

CHƯƠNG VI. TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ.

Bài 1. TỈ LỆ THỨC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tỉ lệ thức.

Ví dụ 1:

- Bạn An có 3 quyển vở, bạn Hà có 7 quyển vở. Viết tỉ số về số vở của bạn An và bạn Hà.
- Bạn Bình có 6 chiếc bút chì màu, bạn Minh có 14 chiếc bút chì màu. Viết tỉ số về số bút chì màu của bạn Bình và bạn Minh.
- So sánh hai tỉ số trên.

Khi đó người ta nói rằng $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$ gọi là 1 tỉ lệ thức.

Kết luận:

- Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết dưới dạng $a:b = c:d$.

Ví dụ 2: Hai tỉ số $10:15$ và $\frac{2}{7}:\frac{3}{7}$ có lập thành 1 tỉ lệ thức không?

$$\text{Ta có } 10:15 = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \quad \text{còn } \frac{2}{7}:\frac{3}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Do đó ta có tỉ lệ thức } 10:15 = \frac{2}{7}:\frac{3}{7}.$$

2) Tính chất của tỉ lệ thức.

Ví dụ 3: Cho tỉ lệ thức $\frac{-2}{5} = \frac{4}{-10}$

Ta có các tích chéo là

$$(-2) \cdot (-10) = 20 \quad \text{và} \quad 5 \cdot 4 = 20$$

Khi đó ta có hai tích chéo bằng nhau $(-2) \cdot (-10) = 5 \cdot 4$

Kết luận:

- Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $a \cdot d = b \cdot c$.
- Ngược lại nếu $a \cdot d = b \cdot c$ thì ta sẽ suy ra được 4 tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{c} = \frac{d}{b} \quad \frac{a}{d} = \frac{c}{b} \quad \frac{b}{c} = \frac{d}{a} \quad \frac{b}{d} = \frac{c}{a}$$

Ví dụ 4: Tìm x từ các tỉ lệ thức sau $\frac{x}{6} = \frac{5}{3}$.

$$\text{Từ } \frac{x}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3 \cdot x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{3} = 10. \text{ Vậy } x = 10$$

Ví dụ 5: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức $1 \cdot (-6) = 2 \cdot (-3)$

Từ đẳng thức $1 \cdot (-6) = 2 \cdot (-3)$ ta được các tỉ lệ thức sau

$$\frac{1}{2} = \frac{-3}{-6} \quad \frac{1}{-3} = \frac{2}{-6} \quad \frac{-6}{2} = \frac{-3}{1} \quad \frac{-6}{-3} = \frac{2}{1}$$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $3.4 = 1.12$.

Bài 2: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $2.10 = 4.5$.

Bài 3: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $2.9 = (-3).(-6)$.

Bài 4: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $22.(-3) = -11.6$.

Dạng 2. Tìm x trong các tỉ lệ thức.

Bài 1: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{x}{6} = \frac{7}{3} & 2) \frac{x}{8} = \frac{7}{4} & 3) \frac{x}{20} = \frac{4}{5} & 4) \frac{x}{15} = \frac{8}{21} \\ 5) \frac{15}{x} = \frac{10}{4} & 6) \frac{3}{x} = \frac{27}{18} & 7) \frac{3}{5} = \frac{x}{4} & 8) \frac{6}{5} = \frac{1}{x} \end{array}$$

Bài 2: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{x}{6} = \frac{-1}{2} & 2) \frac{x}{14} = \frac{-1}{2} & 3) \frac{x}{-3} = \frac{-15}{9} & 4) \frac{x}{-6} = \frac{-8}{15} \\ 5) \frac{15}{x} = \frac{-9}{6} & 6) \frac{9}{x} = \frac{-25}{12} & 7) \frac{-1}{-5} = \frac{x}{-3} & 8) \frac{-7}{2} = \frac{4}{-x} \end{array}$$

Bài 3: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

$$\begin{array}{llll} 1) x:8 = 5:4 & 2) x:4 = 3:10 & 3) 6:27 = x:72 & 4) -3:7 = -x:21 \\ 5) 20:x = -12:15 & 6) -15:35 = 27:x & 7) -8:5 = -x:3 & 8) -1:(-x) = 7:6 \end{array}$$

Bài 4: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{x}{26} = \frac{-3}{6,5} & 2) \frac{x}{27} = \frac{-2}{3,6} & 3) \frac{x}{3,5} = \frac{-2}{0,7} & 4) \frac{x}{3,15} = \frac{0,15}{7,2} \\ 5) \frac{-2,6}{x} = \frac{-12}{42} & 6) \frac{2,5}{x} = \frac{4,7}{12,1} & & \end{array}$$

Bài 5: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{3}{5}:x = 2:\frac{14}{3} & 2) x:\frac{1}{3} = \frac{12}{99}:\frac{15}{90} & 3) \frac{1}{3}:x = 1\frac{2}{3}:\frac{5}{2} & 4) \frac{2}{7}:x = 1\frac{5}{6}:\frac{7}{12} \\ 5) 2\frac{2}{3}:x = 1\frac{7}{9}:2\frac{2}{3} & 6) 1\frac{1}{4}:x = 2\frac{1}{4}:1\frac{1}{3} & 7) 2\frac{2}{3}:x = 1\frac{7}{9}:0,2 & 8) \frac{4}{9}:x = 3\frac{1}{3}:2,25 \end{array}$$

Bài 6: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{3}{5}:x = 2:\frac{14}{3} & 2) x:\frac{1}{3} = \frac{12}{99}:\frac{15}{90} & 3) \frac{1}{3}:x = 1\frac{2}{3}:\frac{5}{2} & 4) \frac{2}{7}:x = 1\frac{5}{6}:\frac{7}{12} \\ 5) 2\frac{2}{3}:x = 1\frac{7}{9}:2\frac{2}{3} & 6) 1\frac{1}{4}:x = 2\frac{1}{4}:1\frac{1}{3} & 7) 2\frac{2}{3}:x = 1\frac{7}{9}:0,2 & 8) \frac{4}{9}:x = 3\frac{1}{3}:2,25 \end{array}$$

Bài 7: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x-1}{4} = \frac{1}{2}$

2) $\frac{x-2}{10} = \frac{3}{15}$

3) $\frac{x-7}{16} = \frac{9}{24}$

4) $\frac{-3}{x-2} = \frac{4}{5}$

5) $\frac{x-7}{12} = \frac{-12}{16}$

6) $\frac{49}{x-3} = \frac{7}{-2}$

7) $\frac{15}{2x-1} = \frac{5}{3}$

8) $\frac{2x+1}{-3} = \frac{-7}{11}$

Bài 8: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{3}{5} = \frac{2x}{10}$

2) $\frac{3x}{10} = \frac{9}{15}$

3) $\frac{3x}{20} = \frac{-3}{4}$

4) $\frac{2x}{49} = \frac{-2}{7}$

Bài 9: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x}{5} = \frac{20}{x}$

2) $\frac{x}{-15} = \frac{-60}{x}$

3) $\frac{x}{-25} = \frac{-121}{x}$

4) $\frac{-x}{2} = \frac{18}{x}$

Bài 10: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x-1}{3} = \frac{27}{x-1}$

2) $\frac{x-2}{2} = \frac{8}{x-2}$

3) $\frac{x-2}{12} = \frac{3}{x-2}$

4) $\frac{x+2}{2} = \frac{8}{x+2}$

5) $\frac{x+4}{20} = \frac{5}{x+4}$

6) $\frac{x+1}{3} = \frac{27}{x+1}$

7) $\frac{x-1}{-15} = \frac{-60}{x-1}$

8) $\frac{x-1}{15} = \frac{60}{x-1}$

9) $\frac{2x-1}{4} = \frac{4}{2x-1}$

10) $\frac{2x-1}{27} = \frac{3}{2x-1}$

Bài 11: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{4}{x} = \frac{8}{x+1}$

2) $\frac{6}{x-3} = \frac{7}{x-5}$

3) $\frac{4-x}{3} = \frac{x-2}{5}$

4) $\frac{x-1}{x+5} = \frac{6}{7}$

5) $\frac{x-3}{x+5} = \frac{5}{7}$

6) $\frac{x}{x+16} = \frac{7}{35}$

7) $\frac{x-3}{5} = \frac{5-2x}{11}$

8) $\frac{7x+1}{4} = \frac{2x-9}{3}$

Bài 12: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x}{x+1} = \frac{x+5}{x+7}$

2) $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-2}{x+3}$

3) $\frac{x+7}{x+4} = \frac{x-1}{x-2}$

4) $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x+4}{x+7}$

5) $\frac{2x-18}{2x+4} = \frac{2x-17}{2x+16}$

6) $\frac{2x+3}{5x+2} = \frac{4x+5}{10x+2}$

Bài 2. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau.

Ví dụ 1: Với tỉ lệ thức $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

$$\text{Ta thấy } \frac{2-4}{5-10} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5} \text{ hoặc } \frac{2+4}{5+10} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Như vậy } \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2+4}{5+10} = \frac{2-4}{5-10}$$

Kết luận:

$$\clubsuit \text{ Từ tỉ lệ thức } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ta suy ra } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}.$$

Ví dụ 2: Tìm hai số x, y biết $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$ và $x + y = 16$.

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có } \frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{5+3} = \frac{16}{8} = 2.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \cdot 2 = 10 \\ y = 3 \cdot 2 = 6 \end{cases}. \text{ Vậy } x = 10 \text{ và } y = 6.$$

2) Mở rộng tính chất cho dãy tỉ số bằng nhau.

$$\clubsuit \text{ Từ dãy tỉ số bằng nhau } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c-e}{b-d-f}.$$

$$\clubsuit \text{ Với dãy tỉ số } \frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p} \text{ ta có thể viết } a:b:c = m:n:p \text{ (nói } a, b, c \text{ tỉ lệ với } m, n, p)$$

Ví dụ 4: Tìm ba số x, y, z biết $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + y - z = 2$.

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y-z}{2+3-4} = \frac{2}{1} = 2.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \cdot 2 = 4 \\ y = 3 \cdot 2 = 6 \\ z = 4 \cdot 2 = 8 \end{cases}. \text{ Vậy } x = 4, y = 6 \text{ và } z = 8.$$

Ví dụ 5: Tính số học sinh tiên tiến của 3 lớp 7A, 7B, 7C biết rằng số học sinh tiên tiến của ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ với 6; 5; 4 và tổng số học sinh tiên tiến của 3 lớp là 45 em.

Gọi số học sinh tiên tiến của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}$)

$$\text{Ta có } \frac{a}{6} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4} \text{ và } a + b + c = 45.$$

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có } \frac{a}{6} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{6+5+4} = \frac{45}{15} = 3.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 6 \cdot 3 = 18 \\ b = 5 \cdot 3 = 15 \\ c = 4 \cdot 3 = 12 \end{cases}.$$

Số học sinh tiên tiến của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 18; 15; 12 học sinh.

Ví dụ 6: Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của Đội, Biết rằng số giấy vụn thu được của ba chi đội 7A, 7B, 7C tỉ lệ với 9; 8; 7. Biết rằng tổng số giấy vụn của lớp 7A và 7B hơn lớp 7C là 72kg. Hãy tính số giấy vụn thu được của mỗi chi đội.

Gọi số giấy vụn thu được của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là a, b, c ($a, b, c > 0$)

Ta có $\frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{7}$ và $a + b - c = 72$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a}{9} = \frac{b}{8} = \frac{c}{7} = \frac{a+b-c}{9+8-7} = \frac{72}{10} = 7,2$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 9.7,2 = 64,8 \\ b = 8.7,2 = 57,6 \\ c = 7.7,2 = 50,4 \end{cases}$$

Số giấy vụn thu được của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 64,8kg; 57,6kg; 50,4kg.

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Tìm x, y, z

Bài 1: Tìm x, y biết:

- | | | |
|--|--|---|
| 1) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $x - y = 9$ | 2) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 32$ | 3) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 24$ |
| 4) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x - y = 22$ | 5) $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$ và $x - y = 20$ | 6) $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 36$ |
| 7) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $x + y = 28$ | 8) $\frac{x}{7} = \frac{y}{4}$ và $y - x = 12$ | 9) $\frac{x}{3} = \frac{y}{-2}$ và $x - y = 10$ |

Bài 2: Tìm x, y biết:

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $\frac{x}{y} = \frac{8}{5}$ và $x - y = 12$ | 2) $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ và $x - y = 12$ | 3) $\frac{7}{5} = \frac{y}{x}$ và $x + y = -36$ |
| 4) $\frac{x}{y} = \frac{9}{10}$ và $y - x = 120$ | 5) $\frac{x}{y} = \frac{3}{7}$ và $x - y = 16$ | 6) $\frac{x}{y} = \frac{2}{-5}$ và $x - y = -7$ |
| 7) $\frac{5}{2} = \frac{y}{x}$ và $x + y = -21$ | 8) $\frac{x}{y} = \frac{-2}{3}$ và $x + y = -4$ | 9) $\frac{x}{y} = \frac{7}{3}$ và $x - 42 = y$ |

Bài 3: Tìm x, y biết:

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1) $3x = 4y$ và $y - x = 5$ | 2) $2x = 3y$ và $x + y = 90$ | 3) $5x = 3y$ và $x - y = 10$ |
| | | 6) $7x = 4y$ và |
| 4) $5x = 8y$ và $x - y = 12$ | 5) $2x = 5y$ và $y - x = 12$ | $x - y = -21$ |

Bài 4: Tìm x, y, z biết:

- | | |
|--|---|
| 1) $\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$ và $y - x = 48$ | 2) $\frac{x}{4} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15}$ và $y - x = 4$ |
| 3) $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{2}$ và $x + y - z = 21$ | 4) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + y + z = 270$ |
| 5) $\frac{x}{30} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6}$ và $x + y + z = 92$ | 6) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $4.y - 3.x = 12$ |

$$7) \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \text{ và } 3y - 2z = 99$$

$$9) \frac{x}{-3} = \frac{y}{-5} = \frac{z}{-4} \text{ và } 3z - 2x = 36$$

$$11) \frac{x}{3} = \frac{y}{8} = \frac{z}{5} \text{ và } 2x + y - 2z = 12$$

$$13) \frac{x}{3} = \frac{y}{8} = \frac{z}{5} \text{ và } 2x + 3y - z = 50$$

$$15) \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \text{ và } 2x + 3y - z = -14$$

$$8) \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-4} \text{ và } 3x - 2z = 28$$

$$10) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{8} \text{ và } 2x - 3y = -18$$

$$12) \frac{x}{7} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} \text{ và } x - 3y + 3z = 24$$

$$14) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ và } x - 2y + 3z = 30$$

$$16) \frac{x}{8} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{12} \text{ và } -3x + 10y - 2z = 236$$

Bài 5: Tìm x, y, z biết:

$$1) x : y : z = 1 : 2 : 3 \text{ và } 4x - 3y + 2z = 36$$

$$3) x : y : z = 3 : 5 : 7 \text{ và } 2x + 3y - 2z = 42$$

$$5) x : y : (-z) = 3 : 8 : 5 \text{ và } 4x + 3y + 2z = 52$$

$$2) x : y : z = 4 : 3 : 9 \text{ và } x - 3y + 4z = 62$$

$$4) x : y : z = 2 : 3 : 4 \text{ và } x + 2y - 3z = -20$$

$$6) x : y : z = 3 : 5 : (-2) \text{ và } 5x - y + 3z = 12$$

Bài 6: Tìm x, y, z biết:

$$1) 2x = 3y = 5z \text{ và } x + y - z = 19$$

$$3) 2x = 3y = 4z \text{ và } x - y + z = 35$$

$$5) 20x = 15y = 12z \text{ và } x - y + z = 12$$

$$2) 2x = 3y = 5z \text{ và } x + y - z = 95$$

$$4) 2x = 5y = 3z \text{ và } x + y - z = -44$$

$$6) 3x = 4y = 5z \text{ và } x - (y + z) = -21$$

Bài 7: Tìm x, y, z biết:

$$1) \frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} = \frac{4z}{5} \text{ và } x + y + z = 49$$

$$3) \frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y = \frac{6}{7}z \text{ và } x + y + z = -45$$

$$5) \frac{2}{3}x = \frac{1}{2}y = \frac{3}{5}z \text{ và } x + y + z = -74$$

$$2) \frac{6}{11}x = \frac{9}{2}y = \frac{18}{5}z \text{ và } -x + z = -196$$

$$4) \frac{6}{11}x = \frac{9}{2}y = \frac{18}{5}z \text{ và } -x + y + z = -120$$

$$6) \frac{2x}{5} = \frac{4y}{3} = \frac{3z}{10} \text{ và } x + y + z = 39,5$$

Bài 8: Tìm x, y, z biết:

$$1) \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ và } x + y + z = 5$$

$$3) \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ và } x + y - z = 10$$

$$5) \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \text{ và } x + y + z = -37$$

$$2) \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ và } x - y - z = 38$$

$$4) \frac{x}{5} = \frac{y}{6}; \frac{y}{8} = \frac{z}{7} \text{ và } x + y - z = 69$$

$$6) \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \text{ và } x - y + z = -49$$

Bài 9: Tìm x, y, z biết:

$$1) 3x = 2y; 7y = 5z \text{ và } x - y + z = 32$$

$$3) 9x = 10y; 3z = 4y \text{ và } x - y + z = 78$$

$$2) 7x = 9y; 3y = 7z \text{ và } x - y + z = -15$$

$$4) 2x = 3y; 5y = 7z \text{ và } 3x - 7y + 5 = -30$$

Bài 10: Tìm x, y, z biết:

$$1) \frac{y}{3} = \frac{z}{5}; 4x = 3y \text{ và } 3x - z = 21$$

$$2) \frac{x}{3} = \frac{y}{4}; 3z = 5y \text{ và } 2x - 3y + z = 6$$

$$3) \frac{x}{3} = \frac{y}{5}; 3x = 4z \text{ và } x - y + 2z = -20.$$

$$4) \frac{x}{3} = \frac{y}{4}; 7y = 5z \text{ và } 2x + 3y - z = 186.$$

$$5) \frac{x}{10} = \frac{y}{5}; 3y = 2z \text{ và } 2x - 3y + 4z = 330$$

$$6) \frac{x}{5} = y; -2y = z \text{ và } -x - y + 2z = 160.$$

Bài 11: Tìm x, y, z biết:

$$1) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \text{ và } xy = 12$$

$$2) \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \text{ và } xy = 54$$

$$3) \frac{x}{2} = \frac{y}{5} \text{ và } xy = 10$$

$$4) \frac{x}{4} = \frac{y}{5} \text{ và } xy = 80$$

$$5) \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \text{ và}$$

$$x^2 - y^2 = -4$$

$$6) \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \text{ và}$$

$$x^2 + y^2 = 52$$

$$7) \frac{x}{3} = \frac{y}{7} \text{ và } x^2 - y^2 = -40$$

$$8) \frac{x}{-2} = \frac{y}{3} \text{ và } x^3 + y^3 = 19$$

Bài 12: Tìm x, y, z biết:

$$1) \frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5} \text{ và } x^2 - y^2 + z^2 = -60$$

$$2) \frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{3} \text{ và } x^2 + y^2 - z^2 = 585$$

$$3) \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ và } x^2 - y^2 + 2z^2 = 108$$

$$4) \frac{x}{3} = \frac{y}{8} = \frac{z}{5} \text{ và } 2x^2 - y^2 + z^2 = -21.$$

$$5) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ và } 5z^2 - 3x^2 - 2y^2 = 594$$

$$6) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ và}$$

$$2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$$

Bài 13: Tìm x, y, z biết:

$$1) \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{2} \text{ và } 3x + y - 2z = 18$$

$$2) \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+3}{5} \text{ và}$$

$$x + y + z = 18$$

$$3) \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5} \text{ và } x + y + z = 42$$

$$4) \frac{x+5}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{5} \text{ và}$$

$$x + y + z = 24$$

$$5) \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ và } x - 2y + 3z = 14$$

$$6) \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ và } 2x + 3y - z = 5$$

$$7) \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+5}{6} \text{ và } 2x + y - 4z = -1$$

$$8) \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+1}{5} \text{ và } 2x - 3y + z = 7$$

$$9) \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{7} \text{ và } 3x + 5y - 7z = 3$$

$$10) \frac{1+2x}{5} = \frac{3+y}{6} = \frac{2z-1}{7} \text{ và } 2x - y - z = -$$

Dạng 2. Chứng minh

Bài 1: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $b, d \neq 0$. Chứng minh

$$1) \frac{2a+3c}{2b+3d} = \frac{2a-3c}{2b-3d}$$

$$2) \frac{2a+5b}{3a-4b} = \frac{2c+5d}{3c-4d}$$

$$3) \frac{3a+5b}{6a-7b} = \frac{3c+5d}{6c-7d}$$

$$4) \frac{11a+3b}{11c+3d} = \frac{3a-11b}{3c-11d}$$

$$5) \frac{7a-4b}{3a+5b} = \frac{7c-4d}{3c+5d}$$

$$6) \frac{3a+5b}{2a-7b} = \frac{3c+5d}{2c-7d}$$

Bài 2: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $b, d \neq 0$. Chứng minh

1) $\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d}$

2) $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$

3) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

4) $\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d}$

5) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

Bài 3: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{ac}{bd}$

Bài 4: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{ad}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$

Bài 5: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^2 = \frac{ab}{cd}$

Bài 6: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2} = \frac{ab}{cd}$

Bài 7: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}$

Bài 8: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 9: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$. Chứng minh $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + d^2} = \frac{a}{d}$

Bài 10: Cho $b^2 = ac$. Chứng minh $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$

Bài 11: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$

Bài 12: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{c} = \frac{c}{d} = \frac{b}{d}$. Chứng minh $\frac{a^3 + c^3 - b^3}{c^3 + b^3 - d^3} = \frac{a}{d}$

Bài 13: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{a^2 + ac}{c^2 - ac} = \frac{b^2 + bd}{d^2 - bd}$

Bài 14: Cho dãy tỉ số $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$. Chứng minh $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Bài 15: Cho dãy tỉ số $\frac{a+5}{a-5} = \frac{b+6}{b-6}$. Chứng minh $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$.

Bài 16: Cho dãy tỉ số $\frac{u+2}{u-2} = \frac{v+2}{v-3}$. Chứng minh $\frac{u}{2} = \frac{v}{3}$.

Bài 17: Cho dãy tỉ số $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-2b}{c-2d}$. Chứng minh $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Bài 18: Cho dãy tỉ số $\frac{2a+13b}{3a-7b} = \frac{2c+13d}{3c-7d}$. Chứng minh $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Bài 19: Cho dãy tỉ số $\frac{a+2019}{a-2019} = \frac{b+2020}{b-2020}$. Chứng minh $\frac{a}{2019} = \frac{b}{2020}$.

Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau

1) $A = \frac{3a-2b}{2a-3b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$

2) $A = \frac{3a-b}{2a+13} - \frac{3b-a}{2b-13}$ với $a-b=13$

3) $A = \frac{2a-5b}{a-3b} - \frac{4a+b}{8a-2b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

4) $A = \frac{a+b}{b+c}$ với $\frac{b}{a} = 2, \frac{c}{b} = 3$

5) $A = \frac{3a-2b}{2a+5} + \frac{3b-a}{b-5}$ với $a-2b=5$

Bài 2: Cho $2a-b = \frac{2}{3}(a+b)$. Tính biểu thức $A = \frac{a^4+5^4}{b^4+4^4}$.

Bài 3: Cho $xyz=2, x+y+z=0$. Tính: $A=(x+y)(y+z)(z+x)$.

Bài 4: Cho $x, y, z \neq 0, x-y-z=0$. Tính: $A = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$.

Bài 5: Cho $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$. Tính $A = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right)$.

Bài 6: Cho dãy tỉ số $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$. Tính $A = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right)$.

Bài 7: Cho $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a}$. Tính $A = \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$.

Bài 8: Cho $\frac{3a+b+c}{a} = \frac{a+3b+c}{b} = \frac{a+b+3c}{c}$. Tính $A = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}$.

Bài 9: Cho dãy tỉ số $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{x+2y-3z}{x-2y+3z}$.

Bài 10: Cho dãy tỉ số $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{2x+3y-5z}{2x-3y+5z}$.

Bài 11: Cho dãy tỉ số $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$.

Bài 12: Cho $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3x-4y+5z}{x-2y+5z}$.

Dạng 4. Bài toán lập luận

Bài 1: Số học sinh lớp 7A, 7B của một trường tỉ lệ với 8 và 7. Biết số học sinh của lớp 7B ít hơn số học sinh của lớp 7A là 5 em. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Bài 2: Số học sinh ba khối 6; 7; 8 của một trường THCS tỉ lệ với các số 8; 6; 7. Biết rằng số học sinh khối 8 nhiều hơn số học sinh khối 7 là 15 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

Bài 3: Lớp 7A của một trường có số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình lần lượt tỉ lệ với 3; 7; 5. Biết rằng số học sinh Giỏi ít hơn số học sinh khá là 12 học sinh. Hỏi lớp 7A có bao nhiêu học sinh Giỏi, Khá, Trung bình.

Bài 4: Số học sinh 4 khối 6; 7; 8; 9. lần lượt tỉ lệ với 9; 8; 7; 6. Biết rằng số học sinh khối 9 ít hơn số học sinh khối 7 là 70 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

Bài 5: Tổng kết năm học, người ta thấy số học sinh giỏi của trường phân bố ở các khối lớp 6; 7; 8; 9. tỉ lệ với 11; 10; 9; 8. Tính số học sinh giỏi mỗi khối, biết khối 7 nhiều hơn khối 9 là 32 học sinh giỏi.

Bài 6: Hai lớp 7A và 7B lao động trồng cây. Biết số cây hai lớp trồng được tỉ lệ với 3; 5 và tổng số cây trồng được của hai lớp là 64 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp.

Bài 7: Ba lớp 7A, 7B, 7C đi lao động trồng cây xanh, số cây trồng được của ba lớp theo thứ tự lần lượt tỉ lệ với 3; 5; 8 và tổng số cây trồng được của ba lớp là 256 cây. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây.

Bài 8: Trong đợt quyên góp sách ủng hộ học sinh vùng lũ ở Sơn La vừa qua, số quyển sách quyên góp được của ba lớp 7A, 7B, 7C của trường THCS Kim Liên lần lượt tỉ lệ với 5; 4; 6. Biết tổng số sách của hai lớp 7A và 7B nhiều hơn số sách của lớp 7C là 90 quyển. Tính số quyển sách mà mỗi lớp đã quyên góp được.

Bài 9: Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của Đội, Ba lớp 7A, 7B, 7C đã thu được tổng cộng 126kg giấy vụn. Biết rằng số giấy vụn thu được của ba lớp lần lượt tỉ lệ với 6; 7; 8. Hãy tính số kg giấy vụn thu được của mỗi lớp.

Bài 10: Ba lớp 7A, 7B, 7C của một trường THCS cùng tham gia hưởng ứng tết trồng cây. Số cây ba lớp trồng được lần lượt tỉ lệ với các số 4; 5; 6 và lớp 7C trồng được nhiều hơn lớp 7A là 60 cây. Tính số cây trồng được của lớp 7B.

Bài 11: Ba lớp 7A, 7B, 7C của một trường THCS tham gia quyên góp truyện tặng thư viện. Số quyển truyện đem quyên góp của ba lớp lần lượt tỉ lệ với 5; 4; 6. Tính số quyển truyện mỗi lớp quyên góp biết tổng số quyển truyện đem quyên góp của lớp 7A và 7B là 180 quyển.

Bài 12: Trong đợt quyên góp đồng bào lũ lụt, số tiền ủng hộ của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với các số 5; 6; 9. Tính số tiền của mỗi lớp ủng hộ biết lớp 7B ủng hộ nhiều hơn lớp 7A là 35000 đồng.

Bài 13: Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của đội, ba lớp 7A₁, 7A₂, 7A₃ đã thu được tổng cộng 126kg giấy vụn. Biết rằng số giấy vụn thu được của ba lớp lần lượt tỉ lệ với 6; 7; 8. Hãy tính số kg giấy vụn mỗi lớp thu được.

Bài 14: Trong đợt phát động phòng trào “ Thu hồi Pin cũ” của một trường THCS A thu được 250 cục pin cũ thu được từ 4 khối lớp 6; 7; 8; 9. Biết rằng số pin cũ của các khối lớp 6; 7; 8; 9 lần lượt tỉ lệ với 9; 7; 5; 4. Hỏi mỗi khối đã nộp bao nhiêu cục pin.

Bài 15: Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ, ba lớp 7A, 7B, 7C có 130 học sinh tham gia, Mỗi học sinh lớp 7A thu được 2kg giấy vụn, mỗi học sinh lớp 7B thu được 3kg giấy vụn, mỗi học sinh lớp 7C thu được 4kg giấy. Hãy tính số học sinh của mỗi lớp tham gia trồng cây biết số giấy vụn của các lớp đều bằng nhau.

Bài 16: Ba bạn Bảo, Bình, Phát cùng góp giấy vụn để đổi cây xanh, biết số giấy vụn của ba bạn thu được tỉ lệ thuận với 3; 4; 5. Biết số giấy vụn của bạn Phát thu được nhiều hơn bạn Bảo là 0,5kg. Tính số giấy vụn của mỗi bạn?

Bài 17: Ba bạn An, Bích, Cường thi đua điểm tốt. Biết số hoa điểm tốt của ba bạn lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 4 và tổng số hoa của Bình và Cường nhiều hơn số hoa của An là 30 hoa. Tính số hoa điểm tốt của mỗi bạn.

