

DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

A. BÀI GIẢNG CÙNG CỐ KIẾN THỨC NỀN

I. Công thức tính diện tích, thể tích hình chóp đều

Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng tích của nửa chu vi với trung đoạn.

Như vậy, ta có: $S_{xq} = p.d$

Trong đó:

- p là nửa chu vi đáy.
- d trung đoạn.

Diện tích toàn phần của hình chóp đều bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy.

Như vậy, ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}}$

Thể tích của hình chóp đều bằng một phần ba tích của diện tích đáy nhân với chiều cao.

Như vậy, ta có: $V = \frac{1}{3}S.h$

Trong đó:

- S là diện tích đáy.
- h là chiều cao.

II. Công thức tính diện tích, thể tích hình chóp cụt đều

Với hình chóp cụt đều, ta có:

a. Diện tích xung quanh:

$$S_{xq} = \frac{1}{2}(p + p')d$$

Trong đó:

- p và p' lần lượt là chu vi hai đáy.
- d là đường cao của mặt bên.

b. Thể tích:

$$V_{\text{chóp cụt}} = \frac{1}{3}h.(B + B' + \sqrt{BB'})$$

Trong đó:

- B, B' là diện tích các đáy
- h là độ dài đường cao

II. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 25cm, đáy là hình vuông ABCD cạnh 30cm. Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

❖ *Hướng dẫn:* Trước tiên, đi tính độ dài trung đoạn bằng việc sử dụng định lý Pytago. Cuối cùng sử dụng các công thức có sẵn.

🔗 *Giải – Học sinh tự vẽ hình.*

Kẻ $SM \perp BC$ thì SM là trung đoạn của hình chóp đều $S.ABCD$ (S là đỉnh).

Do tam giác ABC cân tại S nên AM cũng là trung tuyến.

$$\Rightarrow MB = MC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.30 = 15(cm)$$

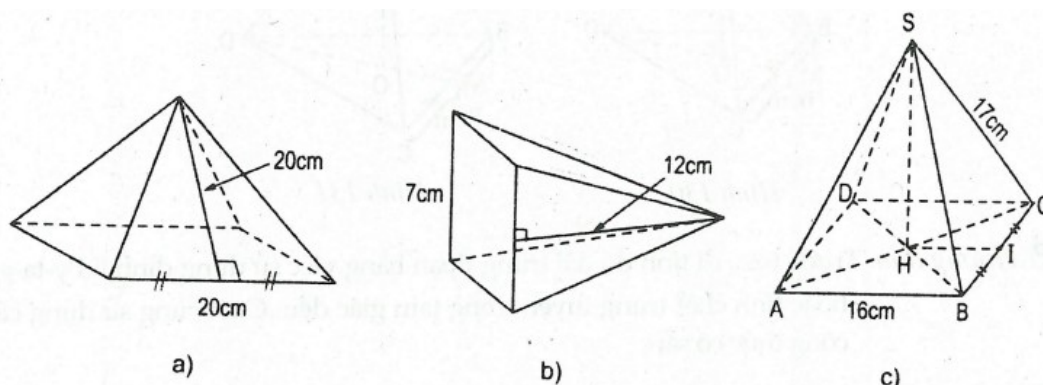
Xét $\triangle SBM$ có:

$$\widehat{M} = 90^\circ \Rightarrow SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 (cm)$$

$$\text{Ta có: } p_{(ABCD)} = \frac{1}{2}.4.30 = 60 (cm); \quad S_{(ABCD)} = 30^2 = 900 (cm^2)$$

$$S_{xq} = p.SM = 60.20 = 1200 (cm^2); \quad S_{tp} = 900 + 1200 = 2100 (cm^2)$$

Ví dụ 2: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các hình chóp tứ giác đều trong hình 126.



Hình 126

❖ **Hướng dẫn:** Ta lần lượt:

- Với các câu a), câu b) sử dụng ngay các công thức có sẵn.
- Với các câu c), trước tiên, đi tính độ dài trung đoạn bằng việc sử dụng định lý Pytago. Cuối cùng sử dụng các công thức có sẵn.

