

CHƯƠNG 2

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 1: ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nắm được định nghĩa hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau và nêu được một số ví dụ về đại lượng tỉ lệ thuận.
- + Nắm được tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận.
- + Nắm được phương pháp giải một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận.

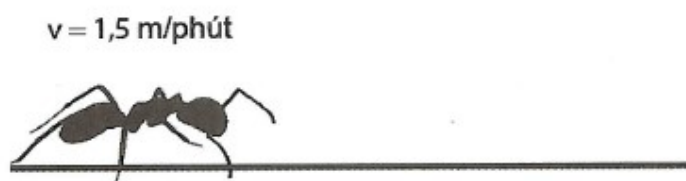
❖ Kỹ năng

- + Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Tìm được hệ số tỉ lệ và công thức biểu diễn đại lượng tỉ lệ thuận.
- + Lập được bảng giá trị tương ứng giữa hai đại lượng tỉ lệ thuận và ngược lại, xét tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng.
- + Giải được một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận, bài toán chia tỉ lệ.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Định nghĩa

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức: $y = kx$ (với k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k .



Chú ý

Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ là $\frac{1}{k}$.

$v = 1,5 \text{ m/phút}$

Quãng đường s (m) mà con kiến bò được trong thời gian t (phút) với vận tốc $1,5\text{m/phút}$ tỉ lệ thuận với nhau theo công thức $s = 1,5t$.

Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau thì Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi.

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k$$

Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại

lượng kia.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}, \dots, \frac{x_m}{x_n} = \frac{y_m}{y_n}.$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Xác định tương quan giữa hai đại lượng tỉ lệ thuận

Bài toán 1. Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Xác định hệ số tỉ lệ và công thức biểu diễn đại lượng tỉ lệ thuận

Phương pháp giải

Dựa vào các yếu tố của đề bài, ta thực hiện như **Ví dụ:**

sau:

Bước 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ thuận x , y và hệ số tỉ lệ k .

Bước 2. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y theo công thức $y = kx$.

a) Quãng đường đi được s (km) của một vật chuyển động đều theo thời gian t (giờ) với vận tốc 10 km/h là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Khi đó hệ số tỉ lệ $k = 10$.

Suy ra quãng đường s tỉ lệ thuận với thời gian t theo công thức $s = 10t$.

b) Khối lượng m (kg) theo thể tích V (m³) của thanh kim loại đồng chất là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Vì thanh kim loại đồng chất có khối lượng riêng là D (kg/m³) (D là hằng số khác 0) nên hệ số tỉ lệ $k = D$.

Vậy khối lượng m tỉ lệ thuận với thể tích V theo công thức $m = D.V$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 5. Hỏi x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Hướng dẫn giải

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $k = 5$ nên ta có $y = 5x$. Suy ra $x = \frac{1}{5}y$ nên đại

lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k} = \frac{1}{5}$.

Ghi nhớ:

Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ k thì đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$.

Ví dụ 2. Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 8$ thì $y = 3$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x .
- b) Hãy biểu diễn y theo x .
- c) Tính giá trị của y khi $x = -2$ và $x = 5$.

Hướng dẫn giải

a) Vì x và y hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có công thức $y = kx$.

Theo điều kiện, khi $x = 8$ thì $y = 3$ nên thay vào công thức, ta có $3 = k.8 \Rightarrow k = \frac{3}{8}$.

Vậy hệ số tỉ lệ $k = \frac{3}{8}$.

b) Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $k = \frac{3}{8}$ nên $y = \frac{3}{8}x$.

c) Ta có $y = \frac{3}{8}x$.

- Với $x = -2$ ta có $y = \frac{3}{8} \cdot (-2) = -\frac{3}{4}$.

- Với $x = 5$ ta có $y = \frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{15}{8}$.

Ví dụ 3. Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ là $k = 2$ và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $h = -\frac{3}{5}$. Hỏi z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

Vì đại lượng z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ là $k = 2$ nên $z = 2y$.

