BÀI 2. CỘNG, TRỪ SỐ HỮU TỈ

Mục tiêu

❖ **Kiến thức**

+ Nắm vững cách thực hiện cộng, trừ hai số hữu tỉ, quy tắc "chuyển vế" trong $\mathbb{Q}$.

❖ **Kĩ năng**

+ Thực hiện được cộng, trừ hay hai nhiều số hữu tỉ. Có kĩ năng thực hiện phép tính một cách hợp lí.
+ Viết được một số hữu tỉ dưới dạng tổng hay hiệu của hai số hữu tỉ.
+ Áp dụng được quy tắc "chuyển vế" trong bài toán tìm thành phần chưa biết của phép tính.

I. LÍ THUYẾT TRỌNG TÂM

Cộng, trừ hai số hữu tỉ

Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ *x, y* bằng cách viết chúng dưới dạng hai phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.

Với $x=\frac{p}{m};y=\frac{q}{m}\left(p,q,m\in\mathbb{Z},m>0\right)$ ta có:

$$x+y=\frac{p}{m}+\frac{q}{m}=\frac{p+q}{m};$$

$$x-y=\frac{p}{m}-\frac{q}{m}=\frac{p-q}{m}.$$

Tính chất

Phép cộng số hữu tỉ có tính chất của phép cộng phân số: giao hoán, kết hợp, cộng với 0, cộng với số đối.

Với $a,b,c\notin\mathbb{Q}$ ta có:

a) Tính chất giao hoán: $a+b=b+a$

b) Tính chất kết hợp: $a+\left(b+c\right)=\left(a+b\right)+c$

c) Cộng với số 0: $a+0=0+a=a$

d) Cộng với số đối: $a+\left(-a\right)=0$

Quy tắc "chuyển vế"

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Với mọi $a,b,c\in\mathbb{Q}$, nếu $a+b=c$ thì $a=-b+c$

Chú ý: Trong $\mathbb{Q}$ ta có tổng đại số, trong đó có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng đại số trong $\mathbb{Z}$.

Với $x,y,z\in\mathbb{Q}$ ta có:

$$x-\left(y-z\right)=\underbrace{x-y+z}_{\text{Phá ngoặc}}=\underbrace{x+z-y}_{\text{Đổi chỗ }-y\text{ và z}}$$

$$x-y+z=\underbrace{x-\left(y-z\right)}_{\text{Đặt dấu ngoặc}}$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA

Cộng, trừ số hữu tỉ

1. Phương pháp

+ Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương.

+ Cộng, trừ phân số.

$$x+y=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{a+b}{m};$$

$$x-y=\frac{a}{m}-\frac{b}{m}=\frac{a-b}{m}.$$

2. Tính chất

+ Giao hoán: $a+b=b+a$

+ Kết hợp: $a+\left(b+c\right)=\left(a+b\right)+c$

+ Cộng với 0: $a+0=0+a=a$

3. Quy tắc chuyển vế: Tìm thành phần chưa biết: $x+a=b\Rightarrow x=b-a$.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Thực hiện phép tính của hai hay nhiều số hữu tỉ

Bài toán 1: Cộng, trừ hai số hữu tỉ

Phương pháp giải

Để cộng (trừ) hai số hữu tỉ, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Viết hai số hữu tỉ dưới dạng hai phân số có mẫu dương và thực hiện quy đồng hai phân số.

Bước 2. Cộng (trừ) hai tử và giữ nguyên mẫu.

Bước 3. Rút gọn kết quả về dạng phân số tối giản.

