đi được là: $13y$ (km)

Thời gian kể từ lúc xuất phát đến lúc gặp nhau của xe khách là 1 giờ, nên quãng đường xe khách đi được là: $13x$ (km)

Vì hai xe đi cùng chiều, nên độ dài quãng đường mà xe khách đi được lớn hơn, và bằng tổng độ dài quãng đường của xe tải đi được cộng với quãng đường Huế - Quảng Trị. Nên ta có phương trình

$$13x - 13y = 65 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{5}x + y = 65 \\ 13x - 13y = 65 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 50 \\ y = 45 \end{cases}$$

KL: Vận tốc của xe khách là: 50 km/h

Vận tốc của xe tải là: 45 km/h

Bài 8:

Gọi x (km/h) là vận tốc thực của canô ($x > y > 0$)

Gọi y (km/h) là vận tốc của dòng nước.

Vận tốc của canô khi xuôi dòng là: $x + y$ (km/h)

Vận tốc của canô khi ngược dòng là: $x - y$ (km/h)

Đổi đơn vị: 2 giờ 30 phút = $\frac{5}{2}$ giờ và 1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ

* Khi canô xuôi dòng một quãng sông dài 12km rồi ngược dòng quãng sông đó mất 2 giờ 30 phút

Canô xuôi dòng 12 km nên thời gian xuôi dòng là: $\frac{12}{x+y}$ giờ

Canô ngược dòng 12 km nên thời gian ngược dòng là $\frac{12}{x-y}$ giờ

Nên ta có phương trình $\frac{12}{x+y} + \frac{12}{x-y} = \frac{5}{2}$ (1)

* Khi ca nô xuôi dòng 4km rồi ngược dòng 8km thì hết 1 giờ 20 phút:

Canô xuôi dòng 4 km nên thời gian xuôi dòng là: $\frac{4}{x+y}$ giờ

Canô ngược dòng 8 km nên thời gian ngược dòng là: $\frac{8}{x-y}$ giờ

Nên ta có phương trình $\frac{4}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{4}{3}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{12}{x+y} + \frac{12}{x-y} = \frac{5}{2} \\ \frac{4}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

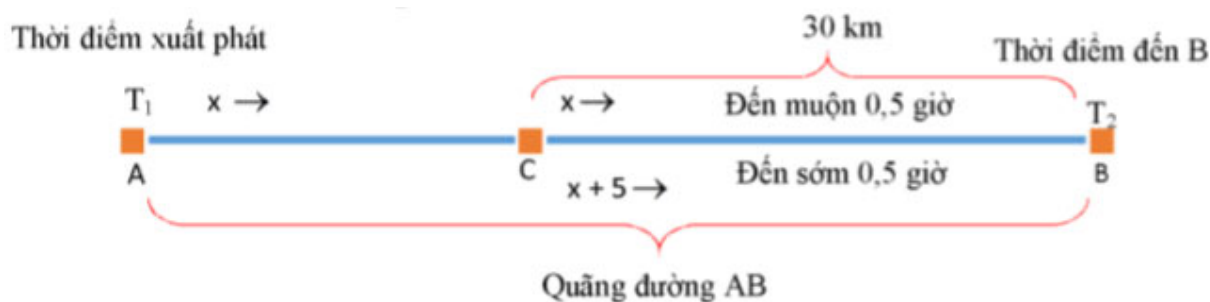
Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$

KL: Vận tốc thực của canô là 10 km/h

Vận tốc thực của dòng nước là 2 km/h

Dạng toán thay đổi vận tốc trên đường đi

Bài 9: Sơ đồ hoá thông tin bài toán:



Biểu diễn bài toán qua sơ đồ như trên, ta thấy:

Trên đoạn đi từ A đến C không có gì thay đổi.

12. TOÁN HỌC SƠ ĐỒ - THCS.TOANMATH.com

Trên đoạn CB dài 30 km, nếu giữ nguyên vận tốc x (km/h) thì sẽ đến B muộn 30 phút so với dự định, và nếu tăng vận tốc thêm 5km/h thì sẽ đến B sớm 30 phút so với dự định.

Do đó, chúng ta chỉ xét trên đoạn CB dài 30 km:

Gọi x (km/h) là vận tốc ban đầu của người đi xe đạp ($x > 0$)

T_2 là thời điểm người đi xe đạp đến B theo dự định.

* Khi giữ nguyên vận tốc x (km/h) thì thời gian đi đoạn CB là: $\frac{30}{x}$

Do đến B muộn 30 phút nên ta có phương trình $\frac{30}{x} = T_2 + \frac{1}{2}$ (1)

* Khi tăng vận tốc thêm 5 (km/h) thì thời gian đi đoạn CB là: $\frac{30}{x+5}$

Do đến B sớm 30 phút nên ta có phương trình $\frac{30}{x+5} = T_2 - \frac{1}{2}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{30}{x} = T_2 + \frac{1}{2} \\ \frac{30}{x+5} = T_2 - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{30}{x} - \frac{1}{2} = T_2 \\ \frac{30}{x+5} + \frac{1}{2} = T_2 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $x = 10$ (thỏa mãn điều kiện) và $x = -15$ (không thỏa điều kiện).

KL: Vận tốc ban đầu của người đi xe đạp là: 10 (km/h)

**Chú ý: Trong bài này, chúng ta gọi T_1 ; T_2 là thời điểm, và không có đủ dữ kiện để tìm ra thời điểm người đó bắt đầu xuất phát (T_1); cũng như thời điểm người đó đến B là (T_2). Bởi thế, không thể sử dụng kết quả của x để thay vào phương trình (1) hoặc phương trình (2) để tìm ra T_2 .*

Bài 10:

Gọi x (km/h) là vận tốc ban đầu của ô tô ($x > 15$)

Gọi y (giờ) là thời gian đi đoạn đường AB theo dự định.

Độ dài quãng đường AB là: xy (km)

* Khi vận tốc tăng thêm 30 (km/h) thì đến B sớm hơn 1 giờ, nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} (x+30)(y-1) &= xy \\ \Leftrightarrow xy - x + 30y - 30 &= xy \quad (1) \\ \Leftrightarrow -x + 30y &= 30 \end{aligned}$$

* Khi vận tốc giảm 15 (km/h) thì đến B muộn hơn 1 giờ, nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} (x-15)(y+1) &= xy \\ \Leftrightarrow xy + x - 15y - 15 &= xy \quad (2) \\ \Leftrightarrow x - 15y &= 15 \end{aligned}$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} -x + 30y = 30 \\ x - 15y = 15 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là
$$\begin{cases} x = 60 \\ y = 3 \end{cases}$$

KL: Vận tốc ban đầu của ô tô là: 60 (km/h)

Dạng 2. Bài toán liên quan đến số học

+ Dựa vào mối liên hệ giữa các hàng (đơn vị) trong một số.

Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$ với $(0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N})$

Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ với $(0 < a \leq 9, 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N})$

+ Tổng hai số x, y : $x + y$

+ Tổng bình phương của hai số x, y là $x^2 + y^2$

+ Bình phương của tổng hai số x, y : $(x + y)^2$

+ Tổng nghịch đảo 2 số x, y là $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Ví dụ minh họa 3: Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng hai lần chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục một đơn vị, và nếu viết hai chữ số ấy theo thứ tự ngược lại thì được một số mới (có hai chữ số) bé hơn số cũ 27 đơn vị.

Hướng dẫn giải:

Bảng phân tích tóm tắt:

	Hàng chục	Đơn vị	Số cần tìm
Số ban đầu	x	y	$10x + y$
Số mới	y	x	$10y + x$
Quan hệ	$2y - x = 1$		$(10x + y) - (10y + x) = 27$

Giải:

Gọi x là chữ số hàng chục của số ban đầu ($x \in \mathbb{N}; 0 < x \leq 9$)

Gọi y là chữ số hàng đơn vị của số ban đầu ($y \in \mathbb{N}; 0 < y \leq 9$)

Số ban đầu có dạng là $\overline{xy} = 10x + y$

Khi đổi chỗ hai chữ số, ta có số mới $\overline{yx} = 10y + x$

Theo bài ra, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2y - x = 1 \\ (10x + y) - (10y + x) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - x = 1 \\ 9x - 9y = 27 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy số cần tìm ban đầu là: 74.

Ví dụ minh họa 4: Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124.

Hướng dẫn giải:

Phân tích đề: Trong đề này, các em cần nắm được cách biểu diễn hai số thông qua phép chia có dư: $\frac{A}{B} = C$

dư D suy ra $A = B.C + D$

Giải:

Gọi x là số tự nhiên thứ nhất ($x \in \mathbb{N}; x > 124$)

Gọi y là số tự nhiên thứ hai ($y \in \mathbb{N}; y > 0; y > x$)

Tổng của hai số bằng 1006, ta có phương trình: $x + y = 1006$ (1)

Và y chia x được thương là 2 và dư 124, ta có phương trình: $y = 2x + 124$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1006 \\ y = 2x + 124 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1006 \\ 2x - y = -124 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 294 \\ y = 712 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Số lớn là: 712

Số bé là: 294

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng số có hai chữ số

Bài 1: Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ 2 chữ số của nó thì được một số lớn hơn chữ số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới là 99. Tìm số đã cho.

Bài 2: Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho là 36. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 110. Tìm số đã cho.

Bài 3: Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng các chữ số là 16. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau ta được một số mới, lớn hơn số ban đầu 18 đơn vị.

Dạng hai số

Bài 4: Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia cho số bé thì được thương là 2 và số dư là 124.

Bài 5: Tổng của hai số bằng 59. Hai lần của số này bé hơn 3 lần của số kia là 7. Tìm hai số đó.

Bài 6: Tìm hai số tự nhiên, biết rằng hiệu của chúng bằng 1275 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 3 và số dư là 125.

Dạng tỷ số tuổi

Bài 7: Số tiền mua 9 quả cam và 8 quả táo rừng là 107 nghìn, số tiền mua 7 quả cam và 7 quả táo rừng là 91 nghìn. Hỏi giá mỗi quả cam và mỗi quả táo rừng là bao nhiêu?

Bài 8: Bảy năm trước tuổi mẹ bằng 5 lần tuổi con cộng thêm 4. Năm nay tuổi mẹ vừa đúng gấp 3 lần tuổi con. Hỏi năm nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

Bài 9: Hôm qua mẹ của Hằng đi chợ mua 5 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt hết 37.500đ. Hôm nay đi chợ, mẹ của Hằng mua 3 quả trứng gà và 7 quả trứng vịt hết 36.500đ. Hỏi giá mỗi quả trứng mỗi loại bao nhiêu tiền, biết giá trứng hôm qua và hôm nay chưa thay đổi.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng số có hai chữ số

Bài 1:

Cách 1.

Do khi đổi chỗ 2 chữ số của số cần tìm ta được số mới lớn hơn, nên:

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$; số mới khi đổi chỗ hai chữ số là $\overline{ba}$ với $(0 < a < b \leq 9)$

Khi đó $\overline{ab} = 10a + b$; $\overline{ba} = 10b + a$

Số mới lớn hơn số ban đầu là 63 đơn vị nên ta có phương trình:

$$(10b + a) - (10a + b) = 63 \Leftrightarrow -9a + 9b = 63 \quad (1)$$

Tổng của số đã cho và số mới là 99:

$$(10b + a) + (10a + b) = 99 \Leftrightarrow 11a + 11b = 99 \quad (2)$$

Suy ra, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} -9a + 9b = 63 \\ 11a + 11b = 99 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có nghiệm:
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \end{cases}$$

Vậy số ban đầu cần tìm là: 18.

Cách 2:

Gọi số cần tìm là x và y là số mới sau khi đổi chỗ ($x, y > 0$ và x, y không chứa chữ số 0)

Số mới lớn hơn số ban đầu 63 đơn vị $y = x + 63(1)$

Tổng của hai số là 99: $x + y = 99(2)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} y = x + 63 \\ x + y = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -63 \\ x + y = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 81 \end{cases}$$

Vậy, số cần tìm là 18.

Bài 2:

Cách 1.

Do khi đổi chỗ 2 chữ số của số cần tìm ta được số mới lớn hơn, nên:

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$; số mới khi đổi chỗ hai chữ số là $\overline{ba}$ với $(0 < a < b \leq 9)$

Khi đó $\overline{ab} = 10a + b$; $\overline{ba} = 10b + a$

Số mới lớn hơn số ban đầu là 36 đơn vị nên ta có phương trình:

$$(10b + a) - (10a + b) = 36 \Leftrightarrow -9a + 9b = 36(1)$$

Tổng của số đã cho và số mới là 110:

$$(10b + a) + (10a + b) = 110 \Leftrightarrow 11a + 11b = 110(2)$$

Suy ra, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} -9a + 9b = 36 \\ 11a + 11b = 110 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có nghiệm:
$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases}$$

Vậy số ban đầu cần tìm là: 37.

Cách 2:

Gọi số cần tìm là x và y là số mới sau khi đổi chỗ ($x, y > 0$ và x, y không chứa chữ số 0)

Số mới lớn hơn số ban đầu 36 đơn vị $y = x + 36(1)$

Tổng của hai số là 110: $x + y = 110(2)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} y = x + 36 \\ x + y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -36 \\ x + y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 37 \\ y = 73 \end{cases}$$

Vậy, số cần tìm là 37.

Bài 3:

Do khi đổi chỗ 2 chữ số của số cần tìm ta được số mới lớn hơn, nên:

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$; số mới khi đổi chỗ hai chữ số là $\overline{ba}$ với $(0 < a < b \leq 9)$

Khi đó $\overline{ab} = 10a + b$; $\overline{ba} = 10b + a$

Tổng của hai chữ số ban đầu bằng 16: $a + b = 16(1)$

Số mới lớn hơn số ban đầu là 18 đơn vị nên ta có phương trình:

$$(10b + a) - (10a + b) = 18 \Leftrightarrow -9a + 9b = 18(2)$$

Suy ra, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + b = 16 \\ -9a + 9b = 18 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có nghiệm:
$$\begin{cases} a = 7 \\ b = 9 \end{cases}$$

Vậy số ban đầu cần tìm là: 79.

Dạng hai số

Bài 4:

Gọi x, y là hai số tự nhiên cần tìm ($x > y > 0$)

Tổng của chúng bằng 1006: $x + y = 1006(1)$

Số lớn chia cho số bé thì được thương là 2 và số dư là 124: $x = 2y + 124(2)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 1006 \\ x = 2y + 124 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 712 \\ y = 294 \end{cases}$$

Vậy, hai số cần tìm là 712 và 294.

Bài 5:

Gọi x, y là hai số tự nhiên cần tìm.

Tổng của chúng bằng 59: $x + y = 59(1)$

Hai lần của số này bé hơn 3 lần của số kia là 7: $2x = 3y - 7(2)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 59 \\ 2x = 3y - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 59 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 \\ y = 25 \end{cases}$$

Vậy, hai số cần tìm là 34 và 25

Bài 6:

Gọi x, y là hai số tự nhiên cần tìm ($x > y > 0$)

Hiệu của hai số bằng 1275: $x - y = 1275(1)$

Số lớn chia cho số bé thì được thương là 3 và số dư là 125: $x = 3y + 125(2)$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1275 \\ x = 3y + 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1275 \\ x - 3y = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1850 \\ y = 575 \end{cases}$

Vậy, hai số cần tìm là 1850 và 575.