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $h = -\frac{3}{5}$ nên $y = -\frac{3}{5}x$.

Do đó $z = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)x = -\frac{6}{5}x$.

Suy ra đại lượng z tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là $-\frac{6}{5}$.

Ghi nhớ: Nếu z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ là k_1 và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k_2 thì z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k_1k_2 .

Ví dụ 4. Biết rằng y_1 tỉ lệ thuận với x_1 theo hệ số tỉ lệ k ($k \neq 0$) và y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ k . Hỏi $y_1 - y_2$ có tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ không? Nếu có hãy tìm hệ số tỉ lệ?

Hướng dẫn giải

Vì y_1 tỉ lệ thuận với x_1 theo hệ số tỉ lệ k nên $y_1 = kx_1$

Vì y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ k nên $y_2 = kx_2$.

Do đó $y_1 - y_2 = kx_1 - kx_2 = k(x_1 - x_2)$.

Suy ra $y_1 - y_2$ tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ theo hệ số tỉ lệ k .

Nhận xét: Nếu y_1 tỉ lệ thuận với x_1 theo hệ số tỉ lệ k ($k \neq 0$) và y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ k thì $y_1 - y_2$ có tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ theo hệ số tỉ lệ k .

Ví dụ 5. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng khi $x_1 - x_2 = 12$ thì $y_1 - y_2 = -3$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn y theo x .

b) Tính giá trị của y khi $x = -2, x = 4$.

Hướng dẫn giải

a) Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ k ($k \neq 0$) nên ta có công thức: $y = kx$.

Khi đó $y_1 - y_2$ tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ theo hệ số tỉ lệ k .

Do đó $y_1 - y_2 = k(x_1 - x_2)$

Thay $x_1 - x_2 = 12$ và $y_1 - y_2 = -3$ vào công thức, ta được

$$-3 = k.12 \Rightarrow k = \frac{-3}{12} = -\frac{1}{4}.$$

Vậy công thức biểu diễn y theo x là $y = -\frac{1}{4}x$.

b) Với $x = -2$ ta có $y = -\frac{1}{4}.(-2) = \frac{1}{2}$.

Với $x = 4$ ta có $y = -\frac{1}{4}.4 = -1$.

Nhận xét:

Nếu y_1 tỉ lệ thuận với x_1 theo hệ số tỉ lệ k ($k \neq 0$) và y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ k thì $y_1 - y_2$ tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ theo hệ số tỉ lệ k .

Bài toán 2. Xét tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng



Phương pháp giải

Khi giá trị của các đại lượng khác 0, ta có thể xét tương quan như sau

Bước 1. Xem xét tất cả các thương giữa các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không?

Ví dụ: Các giá trị tương ứng của V và m được cho trong bảng sau

V	1	2	3	4	5
m	4,2	8,4	12,6	18,6	21

Bước 2. Rút ra kết luận

Nếu các thương đó bằng nhau thì các đại lượng tỉ lệ thuận. Lập công thức biểu thị mối liên hệ giữa hai đại lượng.

Nếu các thương đó không bằng nhau thì các đại lượng không tỉ lệ thuận.

$\frac{m}{V}$					
---------------	--	--	--	--	--

a) Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng.

b) Hai đại lượng m và V có tỉ lệ thuận với nhau hay không? Vì sao?

Hướng dẫn giải

a) Các ô trống đều được điền số 4,2.

b) Hai đại lượng m và V tỉ lệ thuận với nhau vì $m = 4,2V$.

Ta có thể nói: Đại lượng m tỉ lệ thuận với đại lượng V theo hệ số tỉ lệ $k = 4,2$ hoặc đại lượng V tỉ lệ thuận với đại lượng m theo hệ số tỉ lệ

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{4,2} = \frac{5}{21}.$$

 Ví dụ mẫu

Ví dụ. Các giá trị tương ứng của t và s được cho trong bảng sau

T	1	2	3	4	5
S	9	18	27	36	45
$\frac{s}{t}$					

a) Điền các số thích hợp vào các ô trống trong bảng trên.

b) Hai đại lượng s và t có tỉ lệ thuận với nhau hay không?