Ví dụ: $A=\frac{1}{-5}+\frac{8}{15}$

Hướng dẫn giải

Bước 1. $A=\frac{-1}{5}+\frac{8}{15}=\frac{-3}{15}+\frac{8}{15}$

Bước 2. $A=\frac{-3+8}{15}=\frac{5}{15}$

Bước 3. $A=\frac{1}{3}$

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Tính

a) $\frac{1}{12}+\frac{-3}{12}$ b) $\frac{7}{8}-\frac{5}{4}$ c) $1\frac{2}{5}+3\frac{3}{5}$ d) $\frac{-14}{20}+0,6$

Hướng dẫn giải

$a)\frac{1}{12}+\frac{-3}{12}=\frac{1+(-3)}{12}=\frac{-2}{12}=\frac{-1}{6}$

$b)\frac{7}{8}-\frac{5}{4}=\frac{7}{8}-\frac{10}{8}=\frac{7-10}{8}=\frac{-3}{8}$

$c)\,1\frac{2}{5}+3\frac{3}{5}=1+\frac{2}{5}+3+\frac{3}{5}=1+3+\frac{2+3}{5}=4+\frac{5}{5}=4+1=5$

$d)\frac{-14}{20}+0,6=\frac{-14}{20}+\frac{6}{10}=\frac{-7}{10}+\frac{6}{10}=\frac{-7+6}{10}=\frac{-1}{10}$

Bài toán 2. Cộng, trừ nhiều số hữu tỉ

Phương pháp giải

Để cộng (trừ) nhiều số hữu tỉ, ta có thể thực hiện như sau:

- Nếu biểu thức không chứa dấu ngoặc, ta thực hiện quy đồng các phân số rồi cộng, trừ các phân số cùng mẫu.

- Nếu biểu thức chứa dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau hoặc phá dấu ngoặc (chú ý đổi dấu nếu trước dấu ngoặc có dấu "-").

Ví dụ. Thực hiện phép tính sau:

$a)\,A=\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\frac{3+5-2}{6}=\frac{6}{6}=1$

$b)\,B=\frac{1}{2}-\left[\frac{3}{8}+\left(-\frac{7}{4}\right)\right]=\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{8}-\frac{14}{8}\right)=\frac{1}{2}-\frac{3-14}{8}$

$=\frac{1}{2}-\frac{-11}{8}=\frac{1}{2}+\frac{11}{8}=\frac{4}{8}+\frac{11}{8}=\frac{4+11}{8}=\frac{15}{8}$

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{2}{3}+\frac{-10}{6}+\frac{-4}{3}$ b) $\frac{7}{3}-\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{8}-\frac{3}{4}+\frac{15}{6}$ d) $\frac{7}{3}-\left(\frac{-1}{4}-\frac{5}{12}\right)$

Hướng dẫn giải

$a)\ \frac{2}{3}+\frac{-10}{6}+\frac{-4}{3}=\frac{2}{3}+\frac{-5}{3}+\frac{-4}{3}=\frac{2+(-5)+(-4)}{3}=\frac{-7}{3}$

$b)\ \frac{7}{3}-\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=\frac{14}{6}-\frac{5}{6}-\frac{4}{6}=\frac{14-5-4}{6}=\frac{5}{6}$

$c)\ \frac{5}{8}-\frac{3}{4}+\frac{15}{6}=\frac{5}{8}-\frac{3}{4}+\frac{5}{2}=\frac{5}{8}-\frac{6}{8}+\frac{20}{8}=\frac{5-6+20}{8}=\frac{19}{8}$

$d)\ \frac{7}{3}-\left(\frac{-1}{4}-\frac{5}{12}\right)=\frac{7}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{12}=\frac{28}{12}+\frac{3}{12}+\frac{5}{12}=\frac{36}{12}=3$

Bài toán 3. Thực hiện phép tính một cách hợp lí

Phương pháp giải

Ta có thể sử dụng các tính chất của phép cộng số hữu tỉ để tính hợp lí (nếu có thể).

Bước 1. Áp dụng tính chất giao hoán, tính chất kết hợp của số hữu tỉ để nhóm các số hạng.

Bước 2. Thực hiện cộng, trừ số hữu tỉ.

