

CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN ĐÃ SẮP XẾP

A. BÀI GIẢNG CÙNG CỐ KIẾN THỨC NỀN

I. Lý thuyết:

Hai đa thức tùy ý A và B của cùng một biến ($B \neq 0$), tồn tại duy nhất một cặp đa thức Q và R sao cho $A = B.Q + R$, trong đó:

R được gọi là dư trong phép chia A cho B

R bằng 0 hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B .

Khi $R = 0$ thì phép chia A cho B là phép chia hết.

II. Các dạng bài tập:

Dạng 1: Chia đa thức một biến đã sắp xếp (Phép chia hết)

Phương pháp:

Bước 1: Nhân số chia với một biểu thức sao cho giá trị khi nhân bằng giá trị mũ cao nhất của số bị chia.

Bước 2: Lấy đa thức bị chia trừ đi tích vừa nhân được.

Bước 3: Quay về bước 1 đến khi dư cuối cùng bằng 0

Bài 1: Thực hiện phép tính

a) $(6x^2 + 17x + 12) : (2x + 3)$

b) $(2x^3 + 3x^2 - 3x - 2) : (2x + 1)$

c) $(x^3 - 4x^2 + x - 4) : (x^2 + 1)$

d) $(3x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 4x + 10) : (x^2 + 2)$

Giải

a) Thực hiện phép chia ta được:

$\begin{array}{r} 6x^2 + 17x + 12 \\ - \\ 6x^2 + 9x \\ \hline 8x + 12 \\ - \\ 8x + 12 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2x + 3 \\ \hline 3x + 4 \end{array}$
--	--

Vậy: $(6x^2 + 17x + 12) : (2x + 3) = 3x + 4$

b) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \\ - 2x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 3x - 2 \\ - 2x^2 + x \\ \hline -4x - 2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2x + 1 \\ \hline x^2 + x - 2 \end{array} $
---	---

Vậy $(2x^3 + 3x^2 - 3x - 2) : (2x + 1) = x^2 + x - 2$

c) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + x - 4 \\ - x^3 + x \\ \hline -4x^2 - 4 \\ - -4x^2 - 4 \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 + 1 \\ \hline x - 4 \end{array} $
---	--

Vậy $(x^3 - 4x^2 + x - 4) : (x^2 + 1) = x - 4$

d) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} 3x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 4x + 10 \\ - 3x^4 + 6x^2 \\ \hline 2x^3 + 5x^2 + 4x + 10 \\ - 2x^3 + 4x \\ \hline 5x^2 + 10 \\ - 5x^2 + 10 \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 + 2 \\ \hline 3x^2 + 2x + 5 \end{array} $
--	--

Vậy $(3x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 4x + 10) : (x^2 + 2) = 3x^2 + 2x + 5$

Bài 2: Thực hiện phép tính

a) $(3a^3 - 2a^2 - 3a + 2) : (a^2 - 1)$

b) $(x^5 + 2x^4 - x^3 - 6x) : (x^2 + 2x + 1)$

c) $(x^3 - 2x^2 + x^2y - 3xy - 3x) : (x^2 - 3x)$

d) $(x^4 + 3x^2 - x^2y^2 - 2y^2 + 2) : (x^2 - y^2 + 1)$

Giải

a) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} 3a^3 - 2a^2 - 3a + 2 \\ - \\ 3a^3 - 3a \\ \hline -2a^2 + 2 \\ - \\ -2a^2 + 2 \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} a^2 - 1 \\ \hline 3a - 2 \end{array} $
--	---

Vậy $(3a^3 - 2a^2 - 3a + 2) : (a^2 - 1) = 3a - 2$

b) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} x^5 + 2x^4 - x^3 - 4x^2 - 2x \\ - \\ x^5 + 2x^4 + x^3 \\ \hline -2x^3 - 4x^2 - 2x \\ - \\ -2x^3 - 4x^2 - 2x \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 + 2x + 1 \\ \hline x^3 - 2x \end{array} $
--	--

Vậy $(x^5 + 2x^4 - x^3 - 4x^2 - 2x) : (x^2 + 2x + 1) = x^3 - 2x$

c) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + x^2y - 3xy - 3x \\ - \\ x^2 - 3x \\ \hline x^2(1+y) - 3xy - 3x \\ - \\ x^2(1+y) - 3x(1+y) \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 - 3x \\ \hline x + (1+y) \end{array} $
--	---