Bài 18: Để có một ly nước chanh ngon, người ta pha các nguyên liệu gồm nước cốt chanh, nước đường 80% và nước lọc theo tỉ lệ 1; 4; 7. Để pha 1, 2 lít nước chanh theo công thức đó thì cần bao nhiêu lít nước cốt chanh và bao nhiêu lít nước đường 80%

Bài 19: Ba xưởng may cùng may một loại áo và dùng hết tổng số mét vải là $236m$, số áo may được của xưởng I và xưởng II tỉ lệ với 3 và 4, số áo may được của xưởng II và xưởng III tỉ lệ với 5 và 6. Hỏi mỗi xưởng đã may hết bao nhiêu mét vải ?

Bài 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm.

Ví dụ 1: Một chiếc xe ô tô đi với vận tốc $50\text{km} / \text{h}$.

Khi đó trên cùng một đoạn đường, thì hai đại lượng còn lại là quãng đường và thời gian.

Như vậy

1 giờ ô tô đi được 50km .

2 giờ ô tô đi được 100km .

x giờ thì ô tô đi được $100x(\text{km})$

Như vậy quãng đường và thời gian liên hệ với nhau bởi công thức $s = v.t = 100.t$

Khi đó quãng đường và thời gian gọi là tỉ lệ thuận với nhau.

Kết luận:

- ♣ Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = k.x$ (k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k .
- ♣ Khi ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số k thì ta sẽ có công thức $y = k.x$ và ngược lại.
- ♣ Khi đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì x cũng tỉ lệ thuận với y và ta nói hai đại lượng này tỉ lệ thuận với nhau.
- ♣ Nếu y tỉ lệ thuận với x thì ta có $y = kx \Rightarrow x = \frac{y}{k} = \frac{1}{k}.y$ hay ta có $x = \frac{1}{k}.y$ như vậy thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$.
- ♣ Đại lượng tỉ lệ thuận đại diện cho sự cùng tăng hoặc cùng giảm của hai hay nhiều đại lượng. Tuy nhiên không phải bất kì hai đối tượng nào cùng tăng hoặc cùng giảm đều là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Ví dụ 2: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x = 3$ thì $y = 15$.

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ k của y đối với x .

b) Tính giá trị của y khi $x = -5$.

a) Gọi k là hệ số tỉ lệ của y đối với x . Ta có $y = k.x$.

Vì khi $x = 3$ thì $y = 15$ nên $15 = k.3 \Rightarrow k = 5$.

Vậy hệ số tỉ lệ k của y đối với x là $k = 5$.

b) Ta có $y = 5.x$.

Khi $x = -5$ thì $y = 5.x = 5.(-5) = -25$

2) Tính chất.

- ♣ Nếu hai đại lượng x, y tỉ lệ thuận với nhau thì

Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ hoặc nghịch

đảo hệ số tỉ lệ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k$

Ví dụ 2: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x , còn y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y , biết $x_1 = 6, x_2 = -9, y_1 - y_2 = 10$. Tính y_1, y_2

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1}{6} = \frac{y_2}{-9}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được $\frac{y_1}{6} = \frac{y_2}{-9} = \frac{y_1 - y_2}{6 - (-9)} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

Vậy $y_1 = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4$ và $y_2 = -9 \cdot \frac{2}{3} = -6$.

Ví dụ 3: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận $x_1; x_2$ là hai giá trị khác nhau của x và $y_1; y_2$ là hai giá trị tương ứng của y . Tính $x_1; y_1; y_2$ biết $x_1 = 3y_1; 2y_1 - x_1 = -7$ và $x_2 = 45$.

Vì $x_1 = 3y_1 \Rightarrow \frac{x_1}{3} = \frac{y_1}{1}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{x_1}{3} = \frac{y_1}{1} = \frac{2y_1 - x_1}{2 - 3} = \frac{-7}{-1} = 7$

Nên $x_1 = 3 \cdot 7 = 21$ và $y_1 = 1 \cdot 7 = 7$.

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có:

$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \Rightarrow \frac{7}{21} = \frac{y_2}{45} \Rightarrow 21 \cdot y_2 = 7 \cdot 45 \Rightarrow y_2 = 15$.

Vậy $x_1 = 21, y_1 = 7$ và $y_2 = 15$.

Ví dụ 4: Dùng 8 máy thì tiêu thụ hết 70 lít xăng. Hỏi dùng 12 máy thì số xăng tiêu thụ là bao nhiêu?

Gọi x là số lít xăng mà 12 máy tiêu thụ.

Vì dùng 8 máy hết 70 lít xăng nên tỉ lệ giữa số máy và số lít xăng là $\frac{8}{70} = \frac{4}{35}$.

Mà số máy với số lít xăng tiêu thụ là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $\frac{4}{35} = \frac{12}{x}$

$\Rightarrow x = 105(l)$

Vậy với 12 máy thì số lít xăng tiêu thụ là 105(l)

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x = 5$ thì $y = 20$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và hãy biểu diễn y theo x .

b) Tính giá trị của x khi $y = -100$.

Bài 2: Biết 2 đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 4$

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x

b) Viết công thức biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x = 9; x = 15$

Bài 3: Biết 2 đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 10$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của x đối với y

b) Viết công thức biểu diễn x theo y

c) Tính giá trị của x khi $y=5$; $y=12$

Bài 4: Biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận và khi $x=6$ thì $y=4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x

b) Biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=10$.

Bài 5: Cho biết đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số k và khi $x=3$ thì $y=5$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k .

b) Viết công thức tính y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=4$; $x=9$.

Bài 6: Cho biết x , y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Khi $x=6$ thì $y=4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x

b) Hãy biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=9$; $x=15$.

Bài 7: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=20$ thì $y=12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của x khi $y=\frac{-1}{3}$.

Bài 8: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=6$ thì $y=4$

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn x theo y

b) Tính giá trị của y khi $x=12$, $x=-20$.

c) Tính giá trị của x khi $y=\frac{1}{6}$, $y=\frac{-2}{7}$.

Bài 9: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=5$ thì $y=3$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn x theo y

b) Tính giá trị của y khi $x=-15$, $x=10$.

c) Tính giá trị của x khi $y=\frac{1}{8}$, $y=\frac{-3}{4}$.

Bài 10: Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=4$ thì $y=-3$.

a) Tìm hệ số k của y đối với x rồi biểu diễn y theo x và x theo y

b) Tính giá trị của y khi $x=-8$, $x=20$, $x=-0,6$.

c) Tính giá trị của x khi $y=\frac{-1}{9}$, $y=\frac{3}{4}$.

Bài 11: Cho biết x , y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=3$ thì $y=-2,7$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của y khi $x=-2$ và tính giá trị của x khi $y=\frac{9}{10}$.

Bài 12: Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 7$ thì $y = 5$

- Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x
- Viết công thức biểu diễn y theo x
- Tính giá trị của y khi $x = -3$; $x = \frac{1}{2}$.

Bài 13: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x = 3$ thì $y = 6$.

- Viết công thức liên hệ giữa x và y
- Tính giá trị của y khi $x = -1$, $x = 24$, $x = \frac{-3}{2}$, $x = -\frac{7}{6}$.
- Tính giá trị của x khi $y = 4$, $y = 12$, $y = -26$, $y = \frac{4}{3}$.

Bài 14: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền số thích hợp vào ô trống :

x	2	5		-1,5	
y	6		-8		12

- y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?
- x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? Viết công thức ?
- Điền các số vào ô trống còn lại trong bảng trên.

Bài 15: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền số thích hợp vào ô trống:

x	-3	-1	1	2	5
y				-4	

- y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?
- x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 16: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền vào ô trống :

x	-2	-1	1	3	4
y		2			

- y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?
- x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 17: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền vào ô trống :

x	0,5	1		3	
y	-2		-8		-16

- y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?
- x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 18: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền vào ô trống :

x	-4	-2	-1		1
y	8			1	

- y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?
- x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 19: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận theo hệ số tỉ lệ -2

- a) Hãy biểu diễn y theo x
b) Điền số thích hợp vào ô trống:

x	-4		1		$-\frac{1}{2}$
y		$\frac{3}{2}$		-1	

Bài 20: Các giá trị tương ứng của t và s được cho trong bảng sau :

t	-2	-1	1	2	3
s	90	45	-45	-90	-135
$\frac{s}{t}$					

- a) Điền số thích hợp vào ô trống ?
b) Hai đại lượng s và t có tỉ lệ thuận với nhau không ? Nếu có hãy tìm hệ số tỉ lệ ?

Bài 21: Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k , và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ h .

Chứng minh rằng z cũng tỉ lệ thuận với x và tìm hệ số tỉ lệ.

Bài 22: Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $0,8$ và y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 5 . Chứng minh rằng x tỉ lệ thuận với z và tìm hệ số tỉ lệ.

Bài 23: Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 2 và z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{2}{3}$.

Chứng minh rằng y tỷ lệ thuận với z và tìm hệ số tỉ lệ

Bài 24: Biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k , x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ m .

Hỏi z có tỉ lệ thuận với y không?

Bài 25: Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là 7 và x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là $0,3$. Hỏi y và z có tỉ lệ thuận với nhau không ? Nếu có hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Dạng 2.

Bài 1: Hai bạn Long và Minh làm mút Dâu từ $3kg$ Dâu, theo công thức cứ $2kg$ dâu cần $3kg$ đường. Vậy Long và Minh cần bao nhiêu đường?

Bài 2: Cho biết 12 lít dầu hỏa nặng $14kg$. Hỏi với $16kg$ dầu hỏa có chứa hết vào can 13 lít không?

Bài 3: Một công nhân làm được 30 sản phẩm trong 45 phút. Hỏi trong 75 phút công nhân đó làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 4: Một công nhân làm được 20 dụng cụ trong 30 phút. Hỏi trong 75 phút người đó làm được bao nhiêu dụng cụ?

Bài 5: Cứ $100kg$ thóc thì cho $60kg$ gạo. Hỏi 3 thùng thóc thì cho bao nhiêu kg gạo, biết rằng mỗi thùng có $150kg$ thóc?

Dạng 3.

Bài 1: $\triangle ABC$ có số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với $1; 2; 3$. Tìm số đo mỗi góc của $\triangle ABC$.

Bài 2: Biết các cạnh của 1 tam giác tỉ lệ với 2; 3; 4 và chu vi của nó là 45cm . Tính các cạnh của tam giác đó?

Bài 3: Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ biết các cạnh tỉ lệ với 4; 5; 6 và chu vi của $\triangle ABC$ là 30cm .

Bài 4: Vàng trắng là hợp kim của Vàng, Niken và Platin. Khối lượng của chúng tỉ lệ với 7; 1; 2. Hỏi cần bao nhiêu gam Vàng, Niken và Platin để làm một cái vòng vàng trắng nặng 120 gam.

Bài 5: Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 3; 5; 7. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền lãi nếu tổng số tiền lãi là 450 triệu và được chia theo tỉ lệ trên?

Bài 6: Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 2; 3; 4. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền lãi nếu tổng số tiền lãi là 135 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với số tiền vốn góp?

Bài 7: Ba lớp 7A, 7B, 7C góp tiền nuôi heo đất để giúp các bạn có hoàn cảnh khó khăn. Tỉ lệ góp tiền của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 8; 9; 10. Biết số tiền đóng góp của lớp 7C nhiều hơn lớp 7A là 50000 đồng. Tính số tiền nuôi heo đất mỗi lớp đã góp?

Bài 8: Số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình của khối 7 lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 5. Tính số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình của khối 7 biết tổng số học sinh Khá và Trung bình là 128 em.

Bài 9: Số học sinh bốn khối 6; 7; 8; 9 của một trường THCS tỉ lệ với các số 6; 7; 8; 9. Biết rằng tổng số học sinh của bốn khối là 1050 học sinh. Tính số học sinh của mỗi khối.

Bài 10: Tổng kết năm học người ta thấy số học sinh giỏi của trường phân bố ở các khối lớp 6; 7; 8; 9 tỉ lệ thuận với 1,5; 1,1; 1,3; 1,2. Tính số học sinh giỏi ở mỗi khối biết rằng khối 8 có nhiều hơn khối 9 là 3 học sinh

Bài 11: Số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình của khối lớp 7 lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 5. Tính số học sinh Khá, Giỏi, Trung bình. Biết tổng số học sinh Khá và học sinh trung bình hơn số học sinh giỏi là 180 em.

Bài 12: Khối 7 của một trường THCS trong quận có 336 học sinh. Sau khi kiểm tra học kì I, số học sinh xếp thành 3 loại Giỏi, Khá, Trung bình. Biết số học sinh Giỏi, Khá và Trung bình lần lượt tỉ lệ với 4; 5; 7. Tính số học sinh mỗi loại của khối 7.

Bài 13: Bốn lớp 7A, 7B, 7C, 7D đi lao động trồng cây. Biết số cây trồng được của 4 lớp 7A, 7B, 7C, 7D lần lượt tỉ lệ với 3; 4; 5; 6 và lớp 7A trồng ít hơn lớp 7B là 5 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp?

Bài 14: Ba lớp 7A; 7B, 7C đi lao động trồng cây. Biết số cây trồng được của 3 lớp 7A; 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với 3; 4; 5 và tổng số cây của lớp 7A và 7C là 48 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp?

Bài 15: Ba lớp 7A; 7B, 7C đi lao động trồng cây xanh. Biết rằng số cây trồng được của mỗi lớp tỉ lệ với các số 3; 5; 8 và tổng số cây trồng được của mỗi lớp là 256 cây. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây?

Bài 16: Ba lớp 7A; 7B, 7C tham gia lao động trồng cây. Số cây mỗi lớp trồng được tỉ lệ với 5; 7; 8 và hai lần số cây của lớp 7A cộng với số cây của lớp 7B thì hơn số cây của lớp 7C là 360 cây. Tính số cây mỗi lớp trồng được.

Bài 17: Ba lớp 7A; 7B, 7C đóng góp cho chương trình “ Nụ cười hồng” được 432 cây đèn cầy. Biết rằng số cây đèn cầy của ba lớp 7A; 7B, 7C đã đóng góp tỉ lệ với 7; 3; 8. Hỏi mỗi lớp đã đóng góp bao nhiêu cây đèn?

Bài 18: Ba lớp 7A; 7B, 7C hưởng ứng phong trào “ Áo trắng tặng bạn”. Biết tổng số áo trắng của lớp 7B và 7C quyên góp nhiều hơn số áo lớp 7A quyên góp là 120 áo. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu chiếc áo trắng biết số áo trắng thu được của ba lớp 7A; 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với 3; 2; 5.

Bài 19: Bốn khối lớp 6; 7; 8; 9 của một trường góp lồng đèn cho ngày hội trung thu. Số lồng đèn khối lớp 6; 7; 8; 9 lần lượt tỉ lệ với 6; 8; 5; 7. Biết rằng số lồng đèn khối 7 góp được nhiều hơn số lồng đèn khối lớp 8 là 138 chiếc. Hỏi cả bốn khối đã góp được tất cả bao nhiêu chiếc lồng đèn?

Bài 21: Trong đợt phát động thi đua chào mừng ngày 20–11. Số hoa điểm tốt của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với 8; 9; 7. Tính xem mỗi lớp đạt được bao nhiêu hoa điểm tốt, biết rằng tổng số hoa điểm tốt của hai lớp 7A và 7B nhiều hơn số hoa điểm tốt của lớp 7C là 150 hoa điểm tốt.

Bài 22: Trong đợt thi đua chào mừng ngày 20–11, số hoa điểm tốt của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với 15; 17; 16. Tính số hoa điểm tốt của mỗi lớp biết rằng tổng số hoa điểm tốt của lớp 7B và 7C nhiều hơn số hoa điểm tốt lớp 7A là 270 điểm.

Bài 23: Trong một đợt thi đua chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20–11, Số hoa điểm tốt của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với các số 12; 10; 9. Biết rằng tổng số hoa điểm tốt của hai lớp 7B, 7C nhiều hơn lớp 7A là 140 bông. Hỏi mỗi lớp đạt được bao nhiêu bông hoa điểm tốt?

Bài 24: Ba lớp 7A₁, 7A₂, 7A₃ của một trường THCS cùng tham gia hưởng ứng tết trồng cây. Số cây ba lớp trồng được lần lượt tỉ lệ với các số 3; 5; 2. Tính số cây mỗi lớp trồng được? Biết rằng lớp 7A₁ trồng được ít hơn lớp 7A₂ là 50 cây.

Bài 25: Ba lớp 7A, 7B, 7C ủng hộ sách cho các bạn học sinh vùng lũ lụt miền Trung. Biết số quyển sách của ba lớp 7A, 7B, 7C ủng hộ lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 4 và tổng số sách của ba lớp ủng hộ được là 180 quyển. Hỏi mỗi lớp ủng hộ được bao nhiêu quyển sách?

Bài 26: Ba lớp 7A, 7B, 7C tham gia trồng cây. Biết số cây trồng của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 5 và số cây lớp 7A trồng được ít hơn số cây lớp 7C là 6 cây. Tìm số cây mỗi lớp đã trồng?

Bài 27: Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng tham gia lao động trồng cây. Biết số cây các lớp 7A, 7B, 7C trồng được tỉ lệ với các số 3; 5; 8 và hai lần số cây lớp 7A cộng với 4 lần số cây lớp 7B trồng được nhiều hơn số cây lớp 7C trồng được là 108 cây. Tính số cây mỗi lớp trồng được.

Bài 28: Ba lớp 7A, 7B, 7C trong đợt thu kế hoạch nhỏ của nhà trường đã thu gom được tổng cộng 525kg giấy vụn. Tìm số kg giấy vụn của mỗi lớp, biết rằng số kg giấy vụn của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt tỉ lệ với 7; 6; 8

Bài 29: Tại ngày hội đọc sách của trường. Ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ chuẩn bị một số sách truyện để giới thiệu, trưng bày. Biết số quyển sách, truyện của ba lớp lần lượt tỉ lệ với $3; 5; 7$. Tính số quyển sách của mỗi lớp biết lớp $7A$ chuẩn bị ít hơn lớp $7C$ là 28 quyển.

Bài 31: Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của Đội. Ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ thu được số giấy vụn tỉ lệ với $9; 7; 8$. Tổng số giấy vụn thu được của lớp $7A$ và $7B$ hơn lớp $7C$ là $72kg$ giấy vụn. Hãy tính số giấy vụn mỗi chi đội thu được.

Bài 32: Trong hội thi “ Văn hay chữ tốt” cả khối có 156 bạn tham gia. Biết rằng số bạn tham gia dự thi của lớp $7A$, $7B$, $7C$, $7D$ lần lượt tỉ lệ với $8; 10; 8; 12$. Em hãy tính số bạn tham gia hội thi của mỗi lớp nói trên.

Bài 33: Tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ “ Đàn dân tộc” của ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ là 90 học sinh. Biết số học sinh tham gia câu lạc bộ của mỗi lớp $7A$, $7B$, $7C$ lần lượt tỉ lệ với $16; 15; 14$. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh tham gia câu lạc bộ trên?

Bài 34: Ba bạn Hải, Lâm và Thanh tham gia ủng hộ đồng bào miền trung bị thiệt hại do mưa lũ với tổng số tiền là 650000 đồng. Biết số tiền của Hải, Lâm và Thanh tỉ lệ với $2; 5; 6$. Tính số tiền mỗi bạn tham gia ủng hộ.

Bài 35: Ba xưởng may cùng may một loại áo và dùng hết tất cả 420 mét vải. Số mét vải đã dùng của xưởng I, xưởng II và xưởng III lần lượt tỉ lệ với $16; 24; 20$. Tính số mét vải mà mỗi xưởng đã sử dụng?

Bài 36: Một phòng GD và ĐT đã thành lập 3 tổ công tác Văn, Toán và Anh. Số giáo viên trong 3 tổ lần lượt là $2; 4; 3$. Biết số giáo viên tổ Toán nhiều hơn tổ Anh là 16 người. Tính số giáo viên ở mỗi tổ công tác.

Bài 37: Một xí nghiệp gồm 3 đội sản xuất. Năng suất của 3 đội tỉ lệ nghịch với $2; 3; 4$. Biết rằng tổng sản phẩm trong 1 tuần của cả xí nghiệp là 130000 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi đội làm được trong tuần đó.

Bài 38: Chỉ tiêu đặt ra khi tham gia thi đấu các môn thể thao Seagames 30 của đoàn Việt Nam, Thailand và Philippines về số huy chương vàng tương ứng tỉ lệ với $1; 2; 3$. Trong dự kiến đó thì chủ nhà Philippines sẽ được nhiều hơn Thailand là 60 huy chương vàng. Hỏi đoàn Việt Nam dự kiến đạt bao nhiêu huy chương vàng tại Seagames 30. Và nếu muốn vượt đoàn Thailand thì đoàn Việt Nam cần phấn đấu thêm ít nhất bao nhiêu huy chương vàng so với dự kiến?

Bài 39: Đoàn thể thao Việt Nam tham gia thi đấu 43 môn tại Seagames 30 trong đó có bắn cung, đấu kiếm và vật. Biết rằng số vận động viên tham dự ba môn thi đấu trên tỉ lệ với $4; 6; 3$ và số vận động viên thi đấu vật ít hơn vận động viên thi đấu bắn cung là 4 vận động viên. Tính số vận động viên Việt Nam tham dự bắn cung, đấu kiếm và vật.

Bài 40: Ba công nhân có năng suất lao động tương ứng tỉ lệ với $3; 5; 7$. Tính tổng số tiền ba người được thưởng, nếu biết

a) Tổng số tiền của người thứ nhất và người thứ hai là 5,6 triệu

b) Số tiền thưởng của người thứ 3 nhiều hơn số tiền thưởng của người thứ nhất là 2 triệu.

Bài 41: Một huyện miền trung có ba kho lương thực A , B , C . Số gạo của các kho A , B , C lần lượt tỉ lệ với $2; 3; 4$. Tìm số gạo của mỗi kho lương thực, biết 3 lần số gạo của kho A

lớn hơn số gạo của kho C là 40 tấn. Hỏi nếu mỗi kho góp 20% số gạo hiện có để làm từ thiện, thì tổng số gạo từ thiện của ba kho góp được là bao nhiêu?

Bài 42: Học sinh khối lớp 7 đã quyên góp được một số sách cho thư viện. Lớp 7A có 37 học sinh. Lớp 7B có 37 học sinh và lớp 7C có 40 học sinh. Lớp 7D có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu quyển sách. Biết số sách quyên góp được tỉ lệ với số học sinh của mỗi lớp và lớp 7C góp nhiều hơn 7D là 8 quyển?

Bài 43: Học sinh ba lớp 7 cần phải chăm sóc 24 cây xanh. Lớp 7A có 24 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh và lớp 7C có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp cần phải chăm sóc bao nhiêu cây xanh biết số cây xanh tỉ lệ thuận với số học sinh.

Bài 44: Học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C cần phải chăm sóc 24 cây xanh. Lớp 7A có 32 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh, lớp 7C có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp cần phải chăm sóc bao nhiêu cây xanh biết số cây tỉ lệ thuận với số học sinh.

Bài 45: Học sinh của ba lớp 7 cần trồng và chăm sóc 27 cây xanh. Lớp 7A có 32 học sinh, 7B có 36 học sinh và 7C có 40 học sinh. Hỏi số cây mỗi lớp phải trồng và chăm sóc. Biết rằng số cây cần chăm sóc tỉ lệ với số học sinh?

Bài 46: Để hưởng ứng phong trào trồng cây bảo vệ môi trường, học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C đã trồng được 33 cây xanh. Lớp 7A có 40 học sinh, lớp 7B có 44 học sinh và lớp 7C có 48 học sinh. Hỏi mỗi lớp đã trồng được bao nhiêu cây xanh biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh.

Bài 47: Có ba máy bơm nước vào ba bể có thể tích bằng nhau (lúc đầu các bể đều không có nước). Mỗi giờ máy thứ nhất, máy thứ hai và máy thứ ba bơm được lần lượt là $6m^3$, $10m^3$, $9m^3$. Thời gian bơm đầy bể của máy thứ hai ít hơn máy thứ nhất là 2 giờ. Tính thời gian của từng máy để bơm đầy bể.

Bài 48: Mùa hè năm nay. Bố bạn Minh làm rượu nho từ những trái nho chín và đường. Theo công thức thì cứ 3,75kg nho sẽ cần 1,25kg đường. Bố bạn Minh bảo Minh đi chợ mua 6kg nho và đường. Hỏi Minh cần mua bao nhiêu kg đường để vừa đủ dùng cho việc ngâm rượu nho.

Bài 49: Trong dịp nghỉ hè vừa qua, ba bạn An, Phúc và Thịnh đi câu cá. Bạn An câu được 8 con cá, Phúc câu được 12 con và Thịnh câu được 10 con. Ba bạn mang ra chợ bán và đợc tổng là 180000 đồng và quyết định chia tiền theo số cá câu được của mỗi bạn. Hỏi mỗi bạn được bao nhiêu tiền?

Bài 50: Trong quý 3 năm 2019. Tại một siêu thị điện máy, người ta thấy số lượng ti vi bán ra của bốn nhân viên Nam, Khánh, Châu và Dũng như sau: Số lượng Ti vi Dũng bán được gấp 7 lần Nam, gấp Khánh 5 lần, gấp Châu 4 lần. Tổng cộng 4 người bán được 669 chiếc Ti vi. Hỏi số Ti vi mà Dũng bán được là bao nhiêu?

Bài 51: Ngày tết ông bà mừng tuổi cho hia chị em Mai và Lan 90000 đồng và bảo chia tỉ lệ theo số tuổi. Cho biết Mai 10 tuổi còn Lan 8 tuổi. Hỏi mỗi em được ông bà mừng tuổi bao nhiêu tiền.

Bài 52: Bốn lớp 7A, 7B, 7C, 7D trồng được 172 cây xung quanh vườn trường, Tính số cây của mỗi lớp biết rằng số cây lớp 7A và 7B tỉ lệ với 3 và 4, lớp 7B và 7C tỉ lệ với 5 và 6 còn 7C và 7D tỉ lệ với 8 và 9.

Bài 53: Ba lớp 7A, 7B, 7C của 1 trường được chăm sóc diện tích vườn trường là 95m² vuông, Diện tích nhận chăm sóc tỉ lệ thuận với số học sinh của lớp biết tỉ số học sinh của lớp 7A; 7B là 4; 3 tỉ số học sinh của lớp 7B và 7C là 6; 5. Tính diện tích vườn trường mà mỗi lớp chăm sóc.

Bài 54: Một lớp học có 35 học sinh gồm Giỏi, Khá và Trung Bình. Số học sinh Giỏi và Khá tỉ lệ với 2 và 3. Số học sinh Khá và Trung bình tỉ lệ với 4 và 5. Tính số học sinh mỗi loại.

Bài 55: Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của liên đội, ba lớp 7A, 7B, 7C thu được tất cả 346kg giấy vụn, Biết khối lượng giấy của hai lớp 7A, 7B tỉ lệ với 5; 4. Khối lượng giấy của lớp 7B bằng $\frac{6}{7}$ khối lượng giấy của lớp 7C. Hỏi mỗi lớp thu được bao nhiêu kg giấy vụn.

Bài 56: Ba lớp 7A, 7B, 7C trồng được tất cả 1020 cây xanh. Số cây trồng được của lớp 7B bằng $\frac{8}{9}$ số cây lớp 7A trồng được. Số cây lớp 7C trồng được bằng $\frac{17}{16}$ số cây lớp 7B trồng được. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây xanh.

Bài 57: Ba lớp 7 có 153 học sinh, số học sinh lớp 7B bằng $\frac{8}{9}$ số học sinh lớp 7A, số học sinh lớp 7C bằng $\frac{17}{16}$ số học sinh lớp 7B. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài 58: Ba lớp 7A, 7B, 7C trồng được 387 cây. Số cây của lớp 7A trồng được bằng $\frac{11}{5}$ số cây của lớp 7B trồng được. Số cây của lớp 7B trồng được bằng $\frac{35}{17}$ số cây lớp 7C trồng được. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây.

Bài 4. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm.

Ví dụ 1: Một chiếc xe ô tô đi trên đoạn đường dài 30 km

Khi đó thì hai đại lượng còn lại là vận tốc và thời gian

Như vậy

Ô tô đi với vận tốc 20 km/h thì thời gian đi là $t = \frac{30}{20} = 1,5\text{ h} = 1\text{ h } 30\text{ phút}$

Ô tô đi với vận tốc 40 km/h thì thời gian đi là $t = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}\text{ h} = 45\text{ phút}$.

Với vận tốc $x(\text{km/h})$ thì thời gian đi là $t = \frac{30}{x}\text{ h}$

Như vậy trên quãng đường 30 km thì vận tốc và thời gian liên hệ với nhau bởi công thức

$v = \frac{30}{t}(\text{km/h})$. Khi đó quãng đường và thời gian gọi là tỉ lệ nghịch với nhau.

Kết luận:

- ♣ Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ k
- ♣ Khi ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số k thì ta sẽ có công thức $y = \frac{k}{x}$ và ngược lại.
- ♣ Khi đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x thì x cũng tỉ lệ nghịch với y và ta nói hai đại lượng này tỉ lệ nghịch với nhau.
- ♣ Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số k thì ta có: $y = \frac{k}{x} \Rightarrow x = \frac{k}{y}$ như vậy thì x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ k .
- ♣ Đại lượng tỉ lệ nghịch đại diện cho việc một đại lượng tăng thì đại lượng kia giảm. Tuy nhiên không phải bất kì hai đại lượng nào có tính chất trên đều là đại lượng tỉ lệ nghịch.

