CHUYÊN ĐỀ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

PHẦN I. TRỌNG TÂM CẦN ĐẠT

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn: $(I)\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 & (1) \\ a_2x+b_2y=c_2 & (2) \end{cases}$

a. Phương pháp thế:

\+ *Bước 1: Từ một phương trình của hệ, ta biểu thị ẩn x theo y (hoặc y theo x).*

\+ *Bước 2: Thế biểu thức tìm được của x (hoặc của y) vào phương trình còn lại để được phương trình bậc nhất một ẩn. Giải phương trình bậc nhất vừa tìm được.*

\+ *Bước 3: Thay giá trị vừa tìm được của ẩn vào biểu thức tìm được trong bước thứ nhất để tìm giá trị của ẩn còn lại.*

b. Phương pháp cộng đại số:

\+ *Bước 1: Chọn ẩn muốn khử, thường là x (hoặc y).*

\+ *Bước 2:*

\- *Xem xét hệ số của ẩn muốn khử.*

\- *Khi các hệ số của cùng một ẩn đối nhau thì ta **cộng vế theo vế** của hệ.*

\- *Khi các hệ số của cùng một ẩn **bằng nhau** thì ta **trừ vế theo vế** của hệ.*

\- *Nếu các hệ số đó **không bằng nhau** thì ta **nhân các vế** của hai phương trình **với số thích hợp** (nếu cần) sao cho các hệ số của x (hoặc y) trong hai phương trình của hệ là bằng nhau hoặc đối nhau (đồng nhất hệ số). Rồi thực hiện các bước ở trên.*

\- *Ta được một phương trình mới, trong đó ẩn muốn khử có hệ số bằng 0.*

\+ *Bước 3: Giải hệ phương trình gồm một phương trình mới (một ẩn) và một phương trình đã cho.*

Ta suy ra nghiệm của hệ

** Đối với một số bài toán ta có thể kết hợp phương pháp **đặt ẩn phụ** để **biến đổi** hệ phương trình đã cho **thành hệ phương trình đơn giản hơn với ẩn mới**.*

Sau khi tìm được nghiệm của hệ phương trình mới, ta có thể tìm nghiệm của hệ phương trình ban đầu.

** Sử dụng máy tính CASIO/VINACAL:*

\+ *Nhấn Mode, chọn mục EQN, chọn số tương ứng với mục: anX+bnY=cn*

\+ *Nếu hệ phương trình theo đúng thứ tự* $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 & (1) \\ a_2x+b_2y=c_2 & (2) \end{cases}$

\+ *Ta nhập số liệu tương ứng:*

Hàng thứ nhất: $a_1=;\ b_1=;\ c_1=$ *và hàng thứ hai:* $a_2=;\ b_2=;\ c_2=$

\+ *Nhấn =; = ta sẽ có kết quả nghiệm của hệ phương trình.*

Các em có thể sử dụng máy tính casio để tính ra nghiệm đúng.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Ví dụ minh họa 1: Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

a. Biến đổi hệ phương trình đã cho thành các hệ phương trình tương đương:

HTP: $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 2x-5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ 2(-2y-1)-5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ -9y-2=7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ -9y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2.(-1)-1 \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;-1)$.

b. Hệ phương trình $\begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases}$

Cách 1: Thu gọn vế trái của mỗi phương trình trong hệ, biến đổi hệ phương trình đã cho thành các hệ phương trình tương đương.

HPT: $\begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3y-2x+2y=9 \\ 2x+2y+x-y=-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3y-2x+2y=9 \\ 2x+2y+x-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5y=9 \\ 3x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5y+9 \\ 3(-5y+9)+y=-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-5y+9 \\ -14y=-28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(-1;2)$.

Cách 2: Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ: đặt $u=x+y;\ v=x-y$, ta có hệ phương trình:

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u-2v=9 \\ 2u+v=-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3u-2(-2u-1)=9 \\ v=-2u-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u=7 \\ v=-2u-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=-3 \end{cases}$

Với $\begin{cases} u=1 \\ v=-3 \end{cases}$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(y-3)=-2 \\ x=y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y=4 \\ x=y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(-1;2)$.

Dạng 2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Ví dụ minh họa 2: Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a. $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

a. Biến đổi hệ phương trình đã cho thành các hệ phương trình tương đương:

HPT: $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 2x-5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4y=-2 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$ (pt 1 được nhân 2 vế cho 2)

Lấy pt 1 trừ pt 2 vế theo vế, và giữ lại một phương trình:

HPT $\Leftrightarrow \begin{cases} 0x+9y=-9 \\ 2x+4y=-2 \end{cases}$

Tìm được giá trị một ẩn, ta thay vào phương trình kia để tìm nghiệm còn lại.

HPT $\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ 2x+4(-1)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ 2x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;-1)$.

b. Hê phương trình $\begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases}$

Cách 1: Thu gọn vế trái của mỗi phương trình trong hệ, biến đổi hệ phương trình đã cho thành các hệ phương trình tương đương.

HPT: $\begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3y-2x+2y=9 \\ 2x+2y+x-y=-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3y-2x+2y=9 \\ 2x+2y+x-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5y=9 \\ 3x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5y=9 \\ 15x+5y=-5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5y=9 \\ 15x+5y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x=-14 \\ x+5y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(-1;2)$.

Cách 2: Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ: đặt $u=x+y;\ v=x-y$, ta có hệ phương trình:

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y)-2(x-y)=9 \\ 2(x+y)+(x-y)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u-2v=9 \\ 2u+v=-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3u-2v=9 \\ 4u+2v=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u+0.v=7 \\ 2u+v=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=-3 \end{cases}$

Với $\begin{cases} u=1 \\ v=-3 \end{cases}$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=-2 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(-1;2)$.

Dạng 3. Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ

Ví dụ minh họa 3: Bằng cách đặt ẩn phụ, hãy giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \dfrac{-5}{x-1}+\dfrac{1}{y-1}=10 \\ \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{y-1}=18 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

Điều kiện để hệ phương trình xác định là: $\begin{cases} x-1\neq 0 \\ y-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ y\neq 1 \end{cases}$

Đặt $u=\dfrac{1}{x-1}; v=\dfrac{1}{y-1}$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{-5}{x-1}+\dfrac{1}{y-1}=10 \\ \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{y-1}=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5u+v=10 \\ u+3v=-18 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế:

Từ phương trình $-5u+v=10$, ta có: $v=5u+10$

Thế vào phương trình $u+3v=-18$, ta được:

$$u+3v=-18 \Leftrightarrow u+3(5u+10)=-18$$

$$\Leftrightarrow 16u+30=-18 \Leftrightarrow 16u=-48$$

$$\Leftrightarrow u=-3$$

Thay $u=-3$ vào phương trình $v=5u+10$, ta được $v=5.(-3)+10=-5$

Vậy $\begin{cases} u=-3 \\ v=-5 \end{cases}$, nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x-1}=-3 \\ \dfrac{1}{y-1}=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=-3(x-1) \\ 1=-5(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=-3x+3 \\ 1=-5y+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x=2 \\ 5y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3} \\ y=\dfrac{4}{5} \end{cases}$$

Vậy, hệ phương trình đã cho một nghiệm $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{5}\right)$.

Dạng 4. Một số bài toán liên quan

Ví dụ minh họa 4: Xác định phương trình đường thẳng $y=ax+b$ biết nó đi qua hai điểm $A(-1;6)$ và $B(2;-3)$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-1;6)$, nên ta có $6 = a(-1) + b \Leftrightarrow -a + b = 6 \quad (1)$

Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $B(2;-3)$, nên ta có $-3 = a.2 + b \Leftrightarrow 2a + b = -3 \quad (2)$

Vì a, b phải là nghiệm đúng của cả hai phương trình (1) và (2) nên a, b là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -a + b = 6 \\ 2a + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -9 \\ 2a + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy, phương trình đường thẳng cần tìm là: $y = -3x + 3$.

Ví dụ minh họa 5: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + 2y = 1 \\ mx + my = m - 1 \end{cases}$

Giải hệ phương trình khi:

a) $m = 3$; b) $m = 2$; c) $m = 0$.

Hướng dẫn giải:

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 2y = 1 \\ mx + my = m - 1 \end{cases}$

a. Khi $m = 3$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 3x + 3y = 3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 3x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{3} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy, khi $m = 3$, hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y) = \left(-\dfrac{1}{3};1\right)$

b. Khi $m = 2$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$

Hệ phương trình có vô số nghiệm. Công thức nghiệm tổng quát của hệ phương trình là: $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \dfrac{-2x + 1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = \dfrac{-2y + 1}{2} \end{cases}$

c. Khi $m = 0$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 0x + 2y = 1 & (1) \\ 0x + 0y = 0 - 1 & (2) \end{cases}$

Trong hệ phương trình này, ta thấy phương trình thứ (1) có nghiệm, còn phương trình thứ (2) vô nghiệm, nên hệ phương trình vô nghiệm.

Vậy khi $m = 0$, hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

SƠ ĐỒ TƯ DUY PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

Giải hệ bằng Phương pháp thế

- Bước 1: Chọn PT dễ nhất (thường là pt có hệ số đơn giản) $\rightarrow$ Rút ẩn: biểu diễn ẩn này theo ẩn kia (1) $\rightarrow$ Rồi thay vào phương trình còn lại được (2)
- Bước 2: Giải phương trình (2) $\Rightarrow$ 1 ẩn, ta thay ẩn này vào phương trình (1) để tìm ẩn còn lại $\Rightarrow$ Kết luận nghiệm.

Giải hệ bằng Phương pháp cộng đai số

- Bước 1: Xác định ẩn muốn khử (*x* hoặc *y*?...)
- Bước 2: Đồng nhất hệ số $\rightarrow$ Xem xét hệ số đứng trước ẩn muốn khử ở hai phương trình (không quan tâm dấu $\pm$) $\rightarrow$ Nhân 2 vế của mỗi phương trình cho số thích hợp sao cho hệ số đứng trước ẩn muốn khử bằng nhau (không quan tâm dấu).
- Bước 3: Cộng vế theo vế nếu hệ số của ẩn muốn khử ở hai phương trình trái dấu, và trừ vế theo vế nếu hệ số của ẩn muốn khử ở hai phương trình cùng dấu.