Dạng tỷ số tuổi

Bài 7:

Gọi x (nghìn) là giá tiền của một quả cam và y (nghìn) là giá tiền của một quả táo rừng ($x, y > 0$)

Mua 9 quả cam và 8 quả táo rừng hết 107 nghìn: $9x + 8y = 107$ (1)

Mua 7 quả cam và 7 quả táo rừng là 91 nghìn: $7x + 7y = 91$ (2)

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 9x + 8y = 107 \\ 7x + 7y = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy, giá của mỗi quả cam là 3 nghìn một quả, giá của mỗi quả táo rừng là 10 nghìn một quả.

Bài 8:

Gọi x (tuổi) là số tuổi của mẹ trong năm nay, và y là số tuổi của con trong năm nay ($x, y > 7$)

Năm nay tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con $x = 3y$ (1)

7 năm trước tuổi mẹ gấp 5 lần tuổi con cộng thêm 4: $x - 7 = 5(y - 7) + 4$ (2)

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x = 3y \\ x - 7 = 5(y - 7) + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 12 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy, năm nay tuổi của mẹ là 36 tuổi, tuổi của con là 12 tuổi.

Bài 9:

Vì giá tiền trong hai lần đi chợ không thay đổi nên:

Gọi x (vnđ) là giá tiền một quả trứng gà, và y (vnđ) là giá tiền một quả trứng vịt ($x, y > 0$)

Mua 5 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt hết 37.500đ: $5x + 5y = 37500$ (1)

Mua 3 quả trứng gà và 7 quả trứng vịt hết 36.500đ: $3x + 7y = 36500$ (2)

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 5x + 5y = 37500 \\ 3x + 7y = 36500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4000 \\ y = 3500 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy, giá một quả trứng gà 4.000đ/quả, giá một quả trứng vịt 3.500đ/quả.

Dạng 3. Bài toán về Dân số - Lãi suất ngân hàng, tăng trưởng

+ Tỷ lệ phần trăm: $x\% = \frac{x}{100}$

+ Tỷ lệ tăng dân số: Nếu A là số dân ban đầu, tỷ lệ gia tăng dân số là $x\%$.

- Sau 1 năm số dân là: $A + A.x = A(1 + x)$

- Sau n năm số dân là: $A(1 + x)^n$

+ Lãi suất ngân hàng: Nếu ban đầu bạn vay (hoặc mượn) số tiền A với lãi suất $x\%$.

- Sau 1 chu kỳ (thường là năm/tháng) số tiền cả gốc lẫn lãi là: $A + A.x = A(1 + x)$

- Sau n chu kỳ (thường là năm/tháng) số tiền cả gốc lẫn lãi là: $A(1 + x)^n$

Ví dụ minh họa 5:

Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 720 sản phẩm. Tuy nhiên xí nghiệp I đã vượt mức kế hoạch 15%, xí nghiệp II đã vượt mức kế hoạch 12% do đó hai xí nghiệp đã làm tổng cộng 819 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Hướng dẫn giải:

Gọi x, y là số sản phẩm lần lượt của xí nghiệp I và xí nghiệp II phải làm theo kế hoạch ($x > 0, y > 0$)

Theo giả thiết $x + y = 720$ và $\frac{15x}{100} + \frac{12y}{100} + 720 = 819 \Leftrightarrow 5x + 4y = 3300$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 5x + 4y = 3300 \end{cases}$$

Giải hệ ta được nghiệm duy nhất
$$\begin{cases} x = 420 \\ y = 300 \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, xí nghiệp I phải làm 420 sản phẩm, xí nghiệp II phải làm 300 sản phẩm.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng.

Bài 2: Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch 720 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái. Do đó cả 2 đơn vị thu hoạch được 819 tấn thóc. Hỏi năm ngoái mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc.

Bài 3: Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 công cụ. Nhờ sắp xếp hợp lý dây chuyền sản xuất nên xí nghiệp I đã vượt mức 12% kế hoạch, xí nghiệp II đã vượt mức 10% kế hoạch. Do đó cả xí nghiệp đã làm được 400 công cụ. Tính số công cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Bài 4: Dân số của thành phố Hà Nội sau hai năm từ 2.000.000 thành 2.048.288 người. Tính xem hàng năm dân số trung bình tăng bao nhiêu phần trăm? Biết tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm không thay đổi.

Bài 5: Bác An vay 10.000.000vnđ của ngân hàng để làm kinh tế. Trong một năm đầu bác chưa trả được nên số tiền lãi trong năm đầu được chuyển thành vốn để tính lãi năm sau. Sau 2 năm bác An phải trả là 11.881.000vnđ. Hỏi lãi suất cho vay một năm là bao nhiêu phần trăm?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

Gọi x, y là số tiền phải trả cho mỗi loại hàng khi chưa tính thuế VAT ($x > 0; y > 0$)

* Khi tính thuế 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai người đó phải trả 2,17 triệu đồng:

+ Số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất là $x + 0,1x = 1,1x$

+ Số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai là: $y + 0,08y = 1,08y$

Tổng số tiền phải trả là 2,17 triệu đồng $1,1x + 1,08y = 2,17(1)$

* Khi tính thuế là 9% đối với cả hai loại hàng người đó phải trả 2,18 triệu đồng:

+ Số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất là $x + 0,09x = 1,09x$

+ Số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai là: $y + 0,09y = 1,09y$

+ Tổng số tiền phải trả là 2,18 triệu đồng: $1,09x + 1,09y = 2,18(1)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 2,17 \\ 1,09x + 1,09y = 2,18 \end{cases}$$

Giải hệ ta được nghiệm duy nhất:
$$\begin{cases} x = 0,5 \\ y = 1,5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy khi chưa tính thêm tiền thuế VAT thì giá của loại hàng thứ nhất là 0,5 triệu đồng, và giá của loại hàng thứ hai là 1,5 triệu đồng.

Bài 2:

Gọi x (tấn) là số thóc thu hoạch được của đơn vị thứ nhất trong năm ngoái, và y (tấn) là số thóc thu hoạch được của đơn vị thứ hai trong năm ngoái ($x > 0, y > 0$)

* Năm ngoái hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch 720 tấn thóc, nên ta có phương trình

$$x + y = 720(1)$$

* Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái:

+ Số thóc thu hoạch được của đơn vị thứ nhất là: $x + 0,15x = 1,15x$

+ Số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai là: $y + 0,12y = 1,12y$

+ Tổng số thóc thu được là $819: 1,15x + 1,12y = 819(2)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 1,15x + 1,12y = 819 \end{cases}$$

Giải hệ ta được nghiệm duy nhất:
$$\begin{cases} x = 420 \\ y = 300 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy, năm ngoài đội thứ nhất thu hoạch được 420 tấn thóc, đội thứ hai thu hoạch được 300 tấn thóc.

Bài 3:

Gọi x là số công cụ mà xí nghiệp I phải làm theo kế hoạch, và y là số công cụ xí nghiệp II phải làm theo kế hoạch ($x > 0, y > 0$)

* Theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 công cụ, nên ta có phương trình $x + y = 360(1)$

* Nhờ sắp xếp hợp lý dây chuyền sản xuất nên xí nghiệp I đã vượt mức 12% kế hoạch, xí nghiệp II đã vượt mức 10% kế hoạch. Do đó cả xí nghiệp đã làm được 400 công cụ:

+ Số công cụ xí nghiệp I làm được : $x + 0,12x = 1,12x$

+ Số công cụ xí nghiệp II làm được: $y + 0,1y = 1,1y$

+ Tổng số công cụ làm được: $1,12x + 1,1y = 400(2)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 1,12x + 1,1y = 400 \end{cases}$$

Giải hệ ta được nghiệm duy nhất:
$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 160 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy, theo kế hoạch xí nghiệp I cần phải làm 200 công cụ, xí nghiệp II cần phải làm 160 công cụ.

Bài 4*(Chương 4 - ĐS 9):

Chú ý: Vì đã biết số người của năm đầu và 2 năm sau, nên học sinh dễ nhầm lẫn lấy số liệu sau rồi trừ đi số liệu trước đó để chia cho 2 lấy trung bình cộng, từ đó tính phần trăm dẫn đến kết quả sai. Do đó, trong bài này, các em chú ý kiến thức ở phần “Lãi suất ngân hàng, gia tăng dân số”.

Gọi x (%) là số phần trăm của sự gia tăng dân số thủ đô Hà Nội trong mỗi năm ($x > 0$).

Số dân ban đầu của Hà Nội là 2.000.000 người.

Nên sau năm thứ nhất dân số tăng là: $2.000.000 + 2.000.000x = 2.000.000(1 + x)$

Sau năm thứ hai dân số tăng là:

$$2.000.000(1 + x) + 2.000.000(1 + x)x = 2.000.000(1 + x)(1 + x) = 2.000.000(1 + x)^2$$

Theo đề, sau hai năm, dân số Hà Nội là 2.048.288 người, nên ta có phương trình:

$$2.000.000(1+x)^2 = 2.048.288 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - \frac{2.048.288}{2.000.000} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3}{250} \\ x_2 = \frac{-503}{250} \end{cases}$$

Nhận nghiệm $x_1 = \frac{3}{250} = 0,012 = 1,2\%$ và loại nghiệm $x_2 = \frac{-503}{250}$

Vậy, tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm của Hà Nội là 1,2 %.

Bài 5*: Bác An vay 10.000.000vnd của ngân hàng để làm kinh tế. Trong một năm đầu bác chưa trả được nên số tiền lãi trong năm đầu được chuyển thành vốn để tính lãi năm sau. Sau 2 năm bác An phải trả là 11881000vnd. Hỏi lãi suất cho vay một năm là bao nhiêu phần trăm?

Gọi x (%) là số phần trăm lãi suất trong một năm ($x > 0$).

Số tiền ban đầu mà bác An đã vay là 10.000.000vnd

*Nên sau năm thứ nhất:

Số tiền gốc bác An phải trả là 10.000.000vnd

Số tiền lãi bác An phải trả là: $10.000.000x$ vnd

Số tiền bác An phải trả cả tiền gốc và tiền lãi là: $10.000.000 + 10.000.000x = 10.000.000(1+x)$

Do năm đầu, bác chưa có tiền trả, nên số tiền cần trả trong năm đầu tiên (gồm gốc và lãi) chuyển thành tiền gốc để tính lãi cho năm sau.

*Sau năm thứ hai bác An phải trả:

Số tiền gốc bác An phải trả là $10.000.000(1+x)$

Số tiền lãi bác An phải trả là $10.000.000(1+x)x$

Số tiền bác An phải trả cả tiền gốc và tiền lãi là:

$$10.000.000(1+x) + 10.000.000(1+x)x = 10.000.000(1+x)(1+x) = 10.000.000(1+x)^2$$

Theo đề, sau hai năm, bác An phải trả 11881000vnd, nên ta có phương trình:

$$10.000.000(1+x)^2 = 11.881.100 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - \frac{11.881.100}{10.000.000} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{9}{100} \\ x_2 = -\frac{209}{100} \end{cases}$$

Nhận nghiệm $x_1 = \frac{9}{100} = 0,9 = 9\%$ và loại nghiệm $x_2 = -\frac{209}{100}$

Vậy, lãi suất cho vay của Ngân hàng là 9 %.

Dạng 4. Bài toán về Công việc làm chung, làm riêng — Vòi nước chảy chung chảy riêng (quy về đơn vị)

+ Sản lượng = Năng suất $\times$ Thời gian.

+ Xem toàn bộ công việc là $1 = 100\%$.

+ Làm riêng trong x ngày thì xong việc, suy ra: Năng suất một ngày làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

+ Khi hai người làm chung thì sau n ngày sẽ xong việc, thì năng suất làm việc một ngày của hai người là:

$$\frac{1}{n}$$

+ Khi hai người này làm riêng:

Người thứ nhất làm xong trong x ngày, nên năng suất làm việc của người thứ nhất trong một ngày là $\frac{1}{x}$

Người thứ hai làm xong trong y ngày, nên năng suất làm việc của người thứ hai trong một ngày là $\frac{1}{y}$

Do đó, ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{n}$

Ví dụ minh họa 6: Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội A làm được nhiều gấp rưỡi đội B. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu?

Hướng dẫn giải:

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thời gian hoàn thành công việc (ngày)	Năng suất làm việc trong 1 ngày
Hai đội	24	$\frac{1}{24}$
Đội A	X	$\frac{1}{x}$
Đội B	Y	$\frac{1}{y}$

Giải:

Gọi x (ngày) là số ngày để đội A một mình hoàn thành công việc; y (ngày) là số ngày để đội B một mình hoàn thành công việc. Điều kiện ($x > 24; y > 24$)

Khi hai đội làm riêng:

Mỗi ngày : Đội A làm được: $\frac{1}{x}$ công việc

Đội B làm được: $\frac{1}{y}$ công việc

Do mỗi ngày, phần việc đội A làm được nhiều gấp rưỡi đội B nên ta có phương trình

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} \cdot 1,5 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \quad (1)$$

Khi hai đội làm chung: mỗi ngày cả hai đội làm chung được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ công việc

Hai đội làm chung trong 24 ngày thì xong công việc, nên mỗi ngày 2 đội cùng làm thì được $\frac{1}{24}$ công

việc. Do đó, ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \quad (2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} = 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy đội A làm một mình trong 40 ngày thì hoàn thành toàn bộ công việc. Đội B làm một mình trong 60 ngày thì hoàn thành toàn bộ công việc.

Ví dụ minh họa 7: Hai đội xây dựng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày.

Nhưng làm chung được 8 ngày thì đội I được điều động đi làm việc khác. Tuy chỉ còn một mình đội II làm việc, do cải tiến cách làm tăng năng suất của đội lên gấp đôi. Nên họ đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi đội làm một mình thì phải trong bao nhiêu ngày mới hoàn thành xong công việc.

Hướng dẫn giải:

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thời gian hoàn thành công việc (ngày)	Năng suất làm việc trong 1 ngày
Hai đội làm chung	12	$\frac{1}{12}$

Đội I	X	$\frac{1}{x}$
Đội II	Y	$\frac{1}{y}$

Gọi x (ngày) là số ngày để đội I một mình hoàn thành công việc; y (ngày) là số ngày để đội II một mình hoàn thành công việc. Điều kiện ($x > 12$; $y > 12$)

Do đó, mỗi ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ công việc, và mỗi ngày đội II làm được $\frac{1}{y}$ công việc

Khi hai đội làm chung, mỗi ngày cả hai đội làm được : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ công việc

Hai đội làm chung trong 12 ngày thì xong công việc, nên mỗi ngày 2 đội cùng làm được $\frac{1}{12}$ công việc. Do

đó, ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1)

Khi hai đội làm chung trong 8 ngày được $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ công việc suy ra: $8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{2}{3}$ do cải tiến cách làm

năng suất của đội II tăng gấp đôi, nên mỗi ngày đội hai làm được $\frac{2}{y}$ công việc. Và họ làm xong phần việc

còn lại 3,5 ngày nên $\frac{2}{y} \cdot 3,5 = \frac{1}{3}$ Vậy ta có phương trình $8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{2}{y} \cdot \frac{7}{2} = 1$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ 8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{2}{y} \cdot \frac{7}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{7}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 28 \\ y = 41 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy với năng suất ban đầu, đội I làm một mình trong 28 ngày thì hoàn thành toàn bộ công việc. Đội II làm một mình trong 41 ngày thì hoàn thành toàn bộ công việc.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng vôi nước

Bài 1: Hai vòi nước chảy vào một bể nước cạn thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ mới đầy bể. Hỏi nếu mở riêng mỗi vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu.

