

ĐỘ DÀI ĐƯỜNG TRÒN, CUNG TRÒN

A. TRỌNG TÂM CƠ BẢN CẦN ĐẠT

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức tính độ dài đường tròn (chu vi đường tròn)

Độ dài (C) của một đường tròn bán kính R được tính theo công thức:

$$C = 2\pi R \text{ hoặc } C = \pi d \text{ (với } d = 2R\text{)}.$$

2. Công thức tính độ dài cung tròn

Trên đường tròn bán kính R , độ dài l của một cung n° được tính theo công thức:

$$l = \frac{\pi R n}{180}.$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính độ dài đường tròn, cung tròn

Phương pháp giải: Áp dụng công thức đã nêu trong phần Tóm tắt lý thuyết.

1.1. Lấy giá trị gần đúng của π là 3,14, hãy điền vào ô trống trong bảng sau (đơn vị độ dài: cm, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Bán kính R của đường tròn	9		3			
Đường kính d của đường tròn		16		6		
Độ dài c của đường tròn					30	25,12

1.2. Lấy giá trị gần đúng của n là 3,14, hãy điền vào ô trống trong bảng sau (đơn vị độ dài: cm, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Bán kính R của đường tròn		10			8
Đường kính d của đường tròn			5		
Độ dài c của đường tròn	9,42			6,28	

2.1.

a) Tính độ dài cung 60° của một đường tròn có bán kính $3dm$.

b) Tính chu vi vành xe đạp có đường kính $600mm$.

2.1.

a) Tính độ dài cung 40° của một đường tròn có bán kính $5dm$.

b) Tính chu vi vành xe đạp có đường kính $400mm$.

3.1. Lấy giá trị gần đúng của n là 3,14, hãy điền vào ô trống trong bảng sau (đơn vị độ dài: cm , làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất và đến độ):

Bán kính R của đường tròn	12		22	5,2	
Số đo n° của cung tròn	90°	60°		31°	28°
Độ dài / của cung tròn		40,6	30,8		8,2

3.2. Lấy giá trị gần đúng của π là 3,14, hãy điền vào ô trống trong bảng sau (đơn vị độ dài: cm , làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất và đến độ):

Bán kính R của đường tròn	14		20	4,2	
Số đo n° của cung tròn	90°	50°		35°	20°
Độ dài l của cung tròn		40,6	30,8		4,2

Dạng 2. Một số bài toán tổng hợp

Phương pháp giải: Áp dụng công thức trên và các kiến thức đã có.

4.1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5cm$, $B = 60^\circ$. Đường tròn tâm I , đường kính AB cắt BC ở D .

a) Chứng minh AD vuông góc với BC .

b) Chứng minh đường tròn tâm I đường kính AC đi qua D .

c) Tính độ dài cung nhỏ BD .

4.2. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ dây $CD = R$ (thuộc cung AD). Nối AC và BD cắt nhau tại M .

a) Chứng minh tam giác MCD đồng dạng với tam giác MBA . Tìm tỉ số đồng dạng.

b) Cho $\widehat{ABC} = 30^\circ$, tính độ dài cung nhỏ AC .

5. Cho đường tròn $(O; R)$ với dây cung BC cố định. Điểm A thuộc cung lớn BC . Đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn (O) tại D . các tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại C và D cắt nhau tại E . Tia CD cắt AB tại K , đường thẳng AD cắt CE tại I .

Cho $BC = R\sqrt{3}$. Tính R theo độ dài cung nhỏ BC của đường tròn $(O; R)$.

6. Cho đường tròn $(O; R)$ với dây cung BC cố định. Điểm A thuộc cung lớn BC . Đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn (O) tại D . các tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại C và D cắt nhau tại E . Tia CD cắt AB tại K , đường thẳng AD cắt CE tại I . Chứng minh $AKIC$ là tứ giác nội tiếp.

7. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Kẻ đường kính AD cắt BC tại H . Gọi M là một điểm trên cung nhỏ AC . Hạ $BK \perp AM$ tại K . Đường thẳng BK cắt CM tại E . Tia BE cắt đường tròn $(O; R)$ tại N (N khác B). Chứng minh tam giác MBE cân tại M .

8. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Kẻ đường kính AD cắt BC tại H . Gọi M là một điểm trên cung nhỏ AC . Hạ $BK \perp AM$ tại K . Đường thẳng BK cắt CM tại E . Tia BE cắt đường tròn $(O; R)$ tại N (N khác B). Tính độ dài cung nhỏ MN theo R .

III. BÀI TẬP CƠ BẢN VỀ NHÀ

1. Cho $\pi = 3,14$. Hãy điền vào các bảng sau:

Bán kính R	Đường kính d	Độ dài C	Diện tích S
5			
	6		
		94,2	
			28,26

2. Cho đường tròn (O) bán kính OA . Từ trung điểm M của OA vẽ dây $BC \perp OA$. Biết độ dài đường tròn (O) 4π cm. Tính:

a) Bán kính đường tròn (O) ;

b) Độ dài hai cung BC của đường tròn.

3. Cho tam giác ABC có $AB = AC = 3\text{cm}$ và $\hat{A} = 120^\circ$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

4. Cho tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn (O). Vẽ ra phía ngoài tứ giác này bốn nửa đường tròn có đường kính lần lượt là bốn cạnh của tứ giác. Chứng minh rằng tổng độ dài của hai nửa đường tròn có đường kính là hai cạnh đối diện bằng tổng độ dài hai nửa đường tròn kia.

5. Cho tam giác cân ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Kẻ đường kính AD cắt BC tại H. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ AC. Hạ $BK \perp AM$ tại K. đường thẳng BK cắt CM tại E.

a) Chứng minh bốn điểm A, B, H, J thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác MBE cân tại M.

c) Tia BE cắt đường tròn (O; R) tại N (N khác B). Tính độ dài cung nhỏ MN theo R. Giả sử $\hat{A} = 40^\circ$.

6. Cho đường tròn (O; R) với dây cung BC cố định. Điểm A thuộc cung lớn BC. Đường phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn (O) tại D. Các tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại C và D cắt nhau tại E. Tia CD cắt AB tại K, đường thẳng AD cắt CE tại I.

a) Chứng minh BC song song DE.

b) Chứng minh AKIC là tứ giác nội tiếp.

c) Cho $BC = R\sqrt{3}$. Tính theo R độ dài cung nhỏ BC của đường tròn (O; R).

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP SỐ

1.1.

Bán kính R của đường tròn	9	8	3	4,78	4
Đường kính d của đường tròn	18	16	6	9,56	8
Độ dài C của đường tròn	56,52	50,24	18,84	30	25,12

1.2.

Bán kính R của đường tròn	1,5	10	2,5	1	8
---------------------------	-----	----	-----	---	---

Đường kính d của đường tròn	3	20	5	2	16
Độ dài C của đường tròn	9,42	62,8	15,7	6,28	50,24

2.1. a) $l = \pi \text{ dm}$; b) $C = 600\pi \text{ mm}$;

2.2. a) $l = \frac{10\pi}{9} \text{ dm}$; b) $C = 400\pi \text{ mm}$;

3.1.

Bán kính R của đường tròn	12	38,8	22	5,2	16,8
Số đo n° của cung tròn	90°	60°	$80,3^\circ$	31°	28°
Độ dài l của cung tròn	18,8	40,6	30,8	2,8	8,2

3.2.

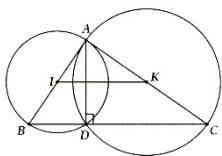
Bán kính R của đường tròn	14	46,5	20	4,2	12
Số đo n° của cung tròn	90°	50°	$88,3^\circ$	35°	20°
Độ dài l của cung tròn	22	40,6	30,8	2,6	4,2

4.1.

a) $\widehat{ADB}$ là góc nội tiếp trên đường kính AB $\Rightarrow AD \perp BD$.

b) Do $\widehat{ADC} = 90^\circ$ nên D $\in$ đường tròn $(k; \frac{AC}{2})$

c) $\triangle IBD$ cân tại I có $\widehat{B} = 60^\circ$



$$\Rightarrow \triangle IBD \text{ đều} \Rightarrow \widehat{BID} = 60^\circ \Rightarrow l_{\widehat{BD}} = \frac{\pi \cdot \frac{5}{2} \cdot 60}{180} = \frac{5}{6} \pi \text{ cm}$$

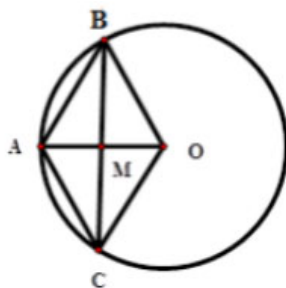
4.2. a) Khi M ở ngoài hay M nằm trong đường tròn thì $\triangle MCD$ và $\triangle MBA$ đều có 2 góc bằng nhau $\Rightarrow \triangle PCM$.

Tỷ số đồng dạng là: $\frac{CD}{AB} = \frac{1}{2}$

b) $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} = 60^\circ \Rightarrow l_{\widehat{AC}} = \frac{\pi R}{3}$

Bán kính R	Đường kính d	Độ dài C	Diện tích S
5	10	31,4	78,5
3	6	18,84	28,26
15	30	94,2	706,5
3	6	18,84	28,26

5.



Vì độ dài đường tròn là 6π nên $6\pi = 2\pi.R \Rightarrow R = 3\text{cm}$ (R là bán kính đường tròn)

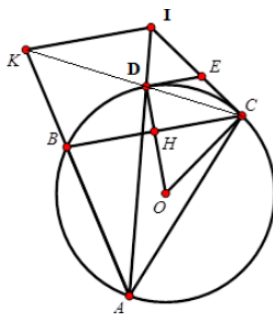
Xét tứ giác $ABOC$ có hai đường chéo $AO \perp BC$ tại M là trung điểm mỗi đường nên tứ giác $ABOC$ là hình thoi.

Suy ra $OB = OC = AB \Rightarrow \triangle ABO$ đều $\Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 120^\circ$

Suy ra số đo cung lớn BC là $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

Độ dài cung lớn BC là $l = \frac{\pi.3.240}{180} = 4\pi(\text{cm})$

6.



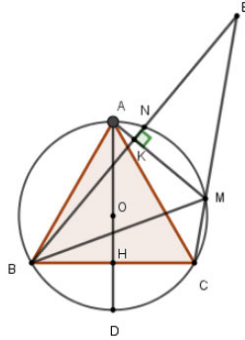
+ Vì AD là tia phân giác $\widehat{BAC} \Rightarrow D$ là điểm chính giữa cung BC .

Nên $OD \perp BC \Rightarrow$ phương án D đúng

+ Mà $DE \perp OD$ (DE là tiếp tuyến của (O)) suy ra $BC \parallel DE \Rightarrow$ phương án A đúng.

+) Xét (O) có $\widehat{DAC} = \widehat{DCI}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung DC)

Mà $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$ (AD là phân giác) nên $\widehat{KAI} = \widehat{KCI}$ nên tứ giác $KICA$ nội tiếp
7.



Xét đường tròn (O) có tam giác ABC đều nên $sđ \widehat{AB} = sđ \widehat{AC} = sđ \widehat{BC} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$

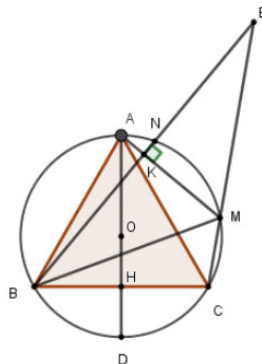
$\widehat{AMB}$ là góc nội tiếp chắn cung $AB \Rightarrow \widehat{AMB} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AB} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

Suy ra $\widehat{KBM} = 90^\circ - \widehat{KMB} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

suy ra $sđ \widehat{NM} = 2 \cdot \widehat{NBM} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$ $\widehat{NBM} = 30^\circ$ (cmt) và $\widehat{BEM} = \frac{1}{2} (sđ \widehat{BC} - sđ \widehat{NM})$

$= \frac{1}{2} (120^\circ - 60^\circ) = 30^\circ$ tam giác MBE cân tại M .

8.



Theo câu trước số đo cung NM bằng 60° nên độ dài cung NM là $l = \frac{\pi R \cdot 60}{180} = \frac{\pi R}{3}$.

BTVN

1. HS tự làm

2. a) $2\pi R = 4\pi \Rightarrow R = 2cm$

b) $\widehat{AOB} = 60^\circ$ ($\triangle OAB$ đều)

$\Rightarrow \widehat{BOC} = 120^\circ$

$l_{\widehat{BC}} \text{ nhỏ} = \frac{\pi \cdot R \cdot 120}{180} = \frac{4}{3}\pi cm$

và $l_{\widehat{BC}} \text{ lớn} = \frac{8}{3}\pi cm$

3. $\hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{OAC} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle OAC$ đều $\Rightarrow R = AC = 30cm$

$\Rightarrow C = 2\pi R = 6\pi cm$

4. Đặt $AB = a$; $BC = b$; $CD = c$; $AD = d$.

$$\frac{C_{(AB)}}{2} = \frac{2\pi \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{\pi \cdot a}{2}. \text{ Tương tự } \frac{C_{(CD)}}{2} = \frac{\pi \cdot c}{2}$$

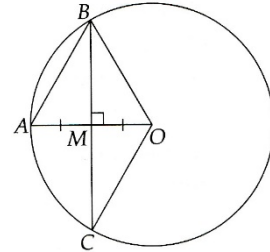
Vậy $\frac{C_{(AB)}}{2} + \frac{C_{(CD)}}{2} = \frac{\pi}{2}(a + c)$

Có $\frac{C_{(BC)}}{2} + \frac{C_{(CD)}}{2} = \frac{\pi}{2}(b + d)$

Tứ giác $ABCD$ ngoại tiếp, kết hợp tính chất tiếp $\Rightarrow a + c = b + d \Rightarrow \text{ĐPCM}$.

5. HS tự làm

6. a) AD là phân giác $\widehat{BAC}$



b) $\widehat{ECD} \frac{1}{2} \widehat{CD} = \widehat{DAC} = \widehat{BAD} \Rightarrow \text{DPCM.}$

$$\text{c) } HC = \frac{P\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{HOC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow l_{\widehat{BC}} = \frac{\pi \cdot R \cdot 120^\circ}{180} = \frac{2}{3} \pi R$$

Bài 1. Cho một đường tròn $(O;R)$. Hai tiếp tuyến tại A, B cắt nhau tại M tạo với nhau một góc 60° .

b) Tìm diện tích hình giới hạn bởi hai tiếp tuyến và cung nhỏ AB.

a) Tính góc AOB nếu biết độ dài cung nhỏ AB bằng $\frac{5\pi R}{6}$;

c) Tính độ dài các cung AC, BC;

Bài 3. Lấy bốn điểm A, B, C, D theo thứ tự trên đường tròn (O) sao cho $\widehat{AB} = 60^\circ$, $\widehat{BC} = 90^\circ$; $\widehat{CD} = 120^\circ$.

b) Tính độ dài đường tròn (O). Biết diện tích tứ giác ABCD bằng 100 m^2 .

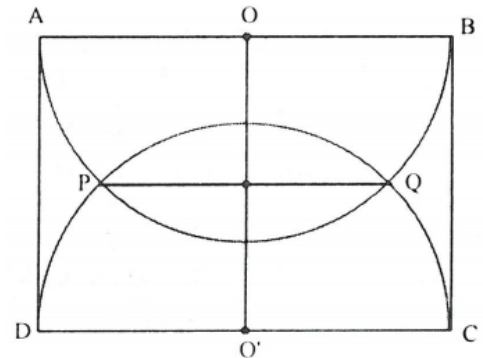
Bài 4. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Lấy A; B; C làm tâm dựng ba đường tròn với cùng bán kính là a . Hãy tính diện tích phần chung của cả 3 đường tròn.

Bài 5. Cho hình vuông ABCD có cạnh là 3 cm. Tính diện tích phần chung của bốn hình tròn có tâm lần lượt là các điểm A, B, C, D và có cùng bán kính 3 cm.

Bài 6. Bên trong một hình chữ nhật kích thước 10×20 có 151 điểm. Chứng minh rằng tồn tại bốn trong các điểm đó nằm hoàn toàn trong một đường tròn có bán kính 1,5.

Bài 7. Trong hình vuông cạnh là 1, người ta đặt một số đường tròn mà tổng độ dài của chúng là 2020. Chứng minh rằng bao giờ cũng tìm được một đường thẳng cắt ít nhất 632 các đường tròn nói trên.

Bài 8. Cho ABCD là hình chữ nhật với $AB = 10$ cm. Vẽ đường tròn (O), (O') với đường kính AB và CD. Gọi P và Q là giao điểm của (O), (O'). Biết rằng đường tròn đường kính PQ tiếp xúc với AB và CD. Tính diện tích phần chung của hai đường tròn (O), (O').



Bài 9. Cho hình thoi ABCD có cạnh $AB = 5$ cm và đường chéo $AC = 8$ cm. Đường tròn tâm A bán kính $R = 5$ cm tiếp xúc với đường tròn tâm C tại M thuộc đoạn AC. Đường tròn này cắt CB tại E và cắt CD tại F. Tính tỉ số độ dài của cung $\widehat{BD}$ và cung $\widehat{EF}$.

Bài 10. Ba đường tròn $(O;R), (O_1;R_1), (O_2;R_2)$ với $R < R_1 < R_2$, tiếp xúc ngoài với nhau từng đôi một, đồng thời tiếp xúc với một đường thẳng. Gọi S, S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hình tròn

$(O;R), (O_1;R_1), (O_2;R_2)$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt[4]{S}} = \frac{1}{\sqrt[4]{S_1}} + \frac{1}{\sqrt[4]{S_2}}$

Bài 11. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, Gọi Ax, By là các tiếp tuyến tại A và B của (O), Tiếp tuyến tại điểm M tùy ý của (O) cắt Ax và By lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle OCD$.

b) Cho $AB = 8$ cm. Tìm vị trí của C để chu vi tứ giác ABDC bằng 28cm, khi đó tính diện tích của phần tứ giác nằm ngoài (O).

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

Bài 1.

a) Tứ giác OAMB có $\widehat{AMB} = 60^\circ; \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ nên:

$$\widehat{AOB} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$\Rightarrow$ số đo cung nhỏ AB là 120° .

$\Rightarrow$ số đo cung lớn AB là $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$.

$$\text{Độ dài cung lớn AB là } \ell = \frac{\pi R 240}{180} = \frac{4\pi R}{3}$$

$$\text{b) Ta có } \widehat{MOA} = \widehat{MOB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow MA = OA \cdot \tan \widehat{MOA} = R \cdot \sqrt{3}$$

$\Rightarrow$ Diện tích tứ giác MAOB là:

$$S_{MAOB} = 2 \cdot S_{MAO} = 2 \cdot \frac{1}{2} MA \cdot AO = R^2 \sqrt{3}$$

$$\text{Diện tích hình quạt OAB là: } S_q = \frac{\pi R^2 120}{360} = \frac{\pi R^2}{3}$$

Vậy diện tích giới hạn bởi hai tiếp tuyến và cung nhỏ AB là:

$$S = S_{MAOB} - S_q = R^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$$

Bài 2.

a) Đặt số đo $\widehat{AOB} = n^\circ \Rightarrow$

$$\text{sđ } \widehat{AB} = n^\circ \Rightarrow \frac{\pi R n}{180^\circ} = \frac{5\pi R}{6} \Rightarrow n^\circ = 150^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 150^\circ$$

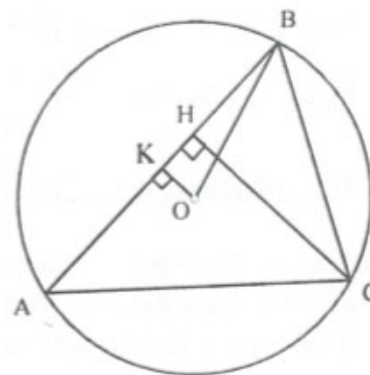
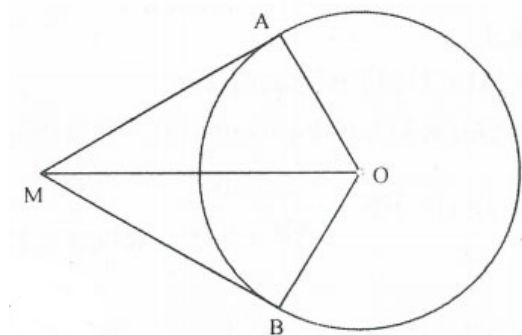
b) $CH \perp AB$ và $AH = CH$ suy ra $\triangle CHA$ vuông cân tại H

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 45^\circ \Rightarrow \text{sđ } \widehat{BC} = 90^\circ$$

$$\text{c) sđ } \widehat{AC} = 360^\circ - 150^\circ - 90^\circ \Rightarrow \text{sđ } \widehat{AC} = 120^\circ$$

$$\text{- Độ dài cung AC là } \ell_{\widehat{AC}} = \frac{\pi R 120}{180} = \frac{2\pi R}{3};$$

$$\text{- Độ dài cung BC là } \ell_{\widehat{BC}} = \frac{\pi R 90}{180} = \frac{\pi R}{2};$$



d) Kẻ $OK \perp AH \Rightarrow \widehat{BOK} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = 75^\circ$

$$\Rightarrow BK = OB \cdot \sin 75^\circ \approx 0,966.R \Rightarrow AB \approx 1,932R$$

- Ta có số $\widehat{AC} = 120^\circ \Rightarrow AC = R\sqrt{3}$

- Ta có $CH = AC \cdot \sin 45^\circ \approx 1,225.R$

Do vậy diện tích $\triangle ABC$ là $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH \approx 2,367R^2$

số $\widehat{BC} = 90^\circ \Rightarrow BC = R\sqrt{2}$

Suy ra chu vi $\triangle ABC$ là $AB + BC + CA \approx 4,538R$

Bài 3.

a) ABCD là hình thang cân.

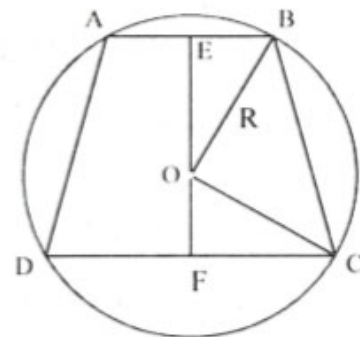
b) Gọi R là bán kính của (O), EF là đường cao đi qua O của hình thang.

Ta có: $EF = \frac{2.100}{AB + CD} = \frac{200}{R(\sqrt{3} + 1)}$ (1)

$$EF = OE + OF = \frac{R}{2}(\sqrt{3} + 1) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $R = \frac{20}{\sqrt{3} + 1} = 10(\sqrt{3} - 1)$

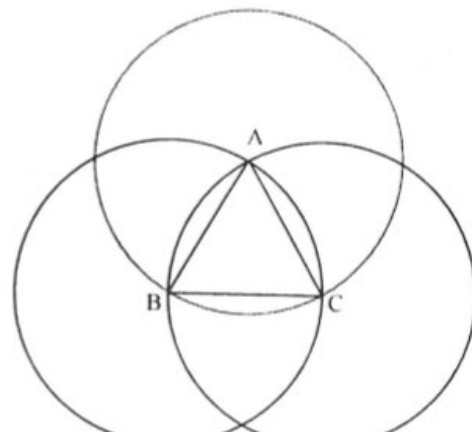
Độ dài đường tròn bằng $20(\sqrt{3} - 1)\pi$ (m).



Bài 4. Diện tích tam giác đều ABC là $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Diện tích của hình quạt của đường tròn bán kính a và có góc ở tâm 60° là:

$$S_2 = \frac{a^2\pi}{6}$$



Diện tích của hình viên phân tạo bởi một cạnh $\triangle ABC$ và cung nhỏ căng bởi

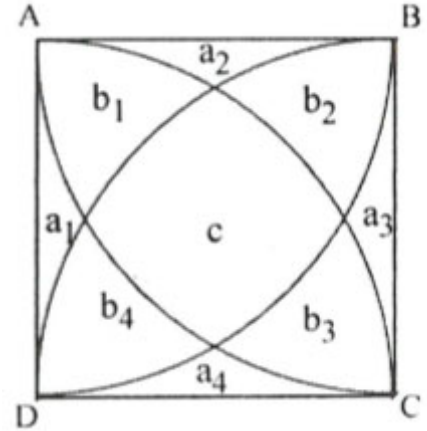
cạnh ấy là: $S_3 = S_2 - S_1 = \frac{a^2(2\pi - 3\sqrt{3})}{12}$

Vậy diện tích chung của 3 đường tròn

là: $S = S_1 + 3S_3 = \frac{a^2}{2}(\pi - \sqrt{3})$

Bài 5. Gọi a là diện tích của mỗi miền a_1, a_2, a_3, a_4 đã được đánh dấu trên hình 1.

Tương tự, b là diện tích của mỗi miền b_1, b_2, b_3, b_4 và c là diện tích của miền c (miền cần tìm diện tích).



Gọi E là giao điểm giữa cung nhỏ $\widehat{AC}$ của đường tròn $(D; 3\text{ cm})$ và cung nhỏ $\widehat{BD}$ của đường tròn $(C; 3\text{ cm})$.

Gọi $S_{C.\widehat{ED}}$ là diện tích hình quạt được giới hạn bởi hai bán kính CE, CD và cung nhỏ $\widehat{ED}$ của $(C; 3\text{ cm})$; $S_{\widehat{ED}}$ là diện tích hình viên phân được giới hạn bởi dây cung ED và cung nhỏ $\widehat{ED}$ của $(C; 3\text{ cm})$;

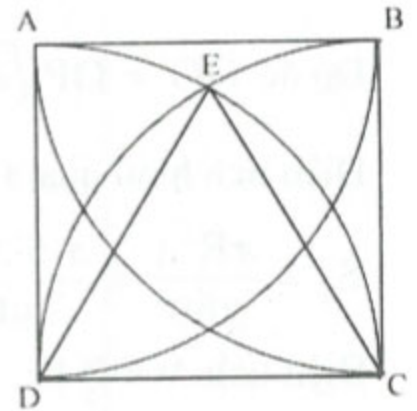
Và $S_{D.\widehat{EA}}$ là diện tích hình quạt được giới hạn bởi hai bán kính DE, DA và cung nhỏ $\widehat{EA}$ của $(D; 3\text{ cm})$.

Dễ thấy CDE là tam giác đều cạnh 3 cm

nên $S_{CDE} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

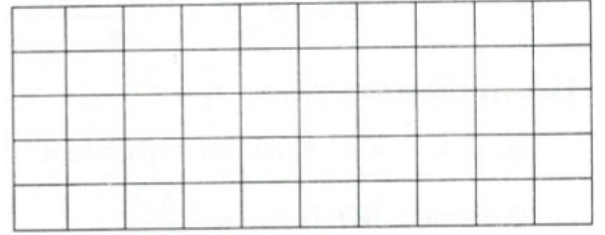
Lại có: $S_{\widehat{ED}} = S_{C.\widehat{ED}} - S_{CDE} = \frac{9\pi}{6} - \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

$\Rightarrow a + b = S_{D.\widehat{EA}} - S_{\widehat{ED}} = \frac{9\pi}{12} - \frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3} - 3\pi}{4}(\text{cm}^2)$



$$\text{Vậy } c = S_{ABCD} - 4(a+b) = 9 - 4\left(\frac{9\sqrt{3}-3\pi}{4}\right) = 9 - 9\sqrt{3} + 3\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 6. Chia hình chữ nhật 10×20 thành 50 hình vuông cạnh là 2 (như hình vẽ). Tồn tại một hình vuông chứa bốn điểm. Đường tròn có tâm là tâm hình vuông này, bán kính 1,5 chứa hình vuông này. Suy ra điều phải chứng minh.



Bài 7. Kẻ các đường kính của các đường tròn song song với cạnh AB của hình vuông rồi chiếu các đường kính đó lên cạnh AB. Các hình chiếu đều nằm trọn trong AB.

Tổng các đường kính là $\frac{2020}{\pi}$ nên tổng các hình chiếu là:

$$\frac{2020}{\pi} > 631 \Rightarrow \frac{2020}{\pi} > 631 \cdot AB \text{ (vì } AB = 1\text{)}$$

Mà mỗi đường kính $\leq AB$ nên tồn tại ít nhất 632 đường tròn.

Tổng các hình chiếu này $\frac{2020}{\pi} > 631 \cdot AB$ nên tồn tại một điểm của AB thuộc ít nhất 632 hình chiếu.

Đường thẳng vuông góc với AB tại điểm đó là đường thẳng phải tìm.

Bài 8. Ta có (O) và (O') cắt nhau tại P và Q nên $OO' \perp PQ$.

Mặt khác $OP = OQ = O'P = O'Q$ nên $OPO'Q$ là hình vuông.

$$\text{Do đó } OO' = OP\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow PQ = 5\sqrt{2} \text{ cm}, OH = \frac{1}{2}OO' = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}.$$

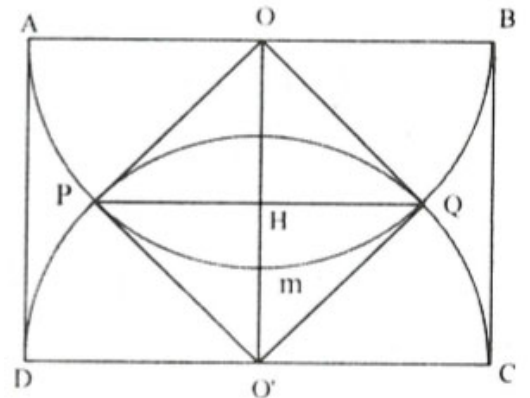
Diện tích hình quạt OPQ là:

$$S_q = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 90}{360} = \frac{25\pi}{4} \text{ cm}^2.$$

Diện tích $\triangle OPQ$ là:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}PQ \cdot OH = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{25}{2} \text{ cm}^2.$$

Diện tích hình viên phân $\widehat{PmQ}$ là:



$$S_{vp} = S_q - S_{\Delta} = \frac{25\pi}{4} - \frac{25}{2} = \frac{25(\pi - 2)}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích phần chung của hai đường tròn (O), (O') là:

$$S = 2.S_{vp} = 2 \cdot \frac{25(\pi - 2)}{4} = \frac{25(\pi - 2)}{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 9. ABCD là hình thoi $\Rightarrow \hat{A} = \hat{C}$

Đặt $\hat{A} = \hat{C} = n^\circ$ ta có $AM = AB = 5 \text{ cm}$.

$$\text{Độ dài cung } \widehat{BD} \text{ là } \ell_{\widehat{BD}} = \frac{\pi \cdot 5 \cdot n}{180}$$

$$\text{Độ dài cung } \widehat{EF} \text{ là } \ell_{\widehat{EF}} = \frac{\pi \cdot 3 \cdot n}{180}$$

$$\text{Suy ra tỉ số độ dài cung } \widehat{BD} \text{ và } \widehat{EF} \text{ là } \frac{\ell_{\widehat{BD}}}{\ell_{\widehat{EF}}} = \frac{5}{3}$$

Bài 10. Từ công thức tính diện tích hình tròn, ta thấy hệ thức cần chứng minh tương đương với:

$$\frac{1}{\sqrt{R}} = \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{R}(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) = \sqrt{R_1 R_2}$$

Kẻ $OK \perp O_2B, O_1N \perp O_2B, OH \perp O_1A$.

Ta có các tứ giác $O_1NKH, KHAB$ là các hình chữ nhật

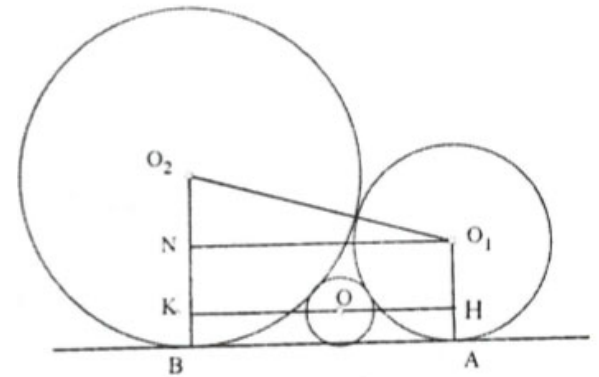
và ba điểm H, O, K thẳng hàng

$$\text{Do đó } O_1N = HK = OH + OK \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } OH^2 = OO_1^2 - O_1H^2 = (R_1 + R)^2 - (R_1 - R)^2$$

$$\text{Suy ra } OH = 2\sqrt{RR_1} \quad (2)$$

$$\text{Tương tự, ta có: } OK = 2\sqrt{RR_2} \quad (3), O_1N = 2\sqrt{R_1 R_2} \quad (4)$$



Từ (1), (2), (3), (4), suy ra: $\sqrt{R}(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) = \sqrt{R_1 R_2}$

Bài 11.

a) $\triangle OCD$ vuông tại O (OC và OD là phân giác của hai góc kề bù)

I là trung điểm của CD thì $IO = IC = ID$ và $IO \perp AB$ tại O nên

AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle OCD$.

b) Đặt $AC = x(\text{cm})$ và $BD = y(\text{cm})$

$$C_{ABDC} = AB + 2(AC + BD) = 28 \Rightarrow x + y = 10$$

$$\text{Mặt khác } OM^2 = MC \cdot MD \Rightarrow xy = 16$$

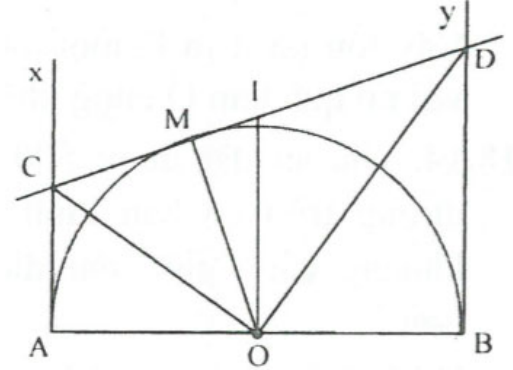
$$\text{Giải hệ } \begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 16 \end{cases} \text{ ta được } \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy C cách A một đoạn $AC = 2\text{cm}$ và $BD = 8\text{cm}$ hoặc $AC = 8\text{cm}$ và $BD = 2\text{cm}$. Cả hai trường hợp trên hình thang vuông ABCD có cùng diện tích: $S_1 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích nửa hình tròn (O): $S_2 = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Vậy phần diện tích tứ giác ABCD nằm ngoài đường tròn:

$$S = S_1 - S_2 = 40 - 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



C.TRẮC NGHIỆM RÈN LUYỆN PHẢN XẠ

Câu 1. Số đo n° của cung tròn có độ dài $30,8\text{cm}$ trên đường tròn có bán kính 22cm là (lấy $\pi \simeq 3,14$ và làm tròn đến độ).

- A. 70° . B. 80° . C. 65° . D. 85° .

Câu 2. Số đo n° của cung tròn có độ dài $40,2\text{cm}$ trên đường tròn có bán kính 16cm là (lấy $\pi \simeq 3,14$ và làm tròn đến độ).

- A. 144° . B. 145° . C. 124° . D. 72° .

Câu 3. Tính độ dài cung 30° của một đường tròn có bán kính 4dm .

- A. $\frac{4\pi}{3}(dm)$. B. $\frac{\pi}{3}(dm)$. C. $\frac{\pi}{6}(dm)$. D. $\frac{2\pi}{3}(dm)$.

Câu 4. Chu vi đường tròn $R = 9$ bán kính là:

- A. 18π . B. 9π . C. 12π . D. 27π .

Câu 5. Chu vi đường tròn bán kính $R = 6$ là:

- A. 18π . B. 9π . C. 12π . D. 27π .

Câu 6. Biết chu vi đường tròn là $C = 48\pi$. Tính đường kính của đường tròn.

- A. 48. B. 24. C. 36. D. 18.

Câu 7. Biết chu vi đường tròn là $C = 36\pi(cm)$. Tính đường kính của đường tròn.

- A. $18(cm)$. B. $14(cm)$. C. $36(cm)$. D. $20(cm)$.

Câu 8. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng B nằm giữa A và C . Chọn khẳng định đúng.

- A. Độ dài nửa đường tròn đường kính AC bằng hiệu các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AB và BC .
- B. Độ dài nửa đường tròn đường kính AC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AB và BC .
- C. Độ dài nửa đường tròn đường kính BC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AB và AC .
- D. Độ dài nửa đường tròn đường kính AB bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AC và BC .

Câu 9. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng C nằm giữa A và B , đồng thời

$AB = 3AC$. Chọn khẳng định sai.

- A. Độ dài nửa đường tròn đường kính AB gấp ba lần độ dài của nửa đường tròn đường kính AC .
- B. Độ dài nửa đường tròn đường kính AB gấp 1,5 lần độ dài của nửa đường tròn đường kính BC .
- C. Độ dài nửa đường tròn đường kính AB bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính BC và AC .

D. Độ dài nửa đường tròn đường kính BC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AC và AB .

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 5cm, \widehat{B} = 60^\circ$. Đường tròn tâm I , đường kính AB cắt BC ở D . Chọn khẳng định sai?

- A. Độ dài cung nhỏ BD của (I) là $\frac{\pi}{6}(cm)$. B. $AD \perp BC$.
- C. D thuộc đường tròn đường kính AC . D. Độ dài cung nhỏ BD của (I) là $5\pi 6(cm)$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 4cm, \widehat{B} = 50^\circ$. Đường tròn tâm I , đường kính AB cắt BC ở D . Chọn khẳng định sai?

- A. $\widehat{BCA} = 40^\circ$. B. Độ dài cung nhỏ BD của (I) là $\frac{8\pi}{9}(cm)$.
- C. $\widehat{DAC} = 50^\circ$. D. Độ dài cung lớn BD của (I) là $\frac{3\pi}{2}(cm)$.

Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB = AC = 4cm, \widehat{A} = 100^\circ$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $6,22\pi$. B. $3,11\pi$. C. 6π . D. $12,44\pi$.

Câu 13. Cho tam giác ABC có $AB = AC = 3cm, \widehat{A} = 120^\circ$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. 12π . B. 9π . C. 6π . D. 3π .

Câu 14. Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh $a(cm)$ là:

- A. $\frac{4\pi a\sqrt{3}}{3}(cm)$. B. $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}(cm)$. C. $\frac{\pi a\sqrt{3}}{3}(cm)$. D. $\frac{5\pi a\sqrt{3}}{3}(cm)$.

Câu 15. Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh $3(cm)$ là:

- A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}(cm)$. B. $\pi\sqrt{3}(cm)$. C. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}(cm)$. D. $2\pi\sqrt{3}(cm)$.

Câu 16. Cho đường tròn (O) bán kính OA . Từ trung điểm M của OA vẽ dây $BC \perp OA$. Biết độ dài đường tròn (O) là $4\pi(cm)$. Độ dài cung lớn BC là:

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{5\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 17. Cho đường tròn (O) bán kính OA . Từ trung điểm M của OA vẽ dây $BC \perp OA$. Biết độ dài đường tròn (O) là $6\pi(cm)$. Độ dài cung lớn BC là:

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. 8π . C. 4π . D. 2π .

HƯỚNG DẪN

Câu 1. Đáp án B.

$$\text{Độ dài cung tròn } l = \frac{\pi R n}{180} \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot 22 \cdot n}{180} = 30,8 \Rightarrow n \approx 80^\circ$$

Câu 2. Đáp án A.

$$\text{Độ dài cung tròn } l = \frac{\pi R n}{180} \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot 16 \cdot n}{180} = 40,2 \Rightarrow n = \frac{40,2 \cdot 180}{16 \cdot \pi} \approx 144^\circ.$$

Câu 3. Đáp án D.

$$\text{Độ dài cung tròn } l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 30}{180} = \frac{2\pi}{3} (dm)$$

Câu 4. Đáp án A.

$$\text{Chu vi } C = 2\pi R = 2\pi \cdot 9 = 18\pi.$$

Câu 5. Đáp án C.

$$\text{Chu vi } C = 2\pi R = 2\pi \cdot 6 = 12\pi.$$

Câu 6. Đáp án A.

$$\text{Chu vi } C = \pi d = 48\pi \Rightarrow d = 48. \text{ Vậy đường kính cần tìm là } 48.$$

Câu 7. Đáp án C.

$$\text{Chu vi } C = \pi d = 36\pi \Rightarrow d = 36. \text{ Vậy đường kính cần tìm là } 36(cm).$$

Câu 8. Đáp án B.

Độ dài nửa đường tròn đường kính AC là $l_1 = \pi \cdot \frac{AC}{2}$.

Độ dài nửa đường tròn đường kính AB là $l_1 = \pi \cdot \frac{AB}{2}$.

Độ dài nửa đường tròn đường kính BC là $l_1 = \pi \cdot \frac{BC}{2}$.

Mà ba điểm A, B, C thẳng hàng sao cho B nằm giữa A và C nên $AB + BC = AC$

$$\text{Do đó } l_1 = \pi \cdot \frac{AC}{2} = \pi \left(\frac{AB}{2} + \frac{BC}{2} \right) = \pi \cdot \frac{AB}{2} + \pi \cdot \frac{BC}{2} = l_2 + l_3.$$

Vậy độ dài nửa đường tròn đường kính AC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AB và BC .

Câu 9. Đáp án D.

Độ dài nửa đường tròn đường kính AC là $l_1 = \pi \cdot \frac{AC}{2}$.

Độ dài nửa đường tròn đường kính AB là $l_1 = \pi \cdot \frac{AB}{2}$.

Độ dài nửa đường tròn đường kính BC là $l_1 = \pi \cdot \frac{BC}{2}$.

Mà ba điểm A, B, C thẳng hàng sao cho C nằm giữa A và B và $AB = 3AC$

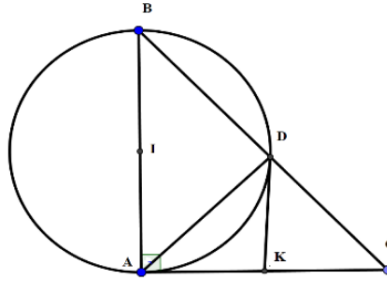
$$\text{nên } \begin{cases} AC + CB = AB \\ AB = 3AC \\ AB = \frac{3}{2}BC \end{cases}$$

$$\text{Do đó } l_2 = \pi \cdot \frac{AB}{2} = \pi \left(\frac{AC}{2} + \frac{BC}{2} \right) = \pi \cdot \frac{AC}{2} + \pi \cdot \frac{BC}{2} = l_1 + l_3 \text{ nên C đúng, D sai.}$$

$$\text{Lại có } AB = 3AC \Rightarrow l_2 = \pi \frac{AB}{2} = \pi \frac{3AC}{2} = 3 \cdot \pi \frac{AC}{2} = 3l_1 \text{ nên A đúng.}$$

$$AB = \frac{3}{2}BC \Rightarrow l_2 = \pi \frac{AC}{2} = \frac{3}{2} \pi \frac{BC}{2} = \frac{3}{2} l_3 \text{ nên B đúng.}$$

Câu 10. Đáp án A.



+ Xét đường tròn (I) đường kính AB có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

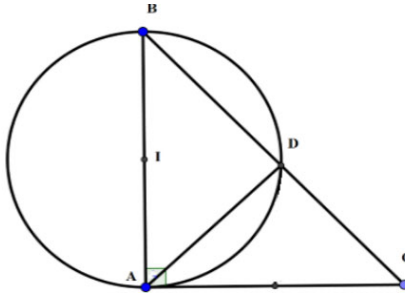
Nên $AD \perp BC \Rightarrow$ phương án B đúng.

+) Gọi K là trung điểm của $AC \Rightarrow KA = KC = KD \Rightarrow K$ đường tròn đường kính $AC \Rightarrow$ phương án C đúng.

+) Ta có $\triangle IBD$ cân tại I có $\hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \triangle IBD$ đều nên $\widehat{BID} = 60^\circ$

Độ dài cung nhỏ BD của (I) là $l = \frac{\pi \cdot \frac{5}{2} \cdot 60}{180^\circ} = \frac{5\pi}{6} (cm) \Rightarrow$ phương án D đúng.

Câu 11. Đáp án D.



+) Xét tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} = 50^\circ$ nên $\hat{C} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$. Do đó A đúng.

+) Vì $AC \perp AB$ và $A \in \left(I; \frac{AB}{2}\right)$ nên AC là tiếp tuyến của $(I) \Rightarrow \widehat{DAC} = \hat{B} = 50^\circ$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau) nên C đúng.

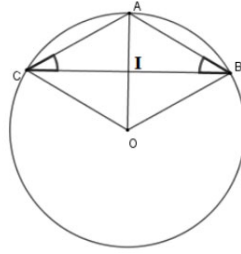
+) Vì $\widehat{DAC} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ suy ra số đo cung BD nhỏ là $n^\circ = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$

Độ dài cung nhỏ BD của (I) là $l = \frac{\pi \cdot \frac{4}{2} \cdot 80}{180} = \frac{8\pi}{9} (cm)$ nên phương án B đúng.

+ Số đo cung lớn BD là $360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$ Độ dài cung lớn BD là $l_1 = \frac{\pi \cdot \frac{4}{2} \cdot 280}{180} = 3\pi (cm)$

nên D sai.

Câu 12. Đáp án A.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Vì tam giác ABC cân tại A nên AO vừa là đường cao vừa là phân giác của $\widehat{BAC}$

$$\text{Suy ra } \widehat{CAO} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

Gọi I là giao điểm của AO và BC . Xét tam giác CAI có $AC = 4; \widehat{CAI} = 50^\circ$

$$\text{nên } \sin \widehat{CAI} = \frac{CI}{AC} \Leftrightarrow CI = AC \cdot \sin \widehat{CAI} = 4 \cdot \sin 50^\circ (cm)$$

Xét tam giác OAC cân tại O (vì $OA = OC$)

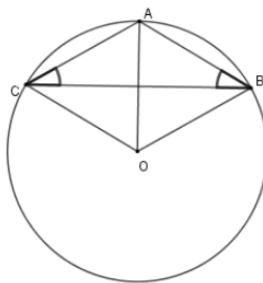
$$\text{có } \widehat{OCA} = \widehat{OAC} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

$$\text{Xét tam giác } CIO \text{ vuông tại } I \text{ có } \sin \widehat{COI} = \frac{CI}{OC} \Rightarrow OC = \frac{CI}{\sin \widehat{COI}} = \frac{4 \sin 50^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 3,11$$

Nên bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $R \approx 3,11cm$ Chu vi đường tròn (O)

$$\text{là } C = 2\pi R \approx 6,22\pi (cm)$$

Câu 13. Đáp án C.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Vì tam giác ABC cân tại A nên AO vừa là đường cao vừa là phân giác của $\widehat{BAC}$

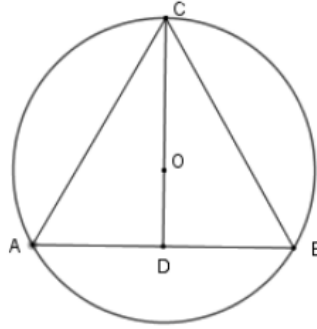
$$\text{Suy ra } \widehat{CAO} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

Xét tam giác có $OA = OC; \widehat{CAO} = 60^\circ \Rightarrow \triangle CAO$ đều nên $OA = OC = AC = 3cm$

Nên bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $R = 3cm$

Chu vi đường tròn (O) là $C = 2\pi R = 6\pi (cm)$

Câu 14. Đáp án B.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều BAC , suy ra O cũng là trọng tâm của tam giác ABC .

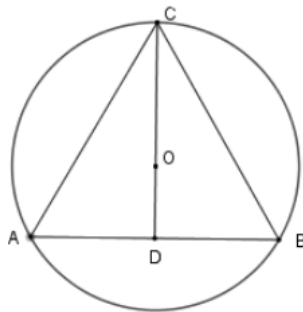
Tia $CO \perp AB$ tại D thì D là trung điểm của $AB \Rightarrow OC = \frac{2}{3}CD$

Xét tam giác vuông ADC có $AC = a; \widehat{CAD} = 60^\circ \Rightarrow CD = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow OC = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

là $R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow C = 2\pi R = \frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 15. Đáp án D.



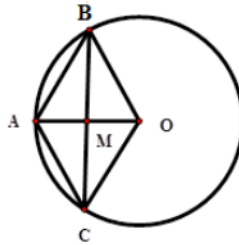
Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều BAC , suy ra O cũng là trọng tâm của tam giác ABC .

Tia $CO \perp AB$ tại D thì D là trung điểm của $AB \Rightarrow OC = \frac{2}{3}CD$

Xét tam giác vuông ADC có $AC = 3; \widehat{CAD} = 60^\circ \Rightarrow CD = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow OC = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}cm$

Nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \sqrt{3} \Rightarrow C = 2\pi R = 2\pi\sqrt{3}(cm)$

Câu 16. Đáp án D.



Vì độ dài đường tròn là 4π nên $4\pi = 2\pi \cdot R \Rightarrow R = 2cm$ (R là bán kính đường tròn)

Xét tứ giác $ABOC$ có hai đường chéo $AO \perp BC$ tại M là trung điểm mỗi đường nên tứ giác $ABOC$ là hình thoi.

Suy ra $OB = OC = AB \Rightarrow \triangle ABO$ đều $\Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 120^\circ$

Suy ra số đo cung lớn BC là $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

Độ dài cung lớn BC là $l = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 240}{180} = \frac{8\pi}{3}(cm)$.

D. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO

Trắc nghiệm:

Bài 1: Độ dài cung 30° của đường tròn đường kính 10m là:

- A. $\frac{5}{6}m^2$. B. $\frac{5\pi}{6}m$. C. $\frac{5\pi}{6}cm$. D. $\frac{5\pi}{3}m$.

Bài 2: Độ dài nửa đường tròn đường kính $8R$ bằng:

- A. πR . B. $2\pi R$. C. $4\pi R$. D. $8\pi R$.

Bài 3: Bán kính hình tròn có độ dài cung 30° là 2π là:

- A. 12. B. 18. C. 10. D. 15.

Bài 4: Một máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau lớn hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh sau có bán kính là 0,75m, bánh trước có bán kính là 0,5m. Hỏi nếu máy kéo đi được 471m thì bánh sau và bánh trước lăn được số vòng lần lượt là bao nhiêu? (Biết $\pi = 3,14$)

- A. 100 vòng và 150 vòng. B. 120 vòng và 140 vòng.
C. 100 vòng và 120 vòng. D. 120 vòng và 150 vòng.

Bài 5: Một đường tròn tâm O có chu vi là 18π , cung AB trên đường tròn có độ dài 6π . Tính góc $\widehat{AOB}$?

- A. $\widehat{AOB} = 90^\circ$ B. $\widehat{AOB} = 150^\circ$ C. $\widehat{AOB} = 60^\circ$ D. $\widehat{AOB} = 120^\circ$

Đáp án:

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
B	C	A	A	D

Tự luận:

Bài 1: Cho $\pi = 3,14$. Hãy điền vào các bảng sau:

Bán kính R	Đường kính d	Độ dài C
5		
	6	
		94,2

Bài 2: Một chiếc bàn hình tròn có bán kính là 0,25m. Tính chu vi chiếc bàn đó, lấy số $\pi = 3,14$.

Bài 3: Cho đường tròn (O) bán kính OA. Từ trung điểm M của OA vẽ dây BC $\perp$ OA. Biết độ dài đường tròn (O) là $4\pi(cm)$. Tính:

- a) Bán kính đường tròn (O). b) Độ dài hai cung BC của đường tròn.

Bài 4: Tam giác ABC có $AB = AC = 3cm$, $\widehat{A} = 120^\circ$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

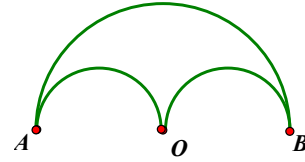
Bài 5: Một tam giác đều và một hình vuông có cùng chu vi là 72cm. Hỏi độ dài đường tròn ngoại tiếp hình nào lớn hơn? Lớn hơn bao nhiêu?

Bài 6: Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Một đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B, cắt đường tròn (O') tại C. Chứng minh rằng nếu $R' = \frac{1}{2}R$ thì độ dài của cung AC bằng nửa độ dài của cung AB (chỉ xét các cung nhỏ AC, AB).

Bài 7: Cho nửa đường tròn $(O; 10cm)$ có đường kính AB.

Vẽ hai nửa đường tròn đường kính OA và OB

ở trong nửa đường tròn $(O; 10cm)$.



Tính chu vi của hình AOB. (Hình vẽ)

Bài 8: Cho ba điểm A, B, C liên tiếp trên một đường thẳng. Chứng minh rằng độ dài của nửa đường tròn đường kính AC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn có đường kính AB và BC.

Bài 9: Cho đường tròn $(O; R)$

a) Tính $\widehat{AOB}$ biết độ dài cung AB là $\frac{5\pi R}{6}$

b) Lấy điểm C trên cung lớn AB sao cho $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Tính độ dài các cung nhỏ AC và BC.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

Bán kính R	Đường kính d	Độ dài C
5	10	31,4
3	6	18,84
15	30	94,2

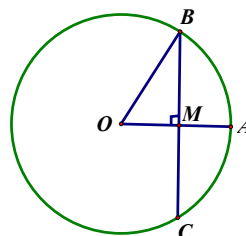
Bài 2: Chu vi của chiếc bàn hình tròn là: $C = 2\pi R = 2.3,14.0,25 = 1,57M$

Bài 3:

a. Độ dài bán kính đường tròn

$$C = 2\pi R \Rightarrow 4\pi = 2\pi R \Rightarrow R = 2cm$$

b. Ta có: $BM = \sqrt{OB^2 - OM^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}(cm)$



$$BC = 2BM = 2\sqrt{3}(cm)$$

Vậy độ dài hai cung BC của đường tròn là: $2\sqrt{3}(cm)$

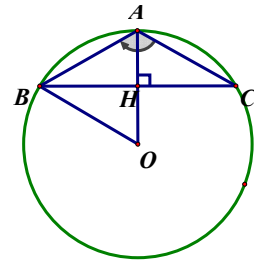
Bài 4: Ta có: $AB = BC \Rightarrow A$ là điểm nằm giữa cung BC

Suy ra: $AO \perp BC \Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{HAC} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABH$ là nửa tam giác đều

$\Rightarrow AB = BO = 3(cm)$

Vậy độ dài đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$: $C = 2\pi R = 6\pi(cm)$



Bài 5:

Độ dài các cạnh của tam giác đều: $72:3=24$ (cm)

Ta có: $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{24^2 - 12^2} = 12\sqrt{3}$

$\Rightarrow OA = \frac{2}{3} \cdot 12\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \Rightarrow R = 8\sqrt{3}$

Độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác đều:

$$C = 2\pi R = 16\sqrt{3}\pi$$

Độ dài các cạnh của hình vuông: $72:4=18$

Ta có: $NQ = \sqrt{NP^2 + PQ^2} = \sqrt{18^2 + 18^2} = 18\sqrt{2}$

$$R = \frac{NQ}{2} = 9\sqrt{2}$$

Độ dài đường tròn ngoại tiếp hình vuông:

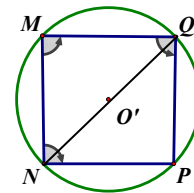
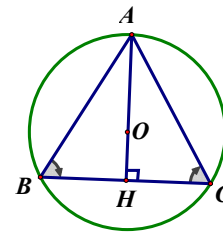
$$C = 2\pi R = 18\sqrt{2}\pi$$

Vậy độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác đều lớn hơn độ dài hình vuông là:

$$16\sqrt{3}\pi - 18\sqrt{2}\pi \approx 7,087$$

Bài 6:

Kẻ đường thẳng OO' đi qua A



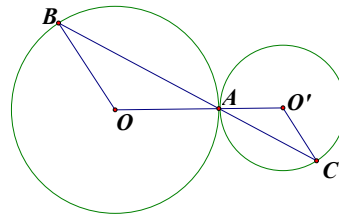
Có $\widehat{BAO} = \widehat{CAO'}$ (đối đỉnh)

Mà $\widehat{BAO} = \widehat{ABO}$ (tam giác cân)

Và $\widehat{ACO'} = \widehat{CAO'}$ (tam giác cân)

$$\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO'}$$

$$\Rightarrow \widehat{BOA} = \widehat{CO'A}$$



Độ dài cung: $AB = \frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi R \widehat{BOA}}{180}$

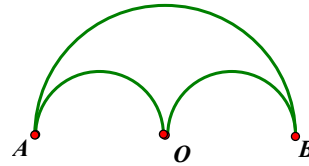
Độ dài cung: $AC = \frac{\pi R' n}{180} = \frac{\pi R' \widehat{CO'A}}{180} = \frac{\pi \frac{R}{2} \widehat{BOA}}{180} = \frac{\pi R \widehat{BOA}}{2 \cdot 180}$

Vậy cung AC bằng nửa độ dài của cung AB.

Bài 7:

Độ dài cung AO và cung OB

$$P_{AO} = P_{OB} = \frac{2\pi r}{2} = 2,5\pi(cm)$$



Độ dài cung AB

$$P_{AB} = \frac{2\pi R}{2} = 5\pi(cm)$$

Vậy chu vi của hình AOB: $P_{AO} + P_{OB} + P_{AB} = 2.2,5\pi + 5\pi = 10\pi(cm)$

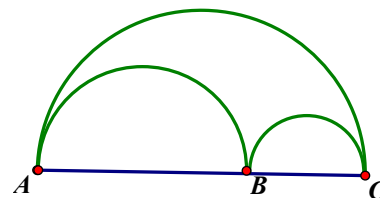
Bài 8: Gọi C_1 là độ dài đường tròn đường kính AC, C_2, C_3 lần lượt là độ dài các đường tròn đường kính AB và BC.

Ta có: $C_1 = \pi.AC$; $C_2 = \pi.AB$; $C_3 = \pi.BC$;

Vì B nằm giữa A và C nên $AC = AB + BC$

Vậy $C_2 + C_3 = \pi AB + \pi BC = \pi(AB + BC) = \pi AC$

$$\Rightarrow \frac{C_1}{2} = \frac{C_2 + C_3}{2}$$



Nghĩa là độ dài của nửa đường tròn đường kính AC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn có đường kính AB và BC.

Bài 9:

a) Đặt $\widehat{AOB} = \alpha \Rightarrow l_{\widehat{AB}} = \frac{\pi R \alpha}{180}$

$$\Rightarrow \frac{5\pi R}{6} = \frac{\pi R \alpha}{180} \Rightarrow \alpha = 150^\circ$$

b) Ta có: $\widehat{CB} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AC} = 360^\circ - (150^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$$

Vậy $l_{\widehat{AC}} = \frac{\pi R 120}{180} = \frac{2\pi R}{3}; \quad l_{\widehat{BC}} = \frac{\pi R 90}{180} = \frac{\pi R}{2}.$

----- **HẾT** -----