Vậy $(x^3 - 2x^2 + x^2y - 3xy - 3x) : (x^2 - 3x) = x + (1+y)$

d) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} x^4 + 3x^2 - x^2y^2 - 2y^2 + 2 \\ - x^4 + x^2 - x^2y^2 \\ \hline 2x^2 - 2y^2 + 2 \\ - 2x^2 - 2y^2 + 2 \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 - y^2 + 1 \\ \hline x^2 + 2 \end{array} $
---	--

Vậy $(x^4 + 3x^2 - x^2y^2 - 2y^2 + 2) : (x^2 - y^2 + 1) = x^2 + 2$

Dạng 2: Chia đa thức một biến đã sắp xếp (Phép chia có dư)

Phương pháp:

Bước 1: Nhân số chia với một biểu thức sao cho giá trị khi nhân bằng giá trị mũ cao nhất của số bị chia.

Bước 2: Lấy đa thức bị chia trừ đi tích vừa nhân được.

Bước 3: Quay về bước 1 đến khi đa thức dư có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức chia.

Bài 1: Thực hiện phép tính

a) $(3x^2 + 7x + 9) : (x - 1)$

b) $(5x^3 + 3x^2 - 2) : (x + 3)$

c) $(2x^3 - 4) : (x^2 - 1)$

d) $(x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 10) : (2x - 3)$

Giải

a) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} 3x^2 + 7x + 9 \\ - 3x^2 - 3x \\ \hline 10x + 9 \\ - 10x - 10 \\ \hline 19 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x - 1 \\ \hline 3x + 10 \end{array} $
---	--

Vậy $(3x^2 + 7x + 9) : (x - 1) = 3x + 10$ dư 19

b) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} 5x^3 + 3x^2 - 2 \\ - \\ \hline 5x^3 + 15x^2 \\ -12x^2 - 2 \\ - \\ \hline -12x^2 - 36x \\ 36x - 2 \\ - \\ \hline 36x + 108 \\ -110 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x + 3 \\ \hline 5x^2 - 12x + 36 \end{array} $
---	--

Vậy $(5x^3 + 3x^2 - 2) : (x + 3) = 5x^2 - 12x + 36$ dư -110

c) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} 2x^3 - 4 \\ - \\ \hline 2x^3 - 2x \\ 2x - 4 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 - 1 \\ \hline 2x \end{array} $
---	---

Vậy $(2x^3 - 4) : (x^2 - 1) = 2x$ dư $2x - 4$

d) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 10 \\ - \\ \hline x^4 - \frac{3x^3}{2} \\ \hline \frac{7x^3}{2} - 4x^2 - 10 \\ - \phantom{\frac{7x^3}{2}} \\ \hline \frac{7x^3}{2} - \frac{21x^2}{4} \\ \hline \phantom{\frac{7x^3}{2}} \frac{5x^2}{4} - 10 \\ - \phantom{\frac{7x^3}{2}} \phantom{\frac{5x^2}{4}} \\ \hline \phantom{\frac{7x^3}{2}} \frac{5x^2}{4} - \frac{15x}{8} \\ \hline \phantom{\frac{7x^3}{2}} \phantom{\frac{5x^2}{4}} \frac{15x}{8} - 10 \\ - \phantom{\frac{7x^3}{2}} \phantom{\frac{5x^2}{4}} \phantom{\frac{15x}{8}} \\ \hline \phantom{\frac{7x^3}{2}} \phantom{\frac{5x^2}{4}} \frac{15x}{8} - \frac{45}{16} \\ \hline \phantom{\frac{7x^3}{2}} \phantom{\frac{5x^2}{4}} \phantom{\frac{15x}{8}} - \frac{115}{16} \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2x - 3 \\ \hline \frac{x^3}{2} + \frac{7x^3}{4} + \frac{5x}{8} + \frac{15}{16} \end{array} $
--	---

Vậy $(x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 10) : (2x - 3) = \frac{x^3}{2} + \frac{7x^2}{4} + \frac{5x}{8} + \frac{15}{16}$ dư $-\frac{115}{16}$

Dạng 3: Chia đa thức một biến đã sắp xếp có chứa tham số m

Phương pháp:

Bước 1: Nhân số chia với một biểu thức sao cho giá trị khi nhân bằng giá trị mũ cao nhất của số bị chia.

Bước 2: Lấy đa thức bị chia trừ đi tích vừa nhân được.

Bước 3: Quay về bước 1 đến khi đa thức dư cuối cùng bằng 0 hoặc đa thức dư có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức chia.