Bài 2: Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì bể sẽ đầy trong 1 giờ 20 phút. Nếu mở vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể. Hỏi nếu mở riêng mỗi vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu.

Bài 3: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 1 giờ 30 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai cho chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu sẽ đầy bể.

Bài 4: Hai vòi nước chảy vào một bể cạn thì bể sẽ đầy sau 1 giờ 12 phút. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 30 phút và vòi thứ hai chảy trong 45 phút thì đầy $\frac{17}{36}$ bể. Hỏi nếu chảy một mình thì mỗi vòi chảy bao lâu mới đầy bể.

Dạng cùng làm chung công việc

Bài 5: Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội 1 làm gấp rưỡi đội 2. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu.

Bài 6: Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Bài 7: Hai đội xây dựng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Nhưng khi làm chung được 8 ngày thì đội I được điều động đi làm việc khác. Tuy chỉ còn một mình đội II làm việc, nhưng do cải tiến cách làm, năng suất của đội II tăng lên gấp đôi nên họ đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình trong bao lâu để xong công việc.

Bài 8: Hai người thợ cùng xây một bức tường trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì hai người làm được $\frac{3}{4}$ bức tường. Hỏi mỗi người làm một mình trong bao lâu thì xây xong bức tường.

Bài 9: Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày, sau đó có thêm người thứ hai đến làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người nếu làm một mình thì mất bao lâu để xong việc.

Bài 10: Hai cần cẩu lớn bốc vỡ một lô hàng ở Cảng Chân Mây. Sau 3 giờ thì có thêm 5 cần cẩu bé (có công suất nhỏ hơn) cùng làm việc. Cả 7 cần cẩu cùng làm việc 3 giờ nữa thì xong. Hỏi mỗi cần cẩu làm việc một mình thì bao lâu sẽ xong việc? Biết rằng nếu cả 7 cần cẩu cùng làm việc từ đầu thì trong 4 giờ sẽ xong việc.

Bài 11: Hai tổ công nhân cùng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 6 giờ. Nhưng khi làm chung trong 5 giờ thì tổ II được điều động đi làm việc khác. Do cải tiến cách làm, năng suất của tổ I tăng 1,5 lần. Nên tổ I đã hoàn thành phần công việc còn lại trong 2 giờ. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi tổ làm một mình thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng vòi nước

Bài 1:

Hai vòi chảy hết $4\frac{4}{5}$ giờ = $\frac{24}{5}$ giờ thì đầy bể

Vòi 1 chảy 9 giờ + cả hai vòi chảy trong $\frac{6}{5}$ giờ thì đầy bể.

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thời gian chảy đầy bể (giờ)	Năng suất làm đầy bể trong 1 giờ (bể)
Vòi 1	x	$\frac{1}{x}$
Vòi 2	y	$\frac{1}{y}$
Cả hai vòi	$\frac{24}{5}$	$\frac{5}{24}$

Giải:

Gọi x (giờ) là thời gian để riêng vòi 1 chảy đầy bể, và y (giờ) là thời gian để riêng vòi 2 chảy đầy bể. Điều kiện $\left(x > \frac{24}{5}; y > \frac{24}{5}\right)$

Khi mỗi vòi chảy riêng, thì mỗi giờ :

Vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ bể

Vòi 2 chảy được: $\frac{1}{y}$ bể

Khi hai vòi chảy chung, mỗi giờ chúng chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

* Theo đề, khi hai vòi cùng chảy hết $\frac{24}{5}$ giờ thì đầy bể, nên 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{5}{24}$ bể, ta có

phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$ (1)

* Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ mới đầy bể:

Trong 9 giờ đầu vòi thứ nhất chảy được $\frac{9}{x}$ bể

Trong $\frac{6}{5}$ giờ tiếp theo có thêm vòi 2 chảy được $\frac{6}{5} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ thì đầy bể, nên ta có phương trình

$$\frac{9}{x} + \frac{6}{5} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{9}{x} + \frac{6}{5} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{9}{x} + \frac{6}{5} \left(\frac{5}{24} \right) = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy vòi 1 chảy riêng sau 12 giờ sẽ đầy bể.

Vòi 2 chảy riêng sau 8 giờ sẽ đầy bể.

Bài 2:

Hai vòi chảy hết 1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ thì đầy bể

Vòi 1 chảy trong 10 phút = $\frac{1}{6}$ giờ và vòi 2 chảy trong 12 phút = $\frac{1}{5}$ giờ thì được $\frac{2}{15}$ bể

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thời gian chảy đầy bể (giờ)	Năng suất làm đầy bể trong 1 giờ (bể)
Vòi 1	x	$\frac{1}{x}$
Vòi 2	y	$\frac{1}{y}$

Cả hai vòi	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$
------------	---------------	---------------

Giải:

Gọi x (giờ) là thời gian để riêng vòi 1 chảy đầy bể, và y (giờ) là thời gian để riêng 2 vòi chảy đầy bể. Điều kiện $\left(x > \frac{4}{3}, y > \frac{4}{3}\right)$

Khi mỗi vòi chảy riêng, thì mỗi giờ :

Vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ bể

Vòi 2 chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Khi hai vòi chảy chung, mỗi giờ chúng chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

* Theo đề, khi hai vòi cùng chảy hết $\frac{4}{3}$ giờ thì đầy bể, nên 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể, ta có

phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$ (1)

* Nếu mở vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể:

Trong 10 phút vòi thứ nhất chạy được $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{x}\right)$ bể, trong 12 phút vòi 2 chảy được $\frac{1}{5}\left(\frac{1}{y}\right)$ thì đầy $\frac{2}{15}$ bể,

nên ta có phương trình $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{2}{15}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{6}\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{2}{15} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vòi 1 chảy riêng sau 2 giờ sẽ đầy bể.

Vòi 2 chảy riêng sau 4 giờ sẽ đầy bể.

Bài 3:

Hai vòi cùng chảy vào bể cạn hết 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ thì đầy bể

Vòi 1 chảy trong 15 phút = $\frac{1}{4}$ giờ rồi đóng lại và mở vòi 2 chảy trong 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ thì được $\frac{1}{5}$ bể

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thời gian chảy đầy bể (giờ)	Năng suất làm đầy bể trong 1 giờ (bể)
Vòi 1	x	$\frac{1}{x}$
Vòi 2	y	$\frac{1}{y}$
Cả 2 vòi	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$

Giải:

Gọi x (giờ) là thời gian để riêng vòi 1 chảy đầy bể, và y (giờ) là thời gian để riêng vòi 2 chảy đầy bể. Điều kiện $\left(x > \frac{3}{2}, y > \frac{3}{2}\right)$

Khi mỗi vòi chảy riêng, thì mỗi giờ :

Vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ bể

Vòi 2 chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Khi hai vòi chảy chung, mỗi giờ chúng chảy được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

* Theo đề, khi hai vòi cùng chảy hết $\frac{3}{2}$ giờ thì đầy bể, nên 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{2}{3}$ bể, ta có phương

trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$ (1)

* Nếu mở vòi 1 chảy trong 15 phút = $\frac{1}{4}$ giờ rồi đóng lại và mở vòi 2 chảy trong 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ thì được $\frac{1}{5}$ bể

Vòi 1 chảy trong 15 phút = $\frac{1}{4}$ giờ thì chảy được $\frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} \right)$; Vòi 2 chảy trong 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ thì được

$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{y} \right)$, nên ta có phương trình $\frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{y} \right) = \frac{1}{5}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{4}{15} \\ \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ (thoả mãn điều kiện)}$$

KL: Vậy vòi 1 chảy riêng sau $\frac{15}{4} = 3$ giờ 45 phút sẽ đầy bể.

Vòi 2 chảy riêng sau $\frac{5}{2} = 2$ giờ 30 phút sẽ đầy bể.

Bài 4:

Hai vòi cùng chảy vào bể cạn hết 1 giờ 12 phút $= \frac{6}{5}$ giờ thì đầy bể .

Vòi 1 chảy trong 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ và vòi 2 chảy trong 45 phút $= \frac{3}{4}$ giờ thì được $\frac{17}{36}$ bể

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thời gian chảy đầy bể (giờ)	Năng suất làm đầy bể trong 1 giờ (bể)
Vòi	x	$\frac{1}{x}$
Vòi 2	y	$\frac{1}{y}$
Cả 2 vòi	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{6}$

Giải:

Gọi x (giờ) là thời gian để riêng vòi 1 chảy đầy bể, và y (giờ) là thời gian để riêng vòi 2 chảy đầy bể. Điều

kiện $\left(x > \frac{6}{5}, y > \frac{6}{5}\right)$

Khi mỗi vòi chảy riêng, thì mỗi giờ:

Vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ bể

Vòi 2 chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Khi hai vòi chảy chung, mỗi giờ chúng chảy được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

* Theo đề, khi hai vòi cùng chảy hết $\frac{6}{5}$ giờ thì đầy bể, nên 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{5}{6}$ bể, ta có

phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \quad (1)$

* Nếu Vòi 1 chảy trong 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ và vòi 2 chảy trong 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ thì được $\frac{17}{36}$ bể

Vòi 1 chảy trong 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ chảy được $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} \right)$, vòi 2 chảy trong 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ thì được $\frac{3}{4} \left(\frac{1}{y} \right)$

nên ta có phương trình $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{y} \right) = \frac{17}{36} \quad (2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{y} \right) = \frac{17}{36} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{11}{18} \\ \frac{1}{y} = \frac{2}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{11} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

KL: Vậy vòi 1 chảy riêng sau $\frac{18}{11}$ giờ sẽ đầy bể.

Vòi 2 chảy riêng sau $\frac{9}{2} = 4$ giờ 30 phút sẽ đầy bể.

Dạng cùng làm chung công việc

Bài 5:

Gọi x (ngày) là thời gian để đội thứ nhất làm riêng và làm xong công việc, và y (ngày) là thời gian để đội thứ hai làm riêng và làm xong công việc. Điều kiện ($x > 24$; $y > 24$)

Khi mỗi đội làm riêng thì mỗi ngày đội một làm được: $\frac{1}{x}$ công việc, đội hai làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Theo đề, năng suất đội một gấp rưỡi đội hai: $\frac{1}{x} = 1,5 \frac{1}{y} \quad (1)$

Cả hai đội cùng làm trong 24 ngày thì xong, nên mỗi ngày cả hai đội làm được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = 1,5 \frac{1}{y} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy nếu mỗi đội làm riêng thì đội 1 cần 40 ngày để làm xong công việc, đội hai cần 60 ngày để làm xong công việc.

Bài 6:

Gọi x (giờ) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc, và y (giờ) là thời gian để người thứ hai làm riêng và làm xong công việc. Điều kiện ($x > 16$; $y > 16$)

Khi người thứ nhất làm riêng thì mỗi giờ làm được: $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai làm riêng thì mỗi giờ làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Khi làm chung:

Hai người làm chung trong 16 giờ thì xong công việc, nên cả hai người làm trong 1 giờ được $\frac{1}{16}$ giờ, ta

có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$ (1)

Khi làm riêng:

Người thứ nhất làm trong 3 giờ làm được $3\left(\frac{1}{x}\right)$ công việc

Người thứ hai làm trong 6 giờ làm được $6\left(\frac{1}{y}\right)$ công việc

Khi đó cả hai người làm được $25\% = \frac{1}{4}$ công việc: $3\left(\frac{1}{x}\right) + 6\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1}{4}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ 3\left(\frac{1}{x}\right) + 6\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy nếu mỗi người làm riêng thì người thứ nhất cần 24 giờ, và người thứ hai cần 48 giờ để hoàn thành công việc.

Bài 7:

Gọi x (ngày) là thời gian để đội thứ nhất làm riêng và làm xong công việc theo dự định, và y (ngày) là thời gian để đội thứ hai làm riêng và làm xong công việc theo dự định. Điều kiện ($x > 24$; $y > 24$)

Khi mỗi đội làm riêng thì mỗi ngày đội một làm được: $\frac{1}{x}$ công việc, đội hai làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Theo đề, hai đội làm chung trong 12 ngày thì xong việc, nên mỗi ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1)

Thực tế:

Trong 8 ngày đầu cả hai đội làm được $8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ công việc

Trong 3,5 ngày tiếp theo, đội 2 cải tiến kĩ thuật nâng cao năng suất tăng gấp đôi $2\left(\frac{1}{y}\right)$ nên làm được

$3,5.2\left(\frac{1}{y}\right)$ công việc

Ta có phương trình: $8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 3,5.2\left(\frac{1}{y}\right) = 1$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ 8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 3,5.2\left(\frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy nếu mỗi đội làm riêng (năng suất không đổi) thì đội 1 cần 28 ngày để làm xong công việc, đội hai cần 21 ngày để làm xong công việc.

Bài 8:

Gọi x (giờ) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc, và y (giờ) là thời gian để người thứ hai làm riêng và làm xong công việc. Điều kiện $\left(x > \frac{36}{5}, y > \frac{36}{5}\right)$

Khi người thứ nhất làm riêng thì mỗi giờ làm được: $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai làm riêng thì mỗi giờ làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Khi làm chung:

Hai người làm chung trong 7 giờ 12 phút = $\frac{36}{5}$ giờ thì xong công việc, nên mỗi giờ cả hai người làm được $\frac{5}{36}$ công việc: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36}$ (1)

Khi làm riêng:

Người thứ nhất làm trong 5 giờ làm được: $5\left(\frac{1}{x}\right)$ công việc

Người thứ hai làm trong 6 giờ làm được: $6\left(\frac{1}{y}\right)$ công việc

Khi đó cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc: $5\left(\frac{1}{x}\right) + 6\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ 5\left(\frac{1}{x}\right) + 6\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy nếu mỗi người làm riêng thì người thứ nhất cần 12 giờ, và người thứ hai cần 18 giờ để hoàn thành công việc.

Bài 9:

Gọi x (ngày) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc, và y (ngày) là thời gian để người thứ hai làm riêng và làm xong công việc. Điều kiện ($x > 4, y > 4$)

Khi người thứ nhất làm riêng thì mỗi ngày làm được: $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai làm riêng thì mỗi ngày làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Khi làm chung:

Hai người làm chung trong 4 ngày thì xong công việc, nên mỗi ngày cả hai người làm được $\frac{1}{4}$ công việc:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

Khi làm riêng;

Người thứ nhất làm trong $9 + 1 = 10$ ngày làm được $10\left(\frac{1}{x}\right)$ công việc

Người thứ hai làm trong 1 ngày làm được : $\frac{1}{y}$ công việc

Khi đó cả hai người làm xong công việc nên: $10\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{y} = 1 \quad (2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ 10\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là: $\begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy nếu mỗi người làm riêng thì người thứ nhất cần 12 ngày, và người thứ hai cần 6 ngày để hoàn thành công việc.

Bài 10:

Gọi x (giờ) là thời gian để một cần cẩu lớn làm riêng và làm xong công việc, và y (giờ) là thời gian để một cần cẩu bé làm riêng và làm xong công việc. Điều kiện ($x > 4$; $y > 4$)

Khi một cần cẩu lớn làm riêng thì trong 1 giờ sẽ làm được: $\frac{1}{x}$ công việc

Khi một cần cẩu bé làm riêng thì trong 1 giờ sẽ làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Trường hợp 1: Có 2 cần cẩu lớn làm trong 3 giờ, sau đó có thêm 5 cần cẩu bé làm trong 3 giờ nữa thì xong việc.

