

BÀI 8. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nắm được các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông: 4 trường hợp.
- + Vận dụng định lí Py-ta-go để chứng minh trường hợp cạnh huyền - cạnh góc vuông.

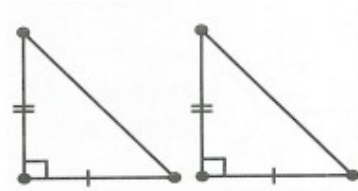
❖ Kỹ năng

- + Vận dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để phát hiện và chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau.
- + Chứng minh được hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Trường hợp 1. Cạnh góc vuông - cạnh góc vuông

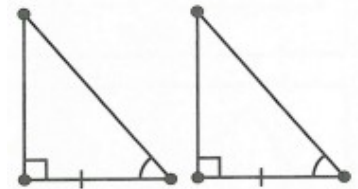
Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hai cạnh góc vuông (c.g.c)

Trường hợp 2. Cạnh góc vuông - góc nhọn kề

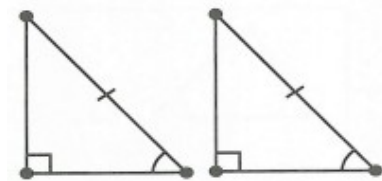
Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Cạnh góc vuông - góc nhọn kề (g.c.g)

Trường hợp 3. Cạnh huyền - góc nhọn

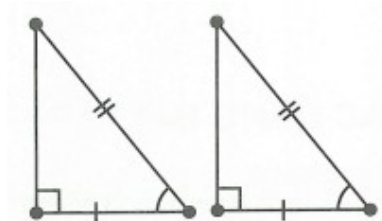
Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Cạnh huyền - góc nhọn

Trường hợp 4. Cạnh huyền - cạnh góc vuông

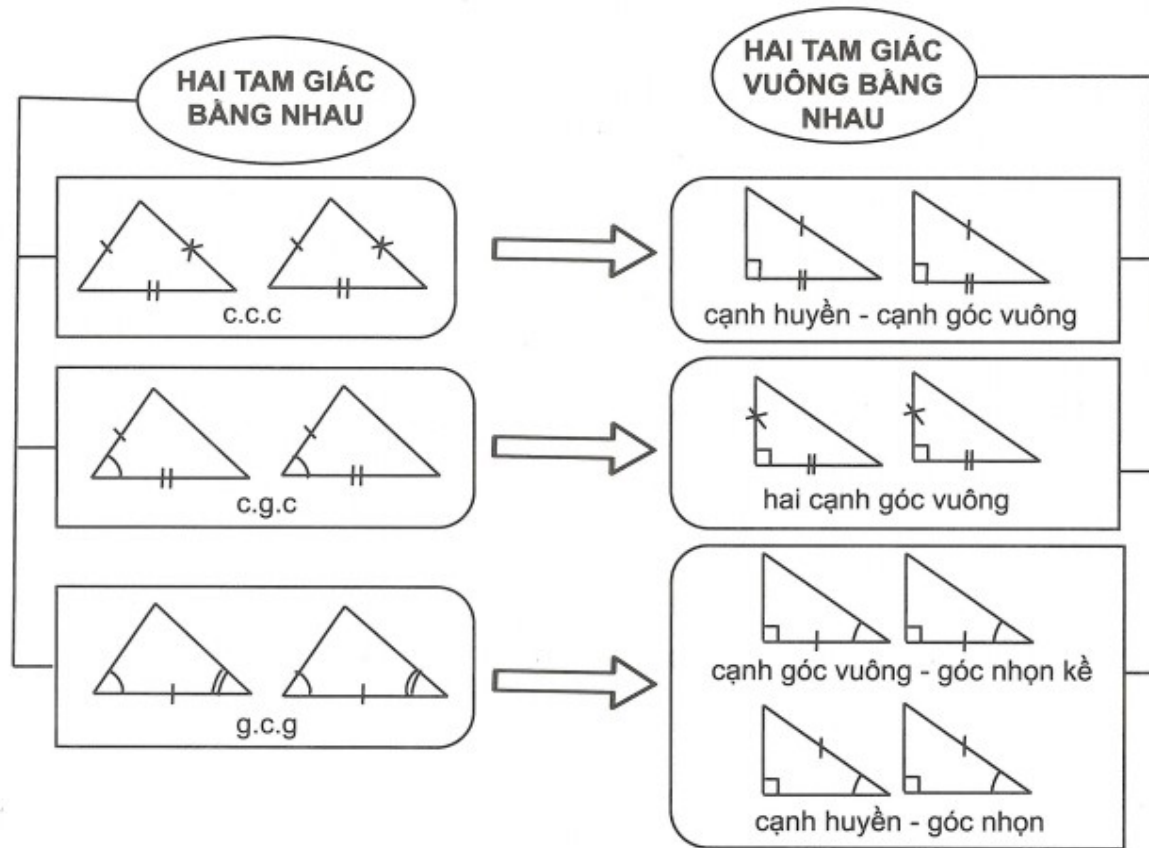
Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Cạnh huyền - cạnh góc vuông

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA

CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA HAI TAM GIÁC



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

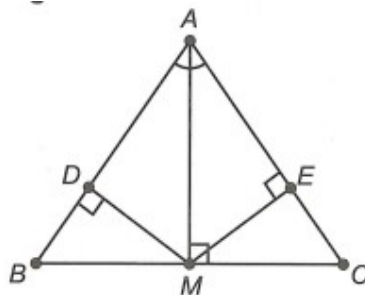
Dạng 1: Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

Phương pháp giải

Bước 1. Kiểm tra các điều kiện bằng nhau của hai tam giác vuông.

Ví dụ: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . AM là tia phân giác của $\widehat{A}$, ($M \in BC$). D, E là hình chiếu của M trên AB và AC . Chứng minh rằng $\triangle MDB = \triangle MEC$.

Hướng dẫn giải



Xét $\triangle AMD$ ($\widehat{ADM} = 90^\circ$) và $\triangle AME$ ($\widehat{AEM} = 90^\circ$) có $\widehat{DAM} = \widehat{EAM}$ (giả thiết), AM là cạnh chung.

Do đó $\triangle AMD = \triangle AME$ (cạnh huyền - góc nhọn)

Suy ra $MD = ME$ (hai cạnh tương ứng).

$\triangle ABC$ cân tại A nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Mặt khác $\widehat{DBM} + \widehat{DMB} = 90^\circ$;

$$\widehat{EMC} + \widehat{ECM} = 90^\circ.$$

Suy ra $\widehat{DMB} = \widehat{EMC}$

Xét $\triangle MDB$ và $\triangle MEC$, có

$$\widehat{BDM} = \widehat{CEM} = 90^\circ;$$

$MD = ME$ (chứng minh trên),

$\widehat{DMB} = \widehat{EMC}$ (chứng minh trên).

Do đó $\triangle MDB = \triangle MEC$ (cạnh góc vuông - góc nhọn).

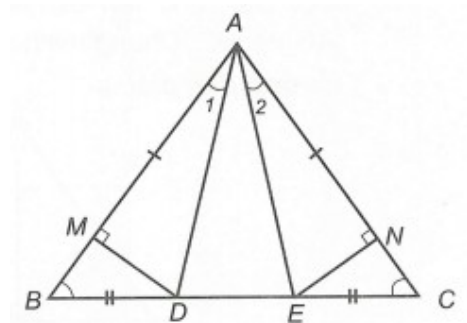
Bước 2. Kết luận hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ mẫu

Ví dụ. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên cạnh BC lấy hai điểm D, E sao cho $BD = EC$.

Gọi M, N là hình chiếu của D, E trên AB, AC . Chứng minh rằng $\triangle AMD = \triangle ANE$.