  Bước 4: Giải phương trình 1 ẩn, suy ra ẩn còn lại và kết luận.

PHẦN II.BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau đây bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} x-2y=-6 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x-y=10 \\ x+y=8 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 5x+2y=14 \end{cases}$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau đây bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x+y=1 \\ 3x+2y=10 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dfrac{y}{5}-\dfrac{x-y}{2}=\dfrac{1}{10} \\ \dfrac{y}{2}-\dfrac{x+y}{5}=\dfrac{1}{5} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=0 \\ \dfrac{4}{y+4}=\dfrac{9}{x+8} \end{cases}$

d. $\begin{cases} x-y=20 \\ x-\dfrac{x}{8}=y+\dfrac{x}{8} \end{cases}$

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau đây bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{2}x+y=1-\sqrt{6} \end{cases}$

b. $\begin{cases} x-y\sqrt{3}=0 \\ x\sqrt{3}+2y=1+\sqrt{3} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \sqrt{2}x-\sqrt{5}y=1 \\ x+\sqrt{5}y=\sqrt{2} \end{cases}$

d. $\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{5}y=2 \\ x+\sqrt{5}y=2 \end{cases}$

Bài 4. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} \left(3-\sqrt{5}\right)x-3y=3+5\sqrt{5} \\ 4x+y=4-2\sqrt{5} \end{cases}$

b. $\begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y=1 \end{cases}$

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} 4x-3y+5(x-y)=1 \\ 2x-4(2y-1)=1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3(x-7)-6(x-y+1)=0 \\ 4(x-1)+2(x-2y+7)=0 \end{cases}$

Bài 6. Xác định các giá trị của *a*, *b* để hệ phương trình: $\begin{cases} 3x+by=5 \\ ax+by=12 \end{cases}$

a. Có nghiệm $(1;2)$

b. Có nghiệm $(-2;2)$

Bài 7. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

a. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12} \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dfrac{7}{x-1}+\dfrac{5}{y+2}=1 \\ \dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{y+2}=\dfrac{1}{12} \end{cases}$

c. $\begin{cases} \dfrac{4}{x+2y}-\dfrac{1}{x-2y}=1 \\ \dfrac{20}{x+2y}+\dfrac{3}{x-2y}=1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} \dfrac{5}{x+y-3}-\dfrac{2}{x-y+1}=8 \\ \dfrac{3}{x+y-3}+\dfrac{1}{x-y+1}=3 \end{cases}$

Bài 8. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-2y=a \\ 15x-10y=5 \end{cases}$

a. Có vô số nghiệm với $a=1$

b. Vô nghiệm với $a\neq 1$

Bài 9. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

a. $\begin{cases} -5x+y=10 \\ x+3y=-18 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 4x-3y=-10 \\ 2x+5y=8 \end{cases}$

c. $\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{6}{5}y=\dfrac{27}{10} \\ x-\dfrac{9}{2}y=-\dfrac{15}{2} \end{cases}$

d. $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{4}y=2 \\ \dfrac{2}{5}x+y=18 \end{cases}$

Bài 10. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

a. $\begin{cases} 5x+3y=19 \\ 2x+9y=31 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 15x+8y=46 \\ x-\dfrac{3}{5}y=\dfrac{4}{5} \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x-4y=10 \\ -6x+8y=-17 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 5x-4y=20 \\ \dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{5}y=1 \end{cases}$

Bài 11. Giải các phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

a. $\begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-17 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x+3y=21 \\ 7(x-4)+3(x+y-1)=14 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 2(x+1)-5(y+1)=8 \\ 3(x+1)-2(y+1)=1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 4(x-1)-2(3y+1)+5=0 \\ 8(x-1)-5(3y+1)=-9 \end{cases}$

Bài 12. Giải hệ phương trình sau đây bằng phương pháp cộng đại số:

$$\begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y=1 \end{cases}$$

Bài 13. Xác định các hệ số *a*, *b* để đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm *M* và *N* trong mỗi trường hợp sau:

a. $M(1;3)$ và $N(-2;2)$

b. $M\left(-1;\sqrt{3}\right)$ và $N\left(2;\sqrt{3}\right)$

c. $M(0;0)$ và $N(3;3)$

d. $M(-1;4)$ và $N(4;-1)$

Bài 14. Xác định giá trị của các hệ số *m*, *n* sao cho:

a. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x+my=n \\ mx+ny=5 \end{cases}$ có nghiệm là $x=2; y=5$?

b. Hệ phương trình $\begin{cases} x-y=m \\ 3x+2y-n=1 \end{cases}$ có nghiệm là $x=1; y=2$?

Bài 15. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

a. $\begin{cases} \dfrac{10}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=1 \\ \dfrac{25}{x-1}+\dfrac{3}{y+2}=2 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}=7 \\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}=-1 \end{cases}$

c*. $\begin{cases} 2\left|x-6\right|+3\left|y+1\right|=5 \\ 5\left|x-6\right|-4\left|y+1\right|=1 \end{cases}$

d*. $\begin{cases} 4\left|x+y\right|+3\left|x-y\right|=8 \\ 3\left|x+y\right|-5\left|x-y\right|=6 \end{cases}$

Bài 16*. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ 2x-y+2z=5 \\ x-2y-3z=0 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x+3y+2z=8 \\ 2x+y+z=6 \\ 3x+y+z=6 \end{cases}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=-6 \\ 2x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-6 \\ 2(2y-6)-y=4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-6 \\ 4y-12-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-6 \\ 3y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2.\left(\dfrac{16}{3}\right)-6 \\ y=\dfrac{16}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{14}{3} \\ y=\dfrac{16}{3} \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{16}{3}\right)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x-y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+5 \\ 2(3y+5)-y=-8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+5 \\ 6y+10-y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+5 \\ 5y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3.\left(-\dfrac{18}{5}\right)+5 \\ y=-\dfrac{18}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{29}{5} \\ y=-\dfrac{18}{5} \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(-\dfrac{29}{5};-\dfrac{18}{5}\right)$.

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x-y=10 \\ x+y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+10 \\ (y+10)+y=8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+10 \\ 2y+10=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+10 \\ 2y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1+10 \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(9;-1)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2(3x - 5) = 14 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 6x - 10 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 11x = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{24}{11} \\ y = 3.\left(\dfrac{24}{11}\right) - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{24}{11} \\ y = \dfrac{17}{11} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{24}{11};\dfrac{17}{11}\right)$.

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x + y = 1 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x + 1 \\ 3x + 2\left(-\dfrac{1}{2}x + 1\right) = 10 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x + 1 \\ 3x - x + 2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x + 1 \\ 2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -\dfrac{1}{2}.4 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(4;-1)$

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{y}{5} - \dfrac{x-y}{2} = \dfrac{1}{10} \\ \dfrac{y}{2} - \dfrac{x+y}{5} = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 5(x - y) = 1 \\ 5y - 2(x + y) = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 5x + 5y = 1 \\ 5y - 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 7y = 1 \\ -2x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7} \\ -2x + 3\left(\dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7}\right) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7} \\ -2x + \dfrac{15}{7}x + \dfrac{3}{7} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{5}{7}x + \dfrac{1}{7} \\ \dfrac{1}{7}x = \dfrac{11}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(11;8)$.

c. Hệ phương trình đã cho có điều kiện là: $x \neq -8; y \neq -4$

Khi đó, biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 0 \\ \dfrac{4}{y+4} = \dfrac{9}{x+8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 4(x + 8) = 9(y + 4) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 4(x + 8) = 9(y + 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 4x + 32 = 9y + 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2}{3}y \\ 4x - 9y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ 4x - 9y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ 4.\left(\frac{2}{3}y\right) - 9y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{19} \\ y = -\frac{12}{19} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(-\frac{8}{19}; -\frac{12}{19}\right)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 20 \\ x - \frac{x}{8} = y + \frac{x}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 20 \\ 8x - x = 8y + x \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 20 \\ 8x - x = 8y + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 20 \\ 6x - 8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 20 \\ 6(y + 20) - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 20 \\ -2y = -120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80 \\ y = 60 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(80; 60)$.

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{2}x + y = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{3} \\ \sqrt{2}\left(2\sqrt{2}y + \sqrt{3}\right) + y = 1 - \sqrt{6} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{3} \\ 4y + \sqrt{6} + y = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{3} \\ 5y = 1 - 2\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}.\left(\frac{1 - 2\sqrt{6}}{5}\right) + \sqrt{3} \\ y = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}.\left(\frac{1 - 2\sqrt{6}}{5}\right) + \sqrt{3} \\ y = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} - 4\sqrt{12} + 5\sqrt{3}}{5} \\ y = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{5} \\ y = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{5}; \frac{1 - 2\sqrt{6}}{5}\right)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} x - \sqrt{3}y = 0 \\ \sqrt{3}x + 2y = 1 + \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ \sqrt{3}\left(\sqrt{3}y\right) + 2y = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ 3y + 3y = 1 + \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}.\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{5}\right) \\ y = \dfrac{1+\sqrt{3}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3+\sqrt{3}}{5} \\ y = \dfrac{1+\sqrt{3}}{5} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{5};\dfrac{1+\sqrt{3}}{5}\right)$.

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{5}y = 1 \\ x + \sqrt{5}y = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5}y + \sqrt{2} \\ \sqrt{2}x - \sqrt{5}y = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5}y + \sqrt{2} \\ \sqrt{2}x - \sqrt{5}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5}y + \sqrt{2} \\ \sqrt{2}\left(-\sqrt{5}y + \sqrt{2}\right) - \sqrt{5}y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5}y + \sqrt{2} \\ \sqrt{2}\left(-\sqrt{5}y + \sqrt{2}\right) - \sqrt{5}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5}y + \sqrt{2} \\ -\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5}\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)}\right) \\ y = \dfrac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(1;\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}}\right)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{5}y = 2 \\ x + \sqrt{5}y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}\left(-\sqrt{5}y + 2\right) + \sqrt{5}y = 2 \\ x = -\sqrt{5}y + 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{5}\left(1-\sqrt{2}\right)y = 2\left(1-\sqrt{2}\right) \\ x = -\sqrt{5}y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \\ x = -\sqrt{5}\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(0;\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

Bài 4. Giải các hệ phương trình sau:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \left(3-\sqrt{5}\right)x - 3y = 3 + 5\sqrt{5} \\ 4x + y = 4 - 2\sqrt{5} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(3-\sqrt{5}\right)x - 3\left(-4x + 4 - 2\sqrt{5}\right) = 3 + 5\sqrt{5} \\ y = -4x + 4 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(15-\sqrt{5}\right)x = 15-\sqrt{5} \\ y = -4x+4-2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2\sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(1;-2\sqrt{5}\right)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x - y = \sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)\left[\left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3}\right] = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)x-\left(\sqrt{3}+1\right)\sqrt{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{3} \\ 3x = 4+\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \left(\sqrt{3}-1\right)\left(\dfrac{4+\sqrt{3}}{3}\right)-\sqrt{3} \\ x = \dfrac{4+\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{4\sqrt{3}-4+3-\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3} \\ x = \dfrac{4+\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{3} \\ x = \dfrac{4+\sqrt{3}}{3} \end{cases}$. Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $\left(\dfrac{4+\sqrt{3}}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 4x-3y+5(x-y) = 1 \\ 2x-4(2y-1) = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y+5(x-y) = 1 \\ 2x-4(2y-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y+5x-5y = 1 \\ 2x-8y+4 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x-8y = 1 \\ 2x-8y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x-8y = 1 \\ x = 4y-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9\left(4y-\dfrac{3}{2}\right)-8y = 1 \\ x = 4y-\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 36y-\dfrac{27}{2}-8y = 1 \\ x = 4y-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 28y = 1+\dfrac{27}{2} \\ x = 4y-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{29}{56} \\ x = 4.\left(\dfrac{29}{56}\right)-\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{29}{56} \\ x = \dfrac{4}{7} \end{cases}$. Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\dfrac{4}{7};\dfrac{29}{56}\right)$

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 3(x-7)-6(x-y+1) = 0 \\ 4(x-1)+2(x-2y+7) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-21-6x+6y-6=0 \\ 4x-4+2x-4y+14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x+6y=27 \\ 6x-4y=-10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-9 \\ 6x-4y=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-9 \\ 6(2y-9)-4y=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-9 \\ 8y=44 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\dfrac{11}{2} \end{cases}$. Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(2;\dfrac{11}{2}\right)$.

Bài 6. Hệ phương trình: $\begin{cases} 3x+by=5 \\ ax+by=12 \end{cases}$

a. Có nghiệm $(1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3.1+b.2=5 \\ a.1+b.2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2b=5 \\ a+b=12 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3+2b=5 \\ a+b=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b=2 \\ a+b=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a+1=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=11 \end{cases}$

Vậy, hệ số $a=11;b=1$.

b. Có nghiệm $(-2;2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3.(-2)+b.2=5 \\ a.(-2)+b.2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6+2b=5 \\ -2a+2b=12 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b=11 \\ -a+b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{11}{2} \\ a=\dfrac{11}{2}-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{11}{2} \\ a=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Vậy, hệ số $a=-\dfrac{1}{2};b=\dfrac{11}{2}$.

Bài 7.

a. Điều kiện $x\neq 0; y\neq 0$. Đặt ẩn phụ: $\dfrac{1}{x}=a;\dfrac{1}{y}=b$

Khi đó, hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=\dfrac{1}{3} \\ a-b=\dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(b+\dfrac{1}{12}\right)+b=\dfrac{1}{3} \\ a=b+\dfrac{1}{12} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{12} \\ a=b+\dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b=\dfrac{1}{4} \\ a=b+\dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{1}{8} \\ a=\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{1}{8} \\ a=\dfrac{5}{24} \end{cases}$

Với $\begin{cases} b=\dfrac{1}{8} \\ a=\dfrac{5}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{8} \\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{5}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{24}{5} \\ y=8 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\dfrac{24}{5};8\right)$.

b. Điều kiện: $x \neq 1; y \neq -2$. Đặt ẩn phụ: $\dfrac{1}{x-1} = a; \dfrac{1}{y+2} = b$

khi đó, hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{7}{x-1} + \dfrac{5}{y+2} = 1 \\ \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{y+2} = \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a + 5b = 1 \\ a - b = \dfrac{1}{12} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7a + 5b = 1 \\ a - b = \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\left(b + \dfrac{1}{12}\right) + 5b = 1 \\ a = b + \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12b = \dfrac{5}{12} \\ a = b + \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{5}{144} \\ a = \dfrac{17}{144} \end{cases}$$

Với $\begin{cases} b = \dfrac{5}{144} \\ a = \dfrac{17}{144} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{y+2} = \dfrac{5}{144} \\ \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{17}{144} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 2 = \dfrac{144}{5} \\ x - 1 = \dfrac{144}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{144}{5} - 2 \\ x = \dfrac{144}{17} + 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{134}{5} \\ x = \dfrac{161}{17} \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\dfrac{161}{17}; \dfrac{134}{5}\right)$.

c. Điều kiện: $x \neq \pm 2y$. Đặt ẩn phụ: $\dfrac{1}{x+2y} = a; \dfrac{1}{x-2y} = b$

khi đó, hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{4}{x+2y} - \dfrac{1}{x-2y} = 1 \\ \dfrac{20}{x+2y} + \dfrac{3}{x-2y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 1 \\ 20a + 3b = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a - 1 \\ 20a + 3(4a - 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a - 1 \\ 32a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{8} \\ b = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Với $\begin{cases} a = \dfrac{1}{8} \\ b = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x+2y} = \dfrac{1}{8} \\ \dfrac{1}{x-2y} = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 8 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Kết luận, vậy hệ phương trình có nghiệm là $\begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

d. Điều kiện: $\begin{cases} x + y \neq 3 \\ x - y \neq 1 \end{cases}$. Đặt ẩn phụ: $\dfrac{1}{x+y-3} = a; \dfrac{1}{x-y+1} = b$

Khi đó, hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{5}{x+y-3}-\dfrac{2}{x-y+1}=8 \\ \dfrac{3}{x+y-3}+\dfrac{1}{x-y+1}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a-2b=8 \\ 3a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{14}{11} \\ b=-\dfrac{9}{11} \end{cases}$

Với $\begin{cases} a=\dfrac{14}{11} \\ b=-\dfrac{9}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x+y-3}=\dfrac{14}{11} \\ \dfrac{1}{x-y+1}=-\dfrac{9}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-3=\dfrac{11}{14} \\ x-y+1=-\dfrac{11}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\dfrac{53}{14} \\ x-y=-\dfrac{19}{9} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{211}{252} \\ y=\dfrac{743}{252} \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\begin{cases} x=\dfrac{211}{252} \\ y=\dfrac{743}{252} \end{cases}$

Bài 8. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-2y=a \\ 15x-10y=5 \end{cases}$

a. Với $a=1$, ta có: $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 15x-10y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=1 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$

Hệ phương trình với $a=1$ là hệ gồm hai phương trình giống nhau (hai đường thẳng trùng nhau) nên chúng có vô số nghiệm.

Nghiệm tổng quát của hệ phương trình là: $\begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Cách 2: Ta có thể nhìn nhanh số nghiệm của hệ phương trình khi lập tỉ số các hệ số của hai đường thẳng:

Vì: $\dfrac{3}{15}=\dfrac{-2}{-10}=\dfrac{1}{5}$ nên hệ phương trình có vô số nghiệm.

b. Với $a\neq 1$. Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-2y=a \\ 15x-10y=5 \end{cases}$

Vì $a\neq 1$ nên $\dfrac{3}{15}=\dfrac{-2}{-10}\neq\dfrac{a}{5}$. Do đó, hệ phương trình vô nghiệm.

Bài 9. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} -5x+y=10 \\ x+3y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -15x+3y=30 \\ x+3y=-18 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 16x=-48 \\ x+3y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-5 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(-3;-5)$.

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}4x-3y=-10\\2x+5y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x-3y=-10\\4x+10y=16\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}13y=26\\2x+5y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2\\x=-1\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(-1;2)$.

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{6}{5}y=\dfrac{27}{10}\\x-\dfrac{9}{2}y=-\dfrac{15}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-5x+12y=27\\2x-9y=-15\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-5x+12y=27\\2x-9y=-15\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-10x+24y=54\\10x-45y=-75\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-21y=-21\\2x-9y=-15\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\x=-3\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(-3;1)$.

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{4}y=2\\\dfrac{2}{5}x+y=18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{4}{3}x-y=8\\\dfrac{2}{5}x+y=18\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{26}{15}x=26\\\dfrac{2}{5}x+y=18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=15\\\dfrac{2}{5}.15+y=18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=15\\y=12\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(15;12)$.

Bài 10. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a. Biến đổi hệ phương trình: $\begin{cases}5x+3y=19\\2x+9y=31\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}10x+6y=38\\10x+45y=155\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}39y=117\\5x+3y=19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=3\\5x+9=19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(2;3)$.

b. Biến đổi hệ phương trình: $\begin{cases}15x+8y=46\\x-\dfrac{3}{5}y=\dfrac{4}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}15x+8y=46\\5x-3y=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}15x+8y=46\\15x-9y=12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}17y=34\\5x-3y=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2\\5x-6=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(2;2)$.

c. Hệ phương trình $\begin{cases}3x-4y=10\\-6x+8y=-17\end{cases}$ có tỉ lệ giữa các hệ số là: $\dfrac{3}{-6}=\dfrac{-4}{8}\neq\dfrac{10}{-17}$ dạng $\left(\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}\right)$ nên hệ phương trình vô nghiệm.

d. Hệ phương trình $\begin{cases}5x-4y=20\\\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{5}y=1\end{cases}$ có tỉ lệ giữa các hệ số là: $\dfrac{5}{\left(\dfrac{1}{4}\right)}=\dfrac{-4}{\left(-\dfrac{1}{5}\right)}=\dfrac{20}{1}$ dạng $\left(\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}\right)$

nên hệ phương trình có vô số nghiệm.

Với nghiệm tổng quát của hệ phương trình là: $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\y=\dfrac{5}{4}x-5\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}y\in\mathbb{R}\\x=\dfrac{4}{5}y+4\end{cases}$

Bài 11. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}5(x+2y)-3(x-y)=99\\x-3y=7x-17\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}5x+10y-3x+3y=99\\6x+3y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+13y=99\\6x+3y=17\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}6x+39y=297\\6x+3y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}36y=280\\6x+3y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{70}{9}\\6x+3\left(\dfrac{70}{9}\right)=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{19}{18}\\y=\dfrac{70}{9}\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(-\dfrac{19}{18};\dfrac{70}{9}\right)$

b. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=21\\7(x-4)+3(x+y-1)=14\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=21\\7x-28+3x+3y-3=14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=21\\10x+3y=45\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}8x=24\\3y=21-2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\3y=21-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=5\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(3;5)$

c. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases}2(x+1)-5(y+1)=8\\3(x+1)-2(y+1)=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+2-5y-5=8\\3x+3-2y-2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-5y=11\\3x-2y=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}6x-15y=33\\6x-4y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11y=-33\\3x-2y=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-3\\3x=2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(-2;-3)$

** (Những bài toán khá đơn giản như thế này chúng ta không nên đặt ẩn phụ, bởi sẽ tạo ra nhiều bước thực hiện để hoàn thành bài toán. Cách tốt nhất là khai triển, rồi làm gọn hệ phương trình đã cho. Sau đó giải theo phương pháp thầy đã nêu.)*

d. Biến đổi hệ phương trình $\begin{cases} 4(x-1)-2(3y+1)+5=0 \\ 8(x-1)-5(3y+1)=-9 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-4-6y-2+5=0 \\ 8x-8-15y-5=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-6y=1 \\ 8x-15y=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x-12y=2 \\ 8x-15y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=-2 \\ 4x=6y+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{2}{3} \\ 4x=6.\left(-\dfrac{2}{3}\right)+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{3}{4} \\ y=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(-\dfrac{3}{4};-\dfrac{2}{3}\right)$

Bài 12. Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

Biến đổi phương trình $\begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \\ x+\left(\sqrt{3}+1\right)y=1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \\ \left(\sqrt{3}-1\right)x+\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)y=\sqrt{3}-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \\ \left(\sqrt{3}-1\right)x+2y=\sqrt{3}-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y=-1 \\ \left(\sqrt{3}-1\right)x-y=\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{3} \\ \left(\sqrt{3}-1\right)x=y+\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{3} \\ x=\dfrac{y+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{3} \\ x=\dfrac{-\dfrac{1}{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{3} \\ x=\dfrac{3\sqrt{3}-1}{3\left(\sqrt{3}-1\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(3+\sqrt{3}+1\right)}{3\left(\sqrt{3}-1\right)}=\dfrac{4+\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\dfrac{4+\sqrt{3}}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$

Bài 13. Xác định các hệ số a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm M và N trong mỗi trường hợp sau:

a. Hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $M(1;3)$ và $N(-2;2)$:

Điểm $M(1;3)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $3 = a + b \quad (1)$

Điểm $N(-2;2)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $2 = -2a + b \quad (2)$

Suy ra: a, b là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3 = a + b \\ 2 = -2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{3} \\ b = \dfrac{8}{3} \end{cases}$

Vậy, $a = \dfrac{1}{3}$ và $b = \dfrac{8}{3}$.

b. Hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $M\left(-1;\sqrt{3}\right)$ và $N\left(2;\sqrt{3}\right)$:

Điểm $M\left(-1;\sqrt{3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $\sqrt{3} = -a + b \quad (1)$

Điểm $N\left(2;\sqrt{3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $\sqrt{3} = 2a + b \quad (2)$

Suy ra: a, b là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{3} = -a + b \\ \sqrt{3} = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$

Vậy, $\begin{cases} a = 0 \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$.

c. Hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $M(0;0)$ và $N(3;3)$:

Điểm $M(0;0)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $b = 0 \quad (1)$

Điểm $N(3;3)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $3 = 3a + b \quad (2)$

Suy ra: a, b là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} b = 0 \\ 3 = 3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$

Vậy, $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$.

d. Hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $M(1;-4)$ và $N(4;-1)$:

Điểm $M(1;-4)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $4 = -a + b \quad (1)$

Điểm $N(4;-1)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $-1 = 4a + b \quad (2)$

Suy ra: a, b là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4 = -a + b \\ -1 = 4a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$

Vậy, $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$.

Bài 14. Xác định giá trị của các hệ số m, n sao cho:

a. Hệ phương trình $\begin{cases}2x+my=n\\mx+ny=5\end{cases}$ có nghiệm là $x=2; y=5$

Thay giá trị $x=2; y=5$ vào hệ phương trình, ta có hệ:

$$\begin{cases}4+5m=n\\2m+5n=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5m-n=-4\\2m+5n=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\dfrac{5}{9}\\n=\dfrac{11}{9}\end{cases}$$

Vậy, với $m=-\dfrac{5}{9}$ và $n=\dfrac{11}{9}$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm $x=2; y=5$.

b. Hệ phương trình $\begin{cases}x-y=m\\3x+2y-n=1\end{cases}$ có nghiệm là $x=1; y=2$.

Thay giá trị $x=1; y=2$ vào hệ phương trình, ta có hệ:

$$\begin{cases}x-y=m\\3x+2y-n=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-2=m\\3+4-n=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\n=6\end{cases}$$

Vậy với $m=-1$ và $n=6$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm $x=1; y=2$.

Bài 15. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

a. Hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{10}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=1\\\dfrac{25}{x-1}+\dfrac{3}{y+2}=2\end{cases}$ có điều kiện $x\neq 1; y\neq -2$

Với x thỏa điều kiện.

Đặt ẩn phụ: $a=\dfrac{1}{x-1}; b=\dfrac{1}{y+2}$, ta có hệ phương trình mới:

$$\begin{cases}\dfrac{10}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=1\\\dfrac{25}{x-1}+\dfrac{3}{y+2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10a+b=1\\25a+3b=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}30a+3b=3\\25a+3b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5a=1\\10a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{5}\\b=-1\end{cases}$$

Từ kết quả $\begin{cases}a=\dfrac{1}{5}\\b=-1\end{cases}$, suy ra: $\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{1}{5}\\\dfrac{1}{y+2}=-1\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-1=5\\y+2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=-3\end{cases}\text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(6;-3)$.

b. Hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}=7 \\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}=-1 \end{cases}$ có điều kiện $\begin{cases} 2x-y\neq 0 \\ x+3y\neq 0 \end{cases}$

Với x thỏa điều kiện.

Đặt ẩn phụ: $a=\dfrac{1}{2x-y}; b=\dfrac{1}{x+3y}$, ta có hệ phương trình mới:

$$\begin{cases} \dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}=7 \\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27a+32b=7 \\ 45a-48b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{9} \\ b=\dfrac{1}{8} \end{cases}$$

Từ kết quả $\begin{cases} a=\dfrac{1}{9} \\ b=\dfrac{1}{8} \end{cases}$, suy ra: $\begin{cases} \dfrac{1}{2x-y}=\dfrac{1}{9} \\ \dfrac{1}{x+3y}=\dfrac{1}{8} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x-y=9 \\ x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(5;1)$.

c*. $\begin{cases} 2|x-6|+3|y+1|=5 \\ 5|x-6|-4|y+1|=1 \end{cases}$. Đặt $a=|x-6|; b=|y+1|$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2|x-6|+3|y+1|=5 \\ 5|x-6|-4|y+1|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=5 \\ 5a-4b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$

Với $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$, suy ra: $\begin{cases} |x-6|=1 \\ |y+1|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} x-6=1 \\ y+1=1 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} x-6=-1 \\ y+1=-1 \end{cases} & (2) \\ \begin{cases} x-6=1 \\ y+1=-1 \end{cases} & (3) \\ \begin{cases} x-6=-1 \\ y+1=1 \end{cases} & (4) \end{array} \right.$

Giải (1) $\begin{cases} x-6=1 \\ y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=0 \end{cases}$

Giải (2) $\begin{cases} x-6=-1 \\ y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$

Giải (3) $\begin{cases} x-6=1 \\ y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=-2 \end{cases}$

Giải (4) $\begin{cases} x-6=-1 \\ y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=0 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình có các nghiệm là: $(7;0);(5;-2);(7;-2);(5;0)$.

d*. $\begin{cases} 4|x+y|+3|x-y|=8 \\ 3|x+y|-5|x-y|=6 \end{cases}$. Đặt $a=|x+y|;b=|x-y|$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 4|x+y|+3|x-y|=8 \\ 3|x+y|-5|x-y|=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+3b=8 \\ 3a-5b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$

Với $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} |x+y|=2 \\ |x-y|=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=0 \end{cases} & (2) \end{array} \right.$

Giải (1) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Giải (2) $\begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy, hệ phương trình có các nghiệm là: $(1;1)(-1;-1)$.

Bài 16*. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ 2x-y+2z=5 \\ x-2y-3z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ 2x-y+2(3x+y-1)=5 \\ x-2y-3(3x+y-1)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ 2x-y+6x+2y-2=5 \\ x-2y-9x-3y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ 8x+y=7 \\ -8x-5y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ -4y=4 \\ 8x+y=7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ y=-1 \\ 8x-1=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3x+y-1 \\ y=-1 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=-1 \\ x=1 \end{cases}$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(1;-1;1)$

b. $\begin{cases} x+3y+2z=8 \\ 2x+y+z=6 \\ 3x+y+z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y+2(-3x-y+6)=8 \\ 2x+y+(-3x-y+6)=6 \\ z=-3x-y+6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y+2(-3x-y+6)=8 \\ 2x+y+(-3x-y+6)=6 \\ z=-3x-y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y-6x-2y+12=8 \\ 2x+y-3x-y+6=6 \\ z=-3x-y+6 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x+y=-4 \\ -x=0 \\ z=-3x-y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-4 \\ x=0 \\ z=10 \end{cases}$$

Vậy, nghiệm của hệ phương trình là: $(0;-4;10)$.

PHẦN III.TRẮC NGHIỆM CỦNG CỐ PHẢN XẠ

HƯỚNG DẪN

I. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Câu 1. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases} x-y=5 \\ 3x+2y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+5 \\ 3.(y+5)+2y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+5 \\ 3y+15+2y=18 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+5 \\ 5y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{3}{5} \\ x=5+\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{28}{5} \\ y=\dfrac{3}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{28}{5};\dfrac{3}{5}\right) \Rightarrow x.y=\dfrac{84}{25}$

Câu 2. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+3 \\ 3(y+3)-4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+3 \\ y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=7 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(10;7)$

Do đó $x^2y=10^2.7=700$

Câu 3. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} 2x-7y=8 \\ 10x+3y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{8+7y}{2} \\ 10.\left(\dfrac{8+7y}{2}\right)+3y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{8+7y}{2} \\ 40+35y+3y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{8+7y}{2} \\ 38y=-19 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{8+7y}{2} \\ y=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{9}{4} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{9}{4};-\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow x+y=\dfrac{7}{4}$

Câu 4. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 4x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-3(2-4x)=5 \\ y=2-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{11}{19} \\ y=2-4.\dfrac{11}{19} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{11}{19} \\ y=-\dfrac{6}{19} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{11}{19};-\dfrac{6}{19}\right) \Rightarrow x+y=\dfrac{5}{19}$

Câu 5. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} x-2y=12 \\ 2x+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12+2y \\ 2(12+2y)+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12+2y \\ 7y=-21 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=12+2.(-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(6;-3)$

Câu 6. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} 3x-2y=12 \\ x+2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-2y \\ 3(3-2y)-2y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-2y \\ -8y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{3}{8} \\ x=3+\dfrac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{15}{4} \\ y=-\dfrac{3}{8} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{15}{4};-\dfrac{3}{8}\right)$.

Câu 7. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} -x-\sqrt{2}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{2}x+2y=-\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \\ \sqrt{2}\left(-\sqrt{2}y-\sqrt{3}\right)+2y=-\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \\ -2y-\sqrt{6}+2y=-\sqrt{6} \end{cases}$

$\begin{cases} x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \\ -\sqrt{6}=-\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\in\mathbb{R} \\ x=-\sqrt{2}y-\sqrt{3} \end{cases}.$

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm.

Câu 8. Đáp án A.

Ta

có $\begin{cases} x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ x+y\sqrt{3}=\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{2}-y\sqrt{3}\right)\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-y\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)=1 \\ x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)=1 \\ x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \{ \quad y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} x=\sqrt{2}-y\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} \\ x=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(1;\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 9. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} (x+1)(y-1)=xy-1 \\ (x-3)(y-3)=xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-x+y-1=xy-1 \\ xy-3x-3y+9=xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+y=0 \\ -3x-3y=-12 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ -3y-3y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ -6y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;2)$

Câu 10. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}(x+1)(y-3)=(x-1)(y+3)\\(x-3)(y+1)=(x+1)(y-3)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}xy-3x+y-3=xy+3x-y-3\\xy+x-3y-3=xy-3x+y-3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}6x-2y=0\\4x-4y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\6y-2y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\4y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(0;0)$.

Câu 11. Đáp án B.

Thay $x=1;y=-2$ vào hệ ta được $\begin{cases}2.1+b.(-2)=-1\\b.1-2a.(-2)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2b=-3\\b+4a=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=\dfrac{3}{2}\\\dfrac{3}{2}+4a=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}b=\dfrac{3}{2}\\a=-\dfrac{1}{8}\end{cases} \Rightarrow a-b=-\dfrac{13}{8}$

Vậy $a-b=-\dfrac{13}{8}$.

Câu 12. Đáp án A.

Thay $x=1;y=-2$ vào hệ ta được $\begin{cases}2+b(-2)=-4\\b-a(-2)=-5\end{cases}$

Ta coi đây là một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn là a và b và giải hệ phương trình này

$\begin{cases}2+b(-2)=-4\\b-a(-2)=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2b=-6\\b+2a=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=3\\3+2.a=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=3\\a=-4\end{cases}$

Suy ra $a+b=-4+3=-1$.

Câu 13. Đáp án A.

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_1 ta được

$m.(-2)-2(3n+2).3=6 \Leftrightarrow -2m-18n=18 \Leftrightarrow m+9n=-9$

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_2 ta được

$(3m-1).(-2)+2n.3=56 \Leftrightarrow -6m+2+6n=56 \Leftrightarrow m-n=-9$

Suy ra hệ phương trình

$\begin{cases}m+9n=-9\\m-n=-9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-9+n\\-9+n+9n=-9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-9+n\\10n=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=0\\m=-9\end{cases} \Rightarrow m.n=0$.

Vậy $m.n=0$.

Câu 14. Đáp án C.

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_1 ta được

$m.(-5)-2(3n+2).2=18 \Leftrightarrow -5m-12n-8=18 \Leftrightarrow 5m+12n=-26$

+) Thay tọa độ điểm I vào phương trình d_2 ta được

$(3m-1).(-5)+2n.2=-37 \Leftrightarrow -15m+5+4n=-37 \Leftrightarrow 15m-4n=42$

Suy ra hệ phương trình $\begin{cases}5m+12n=-26\\15m-4n=42\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5m+12n=-26\\n=\dfrac{15m-42}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=\dfrac{15m-42}{4}\\5m+12.\dfrac{15m-42}{4}=-26\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} n = \dfrac{15m-42}{4} \\ 5m + 3(15m-42) = -26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \dfrac{15m-42}{4} \\ 50m - 126 = -26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -3 \end{cases}$

Vậy $m = 2; n = -3$.

Câu 15. Đáp án D.

Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng ta được $3a + b = -5$

Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng ta được $a + b = 2$

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - a \\ 3a + 2 - a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - a \\ 2a = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{-7}{2} \\ b = \dfrac{11}{2} \end{cases}$

Vậy $a = \dfrac{-7}{2}; b = \dfrac{11}{2}$.

Câu 16. Đáp án A.

Điều kiện: $x \neq 2; y \neq \dfrac{1}{2}$

Đặt $\dfrac{1}{x-2} = a; \dfrac{1}{2y-1} = b$ khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a - 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - b \\ 2(2-b) - 3b = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - b \\ -5b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - b \\ b = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \dfrac{3}{5} \\ b = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{7}{5} \\ b = \dfrac{3}{5} \end{cases}$

Trả lại biến ta được $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2} = \dfrac{7}{5} \\ \dfrac{1}{2y-1} = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 14 = 5 \\ 6y - 3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{19}{7} \\ y = \dfrac{4}{3} \end{cases}$ (Thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\dfrac{19}{7}; \dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 17. Đáp án C.

Điều kiện: $x \neq -1; y \neq -1$

Ta có $\begin{cases} \dfrac{2x}{x+1} + \dfrac{y}{y+1} = 3 \\ \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{3y}{y+1} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.\dfrac{x}{x+1} + \dfrac{y}{y+1} = 3 \\ \dfrac{x}{x+1} + 3.\dfrac{y}{y+1} = -1 \end{cases}$

Đặt $\dfrac{x}{x+1} = a; \dfrac{y}{y+1} = b$ khi đó ta có hệ phương trình

$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ a + 3b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 2a \\ a + 3(3-2a) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 2a \\ a + 9 - 6a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 2a \\ -5a = -10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 - 2.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

Thay trở lại cách đặt ta được $\begin{cases}\dfrac{x}{x+1}=2\\ \dfrac{y}{y+1}=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2x+2\\ y=-y-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2\\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$ (Thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 18. Đáp án C.

Ta sử dụng: Đa thức $P(x)$ chia hết cho đa thức $x-a$ khi và chỉ khi $P(a)=0$

Áp dụng mệnh đề trên với $a=-1$, rồi với $a=3$, ta có

$P(-1)=m(-1)^3+(m-2).(-1)^2-(3n-5).(-1)-4n=-n-7$

$P(3)=m.3^3+(m-2).3^2-(3n-5).3-4n=36m-13n-3$

Theo giả thiết, $P(x)$ chia hết cho $x+1$ nên $P(-1)=0$ tức là $-n-7=0$

Tương tự, vì $P(x)$ chia hết cho $x-3$ nên $P(3)=0$ tức là $36m-13n-3=0$

Vậy ta phải giải hệ phương trình $\begin{cases}-n-7=0\\ 36m-13n-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=-7\\ 36m-13.(-7)-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=-7\\ m=-\dfrac{22}{9}\end{cases}$

Trả lời: Vậy $m=-\dfrac{22}{9};n=-7$.

Câu 19. Đáp án D.

Ta sử dụng: Đa thức $Q(x)$ chia hết cho đa thức $x-a$ khi và chỉ khi $Q(a)=0$

Áp dụng mệnh đề đã cho với $a=2$, rồi với $a=-3$, ta có

$Q(2)=(3m-1)2^3-(2n-5)2^2-n.2-9m-72$

$=24m-8-8n+20-2n-9m-72=15m-10n-60$

$Q(-3)=(3m-1)(-3)^3-(2n-5)(-3)^2-n.(-3)-9m-72$

$=-81m+27-18n+45+3n-9m-72=-90m-15n$

Theo giả thiết, $Q(x)$ chia hết cho $x-2$ nên $Q(2)=0$ tức là $15m-10n-60=0$ (1)

Tương tự, vì $Q(x)$ chia hết cho $x+3$ nên $Q(-3)=0$ tức là $-90m-15n=0$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}15m-10n-60=0\\ -90m-15n=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=-6m\\ 15m-10(-6m)=60\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=\dfrac{4}{5}\\ n=-\dfrac{24}{5}\end{cases}$$

Trả lời: Vậy $m=\dfrac{4}{5};n=-\dfrac{24}{5}$.

Câu 20. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{2}{2x+y}+\dfrac{5}{x+2y}=\dfrac{5}{6}\\ \dfrac{3}{2x+y}-\dfrac{4}{x+2y}=-\dfrac{3}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2.\dfrac{1}{2x+y}+5.\dfrac{1}{x+2y}=\dfrac{5}{6}\\ 3.\dfrac{1}{2x+y}-4.\dfrac{1}{x+2y}=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$

Đặt $\dfrac{1}{2x+y}=a;\dfrac{1}{x+2y}=b$ ta được hệ phương trình $\begin{cases}2a+5b=\dfrac{5}{6}\\ 3a-4b=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$

Câu 21. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{2}{3x-9y}+\dfrac{6}{x+\sqrt{y}}=3\\ \dfrac{4}{x-3y}-\dfrac{9}{x+\sqrt{y}}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{x-3y}+6.\dfrac{1}{x+\sqrt{y}}=3\\ 4.\dfrac{1}{x-3y}-9.\dfrac{1}{x+\sqrt{y}}=1\end{cases}$

Đặt $\dfrac{1}{x-3y}=a;\dfrac{1}{x+\sqrt{y}}=b$ ta được hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{2}{3}a+6b=3\\ 4a-9b=1\end{cases}$

Câu 22. Đáp án B.

Điều kiện: $x\neq 0; y\neq 0$

Đặt $\dfrac{1}{x}=a;\dfrac{1}{y}=b$ khi đó ta có hệ phương trình

$\begin{cases}a-b=1\\ 3a+4b=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1+b\\ 3(1+b)+4b=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1+b\\ 7b=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}b=\dfrac{2}{7}\\ a=1+\dfrac{2}{7}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{9}{7}\\ b=\dfrac{2}{7}\end{cases}$

Trả lại biến ta được $\begin{cases}\dfrac{1}{x}=\dfrac{9}{7}\\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{7}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{7}{9}\\ b=\dfrac{7}{2}\end{cases}$ (Thỏa mãn điều kiện)

Khi đó $9x+2y=9.\dfrac{7}{9}+2.\dfrac{7}{2}=14$

Câu 23. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{15x}{\sqrt{y}}-\dfrac{7\sqrt{x}}{y}=9\\ \dfrac{4x}{\sqrt{y}}+\dfrac{9\sqrt{x}}{y}=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}15.\dfrac{x}{\sqrt{y}}-7.\dfrac{\sqrt{x}}{y}=9\\ 4.\dfrac{x}{\sqrt{y}}+9.\dfrac{\sqrt{x}}{y}=5\end{cases}$

Đặt $\dfrac{x}{\sqrt{y}}=a;\dfrac{\sqrt{x}}{y}=b$ ta được hệ phương trình $\begin{cases}15a-7b=9\\ 4a+9b=5\end{cases}$

Câu 24. Đáp án B.

Ta có

$\begin{cases}3(y-5)+2(x-3)=0\\ 7(x-4)+3(x+y-1)-14=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3y-15+2x-6=0\\ 7x-28+3x+3y-3-14=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+3y=21\\ 10x+3y=45\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3y=21-2x\\ 8x=24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ 3y=15\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=5\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(x;y\right)=\left(3;5\right) \Rightarrow x^2+y^2=3^2+5^2=34$.

Câu 25. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}2(x+y)+3(x-y)=4\\ (x+y)+2(x-y)=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+2y+3x-3y=4\\ x+y+2x-2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5x-y=4\\ 3x-y=5\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - y = 4 \\ y = 3x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x - (3x - 5) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x - 3x + 5 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = 3x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = 3.\dfrac{-1}{2} - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = -\dfrac{13}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{13}{2}\right) \Rightarrow x > y$ và $x - y = 6$.

II. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Câu 1. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} 8x + 7y = 16 \\ 8x - 3y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 7y = 16 \\ 8x + 7y - (8x - 3y) = 16 - (-24) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 7y = 16 \\ 10y = 40 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 4 \\ 8x + 7.4 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(-\dfrac{3}{2};4\right)$.

Câu 2. Đáp án D.

Ta giải hệ phương trình bằng cách nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2 rồi trừ từng vế của hai phương trình:

$\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3(-2) = 6 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (3;-2)$.

Câu 3. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 12x + 3y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 14x = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;1) \Rightarrow x - y = 2 - 1 = 1$

Câu 4. Đáp án D.

$\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x\sqrt{2} + y\sqrt{6} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ \left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right)y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ y = \dfrac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \\ x\sqrt{2} - \sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(1;\dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow x + 3\sqrt{3}y = 1 + 3\sqrt{2} - 3 = 3\sqrt{2} - 2$.

Câu 5. Đáp án C.

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với $\sqrt{2}$ rồi cộng từng vế của hai phương trình

$$\begin{cases}5x\sqrt{3}+y=2\sqrt{2}\\x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x\sqrt{6}+y\sqrt{2}=4\\x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x\sqrt{6}=6\\x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{\sqrt{6}}\\\dfrac{1}{\sqrt{6}}.\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{\sqrt{6}}\\1-y\sqrt{2}=2\end{cases}\begin{cases}x=\dfrac{1}{\sqrt{6}}\\y\sqrt{2}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{6}}{6}\\y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{\sqrt{6}}{6};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$\Rightarrow 6x+3\sqrt{3}y=6.\frac{\sqrt{6}}{6}+3\sqrt{3}.\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{6}-\frac{3}{2}\sqrt{6}=-\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 6. Đáp án A.

ĐK: $x\ge 0;y\ge 0$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 5 rồi trừ từng vế của hai phương trình:

$$\begin{cases}0,3\sqrt{x}+0,5\sqrt{y}=3\\1,5\sqrt{x}-2\sqrt{y}=1,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1,5\sqrt{x}+2,5\sqrt{y}=15\\1,5\sqrt{x}-2\sqrt{y}=1,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4,5\sqrt{y}=13,5\\1,5\sqrt{x}-2\sqrt{y}=1,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{y}=3\\1,5\sqrt{x}-2.3=1,5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=9\\1,5\sqrt{x}=7,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=9\\\sqrt{x}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=9\\x=25\end{cases}\text{(thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(25;9)\Rightarrow xy=25.9=225$.

Câu 7. Đáp án B.

ĐK: $x\ge 0;y\ge 0$

Ta có $\begin{cases}4\sqrt{x}-3\sqrt{y}=4\\2\sqrt{x}+\sqrt{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4\sqrt{x}-3\sqrt{y}=4\\4\sqrt{x}+2\sqrt{y}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5\sqrt{y}=0\\2\sqrt{x}+\sqrt{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{y}=0\\2\sqrt{x}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\x=1\end{cases}$ (tm).

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;0)\Rightarrow x.y=0$.

Câu 8. Đáp án C.

ĐK: $x\ne 0$

Ta có $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+y=3\\\dfrac{1}{x}-2y=4\end{cases}\begin{cases}\dfrac{4}{x}+2y=6\\\dfrac{1}{x}-2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\2x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\y=-1\end{cases}$ (TM)

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{1}{2};-1\right)\Rightarrow\dfrac{x}{y}=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 9. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases}5(x+2y)-3(x-y)=99\\x-3y=7x-4y-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+10y-3x+3y=99\\x-3y-7x+4y=-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+13y=99\\-6x+y=-17\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}6x+39y=297\\-6x+y=-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6x+y=-17\\40y=280\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=7\\x=4\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(4;7)$.

Câu 10. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}2(x+y)-3(x-y)=4\\x+4y=2x-y+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+2y-3x+3y=4\\x+4y-2x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x+5y=4\\-x+5y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=1\\-x+5y=5\end{cases}(VL)$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 11. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{x+y}{5}=\dfrac{x-y}{3}\\\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{2}+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+3y=5x-5y\\x=2y+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x=8y\\x=2y+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y\\x=2y+4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y\\2y-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\x=8\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;8)\Rightarrow x>0;y>0$.

Câu 12. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}x+\dfrac{y}{2}=\dfrac{2x-3}{2}\\\dfrac{x}{2}+3y=\dfrac{25-9y}{8}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y=2x-3\\4x+24y=25-9y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-3\\4x+33y=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=31\\y=-3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(31;-3)$

$\Rightarrow x>0;y<0$.

Câu 13. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}(x-3)(2y+5)=(2x+7)(y-1)\\(4x+1)(3y-6)=(6x-1)(2y+3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x-13y=8\\-42x+5y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}42x-78y=48\\-42x+5y=3\end{cases}$

Câu 14. Đáp án C.

Điều kiện: $x\ge 1;y\ge 0$

Ta có $\begin{cases}3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13\\2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13\\4\sqrt{x-1}-2\sqrt{y}=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4\\7\sqrt{x-1}=21\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-1}=3\\3.3+2\sqrt{y}=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=9\\2\sqrt{y}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\y=4\end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(10;4)$. Nên $x-y=10-4=6$.

Câu 15. Đáp án B.

Điều kiện: $x\ge -3;y\ge -1$ Ta có $\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2\\2\sqrt{x+3}+\sqrt{y+1}=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2\sqrt{x+3}-4\sqrt{y+1}=4\\2\sqrt{x+3}+\sqrt{y+1}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2\\-5\sqrt{y+1}=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\\sqrt{x+3}-2.\sqrt{(-1)+1}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\\sqrt{x+3}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\x+3=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\x=1\end{cases}(tm)$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;-1)$.

Nên $x+y=1+(-1)=0$.

Câu 16. Đáp án A.

Thay $x=3;y=-4$ vào hệ phương trình ta được

$$\begin{cases}2a.3+b(-4)=-1\\b.3-a.(-4)=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6a-4b=-1\\4a+3b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12a-8b=-2\\12a+9b=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}17b=17\\4a+3b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1\\a=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

Vậy $a=\dfrac{1}{2};b=1$.

Câu 17. Đáp án D.

Thay $x=2;y=-3$ vào hệ phương trình ta được

$$\begin{cases}4a.2+2b.(-3)=-3\\3b.2+a(-3)=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8a-6b=-3\\-3a+6b=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5a=5\\-3a+6b=8\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\-3.1+6b=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\6b=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=\dfrac{11}{6}\end{cases}$. Vậy $a=1;b=\dfrac{11}{6}$.

Câu 18. Đáp án C.