Ví dụ. Thực hiện phép tính (hợp lí nếu có thể):

$A=\left(-\frac{24}{11}\right)+\left(-\frac{19}{13}\right)+\frac{2}{11}+\left(-\frac{20}{13}\right)$

Hướng dẫn giải

Bước 1. $A=\left(-\frac{24}{11}+\frac{2}{11}\right)+\left(\frac{-19}{13}-\frac{20}{13}\right)$

Bước 2. $A=\frac{-24+2}{11}+\frac{-19+(-20)}{13}=\frac{-22}{11}+\frac{-39}{13}$

$A=-2+(-3)=-5$

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Thực hiện phép tính (hợp lí nếu có thể):

a) $\left(-\frac{25}{13}\right)+\left(-\frac{9}{17}\right)+\frac{12}{13}+\left(-\frac{25}{17}\right)$

b) $\frac{2}{3}+\frac{-1}{-4}+\frac{1}{21}+\frac{1}{12}$

Hướng dẫn giải

$a)\left(-\frac{25}{13}\right)+\left(-\frac{9}{17}\right)+\frac{12}{13}+\left(-\frac{25}{17}\right)=\left(-\frac{25}{13}+\frac{12}{13}\right)+\left(-\frac{9}{17}-\frac{25}{17}\right)$

$=\frac{-25+12}{13}+\frac{-9+(-25)}{17}=\frac{-13}{13}+\frac{-34}{17}=-1+(-2)=-3$

$b)\ \frac{2}{3}+\frac{-1}{-4}+\frac{1}{21}+\frac{1}{12}=\left(\frac{2}{3}+\frac{-1}{-4}+\frac{1}{12}\right)+\frac{1}{21}=\frac{8+3+1}{12}+\frac{1}{21}=1+\frac{1}{21}=\frac{22}{21}$

Bài tập tự luyện dạng 1

Chọn đáp án đúng nhất từ câu 1 đến câu 7.

Câu 1: Kết quả của phép tính $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}$ là:

A. $\frac{19}{15}$ **B.** $\frac{-9}{4}$ **C.** $-\frac{9}{16}$ **D.** $\frac{9}{16}$

Câu 2: Phép tính nào dưới đây có kết quả bằng $\frac{-11}{4}$?

A. $\frac{3}{4}+\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{3}{4}-\frac{7}{2}$ **C.** $\frac{-3}{4}+\frac{7}{2}$ **D.** $-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}$

Câu 3: Kết quả của phép tính $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ là:

A. $\frac{-7}{6}$ **B.** $\frac{7}{6}$ **C.** $-\frac{9}{16}$ **D.** $\frac{9}{16}$

Câu 4: Phép tính nào dưới đây có kết quả bằng $\frac{1}{6}$?

A. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{-1}{2}+\frac{2}{3}$ **D.** $-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}$

Câu 5: Giá trị của biểu thức $\frac{2}{5}+\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$ là:

A. $\frac{-33}{30}$ **B.** $\frac{-31}{30}$ **C.** $\frac{43}{30}$ **D.** $\frac{-43}{30}$

Câu 6: Số nào dưới đây là giá trị của biểu thức $B=\frac{2}{11}-\frac{5}{13}+\frac{9}{11}-\frac{8}{13}$?

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7: Kết luận nào đúng khi nói về giá trị của biểu thức $A=\frac{1}{3}-\left[\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)\right]$?

A. $A<0$ **B.** $A<1$ **C.** $A>2$ **D.** $A<2$

Câu 8: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{4}-\frac{7}{6}$ c) $\frac{19}{2}-\frac{5}{6}$

d) $\frac{2}{3}-\frac{5}{6}+\frac{1}{12}$ e) $\frac{3}{4}+\frac{3}{16}-\frac{1}{2}$ f) $\frac{2}{5}-\frac{4}{7}+\frac{1}{2}$

Câu 9: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A=\frac{-1}{21}+\frac{-1}{28}$ b) $B=\frac{-8}{18}-\frac{15}{27}$ c) $C=\frac{-5}{12}+0,75$ d) $D=3,5-\left(\frac{-2}{7}\right)$

Câu 10: Thực hiện phép tính (hợp lí có thể):

a) $\frac{5}{6}+\frac{6}{7}-\frac{1}{6}+\frac{7}{3}$ b) $1\frac{2}{3}+0,25-\frac{8}{3}-\frac{7}{4}+\frac{3}{2}$

Dạng 2: Viết một số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai số hữu tỉ

Phương pháp giải

Để viết một số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai số hữu tỉ, ta thường thực hiện các bước sau:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương.