Ví dụ 1: Cho biết x, y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 8$ thì $y = 15$

- a) Tìm hệ số tỉ lệ và biểu diễn y theo x
- b) Tính giá trị của y khi $x = 6, x = 10$.

a) Ta có $x.y = 8.15 = 120$ nên hệ số tỉ lệ k là 120 . Nên $x.y = 120 \Rightarrow y = \frac{120}{x}$.

b) Khi $x = 6$ thì $y = \frac{120}{6} = 20$. Khi $x = 10$ thì $y = \frac{120}{10} = 12$.

2) Tính chất.

- ♣ Nếu hai đại lượng x, y tỉ lệ nghịch với nhau thì tích số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ $x_1.y_1 = x_2.y_2 = x_3.y_3 = \dots = k$.

Ví dụ 2: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x . Gọi y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = 6, x_2 = -9, y_1 - y_2 = 10$. Tính y_1, y_2

Vì x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 \Rightarrow 6y_1 = -9y_2 \Rightarrow \frac{y_1}{-9} = \frac{y_2}{6}.$$

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được } \frac{y_1}{-9} = \frac{y_2}{6} = \frac{y_1 - y_2}{-9 - 6} = \frac{10}{-15} = \frac{-2}{3}.$$

$$\text{Vậy } y_1 = -9 \cdot \frac{-2}{3} = 6 \text{ và } y_2 = 6 \cdot \frac{-2}{3} = -4.$$

Ví dụ 3: Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y . với x_1, x_2 là hai giá trị bất kì của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y

a) Tính y_1, y_2 biết $2y_1 + 3y_2 = -26, x_1 = 3, x_2 = 2$.

b) Tính x_1, y_2 , biết $3x_1 - 2y_2 = 32, x_2 = -4, y_1 = -10$.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 \Rightarrow 3y_1 = 2y_2 \Rightarrow \frac{y_1}{2} = \frac{y_2}{3}$.

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có } \frac{y_1}{2} = \frac{y_2}{3} = \frac{2y_1 + 3y_2}{4 + 9} = \frac{-26}{13} = -2$$

$$\text{Vậy } y_1 = 2 \cdot (-2) = -4 \text{ và } y_2 = 3 \cdot (-2) = -6.$$

b) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 \Rightarrow x_1(-10) = (-4)y_2 \Rightarrow \frac{x_1}{-4} = \frac{y_2}{-10} \Rightarrow \frac{x_1}{4} = \frac{y_2}{10}.$$

$$\text{Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có } \frac{x_1}{4} = \frac{y_2}{10} = \frac{3x_1 - 2y_2}{12 - 20} = \frac{32}{-8} = -4$$

$$\text{Vậy } x_1 = 4 \cdot (-4) = -16 \text{ và } y = 10 \cdot (-4) = -40.$$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x = 7$ thì $y = 10$

a) Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của y khi $x = 5, x = 14$

Bài 2: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x = 2$ thì $y = -15$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và hãy biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của x khi $y = -10$.

Bài 3: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = -5$ thì $y = -12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của y khi $x = -10$ và giá trị của x khi $y = -15$.

Bài 4: Biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch và khi $x = 8$ thì $y = 15$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ.

b) Hãy biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x = 10$.

Bài 5: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 8$ thì $y = 5$.

- Tìm hệ số tỉ lệ.
- Biểu diễn y theo x
- Tìm giá trị của y khi $x = 10$.
- Tìm giá trị của x khi $y = 2$.

Bài 6: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x = 3$ thì $y = \frac{1}{6}$.

- Tìm tỉ lệ k của y đối với x
- Biểu diễn x theo y .
- Tính x khi $y = 1, y = 2, y = 5$.

Bài 7: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x = -3$ thì $y = 9$

- Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x
- Biểu diễn y theo x
- Tính giá trị của y khi $x = 3, x = -\frac{1}{3}$

Bài 8: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào bảng sau:

x	-2	10		15	
y	-15		-3		5

Bài 9: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, điền số thích hợp vào ô trống

x	0,5	-1,2			4
y			3	-2	1,5

Bài 10: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, điền số thích hợp vào ô trống

x	1	2,5			8
y		-4	-2,5	-2	

Bài 11: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, điền số thích hợp vào ô trống

x	-3		4	9	
y		-45		10	6

Bài 12: Cho ba đại lượng x, y, z hãy cho biết mối liên hệ giữa hai đại lượng x và z biết:

- x và y tỉ lệ nghịch, y và z cũng tỉ lệ nghịch.
- x và y tỉ lệ nghịch, y và z tỉ lệ thuận.
- x và y tỉ lệ thuận, y và z tỉ lệ nghịch.

Bài 13: Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ k , và x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số h , Hỏi?

- x có tỉ lệ nghịch với y không? Nếu có hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?
- y tỉ lệ nghịch hay thuận với z ? Nếu có hãy cho biết hệ số tỉ lệ?

Bài 14: Cho ba đại lượng x, y, z

- a) Biết đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x . Khi $x = 4$ thì $y = 8$. Hãy biểu diễn y theo x
- b) Biết z tỉ lệ nghịch với đại lượng y . Khi $y = 2$ thì $z = 3$. Hãy biểu diễn z theo y .
- c) Chứng tỏ rằng z tỉ lệ nghịch với x và biểu diễn z theo x

Bài 15: Biết y tỉ lệ thuận với x hệ số tỉ lệ là 3, x tỉ lệ nghịch với z hệ số tỉ lệ là 15.

Hỏi y tỉ lệ thuận hay nghịch với z ? Hệ số tỉ lệ?

Bài 16: Biết y tỉ lệ nghịch với x , hệ số tỉ lệ là a , x tỉ lệ nghịch với z hệ số tỉ lệ là b .

Hỏi y tỉ lệ thuận hay nghịch với z ? Hệ số tỉ lệ?

Dạng 2.

Bài 1: Cho biết 35 công nhân xây 1 ngôi nhà hết 168 ngày. Hỏi 28 công nhân xây ngôi nhà đó hết bao lâu?

Bài 2: Biết rằng 56 công nhân hoàn thành một công việc trong 21 ngày. Hỏi phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày? Biết năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau.

Bài 3: Cho biết 48 công nhân hoàn thành 1 công việc trong 21 ngày. Hỏi phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày (*Giả sử năng suất làm việc của mỗi người là như nhau*).

Bài 4: Cho biết 16 công nhân hoàn thành một công việc trong 36 ngày. Hỏi cần phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để có thể hoàn thành công việc đó trong 12 ngày.

Bài 5: 48 công nhân dự định hoàn thành công việc trong 12 ngày. Sau đó vì một số công nhân phải điều động đi làm việc khác, số công nhân còn lại phải hoàn thành công việc trong 36 ngày. Tính số công nhân bị điều đi?

Bài 6: Để làm 1 công việc trong 8h cần 30 công nhân, nếu công nhân tăng thêm 10 người thì thời gian hoàn thành công việc giảm đi mấy giờ?

Bài 7: Cho biết 16 công nhân hoàn thành một công việc trong 36 ngày. Hỏi cần phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để có thể hoàn thành công việc đó trong 12 ngày? (*Năng suất của các công nhân là như nhau*)

Bài 8: Cho biết 36 công nhân đắp một đoạn đê hết 12 ngày. Hỏi cần bao nhiêu công nhân để đắp xong đoạn đê đó trong 8 ngày.

Bài 9: Có 20 công nhân năng suất làm việc như nhau đóng mới một chiếc tàu thì hoàn thành trong 60 ngày. Hỏi nếu chỉ còn 12 người thợ tham gia thì sẽ hoàn thành trong bao nhiêu ngày.

Bài 10: Một đội 15 công nhân dự định ráp xong một xưởng máy trong 20 ngày, mỗi ngày làm việc 8h. Nếu thêm 5 người nữa mà cả đội mỗi ngày làm việc 10h thì ráp xong xưởng máy đó trong bao nhiêu ngày (*Năng suất mỗi người như nhau*)

Bài 11: Để hoàn thành công việc trong 20 ngày thì cần 36 người. Nếu hoàn thành công việc sớm hơn 8 ngày thì cần điều động thêm bao nhiêu người (*Biết năng suất làm việc của mỗi người là như nhau*)

Bài 12: Cho biết 36 học sinh trong hội đồng của trường hoàn thành dự án trang trí Lều Sách trong 12 ngày. Hỏi cần bao nhiêu học sinh tham gia để có thể hoàn thành dự án đó trong 8 ngày.

Bài 13: Cho biết 8 người làm cỏ một cánh đồng hết 5 h . Hỏi nếu tăng thêm 2 người (*cùng năng suất*) thì làm cỏ cánh đồng đó trong bao lâu?

Bài 14: Cho biết 5 người làm cỏ một cánh đồng hết 12 h . Hỏi 15 người làm cỏ cánh đồng đó hết bao nhiêu giờ.

Bài 15: Cho biết 3 máy cày cày xong 1 cánh đồng hết 30 h . Hỏi 5 máy cày như vậy cày xong cánh đồng đó hết bao nhiêu giờ?

Bài 16: Cho biết 7 máy cày xong một cánh đồng hết 20 h . Hỏi 10 máy cày như thế (*cùng năng suất*) cày xong cánh đồng hết bao nhiêu giờ?

Bài 17: Cho biết 3 người làm cỏ một cánh đồng hết 6 h . Hỏi 12 người như vậy làm cỏ cánh đồng đó hết bao nhiêu thời gian?

Bài 18: Cho biết 5 người làm cỏ 1 cánh đồng hết 8 h . Hỏi 8 người như vậy làm cỏ cánh đồng hết bao nhiêu thời gian?

Bài 19: Cho biết 10 người có cùng năng suất làm việc thì sẽ xây xong ngôi nhà trong 60 ngày. Hỏi 15 người có cùng năng suất làm việc như vậy sẽ xây xong ngôi nhà trong bao nhiêu ngày?

Bài 20: Có 5 người cùng làm một công việc thì hoàn thành trong 6 ngày. Hỏi nếu có 15 người như vậy thì hoàn thành công việc trong mấy ngày?

Bài 21: Một đội công nhân chở vật liệu xây dựng để xây trường, nếu mỗi chuyến xe chở 2,8 tấn thì phải đi 20 chuyến xe. Nếu mỗi chuyến chở 4 tấn thì cần bao nhiêu xe.

Bài 22: Để đặt 1 quãng đường sắt phải dùng 480 thanh ray dài 8 m , nếu thay những thanh ray này bằng các thanh dài 12 m thì cần bao nhiêu thanh ray

Bài 23: Học sinh lớp 7A chở vật liệu để xây trường nếu mỗi chuyến xe bò chở 4,5 tạ thì phải chở 20 chuyến, nếu mỗi chuyến chở 6 tạ thì phải chở bao nhiêu chuyến

Bài 24: Một công việc dự định giao cho 3 người làm trong 12 ngày nhưng cuối cùng chỉ có 2 người làm, vì vậy họ phải làm thêm mỗi ngày 1 giờ và hoàn thành công việc trong 16 ngày. Biết rằng năng suất lao động của họ là như nhau. Hỏi họ phải làm mỗi ngày mấy giờ.

Bài 25: Một xí nghiệp dự định giao cho nhóm 48 công nhân thực hiện một dự án trong 12 ngày, tuy nhiên khi bắt đầu công việc thì một số công nhân bị điều động đi làm việc khác, do đó thời gian thực tế của nhóm công nhân tăng thêm 6 ngày. Hỏi số công nhân bị điều động đi là bao nhiêu? (*Giả sử năng suất các công nhân là như nhau*)

Bài 26: Nhà bạn Bình dự định xây nhà bếp, biết nếu thuê 6 công nhân thì xây xong nhà bếp đó trong 30 ngày. Hỏi muốn xây xong nhà bếp đó trong 20 ngày để kịp đón Tết Nguyên Đán thì nhà Bình cần thuê thêm bao nhiêu công nhân nữa so với dự định? (*Năng suất các công nhân như nhau*)

Bài 27: Một đội thợ xây gồm 20 người, theo kế hoạch hoàn thành dự án sửa chữa trường học trong 30 ngày. Nhưng để chuẩn bị cho năm học mới nên trường cần hoàn thành việc xây trong 24 ngày. Hỏi đội thợ xây cần tăng cường thêm bao nhiêu người nữa?

Bài 28: Một cơ sở gia công phù hiệu cho trường học dự định vận hành 6 máy theo trong 12 giờ để hoàn thành tất cả số phù hiệu được giao. Tuy nhiên, khách hàng muốn lấy hàng trong 8 giờ. Hỏi cơ sở đó cần cho vận hành thêm bao nhiêu máy nữa để kịp giao hàng? Biết rằng năng suất các máy là như nhau?

Bài 29: Với cùng một số tiền để mua $225m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2, biết rằng giá tiền vải loại 2 chỉ bằng 75% giá tiền vải loại 1.

$$\text{Tỉ lệ giá tiền vải loại 2 so với vải loại 1 là } 75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}.$$

Với số tiền không đổi thì số mét vải mua được và giá vải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi số mét vải loại 2 mua được là x , theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có

$$\frac{225}{x} = \frac{75}{100} \Rightarrow x = \frac{225 \cdot 100}{75} = 300$$

Số mét vải loại 2 mua được là $300m$.

Bài 30: Với cùng 1 số tiền mua $51m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2, Biết rằng giá tiền $1m$ vải loại 1 chỉ bằng 85% giá tiền $1m$ vải loại 2.

Bài 31: Với số tiền để mua $135m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2 biết giá tiền $1m$ vải loại 1 chỉ bằng 90% giá tiền loại 2.

Bài 32: Với số tiền để mua $150m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2, Biết giá tiền vải loại 2 chỉ bằng 90% giá tiền loại 1.

Bài 33: Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Các đội 1, 2, 3 hoàn thành công việc trong 4, 6, 8 ngày. Tính số máy mỗi đội biết rằng đội 1 có nhiều hơn đội 2 là 2 máy.

Bài 34: Bốn đội máy cày có 36 máy làm việc trên 4 cánh đồng có diện tích bằng nhau, đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày, đội thứ 3 trong 10 ngày và đội thứ 4 trong 12 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy cày?

Bài 35: Ba đội máy cày làm việc trên ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 6 ngày. Đội thứ hai cày xong trong 8 ngày và Đội thứ ba cày xong trong 4 ngày. Tính số máy cày mỗi đội biết rằng đội thứ ba có nhiều hơn đội thứ nhất là 2 máy. (*Năng suất các máy như nhau*).

Bài 36: Ba đội máy cày cùng cày trên ba cánh đồng như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 3 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 5 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 9 ngày. Biết rằng mỗi máy cày đều có năng suất như nhau và tổng số máy cày của ba đội là 87 máy. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày?

Bài 37: Ba đội máy cày làm việc trên ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 12 ngày, đội thứ hai hoàn thành trong 9 ngày, đội thứ ba hoàn thành trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày. Biết đội thứ nhất ít hơn đội thứ ba là 2 máy và năng suất các máy là như nhau.

Bài 38: Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau, đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày và đội thứ ba trong 8 ngày, Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy, biết rằng đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai là 2 máy

Bài 39: Ba đội có 29 máy cày (*có cùng năng suất*) làm việc trên ba cánh đồng có cùng diện tích như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 7 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày?

Bài 40: Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng có cùng diện tích đội thứ nhất cày xong trong 3 ngày, đội thứ hai trong 5 ngày, đội thứ ba trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày biết rằng đội hai có nhiều hơn đội ba là 1 máy

Bài 41: Ba đội máy cày, cày trên 3 cánh đồng có diện tích như nhau. Đội 1 hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội 2 hoàn thành công việc 6 ngày. Hỏi đội 3 hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày, biết rằng tổng số máy cày của đội 1 và đội 2 gấp 5 lần số máy cày của đội 3 và năng suất của các máy là như nhau?

Bài 42: Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 3 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (*có cùng năng suất*) biết đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai là 2 ngày.

Bài 43: Ba đội máy cày có 33 máy cùng cày ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 2 ngày, đội thứ hai cày xong trong 4 ngày, đội thứ ba cày xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy?

Bài 44: Ba đội máy cày cày trên ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội một hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội hai hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội ba hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày, biết đội một nhiều hơn đội hai là 6 máy và các máy có cùng năng suất.

Bài 45: Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng có cùng diện tích, đội thứ nhất cày xong trong 2 ngày, đội thứ hai cày xong trong 4 ngày và đội thứ ba cày xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy biết rằng cả ba đội có tất cả 33 máy?

Bài 46: Ba đội san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội một làm trong 4 ngày, đội hai làm trong 6 ngày. Đội ba làm trong 8 ngày. Mỗi đội có bao nhiêu máy biết đội 2 ít hơn đội một là 2 máy

Bài 47: Ba đội máy cày cùng làm việc trên ba cánh đồng có diện tích bằng nhau. Đội một hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội hai hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội ba hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày. Biết đội một nhiều hơn đội hai là 6 máy và năng suất các máy như nhau.

Bài 48: Ba đội máy san đất cùng làm khối lượng công việc như nhau. Để hoàn thành công việc đội một cần làm việc trong 12 ngày, đội hai cần 15 ngày, đội ba cần 18 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày. Biết rằng đội một có nhiều hơn đội ba là 15 máy.

Bài 49: Ba đội máy ủi đất được giao hoàn thành ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất cần 10 giờ để hoàn thành xong, đội thứ hai cần 8 giờ và đội thứ ba cần 12 giờ. Biết rằng năng suất các máy là như nhau và đội thứ hai có nhiều hơn đội thứ nhất là 3 máy. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy?

Bài 50: Bốn đội máy san đất làm bốn khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày, đội thứ ba trong 10 ngày và đội thứ tư trong 12 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (*có cùng năng suất*). Biết rằng cả bốn đội có 72 máy?

Bài 51: Ba đội máy xúc cùng làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 2 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 3 ngày và đội thứ ba hoàn thành công việc trong 4 ngày. Hỏi số máy cày của mỗi đội biết rằng tổng số máy của đội hai và đội ba là 14 máy và năng suất các máy là như nhau.

Bài 52: Ba phân xưởng cùng được giao sản xuất số lượng sản phẩm bằng nhau. Phân xưởng một hoàn thành công việc trong 6 ngày, phân xưởng hai hoàn thành công việc trong 9 ngày, phân xưởng ba hoàn thành công việc trong 12 ngày. Hỏi mỗi phân xưởng có bao nhiêu công nhân, biết cả ba phân xưởng có tổng số 65 công nhân và năng suất làm việc của các công nhân là như nhau.

Bài 53: Ba đội công nhân tham gia làm đường và phải làm ba khối lượng công việc như nhau. Để hoàn thành công việc, đội một cần 4 ngày, đội hai cần 6 ngày và đội ba cần 8 ngày. Tính số công nhân của mỗi đội, biết rằng đội một có nhiều hơn đội hai là 4 người (*Năng suất mỗi người như nhau*).

Bài 54: Ba tổ sản xuất cùng làm một số sản phẩm như nhau. Tổ một làm trong 3 giờ, tổ hai làm trong 4 giờ, tổ ba làm trong 6 giờ thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người? Biết tổ một nhiều hơn tổ ba là 10 người và năng suất lao động của mỗi người là như nhau.

Bài 55: Ba tổ sản xuất cùng một số sản phẩm như nhau. Tổ một làm trong 2 giờ, tổ hai làm trong 3 giờ, tổ ba làm trong 5 giờ thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người. Biết tổ ba ít hơn tổ hai là 8 người và năng suất lao động của mỗi người là như nhau.

Bài 56: Ba đội công nhân có 52 người tất cả, để làm cùng một công việc đội một cần 2 ngày, đội hai cần 3 ngày và đội ba cần 4 ngày. Tính số người của mỗi đội ?

Bài 57: Ba đội công nhân làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày. Hỏi đội thứ ba hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày? Biết rằng tổng số người của đội một và đội hai gấp 5 lần số người đội ba.

Bài 58: Ba đội công nhân cùng làm một khối lượng công việc. Để hoàn thành công việc đó, đội thứ nhất làm trong 3 ngày, đội thứ hai làm trong 4 ngày, đội thứ ba làm trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu người. Biết rằng đội thứ nhất hơn đội thứ ba là 12 người.

Bài 59: Bốn đội công nhân có 154 người cùng làm một công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành trong 6 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 8 ngày, đội còn lại hoàn thành trong 10 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu người?

Bài 60: Ba tổ sản xuất làm một số sản phẩm như nhau. Tổ một làm trong 12 giờ, tổ hai làm trong 10 giờ và tổ ba làm trong 8 giờ thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người biết tổng số người cả ba tổ là 37 và năng suất lao động của mọi người là như nhau.

Bài 61: Ba tổ A, B, C cùng sản xuất một loại sản phẩm. Tổ A hoàn thành 1 sản phẩm hết 2 giờ, tổ B hoàn thành 1 sản phẩm hết 3 giờ, tổ C hoàn thành 1 sản phẩm hết 4 giờ. Trong cùng một thời gian như nhau, tổng số sản phẩm mà tổ A và tổ C làm được nhiều hơn số sản phẩm tổ B làm được là 30 sản phẩm. Tính sản phẩm mỗi tổ làm được trong số thời gian đó.

Bài 62: Ba công nhân phải sản xuất số sản phẩm như nhau, công nhân thứ nhất, hai, ba hoàn thành công việc với thời gian lần lượt là $9h$; $6h$; $7,5h$. Hỏi trong $1h$ mỗi công nhân sản xuất được bao nhiêu sản phẩm. Biết trong $1h$ công nhân thứ hai sản xuất nhiều hơn công nhân thứ nhất là 3 sản phẩm

Bài 63: Hai lớp $7A$ và $7B$ đi lao động và được phân công công việc như nhau. Lớp $7A$ hoàn thành công việc trong 4 giờ, lớp $7B$ hoàn thành công việc trong 5 giờ. Tính số học sinh của mỗi lớp. biết rằng hai lớp có tổng số 63 học sinh (*Giả sử năng suất làm việc của mỗi học sinh là như nhau*)

Bài 64: Ba lớp $7A$; $7B$; $7C$ có tất cả 130 học sinh tham gia trồng cây. Mỗi học sinh lớp $7A$ trồng được 2 cây, mỗi học sinh lớp $7B$ trồng được 3 cây và mỗi học sinh lớp $7C$ trồng được 4 cây. Hỏi số học sinh của mỗi lớp? Biết số cây trồng được của ba lớp bằng nhau.

Bài 65: Ba nhóm học sinh có 39 em. Mỗi nhóm phải trồng một số cây như nhau. Nhóm một trồng trong 2 ngày, nhóm hai trồng trong 3 ngày, nhóm ba trồng trong 4 ngày. Hỏi mỗi nhóm có bao nhiêu học sinh, biết mỗi học sinh trồng được số cây bằng nhau.

Bài 66: Một cuốn sách gồm 555 trang được giao cho ba người đánh máy. Để đánh máy một trang người thứ nhất cần 5 phút, người thứ hai cần 4 phút, người thứ ba cần 6 phút. Hỏi mỗi người đánh máy được bao nhiêu trang biết rằng cả ba người cùng làm từ lúc đầu cho đến khi xong.

Bài 67: Trong một xưởng cơ khí, để làm xong một dụng cụ, người thợ thứ nhất cần 5 phút, người thợ thứ hai cần 7 phút còn người thợ thứ ba cần 10 phút. Nếu trong cùng một thời gian như nhau cả ba cùng làm việc thì làm được tất cả 93 dụng cụ. Tính số dụng cụ mà mỗi người đã làm được.

Bài 68: Ba đội cùng chuyển một khối lượng gạch như nhau. Thời gian để đội thứ nhất, thứ hai, thứ ba làm xong công việc lần lượt là $2h$; $3h$; $4h$. Tính số người tham gia làm việc của mỗi đội biết rằng số người của đội thứ ba ít hơn số người của đội thứ hai là 5 người.

Bài 69: Để phục vụ cho việc in tài liệu học tập môn Toán cho học sinh khối 7. Ba xưởng in dành tổng cộng là 12 máy in (*cùng năng suất*) và mỗi xưởng được giao in số lượng sách như nhau. Xưởng thứ nhất in xong trong 4 ngày, xưởng thứ hai in xong trong 6 ngày, xưởng thứ ba in xong trong 12 ngày. Hỏi mỗi xưởng có bao nhiêu máy in để phục vụ công tác này.

Bài 70: Để phục vụ cho việc in tài liệu ôn thi học kì I cho toàn trường, ba xưởng in tổng cộng có 24 máy in (*có cùng năng suất*) và mỗi xưởng được giao in số lượng sách như nhau. Xưởng thứ nhất in trong 4 ngày, xưởng thứ hai in xong trong 6 ngày và xưởng thứ ba in xong trong 12 ngày. Hỏi mỗi xưởng có bao nhiêu máy in?

Bài 71: Hai ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ A đến B với vận tốc theo thứ tự là $45km/h$ và $60km/h$. Biết ô tô thứ hai đến trước ô tô thứ nhất là 40 phút. Tính quãng đường AB .

Bài 72: Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc là $40km/h$ vận tốc lúc về là $45km/h$, thời gian ô tô đi và về là $8h30$ phút. Tính quãng đường AB .

Bài 73: Bạn tâm đi từ nhà đến trường mất 15 phút và từ trường về nhà mất 20 phút. Biết vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là $20m/phút$. Tính chiều dài quãng đường từ nhà đến trường?

Bài 74: Hai ô tô khởi hành từ A đến B , vận tốc của ô tô thứ nhất là $50km/h$, còn ô tô thứ hai là $60km/h$. Biết ô tô thứ nhất đến B sau ô tô thứ hai là 36 phút. Tính quãng đường AB .

Bài 75: Hai xe máy cùng đi từ A đến B , một xe đi hết 1 giờ 20 phút, xe kia đi hết 1 giờ 30 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi xe. Biết rằng trung bình 1 phút xe thứ nhất đi hơn xe thứ hai là $100m$.

Bài 76: Hai máy bay cùng bay từ A đến B . Máy bay thứ nhất bay hết 2 giờ 30 phút. Máy bay hai bay hết 2 giờ 20 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi máy bay biết rằng cứ 1 phút thì máy bay này bay nhanh hơn máy bay kia là $1km$.

Bài 77: Ba ô tô cùng đi từ A đến B , vận tốc ô tô thứ nhất kém vận tốc ô tô thứ hai là

3 km/h , Thời gian ô tô thứ nhất, hai, ba đi hết AB lần lượt là: 40 phút, $\frac{5}{8}$ giờ, $\frac{5}{9}$ giờ.

Tính vận tốc của mỗi ô tô.

Bài 78: Lúc 8 giờ một người đi xe đạp từ A về B với vận tốc 12 km/h , lúc 8 giờ 30 phút người thứ hai đi từ A đến B với vận tốc 20 km/h . Xác định thời điểm gặp nhau của hai người và khoảng cách từ A đến chỗ gặp nhau.

Bài 79: Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B mất 2 giờ, đi ngược dòng từ B đến A mất 2,5 giờ. Biết vận tốc dòng nước là 2 km/h . Tính vận tốc ca nô khi xuôi dòng và chiều dài khúc sông AB .

Bài 80: Hai ô tô cùng đi từ A đến B . Vận tốc của xe thứ nhất là 60 km/h và vận tốc của xe thứ hai là 40 km/h . Biết thời gian đi của xe thứ nhất ít hơn của xe thứ hai là 30 phút. Tính quãng đường AB .

Bài 81: Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 40 km/h hết 4 giờ 30 phút. Hỏi ô tô chạy từ B đến A với vận tốc 50 km/h thì mất bao lâu?

Bài 82: Một xe máy đi từ A đến B gồm ba đoạn đường bằng nhau với vận tốc trên mỗi đoạn lần lượt là 50 km/h ; 40 km/h ; 30 km/h . Thời gian đi từ A đến B hết 15 giờ 40 phút. Tính thời gian xe đi trên mỗi đoạn đường và từ đó tính quãng đường AB .

Bài 83: Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 45 km/h , hết 3 giờ 15 phút. Hỏi chiếc ô tô đó chạy từ A đến B với vận tốc 65 km/h mất bao nhiêu thời gian?

Bài 84: Một xe máy đi từ TP. Hồ Chí Minh đi Vũng Tàu hết 3 giờ 6 phút. Khi từ Vũng Tàu về TP. Hồ Chí Minh, người đó tăng vận tốc lên thêm 8 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 31 phút. Tính quãng đường TP. Hồ Chí Minh – Vũng Tàu.

Bài 85: Bạn Hòa đặt xe Grab đi từ nhà đến trường với vận tốc 40 km/h hết 15 phút. Hỏi lúc về Hòa đi xe đạp với bạn Bình cũng theo con đường ấy với vận tốc 30 km/h thì hết bao nhiêu phút?

Bài 86: Khi đi từ nhà đến trường, bạn An đặt xe Grab đi với vận tốc 40 km/h . Lúc về bạn An đi xe đạp điện cùng với bạn Bình cũng theo con đường ấy với vận tốc 25 km/h . Hỏi lúc về bạn An đi mất bao nhiêu thời gian biết thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi là 12 phút.

Bài 87: Chu vi hình chữ nhật là 64 m . Biết tỉ số chiều rộng và chiều dài là $\frac{3}{5}$. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

Bài 88: Ba thửa ruộng HCN có diện tích bằng nhau, chiều rộng của các thửa ruộng lần lượt là $22,5\text{ m}$; 20 m ; 18 m . Biết chiều dài thửa ruộng thứ nhất kém chiều dài thửa ruộng thứ hai là 5 m . Tính chu vi của mỗi thửa ruộng đó

Bài 89: Một đám đất hình tam giác vuông có chu vi 240 m và có hai cạnh góc vuông dài 80 m và 60 m . Em hãy tính chiều cao hạ từ đỉnh của góc vuông xuống cạnh còn lại.