ĐK: $x\neq 2;y\neq 1$

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=2\\\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=2\\2.\dfrac{1}{x-2}-3.\dfrac{1}{y-1}=1\end{cases}$$

Đặt $\dfrac{1}{x-2}=u;\dfrac{1}{y-1}=v\,(u;v\neq 0)$ ta có hệ $\begin{cases}u+v=2\\2u-3v=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2u+2v=4\\2u-3v=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5v=3\\u+v=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}v=\dfrac{3}{5}\\u+\dfrac{3}{5}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=\dfrac{3}{5}\\u=\dfrac{7}{5}\end{cases}(TM)$

Thay lại cách đặt ta được $\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{7}{5}\,\dfrac{1}{y-1}=\dfrac{3}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=\dfrac{5}{7}\\y-1=\dfrac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{19}{7}\\y=\dfrac{8}{3}\end{cases}(TM)$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{19}{7};\dfrac{8}{3}\right)$

Câu 19. Đáp án D.

Điều kiện: $x\geq 0;x\neq 7;y\geq 0$

Đặt $\dfrac{1}{\sqrt{x}-7}=a;\dfrac{1}{\sqrt{y}+6}=b$ ta được $\begin{cases}7a-4b=\dfrac{5}{3}\\5a+3b=2\dfrac{1}{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}21a-12b=5\\20a+12b=2\dfrac{1}{6}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}21a-12b=5\\41a=\dfrac{41}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{3}\\21.\dfrac{1}{3}-12b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{3}\\b=\dfrac{1}{6}\end{cases}$$

Trả lại biến ta có $\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{x}-7}=\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{1}{\sqrt{y}+6}=\dfrac{1}{6}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x}-7=3\\ \sqrt{y}+6=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=100\\ y=0\end{cases} (TM)$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(100;0)$.

Câu 20. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{x+1}{4}-\dfrac{y}{2}=x+y+1\\ \dfrac{x-2}{2}+\dfrac{y-1}{3}=x+y-1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x+1-2y=4x+4y+4\\ 3x-6+2y-2=6x+6y-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x+6y=-3\\ 3x+4y=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-\dfrac{1}{2}\\ x=0\end{cases}$

Thay $x=0; y=-\dfrac{1}{2}$ vào phương trình $(m+2)x+7my=m-225$ ta được

$(m+2).0+7m\left(-\dfrac{1}{2}\right)=m-225 \Leftrightarrow \dfrac{9}{2}m=225 \Leftrightarrow m=50$.

Câu 21. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{4x-2y+2}{5}\\ \dfrac{2x-3}{4}-\dfrac{y-4}{3}=-2x+2y-2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}40x+20-15y-15=48x-24y+24\\ 6x-9-4y+16=-24x+24y-24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}8x-9y=-19\\ 30x-28y=-31\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}120x-135y=-285\\ 120x-112y=-124\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{11}{2}\\ y=7\end{cases}$

Thay $x=\dfrac{11}{2}; y=7$ vào phương trình $6mx-5y=2m-66$ ta được

$6m.\dfrac{11}{2}-5.7=2m-66 \Leftrightarrow 31m=-31 \Leftrightarrow m=-1$.

Câu 22. Đáp án B.

Đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $A(-4;-2) \Leftrightarrow -4a+b=-2$ (1)

Đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $B(2;1) \Leftrightarrow 2a+b=1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases}-4a+b=-2\\ 2a+b=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-6a=-3\\ 2a+b=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\ 2.\dfrac{1}{2}+b=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\ b=0\end{cases}$

Vậy $a=\dfrac{1}{2}; b=0$.

III. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chứa tham số

Câu 1. Đáp án B.

Thay $x=1; y=3$ vào hệ ta có: $\begin{cases}2.1+b.3=a\\b.1+a.3=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a-3b=2\\3a+b=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3a-9b=6\\3a+b=5\end{cases}$

$\begin{cases}10b=-1\\3a+b=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-\dfrac{1}{10}\\a=\dfrac{17}{10}\end{cases}$.

Vậy $a=\dfrac{-1}{10}; b=\dfrac{17}{10}$ thì hệ phương trình có nghiệm $x=1, y=3 \Rightarrow 10(a+b)=16$

Câu 2. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases}x+2y=m+3\\2x-3y=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+4y=2m+6\\2x-3y=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+2y=m+3\\7y=m+6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{5m+9}{7}\\y=\dfrac{m+6}{7}\end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{5m+9}{7};\dfrac{m+6}{7}\right)$

Lại có $x+y=-3$ hay

$\dfrac{5m+9}{7}+\dfrac{m+6}{7}=-3 \Leftrightarrow 5m+9+m+6=-21 \Leftrightarrow 6m=-36 \Leftrightarrow m=-6$

Vậy với $m=-6$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x,y) thỏa mãn $x+y=-3$.

Câu 3. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases}2x+y=5m-1\\x-2y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5m-1-2x\\x-2(5m-1-2x)=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5m-1-2x\\5x=10m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2m\\y=m-1\end{cases}$

Thay vào $x^2-2y^2=-2$ ta có $x^2-2y^2=-2 \Leftrightarrow (2m)^2-2(m-1)^2=-2$

$\Leftrightarrow 2m^2+4m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\m=-2\end{array}\right.$.

Vậy $m\in\{-2;0\}$.

Câu 4. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases}2x+3y=\dfrac{7}{2}-m\\4x-y=5m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x+6y=7-2m\\4x-y=5m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7y=7-7m\\4x-y=5m\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=1-m\\4x-(1-m)=5m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1-m\\x=4m+14\end{cases}$

Thay vào $x^2+y^2=\dfrac{25}{16}$ ta có $x^2+y^2=\dfrac{25}{16} \Leftrightarrow \left(\dfrac{4m+1}{4}\right)^2+(1-m)^2=\dfrac{25}{16}$

$\Leftrightarrow 16m^2+8m+1+16m^2-32m+16=25$

$\Leftrightarrow 32m^2-24m-8=0 \Leftrightarrow 4m^2-3m-1=0$

$\Leftrightarrow 4m^2-4m+m-1=0 \Leftrightarrow (4m+1)(m-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$

Mà $m > \dfrac{1}{2} \Rightarrow m = 1$ thỏa mãn. Vậy $m = 1$.

Câu 5. Đáp án D.

Thay $m = 2$ vào hệ ta được $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(1;1)$ khi $m = 2$.

Câu 6. Đáp án A.

Thay $m = 1$ vào hệ phương trình đã cho ta được:

$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(3;1)$ khi $m = 1$.

Câu 7. Đáp án A.

Từ $(m-1)x + y = 2$ thế vào phương trình còn lại ta được phương trình:

$mx + 2 - (m-1)x = m + 1 \Leftrightarrow x = m - 1$ suy ra $y = 2 - (m-1)^2$ với mọi m

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(m - 1; 2 - (m-1)^2\right)$

$2x + y = 2(m-1) + 2 - (m-1)^2 = -m^2 + 4m - 1 = 3 - (m-2)^2 \le 3$ với mọi m.

Câu 8. Đáp án B.

Từ phương trình (1) $x - my = m \Leftrightarrow x = m + my$ thế vào phương trình (2) ta được phương trình:

$m(m + my) + y = 1 \Leftrightarrow m^2 + m^2y + y = 1 \Leftrightarrow (m^2 + 1)y = 1 - m^2 \Leftrightarrow y = \dfrac{1 - m^2}{1 + m^2}$

(vì $1 + m^2 > 0; \forall m$)suy ra $x = m + m.\dfrac{1 - m^2}{1 + m^2} = \dfrac{2m}{1 + m^2}$ với mọi m

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{2m}{1 + m^2}; \dfrac{1 - m^2}{1 + m^2}\right)$

$\Rightarrow x - y = \dfrac{2m}{1 + m^2} - \dfrac{1 - m^2}{1 + m^2} = \dfrac{m^2 + 2m - 1}{1 + m^2}$

Câu 9. Đáp án B.

Ta có $\begin{cases} (m-2)x - 3y = -5 \\ x + my = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)(3 - my) - 3y = -5 \\ x = 3 - my \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - m^2y - 6 + 2my - 3y = -5 \\ x = 3 - my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m2 - 2m + 3)y = 3m - 1 (1) \\ x = 3 - my (2) \end{cases}$.

Ta có: $m^2 - 2m + 3 = (m-1)^2 + 2 > 0 \ \forall m$ nên PT (1) có nghiệm duy nhất $\forall m$ Hay hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\forall m$

Từ (1) ta có: $y = \dfrac{3m - 1}{m^2 - 2m + 3}$ thay vào (2) ta có $x = \dfrac{9 - 5m}{m^2 - 2m + 3}$

Vậy $(x;y) = \left(\dfrac{9 - 5m}{m^2 - 2m + 3}; \dfrac{3m - 1}{m^2 - 2m + 3}\right)$

Câu 10. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} mx - y = 2m + 1 \\ 2x + my = 1 - m \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m - 1 \\ 2x + m(mx - 2m - 1) = 1 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m - 1 \\ 2x + m^2x - 2m^2 - m = 1 - m \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 2)x = 2m^2 + 1 (1) \\ y = mx - 2m - 1 (2) \end{cases}$

Ta có: $m^2 + 2 > 0; \forall m$ nên PT (1) có nghiệm duy nhất $\forall m$ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\forall m$

Từ (1) ta có: $x = \dfrac{2m^2 + 1}{m^2 + 2}$ thay vào (2) ta có $y = m.\dfrac{2m^2 + 1}{m^2 + 2} - 2m - 1 = \dfrac{-m^2 - 3m - 2}{m^2 + 2}$

Vậy $(x;y) = \left(\dfrac{2m^2 + 1}{m^2 + 2}; \dfrac{-m^2 - 3m - 2}{m^2 + 2}\right)$.

Câu 11. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 2 \\ y = 3 - m \end{cases} \Rightarrow A = xy + x - 1 = 8 - (m - 1)^2 \Rightarrow A_{max} = 8$ khi $m = 1$.

Câu 12. Đáp án B.