Bước 2. Viết tử của phân số thành tổng hoặc thành hiệu của hai số nguyên.

Ví dụ. Tìm hai cách viết số hữu tỉ $\frac{4}{-17}$ dưới dạng tổng của hai số hữu tỉ âm.

Hướng dẫn giải

Bước 1. Ta có $\frac{4}{-17}=\frac{-4}{17}$

Bước 2. Ta có $-4=-1+(-3)=-2+(-2)$ nên

$$\frac{4}{-17}=\frac{-1+(-3)}{17}=\frac{-2+(-2)}{17}$$

Bước 3. "Tách" số hữu tỉ thành hai phân số có tử là các số nguyên tìm được.

Bước 3. $\frac{-4}{17}=\frac{-1}{17}+\frac{-3}{17}=\frac{-2}{17}+\frac{-2}{17}$

Bước 4. Rút gọn từng phân số (nếu có thể) và kết luận.

Bước 4. Vậy $\frac{-4}{17}=\frac{-1}{17}+\frac{-3}{17}$ hoặc $\frac{-4}{17}=\frac{-2}{17}+\frac{-2}{17}$

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Viết số hữu tỉ sau dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai số hữu tỉ khác:

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{1}{11}$ d) $\frac{1}{4}$

Hướng dẫn giải

$a)\frac{3}{8}=\frac{4-1}{8}=\frac{4}{8}-\frac{1}{8}=\frac{1}{2}-\frac{1}{8}$

$b)\frac{5}{12}=\frac{4+1}{12}=\frac{4}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$

$c)\frac{1}{11}=\frac{11-10}{11}=\frac{11}{11}-\frac{10}{11}=1-\frac{10}{11}$

$d)\frac{1}{4}=\frac{-3+4}{4}=\frac{-3}{4}+\frac{4}{4}=\frac{-3}{4}+1$

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Tìm hai số hữu tỉ có tổng là $\frac{5}{3}$.

Câu 2: Tìm hai số hữu tỉ có tổng là $\frac{4}{19}$.

Câu 3: Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-11}{15}$ dưới dạng tổng của hai số hữu tỉ âm.

Dạng 3: Tìm số hữu tỉ *x* thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải

Ta sử dụng quy tắc "chuyển vế" biến đổi số hạng tự do sang một vế, số hạng chứa *x* sang một vế khác.

Ví dụ. Tìm *x*, biết $\frac{16}{5}-x=\frac{4}{5}-\frac{3}{10}$

Hướng dẫn giải

Bước 1. Sử dụng quy tắc chuyển vế

$$\frac{16}{5}-x=\frac{4}{5}-\frac{3}{10}\Rightarrow x=\frac{16}{5}-\frac{4}{5}+\frac{3}{10}$$

Bước 2. Thực hiện tính toán để tìm *x*.

$$x=\frac{12}{5}+\frac{3}{10}=\frac{24}{10}+\frac{3}{10}=\frac{27}{10}$$

Bước 3. Kết luận.

Vậy $x=\frac{27}{10}$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm *x*, biết

$a)\ x+\frac{1}{5}=\frac{3}{7}$ $b)\ x-\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

$a)\ x+\frac{1}{5}=\frac{3}{7}\Rightarrow x=\frac{3}{7}-\frac{1}{5}=\frac{15}{35}-\frac{7}{35}=\frac{15-7}{35}=\frac{8}{35}$

Vậy $x=\frac{8}{35}$

$b)\ x-\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{2+3}{4}=\frac{5}{4}$

Vậy $x=\frac{5}{4}$

Ví dụ 2. Tìm x, biết

$a)\ \frac{1}{20}-\left(x-\frac{8}{5}\right)=\frac{1}{10};$ $b)\ \frac{11}{12}-\left(\frac{2}{5}+x\right)=\frac{2}{3}$

Hướng dẫn giải

$a)\ \frac{1}{20}-\left(x-\frac{8}{5}\right)=\frac{1}{10}$

$\Rightarrow x-\frac{8}{5}=\frac{1}{20}-\frac{1}{10}$

$\Rightarrow x-\frac{8}{5}=\frac{1}{20}-\frac{2}{20}$

$\Rightarrow x-\frac{8}{5}=\frac{-1}{20}$

$\Rightarrow x=\frac{8}{5}-\frac{1}{20}=\frac{32}{20}-\frac{1}{20}=\frac{31}{20}$

Vậy $x=\frac{31}{20}$

$b)\ \frac{11}{12}-\left(\frac{2}{5}+x\right)=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{2}{5}+x=\frac{11}{12}-\frac{2}{3}$

$\Rightarrow x=\frac{11}{12}-\frac{2}{5}-\frac{2}{3}$

$\Rightarrow x=\frac{55}{60}-\frac{24}{60}-\frac{40}{60}=\frac{55-24-40}{60}=\frac{-9}{60}=\frac{-3}{20}$

Vậy $x=\frac{-3}{20}$

Bài tập tự luyện dạng 3

Câu 1: Tìm x, biết

a) $x-\frac{3}{4}=\frac{2}{7}$ b) $\frac{2}{3}-x=\frac{7}{5}$ c) $x+\frac{1}{8}=\frac{-3}{4}$

Câu 2: Tìm x, biết

a) $x+\frac{1}{3}=\frac{3}{4}$ b) $x-\frac{2}{5}=\frac{5}{7}$ c) $x+\frac{1}{32}=\frac{3}{4}$

Câu 3: Tìm x, biết

a) $\frac{7}{4}-\left(x+\frac{5}{3}\right)=\frac{-12}{5}$ b) $x-\left[\frac{17}{2}-\left(\frac{-3}{7}+\frac{5}{3}\right)\right]=\frac{-1}{3}$ c) $\frac{9}{2}-\left[\frac{2}{3}-\left(x+\frac{7}{4}\right)\right]=\frac{-5}{4}$

Dạng 4: Tính tổng dãy số có quy luật

Phương pháp giải

Để tính tổng dãy số có quy luật ta cần tìm ra tính chất đặc trưng của từng số hạng trong tổng, từ đó biến đổi và thực hiện phép tính.

Bước 1. Ở ví dụ bên, ta thấy các giá trị ở tử không thay đổi và chúng đúng bằng hiệu hai thừa số ở

Ví dụ: Tính $S=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{2019.2020}$

Hướng dẫn giải

Bước 1. Tách mỗi số hạng của tổng

mẫu.

Mỗi số hạng đều có dạng $\frac{1}{n(n+1)}$

Do đó ta thực hiện tách các số hạng của tổng S theo công thức $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

Bước 2. Vì tổng sau khi tách có đặc điểm: các số hạng liên tiếp luôn đối nhau, nên ta dùng tính chất kết hợp để nhóm các số hạng. Khi đó các số hạng trong tổng được khử liên tiếp đến khi trong tổng chỉ còn số hạng đầu và số hạng cuối.

Tổng quát: Nếu trong tổng xuất hiện các số hạng dạng $\frac{k}{n(n+k)}$ thì ta tách các số hạng theo công thức sau: $\frac{k}{n(n+k)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}$.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tính nhanh

$a)\ A=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...+\frac{1}{19.21}$

$b)\ B=\frac{1}{99}-\frac{1}{99.98}-\frac{1}{98.97}-\frac{1}{97.96}.-...-\frac{1}{3.2}-\frac{1}{2.1}$

Hướng dẫn giải

$a)\ A=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...+\frac{1}{19.21}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+...+\frac{2}{19.21}\right)$

$=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+...+\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{21}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)+...+\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{19}\right)-\frac{1}{21}\right]=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{21}\right)=\frac{10}{21}$

Vậy $A=\frac{10}{21}$.