Bài 1: Thực hiện phép tính

a) $(mx^2 + 2x - m - 2) : (x - 1)$

b) $(x^3 + 3mx^2 - 3m + 1) : (x + 1)$

c) $(mx^3 - 2x^2 + mx - 2) : (x^2 + 1)$

Giải

a) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} mx^2 + 2x - m - 2 \\ - \\ \hline mx^2 - mx \\ \hline 2x + mx - m - 2 \\ (2+m)x - (2+m) \\ - \\ \hline (2+m)x - (2+m) \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x - 1 \\ \hline mx + (2+m) \end{array} $
--	---

Vậy $(mx^2 + 2x - m - 2) : (x - 1) = mx + 2 + m$

b) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} x^3 + 3mx^2 - 3m + 1 \\ - \\ \hline x^3 + x^2 \\ \hline 3mx^2 - x^2 - 3m + 1 \\ (3m-1)x^2 - 3m + 1 \\ - \\ \hline (3m-1)x^2 - (3m-1)x \\ \hline -(3m-1)x - 3m + 1 \\ - \\ \hline -(3m-1)x - 3m + 1 \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x + 1 \\ \hline x^2 + (3m-1)x - (3m-1) \end{array} $
--	---

Vậy $(x^3 + 3mx^2 - 3m + 1) : (x + 1) = x^2 + (3m-1)x - (3m-1)$

c) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} mx^3 - 2x^2 + mx - 2 \\ - \\ \hline mx^3 + mx \\ \hline -2x^2 - 2 \\ - \\ \hline -2x^2 - 2 \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 + 1 \\ \hline mx - 2 \end{array} $
--	---

Vậy $(mx^3 - 2x^2 + mx - 2) : (x^2 + 1) = mx - 2$

Dạng 4: Tìm m để số bị chia chia hết cho số chia

Có 3 phương pháp giải cụ thể như sau:

Phương pháp 1: Thực hiện phép chia

Bước 1: Thực hiện chia đa thức chứa tham số ở dạng 3.

Bước 2: Để số bị chia chia hết cho số chia thì phần dư bằng 0.

Bước 3: Giải tìm ra m.

Bài 1: Xác định giá trị a và b để đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$ chia hết cho đa thức $x^2 - 1$.

Giải

d) Thực hiện phép chia ta được:

$ \begin{array}{r} x^4 - ax^3 + bx^2 + 3 \\ - x^4 - x^2 \\ \hline -ax^3 + x^2 + bx^2 + 3 \\ - ax^3 + ax \\ \hline (1+b)x^2 - ax + 3 \\ - (1+b)x^2 - (1+b) \\ \hline -ax + 4 + b \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 - 1 \\ \hline x^2 - ax + (1-b) \end{array} $
--	---

Ta có: $(x^4 - ax^3 + bx^2 + 3) : (x^2 - 1) = x^2 - ax + (1-b)$ dư $-ax + 4 + b$

Để là phép chia hết thì $\begin{cases} -a = 0 \\ 4 - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \end{cases}$

Vậy với $\begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \end{cases}$ thì đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$ chia hết cho $x^2 - 1$

Bài 2: Tìm m để đa thức $mx^3 + x^2 - 2m - 1$ chia hết cho đa thức $x - 2$

Giải

Ta có:

$ \begin{array}{r} mx^3 + x^2 - 2m - 1 \\ - \\ mx^3 - 2mx^2 \\ \hline x^2 + 2mx^2 - 2m - 1 \\ (1+2m)x^2 - 2m - 1 \\ - \\ (1+2m)x^2 - 2(1-2m)x \\ \hline (2+4m)x - 2m - 1 \\ - \\ (2+4m)x - 2(2+4m) \\ \hline 3+10m \end{array} $	$ \begin{array}{r} x - 2 \\ \hline mx^2 + (1+2m)x + (2+4m) \end{array} $
---	--

Vậy $(mx^3 + x^2 - 2m - 1) : (x - 2) = mx^2 + (1+2m)x + (2+4m)$ dư $3-10m$

Để là phép chia hết thì $3-6m=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$

Bài 3: Tìm m để đa thức $5m^3 + 2m^2 - 3m - 1$ chia hết cho đa thức $2m^2 - 1$

Giải

Thực hiện phép chia ta được

$ \begin{array}{r} 5m^3 + 2m^2 - 3m - 1 \\ - \\ 5m^3 - \frac{5m}{2} \\ \hline 2m^2 - 3m + \frac{5m}{2} - 1 \\ - \\ 2m^2 - 1 \\ \hline -3m + \frac{5m}{2} = \frac{-m}{2} \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2m^2 - 1 \\ \hline \frac{5m}{2} + 1 \end{array} $
---	--