Xét hệ $\begin{cases} x + my = m + 1 & (1) \\ mx + y = 2m & (2) \end{cases}$

Từ (2) $\Rightarrow y = 2m - mx$ thay vào (1) ta

được $x + m(2m - mx) = m + 1 \Leftrightarrow 2m^2 - m^2x + x = m + 1$

$\Leftrightarrow (1 - m^2)x = -2m^2 + m + 1 \Leftrightarrow (m^2 - 1)x = 2m^2 - m - 1$ (3)

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ (3) có nghiệm duy nhất $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$

Khi đó hệ đã cho có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \dfrac{2m + 1}{m + 1} \\ y = \dfrac{m}{m + 1} \end{cases}$

Ta có $x \begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2m + 1}{m + 1} \geq 2 \\ \dfrac{m}{m + 1} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-1}{m + 1} \geq 0 \\ \dfrac{-1}{m + 1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$

Kết hợp với $(*)$ ta được giá trị m cần tìm là $m < -1$.

Câu 13. Đáp án C.

Ta xét 2 trường hợp:

+ Nếu $a = 0$, hệ có dạng: $\begin{cases} 2x = -4 \\ -3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -\dfrac{5}{3} \end{cases}$. Vậy hệ có nghiệm duy nhất.

+ Nếu $a \neq 0$, hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi: $\frac{2}{a} \neq \frac{a}{-3} \Leftrightarrow a^2 \neq -6$ (luôn đúng, vì $a^2 \geq 0$ với mọi a)

Do đó, với $a \neq 0$, hệ luôn có nghiệm duy nhất.

Tóm lại hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất với mọi a.

Câu 14. Đáp án B.

$$\begin{cases} mx + y = 2m \\ x + my = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2m - mx \\ x + m(2m - mx) = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2m - mx \\ x + 2m^2 - m^2x = m + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2m - mx \\ x(m^2 - 1) = 2m^2 - m - 1 \end{cases}.$$

Với $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$

Nếu $m = 1$ ta được $0x = 0$ (đúng với $\forall x$) ⇒ hệ phương trình có vô số nghiệm

Nếu $m = -1$ ta được $0x = 2$ (vô lí) ⇒⇒ hệ phương trình vô nghiệm.

Vậy $m = 1$ thì hệ đã cho vô số nghiệm.

Câu 15. Đáp án A.

Từ PT (1) ta có: $y = (a+1)x - (a+1)\ (*)$ thế vào PT (2) ta được:

$$x + (a-1)\left[(a+1)x - (a+1)\right] = 2$$
$$\Leftrightarrow x + (a^2 - 1)x - (a^2 - 1) = 2 \Leftrightarrow a^2x = a^2 + 1\ (3)$$

Với $a \neq 0$, phương trình (3) có nghiệm duy nhất $x = \frac{a^2+1}{a^2}$. Thay vào $(*)$ ta có:

$$y = (a+1)\frac{a^2+1}{a^2} - (a+1) = \frac{(a+1)(a^2+1) - a^2(a+1)}{a^2}$$
$$= \frac{a^3 + a + a^2 + 1 - a^3 - a^2}{a^2} = \frac{a+1}{a^2}$$

Suy ra hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\frac{a^2+1}{a^2}; \frac{a+1}{a^2}\right)$

$$\Rightarrow x + y = \frac{a^2+1}{a^2} + \frac{a+1}{a^2} = \frac{a^2+a+2}{a^2}$$

Câu 16. Đáp án C.

$$\begin{cases} mx - y = m^2 \\ 2x + my = -m^3 + 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - m^2 \\ 2x + m(mx - m^2) = -m^3 + 2m + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - m^2 \\ x(m^2 + 2) = 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2m+2}{m^2+2} \\ y = m.\frac{2m+2}{m^2+2} - m^2 \end{cases}$$

$$x = \frac{2m+2}{m^2+2} y = \frac{-m^4 + 2m}{m^2+2} \Leftrightarrow (vì\, m^2 + 2 > 0; \forall m\ )$$

Suy ra $x - y = \frac{m^4+2}{m^2+2}$.

Câu 17. Đáp án D.

Từ PT (1) ta có: $y = (a+1)x - (a+1)$ $(*)$ thế vào PT (2) ta được

$x+(a-1)\left[(a+1)x-(a+1)\right]=2$
$\Leftrightarrow x+(a^2-1)x-(a^2-1)=2 \Leftrightarrow a^2x=a^2+1$ (3)

Với $a \neq 0$, phương trình (3) có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{a^2+1}{a^2}$. Thay vào $(*)$ ta có:

$y=(a+1)\dfrac{a^2+1}{a^2}-(a+1)=\dfrac{(a+1)(a^2+1)-a^2(a+1)}{a^2}$
$=\dfrac{a^3+a+a^2+1-a^3-a^2}{a^2}=\dfrac{a+1}{a^2}$

Suy ra hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{a^2+1}{a^2};\dfrac{a+1}{a^2}\right)$

Hệ phương trình có nghiệm nguyên: $\begin{cases} x\in\mathbb{Z} \\ y\in\mathbb{Z}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a^2+1}{a^2}\in\mathbb{Z} \\ \dfrac{a+1}{a^2}\in\mathbb{Z}\end{cases} (a\in\mathbb{Z})$

Điều kiện cần: $x=\dfrac{a^2+1}{a^2}=1+\dfrac{1}{a^2}\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}\in\mathbb{Z}$ mà $a^2>0 \Rightarrow a^2=1 \Leftrightarrow a=\pm1$ (TM $a\neq 0$
)
Điều kiện đủ: $a=-1 \Rightarrow y=0\in\mathbb{Z}$ (nhận); $a=1\Rightarrow y=2\in\mathbb{Z}$ (nhận)

Vậy $a=\pm1$ hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

Câu 18. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} x+y=2 \\ mx-y=m\end{cases} \Rightarrow x+mx=2+m \Rightarrow x(m+1)=m+2$ Nếu $m=-1\Rightarrow 0.x=1$ (vô lí)

Nếu $m\neq -1 \Rightarrow x=\dfrac{m+2}{m+1}=1+\dfrac{1}{m+1}$

Để hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên duy nhất $\Rightarrow x$ nguyên$\Rightarrow m=0; m=-2$

Với $m=0\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0\end{cases}$ (thỏa mãn)

Với $m=-2\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2\end{cases}$ (thỏa mãn)

Câu 19. Đáp án A.

Ta có $\begin{cases} x+2y=2 \\ mx-y=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-2y \\ m(2-2y)-y=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-2y \\ (2m+1)y=m\end{cases}$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì $m\neq -\dfrac{1}{2}$

Suy ra $y=\dfrac{m}{2m+1} \Rightarrow x=2-2.\dfrac{m}{2m+1} \Rightarrow x=\dfrac{2m+2}{2m+1}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x=\dfrac{2m+2}{2m+1} \\ y=\dfrac{m}{2m+1}\end{cases}$

Để $\begin{cases} x > 1 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2m+2}{2m+1} > 1 \\ y = \dfrac{m}{2m+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2m+1} > 0 \\ \dfrac{m}{2m+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 0$

Kết hợp điều kiện $m \neq -\dfrac{1}{2}$ ta có $m > 0$.

Câu 20. Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ 4x - m(mx - 2m) = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ x(m^2 - 4) = 2m^2 - m - 6 \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \{2;-2\}$

Khi đó $x = \dfrac{2m^2 - m - 6}{m^2 - 4} = \dfrac{(2m+3)(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \dfrac{2m+3}{m+2} \Rightarrow y = m.\dfrac{2m+3}{m+2} - 2m = \dfrac{-m}{m+2}$

$\begin{cases} x = \dfrac{2m+3}{m+2} \\ y = \dfrac{-m}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \dfrac{1}{m+2} \\ y = -1 + \dfrac{2}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 - \dfrac{2}{m+2} \\ y = -1 + \dfrac{2}{m+2} \end{cases} \Rightarrow 2x + y = 3$

Vậy hệ thức không phụ thuộc vào m là $2x + y = 3$.

Câu 21. Đáp án D.

$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ m(1 - my) - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ m - m^2 y - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ y(m^2 + 1) = 2m \end{cases}$

Do $m^2 + 1 \geq 1 > 0 \Rightarrow y = \dfrac{2m}{m^2+1} \Rightarrow x = 1 - my = 1 - \dfrac{2m^2}{m^2+1} = \dfrac{1 - m^2}{m^2+1}$

Xét

$x^2 + y^2 = \dfrac{4m^2}{(1+m^2)^2} + \dfrac{(1-m^2)^2}{(1+m^2)^2} = \dfrac{4m^2 + 1 - 2m^2 + m^4}{(1+m^2)^2} = \dfrac{m^4 + 2m^2 + 1}{(1+m^2)^2} = \dfrac{(1+m^2)^2}{(1+m^2)^2} = 1$

Vậy $x^2 + y^2 = 1$ không phụ thuộc vào giá trị của m.

Câu 22. Đáp án C.

Ta có $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ 4x - m(mx - 2m) = m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 2m \\ x(m^2 - 4) = 2m^2 - m - 6 \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \{-2;2\}$

Khi đó $x = \dfrac{2m^2 - m - 6}{m^2 - 4} = \dfrac{(2m+3)(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \dfrac{2m+3}{m+2} \Rightarrow y = m.\dfrac{2m+3}{m+2} - 2m$

Thay $\begin{cases} x = \dfrac{2m+3}{m+2} \\ y = \dfrac{-m}{m+2} \end{cases}$ vào phương trình $6x - 2y = 13$ ta được:

$6.\dfrac{2m+3}{m+2} - 2.\dfrac{-m}{m+2} = 13 \Leftrightarrow \dfrac{14m+18}{m+2} = 13 \Rightarrow 14m + 18 = 13m + 26 \Leftrightarrow m = 8(TM)$.

Vậy $m = 8$ là giá trị cần tìm.

Câu 23. Đáp án A.

Từ hệ phương trình $\begin{cases} x + (m+1)y = 1 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases}4x-y=-2\\2x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x-2y=-4\\2x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10x=1\\2x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{10}\\y=\dfrac{1}{25}\end{cases}$

Thay $x=\dfrac{1}{10}$ vào $y=\dfrac{12}{5}$ phương trình $x+(m+1)y=1$

Ta được $\dfrac{1}{10}+(m+1).\dfrac{12}{5}=1\Leftrightarrow 1+24(m+1)=10\Leftrightarrow 24m=-15\Leftrightarrow m=-\dfrac{5}{8}$.