Hướng dẫn giải



Xét $\triangle ADB$ và $\triangle AEC$ có

$BD = EC$ (giả thiết), $\widehat{B} = \widehat{C}$ ($\triangle ABC$ cân tại A), $AB = AC$ ($\triangle ABC$ cân tại A).

Do đó $\triangle ADB = \triangle AEC$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (hai góc tương ứng); $AD = AE$ (hai cạnh tương ứng).

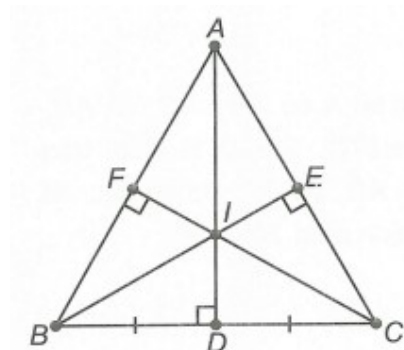
Xét $\triangle AMD$ và $\triangle ANE$ có

$\widehat{AMD} = \widehat{ANE} = 90^\circ$, $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (chứng minh trên), $AD = AE$ (chứng minh trên).

Do đó $\triangle AMD = \triangle ANE$ (cạnh huyền - góc nhọn).

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Cho hình vẽ sau:



Hãy chọn khẳng định **sai**?

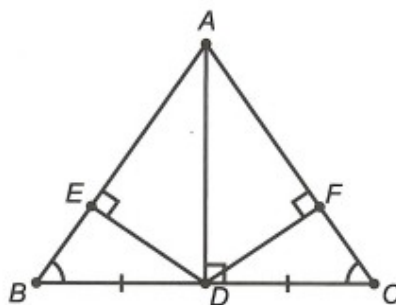
A. $\triangle ADB = \triangle ADC$.

B. $\triangle IDB = \triangle IDC$.

C. $\triangle AFC = \triangle ABE$.

D. $\triangle AFI = \triangle AEI$.

Câu 2: Cho hình vẽ bên.



Hãy chọn khẳng định **sai**?

A. $\triangle AED = \triangle AFD$.

B. $\triangle BED = \triangle CFD$.

C. $\triangle ADB = \triangle ADC$.

D. $\triangle ADE = \triangle AFD$.

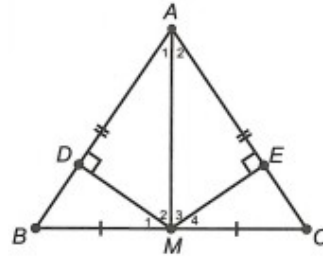
Câu 3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên tia đối của tia BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Kẻ BH vuông góc với AD ($H \in AD$), kẻ CK vuông góc với AE ($K \in AE$). Chứng minh rằng $\triangle AHB = \triangle AKC$.

Dạng 2: Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau

 **Phương pháp giải**

Ví dụ: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , M là trung điểm của BC . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của M trên AB và AC . Chứng minh rằng $BD = CE$.

Hướng dẫn giải



Bước 1. Chọn hai tam giác vuông có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.

Bước 2. Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau.

Bước 3. Suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.

Xét $\triangle BDM$ vuông tại D và $\triangle CEM$ vuông tại E có:

$$\widehat{DBM} = \widehat{ECM} \text{ (}\triangle ABC \text{ cân tại } A\text{),}$$

$$MB = MC \text{ (giả thiết).}$$

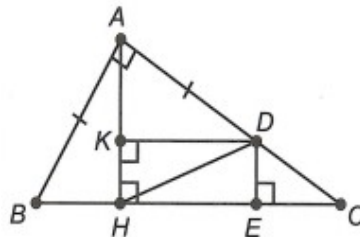
Do đó $\triangle BDM = \triangle CEM$ (cạnh huyền - góc nhọn).

Suy ra $BD = CE$ (hai cạnh tương ứng).