Ta có $(5m^3 + 2m^2 - 3m - 1) : (2m^2 - 1) = \frac{5m}{2} + 1$ dư $\frac{-m}{2}$

Để là phép chia hết thì $\frac{-m}{2} = 0 \Leftrightarrow m = 0$

Vậy với $m = 0$ thì đa thức $5m^3 + 2m^2 - 3m - 1$ chia hết cho đa thức $2m^2 - 1$

Phương pháp 2: Hệ số bất định

Hai đa thức được gọi là đồng nhất khi và chỉ khi hệ số các hạng tử đồng dạng bằng nhau. Ta có các bước giải như sau:

Bước 1: Dựa vào bậc cao nhất của số bị chia và số chia ta gọi dạng tổng quát của thương.

Bước 2: Nhân thương với số chia và chuyển biểu thức về dạng tổng quát.

Bước 3: Cho các hạng tử của biểu thức ở bước 2 và số bị chia bằng nhau, giải tìm được giá trị cần tìm.

Bài 1: Xác định giá trị a và b để đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$ chia hết cho đa thức $x^2 - 1$.

Giải

Cách 1: Giải theo phương pháp 1

Cách 2: Phương pháp hệ số bất định.

Giả sử đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$ chia hết cho $x^2 - 1$, ta được thương là nhị thức bậc hai có dạng: $x^2 + Bx + C$. Nhân thương với số chia rồi đồng nhất thức với đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$, ta được:

$$\begin{aligned}(x^2 + Bx + C)(x^2 - 1) &= x^4 - ax^3 + bx^2 + 3 \\ \Leftrightarrow x^4 + Bx^3 + Cx^2 - x^2 - Bx - C &= x^4 - ax^3 + bx^2 + 3 \\ \Leftrightarrow x^4 + Bx^3 + (C - 1)x^2 - Bx - C &= x^4 - ax^3 + bx^2 + 3\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B = -a \\ C - 1 = b \\ -B = 0 \\ -C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy với $\begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \end{cases}$ thì đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$ chia hết cho $x^2 - 1$

Chú ý: Ta có thể đặt nhị thức bậc hai dạng tổng quát là $Ax^2 + Bx + C$, tuy nhiên do đa thức bị chia có x^4 vì vậy coi như $A = 1$.

Bài 2: Xác định giá trị a để đa thức $x^4 - x^3 + 3x^2 - x + a$ chia hết cho đa thức $x^2 - x + 2$.

Giải

Giả sử đa thức $x^4 - x^3 + 3x^2 - x + a$ chia hết cho $x^2 - x + 2$, ta được thương là nhị thức bậc hai có dạng: $Ax^2 + Bx + C$. Nhân thương với số chia rồi đồng nhất thức với đa thức $x^4 - x^3 + 3x^2 - x + a$, ta được:

$$\begin{aligned}(Ax^2 + Bx + C)(x^2 - x + 2) &= x^4 - x^3 + 3x^2 - x + a \\ \Leftrightarrow Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 - Ax^3 - Bx^2 - Cx + 2Ax^2 + 2Bx + 2C &= x^4 - x^3 + 3x^2 - x + a \\ \Leftrightarrow Ax^4 + (B - A)x^3 + (C - B + 2A)x^2 - (C - 2B)x + 2C &= x^4 - x^3 + 3x^2 - x + a\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B - A = -1 \\ C - B + 2A = 3 \\ C - 2B = 1 \\ 2C = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \\ C = 1 \Leftrightarrow a = 2 \\ C = 1 \\ 2 = a \end{cases}$$

Vậy với $a = 2$ thì đa thức $x^4 - x^3 + 3x^2 - x + a$ chia hết cho đa thức $x^2 - x + 2$

Bài 3: Xác định giá trị a để đa thức $ax^3 - x^2 + 5$ chia hết cho đa thức $x^2 + x + 1$.

Giải

Giả sử đa thức $ax^3 - x^2 + 5$ chia hết cho $x^2 + x + 1$, ta được thương là nhị thức bậc nhất có dạng: $Bx + C$.