$b)\ B=\frac{1}{99}-\frac{1}{99.98}-\frac{1}{98.97}-\frac{1}{97.96}.-...-\frac{1}{3.2}-\frac{1}{2.1}=\frac{1}{99}-\left(\frac{1}{99.98}+\frac{1}{98.97}+\frac{1}{97.96}+...+\frac{1}{3.2}+\frac{1}{2.1}\right)$

$=\frac{1}{99}-\left(\frac{1}{2.1}+\frac{1}{3.2}+...+\frac{1}{97.96}+\frac{1}{98.97}+\frac{1}{99.98}\right)$

$=\frac{1}{99}-\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{96}-\frac{1}{97}+\frac{1}{97}-\frac{1}{98}+\frac{1}{98}-\frac{1}{99}\right)$

$\frac{1}{1.2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$;

$\frac{1}{2.3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$;

...

$\frac{1}{2019.2020}=\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}$.

Bước 2. Áp dụng tính chất kết hợp, nhóm các số hạng:

$S=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}$

$S=1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)+...+\left(\frac{1}{2019}-\frac{1}{2019}\right)-\frac{1}{2020}$

$S=1-\frac{1}{2020}=\frac{2019}{2020}$

$$=\frac{1}{99}-\left(1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)+...+\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{98}\right)-\frac{1}{99}\right)=\frac{1}{99}-\left(1-\frac{1}{99}\right)=\frac{1}{99}-\frac{98}{99}=\frac{-97}{99}$$

Vậy $B=\frac{-97}{99}$

Ví dụ 2. Tính $S=\frac{4}{1.5}+\frac{4}{5.9}+...+\frac{4}{92.96}+\frac{4}{96.100}$

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $\frac{k}{n(n+k)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}$ với $k=4$ ta có:

$$S=\frac{4}{1.5}+\frac{4}{5.9}+...+\frac{4}{96.100}=1-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{9}+...+\frac{1}{92}-\frac{1}{96}+\frac{1}{96}-\frac{1}{100}$$
$$=1+\left(-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)+...+\left(-\frac{1}{96}+\frac{1}{96}\right)-\frac{1}{100}=1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$$

Vậy $S=\frac{99}{100}$.

Bài tập tự luyện dạng 4

Câu 1: Tính giá trị biểu thức $S=\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}+\frac{1}{5.6}+...+\frac{1}{20.21}$.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức $B=\frac{1}{2.4}+\frac{1}{4.6}+\frac{1}{6.8}+...+\frac{1}{28.30}$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Thực hiện phép tính của hai hay nhiều số hữu tỉ

Câu 1: Chọn A.

Ta có: $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}=\frac{2.5}{15}+\frac{3.3}{15}=\frac{10}{15}+\frac{9}{15}=\frac{10+9}{15}=\frac{19}{15}$

Câu 2: Chọn B.

A. $\frac{3}{4}+\frac{7}{2}=\frac{3}{4}+\frac{14}{4}=\frac{17}{4}$;

B. $\frac{3}{4}-\frac{7}{2}=\frac{3}{4}-\frac{14}{4}=\frac{-11}{4}$;

C. $\frac{-3}{4}+\frac{7}{2}=\frac{-3}{4}+\frac{14}{4}=\frac{11}{4}$;

D. $-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}=\frac{-3}{4}+\frac{-14}{4}=\frac{-17}{4}$.

Câu 3: Chọn B.

$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}$.

Câu 4: Chọn C.

A. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}$;

B. $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=\frac{3}{6}-\frac{4}{6}=\frac{-1}{6}$;

C. $\frac{-1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{-3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{1}{6}$;

D. $-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=\frac{-3}{6}+\frac{-4}{6}=\frac{-7}{6}$.

Câu 5: Chọn D.

$$\frac{2}{5}+\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{2.6}{30}-\frac{10.4}{30}-\frac{15}{30}=\frac{12-40-15}{30}=\frac{-43}{30}$$

Câu 6: Chọn D.

$$B=\frac{2}{11}-\frac{5}{13}+\frac{9}{11}-\frac{8}{13}=\left(\frac{2}{11}+\frac{9}{11}\right)-\left(\frac{5}{13}+\frac{8}{13}\right)=\frac{11}{11}-\frac{13}{13}=1-1=0.$$

Vậy $B=0$.