Bài 90: Có ba khu đất hình chữ nhật A , B , C . Diện tích khu đất A và B tỉ lệ với 5 và 6, còn diện tích khu đất B và C tỉ lệ với 11 và 9. Khu đất A và B có cùng chiều dài và tổng

các chiều rộng của chúng là $33m$.. Khu B và khu C có cùng chiều rộng và chiều dài của khu đất C là $36m$.

a) Tính chiều rộng của khu A và khu B .

b) Hãy tính diện tích của mỗi khu đất.

Bài 91: Ông Bình có một miếng đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là $20m$..

Chiều dài và chiều rộng tỉ lệ với 9 và 5.

a) Tính chu vi hình chữ nhật.

b) Ông tính làm hàng rào xung quanh miếng đất bằng ba hàng kẽm gai với giá 5500 đồng/ mét. Hỏi ông Bình tốn hết bao nhiêu tiền, biết tiền công và chi phí cọc là 2500000 đồng.

Bài 92: Có ba mảnh đất hình chữ nhật A, B, C . Diện tích của mảnh đất A và B tỉ lệ với 4 và 5. Diện tích mảnh đất B và C tỉ lệ với 7 và 8. Mảnh A và B có cùng chiều dài và tổng chiều rộng của chúng là $27m$. mảnh B và C có cùng chiều rộng, chiều dài của mảnh đất C là $24m$. Tính diện tích của mỗi mảnh đất đó.

Bài 93: Ông Nam chia một khu đất thành 3 mảnh đất hình chữ nhật có diện tích bằng nhau cho ba người con trai. Biết rằng chiều rộng các mảnh đất lần lượt là $6m; 8m; 10m$. Tổng chiều dài các mảnh đất là $47m$.. Tính diện tích khu đất đó.

Bài 94: Sân nhà của bác An là hình chữ nhật có độ dài cạnh tỉ lệ với 3; 4 và chu vi là $28m$.

a) Tìm chiều dài hai cạnh của sân nhà bác An.

b) Bác An dự định mua gạch men để lát lại sân nhà. Cửa hàng báo giá mỗi mét vuông là 300000 đồng. Em hãy giúp bác tính xem số tiền phải trả để mua gạch men là bao nhiêu?

Bài 95: Một thầy giáo thể dục mang một số tiền dự định đi mua 4 quả bóng đá về cho học sinh luyện tập. Do có đợt giảm giá nên với cùng số tiền đó thầy đã mua được 5 quả với giá đã giảm là 80000 đồng một quả. Tính giá tiền ban đầu khi chưa giảm của một quả bóng?

Bài 96: Anh Bình cần mua $120m$ dây thép loại lớn về làm giàn trồng cây. Người bán hàng cho biết $20m$ dây thép loại lớn nặng khoảng $3kg$. Vậy anh Bình cần mua khoảng bao nhiêu kg dây thép loại này?

Bài 98: Bạn Nam đi mua vở và nhầm tính với số tiền hiện có thì chỉ mua được 10 quyển vở loại một hoặc 12 quyển vở loại hai hoặc 15 quyển vở loại ba. Biết rằng tổng giá trị tiền 1 quyển vở loại một và 2 quyển vở loại ba nhiều hơn giá tiền 2 quyển vở loại hai là 2000 đồng. Tính giá tiền mỗi quyển vở mỗi loại.

Bài 99: Một máy cày có đường kính của bánh xe trước là $0,8m$ và đường kính của bánh xe sau là $1,2m$. Trên đường từ nhà ra ruộng bánh xe sau quay 600 vòng. Hỏi bánh xe trước quay bao nhiêu vòng ?

Bài 100: Hai bánh xe nối với nhau bởi 1 dây tời, bánh xe lớn có bán kính $25cm$, bánh xe nhỏ có bán kính $10cm$. Một phút bánh xe lớn quay được 60 vòng. Hỏi 1 phút bánh xe nhỏ quay được bao nhiêu vòng ?

Bài 101: Hai bánh xe nối với nhau bởi 1 dây tời, bánh xe lớn có bán kính $15cm$, bánh xe nhỏ có bán kính $10cm$. Bánh xe lớn quay được 30 vòng trên 1 phút. Hỏi bánh xe nhỏ quay được bao nhiêu vòng trong 1 phút

Bài 102: Một bánh xe răng cưa có 24 răng, quay được 80 vòng trong 1 phút, nó khớp với 1 bánh xe răng cưa khác có x răng. Giả sử bánh xe răng cưa thứ hai quay được y vòng trong 1 phút, hãy biểu diễn y theo x .

Bài 103: Một bánh răng cưa có 20 răng, quay 1 phút được 60 vòng. Nó khớp với 1 bánh răng cưa khác, có x răng, giả sử bánh răng cưa thứ hai quay 1 phút được y vòng, hãy biểu diễn y theo x .

CHƯƠNG VII. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Bài 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Biểu thức đại số.

Ví dụ 1: Với các biểu thức

a) $2^2 - 50 \cdot [4 - (5 - 3)^2]$

b) $(x - 3) : 2 + 7^2$

c) $\frac{x}{2 \cdot y^2 + 3}$

- ♣ Các biểu thức trên đều được gọi là các biểu thức
- ♣ Biểu thức câu a không có chữ nên gọi là biểu thức số.
- ♣ Biểu thức câu b và c có các chữ x và y, khi đó x, y gọi là các biến số và đại diện cho một số nào đó.
- ♣ Để đơn giản khi viết biểu thức đại số thì phép nhân của một số với chữ có thể viết tắt như sau:

$$2 \cdot x = 2x \text{ hoặc } a \cdot b \cdot c = abc \text{ hoặc } x \cdot (2 + y) = x(2 + y)$$

$$1 \cdot a = a$$

2) Giá trị của biểu thức đại số.

Ví dụ 2: Cho biểu thức đại số $A = 3x^2 - 5x + 1$.

Khi $x = 1$ thì giá trị của biểu thức $A = 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 1 = -1$

Kết luận:

- ♣ Để tính giá trị của một biểu thức đại số có chứa biến, ta thay giá trị cho trước của biến vào biểu thức rồi thực hiện phép tính.

Ví dụ 3: Bác nông dân sử dụng 2 chiếc máy bơm nước để bơm nước vào ao cá. Chiếc máy bơm thứ nhất cứ mỗi 1 giờ bơm được $30m^3$ nước, còn máy bơm thứ hai mỗi giờ bơm được $25m^3$ nước.

- a) Viết biểu thức lượng nước bơm được khi máy bơm thứ nhất bơm trong x giờ, còn máy bơm thứ hai bơm được y giờ.
- b) Sử dụng kết quả câu a, để tính lượng nước bơm được khi $x = 2$ giờ và $y = 3$ giờ.

a) Lượng nước bơm được của máy thứ nhất khi chạy trong x giờ là $30x(m^3)$

Lượng nước bơm được của máy thứ hai khi chạy trong y giờ là $25y(m^3)$

Biểu thức thể hiện lượng nước bơm được khi là $30x + 25y(m^3)$

b) Khi $x = 2, y = 3$ thay vào biểu thức ta được $30 \cdot 2 + 25 \cdot 3 = 60 + 75 = 135(m^3)$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $A = x^5 - 5$ tại $x = -1$

2) $A = 3x^2 - 3$ tại $x = 2$

3) $A = -x^2 - 1$ tại $x = -1$

$$4) A = 3a + 2 \text{ tại } a = \frac{4}{3}$$

$$5) A = 4a^2 - \frac{1}{3} \text{ tại } a = \frac{1}{3}$$

$$6) A = 3a^2 - \frac{2}{9} \text{ tại } a = -\frac{1}{3}$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

$$7) A = \frac{y+1}{2y} \text{ tại } y = -3.$$

$$8) A = \frac{2a+5}{3a-6} \text{ tại } a = -1.$$

$$9) A = \frac{5}{2y-1} \text{ tại } y = \frac{1}{4}$$

Bài 2: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$1) B = 2x^2 + 3x + 5 \text{ tại } x = -1$$

$$2) B = 6x^5 - 7x^4 + 8x^3 \text{ tại } x = -1$$

$$3) B = 2x^{20} - 3x^{10} + 40 \text{ tại } x = 0$$

$$4) B = x^5 - 5x^4 + 555 \text{ tại } x = 5$$

$$5) B = 3a^2 - \frac{1}{2}a + 1 \text{ tại } a = \frac{1}{2}$$

$$6) B = 16a^2 - 6a - 1 \text{ tại } a = \frac{1}{2}$$

$$7) B = \frac{(y+2)^2}{2y} + \frac{y}{y+2} \text{ tại } y = 0$$

Bài 3: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$1) C = 2x + y \text{ tại } x = 3; y = -1$$

$$2) C = 4x - 15y \text{ tại } x = -7; y = -1$$

$$3) C = 3x - 7y - 7 \text{ tại } x = 7; y = 9$$

$$4) C = 7x + 2y - 6 \text{ tại } x = -1; y = 2$$

$$5) C = -5x - 10y + 1 \text{ tại } x = 2, y = -1$$

$$6) C = -3x + 4y - 25 \text{ tại } x = 3; y = -4$$

$$7) C = x^2 - 4y^2 \text{ tại } x = -1; y = \frac{1}{2}$$

$$8) C = x^2 + 3y^2 \text{ tại } x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2}$$

$$9) C = x^5 - 9y^2 \text{ tại } x = -1; y = \frac{2}{3}$$

$$10) C = 4x^2 - 9y^2 \text{ tại } x = 1; y = -\frac{1}{3}$$

$$11) C = \frac{2xy}{x^2 - 4} \text{ tại } x = 2, y = \frac{-1}{2021}.$$

$$12) C = \frac{(a-b)^2 - 1}{a^2 - 1} \text{ tại } a = 2, b = -1.$$

Bài 4: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$1) D = 3x^2 - 5x - 1 \text{ tại } |x| = 3$$

$$2) D = 4x^2 + 5x - 9 \text{ tại } |x| = 2$$

$$3) D = 4x^3 - 8x + 7 \text{ tại } |x| = 2$$

$$4) D = -x^3 - 3x^2 + 7 \text{ tại } |x| = 3$$

$$5) D = x(3y - 1) \text{ tại } x^2 = 4; y = 5$$

$$6) D = (x - 3)(y - 4) \text{ tại } x = 5, y^2 = 1$$

$$7) D = (x^2 + 4)(y - 3) \text{ tại } x = 3, |y| = 2$$

$$8) D = (6x + 1)(y - 4) \text{ tại } \sqrt{x} = 3; y = 5$$

$$9) D = 3x^2 + 2x - 1 \text{ tại } |x| = \frac{1}{2}.$$

$$10) D = 3x^2 + 2x - 3 \text{ tại } |x| = \frac{1}{3}.$$

$$11) D = \frac{6x^2 + x - 3}{2x - 1} \text{ tại } |x| = \frac{1}{2}.$$

$$12) D = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} \text{ tại } |x| = 3.$$

Bài 5: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$1) E = \frac{2a - 5b}{a - 3b} \text{ tại } \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$2) E = \frac{3b - a}{2b + 1} \text{ tại } a = b - 1$$

$$3) E = \frac{3a - 2b}{2a + 7b} \text{ tại } a - b = -7.$$

$$4) E = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2} \text{ tại } \frac{x}{3} = \frac{y}{5}$$

Bài 6: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$1) F = 4x - 6y + 7 \text{ tại } 2x - 3y = 7$$

$$2) F = 7x - 7y + 4ax - 4ay - 5 \text{ tại } x - y = ($$

$$3) \quad F = x(x^2 + 1) - y(x^2 + 1) \text{ tại } x - y = 0 \qquad 4) \quad F = x(y^2 - 1) + y(x^2 - 1) \text{ tại } x + y = 5$$

Bài 7: Tìm giá trị của biến để biểu thức sau nhận giá trị bằng 0

$$\begin{array}{llll} 1) \quad G = 3x^2 - 48 & 2) \quad G = x^2 - 9 & 3) \quad G = 25 - x^2 & 4) \quad G = 16 - 2x^3 \\ 5) \quad G = \frac{x+1}{-7} & 6) \quad G = \frac{3x-2}{2+3x} & 7) \quad G = \frac{x^2-3}{x-3} & 8) \quad G = \frac{3x+3}{-19} \end{array}$$

Bài 8: Tìm giá trị của biến để biểu thức sau nhận giá trị bằng 0

$$\begin{array}{lll} 1) \quad H = (x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right) & 2) \quad H = (2x-7)\left(4 - \frac{x}{2}\right) & 3) \quad H = \left(\frac{x}{3} + 1\right)(x^2 + 6) \\ 4) \quad H = (x-5)(y+6) & 5) \quad H = (2x-7)(4-3y) & 6) \quad H = (x^2 - 4)(y - 1^2) \end{array}$$

Bài 2. ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Đơn thức một biến.

Ví dụ 1: Các biểu thức $\frac{1}{2}x^2$; $4x^5$; $-6x$ đều là tích một số với một lũy thừa của x nên gọi là đơn thức một biến.

Kết luận:

- ♣ Đơn thức một biến (đơn thức) là biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với một lũy thừa của biến, trong đó số thực gọi là hệ số, số mũ của biến gọi là bậc của đơn thức.

Cụ thể: 2^4x thì hệ số là 2^4 còn bậc là 1.

- ♣ Mỗi số khác 0 cũng là một đơn thức bậc 0.
- ♣ Số 0 cũng là một đơn thức, đơn thức này không có bậc.

2) Cộng, trừ, nhân các đơn thức một biến.

Ví dụ 2: Tính $4x^3 + 3x^3 - 2x^3 = (4 + 3 - 2)x^3 = 5x^3$

Ví dụ 3: Tính $x^2 - 5x^2 + 7x^6 = -4x^2 + 7x^6$

Ví dụ 4: Tính $7x^3 \cdot 4x^2 = 7 \cdot 4 \cdot x^3 \cdot x^2 = 28x^5$

Kết luận:

- ♣ Ta chỉ có thể cộng trừ các đơn thức cùng bậc bằng cách cộng hay trừ các hệ số và giữ nguyên biến.
- ♣ Khi nhân các đơn thức ta nhân phần hệ số với nhau, phần biến với nhau.

3) Đa thức một biến.

- ♣ Đa thức một biến gọi tắt là đa thức là tổng của những đơn thức của cùng một biến, mỗi đơn thức gọi là một hạng tử của đa thức đó. Mỗi đơn thức cũng là một đa thức.
- ♣ Số 0 cũng được gọi là một đa thức, gọi là đa thức không.
- ♣ Đa thức thường được kí hiệu bởi các chữ cái in hoa và kèm thêm kí hiệu biến.
Cụ thể $A(x)$ thể hiện là đa thức của biến x .

Ví dụ 5: Đa thức $A(x) = -4x^5 + 3x^2 + x + 7$ là một đa thức, đa thức này có 4 hạng tử.

Ví dụ 6: Cho đa thức $B(x) = x^5 + x^4 - 3x + 7 - 2x^4 - x^5$

Nhận thấy trong đa thức $B(x)$ có hai hạng tử có cùng bậc là x^5 và $-x^5$, x^4 và $-2x^4$
Nên đa thức $B(x)$ là đa thức chưa rút gọn. Để rút gọn thì ta đi tính các hạng tử cùng bậc,

$$\text{cụ thể } B(x) = x^5 - x^5 + x^4 - 2x^4 - 3x + 7 = -x^4 - 3x + 7.$$

Ngoài ra ta nên sắp xếp đa thức theo thứ tự giảm dần lũy thừa của biến

Ví dụ 7: Đa thức $A(x) = 5x^5 - 4x^2 + x^4 - 8$

Ta có thể sắp xếp lại thành $A(x) = 5x^5 + x^4 - 4x^2 - 8$

4) Bậc và hệ số của đa thức một biến.

Ví dụ 8: Cho đa thức $A(x) = 7x^3 - 3x^2 + 6x + 1$ là đa thức có bốn hạng tử.

Trong đó hạng tử $7x^3$ có lũy thừa cao nhất là 3, nên đa thức $A(x)$ có bậc 3.

Hệ số của $7x^3$ là 7, nên 7 gọi là hệ số cao nhất của đa thức $A(x)$.

Hạng tử 1 không có biến gọi là hệ số tự do.

Kết luận:

- ♣ Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất.
- ♣ Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là hệ số cao nhất của đa thức.
- ♣ Hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là hệ số tự do.

Chú ý:

- ♣ Đa thức không thì không có bậc xác định.
- ♣ Muốn tìm bậc của một đa thức, ta phải thu gọn đa thức đó rồi mới tìm bậc.

Ví dụ 9: Cho đa thức $A(x) = 3x^2 - 5x + 7 + 2x - 4x^2 - 6$

- Thu gọn, sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến
- Tìm hệ số tự do, hệ số cao nhất của đa thức.

a) $A(x) = 3x^2 - 5x + 7 + 2x - 4x^2 - 6 = 3x^2 - 4x^2 - 5x + 2x + 7 - 6 = -x^2 - 3x + 1.$

b) Hệ số tự do là 1, hệ số cao nhất là -1 .

5) Nghiệm của đa thức một biến.

Ví dụ 10: Cho đa thức $A(x) = x^2 - 4$.

Khi đó tại $x = 3$ thì đa thức $A(x)$ nhận giá trị là $3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$

Kí hiệu $A(3) = 3^2 - 4 = 5$.

Với $x = 2$ thì $A(2) = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

Khi đa thức có giá trị bằng 0 tại $x = 2$, thì 2 gọi là nghiệm của đa thức $A(x)$.

Kết luận:

- ♣ Tại $x = a$ mà $A(x)$ có giá trị bằng 0 thì $x = a$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$.

Nhận xét:

- ♣ Để tìm nghiệm của một đa thức, ta cho đa thức đó bằng 0, chuyển về bài toán tìm x .
- ♣ Một đa thức có thể không có nghiệm hoặc có nhiều nghiệm.

Ví dụ 11: Tìm nghiệm của đa thức $A(x) = 2x - 7$

Cho $2x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$. Vậy $x = \frac{7}{2}$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Chỉ ra phần hệ số và bậc của các đơn thức sau

- | | | | | |
|---------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $3x^5$ | 2) $7x^6$ | 3) $4x$ | 4) $9x^2$ | 5) $12x^9$ |
| 6) $-4x^2$ | 7) $-7x^4$ | 8) $-6x$ | 9) $-x^6$ | 10) $-13x^3$ |
| 11) $\frac{1}{7}x$ | 12) $\frac{1}{3}x^8$ | 13) $-\frac{3}{4}x^3$ | 14) $\frac{-2}{5}x^5$ | 15) $\frac{4}{-19}x^3$ |
| 16) $\frac{a^2}{4}$ | 17) $\frac{a^3}{-2}$ | 18) $\frac{3a}{4}$ | 19) $\frac{-2a}{13}$ | 20) $\frac{-6a^7}{5}$ |

Bài 2: Thực hiện phép tính sau

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $8x - 7x + 6x$ | 2) $6x^3 - 3x^3 - x^3$ | 3) $4x^2 + 4x^2 - 7x^2$ |
| 4) $x^4 + 3x^4 - 7x^4$ | 5) $9x^5 - 3x^5 + 4x^5$ | 6) $x^2 - 5x^2 + 2x^3$ |
| 7) $6x^3 + 7x^3 - 2x^4$ | 8) $3x^4 - 5x^2 + 7x^2$ | 9) $-x^5 - 6x^2 - 7x^5$ |
| 10) $\frac{3}{5}x - \frac{5}{4}x - \frac{2}{3}x$ | 11) $\frac{3}{4}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{2}x^3$ | 12) $\frac{7}{3}x^2 + \frac{5}{6}x^2 - \frac{8}{3}x^2$ |
| 13) $\frac{2}{3}x^6 + \frac{1}{4}x^6 - \frac{1}{2}x^6$ | 14) $\frac{-1}{5}x^5 + \frac{-6}{10}x^5 - \frac{1}{5}x^5$ | 15) $\frac{-7}{2}x^4 + \frac{3}{4}x^4 - \frac{17}{12}x^4$ |
| 16) $\frac{1}{3}x^6 + \frac{-4}{5}x^6 - \frac{8}{15}x^6$ | 17) $\frac{1}{3}x^8 - \frac{-5}{6}x^8 + \frac{3}{4}x^8$ | 18) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{-3}{4}x^2 + \frac{2}{6}x^2$ |

Bài 3: Thực hiện phép tính sau

- | | | | |
|---|---|---|--|
| 1) $x^5 \cdot 8x^4$ | 2) $3x^4 \cdot 7x^2$ | 3) $4x^5 \cdot x^6$ | 4) $2x^3 \cdot 6x^4$ |
| 5) $2x^4 \cdot 12x^6$ | 6) $x^7 \cdot 8x^2$ | 7) $-3x^2 \cdot (-7x)$ | 8) $2x^3 \cdot (-6x^6)$ |
| 9) $-3x^4 \cdot (-5x^5)$ | 10) $6x^4 \cdot (-2x^8)$ | 11) $-x^2 \cdot (-3x^3)$ | 12) $6x \cdot (-x^3)$ |
| 13) $\frac{17}{15}x \cdot \frac{3}{4}x^7$ | 14) $\frac{-2}{3}x^3 \cdot \frac{-1}{4}x^2$ | 15) $\frac{-4}{7}x^3 \cdot \frac{21}{8}x^5$ | 16) $\frac{-9}{34}x^5 \cdot \frac{17}{4}x^2$ |

Bài 4: Thu gọn và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần lũy thừa của biến

- | | |
|---|--|
| 1) $A(x) = 6x^4 - 5x^2 + 4x - 3x^4 + 2x^3$ | 2) $A(x) = 3x^2 + 7x^3 - 3x^3 + 6x^3 - 3x^2$ |
| 3) $A(x) = x^5 + x^4 - 3x + 7 - 2x^4 - x^5$ | 4) $A(x) = 1 - 6x^7 + 5x^4 - 2 + 13x^5 - 8x^7$ |
| 5) $A(x) = 3x^2 - 2x + 7 + 2x - 3x^2 - 6$ | 6) $A(x) = 2 - 9x^2 + 4x^5 - 3x^3 + x - 4x^5$ |
| 7) $A(x) = 2x^3 + 5 - 7x^4 - 6x^3 + 3x^2 - x^5$ | 8) $A(x) = 4x^5 + 3x - 2x^2 - x^5 + 4x^2 - 8$ |
| 9) $A(x) = 2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^3$ | 10) $A(x) = -6x^4 + 2x^3 + x + 5x^4 - 2x + 3x^2$ |

Bài 5: Thu gọn, tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của các đa thức sau

- | | |
|---|--|
| 1) $B(x) = 3x^5 + x^3 - 3x^5 + 1$ | 2) $B(x) = 3x^7 + x^4 - 3x^7 + x^5 + x + 4$ |
| 3) $B(x) = 15 - 2x^2 + x^3 + 2x^2 - x^3 + x$ | 4) $B(x) = 5x^2 - 2x^3 + x^4 - 3x^2 - 5x^5 + 1$ |
| 5) $B(x) = 5x^6 - 2x^5 - 3x^3 - 5x^6 + x^2 + 5$ | 6) $B(x) = -2x^3 - 7x + x^3 - x^2 + 1$ |
| 7) $B(x) = -2x^2 - 5x + 11 + 2x^2 + x^3$ | 8) $B(x) = -5x^2 + x - 2x^3 + 3x^2 + 5x - 2$ |
| 9) $B(x) = -2x - x^2 + 4x^3 + 3x^2 + 4 - x - 5$ | 10) $B(x) = -2x^3 - 3x^2 - 3x^3 - x + 7 + 5x^3$ |
| 11) $B(x) = 3x^2 - 5x + x^3 - x^2 - 7$ | 12) $B(x) = -2x^2 + 3x - x^4 + 5 + 3x^2 - 4x$ |
| 13) $B(x) = x^3 + 2x^5 - x^4 + x^2 - 2x^3 + x - 1$ | 14) $B(x) = x - 5x^3 - 2x^2 - 8x^4 + 4x^3 - x +$ |
| 15) $B(x) = 3x^2 - 5 + x^4 - 3x^3 - x^6 - 2x^2 - x$ | 16) $B(x) = x^2 + 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 1$ |
| 17) $B(x) = 2x^2 - 3x^4 - 3x^2 - 4x^5 - x^2 + 1$ | 18) $B(x) = x^2 + 5x^4 - 3x^3 - 5x^4 + 3x^3 + 5$ |
| 19) $B(x) = x^7 - x^4 + 2x^3 - 3x^4 + x^7 - x + 5$ | 20) $B(x) = x^5 - 3x^2 + x^4 - x^5 + 5x^4 + x^2 -$ |

Bài 6: Tìm nghiệm của các đa thức sau

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $C(x) = 2x - 1$ | 2) $C(x) = 2x + 5$ | 3) $C(x) = 2x - 6$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 4) $C(x) = 3x - 1$ | 5) $C(x) = 3x + 1$ | 6) $C(x) = 3x + 6$ |
| 7) $C(x) = 3x + 5$ | 8) $C(x) = 5x - 7$ | 9) $C(x) = 4x + 8$ |
| 10) $C(x) = 2x + \frac{1}{2}$ | 11) $C(x) = 3x - \frac{1}{2}$ | 12) $C(x) = 3x - \frac{5}{6}$ |
| 13) $C(x) = 5x - \frac{1}{3}$ | 14) $C(x) = 4x - \frac{3}{4}$ | 15) $C(x) = 4x - \frac{1}{6}$ |
| 16) $C(x) = -5x - \frac{4}{5}$ | 17) $C(x) = -5x + \frac{1}{3}$ | 18) $C(x) = 5x + \frac{10}{3}$ |
| 19) $C(x) = 2x + 1 - (x - 3)$ | 20) $C(x) = 5x - 6 - (x + 2)$ | 21) $C(x) = 3x - 5 - (x + 7)$ |
| 22) $C(x) = 4 - 2x + (x + 2)$ | 23) $C(x) = 6 - 4x - (2x - 7)$ | 24) $C(x) = 7 + 4x - (2x + 3)$ |
| 25) $C(x) = 2x + 1 + (3x + 3)$ | 26) $C(x) = -(2x - 3) + x$ | 27) $C(x) = -(4 - 5x) - 3x$ |

Bài 7: Tìm nghiệm của các đa thức sau

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1) $D(x) = x^2 - 1$ | 2) $D(x) = x^2 - 2$ | 3) $D(x) = x^2 - 8$ |
| 4) $D(x) = x^2 - 9$ | 5) $D(x) = x^2 - 7$ | 6) $D(x) = x^2 + 10$ |
| 7) $D(x) = 2x^2 + 1$ | 8) $D(x) = 2x^2 - 15$ | 9) $D(x) = 2x^2 - 32$ |
| 10) $D(x) = 1 + x^3$ | 11) $D(x) = 8 - x^3$ | 12) $D(x) = x^3 - 1$ |
| 13) $D(x) = x^3 + 8$ | 14) $D(x) = 64 - x^3$ | 15) $D(x) = x^3 + 27$ |
| 16) $D(x) = 27 - x^3$ | 17) $D(x) = -x^3 - 64$ | 18) $D(x) = x^3 + 125$ |
| 19) $D(x) = 2x^3 - 54$ | 20) $D(x) = 32 - 4x^3$ | 21) $D(x) = 9 - 9x^3$ |
| 22) $D(x) = 5x^3 - 5$ | 23) $D(x) = 56 - 7x^3$ | 24) $D(x) = 2x^3 + 16$ |
| 25) $D(x) = 40 - 3x^3$ | 26) $D(x) = 3x^3 - 24$ | 27) $D(x) = 2x^3 - 250$ |

Bài 8: Tìm nghiệm của các đa thức sau

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1) $D(x) = x(x - 3)$ | 2) $D(x) = (x + 1)(x - 1)$ | 3) $D(x) = (x - 3)(3 + x)$ |
| 4) $D(x) = (x - 2)(x + 3)$ | 5) $D(x) = (x - 1)(3x + 2)$ | 6) $D(x) = (x - 3)(4 - 5x)$ |
| 7) $D(x) = (3 + 2x)(2 + x)$ | 8) $D(x) = (2x - 3)(3x - 4)$ | 9) $D(x) = (2x - 1)(5x - 4)$ |

Bài 9: Tìm nghiệm của các đa thức sau

- | | |
|--|--|
| 1) $E(x) = (x^2 + 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ | 2) $E(x) = \left(x - \frac{2}{3}\right)(x^2 + 2)$ |
| 3) $E(x) = (x - 6)\left(6 + \frac{x^2}{3}\right)$ | 4) $E(x) = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3} + x^2\right)$ |
| 5) $E(x) = (x^2 + 2)\left(2x - \frac{3}{5}\right)$ | 6) $E(x) = (2x - 4)\left(x^2 + \frac{5}{3}\right)$ |
| 7) $E(x) = (x^2 + 4)\left(-x + \frac{1}{5}\right)$ | 8) $E(x) = \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)$ |

Bài 10: Tìm nghiệm của các đa thức sau

- | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $F(x) = x^2 + x$ | 2) $F(x) = x^2 + 2x$ | 3) $F(x) = x^2 + 5x$ |
|---------------------|----------------------|----------------------|

- | | | |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 4) $F(x) = 3x - 6x^2$ | 5) $F(x) = 2x - 8x^2$ | 6) $F(x) = 3x^2 - 4x$ |
| 7) $F(x) = 3x^2 - 5x$ | 8) $F(x) = 2x^2 - 3x$ | 9) $F(x) = 2x^2 - 6x$ |
| 10) $F(x) = x^3 - x$ | 11) $F(x) = x - 8x^3$ | 12) $F(x) = x^3 - 5x$ |
| 13) $F(x) = 8x^3 - 2x$ | 14) $F(x) = 2x^3 - 8x$ | 15) $F(x) = x^3 - 16x$ |
| 16) $F(x) = 25x - x^3$ | 17) $F(x) = 2x^3 - 18x$ | 18) $F(x) = 5x^3 + 10x$ |

Bài 11: Tìm nghiệm của các đa thức sau

- | | | |
|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1) $G(x) = x^2 - 2x + 1$ | 2) $G(x) = x^2 + 6x + 9$ | 3) $G(x) = x^2 - 3x + 2$ |
| 4) $G(x) = x^2 - 5x + 4$ | 5) $G(x) = x^2 + x - 12$ | 6) $G(x) = x^2 - 6x + 8$ |
| 7) $G(x) = x^2 + 2x - 3$ | 8) $G(x) = x^2 + 5x - 6$ | 9) $G(x) = x^2 - 4x - 5$ |
| 10) $G(x) = x^2 + 3x - 10$ | 11) $G(x) = x^2 - 7x + 6$ | 12) $G(x) = x^2 - 4x + 3$ |
| 13) $G(x) = x^2 - 6x + 5$ | 14) $G(x) = x^2 - 6x - 7$ | 15) $G(x) = x^2 - 3x - 4$ |
| 16) $G(x) = x^2 - 2x - 3$ | 17) $G(x) = x^2 - 2x - 8$ | 18) $G(x) = x^2 - 5x - 6$ |
| 19) $G(x) = x^2 + 4x + 3$ | 20) $G(x) = x^2 - 2x - 15$ | 21) $G(x) = x^2 + 7x + 12$ |
| 22) $G(x) = x^2 - 5x - 14$ | 23) $G(x) = x^2 - 5x + 6$ | 24) $G(x) = x^2 - 7x + 12$ |
| 25) $G(x) = x^2 - 12x + 36$ | | |

Bài 12: Tìm nghiệm của các đa thức sau

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $H(x) = 3x^2 + x - 4$ | 2) $H(x) = 3 + 7x + 2x^2$ | 3) $H(x) = 4 + 3x^2 - 8x$ |
| 4) $H(x) = 3x^2 + 2 - 7x$ | 5) $H(x) = 7x - 6x^2 - 2$ | 6) $H(x) = 7x - 3x^2 - 2$ |
| 7) $H(x) = 2x^2 + 2 - 5x$ | 8) $H(x) = 3x^2 - 5x + 2$ | 9) $H(x) = 2x^2 - 3x - 5$ |
| 10) $H(x) = 2x^2 + 3x - 5$ | 11) $H(x) = 2x^2 - 4x + 2$ | 12) $H(x) = -8x + 4 + 3x^2$ |
| 13) $H(x) = 3 + 6x^2 - 11x$ | 14) $H(x) = 3x^2 - 7x - 10$ | 15) $H(x) = 2x^2 - 27 + 3x$ |
| 16) $H(x) = -5x + 4x^2 + 1$ | 17) $H(x) = 4x^2 - 4x + 1$ | 18) $H(x) = 12x^2 - 12x + 3$ |
| 19) $H(x) = 2x^2 + 3x + 1$ | 20) $H(x) = 2x^2 - 7x + 3$ | 21) $H(x) = 4x^2 + 9x - 9$ |

Bài 13: Xác định a để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x) = x^2 - 5x + a$.