📚 **Giải:**

a) Hình a) là hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy là 20m, trung đoạn 20m. Ta có:

- Diện tích xung quanh: $S = (2.20).20 = 800(m^2)$
- Diện tích toàn phần: $S = 800 + 20^2 = 1200(m^2)$

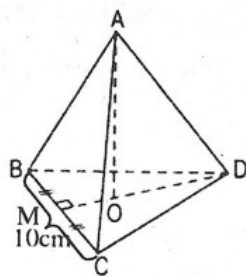
b) Hình b) là hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy là 7cm, trung đoạn 12cm.

- Diện tích xung quanh: $S = (2.7).12 = 168(cm^2)$
- Diện tích toàn phần: $S = 168 + 7^2 = 217(cm^2)$

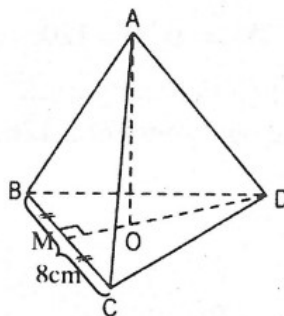
c) Hình c) là hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy là 16cm, trung đoạn 17cm. Ta có:

- Trung đoạn $d = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(cm)$
- Diện tích xung quanh: $S = (2.16).15 = 480(m^2)$
- Diện tích toàn phần: $S = 480 + 16^2 = 736(m^2)$

Ví dụ 3:(Bài 45/trang 12-SGK) Tính thể tích của mỗi hình chóp đều trong hình 130, 131.



Hình 130



Hình 131

❖ *Hướng dẫn:* Trước tiên, đi tính độ dài trung đoạn bằng việc sử dụng định lý Pytago hoặc tính chất trung tuyến trong tam giác đều. Cuối cùng sử dụng các công thức có sẵn,

🧩 *Giải:*

a. Hình 130 là hình chóp tam giác đều A.BDC. Ta có:

$$BC = 10\text{cm} \Rightarrow MB = MC = \frac{1}{2}BC = 5\text{cm}$$

Trong $\triangle BMD$, áp dụng định lý Pytago ta có:

$$BD^2 = MB^2 + DM^2 \Rightarrow DM^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \Rightarrow DM \approx 8,66(\text{cm})$$

$$\text{Do đó: } S_{BCD} = \frac{1}{2}DM \cdot BC \approx 43,3(\text{cm}^2)$$

Vậy thể tích khối chóp đều A.BDC là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot 43,3 \cdot 12 = 173,2(\text{cm}^3)$$

b. Hình 131 là hình chóp tam giác đều A.BDC. Ta có:

$$BC = 8\text{cm} \Rightarrow MB = MC = \frac{1}{2}BC = 4(\text{cm})$$

Tương tự, ta có $DM \approx 6,93(\text{cm})$

Từ đó, suy ra: $S_{BDC} = 27,72(\text{cm}^2)$; $V = 149,69(\text{cm}^3)$.

Ví dụ 4: Tính diện tích toàn phần của hình chóp lục giác đều, biết cạnh đáy $a = 6\text{cm}$, cạnh bên $b = 10\text{cm}$, cho $\sqrt{3} \approx 1,73$

❖ *Hướng dẫn:* Sử dụng các công thức có sẵn.

🧩 *Giải:*

Ta có:

- Trung đoạn của hình chóp lục giác đều là: $d = 4\text{cm}$
- Diện tích xung quanh: $S = (3 \cdot 6) \cdot 4 = 72(\text{cm}^2)$
- Diện tích đáy: $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \approx 15,57(\text{cm}^2)$
- Diện tích toàn phần: $S_p = 72 + 15,57 = 87,57(\text{cm}^2)$

Ví dụ 5: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các mặt bên là những tam giác đều, $AB = 4cm$ và O là trọng tâm. Gọi M là trung điểm BC .

a. Tính độ dài các đoạn thẳng SO , SM .

b. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp.

❖ *Hướng dẫn:* Ta lần lượt:

- Với câu a), độ dài của các đoạn thẳng được tính dựa vào định lý Pytago.
- Với câu b), sử dụng các công thức có sẵn.

🔧 *Giải:*

a. Nhận xét rằng:

$$SA = SB \Leftrightarrow \triangle SAB \text{ cân tại } S \Rightarrow SM \perp AB$$

Trong $\triangle SMA$ vuông tại M , ta có:

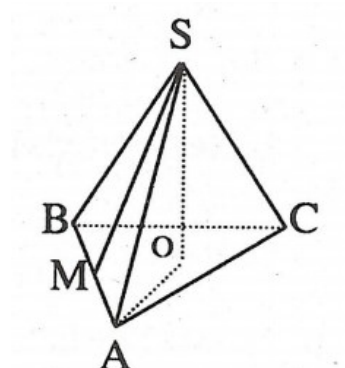
$$SM^2 = SA^2 - AM^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \Leftrightarrow SM = 2\sqrt{3}cm$$

Trong $\triangle SOA$ vuông tại O , ta có:

$$SO^2 = SA^2 - AO^2 = 4^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{32}{3} \Leftrightarrow SO = \frac{4\sqrt{6}}{3}cm$$

b. Ta lần lượt có:

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \frac{1}{2}(AB + BC + CA).SM = \frac{1}{2}(4 + 4 + 4).2\sqrt{3} = 12\sqrt{3} (cm^2)$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 12\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} cm^2$
- Thể tích: $V = \frac{1}{3}S_{đáy}.h = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.SO = \frac{1}{3}4\sqrt{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3} cm^3$



Ví dụ 6: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $15cm$ và thể tích là $1280cm^3$

a. Tính độ dài cạnh đáy.

b. Tính diện tích xung quanh.

❖ *Hướng dẫn:* Ta lần lượt:

- Với câu a) sử dụng công thức thể tích của hình chóp đều.
- Với câu b) độ dài trung đoạn được tính dựa vào định lý Pytago.

🔧 *Giải:*

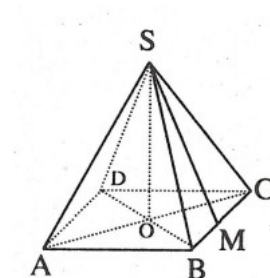
a. Gọi a là độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Từ giả thiết, ta có:

$$V = \frac{1}{3}S_{đáy}.h = \frac{1}{4}a^2 \cdot 15 = 1280 \Leftrightarrow a = 16cm$$

Vậy độ dài cạnh đáy là $a=16cm$.

b. Gọi M là trung điểm BC , ta có:

$$S_{xq} = p.d = \frac{1}{2}(AB + BC + CD + DA).SM = 32SM$$



Gọi O là giao điểm của AC và BD, ta có: $OM = \frac{1}{2}AB = 8cm$.

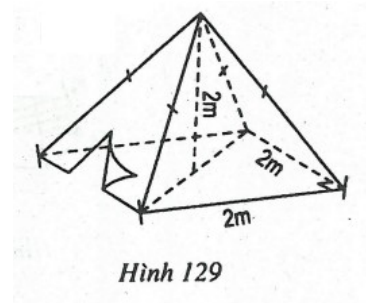
Trong tam giác vuông SOM ta có:

$$SM^2 = SO^2 + OM^2 = 15^2 + 8^2 = 289 \Leftrightarrow SM = 17cm.$$

Khi đó, ta được: $S_{xq} = 32.17 = 544cm^2$

Vậy diện tích xung quanh hình chóp bằng $544cm^2$

Ví dụ 7: Hình 129 là một cái lều ở trại hè của học sinh kèm theo các kích thước.



- Tính thể tích không khí bên trong lều là bao nhiêu?
- Xác định số vải bạt cần thiết để dựng lều (không tính đến đường viền, nếp gấp, biết $\sqrt{5} \approx 2,24$).

Giải:

a. Lều trại có dạng hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy 2m, chiều cao 2m. Do đó, thể tích của hình chóp đều này là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 2 \approx 2,67(m^3)$$

Biết rằng, thể tích khối không khí trong lều chính là thể tích của hình chóp. Vậy, thể tích của khối không khí trong lều xấp xỉ $2,67m^3$

b. Biết rằng số vải bạt cần thiết để dựng lều bằng diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.

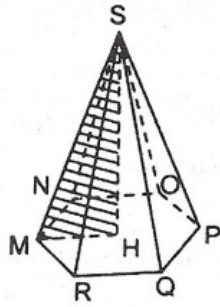
Ta có:

- Nửa chu vi đáy là: $p = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4(m)$
- Cạnh bên của tam giác cân có d là đường cao là: $a = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} (m)$
- Trung đoạn của hình chóp là: $d = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - 1^2} = \sqrt{5} (m) \Rightarrow S_{xq} = p \cdot d = 4\sqrt{5} \approx 8,96 (m^2)$

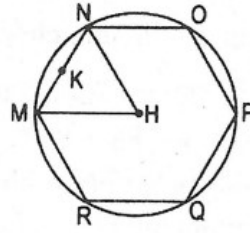
Vậy số vải bạt cần thiết để dựng lều là $8,96(m^2)$

Ví dụ 8: Hình S.MNOPQR (hình 132) là một hình chóp lục giác đều. Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy (đường tròn tâm H, đi qua 6 đỉnh của đáy) $HM = 12cm$ (hình 133), chiều cao $SM = 35cm$. Hãy tính:

- Diện tích đáy và thể tích của hình chóp (biết $\sqrt{108} \approx 10,39$)
- Độ dài cạnh bên SM và diện tích toàn phần của hình chóp (biết $\sqrt{1333} \approx 36,51$)



Hình 132



Hình 133

 **Giải:**

a. Theo tính chất của lục giác đều, $\triangle MHN$ là một trong sáu tam giác đều tạo bởi các đường chéo của lục giác đều đó:

$$\text{Ta có: } HK = \sqrt{HM^2 - MK^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} \approx 10,39(\text{cm})$$

$$\Rightarrow S_{MHN} = \frac{1}{2} HK.MN \approx \frac{1}{2} 10,39.12 = 62,34(\text{cm}^2)$$

$$\Rightarrow S_{MNOPQR} = 6.S_{MHN} \approx 6.62,34 \approx 374,04(\text{cm}^2)$$

$$\text{Vậy, thể tích hình chóp là: } V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}}.SH \approx \frac{1}{3}.374,04.35 \approx 4363,8(\text{cm}^3)$$

b. Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle SHM$, ta có:

$$SM = \sqrt{35^2 + 12^2} = 37(\text{cm})$$

Ta có, K là trung điểm của MN nên SK là trung đoạn của hình chóp.

$$\text{Xét } \triangle SKM, \text{ ta có: } SK = \sqrt{SM^2 - KM^2} \approx 36,51(\text{cm})$$

Diện tích xung quanh của hình chóp đều S.MNOPQR là:

$$S_{xq} = p.d = 3.MN.SK \approx 3.12.36,51 \approx 1314,36$$

Diện tích toàn phần của hình chóp đều S.MNOPQR là :

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{đáy}} + S_{xq} \approx 374,04 + 1314,36 \approx 1688,40(\text{cm}^2)$$

PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

1. Dạng toán đại lượng hình học

Bài 1: Cho hình chóp đều có diện tích đáy bằng 12 cm^2 đường cao bằng 5 cm . Tính thể tích hình chóp đều.

Bài 2: Cho hình chóp đều có diện tích đáy bằng 10 cm^2 , thể tích hình chóp đều bằng 60 cm^3 . Tính đường cao của hình chóp đều.

Bài 3: Tính thể tích hình chóp tứ giác đều biết độ dài cạnh đáy bằng 4 cm và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{24}\text{ cm}$

Bài 4: Tính thể tích hình chóp tam giác đều biết chiều cao bằng $\sqrt{12}\text{ cm}$ và cạnh bên bằng 4 cm .

Bài 5: Tính thể tích hình chóp tam giác đều biết độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{6}\text{ cm}$ và cạnh đáy 3 cm .

Bài 6: Tính thể tích hình chóp tứ giác đều có trung đoạn bằng 5 cm và diện tích xung quanh bằng 80 cm^2 .

Bài 7: Tính thể tích hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh bằng 80 cm^2 và diện tích toàn phần bằng 144 cm^2

Bài 8: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2\text{ cm}$, $SA = 4\text{ cm}$. Tính độ dài trung đoạn và chiều cao của hình chóp đều này.

Bài 9: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = 3\text{ cm}$, cạnh bên $SA = 4\text{ cm}$. Tính chiều cao của hình chóp.

2. Dạng toán chứng minh

Bài 10: Cho hình chóp tam giác đều $A.BCD$. Gọi H là trung điểm CD . Chứng minh:

a) CD vuông góc với mặt phẳng (AHB)

b) $AC \perp BD$

Bài 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh

a) SO vuông góc với $mp(ABCD)$

b) $mp(SAC)$ vuông góc với $mp(ABCD)$

HƯỚNG DẪN GIẢI

1. Dạng toán đại lượng hình học

Bài 1: Cho hình chóp đều có diện tích đáy bằng 12 cm^2 đường cao bằng 5 cm . Tính thể tích hình chóp đều.

Lời giải

Ta có thể tích hình chóp: $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}12.5 = 20 \text{ cm}^3$

Bài 2: Cho hình chóp đều có diện tích đáy bằng 10 cm^2 , thể tích hình chóp đều bằng 60 cm^3 . Tính đường cao của hình chóp đều.

Lời giải

Ta có thể tích hình chóp: $V = \frac{1}{3}Sh \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3.60}{10} = 36 \text{ (cm)}$

Bài 3: Tính thể tích hình chóp tứ giác đều biết độ dài cạnh đáy bằng 4 cm và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{24} \text{ cm}$

Lời giải

$E.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có đáy $ABCD$ là hình vuông, có cạnh $AB = 4 \text{ cm}$

Ta có $AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$

Suy ra $FC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$

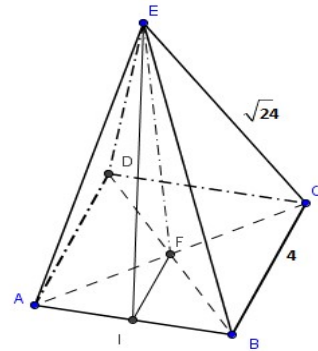
Áp dụng định lý pytago trong tam giác vuông EFC ta có

$$EF = \sqrt{EC^2 - FC^2} = \sqrt{\sqrt{24}^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{24 - 8} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

Chiều cao hình chóp là 4 cm

Diện tích tứ giác đáy $S = 4.4 = 16 \text{ cm}^2$

Thể tích hình chóp $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}16.4 \approx 21,3 \text{ cm}^3$



Bài 4: Tính thể tích hình chóp tam giác đều biết chiều cao bằng $\sqrt{12} \text{ cm}$ và cạnh bên bằng 4 cm .

Lời giải

$S.ABC$ là hình chóp đều nên chân đường cao H trùng với giao điểm ba đường trung tuyến của tam giác, ta có $SH \perp CI$ và $HC = \frac{2}{3}CI$

Trong tam giác SHC vuông tại H , theo định lý pytago ta có

$$HC = \sqrt{SC^2 - sh^2} = \sqrt{4^2 - \sqrt{12}^2} = 2$$

Suy ra $CI = 3 \text{ cm}$

Tam giác ABC là tam giác đều, giả sử có cạnh là a nên chiều cao tam giác

đều là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ mà CI là chiều cao tam giác

ABC nên cạnh tam giác đều là

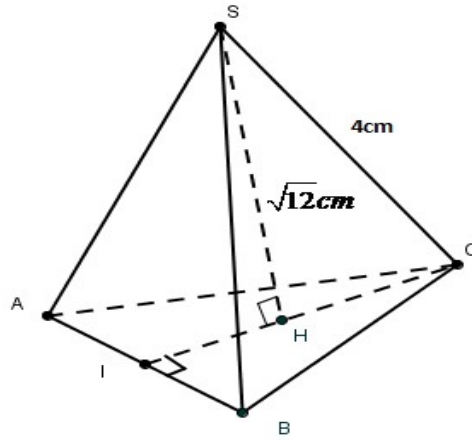
$$\frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2.3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ hay } AB = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

Diện tích đáy là

$$S = \frac{1}{2} \cdot CI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

Thể tích hình chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = 6 (\text{cm}^3)$$



Bài 5: Tính thể tích hình chóp tam giác đều biết độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{6}$ cm và cạnh đáy 3 cm .

Lời giải

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , HC cắt AB tại D , ta có $AD = DB = \frac{3}{2}$

Tam giác CDB vuông tại D , theo định lý Pytago, ta có

$$DC = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

và

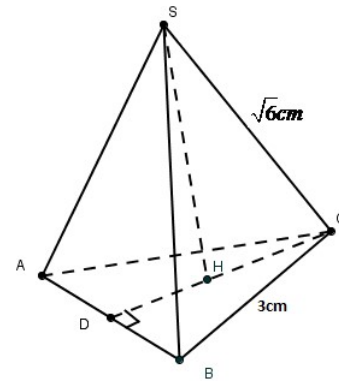
$$HC = \frac{2}{3} CD = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Tam giác SHC vuông tại H , ta có

$$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}$$

Thể tích của hình chóp đều là

$$V = \frac{1}{3} S_d h = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} DC \cdot AB \right) \cdot SH = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 3 \right) \sqrt{3} = \frac{9}{4} \text{ cm}^3$$



Bài 6: Tính thể tích hình chóp tứ giác đều có trung đoạn bằng 5 cm và diện tích xung quanh bằng 80 cm^2 .

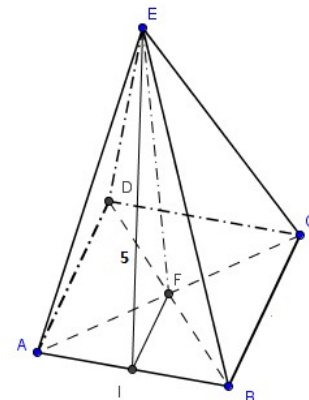
Lời giải

Diện tích xung quanh hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là a cm, trung đoạn là 5 cm :

$$S_{xq} = p \cdot d = 2a \cdot 5 = 80 \text{ cm}^2 \text{ Hay } a = 8 \text{ cm}$$

Ta có $AC = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow BF = 4\sqrt{2} \text{ cm}$

Ta có $FI = 4 \text{ cm}$ (vì FI là đường trung bình của tam giác ABC , tam giác ABC có cạnh $AB = a = 8 \text{ cm}$)



Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác vuông EFI ta có $EF = \sqrt{EI^2 - FI^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{cm}$

$$\text{Thể tích hình chóp } V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} 8^2 \cdot 3 = 64\text{cm}^3$$

Bài 7: Tính thể tích hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh bằng 80cm^2 và diện tích toàn phần bằng 144cm^2

Lời giải

Diện tích xung quanh hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là a , trung đoạn là d

$$S_{xq} = p \cdot d = 2a \cdot d = 80\text{cm}^2 \quad (1)$$

Diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là a , trung đoạn là

$$d \quad S_{xq} + S_d = 2ad + a^2 = 144\text{cm}^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$a^2 = 144 - 80 = 64 \Rightarrow a = \sqrt{64} = 8\text{cm}$$

Thay $a = 8$ vào (1) ta được $d = 5\text{cm}$

Ta có

$$AC = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}\text{cm}$$

$$\Rightarrow BF = 4\sqrt{2}\text{cm}$$

Ta có $FI = 4\text{cm}$

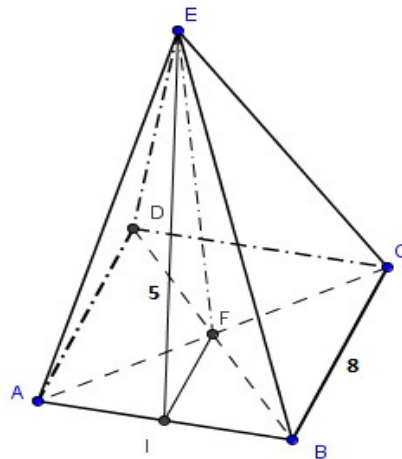
Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác vuông

EFI ta có

$$EF = \sqrt{EI^2 - FI^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{cm}$$

Vậy thể tích của hình chóp tứ giác đều đã cho là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 3 = 64\text{cm}^3$$



Bài 8: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2\text{cm}$, $SA = 4\text{cm}$. Tính độ dài trung đoạn và chiều cao của hình chóp đều này.

Lời giải

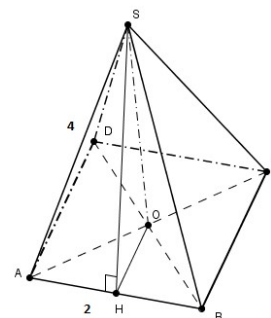
Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2\text{cm}$, $SA = 4\text{cm}$, nên $ABCD$ là hình vuông và các cạnh bên bằng nhau.

$$\text{Ta có } AC = BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}; \quad AO = \frac{AC}{2} = \sqrt{2}$$

Trong tam giác vuông SOA vuông tại O , theo Pytagore ta có

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$$

Vậy chiều cao hình chóp là $3\sqrt{2}\text{cm}$



Gọi H là trung điểm AB , ta có SH là trung đoạn của hình chóp

Trong tam giác SBH vuông tại H , theo Pytago ta có $SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$

Vậy độ dài trung đoạn là $\sqrt{15}\text{cm}$

Bài 9: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = 3\text{cm}$, cạnh bên $SA = 4\text{cm}$. Tính chiều cao của hình chóp.

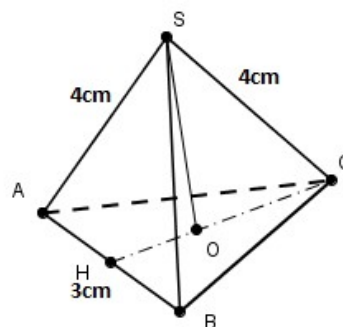
Lời giải

Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ nên ABC là tam giác đều.

Gọi H là trung điểm AB , O là trọng tâm tam giác ABC

Ta có CH là đường cao tam giác ABC

Trong tam giác CHB vuông tại H ta có



$$HC = \sqrt{CB^2 - HB^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}; OC = \frac{2}{3}CH = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Trong tam giác vuông SOC vuông tại O ta có $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{4^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{13}$

Vậy chiều cao của hình chóp là $\sqrt{13}\text{cm}$

2. Dạng toán chứng minh

Bài 10: Cho hình chóp tam giác đều $A.BCD$. Gọi H là trung điểm CD . Chứng minh:

a) CD vuông góc với mặt phẳng (AHB)

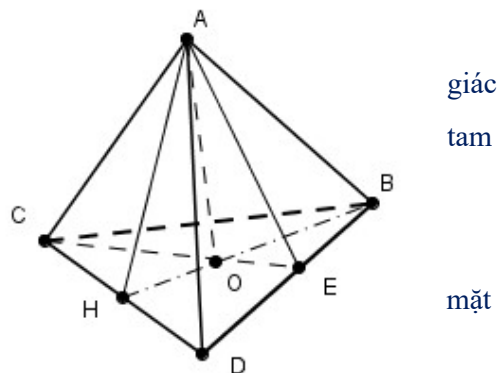
b) $AC \perp BD$

Lời giải

a) Hình chóp $A.BCD$ là hình chóp tam giác đều nên tam CBD là tam giác đều các tam ACB , ACD , ADB là các tam giác cân tại A . H là trung điểm CD suy ra $HB \perp CD$; $AH \perp CD$

Vậy CD vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (AHB) nên $CD \perp \text{mp}(AHB)$

b) Gọi E là trung điểm BD ta có $AE \perp BD$; $CE \perp BD$



Vậy BD vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (AEC) nên $CD \perp mp(AEC)$ suy ra CD vuông góc với mọi đường thẳng thuộc $mp(AEC)$

Hay $AC \perp BD$

Bài 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh

a) SO vuông góc với $mp(ABCD)$

b) $mp(SAC)$ vuông góc với $mp(ABCD)$

Lời giải

a) Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên có $ABCD$ là hình vuông, các cạnh bên bằng nhau.

Ta có $\triangle SBD$ là tam giác cân tại S có $OD = OB$ nên SO là đường cao của tam giác hay $SO \perp BD$

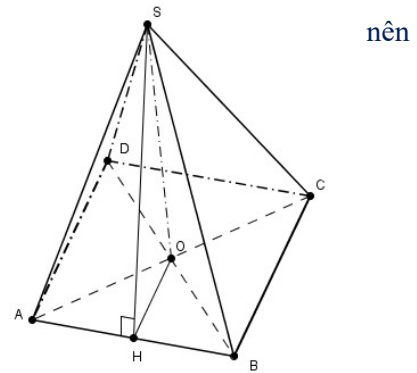
Tương tự, ta có $SO \perp AC$

SO vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc $mp(ABCD)$

$SO \perp mp(ABCD)$

b) Ta có $AC \in mp(SAC)$; $BD \in mp(SBD)$

Mà $BD \perp AC$ nên $mp(SAC) \perp mp(SBD)$



===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====