Nếu có, hãy tìm hệ số tỉ lệ.

Hướng dẫn giải

a) Các ô trống đều được điền số 9.

b) Hai đại lượng s và t tỉ lệ thuận với nhau vì $s = 9t$.

Ta nói: Đại lượng s tỉ lệ thuận với đại lượng t theo hệ số tỉ lệ $k = 9$ hoặc đại lượng t tỉ lệ thuận với đại lượng s theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k} = \frac{1}{9}$.

 Bài tập tự luyện dạng 1

Hãy chọn đáp án đúng (câu 1 đến câu 4)

Câu 1: Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ là 2019 thì đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ là

A. $-\frac{1}{2019}$.

B. 2019.

C. $\frac{1}{2019}$.

D. -2019.

Câu 2: Cho đại lượng x , y liên hệ với nhau bởi công thức thì $y = -\frac{1}{2}x$ phát biểu nào sau đây là đúng?

A. y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k = \frac{1}{2}$.

B. y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{1}{2}$.

C. x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{1}{2}$.

D. x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $k = 2$.

Câu 3: Cho đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ 2 và x tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số, tỉ lệ $-\frac{3}{8}$ thì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng z theo hệ số tỉ lệ là

A. $\frac{4}{3}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 4: Cho đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x và khi $x = 5$ thì $y = -15$. Khi $y = -6$ thì đại lượng x có giá trị là

A. -18.

B. 2.

C. 18.

D. -2.

Câu 5: Hãy viết công thức tính

a) Quãng đường đi được S (km) theo thời gian t (giờ) của một vật chuyển động đều với vận tốc 20 km/h.

b) Chu vi C của hình vuông theo cạnh có độ dài a cm.

Câu 6: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = -2$ thì $y = 12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn y theo x .

b) Tính giá trị của y khi $x = -3$ và $x = 7$.

Câu 7: Cho bảng sau

x	-5	-3	-2	4	6
y	10	6	-4	-8	-12

Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không? Vì sao?

ĐÁP ÁN

Câu 1: Chọn C.

Ta có $y = 2019x \Rightarrow x = \frac{1}{2019}y$.

Câu 2: Chọn B.

Vì $y = -\frac{1}{2}x$ nên ta nói đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $-\frac{1}{2}$ hoặc đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ -2 .

Câu 3: Chọn B.

Ta có $y = 2x$ và $x = \frac{-3}{8}z$ nên $y = 2 \cdot \left(\frac{-3}{8}\right)z$.

Vậy đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $\frac{-3}{4}$.

Câu 4: Chọn D.

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x nên ta có $y = kx$ ($k \neq 0$).

Khi $x = 5$ thì $y = -15$ nên ta có $-15 = k \cdot 5 \Rightarrow k = -3$. Vậy $y = -3x$.

Với $y = -6$ thì $-3x = -6 \Rightarrow x = 2$.

Câu 5:

a) Quãng đường đi được S (km) theo thời gian t (giờ) của một vật chuyển động đều với vận tốc 20 km/h được xác định theo công thức $S = 20t$.

b) Chu vi C của hình vuông theo cạnh có độ dài a cm là $C = 4a$.

Câu 6:

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x nên ta có công thức $y = kx$ ($k \neq 0$).

Tại $x = -2$ thì $y = 12$ nên thay vào công thức trên ta có $12 = k \cdot (-2)$

Do đó $k = -6$ và có biểu diễn y theo x là $y = -6x$.

Khi $x = -3$ thì $y = -6 \cdot (-3) = 18$.

Khi $x = 7$ thì $y = -6 \cdot 7 = -42$.

Câu 7:

Xét thương của hai giá trị tương ứng của hai đại lượng y và x . Ta có

$$\frac{10}{-5} = \frac{6}{-3} = \frac{-8}{4} = \frac{-12}{6} = -2; \frac{-4}{-2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{10}{-5} = \frac{6}{-3} = \frac{-8}{4} = \frac{-12}{6} \neq \frac{-4}{-2}$$

Vậy hai đại lượng x và y được cho ở trên không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Dạng 2: Dựa vào tính chất của tỉ lệ thuận để tìm các đại lượng

 Phương pháp giải

Bước 1. Sử dụng các tính chất của hai đại lượng tỉ

lệ thuận để biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng đã biết và các đại lượng cần phải xác định.

Nếu hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau thì

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k.$$

Ví dụ:

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng $x_1 = 4, x_2 = -10$ và $y_1 - y_2 = 7$.

a) Tính y_1 và y_2 .

b) Biểu diễn y theo x .

Hướng dẫn giải

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}, \dots, \frac{x_m}{x_n} = \frac{y_m}{y_n}.$$

Bước 2. Sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các đại lượng.

Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+b+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f} = \frac{a-c-e}{b-d-f}$$

(giả sử các tỉ số trên đều có nghĩa).

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k.$$

Áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận, ta có

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k.$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{7}{4 - (-10)} = \frac{1}{2}$$

Vậy $k = \frac{1}{2}$, suy ra $y_1 = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$

Và $y_2 = -10 \cdot \frac{1}{2} = -5$.

b) Công thức biểu diễn y theo x là $y = \frac{1}{2}x$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng $x_1 = -0,5, x_2 = -1,5$ và $2y_1 - 3y_2 = -10,5$.

a) Tính y_1 và y_2 .

b) Biểu diễn y theo x .

Hướng dẫn giải

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau nên áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận, ta

có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{2y_1}{2x_1} = \frac{3y_2}{3x_2} = \frac{2y_1 - 3y_2}{2x_1 - 3x_2} = \frac{-10,5}{2 \cdot (-0,5) - 3 \cdot (-1,5)} = -3$$

Vậy $k = -3$

Suy ra $y_1 = -0,5 \cdot k = -0,5 \cdot (-3) = 1,5$ và $y_2 = -1,5 \cdot (-3) = 4,5$

b) Công thức biểu diễn y theo x là $y = -3x$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Hãy chọn đáp án đúng trong câu 1 và câu 2

Câu 1. Cho đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x . Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x có $x_1 - x_2 = 1$ thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y có $y_1 - y_2 = 4$. Hỏi x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

- A. $y = -2x$. B. $y = \frac{1}{4}x$. C. $y = 4x$. D. $y = -\frac{1}{4}x$.

Câu 2: Cho đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x . Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x có tổng bằng -2 thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y có tổng bằng 6. Khi đó hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

- A. $y = \frac{1}{3}x$. B. $y = -3x$. C. $y = 3x$. D. $y = -\frac{1}{3}x$.

Câu 3: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Khi các giá trị x_1, x_2 của x có tổng bằng 2 thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 có tổng bằng -14 . Hãy biểu diễn y theo x .

Câu 4 : Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng khi $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$ thì $y_1 - 2y_2 = 5$.

- a) Tính y_1 và y_2 .
b) Biểu diễn y theo x .
c) Tính giá trị của y khi $x = -5$ và $x = 2$.

ĐÁP ÁN

Câu 1: Chọn C.

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x nên ta có $y = kx$ ($k \neq 0$)

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận, ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ y_1 - y_2 = 4 \end{cases}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{1} = 4$

Vậy $y = 4x$.

Câu 2: Chọn B.

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x nên ta có $y = kx$ ($k \neq 0$)

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận, ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ y_1 + y_2 = -6 \end{cases}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{-6}{-2} = 3$

Vậy $y = -3x$.