Câu 7: Chọn C.

$$A=\frac{1}{3}-\left[\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)\right]=\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{4}-\frac{1}{4}-\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{3}-\left(\frac{-5-1}{4}-\frac{3}{8}\right)$$

$$=\frac{1}{3}-\left(\frac{-3}{2}-\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{3}+\frac{3}{2}+\frac{3}{8}=\frac{8+3.12+3.3}{24}=\frac{53}{24}=2\frac{5}{24}$$

Vậy $A>2$.

Câu 8:

$a)\ \frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{4}{6}+\frac{5}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

$b)\ \frac{1}{4}-\frac{7}{6}=\frac{3}{4.3}-\frac{7.2}{6.2}=\frac{-11}{12}$

$c)\ \frac{19}{2}-\frac{5}{6}=\frac{57}{2.3}-\frac{5}{6}=\frac{52}{6}=\frac{26}{3}$

$d)\ \frac{2}{3}-\frac{5}{6}+\frac{1}{12}=\frac{8}{12}-\frac{10}{12}+\frac{1}{12}=\frac{-1}{12}$

$e)\ \frac{3}{4}+\frac{3}{16}-\frac{1}{2}=\frac{12}{16}+\frac{3}{16}-\frac{8}{16}=\frac{7}{16}$

$f)\ \frac{2}{5}-\frac{4}{7}+\frac{1}{2}=\frac{28}{70}-\frac{40}{70}+\frac{35}{70}=\frac{23}{70}$

Câu 9:

$a)\ A=\frac{-1}{21}+\frac{-1}{28}=\frac{-1}{7.3}+\frac{-1}{7.4}=\frac{-4}{7.3.4}+\frac{-3}{7.3.4}=\frac{-1}{12}$

$a)\ B=\frac{-8}{18}-\frac{15}{27}=\frac{-8}{9.2}-\frac{-15}{9.3}=\frac{-24}{9.2.3}-\frac{30}{9.3.2}=-1$

$c)\ C=\frac{-5}{12}+0,75=\frac{-5}{4.3}+\frac{3}{4}=\frac{-5}{4.3}+\frac{9}{4.3}=\frac{1}{3}$

$c)\ D=3,5-\left(\frac{-2}{7}\right)=\frac{7}{2}+\frac{2}{7}=\frac{49}{14}+\frac{4}{14}=\frac{53}{14}$

Câu 10:

$$a)\ \frac{5}{6}+\frac{6}{7}-\frac{1}{6}+\frac{7}{3}=\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right)+\frac{6}{7}+\frac{7}{3}=\left(\frac{5-1}{6}\right)+\frac{6}{7}+\frac{7}{3}=\frac{2}{3}+\frac{6}{7}+\frac{7}{3}=\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\right)+\frac{6}{7}$$

$$=\left(\frac{2+7}{3}\right)+\frac{6}{7}=3+\frac{6}{7}=\frac{21}{7}+\frac{6}{7}=\frac{27}{7}$$

$$b)\ 1\frac{2}{3}+0,25-\frac{8}{3}-\frac{7}{4}+\frac{3}{2}=\left(\frac{5}{3}-\frac{8}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{7}{4}\right)+\frac{3}{2}=\frac{5-8}{3}+\frac{1-7}{4}+\frac{3}{2}$$

$$=\frac{-3}{3}+\frac{-6}{4}+\frac{3}{2}=-1-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=-1+\left(\frac{-3}{2}+\frac{3}{2}\right)=-1+0=-1$$

Dạng 2: Viết một số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai số hữu tỉ

Câu 1:

Ta có $\frac{5}{3}=\frac{4+1}{3}=\frac{4}{3}+\frac{1}{3}$. Vậy hai số đó là $\frac{4}{3}$ và $\frac{1}{3}$.

Câu 2:

Ta có $\frac{4}{19}=\frac{1+3}{19}=\frac{1}{19}+\frac{3}{19}$. Vậy hai số đó là $\frac{1}{19}$ và $\frac{3}{19}$.