Trong 3 giờ đầu có 2 cần cẩu lớn làm việc $3\left(2\frac{1}{x}\right)$ công việc

Trong 3 giờ tiếp theo có 2 cần cẩu lớn và 5 cần cẩu bé làm việc: $3\left(2\frac{1}{x} + 5\frac{1}{y}\right)$

Ta có phương trình: $3\left(2\frac{1}{x}\right) + 3\left(2\frac{1}{x} + 5\frac{1}{y}\right) = 1 \quad (1)$

Trường hợp 2: cả 7 cần cẩu cùng làm việc từ đầu thì trong 4 giờ sẽ xong việc.

Ta có phương trình $4\left(2\frac{1}{x}+5\frac{1}{y}\right)=1(2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\left(2\frac{1}{x}\right)+3\left(2\frac{1}{x}+5\frac{1}{y}\right)=1 \\ 4\left(2\frac{1}{x}+5\frac{1}{y}\right)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12\left(\frac{1}{x}\right)+15\left(\frac{1}{y}\right)=1 \\ 8\left(\frac{1}{x}\right)+20\left(\frac{1}{y}\right)=1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x=24 \\ y=30 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy nếu một cần cẩu lớn làm một mình trong 24 giờ sẽ xong việc. Một cần cẩu bé làm một mình trong 30 giờ sẽ xong việc.

Bài 11:

Gọi x (giờ) là thời gian để tổ thứ nhất làm riêng và làm xong công việc, và y (giờ) là thời gian để tổ thứ hai làm riêng và làm xong công việc. Điều kiện ($x > 6$; $y > 6$)

Năng suất làm việc của tổ thứ nhất mỗi giờ làm được: $\frac{1}{x}$ công việc, năng suất làm việc của tổ thứ hai mỗi giờ làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Theo dự định: Hai đội làm chung trong 6 giờ thì xong công việc, nên mỗi giờ cả hai người làm được $\frac{1}{6}$

công việc: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}(1)$

Thực tế: Cả hai tổ làm chung trong 5 giờ làm được: $5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ công việc

Khi chỉ còn tổ thứ nhất (năng suất tăng 1,5 lần) làm trong 2 giờ làm được: $2\left(1,5 \cdot \frac{1}{y}\right)$ công việc

Khi đó ta có phương trình: $5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 2\left(1,5 \cdot \frac{1}{y}\right) = 1(2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 2\left(1,5 \cdot \frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 5\left(\frac{1}{x}\right) + 8\left(\frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x=18 \\ y=9 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy nếu mỗi tổ làm riêng theo năng suất ban đầu thì tổ thứ nhất cần 18 giờ để hoàn thành công việc, tổ thứ hai cần 9 giờ để hoàn thành công việc.

Dạng 5. Bài toán có liên quan đến nội dung hình học

+ Diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2}xy$ (x là cạnh đáy, y là đường cao).

+ Diện tích tam giác vuông $S = \frac{1}{2}xy$ với x và y là độ dài hai cạnh góc vuông. Độ dài cạnh huyền

$z^2 = x^2 + y^2$ (z là độ dài cạnh huyền).

+ Diện tích hình chữ nhật $S = xy$ (x là chiều rộng, y là chiều dài)

+ Diện tích hình vuông $S = x^2$ (x là độ dài cạnh hình vuông)

+ Diện tích hình thang: $S = \frac{1}{2}h(x + y)$ (x là độ dài đáy bé, y là độ dài đáy lớn, h là chiều cao hình thang).

+ Đa giác có n đỉnh thì có số đường chéo là: $\frac{n(n-3)}{2}$

Ví dụ minh hoạ 8: Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80 m, nếu tăng chiều dài thêm 3m, tăng chiều rộng thêm 5m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195 m². Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Hướng dẫn giải:

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thực tế	Khi có thay đổi
Chiều dài	x	$x + 3$
Chiều rộng	y	$y + 5$
Chu vi	$2(x + y) = 80$	
Diện tích	$x.y$	$(x + 3)(y + 5) = x.y + 195$

Giải:

Gọi x (mét) là chiều dài của mảnh đất; y (mét) là chiều rộng mảnh đất. Điều kiện ($x > y > 0$)

Thực tế: Chu vi mảnh đất bằng 80 m, ta có phương trình $2(x + y) = 80$ (1)

Diện tích mảnh đất: xy (m²)

Khi kích thước thay đổi: chiều dài tăng thêm 3m, chiều rộng tăng thêm 5m.

Diện tích mảnh đất mới tăng thêm 195 m² so với kích thước ban đầu là: $(x + 3)(y + 5) = xy + 195$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(x+y) = 80 \\ (x+3)(y+5) = xy + 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 40 \\ xy + 5x + 3y + 15 = xy + 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 40 \\ 5x + 3y = 180 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy chiều dài mảnh đất hình chữ nhật là 30m.

Chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là 10m.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng thêm bớt chiều dài cạnh của các hình hình học

Bài 1: Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam vuông. Biết nếu tăng mỗi cạnh lên 3cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng lên 36cm^2 , và nếu một cạnh giảm đi 2cm, cạnh kia giảm 4cm thì diện tích của tam giác đó giảm đi 26cm^2 .

Bài 2: Nhà bạn Đào có một mảnh vườn trồng cà chua. Vườn được làm thành nhiều luống để trồng cà chua, biết số cây trong mỗi luống bằng nhau. Đào tính rằng: nếu tăng thêm 8 luống rau nhưng mỗi luống trồng ít đi 3 cây thì tổng số cây trong vườn giảm đi 54 cây. Nếu giảm đi 4 luống, nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì tổng số cây trong vườn sẽ tăng thêm 32 cây. Hỏi vườn nhà Đào trồng bao nhiêu cây cà chua.

Bài 3: Sân trường của trường Trần Phú là hình chữ nhật có chu vi 340m. Biết 3 lần chiều dài lớn hơn 4 lần chiều rộng là 20 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Bài 4: Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80m. Nếu tăng chiều dài thêm 3m, và tăng chiều rộng thêm 5m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Bài 5: Một thửa ruộng hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 2m và chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng 100m^2 . Nếu chiều dài và chiều rộng cùng giảm 2m thì diện tích giảm đi 68m^2 . Tính diện tích thửa ruộng đó.

Bài 6: Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài và chiều rộng lên 5m thì diện tích hình chữ nhật tăng 225m^2 . Nếu tăng chiều rộng lên 2m và giảm chiều dài 5m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng thêm bớt chiều dài cạnh của các hình hình học

Bài 1:

Gọi x và y (cm) là độ dài hai cạnh góc vuông. Điều kiện ($x > 4, y > 4$)

Diện tích tam giác: $\frac{1}{2}xy(\text{cm}^2)$

Khi kích thước thay đổi:

+ Tăng mỗi cạnh thêm 3cm, diện tích tam giác mới là $\frac{1}{2}(x+3)(y+3)$

Diện tích mảnh đất mới tăng thêm 36 cm^2 so với kích thước ban đầu là: $\frac{1}{2}(x+3)(y+3) = \frac{1}{2}xy + 36(1)$

+ Nếu một cạnh giảm đi 2cm, cạnh kia giảm 4cm, diện tích tam giác mới là: $\frac{1}{2}(x-2)(y-4)$

Diện tích của tam giác khi đó giảm đi 26cm^2 so với kích thước ban đầu $\frac{1}{2}(x-2)(y-4) = \frac{1}{2}xy - 26(2)$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+3)(y+3) = \frac{1}{2}xy + 36 \\ \frac{1}{2}(x-2)(y-4) = \frac{1}{2}xy - 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 63 \\ 2x + y = 30 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 12 \\ y = 9 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy kích thước ban đầu của hai cạnh của tam giác vuông là 12cm và 9cm.

Bài 2:

Gọi x là số luống trồng cây, và y là số cây trên mỗi luống. Điều kiện ($x > 4, y > 54$)

Số cây có thể trồng trên mảnh vườn hiện tại là: xy (cây)

Khi có sự thay đổi:

Trường hợp 1:

Nếu tăng thêm 8 luống rau: $x + 8$ (luống)

Mỗi luống trồng ít đi 3 cây: $y - 3$ (cây)

Tổng số cây trong vườn: $(x+8)(y-3)$ giảm 54 cây so với số cây ban đầu, nên ta có

$$(x+8)(y-3) = xy - 54(1)$$

Trường hợp 2:

Nếu giảm 4 luống rau: $x - 4$ (luống)

Mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây: $y + 2$ (cây)

Tổng số cây trong vườn $(x-4)(y+2)$ tăng 32 cây so với số cây ban đầu, nên ta có phương trình

$$(x-4)(y+2) = xy + 32(2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+8)(y-3) = xy - 54 \\ (x-4)(y+2) = xy + 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 8y = -30 \\ 2x - 4y = 40 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 50 \\ y = 15 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Tổng số cây cà chua ban đầu trên mảnh vườn là $50.15 = 750$ cây

Bài 3:

Gọi x (m) là kích thước chiều dài và y (m) là kích thước chiều rộng của sân trường hình chữ nhật. Điều kiện ($x > 0, y > 0$)

Chu vi của sân trường là 340m nên ta có phương trình $2(x + y) = 340$ (1)

Ba lần chiều dài lớn hơn bốn lần chiều rộng là 20m: $3x - 4y = 20$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 340 \\ 3x - 4y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 170 \\ 3x - 4y = 20 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 100 \\ y = 70 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Sân trường hình chữ nhật có chiều dài 100m và chiều rộng là 70m.

Bài 4:

Gọi x (m) là kích thước chiều dài và y (m) là kích thước chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật. Điều kiện ($x > 0, y > 0$)

Chu vi của mảnh đất là 80m nên ta có phương trình $2(x + y) = 80$ (1)

Diện tích ban đầu của mảnh đất là xy (m^2).

Tăng chiều dài thêm 3m: $(x + 3)$, và tăng chiều rộng thêm 5m: $(y + 5)$ thì diện tích của mảnh đất $(x + 3)(y + 5)$ tăng thêm $195m^2$ so với ban đầu, nên ta có phương trình: $(x + 3)(y + 5) = xy + 195$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 80 \\ (x + 3)(y + 5) = xy + 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ xy + 5x + 3y + 15 = xy + 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 3y = 180 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 30m và chiều rộng là 10m.

Bài 5:

Gọi x (m) là kích thước chiều dài và y (m) là kích thước chiều rộng của thửa ruộng hình chữ nhật. Điều kiện ($x > 2, y > 2$)

Diện tích ban đầu của thửa ruộng là xy (m^2).

Tăng chiều dài thêm 2m: $(x + 2)$ và tăng chiều rộng thêm 3m: $(y + 3)$ thì diện tích của thửa ruộng là $(x + 2)(y + 3)$ tăng thêm $100m^2$ so với ban đầu, nên ta có phương trình: $(x + 2)(y + 3) = xy + 100$ (1)

Giảm chiều dài đi 2m: $(x - 2)$, và giảm chiều rộng đi 2m: $(y - 2)$ thì diện tích của thửa ruộng là $(x - 2)(y - 2)$ giảm đi $68m^2$ so với ban đầu, nên ta có phương trình $(x - 2)(y - 2) = xy - 68$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x + 2)(y + 3) = xy + 100 \\ (x - 2)(y - 2) = xy - 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + 3x + 2y + 6 = xy + 100 \\ xy - 2x - 2y + 4 = xy - 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 94 \\ -2x - 2y = -72 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 22 \\ y = 14 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài 22m và chiều rộng là 14m.

Bài 6:

Chú ý: Trong bài này, đề yêu cầu tính chu vi hình chữ nhật, để tính chu vi ta cần biết chiều dài và chiều rộng của nó. Hơn nữa, nội dung bài toán cho biết sự thay đổi của kích thước hai cạnh của hình chữ nhật nên ta phải đặt ẩn là kích thước hai cạnh của hình chữ nhật.

Gọi x (m) là kích thước chiều dài và y (m) là kích thước chiều rộng của hình chữ nhật. Điều kiện ($x > 5, y > 0$)

Diện tích ban đầu của hình chữ nhật là: xy (m^2)

Tăng chiều dài thêm 5m: $(x + 5)$, và tăng chiều rộng thêm 5m: $(y + 5)$ thì diện tích của hình chữ nhật là $(x + 5)(y + 5)$ tăng thêm $225m^2$ so với ban đầu, nên ta có phương trình: $(x + 5)(y + 5) = xy + 225$ (1)

Tăng chiều rộng lên 2m: $(y + 2)$, và giảm chiều dài 5m: $(x - 5)$ thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi, nên ta có phương trình $(x - 5)(y + 2) = xy$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x + 5)(y + 5) = xy + 225 \\ (x - 5)(y + 2) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 200 \\ 2x - 5y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Sân trường hình chữ nhật có chiều dài 30m và chiều rộng là 10m.

Dạng 6. Bài toán có liên quan đến nội dung vật lý, hoá học

+ Công thức $V = \frac{m}{D}$ (V là thể tích dung dịch, m là khối lượng dịch, D là khối lượng riêng của dung dịch.)

+ Khối lượng nồng độ dung dịch = $\frac{\text{khối lượng chất tan}}{\text{khối lượng dung môi (m tổng)}}$

Ví dụ minh hoạ 9: Một dung dịch loại 1 chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác loại 2 chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?

Hướng dẫn giải:

Bảng phân tích tóm tắt:

	Thể tích (lít)	Lượng chất tan (axit nitric)	Nồng độ phần trăm
Dung dịch loại 1	x	$\frac{30}{100}x$	30%
Dung dịch loại 2	y	$\frac{55}{100}y$	55%
Dung dịch mới	100	50	50%
Phương trình	$x + y = 100$	$\frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50$	

Giải:

Gọi x là số lít dung dịch loại 1, và y là số lít dung dịch loại 2 cần để tạo ra dung dịch mới có tỉ lệ 50% axit nitric. (x, y > 0)

Lượng axit nitric chứa trong x lít dung dịch loại 1 là: $\frac{30}{100}x$

Lượng axit nitric chứa trong y lít dung dịch loại 2 là: $\frac{55}{100}y$

Dung dịch mới có thể tích 100 lít, với nồng độ 50% nên ta có các phương trình sau:

Tổng thể tích hai loại dung dịch dùng để pha chế: $x + y = 100$ (1)

Lượng axit nitric trong dung dịch mới: $\frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

KL: Vậy cần lấy 20 lít dung dịch loại 1 và 80 lít dung dịch loại 2 để pha chế được 100 lít dung dịch mới có nồng độ 50%.

Dạng 7. Bài toán khác

Ngoài các dạng toán đã nêu ở trên, chúng ta có thể gặp các dạng toán khác như: toán về độ tuổi, toán lãi suất ngân hàng, lãi vay ngân hàng, hoặc loại toán phân chia hàng hoá, phân chia đều,...

Với mỗi dạng đó, ta nên lập bảng phân tích hoặc lập sơ đồ (trong toán chuyển động) để dễ dàng nắm bắt và đưa ra các phương trình hợp lý, chính xác giúp cho việc giải toán dễ dàng, trình bày mạch lạc hơn.

Ví dụ minh họa 10: Có 12 chiếc bánh lớn cho 12 người ăn. Biết rằng mỗi người đàn ông có thể ăn hết 2 chiếc bánh, phụ nữ mỗi người ăn $\frac{1}{2}$ chiếc bánh, trẻ em mỗi người ăn $\frac{1}{4}$ chiếc bánh. Hỏi có bao nhiêu người đàn ông, bao nhiêu người phụ nữ và bao nhiêu trẻ em?

Hướng dẫn giải:

Bảng phân tích tóm tắt:

	Số lượng (người)	Số bánh mỗi người ăn được (chiếc)	Tổng số bánh ăn được
Đàn ông	x	2	2x
Phụ nữ	y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}y$
Trẻ em	z	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}z$
Phương trình	$x + y + z = 12$	$2x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}z = 12$	

Giải:

Gọi x, y, z lần lượt là số đàn ông, phụ nữ, và trẻ em ($x, y, z \in \mathbb{N}, x, y, z > 0$)

Số bánh mà x người đàn ông ăn hết là : 2x

Số bánh mà y người phụ nữ ăn hết là: $\frac{1}{2}y$

Số bánh mà z trẻ em ăn hết là: $\frac{1}{4}z$

Do tổng số người là 12 người nên ta có phương trình $x + y + z = 12$ (1)

Tổng số bánh mà 12 người ăn là 12 chiếc bánh nên: $2x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}z = 12$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}z = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 12 \\ 8x + 2y + z = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 12 \\ 7x + y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 12 \\ y = 36 - 7x \end{cases}$$

Vì x, y, z là các số tự nhiên, và $y = 36 - 7x$ phải là số nguyên dương nên:

$$1 \leq 36 - 7x \leq 12 \Leftrightarrow -35 \leq -7x \leq -24 \Leftrightarrow \frac{24}{7} \leq x \leq 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow z = 6 \\ x = 4 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow z = 0 \end{cases}$$

Loại trường hợp $z = 0$, nhận nghiệm là $x = 5; y = 1; z = 6$

KL: Vậy có 5 người đàn ông, 1 phụ nữ và 6 trẻ em.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng dãy bàn - ghế

Bài 1: Trong phòng học có một số dãy bàn ghế dài. Nếu xếp mỗi dãy 3 học sinh thì 6 học sinh không có chỗ ngồi. Nếu xếp mỗi dãy 4 học sinh thì thừa một dãy. Hỏi lớp có bao nhiêu dãy bàn ghế và bao nhiêu học sinh.

Bài 2: Để sửa một ngôi nhà cần một số thợ làm việc trong thời gian quy định. Nếu giảm 3 người thì mất thêm 6 ngày để hoàn thành, nếu tăng thêm 2 người sẽ hoàn thành sớm hơn 2 ngày. Hỏi theo quy định thì cần bao nhiêu thợ và làm trong bao nhiêu ngày? Biết rằng khả năng lao động của mỗi công nhân đều như nhau.

Bài 3: Trong một phòng họp có một số ghế dài. Nếu xếp mỗi ghế 5 người thì có 9 người không có chỗ ngồi. Nếu xếp mỗi ghế 6 người thì thừa 1 ghế. Hỏi phòng họp có bao nhiêu ghế và bao nhiêu người dự họp?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng dãy bàn - ghế

Bài 1:

Gọi x là số dãy ghế và y là số học sinh có trong phòng học. Điều kiện ($x > 2; y > 6$)

Xếp mỗi dãy 3 học sinh thì 6 học sinh không có chỗ ngồi:

- + Số dãy ghế được sử dụng: x
- + Số học sinh ngồi trong mỗi dãy: 3
- + Số học sinh có chỗ ngồi: $3x$
- + Số học sinh không có chỗ ngồi: 6

Do đó tổng số học sinh có chỗ ngồi cộng với 6 học sinh không có chỗ ngồi bằng số học sinh có trong phòng học, nên ta có phương trình: $3x + 6 = y$ (1)

Xếp mỗi dãy 4 học sinh thì thừa một dãy.

+ Số dãy ghế được sử dụng: $x - 1$

+ Số học sinh ngồi trong mỗi dãy: 4

+ Số học sinh có chỗ ngồi: $4(x - 1)$

+ Số học sinh không có chỗ ngồi: 0

Do đó tất cả học sinh đều có chỗ ngồi, nên ta có phương trình $4(x - 1) = y$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 6 = y \\ 4(x - 1) = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = -6 \\ 4x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 36 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

KL: Vậy phòng học có 10 dãy ghế và 36 học sinh.

Bài 2:

Gọi x là số thợ cần thiết và y là số ngày để hoàn thành công việc theo quy định. Điều kiện ($x > 3; y > 2$)

Bảng phân tích số liệu:

Số thợ lao động	Số ngày làm	Tổng số công lao động
x	y	xy
$x - 3$	$y + 6$	$(x - 3)(y + 6)$
$x + 2$	$y - 2$	$(x + 2)(y - 2)$

Do khả năng lao động của mỗi người thợ đều như nhau nên: tổng số **công lao động** (năng suất lao động một ngày của 1 người thợ) để hoàn thành công việc là bằng nhau trong các trường hợp.

+ Tổng số công lao động ban đầu với x người thợ và y ngày làm: xy

+ Tổng số công lao động khi giảm 3 thợ và số ngày lao động tăng 6 ngày là: $(x - 3)(y + 6)$ nên ta có phương trình: $(x - 3)(y + 6) = xy$ (1)

+ Tổng số công lao động khi tăng 2 thợ và số ngày lao động giảm 2 ngày là: $(x + 2)(y - 2)$ nên ta có phương trình: $(x + 2)(y - 2) = xy$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x - 3)(y + 6) = xy \\ (x + 2)(y - 2) = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy + 6x - 3y - 18 = xy \\ xy - 2x + 2y - 4 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 18 \\ -2x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

KL: Theo quy định cần 8 người thợ làm trong 10 ngày để làm xong công việc.

Bài 3:

Gọi x là số ghế và y là số người dự họp có mặt trong phòng. Điều kiện ($x > 1; y > 9$)

Xếp mỗi ghế 5 người thì có 9 người không có chỗ ngồi:

- + Số dãy ghế được sử dụng: x
- + Số người ngồi trong mỗi dãy: 5
- + Số người có chỗ ngồi : $5x$
- + Số người không có chỗ ngồi : 9

Do đó tổng số người có chỗ ngồi cộng với 9 người không có chỗ ngồi bằng tổng số người có mặt trong phòng họp, nên ta có phương trình: $5x + 9 = y$ (1) xếp mỗi ghế 6 người thì thừa 1 ghế.

- + Số dãy ghế được sử dụng: $x - 1$
- + Số người ngồi trong mỗi dãy: 6
- + Số người có chỗ ngồi $6(x - 1)$
- + Số người không có chỗ ngồi : 0

Do tất cả mọi người đều có chỗ ngồi, nên ta có phương trình $6(x - 1) = y$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x + 9 = y \\ 6(x - 1) = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - y = -9 \\ 6x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 84 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

KL: Vậy trong phòng họp có 15 dãy ghế và có 84 người dự họp.

B. TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN PHẢN XẠ

Câu 1. Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho là 63.

Tổng của số đã cho và số mới tạo thành 99. Tổng các chữ số của số đó là:

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.

Câu 2. Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho là 18.

Tổng của số đã cho và số mới tạo thành 66. Tổng các chữ số của số đó là:

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.

Câu 3. Cho một số có hai chữ số. Chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 5 . Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau ta được một số bằng $\frac{3}{8}$ số ban đầu. Tìm tích các chữ số của số ban đầu.

- A. 12 . B. 16 . C. 14 . D. 6 .

Câu 4. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50 km/h , rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45 km/h . Biết quãng đường tổng cộng độ dài 165 km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên đoạn đường AB .

- A. 2 giờ. B. 1,5 giờ. C. 1 giờ. D. 3 giờ.

Câu 5. Trên một cánh đồng cấy 60 ha lúa giống mới và 40 ha lúa giống cũ, thu hoạch được tất cả 460 tấn thóc. Hỏi năng suất lúa mới trên 1 ha là bao nhiêu, biết rằng 3 ha trồng lúa mới thu hoạch được ít hơn 4 ha trồng lúa cũ là 1 tấn.

- A. 5 tấn. B. 4 tấn. C. 6 tấn. D. 3 tấn.

Câu 6. Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, còn nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc ban đầu.

- A. 40 km/h . B. 35 km/h . C. 50 km/h . D. 60 km/h .

Câu 7. Một xe đạp dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến nơi sớm hơn dự định 1 giờ, còn nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 5 km thì đến nơi chậm mất 2 giờ. Tính vận tốc của xe lúc ban đầu.

- A. 8 km/h . B. 12 km/h . C. 10 km/h . D. 20 km/h .

Câu 8. Một cano chạy trên sông trong 7 giờ, xuôi dòng 108 km và ngược dòng 63 km . Một lần khác cũng trong 7 giờ cano xuôi dòng 81 km và ngược dòng 84 km . Tính vận tốc nước chảy.

- A. $4\text{km} / \text{h}$. B. $3\text{km} / \text{h}$. C. $2\text{km} / \text{h}$. D. $2,5\text{km} / \text{h}$.

Câu 9. Một chiếc cano đi xuôi dòng theo một khúc sông trong 3 giờ và đi ngược dòng trong 4 giờ, được 380km . Một lần khác cano này xuôi dòng trong 1 giờ

Và ngược dòng trong vòng 30 phút được 85km . Hãy tính vận tốc của dòng nước

(vận tốc thật của cano và vận tốc dòng nước ở hai lần là như nhau).

- A. $5\text{km} / \text{h}$. B. $3\text{km} / \text{h}$. C. $2\text{km} / \text{h}$. D. $2,5\text{km} / \text{h}$.

Câu 10. Hai người đi xe đạp xuất phát đồng thời từ hai thành phố cách nhau 38km . Họ đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Hỏi vận tốc của người thứ nhất, biết rằng đến khi gặp nhau, người thứ nhất đi được nhiều hơn người thứ hai 2km ?

- A. $7\text{km} / \text{h}$. B. $8\text{km} / \text{h}$. C. $9\text{km} / \text{h}$. D. $10\text{km} / \text{h}$.

Câu 11. Hai người đi xe máy xuất phát đồng thời từ hai thành phố cách nhau 225km . Họ đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ. Hỏi vận tốc của người thứ nhất, biết rằng vận tốc người thứ nhất lớn hơn người thứ hai $5\text{km} / \text{h}$?

- A. $40\text{km} / \text{h}$. B. $35\text{km} / \text{h}$. C. $45\text{km} / \text{h}$. D. $50\text{km} / \text{h}$.

Câu 12. Một khách du lịch đi trên ô tô 4 giờ, sau đó đi tiếp bằng tàu hỏa trong 7 giờ được quãng đường dài 640km . Hỏi vận tốc của tàu hỏa, biết rằng mỗi giờ tàu hỏa đi nhanh hơn ô tô 5km ?

- A. $40\text{km} / \text{h}$. B. $50\text{km} / \text{h}$. C. $60\text{km} / \text{h}$. D. $65\text{km} / \text{h}$.

Câu 13. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Nếu

vòi I chảy riêng trong 4 giờ, vòi II chảy riêng trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian vòi I một mình đầy bể.

- A. 6 giờ. B. 8 giờ. C. 10 giờ. D. 12 giờ.

Câu 14. Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau ngày. Hỏi nếu A làm một nửa công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

- A. 9 ngày. B. 18 ngày. C. 10 ngày. D. 12 ngày.

- A. $24 m^2$. B. $153 m^2$. C. $135 m^2$. D. $14 m^2$.

Câu 21. Một hình chữ nhật có chu vi $300 cm$. Nếu tăng chiều rộng thêm $5 cm$ và giảm chiều dài $5 cm$ thì diện tích tăng $275 cm^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

- A. $120 cm$ và $30 cm$. B. $105 cm$ và $45 cm$. C. $70 cm$ và $80 cm$. D. $90 cm$ và $60 cm$.

Câu 22. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách giá thứ nhất. Tính số sách trên giá thứ hai.

- A. 150 cuốn. B. 300 cuốn. C. 200 cuốn. D. 150 cuốn.

Câu 23. Nam có 360 viên bi trong hai hộp. Nếu Nam chuyển 30 viên từ hộp thứ hai sang hộp thứ nhất thì số viên bi ở hộp thứ nhất bằng $\frac{5}{7}$ số viên bi ở hộp thứ hai. Hỏi hộp thứ hai có bao nhiêu viên bi?

- A. 250 viên. B. 180 viên. C. 120 viên. D. 240 viên.

Câu 24. Trong một kì thi, hai trường A, B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả hai trường đó có 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% số học sinh trúng tuyển. Hỏi trường B có bao nhiêu học sinh.

- A. 200 học sinh. B. 150 học sinh. C. 250 học sinh. D. 225 học sinh.

Câu 25. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng $42 m$. Đường chéo hình chữ nhật dài $15 m$. Tính độ dài chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật.

- A. $10 m$. B. $12 m$. C. $9 m$. D. $8 m$.

Câu 26. Một mảnh đất hình chữ nhật có nửa chu vi bằng $34 m$. Đường chéo hình chữ nhật dài $26 m$. Tính chiều dài mảnh đất hình chữ nhật.

- A. $24 m$. B. $12 m$. C. $18 m$. D. $20 m$.

HƯỚNG DẪN

Câu 1. Đáp án A.

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}, a \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{N}^*, a, b \leq 9$

Đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới là $\overline{ba}$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \overline{ba} - \overline{ab} = 63 \\ \overline{ba} + \overline{ab} = 99 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\overline{ab} = 36 \\ \overline{ba} + \overline{ab} = 99 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{ab} = 18 \\ \overline{ba} = 81 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy số cần tìm là 18 nên tổng các chữ số là $1 + 8 = 9$.

Câu 2. Đáp án D.

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, $a \in \mathbb{N}^*$, $b \in \mathbb{N}$, $a, b \leq 9$.

Đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới là $\overline{ba}$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \overline{ba} - \overline{ab} = 18 \\ \overline{ba} + \overline{ab} = 66 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\overline{ab} = 48 \\ \overline{ba} + \overline{ab} = 66 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{ab} = 24 \\ \overline{ba} = 42 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy số cần tìm là 24 nên tổng các chữ số là $2 + 4 = 6$.

Câu 3. Đáp án C.

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, $a \in \mathbb{N}^*$, $b \in \mathbb{N}^*$, $a, b \leq 9$

Đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới là $\overline{ba}$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a - b = 5 \\ \overline{ba} = \frac{3}{8}\overline{ab} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 5 \\ b \cdot 10 + a = \frac{3}{8}(a \cdot 10 + b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 5 \\ 80b + 8(b + 5) = 30(b + 5) + 3b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 5 \\ 55b = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 7 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy số cần tìm là 72 nên tích các chữ số là $2 \cdot 7 = 14$.

Câu 4. Đáp án B.

Gọi thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường AB và BC lần lượt là x, y

($x > 0; y > 0,5$; đơn vị: giờ).

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 50x + 45y = 165 \\ y - x = 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 2 \end{cases} \quad (\text{Thỏa mãn})$$

Vậy thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là 1,5 giờ. Thời gian ô tô đi hết quãng đường BC là 2 giờ.

Câu 5. Đáp án A.

Gọi năng suất lúa mới và lúa cũ trên 1 ha lần lượt là x, y ($x, y > 0$) đơn vị: tấn/ha

Vì cấy 60 ha lúa giống mới và 40 ha lúa giống cũ, thu hoạch được tất cả 460 tấn thóc nên ta có

$$60x + 40y = 460$$

Vì 3 ha trồng lúa mới thu hoạch được ít hơn 4 ha trồng lúa cũ là 1 tấn nên ta có phương trình

$$4y - 3x = 1$$

Suy ra hệ phương trình
$$\begin{cases} 4y - 3x = 1 \\ 60x + 40y = 460 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -30x + 40y = 10 \\ 60x + 40y = 460 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy năng suất lúa mới trên 1 ha là 5 tấn.

Câu 6. Đáp án A.

Gọi vận tốc lúc đầu của xe là x (km / h; $x > 10$), thời gian theo dự định là y ($y > 3$) (giờ)

Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10km thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ nên ta có phương trình

$$(x + 10)(y - 3) = xy$$

Nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10km thì đến nơi chậm mất 5 giờ nên ta có phương trình

$$(x - 10)(y + 5) = xy$$

Suy ra hệ phương trình
$$\begin{cases} (x - 10)(y + 5) = xy \\ (x + 10)(y - 3) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 10y = 30 \\ 5x - 10y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy vận tốc ban đầu là $40\text{km} / \text{h}$.

Câu 7. Đáp án C.

Gọi vận tốc lúc đầu của xe x (km / h; $x > 10$), thời gian theo dự định là y ($y > 3$) (giờ)

Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10km thì đến nơi sớm hơn dự định 10km giờ nên ta có

phương trình $(x + 10)(y - 1) = xy$

Nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 5km thì đến nơi chậm mất 2 giờ nên ta có phương trình

$$(x - 5)(y + 2) = xy$$

Suy ra hệ phương trình
$$\begin{cases} (x + 10)(y - 1) = xy \\ (x - 5)(y + 2) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 10y = 10 \\ 2x - 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy vận tốc ban đầu là $10\text{km} / \text{h}$.

Câu 8. Đáp án B.

Gọi vận tốc thực của canô là x (km / h, $x > 0$), vận tốc dòng nước là y (km / h, $0 < y < x$).

Vận tốc cano khi xuôi dòng là $x + y$ (km / h) vận tốc cano khi ngược dòng là $x - y$ (km / h)

Canô chạy trên sông trong 7 giờ, xuôi dòng 108km và ngược dòng 63km nên ta có phương trình

$$\frac{108}{x+y} + \frac{63}{x-y} = 7.$$

Canô chạy trên sông trong 7 giờ canô xuôi dòng $81km$ và ngược dòng $84km$ nên ta có phương trình

$$\frac{81}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 7.$$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{108}{x+y} + \frac{63}{x-y} = 7 \\ \frac{81}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{432}{x+y} + \frac{252}{x-y} = 28 \\ \frac{243}{x+y} + \frac{252}{x-y} = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{27} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{21} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=27 \\ x-y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=24 \\ y=3 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy vận tốc dòng nước là $3km/h$.

Câu 9. Đáp án A.

Gọi vận tốc thực của canô là x (km/h, $x > 0$), vận tốc dòng nước là y (km/h, $0 < y < x$)

Vận tốc cano khi xuôi dòng là $x+y$ (km/h), vận tốc cano khi ngược dòng là $x-y$ (km/h)

Canô đi xuôi dòng theo một khúc sông trong 3 giờ và đi ngược dòng trong 4 giờ, được $380km$ nên ta có phương trình : $3(x+y) + 4(x-y) = 380$

Canô xuôi dòng trong 1 giờ và ngược dòng trong vòng 30 phút được $85km$ nên ta có phương trình

$$x+y + \frac{1}{2}(x-y) = 85$$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x+y) + 4(x-y) = 380 \\ x+y + \frac{1}{2}(x-y) = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-y=380 \\ 3x+y=170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x=550 \\ 3x+y=170 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=55 \\ y=5 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy vận tốc dòng nước là $5km/h$.

Câu 10. Đáp án D.

Gọi vận tốc của người thứ nhất và người thứ hai lần lượt là x, y (km/h, $x, y > 0$)

Quãng đường người thứ nhất đi được khi gặp nhau là $2x(km)$

Quãng đường người thứ hai đi được đến khi gặp nhau là $2y(km)$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 2y = 38 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 9 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của người thứ nhất là $10 (km / h)$.

Câu 11. Đáp án A.

Gọi vận tốc của người thứ nhất và người thứ hai lần lượt là x, y (km / h, $x > 5, y > 0$)
Quãng đường người thứ nhất đi được khi gặp nhau là $3x(km)$

Quãng đường người thứ hai đi được đến khi gặp nhau là $3y(km)$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 3y = 225 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 225 \\ 3x - 3y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 240 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 35 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của người thứ nhất là $40 (km / h)$.

Câu 12. Đáp án C.

Gọi vận tốc của tàu hỏa và ô tô lần lượt là x, y (km / h, $x > y > 0; x > 5$)

Vì khách du lịch đi trên ô tô 4 giờ, sau đó đi tiếp bằng tàu hỏa trong 7 giờ được quãng đường dài $640km$ nên ta có phương trình $7x + 4y = 640$

Và mỗi giờ tàu hỏa đi nhanh hơn ô tô $5km$ nên ta có phương trình $x - y = 5$

Suy ra hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 5 \\ 7x + 4y = 640 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ 7(y + 5) + 4y = 640 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 55 \\ x = 60 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc tàu hỏa là $60 km / h$.

Câu 13. Đáp án B.

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y ($x, y > \frac{24}{5}$) (đơn vị: giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút ($= \frac{24}{5} h$) bể đầy nên ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$$

Nếu vòi I chảy riêng trong 4 giờ, vòi II chảy riêng trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể nên ta có

phương trình $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$

Suy ra hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn).}$$

Vậy thời gian vòi I một mình đầy bể là 8 h.

Câu 14. Đáp án A.

Gọi thời gian A, B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y ($y > x > 6$ đơn vị : ngày).

Mỗi ngày các bạn A, B lần lượt làm được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ (công việc).

Vì hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày nên ta có :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1).$$

Do làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày nên ta có phương trình :

$$y - x = 9 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ y - x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 18 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy B hoàn thành cả công việc trong 18 ngày.

Suy ra sau khi A làm một mình xong nửa công việc rồi nghỉ, B hoàn thành công việc còn lại trong 9 ngày.

Câu 15. Đáp án A.

Gọi số dụng cụ cần làm của xí nghiệp 1 và xí nghiệp 2 lần lượt là : x, y ($x, y \in N^*, x, y < 360$, dụng cụ).

Số dụng cụ xí nghiệp 1 và xí nghiệp 2 làm được khi vượt mức lần lượt là $112\%x$ và $110\%y$ (dụng cụ).

Ta có hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 112\%x + 110\%y = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 160 \end{cases}$$

Vậy xí nghiệp 1 phải làm 200 dụng cụ, xí nghiệp 2 phải làm 160 dụng cụ.

Câu 16. Đáp án B.

Gọi số thóc năm ngoài thu được của cánh đồng thứ nhất là x (tấn) ($x > 0$)

Gọi số thóc năm ngoài thu được của cánh đồng thứ hai là y (tấn) ($y > 0$)

Năm ngoài, cả 2 cánh đồng thu hoạch được 500 tấn thóc nên ta có phương trình: $x + y = 500$ (1)

Năm nay, lượng lúa thu được trên cánh đồng thứ nhất tăng lên 30% so với năm ngoài, trên cánh đồng

thứ hai tăng 20% nên ta có phương trình: $x + \frac{30}{100}x + y + \frac{20}{100}y = 630 \Leftrightarrow \frac{130}{100}x + \frac{120}{100}y = 630$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 500 \\ \frac{130}{100}x + \frac{120}{100}y = 630 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{120}{100}x + \frac{120}{100}y = 600 \\ \frac{130}{100}x + \frac{120}{100}y = 630 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{100}x = 30 \\ x + y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ x + y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases} (TM).$$

Vậy lượng lúa thu được năm nay của cánh đồng thứ nhất là $300.1,3 = 390$ (tấn);

lượng lúa thu được năm nay của cánh đồng thứ hai là $200.1,2 = 240$ (tấn).

Câu 17. Đáp án B.

Gọi số sản phẩm tổ 1 và tổ 2 làm được trong tháng đầu lần lượt là

x, y ($x, y \in N^*, y < 800$, sản phẩm).

Số sản phẩm tổ 1 và tổ 2 làm được trong tháng hai là $112\%.x$ và $90\%.y$ sản phẩm

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 112\%.x + 90\%.y = 786 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ 112\%(800 - y) + 90\%.y = 786 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 500 \\ x = 300 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy số sản phẩm tổ 1 làm được trong tháng đầu là 300 sản phẩm.

Câu 18. Đáp án D.

Gọi chiều cao của tam giác là h , cạnh đáy tam giác là a . ($h, a \in N^*, a > 3, dm$).

Diện tích tam giác ban đầu là $\frac{1}{2}ah$ (dm^2)

Vì chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy nên ta có phương trình $h = \frac{3}{4}a$

Nếu chiều cao tăng thêm $3dm$ và cạnh đáy giảm đi $3dm$ thì diện tích của nó tăng thêm $12dm^2$

Nên ta có phương trình $\frac{1}{2}(h+3)(a-3) - \frac{1}{2}ah = 12$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} h = \frac{3}{4}a \\ \frac{1}{2}(h+3)(a-3) - \frac{1}{2}ah = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{3}{4}a \\ -\frac{3h}{2} + \frac{3a}{2} = \frac{33}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 44 \\ h = 33 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy chiều cao của tam giác bằng 44 dm , cạnh đáy tam giác bằng 33 dm .

Suy ra diện tích tam giác ban đầu là $\frac{1}{2}.44.33 = 726 \text{ (dm}^2\text{)}$.

Câu 19. Đáp án A.

Gọi chiều cao của tấm bìa là h , cạnh đáy tương ứng của tấm bìa là a ($h, a \in N^*, dm$); ($a > 2$)

Diện tích tam giác ban đầu là $\frac{1}{2}ah \text{ dm}^2$

Vì chiều cao bằng $\frac{1}{4}$ cạnh đáy nên ta có phương trình $h = \frac{1}{4}a$

Nếu chiều cao tăng thêm 2 dm và cạnh đáy giảm đi 2 dm thì diện tích của nó tăng thêm $2,5 \text{ dm}^2$

Nên ta có hươg $\frac{1}{2}(h+2)(a-2) - \frac{1}{2}ah = 2,5$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} h = \frac{1}{4}a \\ \frac{1}{2}(h+2)(a-2) - \frac{1}{2}ah = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{4}a \\ -2h + 2a - 4 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{4}a \\ -2 \cdot \frac{1}{4}a + 2a = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ h = 1,5 \end{cases} \text{ (tm)}.$$

Câu 20. Đáp án C.

Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật lần lượt là x, y ($24 > x > y > 0; m$)

Vì khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m nên ta có $(x+y).2 = 48$

Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m Nên ta có phương trình $(4y+3x).2 = 162$

Suy ra hệ hươg trình
$$\begin{cases} (x+y).2 = 48 \\ (4y+3x).2 = 162 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 24 \\ 3x+4y = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy diện tích khu vườn ban đầu là $15.9 = 135 \text{ m}^2$.

Câu 21. Đáp án B.

Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật lần lượt là x, y ($150 > x > y > 0; cm$)

Diện tích ban đầu của khu vườn là $x.y(cm^2)$

Vì khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $300 cm$ nên ta có $(x + y).2 = 300$

Nếu tăng chiều rộng thêm $5 cm$ và giảm chiều dài $5 cm$ thì diện tích tăng $275 cm^2$

Nên ta có phương trình $(x - 5)(y + 5) = xy + 275$

Suy ra hệ phương trình
$$\begin{cases} (x + y).2 = 300 \\ (x - 5)(y + 5) = xy + 275 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 150 \\ xy + 5x - 5y - 25 = xy + 275 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 150 \\ 5x - 5y = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 150 \\ x - y = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 105 \\ y = 45 \end{cases} (tm).$$

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu là $45 cm$

Chiều dài của hình chữ nhật ban đầu là $105 cm$

Câu 22. Đáp án A.

Gọi số sách trên hai giá lần lượt là x, y ($0 < x, y < 450$, cuốn).

Vì hai giá sách có 450 cuốn nên ta có phương trình $x + y = 450$ (cuốn)

Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ

nhất nên ta có phương trình $y + 50 = \frac{4}{5}(x - 50)$

Suy ra hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 450 \\ y + 50 = \frac{4}{5}(x - 50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 450 \\ \frac{4}{5}x - y = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 150 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số sách trên giá thứ nhất là 300 cuốn, số sách trên giá thứ hai là 150 cuốn.

Câu 23. Đáp án D.

Gọi số viên bi trong hộp thứ nhất và hộp thứ hai lần lượt là x, y ($0 < x, y < 360$, viên).

Vì Nam có 360 viên bi nên ta có phương trình $x + y = 360$ (viên bi)

Nếu Nam chuyển 30 viên bi từ hộp thứ hai sang hộp thứ nhất thì số viên bi ở hộp thứ nhất bằng $\frac{5}{7}$ số

viên bi ở hộp thứ hai nên ta có phương trình $x + 30 = \frac{5}{7}(y - 30)$

Suy ra hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ x + 30 = \frac{5}{7}(y - 30) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 360 \\ x - \frac{5}{7}y = -\frac{360}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12}{7}y = \frac{2880}{7} \\ x + y = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 240 \\ x = 120 \end{cases} (tm)$$

Vậy số viên bi ở hộp thứ nhất là 120 bi, số viên bi ở hộp thứ hai là 240 viên bi.

Câu 24. Đáp án B.

Gọi số học sinh dự thi của hai trường A, B lần lượt là x, y ($350 > x, y > 0$) (học sinh)

Vì hai trường A, B có tổng cộng 350 học sinh dự thi nên ta có phương trình $x + y = 350$ (học sinh)

Vì trường A có 97% và trường B có 96% số học sinh trúng tuyển và cả hai trường có 338 học sinh trúng tuyển nên ta có phương trình $97\%.x + 96\%.y = 338$

Suy ra hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 350 \\ 97\%.x + 96\%.y = 338 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350 - y \\ 97(350 - y) + 96y = 33800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 150 \\ x = 200 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy trường B có 150 học sinh dự thi.

Câu 25. Đáp án C.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật lần lượt là x, y ($21 > x > y > 0; m$)

Vì khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 42 m nên ta có $(x + y).2 = 42$

Đường chéo hình chữ nhật dài 15 m nên ta có phương trình $x^2 + y^2 = 15^2$

$$\text{Suy ra hệ phương trình } \begin{cases} (x + y).2 = 42 \\ x^2 + y^2 = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 21 \\ x^2 + y^2 = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 21 - x \\ x^2 + (21 - x)^2 = 225 \end{cases} (1)$$

Giải phương trình (1) ta được $2x^2 - 42x + 216 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 21x + 108 = 0 \Leftrightarrow (x - 12)(x - 9) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \Rightarrow y = 9 (N) \\ x = 9 \Rightarrow y = 12 (L) \end{cases}.$$

Vậy chiều rộng mảnh đất ban đầu là 9 m

Câu 26. Đáp án A.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật lần lượt là x, y ($34 > x > y > 0; m$)

Vì khu vườn hình chữ nhật có nửa chu vi bằng 34 m nên ta có $x + y = 34$

Đường chéo hình chữ nhật dài 26 m nên ta có phương trình $x^2 + y^2 = 26^2$

$$\text{Suy ra hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 34 \\ x^2 + y^2 = 676 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 34 - x \\ x^2 + (34 - x)^2 = 676 \end{cases} (1)$$

Giải phương trình (1) ta được $2x^2 - 68x + 480 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 34x + 240 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 24x + 240 = 0 \Leftrightarrow x(x - 10) - 24(x - 10) = 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x - 24) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \Rightarrow y = 24 (L) \\ x = 24 \Rightarrow y = 10 (N) \end{cases}.$$

Vậy chiều dài mảnh đất ban đầu là 24 m .

D. PHIẾU TỰ LUYỆN TỔNG HỢP CHUNG.

PHIẾU TỰ LUYỆN SỐ 1

Dạng 1: dạng toán tìm số

Bài 1: Tìm 2 số biết số thứ nhất cộng số thứ hai bằng 1006 à nếu lấy số thứ nhất nhân 2 và số thứ hai nhân 3 thì ta được số 2618?

Bài 2: Tìm 2 số biết số lớn lớn hơn số bé là 30, 2 lần số bé trừ đi số lớn bằng 0?

Bài 3: Mua 10 cái váy và 25 cái quần hết 21.250.000 đồng, biết mua 3 cái váy thì bằng mua 1 cái quần. tìm số tiền váy và quần.

Bài 4: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là 12m, Biết rằng khi nhân chu vi lên 2 lần ta được số đo là 240m? Tìm Chiều dài và chiều rộng.

Dạng 2: tìm toán chuyển động.

Bài 1: Một ô tô, 1 xe máy ở 2 địa điểm A và B cách nhau 180 km , khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2h . Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10km/h. Tính vận tốc mỗi xe

Bài 2 : Một ca nô đi 108km cùng chiều và 63 km ngược chiều dòng sông thì mất hết 7h. Một ngày nọ cũng ca nô đó đi 81 km cùng chiều và 84km ngược chiều thì cũng mất 7h. Hỏi vận tốc của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Bài 3: Một xe ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm nhất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB?

Bài 4: Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A?

Dạng 3: dạng toán công việc làm chung làm riêng, vôi nước

Bài 1: Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo?

Bài 2: Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện mỗi ngày tổ làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3: Hai công nhân cùng làm một công việc sau 10 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 1 giờ, sau đó hai người cùng làm tiếp trong 2 giờ thì được $\frac{1}{4}$ công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong công việc?

Bài 4: Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

Bài 5: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

Dạng 4: dạng toán tỉ lệ %, năng suất

Bài 1 : Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Bài 2: Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 720 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 12%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 819 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Bài 3: Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 720 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 819 tấn thóc. Hỏi năm ngoái mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?

Dạng 5 : dạng toán sử dụng các kiến thức vật lý, hóa học.

Bài 1: Hòa tan hoàn toàn 16 g hỗn hợp bột CuO và Fe₂O₃ cần 245 gam dung dịch H₂SO₄ 10%. Tính khối lượng của CuO và Fe₂O₃ (Fe=56, O= 16, Cu = 64)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng 1: Dạng toán tìm số

Bài 1: Tìm 2 số tự nhiên biết số thứ nhất cộng số thứ hai bằng 1006 và nếu lấy số thứ nhất nhân 2 và số thứ hai nhân 3 thì ta được số 2618?

Giải

Gọi a và b là 2 số cần tìm ($a, b \in \mathbb{N}$)

Số thứ nhất cộng số thứ hai bằng 1006

Ta có phương trình $a+b=1006$

Số thứ nhất nhân 2 và số thứ hai nhân 3 thì ta được số 2618

Ta có phương trình $2a+3b=2618$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a+b=1006 \\ 2a+3b=2618 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a=400 \\ b=606 \end{cases}$$

Bài 2: Tìm 2 số biết số lớn lớn hơn số bé là 30, 2 lần số bé trừ đi số lớn bằng 0?

Giải

Gọi a là số lớn và b là số bé ($a > b$)

Số lớn lớn hơn số bé là 30

Ta có phương trình $a-b=30$

2 lần số bé trừ đi số lớn bằng 0

Ta có phương trình $a-2b=0$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a-b=30 \\ a-2b=0 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a=60 \\ b=30 \end{cases}$$

Bài 3: Mua 10 cái váy và 25 cái quần hết 21.250.000 đồng, biết mua 3 cái váy thì bằng mua 1 cái quần. tìm số tiền váy và quần.

Giải

Gọi a và b là số tiền mua váy và quần ($a < b$)

Mua 10 cái váy và 25 cái quần hết 21.250.000 đồng

Ta có phương trình $10a+25b=21250000$

Mua 3 cái váy thì bằng mua 1 cái quần

Ta có phương trình $3a - b = 0$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 10a + 25b = 21250000 \\ 3a - b = 0 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a = 250000 \\ b = 750000 \end{cases}$$

Bài 4: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là 12m, Biết rằng khi nhân chu vi lên 2 lần ta được số đo là 240m? Tìm Chiều dài và chiều rộng.

Giải

Gọi chiều dài và chiều rộng là a,b (a>b)

Số lớn hơn hơn số bé là 30

Ta có phương trình $a - b = 12$

2 lần số bé trừ đi số lớn bằng 0

Ta có phương trình $4a + 4b = 240$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a - b = 12 \\ 4a + 4b = 240 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 24 \end{cases}$$

Dạng 2: Tìm toán chuyển động.

Bài 1: Một ô tô, 1 xe máy ở 2 địa điểm A và B cách nhau 180 km , khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2h . Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10km/h. Tính vận tốc mỗi xe

Giải

Gọi vận tốc của 2 xe là a,b (a,b >0,a,b ∈ Z)

Điểm A và B cách nhau 180 km , khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2h

Ta có phương trình $2a + 2b = 180$

Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10km/h

Ta có phương trình $a - b = 10$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 2a + 2b = 180 \\ a - b = 10 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a = 50 \\ b = 40 \end{cases}$$

Bài 2 : Một ca nô đi 108km cùng chiều và 63 km ngược chiều dòng sông thì mất hết 7h. Một ngày nọ cũng ca nô đó đi 81 km cùng chiều và 84km ngược chiều thì cũng mất 7h. Hỏi vận tốc của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Giải

Gọi vận tốc của ca nô là x (km/h)

Gọi vận tốc của dòng nước là y (km/h) $y, x > 0$

Ta có vận tốc khi xuôi dòng là $x + y$

Ta có vận tốc khi ngược dòng là $x - y$

Ca nô đi 108km cùng chiều và 63 km ngược chiều dòng sông thì mất hết 7h.

Ta có phương trình : $\frac{108}{x+y} + \frac{63}{x-y} = 7$

Ca nô đi 81 km cùng chiều và 84km ngược chiều thì cũng mất 7h

Ta có phương trình : $\frac{81}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 7$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{108}{x+y} + \frac{63}{x-y} = 7 \\ \frac{81}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 7 \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x+y} = a, \frac{1}{x-y} = b$

Ta có hệ phương trình mới
$$\begin{cases} 108a + 63b = 7 \\ 81a + 84b = 7 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được $x = 24\text{km/h}, y = 3\text{km/h}$

Bài 3: Một xe ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm nhất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB?

Giải

Gọi quãng đường là x (km)

Gọi vận tốc là y (km/h) $y, x > 0$

Ta có thời gian xe chạy quãng đường AB là $\frac{x}{y}$ (h)

Vận tốc của xe khi chạy mỗi giờ nhanh hơn 10km là $y+10$ (km/h)

Ta có phương trình : $\frac{x}{y} - \frac{x}{y+10} = 3$

Vận tốc của xe khi chạy mỗi giờ chậm hơn 10km là $y-10$ (km/h)

Ta có phương trình : $\frac{x}{y+10} - \frac{x}{y} = 5$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{x}{y+10} = 3 \\ \frac{x}{y+10} - \frac{x}{y} = 5 \end{cases}$$

Đặt $\frac{x}{y+10} = a, \frac{x}{y} = b$

Ta có hệ phương trình mới
$$\begin{cases} -a + b = 3 \\ a - b = 7 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được $a, b \in \mathbb{Z}$ suy ra $x, y \in \mathbb{Z}$

Bài 4: Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A?

Giải

Gọi thời gian xuất phát là x ($0 < x < 12$)

Gọi độ dài quãng đường là y ($y > 0$)

Ta có thời gian xe chạy quãng đường AB là $12 - x$ (h)

Thời gian xe chạy với vận tốc 35 km/h là $\frac{y}{35}$ (h)

Đến B chậm 2 giờ so với dự định

Ta có phương trình : $\frac{y}{35} - (12 - x) = 2$

Thời gian xe chạy với vận tốc 50 km/h là $\frac{y}{50}$ (h)

Đến B sớm 1 giờ so với dự định

Ta có phương trình : $(12 - x) - \frac{y}{50} = 1$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} (12-x) - \frac{y}{50} = 1 \\ \frac{y}{35} - (12-x) = 2 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được suy ra
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 350 \end{cases}$$

Dạng 3: Dạng toán công việc làm chung làm riêng, vòi nước

Bài 1: Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo?

Giải

Gọi số áo tổ thứ nhất và tổ thứ 2 may trong 1 là a, b ($a, b \in N$)

Tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo

Ta có phương trình $3a + 5b = 1310$

Tổ thứ nhất may nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo

Ta có phương trình $a - b = 10$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 3a + 5b = 1310 \\ a - b = 10 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a = 170 \\ b = 160 \end{cases}$$

Bài 2: Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện mỗi ngày tổ làm được bao nhiêu sản phẩm?

Giải

Gọi số sản phẩm dự định làm trong 1 ngày là x ($x > 0$)

Gọi số ngày theo dự định là y ($y > 0$)

Số sản phẩm làm trong 1 ngày theo dự định $\frac{240}{y}$ (cái)

Ta có phương trình $\frac{240}{y} - x = 0$

Nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm : $x + 10$

Thời gian làm theo thực tế $\frac{240}{x + 10}$ Ngày

Ta có phương trình $y - \frac{240}{x+10} = 2$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{240}{y} - x = 0 \\ y - \frac{240}{x+10} = 2 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm $\begin{cases} x = 40 \\ y = 6 \end{cases}$

Bài 3: Hai công nhân cùng làm một công việc sau 10 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 1 giờ, sau đó hai người cùng làm tiếp trong 2 giờ thì được $\frac{1}{4}$ công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong công việc?

Giải

Gọi thời gian người 1 và thời gian người thứ 2 làm xong công việc là x, y

1h người thứ nhất làm được là $\frac{1}{x}$

1h người thứ hai làm được là $\frac{1}{y}$

Hai công nhân cùng làm một công việc sau 10 giờ thì xong

Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10}$

Nếu người thứ nhất làm một mình trong 1 giờ, sau đó hai người cùng làm tiếp trong 2 giờ thì được $\frac{1}{4}$

Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{4}$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Đặt ẩn phụ ta giải được $\begin{cases} x = 20 \\ y = 20 \end{cases}$

Bài 4: Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

Giải

Gọi thời gian vòi 1 và thời gian vòi 2 chảy đầy bể là x, y ($x, y > 0$)

1h vòi thứ nhất chảy được là $\frac{1}{x}$

1h vòi thứ 2 chảy được là $\frac{1}{y}$

Hai vòi nước cùng chảy trong 5 giờ

Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

Vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước

Ta có phương trình $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3}$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Đặt ẩn phụ ta giải được
$$\begin{cases} x = 7.5 \\ y = 15 \end{cases}$$

Bài 5: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

Giải

Gọi thời gian vòi 1 và thời gian vòi 2 chảy đầy bể là x, y ($x, y > 0$)

1h vòi thứ nhất chảy được là $\frac{1}{x}$

1h vòi thứ 2 chảy được là $\frac{1}{y}$

Hai vòi nước cùng chảy trong 4 giờ 48 phút

Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$

Vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ

Ta có phương trình $x - y = 1$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Dạng 4: Dạng toán tỉ lệ %, năng suất

Bài 1 : Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Giải

Gọi số chi tiết máy của tổ I và Tổ II trong tháng đầu là a, b ($a, b > 0$)

Ta có phương trình $a + b = 800$

Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy

Ta có phương trình $1.15a + 1.2b = 945$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + b = 800 \\ 1.15a + 1.2b = 945 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a = 300 \\ b = 500 \end{cases}$$

Bài 2: Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 720 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 12%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 819 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Giải

Gọi số chi tiết máy của tổ I và Tổ II trong tháng đầu là a, b ($a, b > 0$)

Ta có phương trình $a + b = 720$

Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 12%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 819 chi tiết máy

Ta có phương trình $1.15a + 1.12b = 819$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + b = 720 \\ 1.15a + 1.12b = 819 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a = 420 \\ b = 300 \end{cases}$$

Bài 3: Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 900 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm giảm mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 30% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 990 tấn thóc. Hỏi năm ngoái mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?

Giải

Gọi số chi tiết máy của tô I và Tô II trong tháng đầu là a, b ($a, b > 0$)

Ta có phương trình $a + b = 900$

Đơn vị thứ nhất làm giảm mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 30% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 990 tấn thóc

Ta có phương trình $0.85a + 1.3b = 990$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + b = 900 \\ 0.85a + 1.3b = 990 \end{cases}$$

Giải phương trình ta được nghiệm
$$\begin{cases} a = 400 \\ b = 500 \end{cases}$$

Dạng 5 : Dạng toán sử dụng các kiến thức vật lý, hóa học.

Bài 1: Hòa tan hoàn toàn 16 g hỗn hợp bột CuO và Fe₂O₃ cần 245 gam dung dịch H₂SO₄ 10%. Tính khối lượng của CuO và Fe₂O₃ (Fe=56, O= 16, Cu = 64)

Giải

Gọi số mol của CuO và Fe₂O₃ là x và y ($x, y > 0$)

Ta có phương trình $x + 3y = 0.25$

Hỗn hợp bột CuO và Fe₂O₃ có 16 g

Ta có phương trình $80x + 160y = 16$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y = 0.25 \\ 80x + 160y = 16 \end{cases}$$

Giải hệ ta được nghiệm
$$\begin{cases} x = 0.1 \\ y = 0.2 \end{cases}$$

Từ đây ta tính được khối lượng của CuO và Fe₂O₃

PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN SỐ 2

Dạng 1: Dạng toán chuyển động.

Bài 1: Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ A đến B dài $120km$. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là $10km$ nên đến B trước ô tô thứ hai là $\frac{2}{5}$ giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

Bài 2: Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc xe khách là $20km/h$. Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết quãng đường AB dài $100km$.

Bài 3: Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B cách nhau $90km$, đi ngược chiều và gặp nhau sau 1,2 giờ (xe thứ nhất khởi hành từ A, xe thứ hai khởi hành từ B). Tìm vận tốc của mỗi xe. Biết rằng thời gian để xe thứ nhất đi hết quãng đường AB ít hơn thời gian để xe thứ hai đi hết quãng đường AB 1 giờ.

Bài 4: Một ca nô xuôi dòng một quãng sông dài $12km$, rồi ngược dòng quãng sông đó mất $2h30p$. Nếu cũng trên quãng sông ấy, ca nô xuôi dòng $4km$ rồi ngược dòng $8km$ thì hết $1h20p$. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Dạng 2: Dạng toán liên quan đến các kiến thức hình học

Bài1: Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu tăng chiều cao thêm $3dm$, giảm cạnh đáy đi $2dm$ thì diện tích của nó tăng thêm $12dm^2$. Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Bài 2: Ba chiếc bình có thể tích tổng cộng là $132l$. Nếu đổ đầy nước vào bình thứ nhất rồi lấy nước đó đổ vào hai bình kia thì:

Hoặc bình thứ ba đầy nước, còn bình thứ hai chỉ được một nửa bình.