Câu 3:

Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x nên ta có $y = kx$ ($k \neq 0$)

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận, ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ y_1 + y_2 = -14 \end{cases}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{-14}{2} = -7 \text{ nên } k = -7 \Rightarrow y = -7x.$$

Câu 4:

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận, ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{2y_2}{2x_2} = \frac{y_1 - 2y_2}{x_1 - 2x_2}$

Theo giả thiết, ta có $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$ thì $y_1 - 2y_2 = 5$. Do đó $\frac{y_1}{-1} = \frac{y_2}{3} = \frac{5}{-1 - 2 \cdot 3} = -\frac{5}{7}$.

$$\text{Suy ra } y_1 = -\frac{5}{7} \cdot (-1) = \frac{5}{7}; y_2 = -\frac{5}{7} \cdot 3 = -\frac{15}{7}.$$

b) Ta có hệ số tỉ lệ $k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = -\frac{5}{7}$ nên $y = -\frac{5}{7}x$.

c) Khi $x = -5$ thì $y = \frac{25}{7}$ và khi $x = 2$ thì $y = -\frac{10}{7}$.

Dạng 3: Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ thuận

Phương pháp giải

Bước 1. Xác định hệ số tỉ lệ k (với $k \neq 0$) bằng tỉ số hai giá trị tương ứng đã biết của hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Bước 2. Dùng công thức $y = kx$ (với $k \neq 0$) để tìm các giá trị tương ứng của biết x và y .

Ví dụ: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và bảng sau

x	$x_1 = -12$	$x_2 = -3$	$x_3 = 3$	$x_4 = 6$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = 2$

a) Điền số thích hợp vào ô trống.

b) Có nhận xét gì về tỉ số giữa hai giá trị tương ứng?

Hướng dẫn giải

a) x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $y = kx$.

Ta có $y_4 = k \cdot x_4$

	$2 = k.6 \Rightarrow k = \frac{1}{3}.$ Ta có $y = \frac{1}{3}x$. Do đó $y_1 = \frac{1}{3}.(-12) = -4,$ $y_2 = \frac{1}{3}.(-3) = -1, y_3 = \frac{1}{3}.3 = 1.$ b) Các tỉ số giữa hai giá trị tương ứng đều bằng $\frac{1}{3}$ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_4}{x_4} = \frac{1}{3}$ (hệ số tỉ lệ).
--	---

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau

x	-4		-2	$-\frac{1}{2}$	
y		6	4		-4

Hướng dẫn giải

Từ bảng ta có khi $x = -2$ thì $y = 4$.

Mà x và y tỉ lệ thuận với nhau nên $y = kx$.

Suy ra $4 = k.(-2) \Rightarrow k = -2$.

Vậy $y = -2x$.

Dựa vào đó, ta điền các kết quả vào ô trống như sau:

x	-4	-3	-2	$-\frac{1}{2}$	2
y	8	6	4	1	-4

Ví dụ 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

a) Biết rằng hai giá trị x_1, x_2 của x có tổng bằng 6 thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y có tổng bằng -2. Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

b) Từ đó, hãy điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$			0	
y				1	$\frac{1}{3}$		-6

Hướng dẫn giải

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau nên $y = kx$.

Áp dụng tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận, ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \quad (1)$$

Vậy $k = -\frac{1}{3}$.

Suy ra hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức $y = -\frac{1}{3}x$.

b) Áp dụng công thức $y = -\frac{1}{3}x$, ta điền được các kết quả vào ô trống như sau

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	-3	-1	0	18
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1	$\frac{1}{3}$	0	-6

Chú ý:

Để tìm hệ số tỉ lệ k , đôi khi ta phải sử dụng đến tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

Bài tập tự luyện dạng 3

BÀI TẬP CƠ BẢN

Câu 1: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và bảng sau

x	$x_1 = -18$	$x_2 = -5$	$x_3 = 2$	$x_4 = 4$	$x_5 = 11$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = 2$	$y_5 = ?$

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b) Điền số thích hợp vào ô trống.

c) Có nhận xét gì về tỉ số giữa hai giá trị tương ứng của y đối với x .

