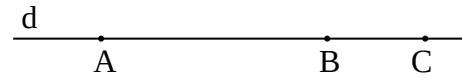

CHUYÊN ĐỀ CHỌN LỌC TOÁN 6

ĐOẠN THẲNG

Chuyên đề 1. ĐIỂM. ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Điểm A thuộc đường thẳng d kí hiệu là $A \in d$ Khi ba điểm A, B, C cùng thuộc một đường thẳng ta nói chúng thẳng hàng (h.1).



Hình 1

2. Điểm M không thuộc đường thẳng d kí hiệu là $M \notin d$ Khi ba điểm A, B, M không cùng thuộc bất kì đường thẳng nào ta nói chúng không thẳng hàng (h.2).



Hình 2

3. Trong ba điểm thẳng hàng có một điểm và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm khác.

Trong hình 1, điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

4. Có một đường thẳng và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

Đường thẳng d trong hình 2 còn được gọi là đường thẳng AB. Ta còn đặt tên đường thẳng bằng hai chữ cái thường ví dụ đường thẳng xy.

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trên đường thẳng lấy 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự đó và lấy điểm $O \notin a$.

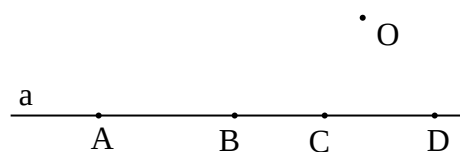
a) Hãy kể tên các trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác.

b) Có bao nhiêu nhóm ba điểm không thẳng hàng?

Giải (h.3)

a) Có 4 trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác là:

- Điểm B nằm giữa A và C;
- Điểm B nằm giữa A và D;
- Điểm C nằm giữa A và D;
- Điểm C nằm giữa B và D.



Hình 3

b) Có 6 nhóm ba điểm không thẳng hàng là:

(O; A; B) ; (O; A; C) ; (O; A; D) ; (O; B; C) ; (O; B; D) và (O; C; D).

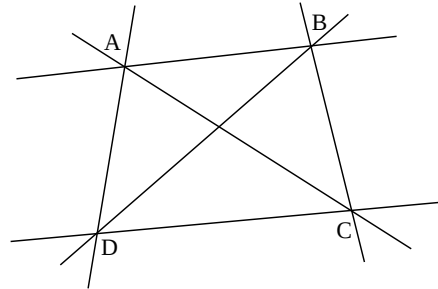
Lưu ý: Bạn dễ dàng nhận thấy điểm B nằm giữa hai điểm A và C nhưng có thể bạn bỏ sót trường hợp B nằm giữa A và D. Để khắc phục tình trạng trên bạn cần nhớ trong ba điểm thẳng hàng, có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.

Ví dụ 2. Cho trước một số điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng nếu số điểm cho trước là:

- a) 4 điểm A, B, C, D ;
- b) 5 điểm A, B, C, D, E;
- c) n điểm ($n \in \mathbb{N}; n \geq 2$)

Giải

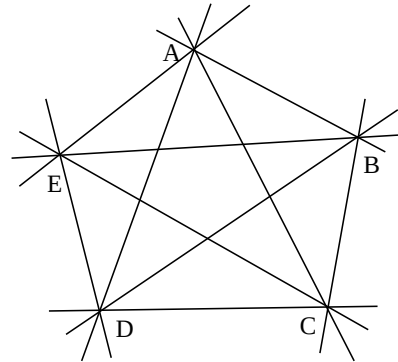
- a) Với 4 điểm A, B, C, D cho trước trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì có thể vẽ được 6 đường thẳng là: AB, AC, AD, BC, BD và CD (h.4).



Hình 4

- b) Với 5 điểm A, B, C, D, E cho trước trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì có thể vẽ được 10 đường thẳng là:

AB, AC, AD, AE;
BC, BD, BE;
CD, CE và DE (h.5).



Hình 5

- c) Chọn một trong số n điểm đã cho rồi nối điểm đó với $n-1$ điểm còn lại ta được $n-1$ đường thẳng. Làm như vậy với tất cả n điểm ta được $(n-1).n$ đường thẳng. Nhưng do mỗi đường thẳng đã được tính hai lần (vì đường thẳng AB với đường thẳng BA chỉ là một) do đó thực sự chỉ vẽ được $\frac{n.(n-1)}{2}$ đường thẳng.

Lưu ý:

- Nếu n là số điểm cho trước trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì công thức $\frac{n.(n-1)}{2}$ giúp ta tính được số đường thẳng đi qua các cặp điểm.
- Ngược lại, nếu n là số đường thẳng cho trước đôi một cắt nhau và không có ba, bốn,... đường thẳng nào đồng quy thì công thức $\frac{n.(n-1)}{2}$ giúp ta tính được số giao điểm của tất cả các cặp đường thẳng.

Ví dụ 3. Cho trước một số điểm trong đó có đúng ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng nếu số điểm cho trước là:

a) 7 điểm;

b) n điểm ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$).

Giải

a) Nếu trong 7 điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được là $\frac{7.6}{2} = 21$ (đường thẳng).

Bây giờ xét đến ba điểm thẳng hàng, qua chúng chỉ vẽ được một đường thẳng. Nếu ba điểm này không thẳng hàng thì sẽ vẽ được ba đường thẳng.

Số đường thẳng giảm đi là : $3 - 1 = 2$ (đường thẳng).

Vậy vẽ được tất cả $21 - 2 = 19$ (đường thẳng).

b) Lập luận tương tự như câu a) ta được đáp số $\frac{n.(n-1)}{2} = 2$ (đường thẳng).

Ví dụ 4. Cho trước n điểm trong đó có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Biết số đường thẳng vẽ được tất cả là 28, tìm số n ?

Giải

Ta có: $\frac{n.(n-1)}{2} = 28$.

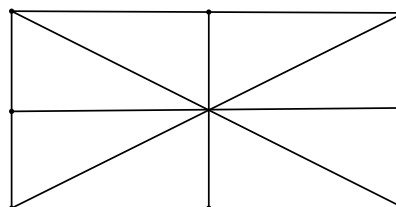
Suy ra: $n.(n-1) = 56 = 8.7$

Vì n và $n-1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên $n = 8$.

C. BÀI TẬP

1.1. Xem hình 6 rồi cho biết:

- Có bao nhiêu nhóm ba điểm thẳng hàng?
- Có bao nhiêu trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác?



Hình 6

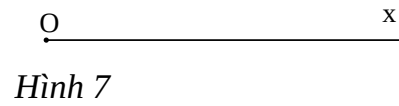
1.2. Vẽ sơ đồ trồng 9 cây thành 9 hàng, mỗi cây 3 hàng.

-
- 1.3.** Cho trước một số điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Nếu bớt đi ba điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm còn lại chỉ là 36. Hỏi nếu không bớt đi ba điểm thì vẽ được bao nhiêu đường thẳng?
- 1.4.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi 5 điểm đã cho phải có điều kiện gì để số đường thẳng vẽ được là:
- a) 10; b) 5; c) 6.
- 1.5.** Cho trước n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Nếu bớt đi 1 điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm giảm đi 10 đường thẳng. Hỏi lúc đó đã cho bao nhiêu điểm?
- 1.6.** Có 16 đường thẳng cắt nhau đôi một và không có ba đường thẳng nào cũng đi qua một điểm. Hỏi có tất cả bao nhiêu giao điểm của 16 đường thẳng đã cho?
- 1.7.** Cho một số đường thẳng cắt nhau đôi một và không có ba đường thẳng nào cũng đi qua một điểm. Biết có tất cả 190 giao điểm, tính số đường thẳng đã cho.
- 1.8.** Cho trước 12 điểm trong đó có đúng 4 điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?
- 1.9.** Cho a, b, c là ba đường thẳng phân biệt. Hãy cho biết số giao điểm của ba đường thẳng này.
- 1.10.** Vẽ 5 đường thẳng sao cho chúng có nhiều giao điểm nhất.
- 1.11.** Hai đường thẳng m và n có chung điểm O. Hãy nêu điều kiện để:
- a) m và n là hai đường thẳng phân biệt;
- b) m và n là hai đường thẳng trùng nhau.
- 1.12.** Cho bốn điểm A, B, M, N sao cho điểm M nằm giữa hai điểm A và B; điểm B nằm giữa hai điểm M và N. Chứng tỏ rằng hai đường thẳng AB và MN trùng nhau
- 1.13.** Cho hai đường thẳng a và b cắt nhau tại O. Vẽ các điểm P và Q sao cho chúng không nằm trên hai đường thẳng này. Nêu cách xác định một điểm M thuộc đường thẳng a hoặc đường thẳng b sao cho ba điểm M, N, Q thẳng hàng.

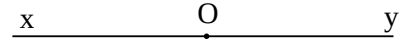
Chuyên đề 2. TIA

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O được gọi là một tia gốc O. Trên hình 7 ta có tia Ox.



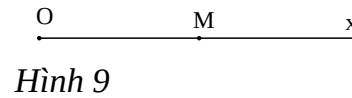
2. Hai tia chung gốc tạo thành đường thẳng gọi là hai tia đối nhau. Trên hình 8 ta có hai tia Ox và Oy đối nhau.



Nhận xét: Mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.

3. Hai tia trùng nhau: Trên tia Ox lấy một điểm M (M khác O). Khi đó hai tia Ox và OM trùng nhau. (h.9).

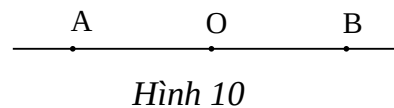
Hai tia trùng nhau chỉ coi là một tia.



4. Mỗi quan hệ giữa một điểm nằm giữa hai điểm khác với hai tia đối nhau, hai tia trùng nhau.

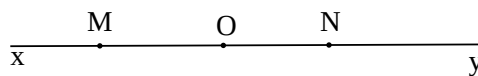
Xét ba điểm A, O, B thẳng hàng (h.10).

- Nếu hai tia OA, Ob đối nhau thì gốc O nằm giữa A và B
- Ngược lại, nếu điểm O nằm giữa A và B thì hai tia OA và OB đối nhau; hai tia AO, AB trùng nhau, hai tia BO, BA trùng nhau.



B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trên đường thẳng xy lấy ba điểm m, O, N (h.11)



Hãy kê tên:

- Các cặp tia đối nhau;
- Các tia trùng nhau gốc O, các tia trùng nhau gốc M.

Giải

- Có ba cặp tia đối nhau là: Mx và My; Ox và Oy; Nx và Ny.
- Có hai cặp tia trùng nhau gốc O là: Ox và OM, Oy và ON.

Có ba tia trùng nhau gốc M là: MO, Mn và My.

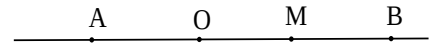
Lưu ý: Ba tia trùng nhau này chỉ coi là một tia.

Ví dụ 2. Cho điểm O nằm giữa hai điểm A và B và điểm M sao cho hai tia OM và OB trùng nhau. Chứng tỏ rằng:

- a) Hai tia OA, OM đối nhau;
- b) Bốn điểm A, B, O, M thẳng hàng.

Giải (h.12)

- a) Vì điểm O nằm giữa hai điểm A và B nên hai tia OA và OB đối nhau (1)



Hình 12

- Mặt khác hai tia OM và OB trùng nhau (2)

Nên từ (1) và (2) suy ra hai tia OA, OM đối nhau.

- b) Hai tia OA, OB đối nhau nên ba điểm O, A, B cùng thuộc một đường thẳng.

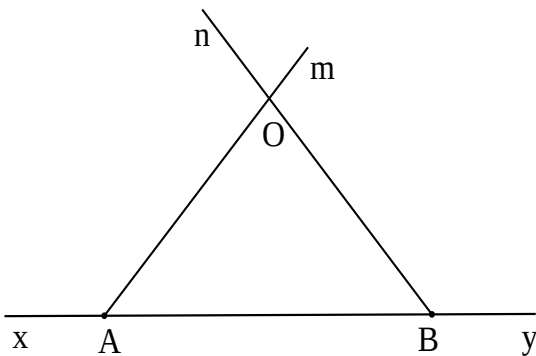
Hai tia OA, OM đối nhau nên ba điểm O, A, M cùng thuộc một đường thẳng.

Hai đường thẳng này có hai điểm chung là O và A nên chúng trùng nhau do đó 4 điểm A, B, O, M thẳng hàng.

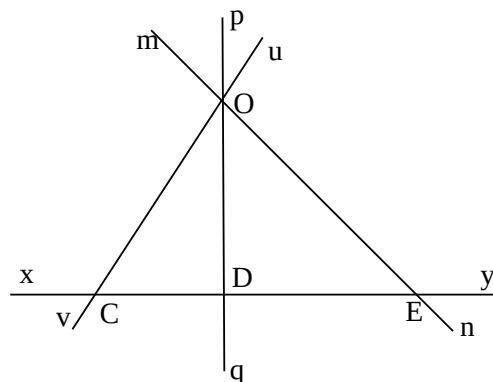
C. BÀI TẬP

1.14. Kể tên các tia có trong hình 13.

1.15. Trong hình 14 có bao nhiêu tia?



Hình 13



Hình 14

1.16. Trên một đường thẳng lấy n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$. Qua các điểm này vẽ các đường thẳng song song với nhau. Tính giá trị của n để trong hình có đúng 100 tia.

1.17. Cho điểm O nằm giữa hai điểm M và N. Trên tia Om lấy điểm E, trên tia ON lấy điểm F.
Giải thích vì sao:

- Hai tia BO và BC đối nhau;
- Điểm B nằm giữa hai điểm O và C .

1.18. Cho điểm O nằm giữa hai điểm A và B, điểm B nằm giữa hai điểm A và C. Giải thích vì sao:

- Hai tia BO và BC đối nhau;
- Điểm B nằm giữa hai điểm O và C .

1.19. Cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C, điểm C nằm giữa hai điểm B và D. Chứng tỏ rằng:

- a) Hai tia BA, BD đối nhau; b) Hai tia CA, CD đối nhau.

Chuyên đề 3. ĐOẠN THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B (h. 15).



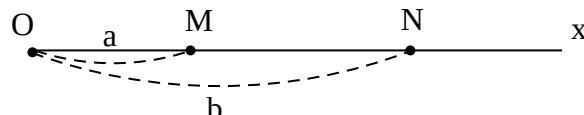
Hình 15

2. Mỗi đoạn thẳng có một độ dài. Độ dài đoạn thẳng là một số lớn hơn 0.

3. Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì $AM + MB = AB$.

4. Trên tia Ox bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một điểm M sao cho $OM = a$ (đơn vị dài).

5. Trên tia Ox, $OM = a$, $ON = b$, nếu $0 < a < b$ thì điểm M nằm giữa hai điểm O và N (h. 16).



Hình 16

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trên đường thẳng xy lấy ba điểm A, B, C.

a) Kể tên các đoạn thẳng có trong hình.

b) Cho biết $AC = 3cm$, $BC = 5cm$. Tính độ dài AB.

Giải

a) Trong hình có ba đoạn thẳng AB, AC và BC.

b) Xét ba trường hợp.

- Trường hợp điểm A nằm giữa điểm B và C

(h. 17).

Ta có: $BA + AC = BC$

$$BA + 3 = 5$$

$$AB = 5 - 3 = 2 \text{ (cm)}$$

- Trường hợp điểm B nằm giữa hai điểm A và C

Ta có: $AB + BC = AC$

$$AB + 5 = 3 \text{ (vô lý)}$$

- Trường hợp điểm C nằm giữa hai điểm A và B

Ta có: $AC + CB = AB$

$$3 + 5 = AB$$

$$AB = 8 \text{ (cm)}$$

Vậy $AB = 2cm$ hoặc $AB = 8cm$

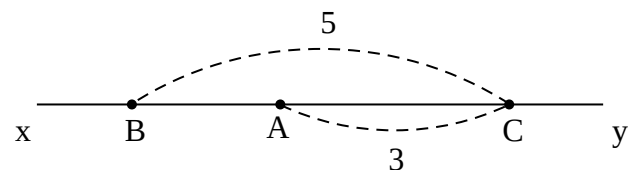
Lưu ý: Khi đề bài không cho biết vị trí tương đối giữa ba điểm A, B, C thì phải xét từng trường hợp vị trí của mỗi điểm đối với hai điểm còn lại. Nếu không sẽ bỏ sót đáp số.

Ví dụ 2. Trên đường thẳng xy là bốn điểm C, E, F, D theo thứ tự đó. Biết $CD = 7cm$, $EF = 3cm$, $FD = 2cm$.

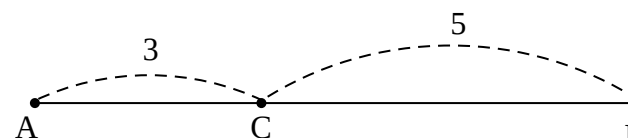
a) So sánh CE và EF.

b) Tìm những cặp đoạn thẳng bằng nhau trong hình vẽ.

Giải (h. 19)



Hình 17



Hình 18

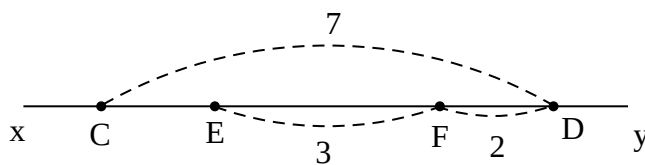
a) Điểm F nằm giữa hai điểm E và D
nên $ED = EF + FD = 3 + 2 = 5 \text{ (cm)}$.

Điểm E nằm giữa hai điểm C và D
nên

$$CE + ED = CD$$

$$\Rightarrow CE = CD - ED = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}$$

Hình 19



b) Ta có $CE = ED (= 5\text{cm})$

Ví dụ 3. Cho ba điểm A, B, C sao cho $AB = 2\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ và $CA = 3\text{cm}$. Hỏi ba điểm A, B, C có thẳng hàng không? Vì sao?

Giải

- Giả sử điểm A nằm giữa B và C, khi đó thì $BA + AC = BC$ tức $2 + 3 = 4$ (vô lí)

Vậy A không nằm giữa B và C.

- Giả sử điểm B nằm giữa A và C, khi đó thì $AB + BC = AC$ tức $2 + 4 = 3$ (vô lí)

Vậy B không nằm giữa A và C.

- Giả sử điểm C nằm giữa A và B, khi đó thì $AC + CB = AB$ tức $3 + 4 = 2$ (vô lí)

Vậy C không nằm giữa A và B.

Trong ba điểm A, B, C không có điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại nếu ba điểm này không thẳng hàng.

Lưu ý: Bạn có thể giải bài toán trên bằng cách khác gọn hơn như sau:

Ta có $BA + AC \neq BC$ (vì $2 + 3 \neq 4$) nên A không nằm giữa B và C.

$AB + BC \neq AC$ (vì $2 + 4 \neq 3$) nên B không nằm giữa A và C.

$AC + CB \neq AB$ (vì $3 + 4 \neq 2$) nên C không nằm giữa A và B.

Trong ba điểm A, B, C không có điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại nếu ba điểm này không thẳng hàng.

Ví dụ 4. Trên tia Ox lấy các điểm A và B sao cho $OA = 2\text{cm}$; $OB = 5\text{cm}$. Trên tia đối của tia Bx lấy điểm M sao cho $BM = OA$. Tính độ dài AM.

Giải. (h. 20)

Trên tia Ox có $OA < OB$ ($2 < 5$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B do đó

$$OA + AB = OB$$

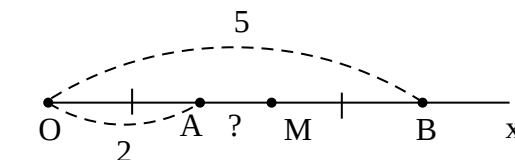
$$\Rightarrow AB = OB - OA = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}.$$

Ta có $BM = OA = 2\text{cm}$.

Trên tia BO có $BM < MA$ ($2 < 3$) nên điểm M nằm giữa B và A.

$$\text{Ta có } BM + MA = BA$$

$$2 + MA = 3 \Rightarrow MA = 1 \text{ cm}$$



Hình 20

C. BÀI TẬP

1.20. Trong hình 21 đường thẳng nào, tia nào cắt đoạn PQ?

1.21. Cho bốn điểm A, B, C, D. Vẽ các đoạn thẳng có hai đầu là hai trong số các điểm đã cho. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đoạn thẳng.

1.22. Cho trước n điểm. Vẽ các đoạn thẳng có hai đầu là hai trong các điểm đã cho. Biết vẽ được tất cả 36 đoạn thẳng. Tính giá trị của n.

1.23. Trên đoạn thẳng xy, lấy bốn điểm A, B, C, D theo thứ tự đó. Cho biết $AC > BD$. Hãy so sánh hai đoạn thẳng AB và CD.

1.24. Cho đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm M sao cho $AM = 1cm$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $BN = 2cm$. Hãy so sánh hai đoạn thẳng BM và AN.

1.25. Cho điểm M nằm giữa hai điểm A và B; điểm B nằm giữa hai điểm A và C. Biết $AM = 3cm$, $MB = 2cm$, $BC = 1cm$. Tính độ dài AC.

1.26. Cho đoạn thẳng $AB = 7cm$. Lấy điểm M nằm giữa A và B sao cho $MA - MB = 3cm$. Tính độ dài các đoạn thẳng MA và MB.

1.27. Cho đoạn thẳng $AB = 6cm$. Trên đường thẳng AB lấy điểm M sao cho $MA = 2MB$. Tính độ dài đoạn thẳng MB.

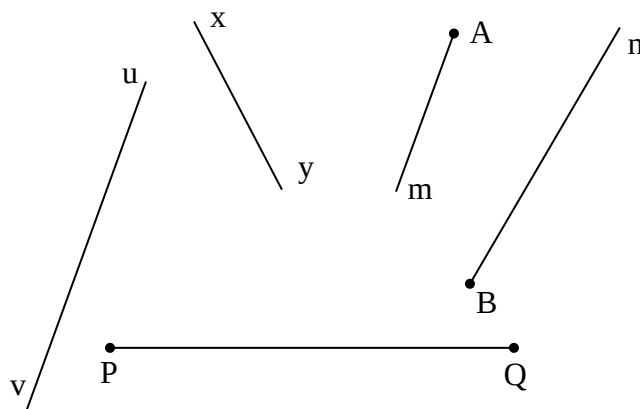
1.28. Cho ba điểm A, B, C. Biết rằng $AC = 3cm$, $BC = 2cm$ và $AB = 5cm$. Hỏi hai tia CA và CB có vị trí như thế nào đối với nhau?

1.29. Trên tia Ox lấy các điểm A và B sao cho $OA = 4cm$, $AB = 2cm$. Tính độ dài đoạn thẳng OB.

1.30. Trên tia Ox lấy các điểm M và N sao cho $OM = 3cm$, $MN = 5cm$. Tính độ dài đoạn thẳng ON.

1.31. Trên tia Ox lấy ba điểm A, B, C sao cho $OA = 2cm$, $OB = 3cm$, $OC = 5cm$. Tìm các cặp đoạn thẳng bằng nhau trong hình vẽ.

1.32. Trên tia Ox lấy các điểm M và N sao cho $OM = m$, $ON = m + n$ trong đó $m > n > 0$. Hãy so sánh OM và MN.



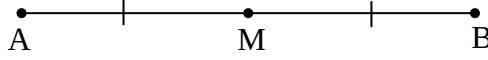
Hình 21

Chuyên đề 4. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa: Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A và B và cách đều A, B ($MA = MB$).

2. Tính chất: Nếu M là trung điểm của AB thì $MA = MB = \frac{AB}{2}$ (h. 22).



Hình 22

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho đoạn thẳng AB có độ dài là 5cm. Trên đoạn thẳng này lấy điểm C sao cho $AC = 3cm$. Gọi M là trung điểm của CB. Tính độ dài AM.

Giải. (h. 23)

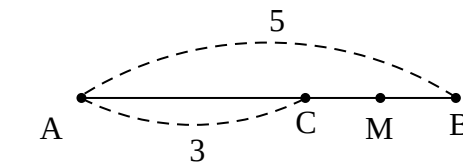
Điểm C nằm giữa A và B

nên $AC + CB = AB$

$$\Rightarrow CB = AB - AC = 5 - 3 = 2 \text{ (cm)}$$

Vì M là trung điểm của CB

$$\text{Nên } MB = \frac{CB}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (cm)}.$$



Hình 23

Điểm M nằm giữa A và B nên $AM + MB = AB$.

$$\text{Suy ra } AM = AB - MB = 5 - 1 = 4 \text{ (cm)}.$$

Nhận xét: Trong lời giải trên dựa vào nhận biết trực quan qua hình vẽ ta nói điểm M nằm giữa hai điểm A và B mà không giải thích lí do vì chuẩn kiến thức kĩ năng môn Toán 6 không yêu cầu phải giải thích.

Nếu muốn giải thích bạn có thể lập luận như sau:

Trên tia BA có $BM < BA$ ($1 < 5$) nên điểm M nằm giữa hai điểm A và B. Vấn đề ở đây là bạn phải xét tia gốc B.

Ví dụ 2. Cho đoạn thẳng $AB = 6cm$. Lấy điểm M nằm giữa hai điểm A và B sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$. Trên tia MB lấy điểm O sao cho $MO = \frac{1}{2}AM$. Chứng tỏ rằng:

a) Điểm O không phải là trung điểm của đoạn thẳng MB;

b) Điểm O là trung điểm của đoạn thẳng MB.

Giải. (h. 24)

$$\text{a) Ta có } AM = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3}.6 = 2 \text{ (cm)}.$$

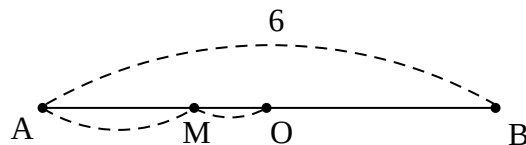
$$MO = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2}.2 = 1 \text{ (cm)}.$$

Vì điểm M nằm giữa A và B nên $AM + MB = AB$.

$$\text{Suy ra } MB = AB - AM = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}.$$

Trên tia MB có $MO < MB$ ($1 < 4$) nên điểm O nằm giữa hai điểm M và B.

$$\text{Do đó } MO + OB = MB.$$



Hình 24

Suy ra $OB = MB - MO = 4 - 1 = 3$ (cm).

Vậy $OM < OB$ ($1 < 3$), do đó O không phải là trung điểm của đoạn thẳng MB.

b) Trên tia BA có $BO < BA$ ($3 < 6$) nên điểm O nằm giữa hai điểm B và A (1)

Ta có $BO + OA = BA \Rightarrow OA = BA - BO = 6 - 3 = 3$ (cm).

Vậy $OA = OB (= 3\text{cm})$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra O là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Ví dụ 3. Trên đường thẳng xy lấy một điểm O. Trên tia Ox lấy điểm M sao cho $OM = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy điểm N và P sao cho $ON = 2\text{cm}$ và $OP = a > 2\text{cm}$.

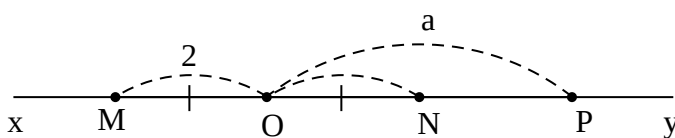
a) Chứng tỏ rằng O là trung điểm của MN.

b) Tìm giá trị của a để N là trung điểm của OP.

Giải. (h. 25)

a) Hai tia OM, ON đối nhau nên điểm O nằm giữa hai điểm M và N
(1)

Mặt khác $OM = ON (= 2\text{cm})$ (2)



Từ (1) và (2) suy ra O là trung điểm của đoạn thẳng MN. Hình 25

b) Trên tia Oy có $ON < OP$ (vì $2 < a$) nên điểm N nằm giữa hai điểm O và P.

Ta có $ON + NP = OP \Rightarrow NP = OP - ON = a - 2$.

Để N là trung điểm của OP thì phải có thêm điều kiện:

$NP = ON \Leftrightarrow a - 2 = 2 \Leftrightarrow a = 4$ (cm).

C. BÀI TẬP

1.33. Cho đoạn thẳng AB và điểm O nằm giữa hai điểm A và B. Biết $AO = \frac{1}{2}AB$, chứng tỏ rằng điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AB.

1.34. Cho ba điểm M, O, N thẳng hàng. Biết $OM = ON$, chứng tỏ rằng O là trung điểm của MN.

1.35. Trên đường thẳng xy lấy 5 điểm M, N, O, P, Q theo thứ tự đó sao cho $MN = NO = OP = PQ$. Tìm những điểm là trung điểm của một đoạn thẳng.

1.36. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 4\text{cm}$; $OB = 6\text{cm}$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của OA và OB. Tính độ dài MN.

1.37. Cho ba điểm P, O, Q sao cho $OP = OQ = 2\text{cm}$; $PQ = 3\text{cm}$. Hỏi điểm O có phải là trung điểm của đoạn thẳng PQ không? Vì sao?

1.38. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 4\text{cm}$, $OB = 6\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của OA.

a) Tính độ dài BM.

b) Chứng tỏ rằng A là trung điểm của đoạn thẳng MB.

1.39. Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M và N. Cho biết $AB = 7\text{cm}$; $AM = 3\text{cm}$; $BN = 2\text{cm}$. Chứng tỏ rằng N là trung điểm của đoạn thẳng MB.

-
- 1.40.** Trên đường thẳng xy lấy một điểm O và hai điểm M, N sao cho $OM = 1cm$; $ON = 2,5cm$. Vẽ các điểm A và B trên đường thẳng xy sao cho M là trung điểm của OA , N là trung điểm của OB . Tính độ dài AB .
- 1.41.** Cho đoạn thẳng $AB = 2^{10}$ (cm). Gọi M_1 là trung điểm của đoạn thẳng AB , M_2 là trung điểm của đoạn thẳng M_1B , M_3 là trung điểm của đoạn thẳng M_2B ... và M_{10} là trung điểm của đoạn thẳng M_9B . Tính độ dài của đoạn thẳng M_1M_{10} .

CÁC DẤU HIỆU NHẬN BIẾT MỘT ĐIỂM NẸM GIỮA HAI ĐIỂM KHÁC

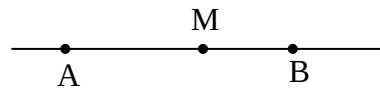
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Ta đã biết tổng $AM + MB = AB$ nếu điểm M nằm giữa A và B. Còn muốn chứng tỏ một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng ta phải chứng tỏ điểm đó nằm giữa hai đầu đoạn thẳng và cách đều hai đầu đoạn thẳng. Như vậy, nhiều khi ta phải chứng tỏ một điểm nằm giữa hai điểm khác.

Bình thường, ta nhận biết một điểm nằm giữa hai điểm khác nhau một cách trực quan qua hình vẽ. Tuy nhiên, để rèn luyện tư duy tích cực, trong chuyên đề này ta sẽ chứng tỏ một điểm nằm giữa hai điểm khác bằng những lập luận chính xác, suy luận có căn cứ.

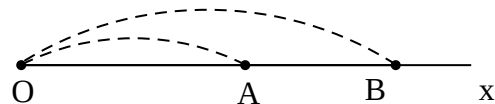
Những dấu hiệu nhận biết một điểm nằm giữa hai điểm khác mà ta đã vận dụng để giải một số bài tập là:

- *Dấu hiệu 1:* Nếu hai tia MA, MB đối nhau thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B (h. 26).



Hình 26

- *Dấu hiệu 2:* Nếu $AM + MB = AB$ thì điểm A nằm giữa hai điểm A và B (h.26).



Hình 27

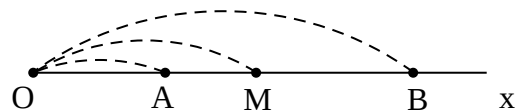
- *Dấu hiệu 3:* Nếu tia Ox có $OA < OB$ thì điểm A nằm giữa hai điểm O và B (h.27)

Sau đây ta sẽ xét thêm hai dấu hiệu mới:

- *Dấu hiệu 4:* Trên tia Ox có $OA < OM < OB$ thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B (h. 28).

Ta có thể giải thích như sau:

- Trên tia Ox có $OA < OM$ nên điểm A nằm giữa hai điểm O và M, do đó hai tia MA, MO trùng nhau (1)



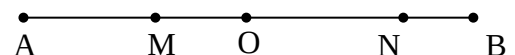
Hình 28

- Trên tia Ox có $OM < OB$ nên điểm M nằm giữa hai điểm O và B
Do đó hai tia MB, MO đối nhau (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai tia MA, MB đối nhau.

Vậy điểm M nằm giữa hai điểm A và B.

- *Dấu hiệu 5:* Cho điểm O nằm giữa hai điểm A và B, điểm M nằm giữa O và A, điểm N nằm giữa O và B. Khi đó điểm O nằm giữa hai điểm M và N (h. 29).



Hình 29

Ta có thể giải thích như sau:

- Vì điểm O nằm giữa hai điểm A và B nên hai tia OA, OB đối nhau (1)

- Vì điểm M nằm giữa hai điểm O và A nên hai tia OM, OA trùng nhau (2)

- Vì điểm N nằm giữa hai điểm O và B nên hai tia ON, OB trùng nhau (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra hai tia OM, ON đối nhau, do đó điểm O nằm giữa hai điểm M và

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho ba điểm A, O, B sao cho $OA = 2cm$, $OB = 3cm$ và $AB = 5cm$. Lấy điểm M nằm trên đường thẳng AB sao cho $OM = 1cm$. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Giải

Ta có $AO + OB = AB$ (vì $3 + 2 = 5$) nên điểm O nằm giữa hai điểm A và B (dấu hiệu 2). Suy ra O nằm trên đường thẳng AB và hai tia OA, OB đối nhau.

- Trường hợp điểm M nằm trên tia OB

(h. 30)

Ta có hai tia OM và OA đối nhau do đó điểm O nằm giữa hai điểm A và M (dấu hiệu 1). Khi đó

$$AM = AO + OM = 2 + 1 = 3 \text{ (cm)}.$$

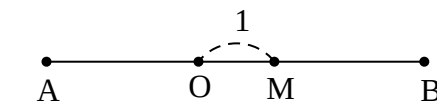
- Trường hợp điểm M nằm trên tia OA

(h. 31).

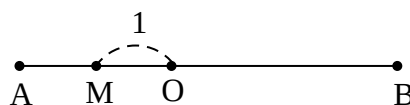
Ta có $OM < OA$ (vì $1 < 2$) nên điểm M nằm giữa O và A (dấu hiệu 3).

Khi đó $OM + MA = OA$.

$$\text{Suy ra } AM = OA - OM = 2 - 1 = 1 \text{ (cm)}.$$



Hình 30



Hình 31

Ví dụ 2. Trên tia Ox lấy ba điểm A, B, C sao cho $OA = 3cm$, $OB = 5cm$, $OC = 7cm$. Chứng tỏ rằng:

a) Điểm A không phải là trung điểm của đoạn thẳng OB;

b) Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC.

Giải. (h. 32)

a) Trên tia Ox có $OA < OB$ ($3 < 5$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B (dấu hiệu 3).

$$\text{Ta có } OA + AB = OB$$

$$\text{Suy ra } AB = OB - OA = 5 - 3 = 2 \text{ (cm)}.$$

Vậy $OA > AB$ ($3 > 2$) nên A không phải là trung điểm của đoạn thẳng OB.

b) Trên tia Ox có $OB < OC$ ($5 < 7$) nên điểm B nằm giữa hai điểm O và C (dấu hiệu 3).

$$\text{Ta có } OB + BC = OC, \text{ suy ra } BC = OC - OB = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Vậy } AB = BC \text{ (= 2cm)}. \quad (1)$$

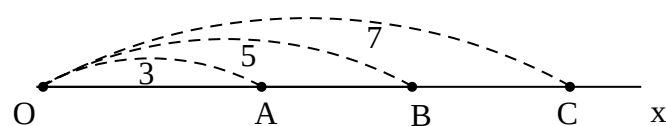
Trên tia Ox có $OA < OB < OC$ ($3 < 5 < 7$) nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C (dấu hiệu 4)

(2)

Từ (1) và (2) suy ra điểm B là trung điểm của AC.

Ví dụ 3. Cho đoạn thẳng AB. Gọi O là điểm bất kì nằm giữa A và B. Lấy điểm M nằm giữa O và A, điểm N nằm giữa O và B.

a) Chứng tỏ rằng $MN = \frac{AB}{2}$.



Hình 32

b) Áp dụng: Cho biết $MN = 3\text{cm}$, tính độ dài AB .

Giải. (h.33)

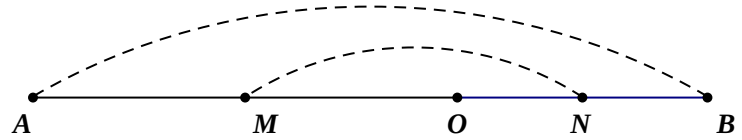
a) Điểm M là trung điểm của OA nên M nằm giữa O và

A , $OM = \frac{OA}{2}$. Điểm N là trung điểm của OB nên

N nằm giữa O và B , $ON = \frac{OB}{2}$.

Mặt khác điểm O nằm giữa A và B

(đề bài cho) nên O nằm giữa M và N (dấu hiệu 5)



Hình 33

$$\text{Suy ra } MN = OM + ON = \frac{OA}{2} + \frac{OB}{2} = \frac{OA + OB}{2} = \frac{AB}{2}$$

b) Ta có $MN = \frac{AB}{2}$ nên $3 = \frac{AB}{2}$, suy ra $AB = 6(\text{cm})$

C. BÀI TẬP

1.42. Vẽ đoạn thẳng $AB = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB . Lấy điểm N nằm giữa A và B sao cho $AN < NB$. Hỏi trong các điểm A, M, N và B, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

1.43. Cho đoạn thẳng AB và trung điểm O của nó. Lấy các điểm M và N thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AM = BN < \frac{AB}{2}$. Hỏi điểm O có phải trung điểm của MN không? Vì sao?

1.44. Cho đoạn thẳng $AB = 7\text{cm}$. Lấy các điểm I và K nằm giữa A và B sao cho $AI = 3\text{cm}, BK = a(a < 4\text{cm})$.

a) Tính độ dài IK

b) Xác định giá trị của a để K là trung điểm của IB

1.45. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = a, OB = b$ với $a < b$. Gọi M là trung điểm của AB . Chứng tỏ rằng $OM = \frac{a+b}{2}$.

1.46. Cho đoạn thẳng $AB = 6\text{cm}$. Lấy hai điểm E và F nằm giữa A và B sao cho $AE + BF = 7\text{cm}$. Tính độ dài EF .

1.47. Trên tia Ox lấy ba điểm A, B, C sao cho $OA = 1,5\text{cm}; OB = 3\text{cm}; OC = 4,5\text{cm}$. Hỏi trên hình vẽ có điểm nào là trung điểm của một đoạn thẳng?

1.48. Cho đoạn thẳng $AB = 4cm$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm O sao cho $OA = 2cm$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của OA và OB . Hãy so sánh:

a) OA với MN

b) OM và AN

1.49. Cho đoạn thẳng $AB = 6cm$. Lấy điểm E nằm giữa hai điểm A và B sao cho $AE = \frac{2}{3}AB$. Gọi F là trung điểm của AE .

a) Chứng tỏ rằng E là trung điểm của BF

b) Gọi O là trung điểm của EF , giải thích vì sao O cũng là trung điểm của AB .

1.50. Cho đoạn thẳng AB là trung điểm O của nó. Trên tia đối của tia BA lấy điểm M bất kì (M khác B). Chứng tỏ rằng $OM = \frac{MA + MB}{2}$

1.51. Cho đoạn thẳng AB và trung điểm O của nó. Gọi M là một điểm nằm giữa A và B nhưng không trùng với O . Chứng tỏ rằng $OM = \left| \frac{MA - MB}{2} \right|$

----- CHÚC CÁC EM HỌC TỐT -----

THCS.TOANMATH.com

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ

ĐOẠN THẲNG

Chuyên đề 1

1.1 (h.6). Có 8 nhóm ba điểm thẳng hàng gồm: ba hàng ngang, ba hàng dọc và hai hàng chéo.

1.2. Xem hình 34.

1.3. Gọi số điểm phải có để vẽ được 36 đường thẳng là x .

$$\text{Ta có } \frac{x(x-1)}{2} = 36$$

$$\text{Suy ra } x(x-1) = 72 = 9 \cdot 8$$

Vì x và $x-1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên $x = 9$.

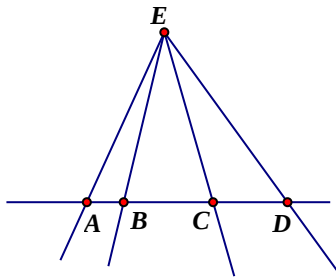
Vậy số điểm lúc ban đầu là $9 + 3 = 12$.

$$\text{Số đường thẳng vẽ được lúc ban đầu là } \frac{12 \cdot 11}{2} = 66.$$

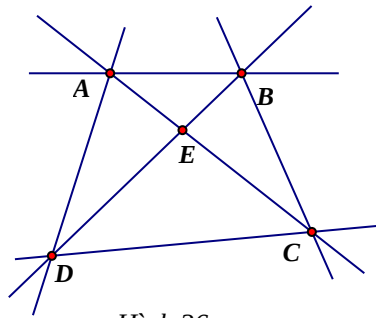
1.4. a) Trong 5 điểm phải có điều kiện không có ba điểm nào thẳng hàng.

b) Trong số 5 điểm phải có điều kiện 4 điểm thẳng hàng (h.35).

c) Phải có điều kiện có hai nhóm ba điểm thẳng hàng (h.36).



Hình 35



Hình 36

1.5. Số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm lúc ban đầu là $\frac{n(n-1)}{2}$.

Nếu bớt đi một điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm về sau là: $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$.

Theo đề bài ta có

$$\frac{n(n-1)}{2} - \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 0$$

$$(n-1)[n - (n-2)] = 20$$

$$(n-1) \cdot 2 = 20$$

$$n-1 = 10$$

$$n = 11.$$

Vậy số điểm lúc đầu là 11.

Cách khác: Nếu bớt đi một điểm thì qua điểm này và mỗi điểm trong số $n-1$ điểm còn lại bớt đi được 1 đường thẳng. Vì tổng số đường thẳng giảm đi 10 nên $n-1=10$ hay $n=11$.

1.6. *Hướng dẫn:* Áp dụng công thức $\frac{n(n-1)}{2}$ để tính số giao điểm của các đường thẳng.

Đáp số: 120 giao điểm.

1.7. Gọi n là số đường thẳng. Ta có $\frac{n(n-1)}{2} = 190$, suy ra $n(n-1) = 380 = 20 \cdot 19$. Vậy $n = 20$.

1.8. Nếu trong 12 điểm đã cho không có 4 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được là $\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ (đường thẳng).

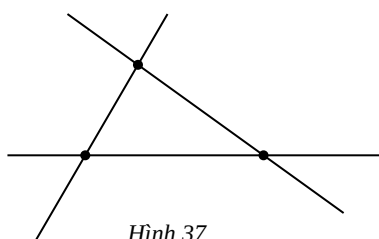
Bây giờ xét đến 4 điểm thẳng hàng, qua chúng chỉ vẽ được một đường thẳng. Nếu 4 điểm này không thẳng hàng thì vẽ được $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ (đường thẳng).

Số đường thẳng giảm đi là $6 - 1 = 5$ (đường thẳng).

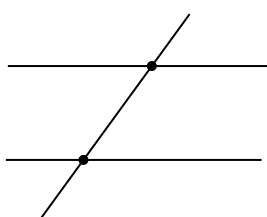
Vậy vẽ được tất cả là $66 - 5 = 61$ (đường thẳng).

1.9. Số giao điểm có thể là:

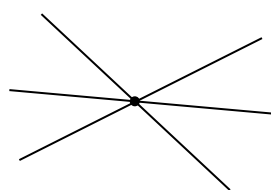
- 3 (h.37)
- 2 (h.38)
- 1 (h.39)
- 0 (h.40)



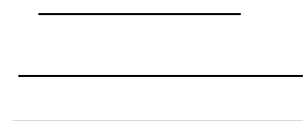
Hình 37



Hình 38

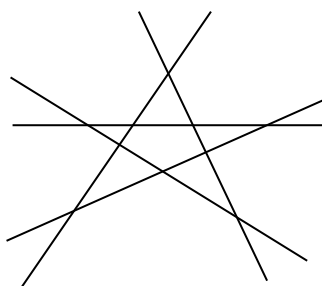


Hình 39



Hình 40

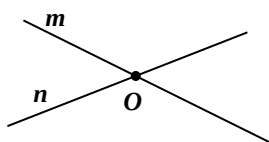
1.10. Hướng dẫn: Bạn có thể vẽ 5 đường thẳng cắt nhau tạo thành ngôi sao 5 cánh (h. 41).



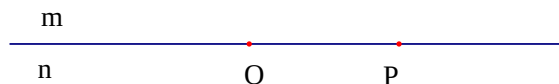
Hình 41

1.11. a) m và n là hai đường thẳng phân biệt nếu ngoài điểm chung O , chúng không còn điểm chung nào khác (h.42).

b) m và n là hai đường thẳng trùng nhau nên chúng còn một điểm chung khác điểm O (h.43).



Hình 42



Hình 43

1.12. (h.44)

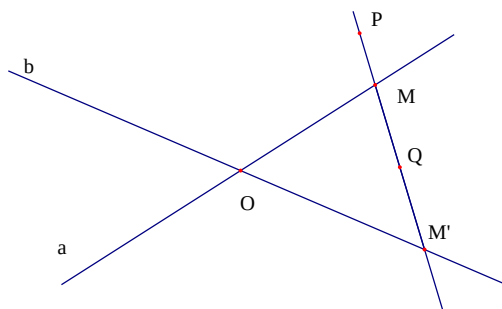
- Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B nên ba điểm M, A, B thẳng hàng, do đó điểm M nằm trên đường thẳng AB.



Hình 44

- Vì điểm B nằm giữa hai điểm M và N nên ba điểm B, M, N thẳng hàng do đó điểm B nằm trên đường thẳng MN. Hai đường thẳng AB và MN có hai điểm chung là B và N nên chúng trùng nhau.

1.13. Vẽ đường thẳng đi qua P và Q nó cắt đường thẳng a hoặc cắt đường thẳng b tại M. Khi đó ba điểm M, P, Q thẳng hàng (h.45)



Hình 45

Chuyên đề 2

1.14. Trong hình 13 có 8 tia, gồm:

- Ba tia gốc A là Ax, Ay, Am;
- Ba tia gốc B là Bx, By, Bn;
- Hai tia gốc O là Om, On.

1.15. Trong hình 14 có 18 tia, gồm:

Bốn tia gốc C, bốn tia gốc D, bốn tia gốc E và 6 tia gốc O.

1.16. (h.46)

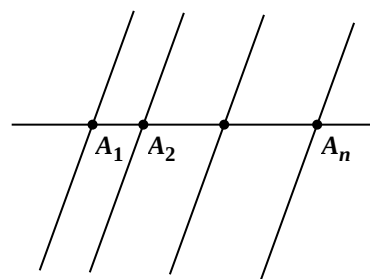
Tại mỗi điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ đều có 4 tia.

Do đó để trong hình có 100 tia thì $n = 100 : 4 = 25$ (điểm).

1.17. (h.47)

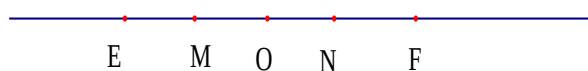
a) Điểm O nằm giữa hai điểm M và N nên hai tia OM, ON đối nhau. (1)

Điểm E thuộc tia OM, điểm F thuộc tia ON nên tia OE trùng với tia OM; tia OF trùng với tia ON. (2)



Hình 46

Từ (1) và (2) suy ra hai tia OE và OF đối nhau.

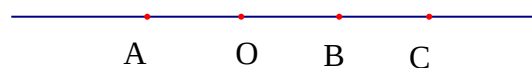


Hình 47

b) Vì hai tia OE và OF đối nhau nên góc O nằm giữa hai điểm E và F.

1.18. (h.48)

a) Điểm O nằm giữa hai điểm A và B nên hai tia BA, BO trùng nhau. (1)



Hình 48

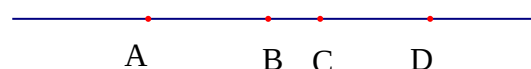
Điểm B nằm giữa hai điểm A và C nên hai tia BA, BC đối nhau. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai tia BO và BC đối nhau.

b) Vì hai tia BO và BC đối nhau nên góc B nằm giữa hai điểm O và C.

1.19. (h.49)

a) Vì điểm B nằm giữa hai điểm A và C nên hai tia BA, BC đối nhau. (1)



Hình 49

Vì điểm C nằm giữa hai điểm B và D nên hai tia BC và BD trùng nhau. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai tia BA, BD đối nhau.

b) Vì điểm B nằm giữa hai điểm A và C nên hai tia CA, CB trùng nhau. (3)

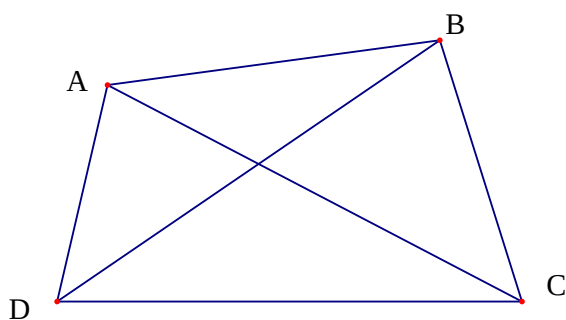
Vì điểm C nằm giữa hai điểm B và D nên hai tia CD, CB đối nhau. (4)

Từ (3) và (4) suy ra hai tia CA, CD đối nhau.

Chuyên đề 3

1.20. (h.21) Đường thẳng xy và tia Am cắt đoạn thẳng PQ.

1.21. (h.50 a,b) Vẽ được tất cả 6 đoạn thẳng là AB, AC, AD, BC, BD và CD.



Hình 50a



Hình 50b

1.22. Ta có $\frac{n.(n-1)}{2} = 36 \Rightarrow n.(n-1) = 72 = 9.8$. Vì n và n-1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên n = 9.

1.23. (h.51) Vì điểm B nằm giữa hai điểm A và C nên $AB + BC = AC$. Vì điểm C nằm giữa hai điểm B và D nên $BC + CD = BD$.



Hình 51

Mặt khác $AC > BD$ nên $AB + BC > BC + CD$ hay $AB > CD$.

1.24. (h.52) Vì điểm A nằm giữa M và B nên

$$MA + AB = MB$$



Hình 52

Suy ra $MB = 1 + AB$ (1)

Vì điểm B nằm giữa A và N nên

$$AB + BN = AN$$

Suy ra $AN = AB + 2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MB < AN$

1.25. (h.53) Vì điểm M nằm giữa A và B nên $AM + MB = AB$.

Do đó $AB = 3 + 2 = 5$ (cm)

Vì điểm B nằm giữa A và C nên $AB + BC = AC$.

Do đó $AC = 5 + 1 = 6$ (cm)

1.26 (h.54) Vì M nằm giữa A và B nên

$$MA + MB = AB = 7\text{cm}.$$

Mặt khác $MA - MB = 3\text{cm}$.

nên $MA = (7 + 3) : 2 = 5(\text{cm})$

$$MB = 7 - 5 = 2 (\text{cm}).$$

1.27. Xét ba trường hợp:

- Trường hợp M nằm giữa A và B (h.55)

Ta có

$$AM + MB = AB$$

$$2MB + MB = 6$$

$$3MB = 6$$

$$MB = 2 (\text{cm}).$$

- Trường hợp B nằm giữa A và M (h.56)

Ta có

$$AB + BM = AM$$

$$6 + BM = 2MB$$

$$BM = 6 (\text{cm})$$

- Trường hợp điểm A nằm giữa hai điểm B và M. Ta có $BA + AM = BM$

$$6 + 2BM = BM$$

$$6 + BM = 0 (\text{vô lí})$$

Vậy trường hợp này không xảy ra.

Đáp số: $MB = 2\text{cm}$ hoặc $MB = 6\text{cm}$

1.28. Ta có $AC + CB = AB$ (vì $3 + 2 = 5$). Vậy điểm C nằm giữa hai điểm A và B. Do đó hai tia CA, CB đối nhau.

1.29. Điểm O là gốc của tia nên không nằm giữa A và B

* Xét trường hợp điểm A nằm giữa O và B

(h. 57)

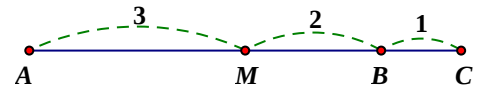
Ta có $OB = OA + AB = 4 + 2 = 6$ (cm)

* Xét trường hợp điểm B nằm giữa O và A

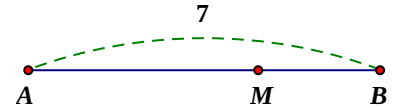
(h. 58)

Ta có $OB + BA = OA$

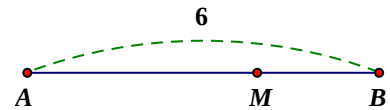
$$\Rightarrow OB = OA - BA = 4 - 2 = 2(\text{cm})$$



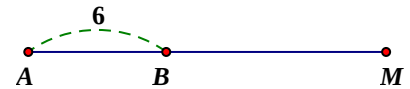
Hình 53



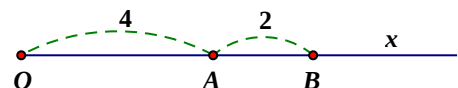
Hình 54



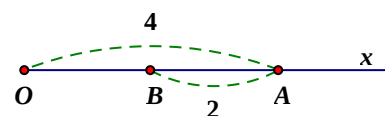
Hình 55



Hình 56



Hình 57



Hình 58

1.30. Điểm O là gốc của tia nên không nằm giữa hai điểm M và N

* Xét trường hợp M nằm giữa O và N (h. 59)

Ta có: $ON = OM + MN = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

* Xét trường hợp điểm N nằm giữa hai điểm O và M

Ta có: $ON + NM = OM$

$ON + 5 = 3$ (vô lí)

Vậy trường hợp này không xảy ra

Do đó bài toán có một đáp số là 8cm.

1.31 (h. 60)

* Trên tia Ox có $OB < OC$ ($3 < 5$) nên điểm B nằm giữa O và C.

Ta có $OB + BC = OC$

Suy ra $BC = OC - OB = 5 - 3 = 2(\text{cm})$

Do đó $OA = BC$ ($=2\text{cm}$)

* Trên tia Ox có $OA < OC$ ($2 < 5$) nên điểm A nằm giữa O và C.

Ta có: $OA + AC = OC \Rightarrow AC = OC - OA = 5 - 2 = 3(\text{cm})$

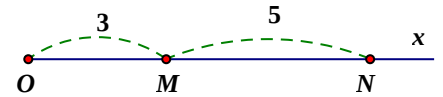
Do đó $OB = AC$ ($=3\text{cm}$)

1.32. (h. 61) Trên tia Ox có $OM < ON$ ($m < m + n$) nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N.

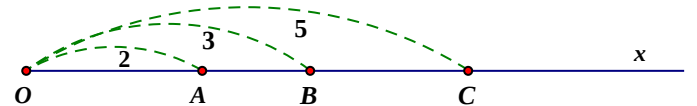
Do đó: $OM + MN = ON$

Suy ra $MN = ON - OM = m + n - m = n$

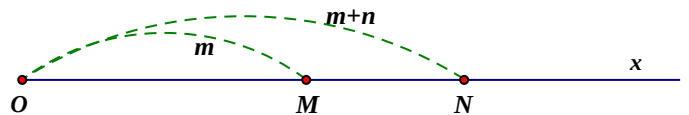
Vậy $OM > MN$ (vì $m > n$)



Hình 59



Hình 60

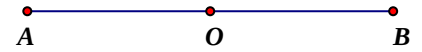


Hình 61

Chuyên đề 4

1.33. (h. 62) Vì điểm O nằm giữa hai điểm A và B nên $AO + OB = AB$ (1)

Suy ra $OB = AB - AO = AB - \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AB$



Hình 62

Do đó $OA = OB (= \frac{1}{2} AB)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra O là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Lưu ý: Bài toán này cho ta một dấu ấn nhận biết trung điểm của đoạn thẳng.

1.34. Trong 3 điểm M, O, N thẳng hàng có một điểm nằm giữa hai điểm khác.

* Giả sử M nằm giữa O và N, khi đó ta có:

$OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM = 0$ (vì $OM = ON$). Điều này vô lí vì $MN > 0$. Vậy trường hợp này không xảy ra.

Do đó, điểm O nằm giữa M và N.

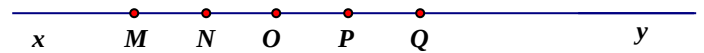
Mặt khác $OM = ON$ nên O là trung điểm của MN.

1.35 (h.63)

* N là trung điểm của đoạn thẳng MO

* O là trung điểm của đoạn NP và MQ

* P là trung điểm của OQ



Hình 63

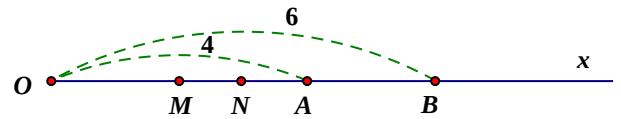
1.36. (h.64) Vì M là trung điểm của OA nên $OM = \frac{4}{2} = 2(\text{cm})$.

Vì N là trung điểm của OB nên $ON = \frac{6}{2} = 3(\text{cm})$

Trên tia Ox có $OM < ON$ ($2 < 3$)

nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N.

Do đó $OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM = 3 - 2 = 1(\text{cm})$



Hình 64

1.37. Ta có $OP + OQ \neq PQ$ ($2 + 2 \neq 3$) nên điểm O không nằm giữa P và Q do đó O không phải là trung điểm của PQ.

1.38. (h. 65)

a) Vì M là trung điểm của OA nên $OM = MA = \frac{OA}{2} = 2(\text{cm})$

Trên tia Ox có $OM < OB$ ($2 < 6$)

nên M nằm giữa O và B

Do đó $OM + MB = OB$.

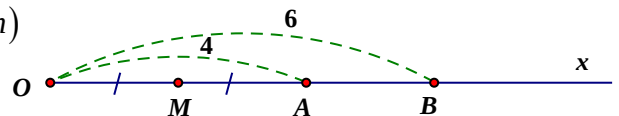
Suy ra $MB = OB - OM = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

b) Trên tia Ox có $OA < OB$ ($4 < 6$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

Do đó $OA + AB = OB \Rightarrow AB = OB - OA = 6 - 4 = 2(\text{cm})$

Trên tia BO có $BA < BM$ ($2 < 4$) nên điểm A nằm giữa hai điểm B và M

Mặt khác $BA = \frac{1}{2} BM$ ($2 = \frac{1}{2} \cdot 4$) nên điểm A là trung điểm của MB.

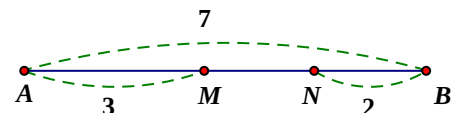


Hình 65

1.39. (h. 66) Điểm M nằm giữa A và B nên $AM + MB = AB$

$\Rightarrow MB = AB - AM = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

Trên tia BA có $BN < BM$ ($2 < 4$)



nên điểm N nằm giữa hai điểm B và M (1)

Ta có $BN + NM = BM \Rightarrow MN = BM - BN = 4 - 2 = 2 \text{ (cm)}$

Hình 66

Vậy $BN = MN (=2\text{cm})$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra N là trung điểm của đoạn thẳng MB

1.40. Vì M là trung điểm của OA nên $OA = 2OM = 2\text{cm}$

Vì N là trung điểm của OB nên $OB = 2ON = 5\text{cm}$.

* Xét trường hợp M và N thuộc cùng một tia gốc O (h. 67).

Khi đó A và B cùng thuộc một tia gốc O.

Vì $OA < OB$ ($2 < 5$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

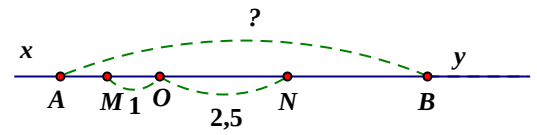
Suy ra $OA + AB = OB \Rightarrow AB = OB - OA = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$

* Xét trường hợp M và N thuộc hai tia đối nhau gốc O (h. 68)

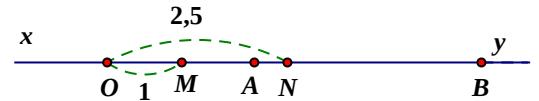
Điểm A và điểm B nằm trên hai tia đối nhau gốc O

nên điểm O nằm giữa A và B.

$\Rightarrow AB = AO + OB = 2 + 5 = 7 \text{ (cm)}$



Hình 67



Hình 68

1.41. (h. 69) Vì M_1 là trung điểm của AB nên $M_1B = \frac{AB}{2} = \frac{2^{10}}{2} = 2^9 \text{ (cm)}$

Vì M_2 là trung điểm của M_1B nên $M_2B = \frac{M_1B}{2} = \frac{2^9}{2} = 2^8 \text{ (cm)}$

.....

Vì M_{10} là trung điểm của đoạn thẳng M_9B nên

$$M_{10}B = \frac{M_9B}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (cm)}$$



Hình 69

Trên tia BA có $BM_{10} < BM_1$ ($1 < 2^9$) nên điểm M_{10} nằm giữa hai điểm B và M_1 .

Do đó $BM_{10} + M_{10}M_1 = BM_1 \Rightarrow M_{10}M_1 = BM_1 - BM_{10} = 2^9 - 1 = 511 \text{ (cm)}$

Chuyên đề nâng cao 1

1.42 (h. 70) Điểm M là trung điểm của AB nên $AM = MB = \frac{AB}{2} = a$.

Điểm N nằm giữa hai điểm A và B nên $AN + NB = AB = 2a$.

Vì $AN < AM$ nên $2AN < 2a$, do đó $AN < a$.

Trên tia AB có $AN < AM$ nên điểm N nằm giữa hai điểm A và M (dấu hiệu 3).

Trên tia AB có $AN < AM < AB$ nên điểm M nằm giữa hai điểm N và B (dấu hiệu 4).

1.43. (h.71) Điểm O là trung điểm của AB nên O nằm giữa A và B. Trên tia AB có

$AM < AO = \frac{AB}{2}$ nên điểm M nằm giữa hai điểm A và O.

Trên tia BA có $BN < BO = \frac{AB}{2}$

nên điểm N nằm giữa hai điểm B và O.

Suy ra điểm O nằm giữa hai điểm M và N (dấu hiệu 5) (1)

Ta có $OM = OA - AM$; $ON = OB - BN$. Mặt khác $OA = OB$ và $AM = BN$ nên $OM = ON$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra O là trung điểm của MN.

1.44 (h. 72)

a) Điểm I nằm giữa A và B nên

$$AI + IB = AB \Rightarrow IB = AB - AI = 7 - 3 = 4(\text{cm})$$

Trên tia BA có $BK < BI$ (vì $a < 4$) nên điểm K nằm giữa hai điểm B và I.

$$\text{Do đó } BK + KI = BI \Rightarrow IK = BI - BK = 4 - a(\text{cm})$$

b) Ta có K nằm giữa B và I nên muốn K là trung điểm của BI thì phải có

$$BK = \frac{1}{2}BI \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}4 = 2(\text{cm})$$

1.45 (h. 73) Trên tia Ox có $OA < OB$ (vì $a < b$)

nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B

$$\text{Suy ra } OA + AB = OB \Rightarrow AB = OB - OA = b - a$$

$$\text{Vì M là trung điểm của AB nên } BM = \frac{AB}{2} = \frac{b-a}{2}.$$

Ta có: $\frac{b-a}{2} < \frac{b}{2} < b$. Trên tia BO có $BM < BO$ (vì $\frac{b-a}{2} < \frac{b}{2} < b$) nên điểm M nằm giữa hai

điểm B và O. Suy ra $BM + MO = BO$. Do đó $OM = OB - BM = b - \frac{b-a}{2} = \frac{2b - (b-a)}{2} = \frac{a+b}{2}$

1.46 (h. 74) Điểm E nằm giữa hai điểm A và B nên $AE + BE = AB = 6\text{cm}$ mà $AE + BF = 7\text{cm}$ nên $BE < BF$. Trên tia BA có $BE < BF$ nên điểm E nằm giữa hai điểm B và F.

$$\text{Suy ra } BE + FE = BF.$$

$$\text{Ta có: } AE + BF = 7\text{cm}$$

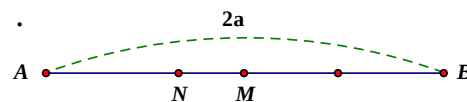
$$\text{Do đó: } AE + (BE + FE) = 7\text{cm}$$

$$AB + FE = 7\text{cm}$$

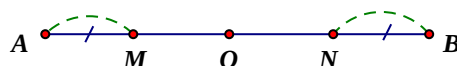
$$\Rightarrow FE = 7 - AB = 7 - 6 = 1(\text{cm})$$

1.47 (h. 75)

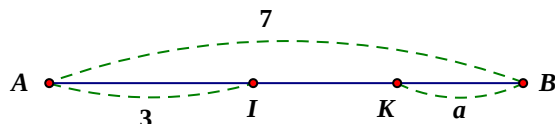
- Trên tia Ox có $OA < OB$ ($1,5 < 3$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B.



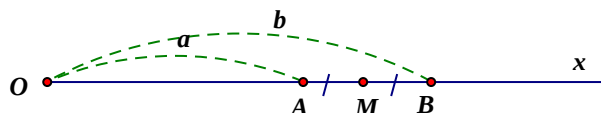
Hình 70



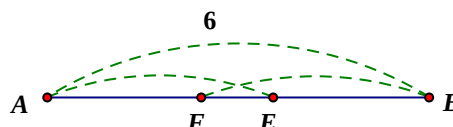
Hình 71



Hình 72



Hình 73



Hình 74

Ta có $OA + AB = OB \Rightarrow AB = OB - OA = 3 - 1,5 = 1,5$ (cm)

Vậy $OA = AB (=1,5\text{cm})$

Suy ra A là trung điểm của OB

- Trên tia Ox có $OB < OC$ ($3 < 4,5$) nên điểm B nằm giữa O và C

Ta có: $OB + BC = OC \Rightarrow BC = OC - OB = 4,5 - 3 = 1,5$ (cm)

Vậy $AB = BC$ (1)

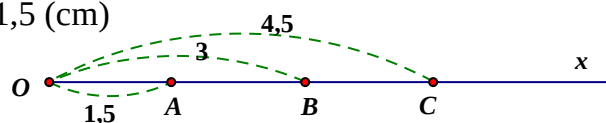
Trên tia Ox có $OA < OB < OC$ ($1,5 < 3 < 4,5$)

nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C (dấu hiệu 4) (2)

Từ (1) và (2) suy ra B là trung điểm của AC

Tóm lại, trên hình có điểm A là trung điểm của OB;

điểm B là trung điểm của AC.



Hình 75

1.48. (h. 76)

a) Hai tia OA, AB đối nhau nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B, do đó $OB = AO + AB = 2 + 4 = 6$ (cm)

Vì điểm M là trung điểm của AO nên $OM = 1$ (cm)

Vì N là trung điểm của OB nên $ON = 3$ (cm)

Trên tia OB có $OM < ON$ nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N. Suy ra $OM + MN = ON$

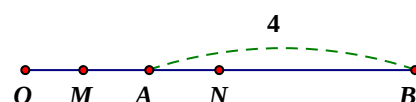
Do đó $MN = ON - OM = 3 - 1 = 2$ (cm)

Vậy $OA = MN (=2\text{cm})$

b) Trên tia OB có $OA < ON$ ($2 < 3$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và N

Suy ra $OA + AN = ON \Rightarrow AN = ON - OA = 3 - 2 = 1$ (cm)

Vậy $AN = OM (=1\text{cm})$



Hình 76

1.49 (h. 77)

a) Ta có $AE = \frac{2}{3} AB = 4$ (cm)

Điểm F là trung điểm của AE nên $AF = FE = 4 : 2 = 2$ (cm). Điểm E nằm giữa hai điểm A và B nên $AE + BE = AB$. Suy ra $BE = AB - AE = 6 - 4 = 2$ (cm).

Do đó $BE = FE (=2\text{cm})$ (1)

Trên tia AB có $AF < AE < AB$ ($2 < 4 < 6$) nên điểm E nằm giữa F và B (dấu hiệu 4) (2)

Từ (1) và (2) suy ra E là trung điểm của BF.

b) Điểm F nằm giữa hai điểm A và E (vì F là trung điểm của AE)

Suy ra hai tia FA và FE đối nhau. (1)

Điểm O nằm giữa hai điểm E và F (vì O là trung điểm của FE).

Suy ra hai tia FO và FE trùng nhau. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai tia FA, FO đối nhau.

Do đó điểm F nằm giữa hai điểm A và O dẫn tới OF, OA trùng nhau (3)

Lập luận tương tự có hai tia OE, OB trùng nhau. (4)

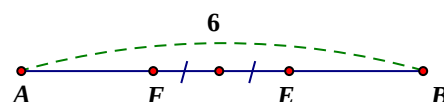
Mặt khác hai tia OF, OE đối nhau (vì O là trung điểm của FE) (5)

Từ (3); (4); (5) suy ra hai tia OA, OB đối nhau, dẫn tới điểm O nằm giữa hai điểm A và B (6)

Ta có: $OA = OF + AF$ (vì F nằm giữa A và O)

$OA = 1 + 2 = 3$ (cm)

$OB = OE + BE$ (vì E nằm giữa B và O)



Hình 77

$$OB = 1 + 2 = 3 \text{ (cm)}$$

$$\text{Do đó } OA = OB \quad (7)$$

Từ (6) và (7) suy ra O là trung điểm của AB

1.50 (h. 78) Vì O là trung điểm của AB nên $OA = OB$ và O nằm giữa A và B

Suy ra hai tia BO, BA trùng nhau.

Mặt khác hai tia BM, BA đối nhau nên hai tia BO, BM đối nhau,

do đó điểm B nằm giữa hai điểm O và M. Suy ra $OM = OB + BM$ (1)

Điểm O nằm giữa hai điểm A và B nên hai tia OA, OB đối xứng nhau.

Điểm B nằm giữa hai điểm O và M nên hai tia OM, OB trùng nhau.

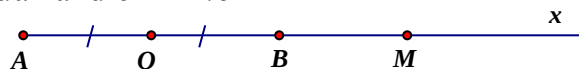
Suy ra hai tia OA, OM đối nhau. Do đó điểm O nằm giữa hai điểm A và M

$$\text{Vậy } AO + OM = AM \Rightarrow OM = MA - AO \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $2OM = OB + BM + MA - AO$

$$2OM = MA + MB \text{ (vì } OA = OB)$$

$$OM = \frac{MA + MB}{2}$$



Hình 78

Nhận xét:

1. Muốn chứng minh $OM = \frac{MA + MB}{2}$ ta chứng tỏ $2OM = MA + MB$

Muốn có $2OM$ ta tính OM , theo hai cách khác nhau rồi cộng lại. Sau đó muốn được OM ta chia kết quả cho 2.

2. Bài toán trên vẫn đúng nếu M nằm trên tia đối của tia AB.

1.51 Xét hai trường hợp:

* M nằm giữa O và B (h. 79)

Ta có hai tia OM và OB trùng nhau. (1)

Điểm O là trung điểm của AB nên $OA = OB$ và O nằm giữa A và B.

Suy ra hai tia OA, OB đối nhau. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai tia OA, OM đối nhau

do đó điểm O nằm giữa hai điểm A và M.

$$\text{Ta có } AO + OM = AM \Rightarrow OM = MA - OA \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác: } OM + MB = OB \Rightarrow OM = OB - MB \quad (4)$$

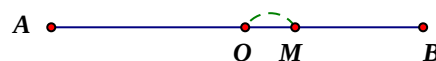
Từ (3) và (4) ta có $2MO = MA - AO + OB - MB$

$$2MO = MA - MB \text{ (vì } OA = OB) \quad (5)$$

* M nằm giữa O và A (h. 80)

$$\text{Cũng giải tương tự như trên ta được } OM = \frac{MB - MA}{2} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5) và (6) suy ra } OM = \left| \frac{MA - MB}{2} \right|$$



Hình 79



Hình 80

Lưu ý: Nếu điểm M trùng với O thì kết quả trên vẫn đúng.

----- CHÚC CÁC EM HỌC TỐT -----

THCS.TOANMATH.com