Câu 3:

Ta có: $\frac{-11}{15}=\frac{-1+(-10)}{15}=\frac{-2+(-9)}{15}=\frac{-3+(-8)}{15}$

Vậy $\frac{-11}{15}=\frac{-1}{15}+\frac{-10}{15};\frac{-11}{15}=\frac{-2}{15}+\frac{-9}{15};\frac{-11}{15}=\frac{-3}{15}+\frac{-8}{15}$

Dạng 3. Tìm số hữu tỉ x thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 1:

$a)\ x-\frac{3}{4}=\frac{2}{7}$

$\Rightarrow x=\frac{2}{7}+\frac{3}{4}=\frac{8}{28}+\frac{21}{28}=\frac{29}{28}$

Vậy $x=\frac{29}{28}$

$b)\ \frac{2}{3}-x=\frac{7}{5}$

$\Rightarrow x=\frac{2}{3}-\frac{7}{5}=\frac{10}{15}-\frac{21}{15}=\frac{-11}{15}$

Vậy $x=\frac{-11}{15}$

$c)\ x+\frac{1}{8}=\frac{-3}{4}$

$\Rightarrow x=-\frac{3}{4}-\frac{1}{8}=-\frac{6}{8}-\frac{1}{8}=\frac{-7}{8}$

Vậy $x=\frac{-7}{8}$

Câu 2: Làm tương tự câu 1.

$a)\ x=\frac{5}{12};$ $b)\ x=\frac{39}{35};$ $c)\ x=\frac{23}{32}.$

Câu 3:

$a)\ \frac{7}{4}-\left(x+\frac{5}{3}\right)=\frac{-12}{5}$

$\Rightarrow x+\frac{5}{3}=\frac{7}{4}-\frac{-12}{5}$

$\Rightarrow x=\frac{7}{4}+\frac{12}{5}-\frac{5}{3}$

$=\frac{105+144-100}{60}=\frac{149}{60}$

Vậy $x=\frac{149}{60}$

$b)\ x-\left[\frac{17}{2}-\left(\frac{-3}{7}+\frac{5}{3}\right)\right]=\frac{-1}{3}$

$\Rightarrow x=\frac{-1}{3}+\left[\frac{17}{2}-\left(\frac{-3}{7}+\frac{5}{3}\right)\right]$

$=\frac{-1}{3}+\left(\frac{17}{2}+\frac{3}{7}-\frac{5}{3}\right)$

$=\frac{-1}{3}+\frac{17}{2}+\frac{3}{7}-\frac{5}{3}$

$=\left(\frac{-1}{3}-\frac{5}{3}\right)+\frac{17}{2}+\frac{3}{7}$

$=-2+\frac{17}{2}+\frac{3}{7}$

$=\frac{-28+119+6}{14}=\frac{97}{14}$

Vậy $x=\frac{97}{14}.$

$c)\ \frac{9}{2}-\left[\frac{2}{3}-\left(x+\frac{7}{4}\right)\right]=\frac{-5}{4}$

$\frac{9}{2}-\frac{2}{3}+\left(x+\frac{7}{4}\right)=\frac{-5}{4}$

$\frac{9}{2}-\frac{2}{3}+x+\frac{7}{4}=\frac{-5}{4}$

$x=\frac{-5}{4}-\frac{9}{2}+\frac{2}{3}-\frac{7}{4}$

$x=\left(\frac{-5}{4}-\frac{7}{4}\right)-\frac{9}{2}+\frac{2}{3}$

$x=\frac{-12}{4}-\frac{9}{2}+\frac{2}{3}$

$x=\frac{-18-27+4}{6}$

$x=-\frac{41}{6}$

Vậy $x=-\frac{41}{6}.$

Dạng 4. Tính tổng dãy số có quy luật

Câu 1:

Ta có: $A=\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}+\frac{1}{5.6}+...+\frac{1}{20.21}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+...+\frac{1}{20}-\frac{1}{21}=\frac{1}{3}-\frac{1}{21}=\frac{2}{7}$

Câu 2:

Ta có: $B=\frac{1}{2.4}+\frac{1}{4.6}+\frac{1}{6.8}+...+\frac{1}{28.30}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+...+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{28}-\frac{1}{30}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{30}\right)=\frac{7}{30}$