Câu 2: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là 2.

a) Tính các giá trị của x khi $y = -4$ và $y = 18$.

b) Điền các giá trị tương ứng của y vào bảng sau

x	-6		$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$		11
y		-2			2	

BÀI TẬP NÂNG CAO

Câu 3: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng khi $x_1 + x_2 = -3$ và $y_1 + y_2 = 15$.

a) Tính các giá trị của x biết $y = -2$ và $y = 9$.

b) Điền các giá trị tương ứng của hàm số vào bảng sau

x	-8	-5	-1	2	3	6
y						

ĐÁP ÁN

BÀI TẬP CƠ BẢN

Câu 1:

a) Hệ số tỉ lệ $k = \frac{y_4}{x_4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

b) Ta có công thức biểu thị liên hệ giữa hai đại lượng x ; y là $y = \frac{1}{2}x$.

Thay lần lượt các giá trị $x_1; x_2; x_3; x_5$ vào công thức, ta được bảng kết quả sau

x	$x_1 = -18$	$x_2 = -5$	$x_3 = 2$	$x_4 = 4$	$x_5 = 11$
y	$y_1 = -9$	$y_2 = -\frac{5}{2}$	$y_3 = 1$	$y_4 = 2$	$y_5 = \frac{11}{2}$

c) Tỉ số giữa hai giá trị tương ứng là bằng nhau và bằng hệ số tỉ lệ $k = \frac{1}{2}$.

Câu 2:

a) Vì đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ $k = 2$ nên ta có công thức $y = 2x$.

Khi $y = -4$ thì $x = -2$ và khi $y = 18$ thì $x = 9$.

b)

x	-6	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	11
y	-12	-2	-1	3	2	22

BÀI TẬP NÂNG CAO

Câu 3.

a) Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận, ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}$

Theo giả thiết, ta có $x_1 + x_2 = -3$ thì $y_1 + y_2 = 15$. Do đó $k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{15}{-3} = -5$.

Vậy $k = -5$. Do đó biểu diễn của y theo x là $y = -5x$.

Ta có $x = \frac{y}{-5}$. Khi $y = -2$ thì $x = \frac{2}{5}$; khi $y = 9$ thì $x = -\frac{9}{5}$.

b) Thay lần lượt các giá trị của đại lượng x ở trong bảng vào công thức $y = -5x$, ta được bảng kết quả sau

x	-8	-5	-1	2	3	6
y	40	25	5	-10	-15	-30

Dạng 4: Một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ thuận

Phương pháp giải

Bước 1. Xác định tương quan giữa hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Bước 2. Áp dụng tính chất về tỉ số giữa hai giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ thuận để suy ra giá trị cần tìm.

Ví dụ: Cứ 100 kg thóc thì cho 60 kg gạo. Hỏi 2 tấn thóc thì cho bao nhiêu ki-lô-gam gạo?

Hướng dẫn giải

Đổi 2 (tấn) = 2000 (kg).

Gọi khối lượng gạo có trong 2 tấn thóc là x (kg).

Vì khối lượng gạo và khối lượng thóc là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận ta có

$$\frac{x}{2000} = \frac{60}{100} \Rightarrow x = \frac{2000 \cdot 60}{100} = 1200.$$

Vậy lượng gạo có trong 2 tấn thóc là 1200 (kg).

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Giá tiền của 9 quyển vở là bao nhiêu biết giá tiền của 6 quyển vở cùng loại là 210 000 đồng?

Hướng dẫn giải

Giả sử giá tiền của 9 quyển vở là x đồng.

Vì giá tiền và số quyển vở là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có

$$\frac{x}{9} = \frac{210000}{6} \Rightarrow x = \frac{210000 \cdot 9}{6} = 315000$$

Vậy giá tiền của 9 quyển vở là 315 000 đồng.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Biết rằng 14dm^3 sắt cân nặng 109,2 kg. Hỏi 7dm^3 sắt cân nặng bao nhiêu?

Câu 2: Dùng 8 máy thì tiêu thụ hết 70 lít xăng. Hỏi dùng 13 máy cùng loại thì tiêu thụ hết bao nhiêu lít xăng?

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Giả sử 7 dm^3 sắt nặng $x \text{ kg}$.

Vì khối lượng và thể tích của sắt tỉ lệ thuận với nhau nên

$$\frac{x}{7} = \frac{109,2}{14} \Rightarrow x = \frac{7.109,2}{14} = 54,6.$$

Vậy 7 dm^3 sắt cân nặng $54,6 \text{ kg}$.

Câu 2:

Giả sử 13 máy cùng loại thì tiêu thụ hết x lít xăng.

Vì số lít xăng tiêu thụ tỉ lệ thuận với số máy nên

$$\frac{x}{13} = \frac{70}{8} \Rightarrow x = \frac{13.70}{8} = 113,75.$$

Vậy 13 máy cùng loại thì tiêu thụ hết $113,75$ lít xăng.

Dạng 5: Chia một số thành những phần tỉ lệ thuận với các số cho trước

Phương pháp giải

Giả sử chia số S thành các phần $x, y, z, t, \dots$ tỉ lệ thuận với các số $a, b, c, d, \dots$

Bước 1.

- Chia số S thành các phần nên ta có
 $S = x + y + z + \dots$;

- Các phần $x, y, z, t, \dots$ tỉ lệ thuận với $a, b, c, d, \dots$ nên

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{t}{d} = \dots$$

Bước 2. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta đi tìm $x, y, z, t, \dots$

Ví dụ: Chia số 32 thành hai phần tương ứng tỉ lệ thuận với 3 và 5.

Hướng dẫn giải

Chia số 32 thành hai phần lần lượt là x và y .

Ta có $x + y = 32$

Vì x và y tương ứng tỉ lệ thuận với 3 và 5 nên ta

$$\text{có } \frac{x}{3} = \frac{y}{5}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{3+5} = \frac{32}{8} = 4$$

Suy ra $x = 3.4 = 12, y = 5.4 = 20$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Chia số 117 thành ba phần tỉ lệ thuận với

$$\text{a) } 3; 4; 6. \quad \text{b) } \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}.$$

Hướng dẫn giải

a) Chia số 117 thành ba phần lần lượt là x, y, z ,

Vì tổng ba phần x, y, z là 117 nên ta có $x + y + z = 117$.

Vì ba phần x, y, z lần lượt tỉ lệ với các số 3; 4; 6 nên ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+4+6} = \frac{117}{13} = 9$$

Suy ra $x = 3.9 = 27, y = 4.9 = 36, z = 6.9 = 54$.

b) Chia số 117 thành ba phần lần lượt là x, y, z .

Vì tổng ba phần x, y, z là 117 nên ta có $x + y + z = 117$.

Vì ba phần x, y, z lần lượt tỉ lệ với các số $\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$ nên ta có $\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{6}}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{117}{\frac{4}{12}} = 156$$

Suy ra $x = \frac{1}{3}.156 = 52, y = \frac{1}{4}.156 = 39, z = \frac{1}{6}.156 = 26$.

Ví dụ 2. Cho $\triangle ABC$ có số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ thuận với các số 1; 2; 3. Tính số đo các góc của $\triangle ABC$.

Hướng dẫn giải

Gọi số đo các góc A, B, C của $\triangle ABC$ lần lượt là x, y, z độ.

Trong $\triangle ABC$ thì tổng ba góc A, B, C bằng 180° nên ta có $x + y + z = 180^\circ$.

Vì số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ thuận với các số 1; 2; 3 nên ta có $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{1+2+3} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$$

Suy ra $x = 30^\circ, y = 2.30^\circ = 60^\circ, z = 3.30^\circ = 90^\circ$

Vậy $\hat{A} = 30^\circ, \hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 90^\circ$.