Bài 14: Xác định a để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x) = x^2 + a.x - 3$.

Bài 15: Xác định a để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x) = a.x^2 + 2x - 1$.

Bài 16: Xác định m để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x) = x^5 - 3x^2 + m$.

Bài 17: Xác định m để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x) = 7x^2 + mx - 1$.

Bài 18: Xác định m để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x) = mx^2 + 2x + 8$.

Bài 19: Xác định c để đa thức sau nhận 2 là nghiệm: $A(x) = 5x^2 - 10x + c$.

Bài 20: Xác định a để đa thức sau nhận -3 là nghiệm: $A(x) = ax^2 + 2x - 3$.

Bài 21: Xác định b để đa thức sau nhận -2 là nghiệm: $A(x) = 5x^2 + bx - 20$.

Bài 22: Xác định b để đa thức sau nhận -4 là nghiệm: $A(x) = x^2 - (3b + 3)x - b^2$.

Bài 23: Xác định b để đa thức sau nhận -4 là nghiệm: $A(x) = x^2 + (5b - 7)x - b^2$.

Bài 3. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Cộng hai đa thức một biến.

Ví dụ 1: Cho hai đa thức $P(x) = -x^3 - x^2 - 7x + 1$ và $Q(x) = -2x^3 + 4x^2 - 1$

Khi đó

$$\begin{aligned}P(x) + Q(x) &= (-x^3 - x^2 - 7x + 1) + (-2x^3 + 4x^2 - 1) \\&= -x^3 - x^2 - 7x + 1 - 2x^3 + 4x^2 - 1 = -3x^3 + 3x^2 - 7x.\end{aligned}$$

Chú ý:

♣ Phép cộng đa thức cũng có tính chất như: Giao hoán, Kết hợp.

2) Trừ hai đa thức một biến.

Ví dụ 2: Cho hai đa thức $P(x) = -x^3 - x^2 - 7x + 1$ và $Q(x) = -2x^3 + 4x^2 - 1$

Khi đó

$$\begin{aligned}P(x) - Q(x) &= (-x^3 - x^2 - 7x + 1) - (-2x^3 + 4x^2 - 1) \\&= -x^3 - x^2 - 7x + 1 + 2x^3 - 4x^2 + 1 = x^3 - 5x^2 - 7x + 2.\end{aligned}$$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho $A(x) = -x^6 + x^4 - 4x^3 + x^2 - 5$ và $B(x) = 2x^5 - x^4 - x^3 + x^2 + x - 1$

a) Tính $A(x) + B(x)$

b) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 2: Cho $A(x) = 6x^4 + 5x^2 - x + 5$ và $B(x) = -8x^4 - x^3 - 2x^2 + 5$

a) Tính $A(x) + B(x)$

b) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 3: Cho $A(x) = -2x^3 - 2x^2 + 6x - 2$ và $B(x) = x^3 - 2x + 1$

a) Tính $A(x) + B(x)$

b) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 4: Cho $A(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 7$ và $B(x) = x^3 - 5x + 11$

a) Tính $A(2)$ và $B(-1)$

b) Tính $A(x) + B(x)$

c) Tính $A(x) - B(x)$.

Bài 5: Cho $P(x) = 2x^3 - x^2 + 5x - 7$ và $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 1$

a) Tính $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.

b) Tính giá trị của đa thức $Q(x)$ tại $x = 2$.

Bài 6: Cho $A(x) = 5x - x^3 - 15 + 4x^2$ và $B(x) = 4x^2 + 2x^3 + 17 + 5x$

a) Hãy sắp xếp các đa thức $A(x), B(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $A(x) + B(x)$ và $A(x) - B(x)$.

Bài 7: Cho $P(x) = 2x^3 + 2x - 3x^2 + 1$ và $Q(x) = 2x^2 + 3x^2 - x - 5$

a) Sắp xếp các đa thức $P(x)$ và $Q(x)$.

b) Tính $P(x) + Q(x)$

c) Tính $P(x) - Q(x)$.

Bài 8: Cho $A(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 1$ và $B(x) = 6 - 2x + 3x^3 + x^4 - 3x^5$

a) Sắp xếp các đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x) + B(x)$

c) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 9: Cho $A(x) = -5x^3 - \frac{1}{3} + 8x^4 + x^2$ và $B(x) = x^2 - 5x - 2x^3 + x^4 - \frac{2}{3}$.

a) Tính $A(x) + B(x)$

b) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 10: Cho $P(x) = -3x^5 + \frac{1}{2}x^4 - 8x^3 + x^2 - 1009$ và $Q(x) = 3x^5 + \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + x - 1010$

a) Tính $P(x) + Q(x) + 2024$

b) Tính $Q(x) - P(x) + 1$

Bài 11: Cho $A(x) = -2x^3 - 3x^2 - x + 7 + 2x^3 + x^2$ và $B(x) = -2x - x^2 + 4x^3 + 3x^2 + 4 - x - 5$

a) Thu gọn và sắp xếp đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x) + B(x)$

c) Tính $B(x) - A(x)$

Bài 12: Cho $P(x) = 2x^2 - 3x^3 + x^2 + 3x^3 - x - 1 - 3x$ và $Q(x) = -3x^2 + 2x^3 - x - 2x^3 - 3x - 2$

a) Thu gọn và sắp xếp $P(x), Q(x)$

b) Tính $P(x) - Q(x)$

c) Tính $P(x) - Q(x)$

Bài 13: Cho $A(x) = x^5 - 3x^2 + x^3 - x^2 - 2x + 5$ và $B(x) = x^2 - 3x + 1 + x^2 - x^4 + x^5$

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x) + B(x)$

c) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 14: Cho $A(x) = x^7 - 3x^2 - x^5 + x^4 - x^2 + 2x - 7$ và

$B(x) = x - 2x^2 + x^4 - x^5 - x^7 - 4x^2 - 1$

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x) + B(x)$

c) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 15: Cho $A(x) = 3x^5 + 2x^4 - 4x^3 + x^2 - 2x + 1$ và

$B(x) = -x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x^3 - 3x + 2 - 3x^4$

a) Sắp xếp và thu gọn hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x) + B(x)$

c) Tính $A(x) - B(x)$

Bài 16: Cho $A(x) = x^4 - 3x^3 + 2x - 1$ và $B(x) = -5x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 5x + 3$

a) Tính $A(x) - B(x)$

b) Tính $5.A(x) + B(x) + 12x^3$

Bài 17: Cho $A(x) = 2x^4 - x - 2x^3 + 1$, $B(x) = 5x^2 - x^3 + 4x$ và $C(x) = -2x^4 + x^2 + 5$

a) Tính $A(x) + B(x) + C(x)$

b) Tính $A(x) - 2B(x) + C(x)$

Bài 18: Cho $A(x) = 2x^3 - 5x + 4$, $B(x) = -x^4 + 2x^2 - 8x + 6$ và $C(x) = -5x^3 + 6x^2 - 8$

a) Tính $A(x) - B(x) + C(x)$

b) Tính $A(x) + 3.B(x) - C(x) - 30$

Bài 19: Cho $M(x) = -5 + 3x^2 - 4x^4 + x^3$, $N(x) = 3x^4 - 2x + 2x^3$ và $P(x) = -8 + 5x - 6x^3$

a) Tính $M(x) - N(x)$.

b) Tính $N(x) - P(x) + M(x)$

Bài 20: Cho $f(x) = x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 1$, $g(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3$ và

$h(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 5$

a) Tính $f(x) + g(x) - h(x)$

b) Tính $f(x) - g(x) - 2.h(x) - 6x^2$

Bài 21: Cho $P(x) = 3x - 2x^2 - 2 + 6x^3$, $Q(x) = 3x^2 - x - 2x^3 + 4$ và $R(x) = 1 + 4x^3 - 2x$

a) Tính $P(x) + Q(x) - R(x)$

b) Tính $P(x) - Q(x) + 2R(x)$

Bài 22: Cho $A(x) = 3x^6 - 5x^4 + 2x^2 - 7$, $B(x) = 8x^6 + 7x^4 + x^2 + 11$,

$C(x) = x^6 + x^4 - 8x^2 + 6$

a) Tính $2A(x) - B(x) + 2C(x)$

b) Tính $B(x) - 7C(x) + A(x)$

c) Tính $A(x) + B(x) - 11C(x)$

Bài 23: Cho $E(x) = x^2 - 4x + 5$, $F(x) = 2x^2 + 3x - 6$ và $G(x) = x^2 - 2$.

a) Tính $G(x).E(x) - F(x)$

b) Tính $2x.G(x) + x^2.E(x)$

c) Tính $5E(x) - 3F(x)$

Bài 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Nhận đơn thức với đa thức.

Ví dụ 1: Tính $3x \cdot (5x^2 + 2x - 1)$

$$= 3x \cdot 5x^2 + 3x \cdot 2x - 3x \cdot 1 = 15x^3 + 6x^2 - 3x.$$

Kết luận:

- ♣ Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức, rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 2: Tính $-2x^2 \cdot (3x^3 + 4x - 5)$

$$= -2x^2 \cdot 3x^3 - 2x^2 \cdot 4x + 2x^2 \cdot 5 = -6x^5 - 8x^3 + 10x^2.$$

2) Nhân đa thức với đa thức.

Ví dụ 3: Tính $(x - 7) \cdot (x - 5)$

$$= x \cdot x - x \cdot 5 - 7 \cdot x + 7 \cdot 5 = x^2 - 5x - 7x + 35 = x^2 - 12x + 35$$

Kết luận:

- ♣ Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia.
- ♣ Phép nhân đa thức cũng có tính chất giao hoán và kết hợp.

Ví dụ 4: Tính $(x - 2) \cdot (6x^2 - 5x + 1)$

$$= x \cdot 6x^2 - x \cdot 5x + x \cdot 1 - 2 \cdot 6x^2 + 2 \cdot 5x - 2 \cdot 1 = 6x^3 - 5x^2 + x - 12x^2 + 10x - 2$$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Thực hiện phép tính

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| 1) $3x \cdot (5x^2 - 2x - 1)$ | 2) $5x \cdot (3x^2 - 4x + 5)$ | 3) $3x^2 \cdot (2x^2 - 5x - 4)$ |
| 4) $3x \cdot (2x^3 - 3x^2 + 5)$ | 5) $-2x^3 \cdot (-x^3 + 5x - 1)$ | 6) $-5x \cdot (3x^2 - 4x + 1)$ |
| 7) $-x^2 \cdot (6x^2 - 3x - 2)$ | 8) $-3x^5 \cdot (-x^4 - 4x^2 + 1)$ | |

Bài 2: Thực hiện phép tính

- | | |
|---|--|
| 1) $x \cdot (7 - x) + 7x \cdot (x - 1) - 5x^2$ | 2) $-3x \cdot (x - 5) + 5 \cdot (x - 1) + 3x^2$ |
| 3) $3x \cdot (x - 2) + 4x \cdot (x - 3) - 6x^2$ | 4) $x \cdot (2x^2 - 3) - x^2 \cdot (5x + 1) + x^2$ |
| 5) $x^3 - 5x^2 - x^2 \cdot (x^2 + x - 5)$ | 6) $2x^3 - x^2 - x \cdot (2x^2 - x + 3)$ |
| 7) $-4x^3 + 2x - 4x \cdot (x^2 + x - 5)$ | 8) $5x^5 - 5x^2 - 5x^2 \cdot (x^3 - 2x + 1)$ |

Bài 3: Thực hiện phép tính

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $(x - 1) \cdot (x - 2)$ | 2) $(x + 3) \cdot (x - 3)$ | 3) $(x + 1) \cdot (-x + 2)$ |
| 4) $(x - 2) \cdot (-3 + x)$ | 5) $(x - 3) \cdot (2x + 5)$ | 6) $(2x + 1) \cdot (x + 2)$ |
| 7) $(x - 3) \cdot (5x - 4)$ | 8) $(x - 3) \cdot (-2x - 4)$ | 9) $(x - 1) \cdot (x^2 - 2x + 1)$ |
| 10) $(x + 3) \cdot (x^2 + 3x - 5)$ | 11) $(x - 5) \cdot (x^2 - 2x + 3)$ | 12) $(x - 2) \cdot (6x^2 - 5x + 1)$ |

Bài 4: Thực hiện phép tính

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $(4x + 1)(2 - x) - 7x$ | 2) $(3x - 1)(2 - 2x) - 5x$ |
| 3) $(3x - 2)(3x + 2) - 9x^2$ | 4) $(2x - 3)(2x + 3) - 4x^2$ |

- 5) $(x+2).(x-3)+x(x+1)$
- 6) $(2x-1).(x+1)+x(2x-5)$
- 7) $x(1-x)+(x+1).(x-2)$
- 8) $(3x-1).(x+4)-3x(x-1)$
- 9) $2x.(x-3)+(x-2).(5-2x)$
- 10) $6x(2x+3)-(3x-1).(4x+1)$
- 11) $3x(4x-3)-(2x-1).(6x+5)$
- 12) $(2-5x).(3-4x)+x(2x+23)$
- 13) $3.(x-1).(x-2)-x.(3x+1).(1-x)$
- 14) $-4x.(x+3).(x-4)-3x.(x^2-x+1)$
- 15) $-3.(x+4).(x-7)+7.(x-5).(x-1)$
- 16) $-2(x-3).(2x^2+1)+x(4x+1)(x+2)$

Bài 5: Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến

- 1) $A = 3x.(2x-1) - x.(6x+2) + 5.(x-4)$
- 2) $A = 3.(2x-1) - 5.(x-3) + 6.(3x-4) - 19x$
- 3) $A = x.(2x+3) - 5.(2x+3) - 2x.(x-3) + x + 7$
- 4) $A = x.(5x-3) - x^2.(x-1) + x.(x^2-6x) - 10 + 3x$
- 5) $A = x.(3x+12) - (7x-20) + x^2.(2x-3) - x.(2x^2+5)$
- 6) $A = x.(2x-3) + 2x^2.(x-2) - 2x.(x^2-x+1) + 5.(x-1)$

Bài 6: Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến

- 1) $B = (x-5).(2x+3) - 2x.(x-3) + x + 7$
- 2) $B = (2x-1).(3x+2) - 6x.(x-1) - 7x + 4$
- 3) $B = (4x-5).(x+2) - (x+5).(x-5) - 3x^2 - x$
- 4) $B = (x-3).(x+2) + (x-4).(x+4) - x(2x-1)$
- 5) $B = (8x-1).(x+7) - (x-2).(8x+5) - 11.(6x+1)$
- 6) $B = (4x-3).(4x-3) - (2x+1).(8x-3) + 13(2x-1)$

Bài 7: Tìm x biết

- 1) $x.(x+3) - x^2 + 9 = 0$
- 2) $x.(x-1) - x^2 + 2x = 5$
- 3) $x.(x+3) - x^2 + 5x = 16$
- 4) $x(x+11) - x^2 + x = 12$
- 5) $x.(2x-3) - 2x^2 - x = 8$
- 6) $x.(3x+1) - 3x^2 + 2x = 9$
- 7) $x.(2x-3) - 2.(3-2x) = 0$
- 8) $x.(2x-5) - 2x.(x-6) = 42$
- 9) $x.(5-2x) + 2x.(x-1) = 15$
- 10) $2x.(x-5) - x.(3+2x) = 26$
- 11) $5x.(1-2x) - 3x.(x+18) = 0$
- 12) $3x.(12x-4) - 9x.(4x-3) = 30$

Bài 8: Tìm x biết

- 1) $(x-2).(x+3) - x(x-2) = 3$
- 2) $(x-3).(x+4) - x(x-2) = 0$
- 3) $(2x-1).(x+1) - x(2x+3) + 1 = 0$
- 4) $(x-1).(2x+3) - 2x.(x-1) = 0$
- 5) $(x-3).(x-2) - (x+1).(x-5) = 0$
- 6) $(x+2).(x+3) - (x-2).(x+5) = 0$
- 7) $(2x-1).(3x-1) - (2x-3).(3x-1) = 0$
- 8) $(x-5).(-x+4) - (x-1).(x+3) = -2x^2$

Bài 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Làm quen với phép chia đa thức

Ví dụ 1: Với hai đơn thức $15x^7$ và $3x^2$ nhận thấy rằng $15x^7 = 3x^2 \cdot 5x^5$.

Nên ta có thể viết $15x^7 : 3x^2 = 5x^5$

Kết luận:

♣ Cho hai đa thức A và B với $B \neq 0$. Nếu có một đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$ thì ta có

phép chia hết: $A : B = Q$ hay $\frac{A}{B} = Q$.

Trong đó: A là đa thức bị chia

B là đa thức chia

Q là đa thức thương.

♣ Muốn chia hai đơn thức một biến, ta chia phần hệ số với nhau, phần biến với nhau.

Ví dụ 2: Tính $12x^3 : 8x = \frac{12}{8}x^3 : x = \frac{3}{2}x^2$.

2) Chia đa thức cho đa thức.

Ví dụ 3: Đặt tính chia

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 \\ - 2x^4 - 8x^3 - 6x^2 \\ \hline 0 - 5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 4x - 3 \\ \hline 2x^2 \end{array}$$

Lấy hạng tử bậc cao nhất chia cho hạng tử bậc cao nhất.

Rồi thực hiện theo sự hướng dẫn của giáo viên.

Chú ý:

♣ Khi chia đa thức cho một đơn thức thì ta không cần đặt tính chia.

Ví dụ 4: Tính $(3x^4 + 6x^2 - 12x) : 4x$

$$= (4x^4 : 4x) + (6x^2 : 4x) + (-12x : 4x) = x^3 + \frac{3}{2}x - 3.$$

3) Chia đa thức cho đa thức, trường hợp chia có dư.

Ví dụ 5: Tính $(3x^4 + x^3 + 6x - 5) : (x^2 + 1)$

Bài làm:

$$\begin{array}{r} 3x^4 + x^3 \quad + 6x - 5 \\ - 3x^4 \quad + 3x^2 \\ \hline x^3 - 3x^2 + 6x - 5 \\ - x^3 \quad + x \\ \hline -3x^2 + 5x - 5 \\ - -3x^2 \quad - 3 \\ \hline 5x - 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &\text{vậy } (3x^4 + x^3 + 6x - 5) : (x^2 + 1) \\ &= 3x^2 + x - 3 \text{ (dư } 5x - 2 \text{)}. \end{aligned}$$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Thực hiện phép tính

- | | | | |
|------------------------------|---|---|---|
| 1) $20x^5 : 5x$ | 2) $12x^4 : 6x^3$ | 3) $35x^7 : 5x^3$ | 4) $21x^{12} : 3x^2$ |
| 5) $14x^4 : 3x^2$ | 6) $15x^5 : 7x^3$ | 7) $22x^7 : 4x$ | 8) $18x^6 : 2x^6$ |
| 9) $-30x^6 : \frac{3}{4}x^5$ | 10) $9x^9 : \left(\frac{3}{10}x^3\right)$ | 11) $-6x^8 : \left(\frac{3}{7}x^4\right)$ | 12) $4x^{20} : \left(\frac{-2}{5}x^{10}\right)$ |

Bài 2: Thực hiện phép tính

- | | |
|--|---|
| 1) $(3x^3 - 4x^2 + 6x) : 3x$ | 2) $(5x^4 - 3x^3 + x^2) : 3x^2$ |
| 3) $(6x^5 + 4x^3 - 8x^2) : 2x^2$ | 4) $(-2x^5 + 3x^2 - 4x^3) : 2x^2$ |
| 5) $(25x^5 - 5x^4 + 10x^2) : 5x^2$ | 6) $(20x^6 - 5x^5 + 15x^4) : (-3x^3)$ |
| 7) $(15x^7 - 25x^5 + 21x^3) : (-5x^2)$ | 8) $(-6x^8 + 14x^6 - 20x^4) : (-4x^4)$ |
| 9) $(4x^5 - 3x^4 + 7x^2 + 6x) : (-3x)$ | 10) $(-12x^6 - 7x^4 - 4x^3 + 2x^2) : (-4x^2)$ |

Bài 3: Đặt tính rồi tính

- | | |
|--|--|
| 1) $(x^3 - 3x^2 + x - 3) : (x - 3)$ | 2) $(x^3 - 7x + 3 - x^2) : (x - 3)$ |
| 3) $(x^3 - 4x^2 + 5x - 1) : (x - 3)$ | 4) $(x^3 - 3x^2 + 2x - 6) : (x - 3)$ |
| 5) $(x^3 + 2x^2 - 2x + 3) : (x + 3)$ | 6) $(x^3 - 3x^2 - 4x + 12) : (x + 2)$ |
| 7) $(x^3 + 4x^2 + 3x + 12) : (x + 4)$ | 8) $(2x^3 + 7x^2 + 3x - 2) : (x + 1)$ |
| 9) $(x^3 - 2x^2 + 5x - 10) : (x - 2)$ | 10) $(2x^2 + 3x - 2) : (2x - 1)$ |
| 11) $(6x^2 + 13x - 5) : (2x + 5)$ | 12) $(6x^2 - 11x - 10) : (3x + 2)$ |
| 13) $(6x^3 - 7x^2 - x + 2) : (2x + 1)$ | 14) $(2x^3 - 5x^2 + 4x - 1) : (2x - 1)$ |
| 15) $(2x^3 - 7x^2 + 13x + 2) : (2x - 1)$ | 16) $(2x^3 - 5x^2 + 6x - 15) : (2x - 5)$ |

Bài 4: Đặt tính rồi tính

- | | |
|--|--|
| 1) $(3x^4 + x^3 + 6x - 5) : (x^2 + 1)$ | 2) $(3x + 2x^4 - 3x^3 - 2) : (1 - x^2)$ |
| 3) $(2x^4 - 3x^3 + 3x - 2) : (x^2 - 1)$ | 4) $(x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3) : (x^2 + 1)$ |
| 5) $(x^3 + 3x^2 - 4) : (x^2 + 4x + 4)$ | 6) $(2x^3 + 7x^2 + 3x - 5) : (x^2 + x - 1)$ |
| 7) $(x^4 - x^3 + x^2 + 3x) : (x^2 - 2x + 3)$ | 8) $(x^3 - 8x^2 + 16x - 3) : (x^2 - 5x + 1)$ |

Bài 5: Tìm hệ số a để

- | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $x^3 - 5x + a : x - 3$ | 2) $2x^2 + x + a : x + 3$ | 3) $x^3 + 2x^2 + a : x + 3$ |
| 4) $4x^2 - 6x + a : x - 3$ | 5) $2x^2 + ax - 4 : x + 4$ | 6) $x^3 - 7x^2 + ax : x - 2$ |
| 7) $x^3 + 3x^2 + 5x + a : x + 3$ | 8) $x^3 - 4x^2 + 6x - a : x - 2$ | 9) $6x^3 + 5x - a : 2x - 3$ |
| 10) $10x^2 - 7x + a : 2x - 3$ | 11) $8x^2 - 26x + a : 2x - 3$ | 12) $2x^3 + 3x^2 - x + a : 2x +$ |
| 13) $6x^3 - 7x^2 - x + a : 2x +$ | 14) $3x^3 + 10x^2 + a - 5 : 3x +$ | |

CHƯƠNG VIII. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC XUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bài 1. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Biến cố.

Ví dụ 1: Cho các sự kiện, hiện tượng sau:

- a) Ngày mai trời nắng.
- b) Khi gieo một con xúc sắc, mặt xuất hiện là mặt có 10 chấm.
- c) Với phép tính 3^2 ta chỉ có một kết quả duy nhất.

Nhận thấy, các sự kiện hay hiện tượng trên đều được gọi là biến cố.

Kết luận:

- ♣ Các sự kiện, hiện tượng trong tự nhiên, cuộc sống gọi chung là các biến cố.
- ♣ Biến cố chắc chắn là biến cố biết trước được nó luôn xảy ra.
- ♣ Biến cố không thể là biến cố biết trước được nó không bao giờ xảy ra.
- ♣ Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước được nó có xảy ra hay không.

Ví dụ 2: Bạn Thúy viết 10 số từ số 11 đến 20 vào 10 tờ giấy nhỏ rồi gấp lại, sau đó đưa cho bạn Hằng bốc một trong các tờ giấy đó. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố ngẫu nhiên:

- a) Hằng bốc được tờ giấy có số 10.
- b) Hằng bốc được tờ giấy có số nhỏ hơn 10.
- c) Hằng bốc được tờ giấy có số 15.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Trong các biến cố sau, đâu là biến cố ngẫu nhiên, đâu là biến cố chắc chắn, đâu là biến cố không thể.

A: Nhiệt độ cơ thể con người là $100^0 C$

B: Tháng 2 là tháng có 28 ngày.

C: Trong một năm học, bạn Bình sẽ nghỉ học một hôm.

Bài 2: Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc một lần rồi quan sát số chấm xuất hiện trên mặt con xúc sắc. Trong các biến cố sau, đâu là biến cố chắc chắn, đâu là biến cố ngẫu nhiên, đâu là biến cố không thể.

- a) A: “ Gieo được mặt có số chấm là số chẵn ”
- b) B: “ Gieo được mặt có số chấm là số chia hết cho 3 ”
- c) C: “ Gieo được mặt có số chấm là số không bé hơn 1 ”
- d) D: “ Gieo được mặt có số chấm là số có hai chữ số ”

Bài 3: Một hộp có 2 tấm thẻ được in số 1; 2 và 2 tấm thẻ in chữ X; Y. Lấy ra ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp. Cho biết các biến cố sau là biến cố gì?

- a) A: “ Thẻ lấy ra có chữ A ”
- b) B: “ Thẻ lấy ra là một số ”

Bài 4: Một hộp đựng 5 quả bóng được đánh số 0; 2; 4; 6; 8. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp.

- a) A: “ Lấy được quả bóng đánh số là số chẵn ” là biến cố gì?
- b) B: “ Lấy được quả bóng đánh số là số lẻ ” là biến cố gì?
- c) C: “ Lấy được quả bóng đánh số là số nguyên tố ” là biến cố gì?

Bài 5: Trong các biến cố sau, em hãy chỉ ra biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên.

A: “ Bà Thanh năm nay 70 tuổi, bà sẽ sống thọ đến 300 tuổi”

B: “ Theo lịch dương, tháng 1 có 31 ngày”.

C: “ Ngày mai trời có mưa to”

D: “ Năm 2023, dân số Việt Nam sẽ vượt quá 100 triệu người”

Bài 6: Một hộp có 4 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc hai quả bóng từ hộp thấy chúng đều có màu đỏ. Trong các biến cố sau, biến cố nào chắc chắn, biến cố nào không thể:

A: “ Có ít nhất một bóng màu đỏ trong hai bóng lấy ra”

B: “ Có ít nhất một bóng xanh trong hai bóng lấy ra”

C: “ Hai bóng lấy ra có cùng màu”

D: “ Không có bóng nào màu vàng trong hai bóng lấy ra”

Bài 7: Có 7 quả bóng được đánh số từ 1 đến 7 rồi bỏ vào trong một hộp kín. Bóc một quả bóng bất kì trong hộp. Em hãy viết một biến cố ngẫu nhiên, một biến cố không thể và một biến cố chắc chắn.

Bài 8: Một hộp bút có 2 chiếc bút chì màu xanh và 3 chiếc bút chì màu đen. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút chì. Hãy xem trong các biến cố sau, đâu là biến cố ngẫu nhiên, đâu là biến cố chắc chắn, đâu là biến cố không thể?

A: Lấy được một chiếc bút chì.

B: Lấy được một chiếc bút bi.

C: Lấy được một chiếc bút màu xanh.

Bài 9: Nam cầm 4 lá bài gồm đủ 4 chất gồm: Rô, cơ, tép và bích. Nam đưa cho Minh rút ngẫu nhiên một lá bài. Em hãy cho biết các biến cố sau là biến cố gì?

A: Minh rút được lá bài mang chất cơ

B: Minh rút được lá bài Joker

C: Minh rút được lá bài không phải màu vàng

Bài 10: Để mừng tết năm mới cho mọi người trong cơ quan.

Trưởng phòng đã cho mọi người cùng cơ quan chơi trò chơi

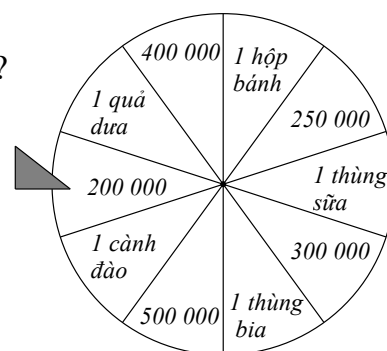
vòng quay như hình bên. Em hãy xem các biến cố sau là biến cố gì?

A: Anh A quay được một chiếc đồng hồ.

B: Chị B quay được 500 000 đồng.

C: Em C quay được 1 phần quà.

D: Cô D quay được 1 chiếc xe máy.



Bài 2: LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ.

A LÝ THUYẾT.

1) Xác suất của biến cố.

Ví dụ 1: Trong hộp có 10 quả bóng, trong đó có 3 quả bóng màu cam, còn lại là màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp. Hỏi rằng khả năng lấy được viên bi màu nào lớn hơn?

Khi đó một con số thể hiện khả năng xảy ra khi lấy được bóng màu cam gọi là xác suất của biến cố lấy được bóng màu cam.

Kết luận:

- ♣ Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1 gọi là xác suất của biến cố đó.

Nhận xét:

- ♣ Xác suất của một biến cố càng gần 1 thì biến cố đó càng có nhiều khả năng xảy ra. Xác suất càng gần 0 thì khả năng của biến cố đó càng ít khi xảy ra.
- ♣ Xác suất để xuất hiện mặt ngửa khi gieo một đồng xu là $\frac{1}{2}$ hay 50%.

2) Xác suất của một số biến cố đơn giản.

- ♣ Vì biến cố chắc chắn xảy ra là 100% nên xác suất của biến cố này là bằng 1.
- ♣ Vì biến cố không thể không có khả năng xảy ra nên xác suất của biến cố này bằng 0.

Ví dụ 2:

- Xác suất của biến cố: “Một tháng có 35 ngày” bằng 0.
- Xác suất của biến cố: “Không có số tự nhiên nào lớn nhất” là bằng 1.

Ví dụ 3: Gieo một đồng xu cân đối. Với hai biến cố:

A : Mặt xuất hiện là mặt ngửa B : Mặt xuất hiện là mặt sấp.

Thấy rằng hai biến cố A và B có đồng khả năng xảy ra.

Nên xác suất của hai biến cố này là $\frac{1}{2}$ hay 50%

Ví dụ 4: Gieo một con xúc xắc. Khi đó xác suất xảy ra với biến cố “Mặt xuất hiện là mặt 6 chấm” là bao nhiêu?

Khi gieo một con xúc xắc sẽ có 6 biến cố xảy ra gồm

Số chấm xuất hiện là số 1 Số chấm xuất hiện là số 2

Số chấm xuất hiện là số 3 Số chấm xuất hiện là số 4

Số chấm xuất hiện là số 5 Số chấm xuất hiện là số 6

6 biến cố trên đồng khả năng xảy ra.

Với 1 lần gieo sẽ được một trong các biến cố trên nên xác suất là $\frac{1}{6}$

Kết luận:

- ♣ Trong một trò chơi hay thí nghiệm, Nếu có k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất 1 biến cố trong k biến cố đó thì xác suất cho biến cố này là $\frac{1}{k}$

Ví dụ 5: Gieo một con xúc xắc được chế tạo cân đối. Tìm xác suất cho các biến cố sau:

- A : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 7”

- b) B : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 10"
- c) C : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2"

Thấy rằng khi gieo một con xúc xắc thì có 6 kết quả có đồng khả năng xảy ra với số chấm xuất hiện trên mặt xúc xắc là các chấm: 1; 2; 3; 4; 5; 6 chấm.

- a) Với biến cố A : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 7" thì xác suất là $\frac{6}{6} = 1$
- b) Với biến cố B : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 10" thì xác suất là $\frac{0}{6} = 0$
- c) Với biến cố C : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2" thì xác suất là $\frac{1}{6}$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Gieo ngẫu nhiên một lần một con xúc xắc.

- a) Tính xác suất cho biến cố "Mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn".
- b) Tính xác suất cho biến cố "Mặt xuất hiện có số chấm là số chia hết cho 4"

Bài 2: Gieo ngẫu nhiên một lần một con xúc xắc

- a) Tính xác suất cho biến cố "Mặt xuất hiện có số chấm là số nguyên tố".
- b) Tính xác suất cho biến cố "Mặt xuất hiện có số chấm là số có hai chữ số".

Bài 3: Lớp 7A có 42 học sinh, trong đó có 21 học sinh nam, cô giáo gọi ngẫu nhiên một học sinh trả lời câu hỏi. Tính xác suất để học sinh được trả lời là nữ.

Bài 4: Một hộp có 4 tấm thẻ cùng kích thước được in số lần lượt là 6; 7; 8; 9. Rút ra ngẫu nhiên một thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) A : "Thẻ rút ra ghi số chia hết cho 5"
- b) B : "Thẻ rút ra ghi số chính phương"
- c) C : "Thẻ rút ra ghi số tròn chục"
- d) D : "Thẻ rút ra ghi số lớn hơn 5".

Bài 5: Trong một hộp đựng 15 thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp.

- a) Tính xác suất cho biến cố "Số trên thẻ rút ra là số chia hết cho 5".
- b) Tính xác suất cho biến cố "Số trên thẻ rút được là số có hai chữ số"

Bài 6: Danh sách tham dự kì thi "Hùng biện về bạo lực học đường" của lớp 7A có 10 bạn. được xếp theo thứ tự từ 1 đến 10 Bạn Hùng đứng ở vị trí thứ 8 trong danh sách đó. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 1 bạn làm đội trưởng.

- a) Tính xác suất của biến cố "Số thứ tự của học sinh được chọn ra làm đội trưởng là số chia hết cho 3"
- b) Tính xác suất của biến cố "Số thứ tự của học sinh được chọn ra làm đội trưởng là số lớn hơn số thứ tự của bạn Hùng.
- c) Bạn Hùng có bao nhiêu phần trăm được chọn làm đội trưởng.

Bài 7: Trên xe taxi đi từ Thanh Hóa lên Hà Nội có 2 hành khách nam và 3 hành khách nữ. Khi đến Phú Lý, một hành khách xuống xe. Tính xác suất để hành khách xuống xe là nữ.

Bài 8: Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

- a) Tìm xác suất của biến cố "Số tự nhiên có hai chữ số này là số chia hết cho 10".
- b) Tìm xác suất của biến cố "Số tự nhiên có hai chữ số này là ước của 80".

Bài 9: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc. Tính xác suất của các biến cố sau

a) Số chấm xuất hiện là “Đại” (gồm các số 4; 5; 6).

b) Số chấm xuất hiện là “Tiểu” (gồm các số 1; 2; 3).

Bài 10: Trong một hộp bút bi có 10 chiếc bút, trong đó có 5 chiếc màu đen, 3 chiếc màu xanh và 2 chiếc màu đỏ. Không nhìn mà lấy ngẫu nhiên một chiếc từ trong hộp bút.

a) Tìm xác suất để lấy ra được chiếc bút màu xanh, màu đen.

b) Tìm xác suất để lấy ra được chiếc bút không phải màu xanh.

Bài 11: Trong lớp học thêm có 12 bạn, trong đó có 5 bạn ở lớp 7A, 4 bạn ở lớp 7B và 3 bạn ở lớp 7C. Cô giáo muốn chọn ra một bạn để làm lớp trưởng cho lớp học thêm này.

a) Tính xác suất học sinh được cô chọn là học sinh lớp 7A.

b) Tính xác suất học sinh được cô chọn là học sinh lớp 7B.

c) Tính xác suất học sinh được cô chọn là học sinh lớp 7C hoặc 7A.

Bài 12: Một hộp đựng 8 thẻ gồm 3 thẻ đánh chữ A, 2 thẻ đánh chữ B và 2 thẻ đánh chữ C, 1 thẻ đánh số 0. Rút ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố “Thẻ rút ra có chữ C”.

b) Tính xác suất cho biến cố “Thẻ rút ra không phải là chữ”.

Bài 13: Trong một hộp có 20 thẻ gồm 4 thẻ được đánh số 1, 4 thẻ được đánh số 2, 6 thẻ được đánh số 3, 3 thẻ được đánh số 4 và 3 thẻ được đánh số 5.

Rút ngẫu nhiên 1 thẻ từ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố “Thẻ rút ra có số trên thẻ là 3.

b) Tính xác suất khi thẻ rút ra là thẻ mang số lẻ.

c) Tính xác suất khi thẻ rút được mang số chẵn.

Bài 14: Trong hộp có 15 thẻ gồm 5 thẻ có hình ngôi sao, 8 thẻ có hình vuông và 7 thẻ có hình bông hoa. Rút ngẫu nhiên một thẻ bất kì từ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố “Thẻ rút ra là hình bông hoa”.

b) Tính xác suất cho biến cố “Thẻ rút ra là hình vuông”.

c) Tính xác suất cho biến cố “Thẻ rút ra có hình không phải là ngôi sao”.

CHƯƠNG IX. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC.

Bài 1. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

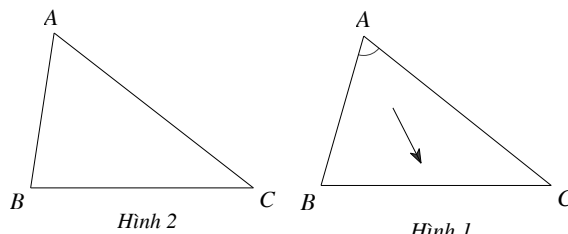
1) Góc đối diện với cạnh trong một tam giác.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$, khi đó góc $\widehat{A}$ gọi là đối diện với cạnh BC . (Hình 1).

Ví dụ 2: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. (Hình 2).

Cạnh AB đối diện với $\widehat{C}$, cạnh AC đối diện với $\widehat{B}$

Nhận thấy rằng $\widehat{B} > \widehat{C}$



Kết luận:

- ♣ Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.
- ♣ Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

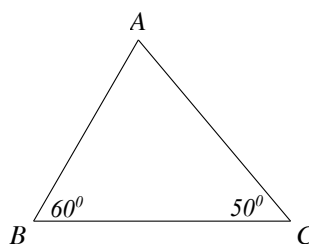
Chú ý:

- ♣ Trong tam giác vuông, góc vuông là góc lớn nhất, nên cạnh huyền là cạnh lớn nhất.
- ♣ Trong tam giác tù, góc tù là góc lớn nhất.

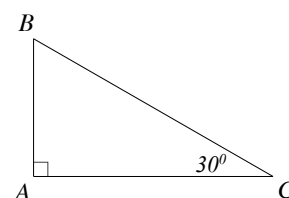
B. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Cho Hình 3.

- Tính $\widehat{A}$.
- So sánh ba cạnh $\triangle ABC$.



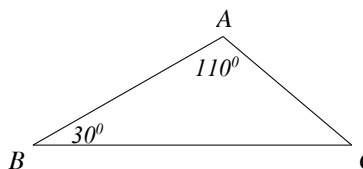
Hình 3



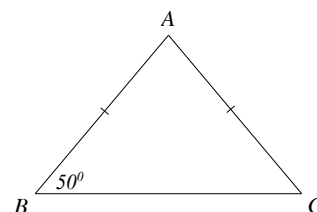
Hình 4

Bài 2: Cho Hình 4.

- Tính $\widehat{B}$.
- So sánh ba cạnh $\triangle ABC$.



Hình 5



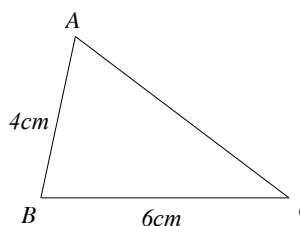
Hình 6

Bài 3: Cho Hình 5.

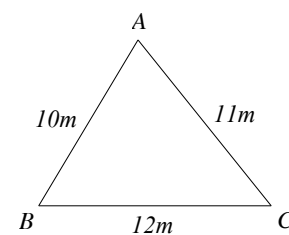
- Góc $\widehat{A}$ là góc gì?
- So sánh AC và AB .

Bài 4: Cho Hình 6.

- Tính $\widehat{A}$.
- So sánh BC và AB .



Hình 7



Hình 8

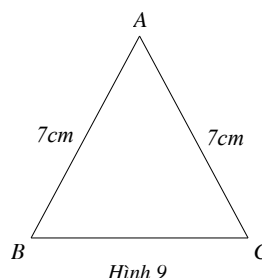
Bài 5: Cho Hình 7. So sánh $\widehat{C}$ và $\widehat{A}$.

Bài 6: Cho Hình 8.

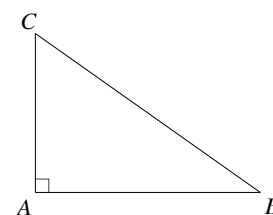
- So sánh $\widehat{A}$ với $\widehat{B}$.
- So sánh $\widehat{B}$ với $\widehat{C}$.

Bài 7: Cho Hình 9. So sánh $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$.

Bài 8: Cho Hình 10. So sánh AB và cạnh BC .

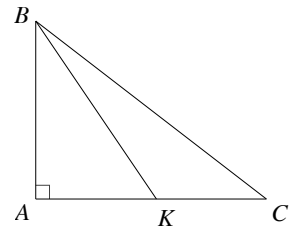


Hình 9



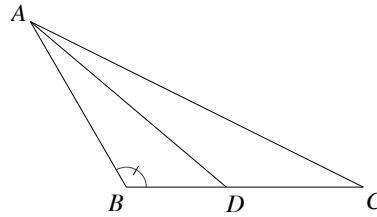
Hình 10

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , điểm K nằm giữa A và C .
So sánh BK và BC . (Hình 11).



Hình 11

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} > 90^\circ$, điểm D nằm giữa B và C .
Chứng minh $AB < AD < AC$. (Hình 12).

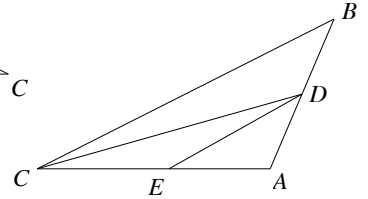


Hình 12

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A}$ là góc tù.
Trên cạnh AB lấy D . (Hình 13).

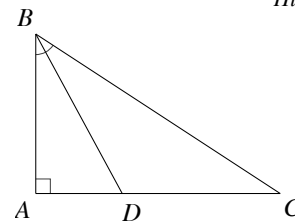
a) So sánh CA, CD, CB .

b) Trên cạnh AC lấy điểm E . So sánh DE và BC .



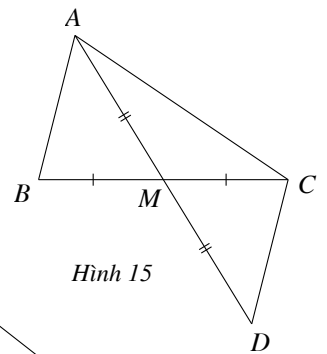
Hình 13

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , tia phân giác của $\widehat{B}$ cắt AC ở D . So sánh AD và DC . (Hình 14).
(Gợi ý: Lấy điểm E trên BC sao cho $BA = BE$)



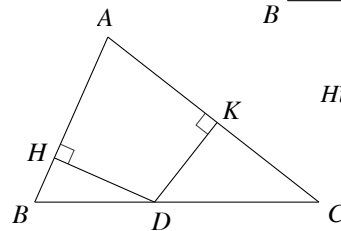
Hình 14

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC . So sánh $\widehat{BAM}$ và $\widehat{MAC}$. (Hình 15).
(Gợi ý: Lấy điểm D sao cho M là trung điểm của AD).



Hình 15

Bài 14: Cho $\triangle ABC$, Lấy D trên cạnh BC . Từ D kẻ $DH \perp AB, DK \perp AC$. Chứng minh $DH + DK < BC$. (Hình 16).

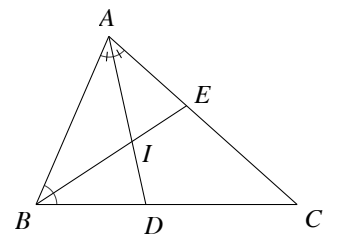


Hình 16

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC < BC$. Tia phân giác $\widehat{A}$ cắt BC tại D . Tia phân giác $\widehat{B}$ cắt AC tại E . Hai tia phân giác này cắt nhau tại I . So sánh:

a) IA và IB . (Hình 17).

b) $\widehat{AEB}$ và $\widehat{CEB}$.

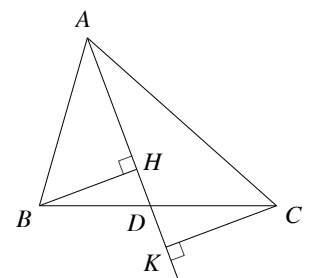


Hình 17

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ nhọn, D nằm giữa B và C sao cho AD không vuông góc với BC .
Gọi H và K là chân đường vuông góc từ B, C đến AD . (Hình 18).

a) So sánh $BH + CK$ với $AB + AC$.

b) So sánh $BH + CK$ với BC .



Hình 18

Bài 2. QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm về đường vuông góc và đường xiên.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng d và điểm $A \notin d$. Từ A kẻ $AH \perp d$.

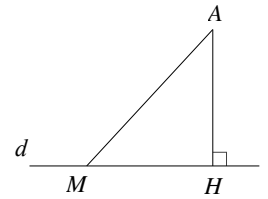
Khi đó AH gọi là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng d . (Hình 1).

Lấy điểm $M \in d$ sao cho $M \neq A$.

Khi đó AM gọi là đường xiên kẻ từ A đến đường thẳng d

Nhận thấy rằng $\triangle AHM$ vuông tại H nên $\widehat{H}$ là góc lớn nhất.

Khi đó $\widehat{H} > \widehat{M} \Rightarrow AM > AH$.



Hình 1

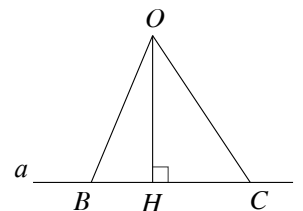
Kết luận:

- ♣ Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất.
- ♣ Vì AH là độ dài ngắn nhất đi từ A đến H nên AH còn gọi là khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d .

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho Hình 2.

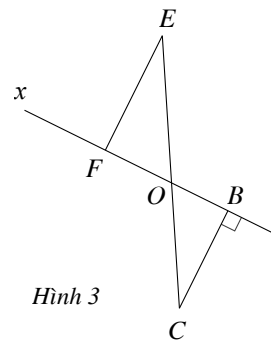
- a) Chỉ ra đâu là đường vuông góc, đâu là đường xiên.
- b) So sánh OB và OH .



Hình 2

Bài 2: Cho Hình 3. Biết $EF \parallel BC$.

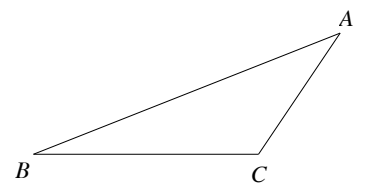
- a) Chỉ ra các đường vuông góc, đường xiên.
- b) So sánh EF với EO và BC với CO .



Hình 3

Bài 3: Cho Hình 4.

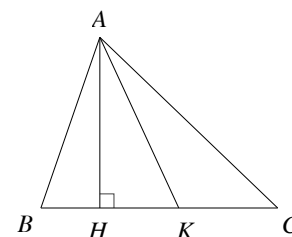
- a) Xác định khoảng cách từ A đến BC .
- b) Xác định khoảng cách từ B đến AC .



Hình 4

Bài 4: Cho Hình 5.

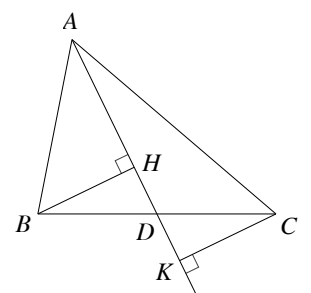
- a) Chỉ ra khoảng cách từ A đến BC .
- b) So sánh các đường xiên AK và AC .



Hình 5

Bài 5: Cho Hình 6.

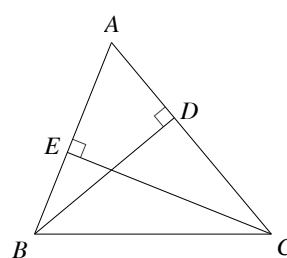
- a) Chỉ ra các đường vuông góc.
- b) Chứng minh $BH \parallel CK$.
- c) So sánh $BH + CK$ với BC .



Hình 6

Bài 6: Cho Hình 7.

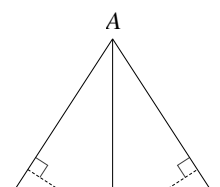
So sánh $BD + CE$ với $AB + AC$.



Hình 7

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . M là trung điểm của BC . (Hình 8).

- a) Chứng minh AM là đường vuông góc kẻ từ A đến BC .



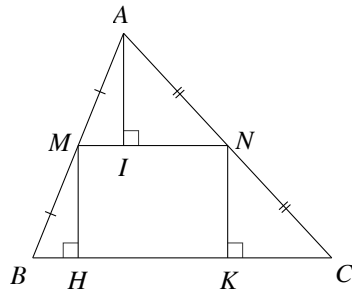
b) Chứng minh khoảng cách từ M đến hai cạnh AB, AC bằng nhau.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$. M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

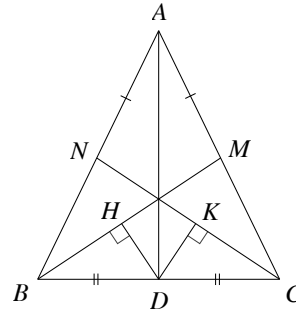
Vẽ $MH \perp BC, NK \perp BC$ và $AI \perp MN$. Biết $MN \parallel BC$.

a) Chứng minh $\triangle AIN = \triangle NKC$. (Hình 9).

b) Chứng minh khoảng cách từ M và N đến BC là bằng nhau.



Hình 9



Hình 10

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . D là trung điểm của BC . Trên AB, AC lấy hai điểm N, M sao cho $AN = AM$. (Hình 10).

a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACN$.

b) Chứng minh khoảng cách từ D tới BM, CN là bằng nhau.

Bài 3. QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH TRONG MỘT TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

a) Bất đẳng thức trong tam giác.

Ví dụ 1: Vẽ $\triangle ABC$ biết $BC = 5cm$, $AB = 2cm$, $AC = 1cm$.

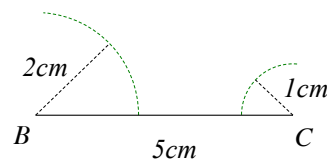
Nhận thấy rằng ta không thể vẽ được $\triangle ABC$

Nhận xét, giả sử $\triangle ABC$ biết $BC = 5cm$, $AB = 2cm$, $AC = 3cm$.

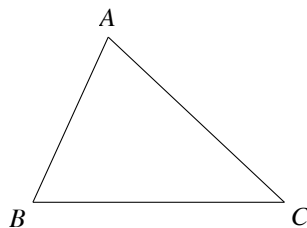
Khi đó điểm A nằm trên cạnh BC .

Kết luận:

- ♣ Trong một tam giác, độ dài một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.
Cụ thể: $\triangle ABC$ (Hình 2). thì $BC < AB + AC$.
- ♣ Ngược lại, trong một tam giác độ dài một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu hai cạnh còn lại.
Cụ thể: $\triangle ABC$ thì $AC > BC - AB$.
- ♣ Để kiểm tra độ dài ba đoạn thẳng có là ba cạnh của một tam giác hay không ta chỉ cần kiểm tra cạnh lớn nhất với tổng hai cạnh còn lại.
- ♣ Với ba điểm A, B, C ta luôn có $AB + BC \geq AC$.



Hình 1



Hình 2

B. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Hãy kiểm tra xem độ dài ba đoạn thẳng sau có là 3 cạnh của một tam giác hay không?

- a) $2cm, 3cm, 6cm$ b) $2cm, 4cm, 6cm$ c) $3cm, 4cm, 6cm$.

Bài 2: Hãy kiểm tra xem độ dài ba đoạn thẳng sau có là 3 cạnh của một tam giác hay không?

- a) $5cm, 10cm, 12cm$ b) $2cm, 4cm, 3cm$ c) $1cm; 2cm; 3,5cm$

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ cân. Tính chu vi biết $AB = 5cm$, $AC = 12cm$.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân. Tính chu vi biết $AB = 6cm$, $AC = 13cm$.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ cân. Tính chu vi biết $AB = 4cm$, $AC = 9cm$.

Bài 6: Tính chu vi của $\triangle ABC$ biết $AB = 1cm$, $BC = 5cm$ và AC là một số nguyên.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$, trong đó BC là cạnh lớn nhất. Gọi AH là đường vuông góc kẻ từ A đến BC . (Hình 3).

- a) So sánh $AB + AC$ với $BH + CH$.
b) Chứng minh $AB + AC > BC$.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có BC là cạnh lớn nhất.

Vẽ đường cao AH . (Hình 4).

- a) Vì sao $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ không thể là góc tù hoặc vuông.
b) Chứng minh $BC > AB + AC - 2.AH$.

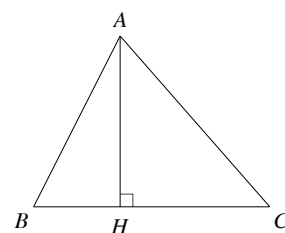
Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Vẽ tia phân

giác BD ($D \in AC$). Từ D vẽ $DE \perp BC$ ($E \in BC$).

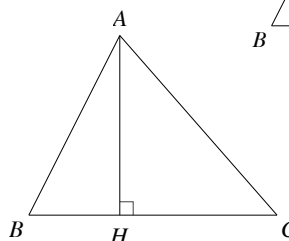
- a) Chứng minh $DA = DE$. (Hình 5).
b) Gọi ED cắt AB tại F .

Chứng minh $\triangle ADF = \triangle EDC$ rồi suy ra $DF > DE$.

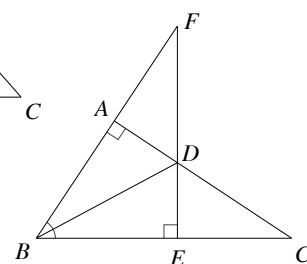
Bài 10: Cho $\triangle ABC$. Điểm D nằm giữa B và C .



Hình 3



Hình 4



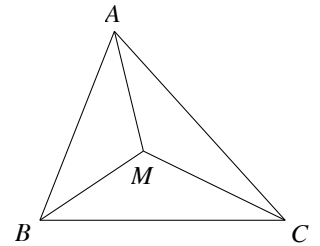
Hình 5

Chứng minh $AD < \frac{AB + BC + CA}{2}$ (Hình 6).

Bài 11: Cho $\triangle ABC$. Gọi M là một điểm bất kì nằm trong $\triangle ABC$.

a) Chứng minh rằng $MA + MB + MC > \frac{AB + BC + CA}{2}$. (Hình 7).

b) $\triangle MA + MB + MC < AB + BC + CA$.



Hình 6

Bài 4. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC.

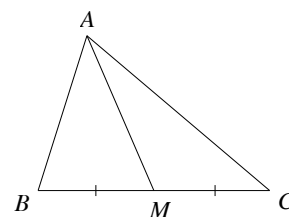
A. LÝ THUYẾT.

1) Sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong tam giác.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$, M là trung điểm của BC .

Khi đó đoạn thẳng AM gọi là đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A hoặc đường trung tuyến ứng với cạnh BC . (Hình 1).

Đường thẳng AM cũng được gọi là đường trung tuyến của $\triangle ABC$.



Hình 1

Kết luận:

- ♣ Đường trung tuyến của một tam giác là đường thẳng đi qua đỉnh và trung điểm của cạnh đối diện.
- ♣ Trong một tam giác có ba đường trung tuyến.
- ♣ Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm, điểm này cách mỗi đỉnh bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến ấy. (Hình 2).

Cụ thể: $AG = \frac{2}{3} AM$.

- ♣ Điểm G gọi là trọng tâm của $\triangle ABC$.
- ♣ Đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong một tam giác vuông bằng một nửa cạnh huyền. (Hình 3).

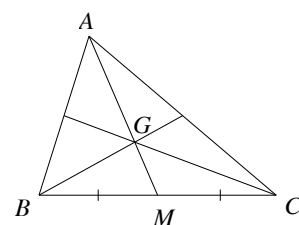
Cụ thể: $AM = \frac{BC}{2} = BM = CM$.

- ♣ Trong tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên bằng nhau. (Hình 4).

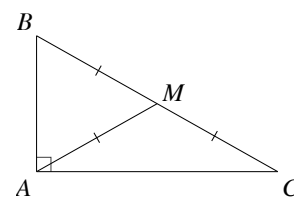
Cụ thể: $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow BM = CN$.

Và ngược lại nếu một tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

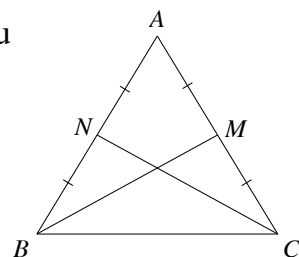
- ♣ Trong tam giác đều, ba đường trung tuyến bằng nhau.



Hình 2



Hình 3



Hình 4

2) Sự đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác.

Ví dụ 2: Cho $\triangle ABC$, tia phân giác $\widehat{A}$ cắt BC tại D .

Khi đó đoạn thẳng AD gọi là đường phân giác xuất phát từ đỉnh A của $\triangle ABC$.

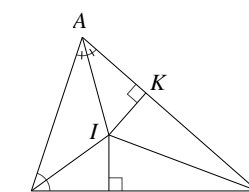
Đường thẳng AD cũng gọi là đường phân giác của $\triangle ABC$. (Hình 5).

Kết luận:

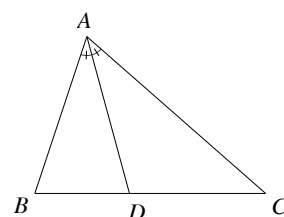
- ♣ Trong một tam giác có ba đường phân giác.
- ♣ Ba đường phân giác của một tam giác cùng cắt nhau tại một điểm, điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó. (Hình 6).

Cụ thể: $IH = IK$.

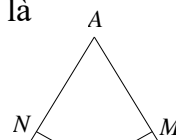
- ♣ Trong tam giác cân, hai đường phân giác xuất phát từ hai cạnh đáy bằng nhau và ngược lại nếu một tam giác có hai đường phân giác bằng nhau thì đó là



Hình 6



Hình 5



tam giác cân. (Hình 7).

Cụ thể: $\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến BM, CN

và $BM = CN \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A .

- ♣ Một tam giác có một đường phân giác cũng là đường trung tuyến thì tam giác ấy là tam giác cân. (Hình 8).

Cụ thể: $\triangle ABC$ có AM là tia phân giác cũng là trung tuyến $\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A .

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho Hình 9.

- Chỉ ra các đường trung tuyến.
- $BG = \dots BM, CG = \dots CN$.

Bài 2: Cho Hình 10.

- Chỉ ra các đường trung tuyến.
- $EG = \dots AE, DG = \dots CD$.

Bài 3: Cho Hình 11.

- Chỉ ra các đường trung tuyến.
- $\triangle ABC$ là tam giác gì?
- $MG = \dots BG, GC = \dots GN$.

Bài 4: Cho Hình 12.

- Chỉ ra các đường phân giác.
- AI là đường gì của $\widehat{BAC}$.

Bài 5: Cho Hình 13. biết $\widehat{ACB} = 110^\circ$.

- Chỉ ra các đường phân giác.
- Tính $\widehat{ACI}$.

Bài 6: Cho Hình 14.

- Chỉ ra các đường phân giác.
- Chỉ ra các cạnh bằng nhau.

Bài 7: Cho Hình 15. Biết $\triangle ABC$ đều

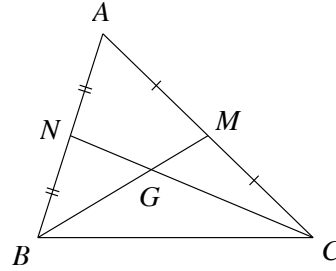
- Chỉ ra các đường phân giác.
- Tính $\widehat{AIB}, \widehat{BIC}$.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $BC = 5cm$.

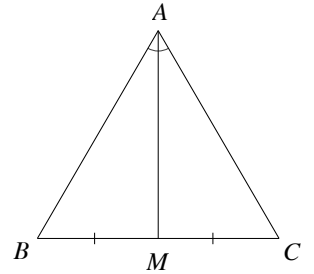
Tính khoảng cách từ A đến trọng tâm G của tam giác. (Hình 16).

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có hai đường trung tuyến BM và CN .

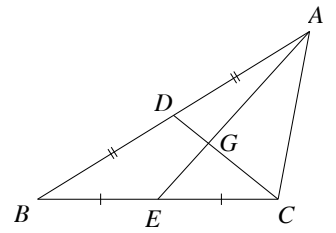
- Chứng minh $\triangle NBC = \triangle MCB$ (Hình 17).
- Chứng minh $\widehat{BNC} = \widehat{CMB}$



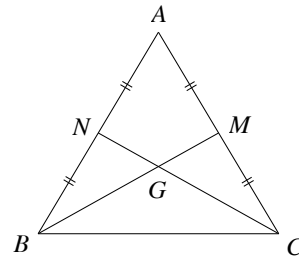
Hình 9



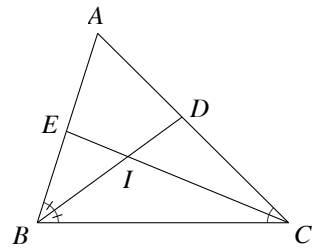
Hình 8



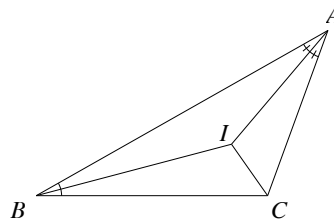
Hình 10



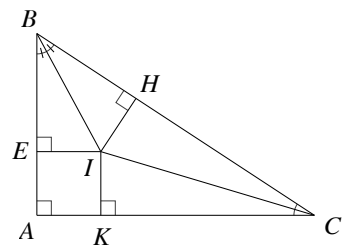
Hình 11



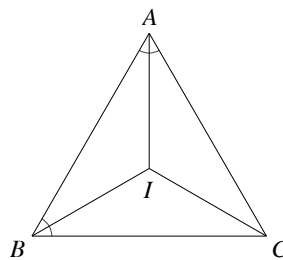
Hình 12



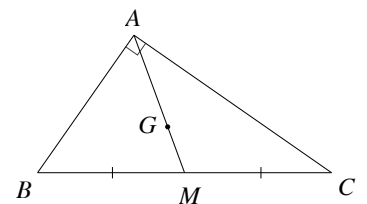
Hình 13



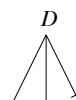
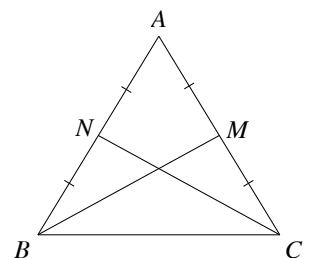
Hình 14



Hình 15



Hình 16



Bài 10: Cho $\triangle DEF$ cân tại D , kẻ $DH \perp EF$ ($H \in EF$)

- Chứng minh $\triangle DEH = \triangle DFH$. (Hình 18).
- Tính số đo hai góc $\widehat{DHE}$, $\widehat{DFH}$.
- M là trung điểm của DF .

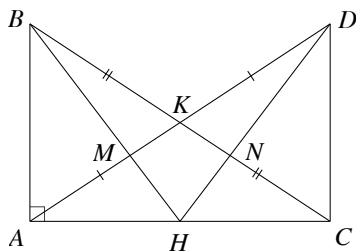
Biết $DE = DF = 13\text{cm}$. Tính HM .

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , K là trung điểm của BC trên tia đối của tia KA lấy D sao cho $KD = KA$. (Hình 19).

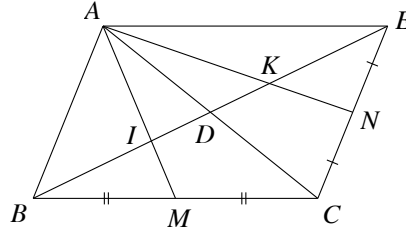
- Chứng minh $CD \parallel AB$.
- Gọi H là trung điểm của AC , BH cắt AD tại M , DH cắt BC tại N .

Chứng minh $\triangle ABH = \triangle CDH$

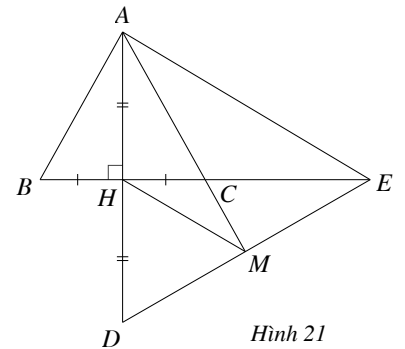
- Chứng minh $\triangle HMN$ cân.



Hình 19



Hình 20



Hình 21

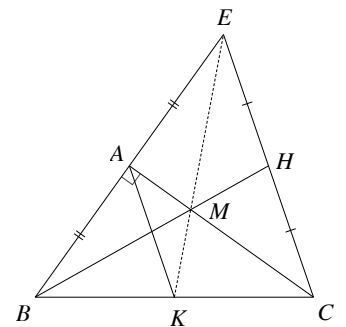
Bài 12: Cho $\triangle ABC$, đường trung tuyến BD , trên tia đối của tia DB lấy điểm E sao cho $DE = DB$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC và CE . Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của AM, AN với BE . Chứng minh $BI = IK = KE$. (Hình 20).

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , đường cao AH . Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = CB$. (Hình 21).

- Chứng minh C là trọng tâm của $\triangle ADE$.
- Tia AC cắt DE tại M . Chứng minh $AE \parallel HM$.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên tia đối của tia AB lấy điểm E sao cho A là trung điểm của BE . (Hình 22).

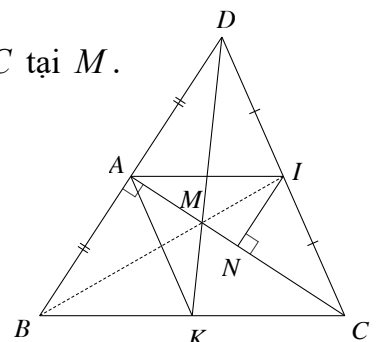
- Chứng minh $\triangle ABC = \triangle AEC$.
- Vẽ đường trung tuyến BH của $\triangle BEC$ cắt cạnh AC tại M . Chứng minh M là trọng tâm của $\triangle BEC$ và tính độ dài CM .
- Từ A vẽ đường thẳng song song với EC đường thẳng này cắt BC tại K . Chứng minh E, M, K thẳng hàng.



Hình 22

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $AC = 21\text{cm}$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$.

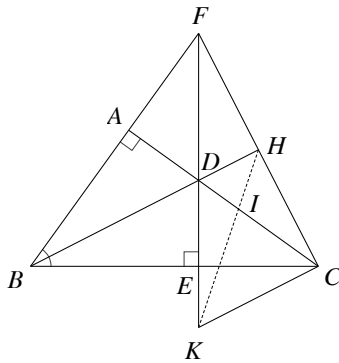
- Chứng minh $\triangle DBC$ cân. (Hình 23).
- Gọi K là trung điểm của cạnh BC . Đường thẳng DK cắt AC tại M . Tính CM .
- Từ trung điểm N của đoạn AC kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt DC tại I . Chứng minh B, M, I thẳng hàng.



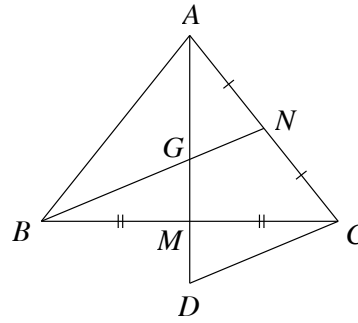
Bài 16: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , tia phân giác $\widehat{ABC}$ cắt AC tại D . Kẻ DE vuông góc với BC ($E \in BC$).

Gọi F là giao điểm của tia BA và tia ED .

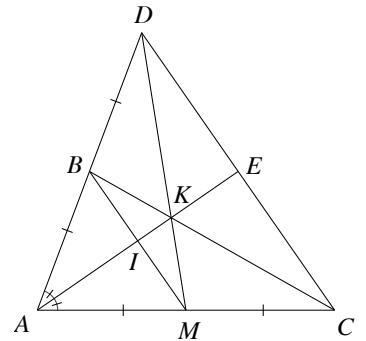
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$. (Hình 24).
- Chứng minh $\triangle DFC$ cân.
- CD cắt CF tại H . Trên tia đối của tia DF lấy điểm K sao cho $DK = DF$. Vẽ điểm I nằm trên đoạn CD sao cho $CI = 2 \cdot DI$. Chứng minh $DH \perp CF$ và K, I, H thẳng hàng.



Hình 24



Hình 25



Hình 26

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , có cạnh BC là cạnh lớn nhất, các đường trung tuyến AM và BN của $\triangle ABC$ cắt nhau tại G . Trên tia đối của tia MG lấy điểm D sao cho M là trung điểm của GD . (Hình 25).

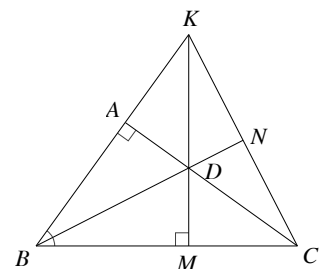
- Chứng minh $\triangle BMG = \triangle CMD$. Từ đó chứng minh $BG \parallel CD$.
- Chứng minh $3 \cdot CD = 2 \cdot BN$.
- Chứng minh $CN < CD$.

Bài 18: Cho $\triangle ABC$ có $AC = 2 \cdot AB$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt BM tại I . (Hình 26).

- Chứng minh $\triangle ABI = \triangle AMI$. Từ đó suy ra $AI \perp BM$.
- Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho B là trung điểm của AD . Chứng minh $DC \parallel BM$.
- Kéo dài AI cắt cạnh BC tại K và cắt CD tại E . Chứng minh D, K, M thẳng hàng.

Bài 19: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$, kẻ đường phân giác BD của $\widehat{ABC}$ ($D \in AC$). Kẻ DM vuông góc với BC tại M . (Hình 27).

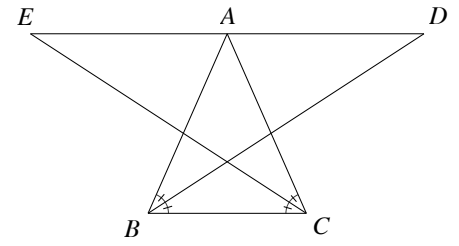
- Chứng minh $\triangle DAB = \triangle DMB$.
- Chứng minh BD là đường trung trực của AM .
- Gọi K là giao điểm của đường thẳng DM và đường thẳng AB , đường thẳng BD cắt KC tại N . Chứng minh $BN \perp KC$ và $\triangle KDC$ cân tại B .



Hình 27

Bài 20: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Qua điểm A kẻ đường thẳng (d) song song với BC . Các đường phân giác góc B và góc C lần lượt cắt đường thẳng (d) tại D và E . Chứng minh: (Hình 28).

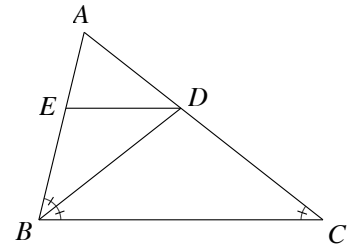
- AD là tia phân giác của góc ngoài tại đỉnh A của $\triangle ABC$.
- $\triangle ECD$ vuông.



Hình 28

Bài 21: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. Kẻ đường phân giác BD từ D kẻ $DE \parallel BC$ ($E \in AB$). Chứng minh (Hình 29).

- $BD = DC$ và $EB = ED$
- Để có $DA = DC = DB$ thì $\triangle ABC$ là tam giác gì?

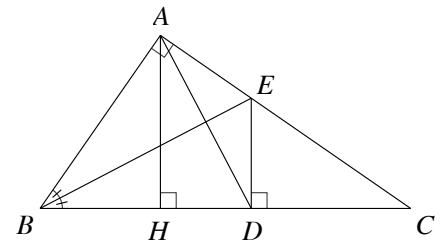


Hình 29

Bài 22: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A biết cạnh. Tia phân giác của góc $\widehat{B}$ cắt AC tại E . Từ E kẻ ED vuông góc với BC tại D .

- Chứng minh $\triangle ABE = \triangle DBE$. (Hình 30).
- Chứng minh BE là đường trung trực của đoạn AD .
- Kẻ $AH \perp BC$, ($H \in BC$).

Chứng minh AD là tia phân giác $\widehat{HAC}$.



Hình 30

Bài 5. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC.

A, LÝ THUYẾT.

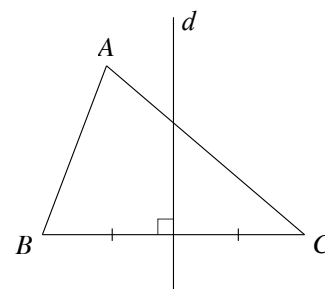
1) Sự đồng quy của ba đường trung trực trong một tam giác.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$, vẽ đường thẳng d là đường trung trực của BC .

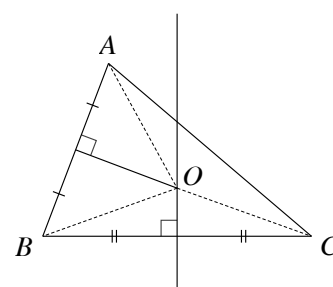
Khi đó đường thẳng d gọi là đường trung trực của $\triangle ABC$.

Kết luận:

- ♣ Trong một tam giác có ba đường trung trực.
- ♣ Ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác.
Cụ thể: O là giao điểm 2 đường trung trực $\triangle ABC$
Nên $OA = OB = OC$. (Hình 2).
- ♣ Vì O cách đều ba đỉnh $\triangle ABC$ nên O là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C .
- ♣ Trong tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy cũng là đường trung tuyến, phân giác.



Hình 1



Hình 2

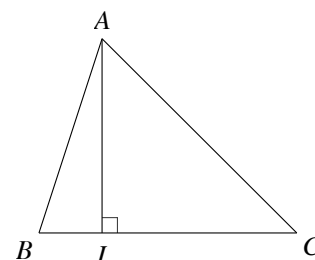
2) Sự đồng quy của ba đường cao trong một tam giác.

Ví dụ 2: Cho $\triangle ABC$, từ A kẻ $AI \perp BC$. Khi đó AI gọi là đường cao xuất phát từ đỉnh A hoặc ứng với cạnh BC của $\triangle ABC$.

Đường thẳng AI cũng gọi là đường cao của $\triangle ABC$.

Kết luận:

- ♣ Trong một tam giác có ba đường cao.
- ♣ Ba đường cao của một tam giác đồng quy tại một điểm, điểm này gọi là trực tâm của $\triangle ABC$.
- ♣ $\triangle ABC$ là tam giác vuông thì trực tâm trùng với đỉnh vuông.
- ♣ $\triangle ABC$ là tam giác tù thì trực tâm nằm bên ngoài tam giác.
- ♣ Trong tam giác cân, hai đường cao ứng với hai cạnh bên bằng nhau.
- ♣ Trong tam giác cân thì đường cao từ đỉnh cân cũng là trung tuyến, phân giác, trung trực.



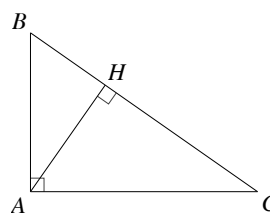
Hình 3

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho Hình 4. Hãy chỉ ra các đường cao của $\triangle ABC$.

Bài 2: Cho Hình 5.

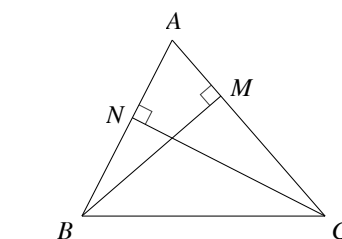
- a) Cho biết đường cao ứng với cạnh BC .
- b) Chỉ ra trực tâm của $\triangle ABC$.



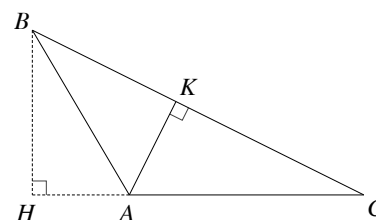
Hình 5

Bài 3: Cho Hình 6.

- a) Chỉ ra các đường cao của $\triangle ABC$.
- b) Chỉ ra trực tâm của $\triangle AKC$.



Hình 4

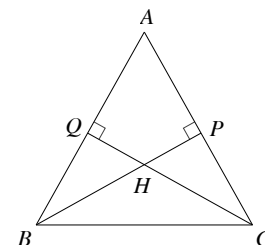


Hình 6

Bài 4: Cho Hình 7. Biết $\triangle ABC$ cân tại A .

a) Chỉ ra các đường cao của $\triangle ABC$.

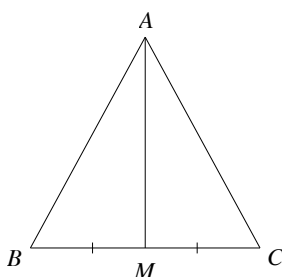
b) Chỉ ra các đoạn thẳng bằng nhau.



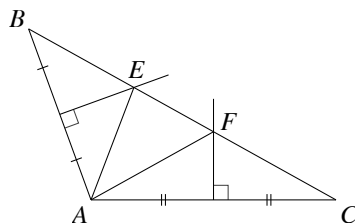
Hình 7

Bài 5: Cho Hình 8. Biết $\triangle ABC$ cân tại A , AM là trung tuyến.

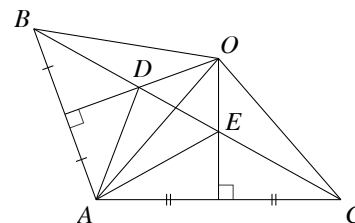
Hỏi AM có thể là các đường gì của $\triangle ABC$.



Hình 8



Hình 9



Hình 10

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 110^\circ$, các đường trung trực AB và AC cắt cạnh BC theo thứ tự ở E và F . Tính $\widehat{EAF}$ (Hình 9).

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} > 90^\circ$. Các đường trung trực AB và AC cắt nhau tại O và cắt BC theo thứ tự tại D và E .

a) Chứng minh $\triangle ABD$, $\triangle ACE$ cân. (Hình 10).

b) Đường tròn tâm O bán kính OA đi qua những điểm nào trong hình vẽ.

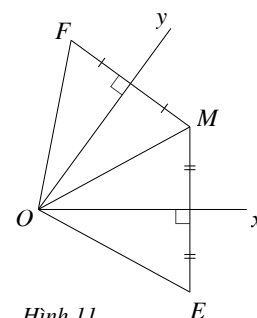
c) Chứng minh AO là phân giác của $\widehat{DAE}$.

Bài 8: Cho $\widehat{xOy} = \alpha$ ($\alpha < 90^\circ$) và điểm M nằm trong góc đó. Ở ngoài $\widehat{xOy}$ lấy hai điểm E và F sao cho Ox là đường trung trực của đoạn ME , Oy là trung trực của MF . (Hình 11).

a) Chứng minh $OE = OF$.

b) Tính $\widehat{EOF}$ theo α .

c) Nếu $\alpha = 90^\circ$ thì điểm O nằm ở vị trí nào trên đoạn EF ? Vì sao?



Hình 11

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 60^\circ$. M là điểm nằm giữa B và C .

Vẽ điểm E sao cho AB là trung trực của ME , Điểm F sao cho AC là trung trực của MF . (Hình 12).

a) Chứng minh trung trực của EF đi qua A .

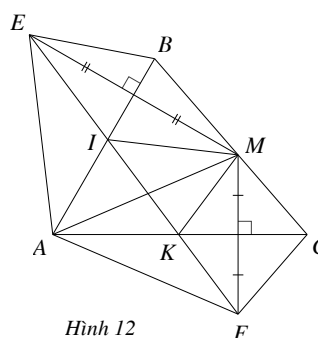
b) Chứng minh $BE + CF = BC$.

c) Tính các góc của $\triangle AEF$.

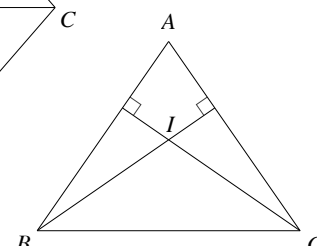
d) EF cắt AB , AC lần lượt ở I và K .

Chứng minh MA là phân giác của $\widehat{IMK}$.

e) Để A là trung điểm của EF thì $\triangle ABC$ cần có thêm điều kiện gì?



Hình 12

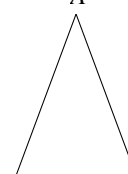


Hình 13

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có các đường cao BD , CE

cắt nhau tại I . Biết $\widehat{BIC} = 110^\circ$. Tính các góc của $\triangle ABC$. (Hình 13).

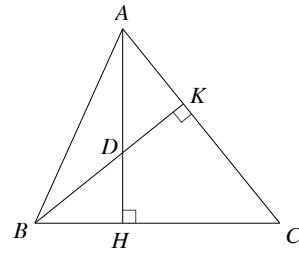
Bài 11: Cho $\triangle ABC$ nhọn và cân tại A . Hai đường cao xuất phát từ đỉnh B và C cắt nhau tại M . Hãy tìm các góc của $\triangle ABC$. Biết $\widehat{BMC} = 140^\circ$. (Hình 14).



Bài 12: Hai đường cao AH và BK của $\triangle ABC$ nhọn cắt nhau ở D .

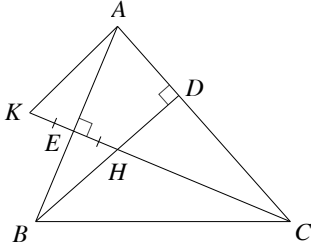
a) Tính $\widehat{HDK}$ khi $\widehat{C} = 50^\circ$. (Hình 15).

b) Chứng minh nếu $DA = DB$ thì $\triangle ABC$ cân.

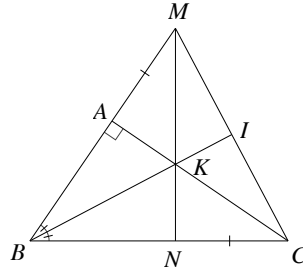


Hình 15

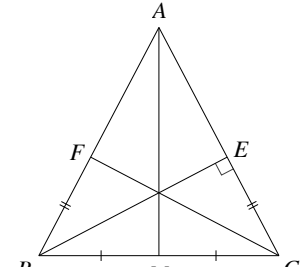
Bài 13: Cho $\triangle ABC$ nhọn, hai đường cao BD và CE gặp nhau tại H . Vẽ điểm K sao cho AB là trung trực của HK . Chứng minh $\widehat{KAB} = \widehat{KCB}$. (Hình 16).



Hình 16



Hình 17



Hình 18

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Lấy điểm M trên tia BA sao cho $BM = BC$. Phân giác $\triangle ABC$ cắt AC ở K , cắt MC ở I . Trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $CN = MA$. Chứng minh K, M, N thẳng hàng. (Hình 17).

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trung tuyến AM , đường cao BE . Trên tia BA lấy điểm F sao cho $BF = CE$. Chứng minh BE, CF, AM đồng quy. (Hình 18).

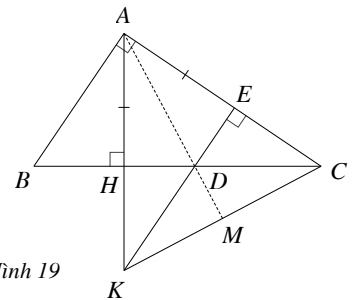
Bài 16: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) vuông tại A . đường cao AH . Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AH = AE$. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AC , cắt BC tại D . (Hình 19).

a) Chứng minh $\triangle AHD = \triangle AED$.

b) So sánh DH và DC .

c) Gọi DE cắt AH tại K . Chứng minh $\triangle DKC$ cân tại D .

d) Gọi M là trung điểm của KC . Chứng minh ba điểm A, D, M thẳng hàng.



Hình 19

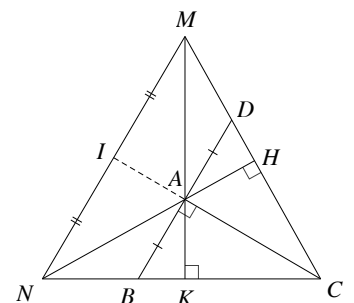
Bài 17: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$.

a) Chứng minh $\triangle ADC = \triangle ABC$. (Hình 20).

b) Từ A kẻ AK vuông góc với BC tại K , kẻ $AH \perp DC$ tại H . Chứng minh $AK = AH$.

c) Kéo dài KA cắt tia CD tại M , kéo dài HA cắt tia CB tại N .

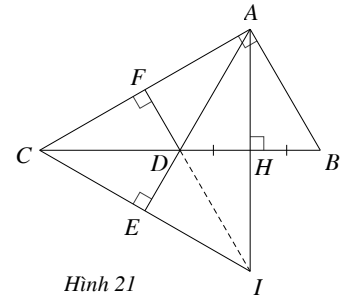
Gọi I là trung điểm của MN . Chứng minh C, A, I thẳng hàng.



Hình 20

Bài 18: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{C} = 30^\circ$. Đường cao AH . Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$.

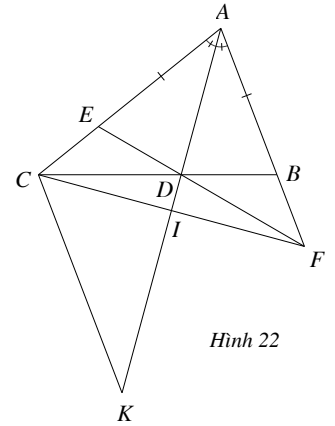
- Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHD$. (Hình 21).
- Chứng minh $\triangle ABD$ đều.
- Từ C kẻ CE vuông góc với AD . Chứng minh $DE = HB$.
- Từ D kẻ DF vuông góc với AC . I là giao điểm của CE và AH . Chứng minh I, D, F thẳng hàng.



Hình 21

Bài 19: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nhọn. Vẽ tia phân giác AD ($D \in BC$). Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$.

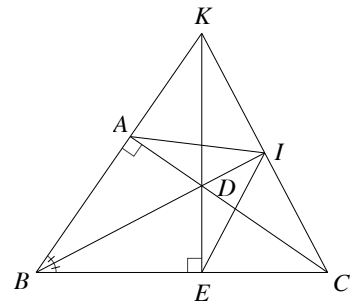
- Chứng minh $BD = DE$. (Hình 22).
- Đường thẳng DE và AB cắt nhau tại F . Chứng minh $\triangle DBF = \triangle DEC$.
- Qua C kẻ tia $Cx \parallel AB$ và cắt tia AD tại K . Gọi I là giao điểm của AK và CF . Chứng minh I là trung điểm của AK .



Hình 22

Bài 20: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Vẽ đường phân giác BD của $\triangle ABC$ ($D \in AC$). Vẽ $DE \perp BC$ tại E . (Hình 23).

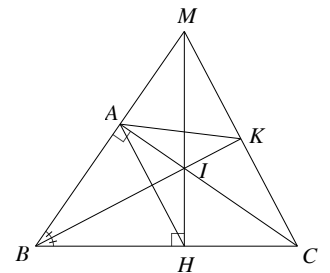
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$
- Trên tia đối của tia AB lấy điểm K sao cho $AK = EC$. Chứng minh $\widehat{BKC} = \widehat{BCK}$.
- Tia BD cắt KC tại I . Chứng minh $IA = IE$.



Hình 23

Bài 21: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , trên tia BA lấy điểm M sao cho $BM = BC$. Phân giác của $\widehat{ABC}$ cắt AC tại I , cắt MC tại K . Tia MI cắt BC ở H . (Hình 24).

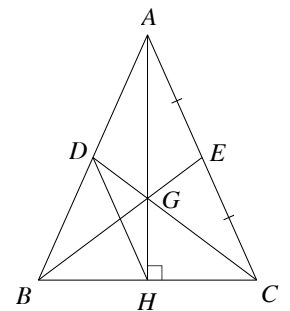
- Chứng minh BI là trung trực của AH và $AH \parallel MC$.
- Chứng minh $AK + KH = CM$.
- Nếu $\widehat{KAH} = 60^\circ$. Tính $\widehat{ABC} = 60^\circ$.



Hình 24

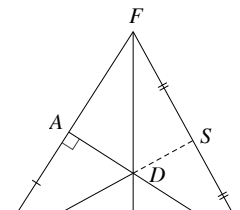
Bài 22: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , đường cao AH ($H \in BC$).

- Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHC$. (Hình 25).
- Từ H kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại D . Chứng minh $\triangle ADH$ cân từ đó suy ra $AD = DH$.
- Gọi E là trung điểm của AC , CD cắt AH tại G . Chứng minh B, G, E thẳng hàng.
- Chứng minh chu vi $\triangle ABC > AH + 3.BG$.



Hình 25

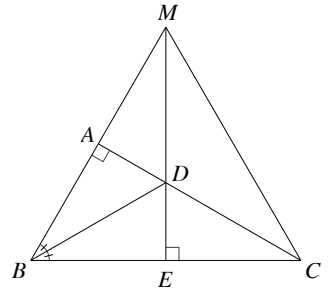
Bài 23: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ BD là tia phân giác của $\widehat{B}$ ($D \in AC$). Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$. (Hình 26).



- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- So sánh AD và DC .
- Đường thẳng ED cắt AB tại F . Gọi S là trung điểm của FC . Chứng minh ba điểm B, D, S thẳng hàng.

Bài 24: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{C} = 30^\circ$. Tia phân giác góc $\widehat{B}$ cắt AC tại D . Kẻ $DE \perp BC$ tại E . (Hình 27).

- Chứng minh $AB = BE$.
- Chứng minh BD là trung trực của AE .
- Gọi M là giao điểm của ED và BA . Chứng minh $DM = DC$.
- Chứng minh $DE = \frac{1}{3}ME$.

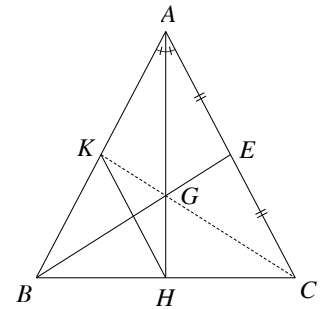


Hình 27

Bài 25: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Đường phân giác AH . Gọi D là trung điểm của AC . BD cắt AH tại G . Từ H kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại K . (Hình 28).

Chứng minh

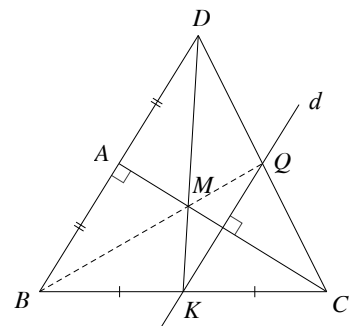
- $\triangle AHB = \triangle AHC$ và $AH \perp BC$.
- G là trọng tâm của $\triangle ABC$.
- Ba điểm C, G, K thẳng hàng.



Hình 28

Bài 26: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho A là trung điểm của đoạn BD . (Hình 29).

- Chứng minh $\triangle BCD$ cân.
- Gọi K là trung điểm của cạnh BC . Đường thẳng DK cắt AC tại M . Tính MC .
- Đường trung trực d của đoạn AC cắt đường thẳng DC tại Q . Chứng minh B, M, Q thẳng hàng.



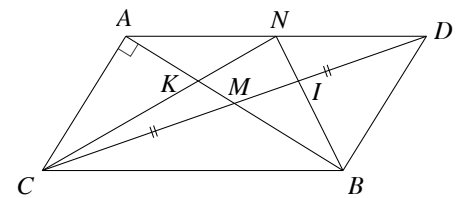
Hình 29

Bài 27: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , M là trung điểm của AB . (Hình 30).

- Trên tia đối của tia MC lấy điểm D sao cho $MD = MC$. Chứng minh $\triangle MAC = \triangle MBD$ và $AC = BD$.

- Gọi K là điểm nằm trên AM sao cho $AK = \frac{2}{3}AM$.

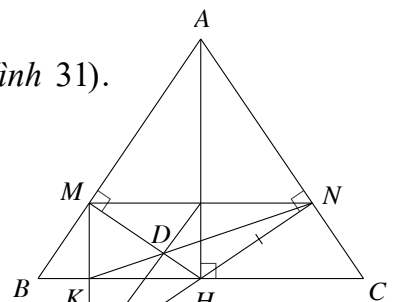
Gọi N là giao điểm của CK và AD , I là giao điểm của BN và CD . Chứng minh $CD = 3.ID$.



Hình 30

Bài 28: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Đường cao AH ($H \in BC$).

- Chứng minh H là trung điểm của BC và $\widehat{BAH} = \widehat{HAC}$. (Hình 31).
- Kẻ $HM \perp AB$ tại M và $HN \perp AC$ tại N . Chứng minh $\triangle AMN$ cân tại A .



c) Vẽ điểm P sao cho H là trung điểm của đoạn NP .

Chứng minh BC là trung trực của đoạn MP .

MP cắt BC tại K , NK cắt MH tại D .

Chứng minh AH , MN , DP đồng quy.

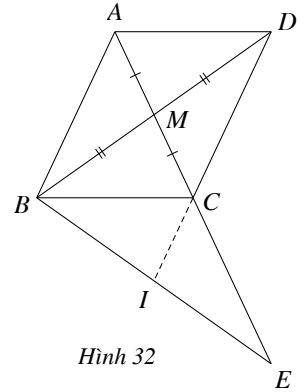
Bài 29: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Gọi M là trung điểm của AC . Trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho $MD = MB$. Chứng minh (Hình 32).

a) $\triangle BMC = \triangle DMA$ và $AD \parallel BC$.

b) $AB = DC$ và $\triangle ACD$ là tam giác cân.

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $CA = CE$.

Chứng minh DC đi qua trung điểm I của BE .



Hình 32

CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN.

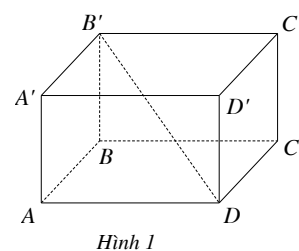
Bài 1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG.

A. LÝ THUYẾT.

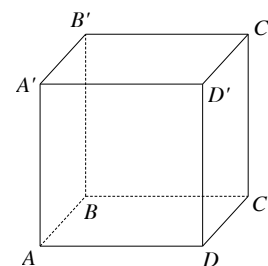
1) Hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Hình hộp chữ nhật ở Hình 1. có tên $ABCD.A'B'C'D'$

- ♣ 6 mặt là các hình chữ nhật gồm:
 - + 2 mặt đáy: Đáy trên $A'B'C'D'$, đáy dưới $ABCD$.
 - + 4 mặt bên: $ADD'A'$, $ABB'A'$, $BCC'B'$, $DCC'D'$.
- ♣ 12 cạnh gồm:
 - + 4 cạnh bên song song và bằng nhau: AA' , BB' , CC' , DD' .
 - + 8 cạnh đáy: AB , BC , CD , DA , $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$.
- ♣ 4 đường chéo gồm AC' , $A'C$, BD' , $B'D$.



Hình 1



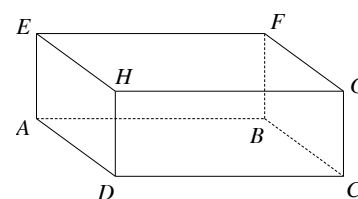
Hình 2

Chú ý:

- ♣ Trong hình chữ nhật, các cạnh bên còn gọi là các đường cao.
- ♣ Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình vuông (Hình 2).

Ví dụ 1: Cho hình hộp chữ nhật ở Hình 3.

- a) Viết tên của hình hộp chữ nhật.
- b) Viết tên các mặt bên của hình hộp chữ nhật.
- c) So sánh độ dài các cạnh AE với GC .
- d) So sánh độ dài AB và HG .



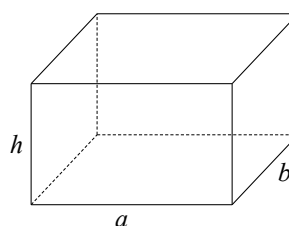
Hình 3

- a) Hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$
- b) Các mặt bên của hình hộp chữ nhật là $DCGH$, $ADHE$, $BCGF$, $ABFE$
- c) $AE = GC$ vì đều là các cạnh bên.
- d) Ta có $AB = DC$ (vì $ABCD$ là hình chữ nhật)
và $DC = HG$ (vì $DCHG$ là hình chữ nhật) nên $AB = HG$.

2) Diện tích xung quanh và thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như Hình 4.

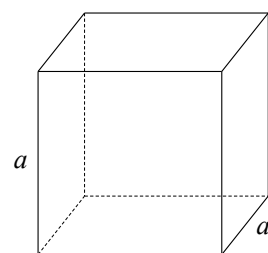
- ♣ Diện tích xung quanh là tổng diện tích của các mặt xung quanh (không bao gồm hai đáy)
Như vậy $S_{xq} = 2.(a + b).h$
- ♣ Thể tích là $V = a.b.h$



Hình 4

Cho hình lập phương như Hình 5.

- ♣ Diện tích xung quanh là $S_{xq} = 4a^2$
- ♣ Thể tích là $V = a^3$



Hình 5

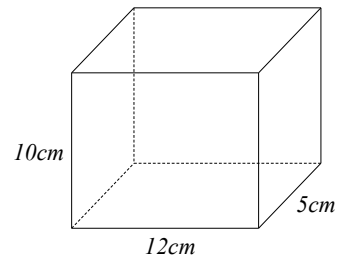
Ví dụ 2: Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như Hình 6.

a) Tính diện tích xung quanh.

b) Tính thể tích.

a) Diện tích xung quanh là $S_{xq} = (12 + 5).2.10 = 340 \text{ cm}^2$

b) Thể tích là $V = 12.5.10 = 600 \text{ cm}^3$



Hình 6

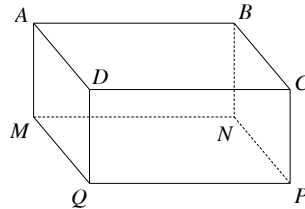
B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho hình hộp chữ nhật như (Hình 7).

a) Viết tên hình hộp.

b) Chỉ ra các mặt đáy.

c) Dùng thước vẽ 1 đường chéo của hình hộp.



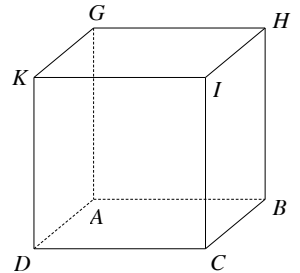
Hình 7

Bài 2: Cho hình lập phương như (Hình 8).

a) Viết tên hình lập phương.

b) Chỉ ra các mặt bên.

c) Chỉ ra các đường chéo của hình lập phương.



Hình 8

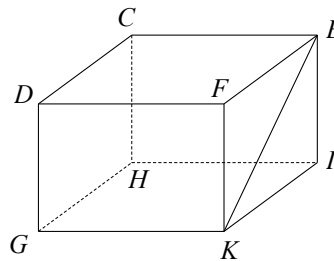
Bài 3: Cho hình hộp chữ nhật như (Hình 9).

a) Viết tên hình hộp.

b) Chỉ ra các đường cao.

c) Chỉ ra các cạnh bằng nhau.

d) KE có là đường chéo không?



Hình 9

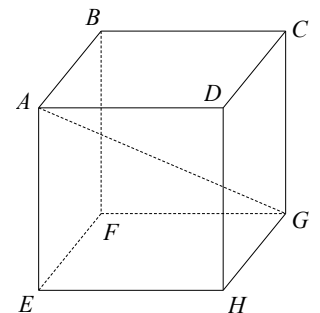
Bài 4: Cho hình hộp chữ nhật như (Hình 10).

a) Viết tên hình hộp.

b) Chỉ ra các đường chéo.

c) Có mấy mặt bên, đó là những mặt nào?

d) Cho biết $AE = 7 \text{ cm}$. Hãy chỉ ra các cạnh có độ dài bằng 7 cm .

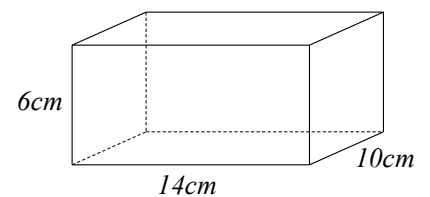


Hình 10

Bài 5: Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như (Hình 11).

a) Tính diện tích xung quanh của hình hộp.

b) Tính thể tích của hình hộp.

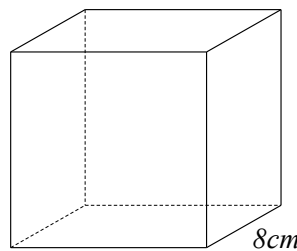


Hình 11

Bài 6: Cho hình lập phương (Hình 12).

a) Tính diện tích xung quanh.

b) Tính thể tích.

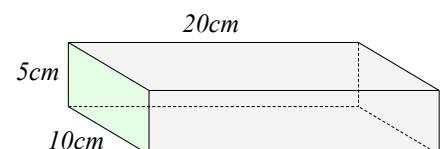


Hình 12

Bài 7: Một viên gạch có kích thước như Hình 13.

a) Tính diện tích xung quanh

b) Một chiếc xe chở vật liệu có thùng xe 3 khối thì có thể chở được tối đa là bao nhiêu viên gạch?

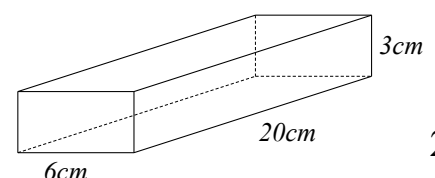


Hình 13

Bài 8: Một khúc gỗ có kích thước như Hình 14.

a) Tính thể tích của miếng gỗ.

b) Miếng gỗ này dùng để sẻ thành các miếng nhỏ hơn để làm thước kẻ học sinh có chiều dài 20cm chiều rộng là

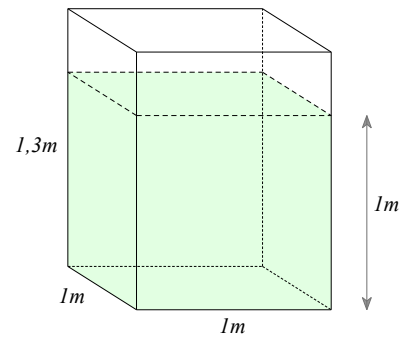


Hình 14

3cm và độ dày là 5mm. Hỏi miếng gỗ này có thể làm thành bao nhiêu chiếc thước nhỏ cho học sinh.

Bài 9: Một bể cá bằng thủy tinh có hình dạng và kích thước như Hình 15.

- Bể cá này có hình dạng hình gì?
- Tính diện tích xung quanh và thể tích của bể cá.
- Người ta đổ nước vào bể cao 1m. Tính thể tích lượng nước Đổ vào trong bể.

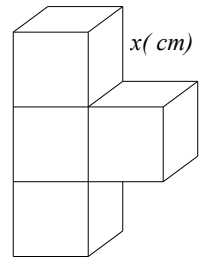


Hình 15

Bài 10: Một mảnh ghép trong trò chơi xếp hình có hình dạng như Hình 16.

Biết thể tích của cả hình này là 108cm^3 .

- Tính độ dài x trong hình vẽ.
- Nếu đặt mảnh ghép này xuống dưới mặt đất sao cho diện tích tiếp xúc với mặt đất là lớp nhất thì diện tích tiếp xúc lúc đó là bao nhiêu?



Hình 16

Bài 11: Một chiếc hộp đựng thức ăn hình lập phương có kích thước 15cm.

- Tính diện tích xung quanh của hộp.
- Tính thể tích của hộp.

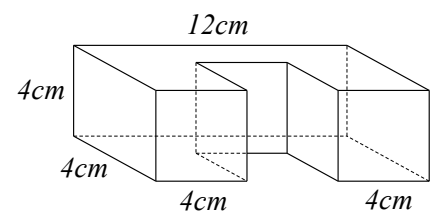


Bài 12: Một hộp sữa hình hộp chữ nhật có kích thước như sau chiều ngang là 10cm, chiều sâu là 5cm và chiều cao là 22cm có ghi thể tích thực là 1 lít. Tính chiều cao của lượng sữa trong hộp sữa đó.

Bài 13: Một hình hộp chữ nhật có kích thước như hình 17.

và bị khuyết mất một phần, phần khuyết này là một hình lập phương nhỏ có cạnh 4cm.

- Tính thể tích của hình hộp chữ nhật bị khuyết này.
- Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật bị khuyết này.



Hình 17

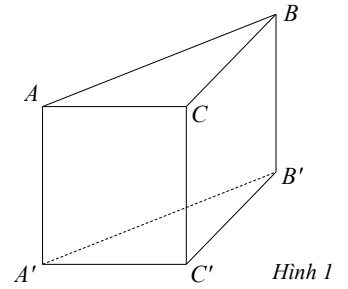
Bài 2. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Hình lăng trụ đứng tam giác và hình lăng trụ đứng tứ giác.

Hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ như Hình 1. gồm có:

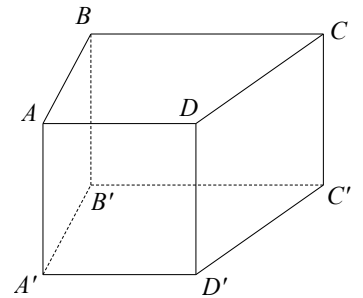
- ♣ 5 mặt gồm:
 - + 3 mặt bên: $ACC'A'$, $ABB'A'$, $BCC'B'$
 - + 2 mặt đáy: ABC , $A'B'C'$
- ♣ 9 cạnh gồm:
 - + 6 cạnh đáy: AB , BC , CA , $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$
 - + 3 cạnh bên (đường cao): AA' , BB' , CC'



Hình 1

Hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ như Hình 2. gồm có:

- ♣ 6 mặt gồm:
 - + 2 mặt đáy: Đáy trên $ABCD$, đáy dưới $A'B'C'D'$
 - + 4 mặt bên: $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $ADD'A'$
- ♣ 12 cạnh gồm:
 - + 4 cạnh bên (đường cao): AA' , BB' , CC' , DD'
 - + 8 cạnh đáy: AB , BC , CD , DA , $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$



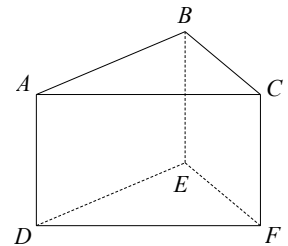
Hình 2

Chú ý: Trong hình lăng trụ đứng tam giác, tứ giác thì

- ♣ Hai mặt đáy song song với nhau
- ♣ Các mặt bên là các hình chữ nhật
- ♣ Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- ♣ Hình hộp chữ nhật, hình lập phương cũng là hình lăng trụ đứng tứ giác.

Ví dụ 1: Cho hình lăng trụ đứng như Hình 3.

- a) Kể tên hình lăng trụ đứng tam giác.
- b) Kể tên các mặt đáy.
- c) Chỉ ra đường cao của hình lăng trụ đứng này?



Hình 3

- a) Hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.DEF$
- b) Mặt đáy trên là ABC , mặt đáy dưới là DEF
- c) Các đường cao là AD , BE hoặc CF

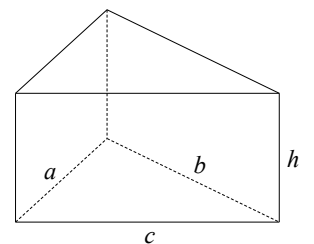
2) Diện tích xung quanh và thể tích củahình lăng trụ đứng tam giác và tứ giác.

Cho hình lăng trụ đứng tam giác có kích thước như Hình 4.

- ♣ Diện tích xung quanh là $S_{xq} = (a + b + c).h$
- ♣ Thể tích là $V = S_d.h$ trong đó S_d là diện tích đáy.

Chú ý:

- ♣ Công thức tính diện tích xung quanh, thể tích của hình Lăng trụ đứng tứ giác cũng giống như của hình lăng trụ đứng tam giác.

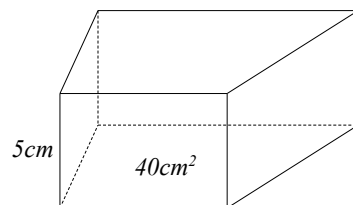


Hình 4

Ví dụ 2: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác có kích thước như *Hình 5*.

Tính thể tích của hình lăng trụ này

Thể tích của hình lăng trụ là $V = S_d \cdot h = 40 \cdot 5 = 200 \text{ cm}^3$

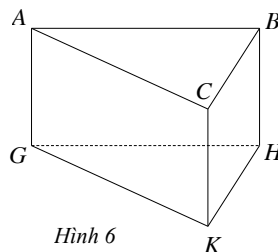


Hình 5

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho hình lăng trụ đứng tam giác như *Hình 6*.

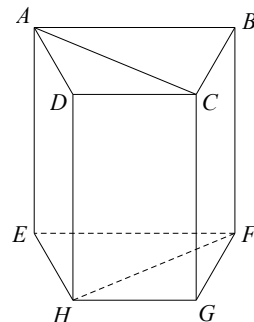
- Kể tên hình lăng trụ đứng.
- Chỉ ra các mặt bên.
- Hai mặt đáy là các hình gì?



Hình 6

Bài 2: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác như *Hình 7*.

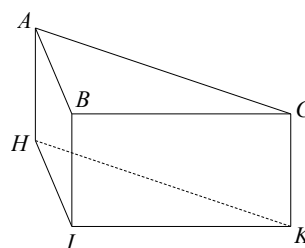
- Kể tên hình lăng trụ đứng tứ giác.
- Chỉ ra các mặt song song.
- Kể tên các đường cao.
- AC và HF có phải là hai đường chéo của hình lăng trụ đứng tứ giác không? Kể tên các đường chéo của hình lăng trụ này.



Hình 7

Bài 3: Cho hình lăng trụ đứng tam giác như *Hình 8*.

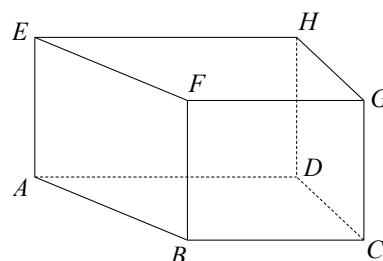
- Kể tên hình lăng trụ.
- Cho $CK = 4 \text{ cm}$. Hãy chỉ ra các cạnh bằng 4 cm
- Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình gì?
- Viết công thức tính diện tích xung quanh.



Hình 8

Bài 4: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác như *Hình 9*.

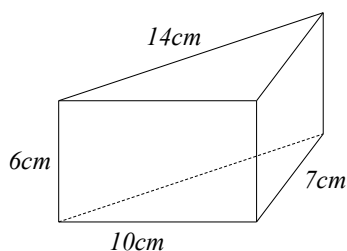
- Viết tên hình lăng trụ đứng.
- Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là hình gì?
- Kể tên hai đường chéo bất kì của hình lăng trụ.
- Viết công thức tính diện tích xung quanh và thể tích.



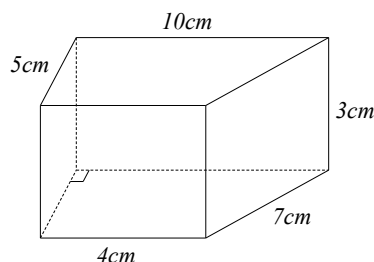
Hình 9

Bài 5: Cho hình lăng trụ đứng tam giác như *Hình 10*.

Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ



Hình 10

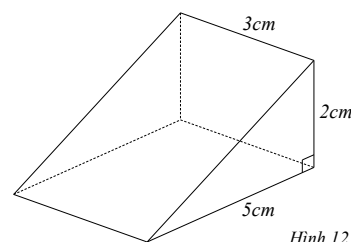


Hình 11

Bài 6: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác có đáy là hình thang và kích thước như *Hình 11*.

- Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ.
- Tính thể tích của hình lăng trụ.

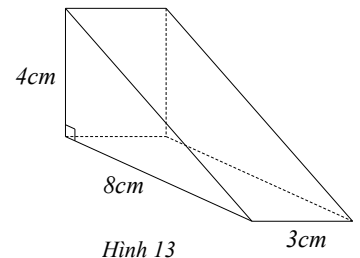
Bài 7: Cho hình lăng trụ đứng tam giác có kích thước và hình dáng như *Hình 12*. Tính thể tích của hình lăng trụ.



Hình 12

Bài 8: Một chiếc bánh ngọt có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, kích thước như *Hình 13*.

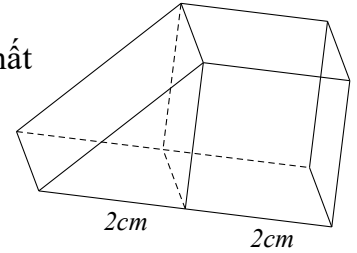
- Tính thể tích chiếc bánh.
- Nếu phải làm một chiếc hộp hình hộp chữ nhật bằng giấy cứng để đựng vừa chiếc bánh thì cần dùng bao nhiêu cm^2 giấy cứng (coi mép dán không đáng kể)



Hình 13

Bài 9: Một thiết bị làm bằng thép được gép bởi một hình lăng trụ đứng tam giác và một hình lập phương có hình dạng và kích thước như *Hình 14*.

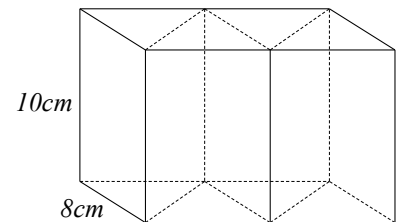
- Tính thể tích của thiết bị này.
- Nếu dựng thiết bị này lên để được hình khối có chiều cao lớn nhất. Tính diện tích phần tiếp xúc với mặt đất.



Hình 14

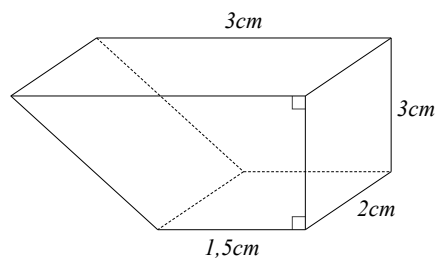
Bài 10: *Hình 15* gồm 4 hình lăng trụ đứng tam giác bằng nhau tạo thành một hình hộp chữ nhật có thể tích là $960cm^3$.

- Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật.
- Nếu tách rời 4 hình lăng trụ đứng tam giác ra. Hãy tính Diện tích xung quanh của một hình lăng trụ đứng tam giác.



Hình 15

Bài 11: Thùng chứa của một chiếc máy thu hoạch có hình dạng một hình lăng trụ đứng tứ giác (*Hình 16*). Kích thước như hình mô phỏng. Hỏi thùng có dung tích bao nhiêu mét khối.



Hình 16