Nhân thương với số chia rồi đồng nhất thức với đa thức $ax^3 - x^2 + 5$, ta được:

$$\begin{aligned} (Bx + C)(x^2 + x + 1) &= ax^3 - x^2 + 5 \\ \Leftrightarrow Bx^3 + Cx^2 + Bx^2 + Cx + Bx + C &= ax^3 - x^2 + 5 \\ \Leftrightarrow Bx^3 + (B + C)x^2 + (B + C)x + C &= ax^3 - x^2 + 5 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} B = a \\ B + C = -1 \\ B + C = 0 \\ C = 5 \end{cases} &\text{không thỏa mãn} \end{aligned}$$

Vậy không có giá trị nào của a để đa thức $ax^3 - x^2 + 5$ chia hết cho $x^2 + x + 1$

Phương pháp 3: Phương pháp trị số riêng

Với mọi cặp đa thức $A(x)$ và $B(x)$, luôn tồn tại đa thức $Q(x)$ và $R(x)$ sao cho:

$A(x) = B(x).Q(x) + R(x)$, trong đó:

- +) $A(x)$ là số bị chia; $B(x)$ là số chia; $Q(x)$ là thương và $R(x)$ là phần dư
- +) Với bậc của $R(x)$ bé hơn bậc $B(x)$
- +) Phép chia hết là phép chia $R(x) = 0$.

Bước 1: Đưa phép chia về dạng $A(x) = B(x).Q(x)$ (1)

Bước 2: Thay giá trị x để $B(x) = 0$ vào phương trình (1).

Bước 3: Giải ra ta tìm được giá trị cần tìm.

Bài 1: Xác định giá trị a và b để đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$ chia hết cho đa thức $x^2 - 1$.

Giải

Cách 1: Giải theo phương pháp 1

Cách 2: Giải theo phương pháp 2

Cách 3: Phương pháp trị số riêng

Gọi thương của phép chia là $Q(x)$ khi đó ta có:

$$x^4 - ax^3 + bx^2 + 3 = (x^2 - 1).Q(x) \text{ với mọi } x. \quad (1)$$

+) Với $x = 1$, thay vào (1) ta được: $1 - a + b + 3 = 0 \quad (2)$

+) Với $x = -1$, thay vào (1) ta được: $1 + a + b + 3 = 0 \quad (3)$

Từ (2) và (3) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} -a + b + 4 = 0 \\ a + b + 4 = 0 \end{cases}$$

Cộng 2 vế của phương trình ta được: $2b + 8 = 0 \Rightarrow b = -4$. Thay vào phương trình (2) $\Rightarrow a = 0$.

Vậy với $a = 0$ và $b = -4$ thì đa thức $x^4 - ax^3 + bx^2 + 3$ chia hết cho $x^2 - 1$

Bài 2: Xác định giá trị a và b để đa thức $ax^3 + bx^2 + 3x - 9$ chia hết cho đa thức $x^2 + 2x - 3$.

Giải

Gọi thương của phép chia là $Q(x)$ khi đó ta có:

$$ax^3 + bx^2 + 3x - 9 = (x^2 + 2x - 3).Q(x)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + 3x - 9 = (x - 1)(x + 3).Q(x) \text{ với mọi } x \quad (1)$$

+) Với $x = 1$, thay vào (1) ta được $a + b + 3 - 9 = 0 \quad (2)$

+) Với $x = -3$, thay vào (1) ta được: $27a + 9b - 9 - 9 = 0 \quad (3)$

Từ (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a + b - 6 = 0 \\ 3a + b - 2 = 0 \end{cases}$$

Trừ 2 vế của phương trình ta được: $2a + 4 = 0 \Rightarrow a = -2$. Thay vào phương trình (2) $\Rightarrow b = 8$.

Vậy với $a = -2$ và $b = 8$ thì đa thức $ax^3 + bx^2 + 3x - 9$ chia hết cho đa thức $x^2 + 2x - 3$.

Bài 3: Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để đa thức $2x^2 - x + 3$ chia hết cho $2x + 1$

Giải

Ta có:
$$\frac{2x^2 - x + 3}{2x + 1} = \frac{x(2x - 1) + 3}{2x + 1} = x + \frac{3}{2x + 1}$$

Để $2x^2 - x + 3$ chia hết cho $2x + 1$ thì 3 phải chia hết cho $2x + 1$.

Tức là $2x + 1$ phải là ước của 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 1 \\ 2x + 1 = -1 \\ 2x + 1 = 3 \\ 2x + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy để đa thức $2x^2 - x + 3$ chia hết cho $2x + 1$ thì $x = \{-2; -1; 0; 1\}$

B. PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

Dạng 1: Chia đa thức một biến đã sắp xếp:

Bài 1: Thực hiện phép chia:

$$a) (-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (-3x + 5)$$

$$b) (5x^4 + 9x^3 - 2x^2 - 4x - 8) : (x - 1)$$

$$c) (5x^3 + 14x^2 + 12x + 8) : (x + 2)$$

$$d) (x^4 - 2x^3 + 2x - 1) : (x^2 - 1)$$

Bài 2: Thực hiện phép chia:

$$a) (x^3 - 2x^2 - 15x + 36) : (x + 4)$$

$$b) (2x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x - 20) : (x^2 + x + 4)$$

$$c) (2x^3 + 11x^2 + 18x - 3) : (2x + 3)$$

Dạng 2: Sắp xếp đa thức theo lũy thừa giảm dần rồi thực hiện phép chia:

Bài 1: Sắp xếp đa thức theo lũy thừa giảm dần và thực hiện phép chia:

$$a) (5x^2 - 3x^3 + 15 - 9x) : (5 - 3x)$$

$$b) (-4x^2 + x^3 - 20 + 5x) : (x - 4)$$

$$c) (-x^2 + 6x^3 - 26x + 21) : (3 - 2x)$$

$$d) (2x^4 - 13x^3 - 15 + 5x + 21x^2) : (4x - x^2 - 3)$$

Bài 2: Sắp xếp đa thức theo lũy thừa giảm dần và thực hiện phép chia:

$$a) (13x + 41x^2 + 35x^3 - 14) : (5x - 2)$$

$$b) (16x^2 - 22x + 15 - 6x^3 + x^4) : (x^2 - 2x + 3)$$

$$c) (6x + 2x^3 - 5 - 11x^2) : (-x + 2x^2 + 1)$$

Dạng 3: Tìm x , biết:

$$a) (4x^4 + 3x^3) : (-x^3) + (15x^2 + 6x) : 3x = 0$$

$$b) \left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) : 2x - (3x - 1)^2 : (3x - 1) = 0$$

$$c) (42x^3 - 12x) : (-6x) + 7x(x + 2) = 8$$

$$d) (25x^2 - 10x) : (-5x) - 3(x - 2) = 4$$

Dạng 4: Phân tích đa thức thành nhân tử rồi thực hiện phép chia:

$$a) (24x^5 - 9x^3 + 15x^2) : 3x$$

$$b) (-5x^4 - 12x^3 - 13x^2) : (-2x)$$

$$c) (-8x^5 + x^3 - 2x^2) : 2x^2$$

$$d) (16x^6 - 21x^4 - 35x^2) : (-7x^2)$$

Dạng 5: Sử dụng hằng đẳng thức để thực hiện phép chia:

Bài 1: Làm phép chia bằng cách áp dụng hằng đẳng thức:

$$a) (x^2 - 2x + 1) : (x - 1)$$

$$b) (8x^3 + 27) : (2x + 3)$$

$$c) (2x^4 - 8x^2 + 8) : (4 - 2x^2)$$

$$d) (125 - 8x^3) : (4x - 10)$$

Bài 2: Làm phép chia bằng cách áp dụng hằng đẳng thức:

$$a) (x^8 - 2x^4y^4 + y^8) : (x^2 + y^2)$$

$$b) (64x^3 + 27) : (16x^2 - 12x + 9)$$

$$c) (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) : (x^2 - 6x + 9)$$

Dạng 6: Tìm đa thức M biết:

$$a) (x^3 - 5x^2 + x - 5) = (x - 5) \cdot M$$

$$b) (x^2 - 4x - 3) \cdot M = 2x^4 - 13x^3 + 14x^2 + 15x$$

$$c) (2x^6 - x^4 - 2x^2 + 1) = M \cdot (2x^2 - 1)$$

$$d) (x^2 + x + 1) \cdot M = (x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3)$$

Dạng 7: Tìm a và b để A chia hết cho B với:

$$a) A = x^3 - 9x^2 + 17x - 25 + a \text{ và } B = x^2 - 2x + 3$$

$$b) A = x^4 - 7x^3 + 10x^2 + (a - 1)x + b - a \text{ và } B = x^2 - 6x + 5$$

HƯỚNG DẪN

Dạng 1: Thực hiện phép chia:

Bài 1: Thực hiện phép chia:

$$a) (-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (-3x + 5) = x^2 + 3$$

$$b) (5x^4 + 9x^3 - 2x^2 - 4x - 8) : (x - 1) = 5x^3 + 14x^2 + 12x + 8$$

$$c) (5x^3 + 14x^2 + 12x + 8) : (x + 2) = 5x^2 + 4x + 4$$

$$d) (x^4 - 2x^3 + 2x - 1) : (x^2 - 1) = x^2 - 2x + 1$$

Bài 2: Thực hiện phép chia:

$$a) (x^3 - 2x^2 - 15x + 36) : (x + 4) = (x^2 - 6x + 9)$$

$$b) (2x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x - 20) : (x^2 + x + 4) = (2x^2 - 5)$$

$$c) (2x^3 + 11x^2 + 18x + 9) : (2x + 3) = (x^2 + 4x + 3)$$

Dạng 2: Sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm dần rồi tính:

Bài 1: Sắp xếp đa thức theo lũy thừa giảm dần và thực hiện phép chia:

$$\begin{aligned} a) & (5x^2 - 3x^3 + 15 - 9x) : (5 - 3x) \\ &= (-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (-3x + 5) \\ &= x^2 + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & (-4x^2 + x^3 - 20 + 5x) : (x - 4) \\ &= (x^3 - 4x^2 + 5x - 20) : (x - 4) \\ &= x^2 + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) & (-x^2 + 6x^3 - 26x + 21) : (3 - 2x) \\ &= (6x^3 - x^2 - 26x + 21) : (-2x + 3) \\ &= -3x^2 - 4x + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) & (2x^4 - 13x^3 - 15 + 5x + 21x^2) : (4x - x^2 - 3) \\ &= (2x^4 - 13x^3 + 21x^2 + 5x - 15) : (-x^2 + 4x - 3) \\ &= -2x^2 + 5x + 5 \end{aligned}$$

Bài 2: Sắp xếp đa thức theo lũy thừa giảm dần và thực hiện phép chia:

$$\begin{aligned}
a) & (13x + 41x^2 + 35x^3 - 14) : (5x - 2) \\
&= (35x^3 + 41x^2 + 13x - 14) : (5x - 2) \\
&= 7x^2 + 11x + 7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) & (16x^2 - 22x + 15 - 6x^3 + x^4) : (x^2 - 2x + 3) \\
&= (x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 22x + 15) : (x^2 - 2x + 3) \\
&= x^2 - 4x + 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) & (6x + 2x^3 - 5 - 11x^2) : (-x + 2x^2 + 1) \\
&= (2x^3 - 11x^2 + 6x - 5) : (2x^2 - x + 1) \\
&= x - 5
\end{aligned}$$

Dạng 3: Tìm x, biết:

$$\begin{aligned}
a) & (4x^4 + 3x^3) : (-x^3) + (15x^2 + 6x) : 3x = 0 \\
&\Leftrightarrow (-4x - 3) + (5x + 2) = 0 \\
&\Leftrightarrow x - 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) & \left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) : 2x - (3x - 1)^2 : (3x - 1) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right) - (3x - 1) = 0 \\
&\Leftrightarrow -\frac{5}{2}x + \frac{3}{4} = 0 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{3}{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) & (42x^3 - 12x) : (-6x) + 7x(x + 2) = 8 \quad d) (25x^2 - 10x) : (-5x) - 3(x - 2) = 4 \\
&\Leftrightarrow (-7x^2 + 2) + (7x^2 + 14x) - 8 = 0 \quad \Leftrightarrow (-5x + 2) - (3x - 6) - 4 = 0 \\
&\Leftrightarrow 14x - 6 = 0 \quad \Leftrightarrow -8x + 4 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{6}{14} \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Dạng 4: Phân tích đa thức thành nhân tử rồi thực hiện phép chia:

$$\begin{aligned}
a) & (24x^5 - 9x^3 + 15x^2) : 3x \\
&= 3x \cdot (8x^4 - 3x^2 + 5x) : 3x \\
&= 8x^4 - 3x^2 + 5x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) & (-5x^4 - 12x^3 - 13x^2) : (-2x) \\
&= (-2x) \cdot \left(\frac{5}{2}x^3 + 6x^2 + \frac{13}{2}x\right) : (-2x) \\
&= \frac{5}{2}x^3 + 6x^2 + \frac{13}{2}x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) & (-8x^5 + x^3 - 2x^2) : 2x^2 \\
&= 2x^2 \cdot \left(-4x^3 + \frac{1}{2}x - 1 \right) : (2x^2) \\
&= -4x^3 + \frac{1}{2}x - 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d) & (16x^6 - 21x^4 - 35x^2) : (-7x^2) \\
&= (-7x^2) \cdot \left(-\frac{16}{7}x^4 + 3x^2 + 5 \right) : (-7x^2) \\
&= -\frac{16}{7}x^4 + 3x^2 + 5
\end{aligned}$$

Dạng 5: Sử dụng hằng đẳng thức để thực hiện phép:

Bài 1: Làm phép chia bằng cách áp dụng hằng đẳng thức:

$$\begin{aligned}
a) & (x^2 - 2x + 1) : (x - 1) \\
&= (x - 1)^2 : (x - 1) \\
&= x - 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) & (8x^3 + 27) : (2x + 3) \\
&= (2x + 3) \cdot (4x^2 - 6x + 9) : (2x + 3) \\
&= 4x^2 - 6x + 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) & (2x^4 - 8x^2 + 8) : (4 - 2x^2) \\
&= 2(x^4 - 4x^2 + 4) : [2(2 - x^2)] \\
&= (2 - x^2)^2 : (2 - x^2) \\
&= (2 - x^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d) & (125 - 8x^3) : (4x - 10) \\
&= (5 - 2x) \cdot (25 + 10x + 4x^2) : [2(2x - 5)] \\
&= -(2x - 5) \cdot (25 + 10x + 4x^2) : [2(2x - 5)] \\
&= -(25 + 10x + 4x^2) : 2 \\
&= -\left(\frac{25}{2} + 5x + 2x^2\right)
\end{aligned}$$

Bài 2: Làm phép chia bằng cách áp dụng hằng đẳng thức:

$$\begin{aligned}
a) & (x^8 - 2x^4y^4 + y^8) : (x^2 + y^2) \\
&= (x^4 - y^4)^2 : (x^2 + y^2) \\
&= [(x^2)^2 - (y^2)^2]^2 : (x^2 + y^2) \\
&= [(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)]^2 : (x^2 + y^2) \\
&= (x^2 - y^2)^2 (x^2 + y^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) & (64x^3 + 27) : (16x^2 - 12x + 9) \\
&= [(4x)^3 + 3^3] : (16x^2 - 12x + 9) \\
&= (4x + 3)(16x^2 - 12x + 9) : (16x^2 - 12x + 9) \\
&= 4x + 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) & (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) : (x^2 - 6x + 9) \\
&= (x - 3)^3 : (x - 3)^2 \\
&= x - 3
\end{aligned}$$

Dạng 6: Tìm đa thức M biết:

$$\begin{aligned}
a) & (x^3 - 5x^2 + x - 5) = (x - 5) \cdot M \\
\Leftrightarrow & M = (x^3 - 5x^2 + x - 5) : (x - 5) \\
\Leftrightarrow & M = [(x^3 - 5x^2) + (x - 5)] : (x - 5) \\
\Leftrightarrow & M = [x^2(x - 5) + (x - 5)] : (x - 5) \\
\Leftrightarrow & M = [(x - 5)(x^2 + 1)] : (x - 5) \\
\Leftrightarrow & M = x^2 + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) & (x^2 - 4x - 3).M = 2x^4 - 13x^3 + 14x^2 + 15x \\
& \Leftrightarrow M = (2x^4 - 13x^3 + 14x^2 + 15x) : (x^2 - 4x - 3) \\
& \Leftrightarrow M = (x^2 - 4x - 3).(2x^2 - 5x) : (x^2 - 4x - 3) \\
& \Leftrightarrow M = 2x^2 - 5x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) & (2x^6 - x^4 - 2x^2 + 1) = M.(2x^2 - 1) \\
& \Leftrightarrow M = (2x^6 - x^4 - 2x^2 + 1) : (2x^2 - 1) \\
& \Leftrightarrow M = \left[(2x^6 - x^4) - (2x^2 - 1) \right] : (2x^2 - 1) \\
& \Leftrightarrow M = (2x^2 - 1).(x^3 - 1) : (2x^2 - 1) \\
& \Leftrightarrow M = x^3 - 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d) & (x^2 + x + 1).M = x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3 \\
& \Leftrightarrow M = (x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3) : (x^2 + x + 1) \\
& \Leftrightarrow M = (x^2 + x + 1).(x^2 - 2x - 3) : (x^2 + x + 1) \\
& \Leftrightarrow M = x^2 - 2x - 3
\end{aligned}$$

Dạng 7: Tìm a và b để A chia hết cho B với:

$$a) A = x^3 - 9x^2 + 17x - 25 + a \text{ và } B = x^2 - 2x + 3$$

Thực hiện A chia cho B ta được đa thức dư $a + 4$. Vì A chia hết cho B nên $a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$

$$b) A = x^4 - 7x^3 + 10x^2 + (a - 1)x + b - a \text{ và ?}$$

Thực hiện A chia cho B ta được đa thức dư $(a - 2)x + (-a + b + 5)$. Vì A chia hết cho B nên

$$(a - 2)x + (-a + b + 5) = 0 \text{ với mọi giá trị } x.$$

$$\text{Hay } \begin{cases} a - 2 = 0 \\ (-a + b + 5) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}.$$

===== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ =====