

BÀI 2. ĐƠN THỨC. ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG.

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nắm vững khái niệm đơn thức, đơn thức đồng dạng và bậc của đơn thức.
- + Nắm vững quy tắc cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

❖ Kỹ năng

- + Nhận biết được các đơn thức đồng dạng.
- + Thực hiện được cộng, trừ các đơn thức đồng dạng, quy tắc bỏ dấu ngoặc và thu gọn đơn thức.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Đơn thức

Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến trong đơn thức đó.

Quy tắc nhân đơn thức: Nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

Đơn thức đồng dạng

Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Các số khác 0 được coi là những đơn thức đồng dạng.

Cộng trừ hai đơn thức đồng dạng: Cộng (hay trừ) các hệ số với nhau còn giữ nguyên phần biến.

Ví dụ 2: $-2, x, 6x, 14xy^2, 2020x^3y^4$ là các đơn thức.

Bậc của đơn thức $2020x^3y^4$ là 7.

$$(2x).(3xy^2) = (2.3).(x.xy^2) = 6x^2y^2.$$

Ví dụ: $2x^2y^3; 4x^2y^3; \frac{2}{5}x^2y^3$ là các đơn thức đồng dạng.

$$2x^2y^3 + 4x^2y^3 + \frac{2}{5}x^2y^3 = \left(2 + 4 + \frac{2}{5}\right)x^2y^3 = \frac{32}{5}x^2y^3.$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Nhận biết đơn thức

Phương pháp giải

Để nhận biết một biểu thức là đơn thức, ta căn cứ vào định nghĩa đơn thức (chỉ gồm một số, một biến hoặc một tích giữa các số và các biến).

Ví dụ: $x; y; 3; -2010; 5x^2; 2xyz^4$ là các đơn thức.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

- | | | |
|-------------------------|-------------|----------------|
| a) $\frac{2}{5} + xy^2$ | b) $4xy^2z$ | c) $2x^2 - xy$ |
| d) 2020. | e) x^2y^2 | f) xyz . |

Hướng dẫn giải

Các biểu thức trong các ý b, d, e, f là các đơn thức.

Ví dụ 2. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không là đơn thức?

- | | | |
|-----------------|-----------|-------------------------|
| a) $3xy^2 - xz$ | b) xy^2 | c) $x^2 + 2y + z$ |
| d) $3xyx^3z^3$ | đ) 0. | e) $1 - \frac{5}{9}x^3$ |

Hướng dẫn giải

Các biểu thức trong các ý a, c, e không là đơn thức.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

a) $1 + 2x^2$

b) $\frac{3}{2}x^2y$

c) 4

d) $xy + x$

e) $5y^2$

Câu 2: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không phải đơn thức?

$2x; 3y; x + y; x + 1; 2xyz; 3x^3 + y; 2y^2xz.$

Dạng 2: Thu gọn đơn thức

Phương pháp giải

- Muốn thu gọn đơn thức, ta cũng áp dụng quy tắc nhân đơn thức.

Ví dụ: $(2xy) \cdot (3x^2y) = (2 \cdot 3) \cdot (xy \cdot x^2y) = 6x^3y^2.$

- Quy tắc nhân đơn thức: Nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Thu gọn các đơn thức sau:

a) $-\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{3}{2}xy^3$

b) $-5xy^4 \cdot (-0,2x^2y^2)$

c) $(-2x^2y)(5x^3y^3)$

d) $\left(-1\frac{1}{2}x^2y^3\right)^2$

Hướng dẫn giải

a) $-\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{3}{2}xy^3 = \left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}\right) \cdot (x^2 \cdot x) \cdot (y \cdot y^3) = -\frac{1}{2}x^3y^4.$

b) $-5xy^4 \cdot (-0,2x^2y^2) = [-5 \cdot (-0,2)] \cdot (x \cdot x^2) \cdot (y^4 \cdot y^2) = x^3y^6.$

c) $(-2x^2y)(5x^3y^3) = (-2 \cdot 5) \cdot (x^2 \cdot x^3) \cdot (y \cdot y^3) = -10x^5y^4.$

d) $\left(-1\frac{1}{2}x^2y^3\right)^2 = \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 (x^2)^2 (y^3)^2 = \frac{9}{4}x^4y^6.$

Ví dụ 2. Thu gọn các đơn thức sau:

a) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^3\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}xy^2\right)$

b) $\left(-\frac{1}{4}x^3\right)(-8xy^2)$

Hướng dẫn giải

$$a) \left(-\frac{1}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^3\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}xy^2\right) = \left[\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\right] \cdot (x^2y) \cdot (xy^3) \cdot (xy^2) \\ = \frac{1}{3}x^4y^6.$$

$$b) \left(-\frac{1}{4}x^3\right)(-8xy^2) = \left[\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-8)\right] \cdot x^3 \cdot (xy^2) \\ = 2x^4y^2.$$

Ví dụ 3. Thu gọn các đơn thức sau rồi tìm bậc của đơn thức đó:

$$a) -\frac{1}{5}x^3y^2 \frac{5}{4}xy^3; \quad b) -3xy^4 \left(-\frac{1}{3}\right)x^2y^2.$$

Hướng dẫn giải

$$a) -\frac{1}{5}x^3y^2 \frac{5}{4}xy^3 = -\frac{1}{4}x^4y^5. \text{ Bậc của đơn thức là: } 4 + 5 = 9$$

$$b) -3xy^4 \left(-\frac{1}{3}\right)x^2y^2 = x^3y^6. \text{ Bậc của đơn thức là: } 3 + 6 = 9$$

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1. Xác định hệ số, phần biến của các đơn thức sau:

$$a) 5x^{100}. \quad b) 20xyz. \quad c) \frac{3}{5}x^2y^4z^6.$$

Câu 2. Thu gọn các đơn thức sau:

$$a) 2xy.3x^2y \quad b) \frac{1}{4}x^2y \cdot \frac{2}{5}xy^2 \quad c) 12x.\frac{3}{4}xy \quad d) 2y.\frac{1}{3}x^2y^4$$

Câu 3. Thu gọn các đơn thức sau và tìm bậc của đơn thức đó:

$$a) a^2b.a^3.3b \quad b) -\frac{1}{2}ab^2c.3bc \quad c) \frac{2}{3}ab\frac{4}{2}c^2$$

Dạng 3: Tính giá trị của đơn thức

Phương pháp giải

Để tính giá trị của đơn thức, ta thay giá trị cho trước của các biến vào đơn thức rồi thực hiện các phép tính.

Ví dụ: Tính giá trị của đơn thức $A = 2xy$ tại $x = 1$ và $y = 2$.

Thay $x = 1$ và $y = 2$ vào biểu thức ta có:

$$A = 2.1.2 = 4.$$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho đơn thức $A = 3x^2y$.

a) Xác định phần hệ số, phần biến của A .

b) Tính giá trị của đơn thức A tại $x = 1$ và $y = -1$

Hướng dẫn giải

a) Phần hệ số: 3; phần biến: x^2y .

b) Thay $x = 1$ và $y = -1$ vào A ta được: $A = 3.1^2 \cdot (-1) = -3$.

Ví dụ 2. Cho đơn thức $B = -\frac{2}{3}x^3y^2z$.

a) Xác định phần hệ số, phần biến của B .

b) Tính giá trị của B tại $x = -3, y = -2$ và $z = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

a) Phần hệ số: $-\frac{2}{3}$, phần biến: x^3y^2z .

b) Tại $x = -3, y = -2$ và $z = \frac{1}{2}$ thì $B = -\frac{2}{3}x^3y^2z = -\frac{2}{3} \cdot (-3)^3 \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} = 36$.

Ví dụ 3. Tại giá trị nào của x thì đơn thức $4x^2y^3$ có giá trị là 128, biết rằng $y = 2$?

Hướng dẫn giải

Ta có $4x^2.2^3 = 128 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

Ví dụ 4. Cho đơn thức $A = 2xy^2 \left(\frac{1}{2}x^2y^2x \right)$.

a) Thu gọn đơn thức A .

b) Tìm bậc của đơn thức thu gọn.

c) Xác định phần hệ số, phần biến của đơn thức thu gọn.

d) Tính giá trị của đơn thức tại $x = 1, y = -1$

e) Chứng minh rằng A luôn nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $y \neq 0$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $A = 2xy^2 \left(\frac{1}{2}x^2y^2x \right) = x^4y^4$.

b) Bậc của đơn thức 8.

c) Phần hệ số: 1, phần biến: x^4y^4 .

d) Thay $x = 1, y = -1$ vào biểu thức A , ta được $A = 1^4.1^4 = 1$.

e) Vì $x^4 > 0; y^4 > 0, \forall x \neq 0; y \neq 0$ nên $x^4y^4 > 0, \forall x \neq 0; y \neq 0$.

Vậy A luôn nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $y \neq 0$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1. Tính giá trị các biểu thức sau tại $x = 2, y = 3$:

a) xy

b) $3xy + 4xy$

c) $5xy^2$

Câu 2. Tính giá trị của đơn thức $2x^2y^3$ tại:

a) $x = 2; y = 3$

b) $x = 0; y = 1$

c) $x = 1; y = 2$

d) $x = 2; y = 1$

Câu 3. Cho hai đơn thức $A = \frac{1}{5}x^3y^2$ và $B = -10xy^4$.

Hai đơn thức có thể cùng có giá trị dương được hay không?

Câu 4. Cho hai đơn thức $A = 2x^3, B = -xy^4$ và $C = -3y^4z^2$.

Chứng minh ba đơn thức không thể cùng có giá trị âm.

Dạng 4: Nhận biết đơn thức đồng dạng

Phương pháp giải

Đặc điểm của đơn thức đồng dạng:

- Hệ số khác 0
- Có cùng phần biến

Ví dụ: Hai đơn thức $2x^3y^2$ và $-\frac{1}{3}x^3y^2$ là hai đơn thức đồng dạng vì có hệ số khác 0 và cùng phần biến là x^3y^2 .

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Sắp xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng:

$$\frac{5}{3}x^2y; \quad xy^2; \quad -\frac{1}{2}x^2y;$$

$$x^2y; \quad \frac{1}{4}xy^2; \quad xy;$$

Hướng dẫn giải

Nhóm 1: $\frac{5}{3}x^2y; -\frac{1}{2}x^2y; x^2y;$

Nhóm 2: $xy^2; \frac{1}{4}xy^2;$

Còn lại đơn thức xy không đồng dạng với các đơn thức đã cho.

Ví dụ 2. Chứng tỏ rằng các đơn thức sau là đơn thức đồng dạng:

$$A = 1\frac{2}{3}x^5y^2; \quad B = -3x^3y \cdot \frac{1}{5}x^2y; \quad C = \frac{1}{2}(xy)^2 \frac{2}{5}x^3;$$

Hướng dẫn giải

$$A = 1\frac{2}{3}x^5y^2 = \frac{5}{3}x^5y^2;$$

$$B = -3x^3y \cdot \frac{1}{5}x^2y = -\frac{3}{5}x^5y^2;$$

$$C = \frac{1}{2}(xy)^2 \frac{2}{5}x^3 = \frac{1}{5}x^5y^2.$$

Vậy các đơn thức A, B, C là các đơn thức đồng dạng vì có phần biến giống nhau và có phần hệ số khác 0.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Sắp xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng:

$$ab^2; \frac{1}{2}a^2b; \frac{1}{2}abc; -a^2b; abc; 3ab^2.$$

Câu 2: Chứng tỏ rằng các đơn thức sau đồng dạng: $A = mn^2m^3n; B = nm^4n^2$.

Dạng 5: Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng

Phương pháp giải

Để cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (trừ) các hệ số và giữ nguyên phần biến.

Ví dụ: Tìm tổng của hai đơn thức: $2x^2y^2$ và $3x^2y^2$.

Ta có $2x^2y^2 + 3x^2y^2 = (2+3)x^2y^2 = 5x^2y^2$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tính tổng của ba đơn thức sau:

a) $3x^2; \frac{1}{2}x^2; 2x^2$.

b) $3y; y; -5y$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $3x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x^2 = \left(3 + \frac{1}{2} + 2\right)x^2 = \frac{11}{2}x^2$.

b) Ta có $3y + y - 5y = (3 + 1 - 5)y = -y$.

Ví dụ 2. Tìm tổng của ba đơn thức sau:

a) $\frac{1}{2}x^2y^2; -\frac{3}{4}x^2y^2$ và $2x^2y^2$.

b) $25xy^2; 55xy^2$ và $75xy^2$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\frac{1}{2}x^2y^2 - \frac{3}{4}x^2y^2 + 2x^2y^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 2\right)x^2y^2 = \frac{7}{4}x^2y^2$.

b) Ta có: $25xy^2 + 55xy^2 + 75xy^2 = (25 + 55 + 75)xy^2 = 155xy^2$.

Ví dụ 3. Thu gọn biểu thức sau:

a) $-3x^2 - 0,5x^2 + 2,5x^2$.

b) $-\frac{3}{4}x^3y + \left(-\frac{1}{2}x^3y\right) - \left(-\frac{5}{8}x^3y\right)$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $-3x^2 - 0,5x^2 + 2,5x^2 = -x^2$.

b) Ta có:

$$-\frac{3}{4}x^3y + \left(-\frac{1}{2}x^3y\right) - \left(-\frac{5}{8}x^3y\right) = -\frac{3}{4}x^3y - \frac{1}{2}x^3y + \frac{5}{8}x^3y$$

$$= \left(-\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{8} \right) x^3 y$$

$$= -\frac{5}{8} x^3 y.$$

Ví dụ 4. Viết các đơn thức sau thành tổng hoặc hiệu của các đơn thức trong đó có một đơn thức bằng $x^2 y$:

- a) $5x^2 y$. b) $-2x^2 y$. c) $x^2 y$.

Hướng dẫn giải

- a) $5x^2 y = 4x^2 y + x^2 y$.
 b) $-2x^2 y = x^2 y - 3x^2 y$.
 c) $x^2 y = 2x^2 y - x^2 y$.

Bài tập tự luyện dạng 5

Câu 1. Tính tổng của các đơn thức sau: $3xy$; $2xy$; $4xy$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức sau: $A = a^2 b + 2a^2 b - 5ba^2$.

Câu 3. Viết đơn thức $4a^2 bc$ thành tổng hoặc hiệu của các đơn thức trong đó có một đơn thức bằng $5a^2 bc$.

PHẦN ĐÁP ÁN

Dạng 1. Nhận biết đơn thức

Câu 1. Các biểu thức trong các ý b, c, e là đơn thức.

Câu 2. Các biểu thức không phải đơn thức là: $x + y$; $x + 1$; $3x^3 + y$.

Dạng 2. Thu gọn đơn thức

Câu 1.

- a) Hệ số là 5 và phần biến là x^{100} .
 b) Hệ số là 20 và phần biến là xyz .
 c) Hệ số là $\frac{3}{5}$ và phần biến là $x^2 y^4 z^6$.

Câu 2.

- a) $2xy \cdot 3x^2 y = 6x^3 y^2$. b) $\frac{1}{4} x^2 y \cdot \frac{2}{5} xy^2 = \frac{1}{10} x^3 y^3$.
 c) $12x \cdot \frac{3}{4} xy = 9x^2 y$. d) $2y \cdot \frac{1}{3} x^2 y^4 = \frac{2}{3} x^2 y^5$.

Câu 3.

- a) $a^2 b \cdot a^3 \cdot 3b = 3a^5 b^2$. Bậc của đơn thức là 7.

b) $-\frac{1}{2}ab^2c \cdot 3bc = -\frac{3}{2}ab^3c^2$. Bậc của đơn thức là 6.

c) $\frac{2}{3}ab \frac{4}{2}c^2 = \frac{4}{3}abc^2$. Bậc của đơn thức là 4.

Dạng 3. Tính giá trị của đơn thức

Câu 1.

a) Thay $x = 2, y = 3$ vào biểu thức, ta có $xy = 2.3 = 6$.

b) $3xy + 4xy = 7xy$

Thay $x = 2, y = 3$ vào biểu thức, ta có $7xy = 7.2.3 = 42$.

c) Thay $x = 2, y = 3$ vào biểu thức, ta có $5xy^2 = 5.2.3^2 = 90$.

Câu 2.

a) Thay $x = 2, y = 3$ vào biểu thức, ta có $2x^2y^3 = 2.2^2.3^3 = 216$.

b) Thay $x = 0, y = 1$ vào biểu thức, ta có $2x^2y^3 = 2.0^2.1^3 = 0$.

c) Thay $x = 1, y = 2$ vào biểu thức, ta có $2x^2y^3 = 2.1^2.2^3 = 16$.

d) Thay $x = 2, y = 1$ vào biểu thức, ta có $2x^2y^3 = 2.2^2.1^3 = 8$.

Câu 3. Xét tích hai đơn thức: $AB = \frac{1}{5}x^3y^2 \cdot (-10xy^4) = -2x^4y^6$.

Ta có $x^4 \geq 0, \forall x$ và $y^6 \geq 0, \forall y$ nên $x^4y^6 \geq 0, \forall x; y$.

Từ đó suy ra $-2x^4y^6 \leq 0, \forall x; y \Rightarrow A.B \leq 0, \forall x; y$.

Vậy hai đơn thức A và B không thể cùng có giá trị dương.

Câu 4. Xét tích ba đơn thức $ABC = 2x^3 \cdot (-xy^4) \cdot (-3y^4z^2) = 6x^4y^8z^2$.

Ta có $x^4 \geq 0, \forall x$ và $y^8 \geq 0, \forall y, z^2 \geq 0, \forall z$ nên $x^4y^8z^2 \geq 0, \forall x; y$.

Từ đó suy ra $x^4y^8z^2 \geq 0, \forall x; y; z \Rightarrow A.B.C \geq 0, \forall x; y; z$.

Vậy ba đơn thức A, B và C không thể cùng có giá trị âm.

Dạng 4. Nhận biết đơn thức đồng dạng

Câu 1.

Nhóm 1: $ab^2; 3ab^2$.

Nhóm 2: $\frac{1}{2}a^2b; -a^2b$.

Nhóm 3: $\frac{1}{2}abc; abc$.

Câu 2.

$A = m^4n^3; B = m^4n^3$. Suy ra A, B là hai đơn thức đồng dạng.

Dạng 5. Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng

Câu 1.

$$3xy + 2xy + 4xy = (3 + 2 + 4)xy = 9xy .$$

Câu 2.

$$A = a^2b + 2a^2b - 5ba^2 = (1 + 2 - 5)a^2b = -2a^2b .$$

Câu 3.

$$4a^2bc = 5a^2bc - a^2bc .$$