Hoặc bình thứ hai đầy nước, còn bình thứ ba chỉ được phần ba bình.

(Coi như trong quá trình đổ nước từ bình này sang bình kia lượng nước hao phí bằng không).

Hãy xác định thể tích của mỗi bình.

Bài 3: Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là $100m^2$. Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên $2m$ và giảm chiều dài của thửa ruộng đi $5m$ thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm $5m^2$.

Bài 4: Một khu vườn hình chữ nhật, chiều dài lớn hơn chiều rộng $5m$, diện tích bằng $300m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

Dạng 3: Dạng toán công việc làm chung, làm riêng.

Bài 1: Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ xong công việc đó.

Bài 2: Một đội công nhân hoàn thành một công việc với mức 420 ngày công thợ. Hãy tính số công nhân của đội biết rằng nếu đội tăng thêm 5 người thì số ngày để đội hoàn thành công việc sẽ giảm đi 7 ngày.

Bài 3: Hai lớp 9A, 9B cùng tham gia lao động sân trường thì công việc hoàn thành sau 1 giờ 20 phút. Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì phải mất bao nhiêu thời gian.

Dạng 4: Dạng toán chảy chung, chảy riêng vòi nước.

Bài 1: Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể. Mỗi giờ lượng nước của vòi I chảy được bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước chảy được của vòi II. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu đầy bể.

Bài 2: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 1h20p thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 10 phút và vòi thứ hai chảy trong 12 phút thì được $\frac{2}{15}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu mới đầy bể?

Dạng 5: Dạng toán tìm số.

Bài 1: Tìm hai số biết rằng tổng của hai số đó bằng 13 đơn vị. Nếu số thứ nhất tăng thêm 3 đơn vị, số thứ hai tăng thêm 2 đơn vị thì tích của chúng bằng 80 đơn vị.

Bài 2: Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta được số mới bằng $\frac{4}{7}$ số ban đầu.

Bài 3: Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là 4 và nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta được một số mới bằng $\frac{17}{5}$ số ban đầu.

Dạng 6: Dạng toán sử dụng các kiến thức về phần trăm.

Bài 1: Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ vượt mức 15% , tổ II vượt mức 20% , do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Bài 2: Năm ngoái dân số của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2% , còn tỉnh B tăng 1,1% . Tổng số dân của hai tỉnh năm nay là 4045000 người. Tính dân số của mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay.

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Dạng 1: Bài toán chuyển động.

Bài 1:

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là $x(km / h), x > 0$

Vận tốc của ô tô thứ hai là $y(km / h), y > 0$

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường là $\frac{120}{x}$ giờ

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường là $\frac{120}{y}$ giờ

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 60 \\ y = 50 \end{cases}$

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là $60km / h$, vận tốc của ô tô thứ hai là $50km / h$.

Bài 2: Đòi $50p = \frac{5}{6}h$

Gọi vận tốc của xe khách là $x(km/h), x > 0$

Vận tốc của xe du lịch là $y(km/h), y > 0$

Do vận tốc của xe du lịch lớn hơn xe khách $20km/h$ nên ta có phương trình: $y - x = 20$

Thời gian xe khách đi hết quãng đường là $\frac{100}{x}$ giờ

Thời gian xe du lịch đi hết quãng đường là $\frac{100}{y}$ giờ

Do xe du lịch đến trước xe khách nên ta có phương trình: $\frac{100}{y} - \frac{100}{x} = \frac{5}{6}$

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} y - x = 20 \\ \frac{100}{x} - \frac{100}{y} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$

Vậy vận tốc của xe khách là $40km/h$, vận tốc của xe du lịch là $60km/h$.

Bài 3:

Gọi vận tốc của xe máy thứ nhất là $x(km/h), x > 0$

Vận tốc của xe máy thứ hai là $y(km/h), y > 0$

Thời gian xe máy thứ nhất đi hết quãng đường là $\frac{90}{x}$ giờ

Thời gian xe máy thứ hai đi hết quãng đường là $\frac{90}{y}$ giờ

Do thời gian để xe thứ nhất đi hết quãng đường AB ít hơn thời gian để xe thứ hai đi hết quãng đường AB

1 giờ nên ta có phương trình: $\frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1$

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1,2x + 1,2y = 90 \\ \frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases}$

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là $45km/h$, vận tốc của xe thứ hai là $30km/h$

Bài 4:

Gọi vận tốc của ca nô là $x(km/h), x > 0$

Vận tốc của dòng nước là $y(km/h), y > 0$

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là $x + y \text{ km/h}$

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là $x - y(km/h)$

Vì ca nô xuôi dòng một quãng sông dài $12km$, rồi ngược dòng quãng sông đó mất $2h30p = 2,5h$ nên ta có phương trình: $\frac{12}{x+y} + \frac{12}{x-y} = 2,5$

Nếu cũng trên quãng sông ấy, ca nô xuôi dòng $4km$ rồi ngược dòng $8km$ thì hết $1h20p = \frac{4}{3}h$ nên ta có

phương trình: $\frac{4}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{4}{3}$

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{12}{x+y} + \frac{12}{x-y} = 2,5 \\ \frac{4}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy vận tốc của ca nô là $10km/h$, vận tốc của dòng nước là $2km/h$

Dạng 2: Dạng toán liên quan đến các kiến thức hình học

Bài 1:

Gọi chiều cao của tam giác là $x(dm), x > 0$, cạnh đáy của tam giác là $y(dm), y > 0$

Vì chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy nên ta có phương trình: $x = \frac{3}{4}y$

Nếu tăng chiều cao thêm $3dm$, giảm cạnh đáy đi $2dm$ thì diện tích của nó tăng thêm $12dm^2$, do đó ta có phương trình: $\frac{1}{2}xy + 12 = \frac{1}{2}(x+3)(y-2)$

Thay $x = \frac{3}{4}y$ vào phương trình trên ta có: $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}y \cdot y + 12 = \frac{1}{2}(\frac{3}{4}y + 3)(y - 2)$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}y = 15 \Leftrightarrow y = 20$$

Vậy chiều cao của tam giác là $15dm$, cạnh đáy của tam giác là $20dm$.

Bài 2:

Gọi thể tích của ba bình lần lượt là x, y, z ($0 < x, y, z < 132$)

Ba chiếc bình có thể tích tổng cộng là $132l$ nên ta có phương trình: $x + y + z = 132$

Nếu sau khi đổ đầy nước vào bình thứ nhất rồi lấy nước đổ vào hai bình kia thì bình thứ ba đầy nước, còn bình thứ hai chỉ được một nửa bình nên ta có phương trình: $x = \frac{1}{2}y + z$

Nếu sau khi đổ đầy nước vào bình thứ nhất rồi lấy nước đổ vào hai bình kia thì bình thứ hai đầy nước, còn bình thứ ba chỉ được một phần ba bình nên ta có phương trình: $x = y + \frac{1}{3}z$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 132 \\ x = \frac{1}{2}y + z \\ x = y + \frac{1}{3}z \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình này ta được } \begin{cases} x = 55 \\ y = 44 \\ z = 33 \end{cases}$$

Vậy thể tích của ba bình lần lượt là $55l, 44l, 33l$

Bài 3:

Gọi chiều dài, chiều rộng của thửa ruộng lần lượt là x, y (m), ($x, y > 0$)

Diện tích của thửa ruộng là $100m^2$ nên ta có phương trình: $xy = 100$

Nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên $2m$ và giảm chiều dài của thửa ruộng đi $5m$ thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm $5m^2$ nên ta có phương trình: $(x - 5)(y + 2) = 105$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} xy = 100 \\ (x - 5)(y + 2) = 105 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình trên ta có } \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy chiều dài, chiều rộng của thửa ruộng lần lượt là $20m, 5m$.

Bài 4: Một khu vườn hình chữ nhật, chiều dài lớn hơn chiều rộng $5m$, diện tích bằng $300m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

Gọi chiều dài của khu vườn là $x(m)$, $x > 5$

Chiều rộng của khu vườn là $x - 5(m)$

Vì diện tích khu vườn bằng $300m^2$ nên ta có phương trình:

$$x(x - 5) = 300$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 300 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20(t / m) \\ x = -15(L) \end{cases}$$

Vậy chiều dài khu vườn là $20m$, chiều rộng khu vườn là $15m$.

Dạng 3: Dạng toán công việc làm chung, làm riêng.

Bài 1:

Gọi thời gian tổ một làm một mình xong công việc là $x(h)$, $x > 0$

Gọi thời gian tổ hai làm một mình xong công việc là $y(h)$, $y > 0$

Một giờ tổ một làm được số phần công việc là $\frac{1}{x}$

Một giờ tổ hai làm được số phần công việc là $\frac{1}{y}$

Do hai tổ phải làm chung trong 6 giờ thì mới xong công việc nên ta có phương trình: $\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$

Sau 2 giờ làm chung thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ nên ta có phương trình: $\frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được
$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy thời gian mỗi tổ làm riêng xong công việc lần lượt là 15, 10 giờ.

Bài 2:

Gọi số công nhân của đội là x , $x > 0$

Mỗi ngày đội đó hoàn thành được số công việc là: $\frac{420}{x}$

Số công nhân của đội sau khi tăng thêm là: $x + 5$

Sau khi tăng thêm thì mỗi ngày đội đó hoàn thành được số công việc là: $\frac{420}{x+5}$

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{420}{x} - 7 = \frac{420}{x+5}$

$$\Leftrightarrow 7x^2 + 35x - 2100 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+20)(x-15) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -20(l) \\ x = 15(t/m) \end{cases}$$

Vậy số công nhân của đội là 15 người.

Bài 3:

$$\text{Đổi } 1 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = \frac{4}{3}h$$

Gọi thời gian mỗi lớp làm một mình xong công việc lần lượt là $x, y (x, y > 0)$ giờ.

Mỗi giờ lớp 9A hoàn thành được số phần công việc là $\frac{1}{x}$

Mỗi giờ lớp 9B hoàn thành được số phần công việc là $\frac{1}{y}$

Hai lớp 9A, 9B cùng tham gia lao động sân trường thì công việc hoàn thành sau 1 giờ 20 phút nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$$

Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}(x+y) = 3$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2}(x+y) = 3 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình trên ta được } \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy thời gian hoàn thành công việc của hai lớp lần lượt là $4h, 2h$ hoặc $2h, 4h$.

Dạng 4: Dạng toán chảy chung, chảy riêng vòi nước.

Bài 1:

Gọi thời gian vòi I chảy riêng đầy bể là x giờ, $x > 0$

Gọi thời gian vòi II chảy riêng đầy bể là y giờ, $y > 0$

Một giờ vòi I chảy được số phần bể là $\frac{1}{x}$

Một giờ vòi II chảy được số phần bể là $\frac{1}{y}$

Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4\frac{4}{5}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$$

Mỗi giờ lượng nước của vòi I chảy được bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước chảy được của vòi II nên ta có phương

$$\text{trình: } \frac{1}{x} = 1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} \Leftrightarrow 2x = 3y$$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ 2x = 3y \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình trên ta được } \begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy thời gian để mỗi vòi chảy riêng đầy bể lần lượt là $12h, 8h$.

Bài 2: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau $1h20p$ thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 10 phút và vòi thứ hai chảy trong 12 phút thì được $\frac{2}{15}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu mới đầy bể?

$$\text{Đổi: } 1h20p = \frac{4}{3}, 10p = \frac{1}{6}h$$

Gọi thời gian vòi I chảy riêng đầy bể là x giờ, $x > 0$

Gọi thời gian vòi II chảy riêng đầy bể là y giờ, $y > 0$

Một giờ vòi I chảy được số phần bể là $\frac{1}{x}$

Một giờ vòi II chảy được số phần bể là $\frac{1}{y}$

Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $1\frac{20}{3}h$ thì đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$

Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 10 phút và vòi thứ hai chảy trong 12 phút thì được $\frac{2}{15}$ bể nên ta có

phương trình: $\frac{1}{10.x} + \frac{1}{5.y} = \frac{2}{15}$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{6.x} + \frac{1}{5.y} = \frac{2}{15} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy thời gian để mỗi vòi chảy riêng đầy bể lần lượt là $2h, 4h$.

Dạng 5: Dạng toán tìm số.

Bài 1:

Gọi hai số lần lượt là $x, y (x, y > 0)$

Tổng của hai số đó bằng 17 đơn vị nên ta có phương trình: $x + y = 17$

Nếu số thứ nhất tăng thêm 3 đơn vị, số thứ hai tăng thêm 2 đơn vị thì tích của chúng bằng 105 đơn vị nên ta có phương trình: $(x+3)(y+2) = 105$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 17 \\ (x+3)(y+2) = 105 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy hai số cần tìm lần lượt là $5, 8$.

Bài 2:

Gọi số tự nhiên có hai số là $\overline{xy} (x > 0, y \geq 0)$

Chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 nên ta có phương trình: $x - y = 2$

Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta được số mới bằng $\frac{4}{7}$ số ban đầu nên ta có phương trình:

$$\overline{yx} = \frac{4}{7}\overline{xy} \Leftrightarrow 10y + x = \frac{4}{7}(10x + y) \Leftrightarrow x = 2y$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x = 2y \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 42 .

Bài 3:

Gọi số tự nhiên có hai số là $\overline{xy}$ ($x > 0, y \geq 0$)

Chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là 4 nên ta có phương trình: $y - x = 4$

Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta được số mới bằng $\frac{17}{5}$ số ban đầu nên ta có phương trình:

$$\overline{yx} = \frac{17}{5}\overline{xy} \Leftrightarrow 10y + x = \frac{17}{5}(10x + y) \Leftrightarrow y = 5x$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 4 \\ y = 5x \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 15

Dạng 6: Dạng toán sử dụng các kiến thức về phần trăm.

Bài 1:

Giả sử trong tháng đầu mỗi tổ công nhân sản xuất lần lượt được x, y chi tiết máy, $x, y > 0$

Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy nên ta có phương trình: $x + y = 800$

Sang tháng thứ hai tổ vượt mức 15% , tổ II vượt mức 20% , do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy nên ta có phương trình: $115\%x + 120\%y = 945$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 115\%x + 120\%y = 945 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases}$$

Vậy trong tháng đầu mỗi tổ công nhân sản xuất lần lượt được 300,500 chi tiết máy.

Bài 2:

Giả sử số dân hai tỉnh năm ngoái lần lượt là x, y triệu người, $x, y > 0$

Năm ngoái dân số của hai tỉnh A và B là 4 triệu người nên ta có phương trình: $x + y = 4$

Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2% , còn tỉnh B tăng 1,1% nên tổng số dân của hai tỉnh năm nay là 4045000 người nên ta có phương trình: $101,2\%x + 101,1\%y = 4,045$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 101,2\%x + 101,1\%y = 4,045 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy số dân tỉnh A năm ngoái là 1 triệu người, số dân tỉnh B năm ngoái là 3 triệu người.

Số dân tỉnh A năm nay là $101,2\%.1 = 1,012$ triệu người.

Số dân tỉnh B năm nay là $101,1\%.3 = 3,033$ triệu người.

-----**Toán Học Sơ Đồ**-----