Bài tập tự luyện dạng 5

Câu 1: Hai thanh kim loại nhôm và sắt có thể tích bằng nhau, khối lượng riêng của chúng lần lượt là $2,7\text{g/cm}^3$ và $7,8\text{g/cm}^3$. Hỏi mỗi thanh nặng bao nhiêu gam. Biết rằng tổng khối lượng của chúng là 1050g.

Câu 2: Hai thanh kim loại đồng chất có thể tích là 10 cm^3 và 20 cm^3 . Hỏi mỗi thanh nặng bao nhiêu gam, biết thanh thứ nhất nhẹ hơn thanh thứ hai là 100 gam?

Câu 3: Chu vi của một tam giác là 34 m. Tính độ dài các cạnh của tam giác biết rằng chúng tỉ lệ thuận với 4; 5; 8.

Câu 4: Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của đội, các chi đội 7A, 7B, 7C đã thu được tổng cộng 120 kg giấy vụn. Biết rằng số giấy vụn thu được của ba chi đội lần lượt tỉ lệ thuận với các số 9, 7, 8. Tính khối lượng giấy vụn mà mỗi chi đội thu được.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Gọi khối lượng của hai thanh kim loại nhôm và sắt lần lượt là m_1 (g) và m_2 (g) với $m_1 > 0, m_2 > 0$.

Từ điều kiện đề bài, ta có $m_1 + m_2 = 1050$ và $\frac{m_1}{2,7} = \frac{m_2}{7,8}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{m_1}{2,7} = \frac{m_2}{7,8} = \frac{m_1 + m_2}{2,7 + 7,8} = \frac{1050}{10,5} = 100$$

$$\Rightarrow m_1 = 270, m_2 = 780.$$

Vậy hai thanh kim loại nhôm và sắt có khối lượng lần lượt là 270 g và 780 g.

Câu 2:

Gọi khối lượng của hai thanh kim loại tương ứng là m_1 gam và m_2 gam

Vì thể tích và khối lượng của thanh kim loại là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau nên $\frac{m_1}{10} = \frac{m_2}{20}$

Thanh thứ nhất nhẹ hơn thanh thứ hai là 100 gam nên $m_2 - m_1 = 100$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{m_1}{10} = \frac{m_2}{20} = \frac{m_2 - m_1}{20 - 10} = \frac{100}{10} = 10$$

$$\Rightarrow m_1 = 10.10 = 100, m_2 = 10.20 = 200$$

Vậy hai thanh kim loại có khối lượng lần lượt là 100 g và 200 g.

Câu 3:

Gọi độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là x (m), y (m), z (m). Điều kiện $x > 0, y > 0, z > 0$

Từ điều kiện đề bài, ta có $x + y + z = 34$ và $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{8}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{8} = \frac{x + y + z}{4 + 5 + 8} = \frac{34}{17} = 2$$

$$\Rightarrow x = 8, y = 10 \text{ và } z = 16.$$

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là 8m; 10m và 16m.

Câu 4:

Gọi khối lượng giấy vụn thu được của ba chi đội 7A, 7B và 7C lần lượt là m_1 (kg), m_2 (kg) và m_3 (kg).

Điều kiện $m_1 > 0, m_2 > 0, m_3 > 0$

Từ điều kiện đề bài, ta có $m_1 + m_2 + m_3 = 120$ và $\frac{m_1}{9} = \frac{m_2}{7} = \frac{m_3}{8}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{m_1}{9} = \frac{m_2}{7} = \frac{m_3}{8} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{9 + 7 + 8} = \frac{120}{24} = 5$$

$$\Rightarrow m_1 = 45; m_2 = 35; m_3 = 40.$$

Vậy khối lượng giấy vụn thu được của ba chi đội 7A, 7B và 7C lần lượt là 45(kg), 35(kg) và 40(kg).