 **Ví dụ mẫu**

Ví dụ. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Vẽ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Gọi D là điểm trên cạnh AC sao cho $AD = AB$. Vẽ DE vuông góc với BC ($E \in BC$). Chứng minh rằng $HA = HE$.

Hướng dẫn giải



Vẽ $DK \perp AH$ ($K \in AH$).

Xét $\triangle HAB$ ($\widehat{AHB} = 90^\circ$) và $\triangle KDA$ ($\widehat{DKA} = 90^\circ$) có

$AB = AD$ (giả thiết),

$\widehat{BAH} = \widehat{ADK}$ (cùng phụ với $\widehat{KAD}$).

Do đó $\triangle HAB = \triangle KDA$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow HA = KD$ (hai cạnh tương ứng).

Ta có $KD \perp AH$ và $EH \perp AH \Rightarrow KD \parallel EH \Rightarrow \widehat{KDH} = \widehat{EHD}$ (hai góc so le trong).

Xét $\triangle KDH$ ($\widehat{DKH} = 90^\circ$) và $\triangle EHD$ ($\widehat{HED} = 90^\circ$) có

DH cạnh chung, $\widehat{KDH} = \widehat{EHD}$ (chứng minh trên).

Do đó $\triangle KDH = \triangle EHD$ (cạnh huyền - góc nhọn). Suy ra $KD = HE$ (hai cạnh tương ứng).

Suy ra $HA = HE$.

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho $\triangle ABC$ cân tại A ($\widehat{A} < 90^\circ$). Vẽ $BH \perp AC$ ($H \in AC$), $CK \perp AB$ ($K \in AB$).

a) Chứng minh rằng $AH = AK$.

b) Gọi I là giao điểm của BH và CK . Chứng minh rằng AI là tia phân giác của góc A.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của BC, AM là tia phân giác của góc A. Kẻ MH vuông góc với AB, MK vuông góc với AC ($H \in AB$, $K \in AC$). Chứng minh rằng

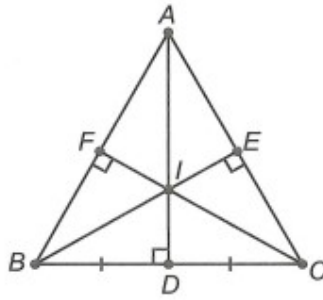
a) $MH = MK$.

b) $\widehat{B} = \widehat{C}$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

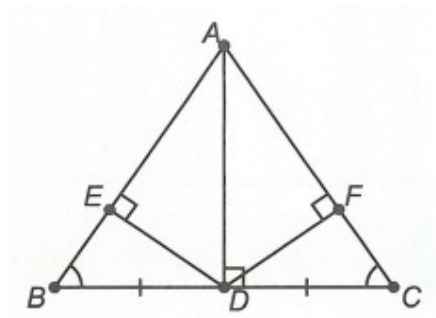
Câu 1: Chọn C



Quan sát hình vẽ để chứng minh được

- +) $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.g.c) (A đúng).
- +) $\triangle IDB = \triangle IDC$ (c.g.c) (B đúng).
- +) $\triangle AFC = \triangle AEB$ (cạnh huyền - góc nhọn) (C sai do viết chưa đúng thứ tự đỉnh).
- +) $\triangle AFI = \triangle AEI$ (cạnh huyền - góc nhọn) (D đúng).

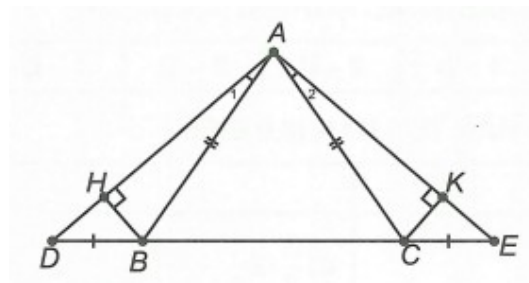
Câu 2: Chọn D



Quan sát hình vẽ để dễ dàng chứng minh được

- +) $\triangle BED = \triangle CFD$ (cạnh huyền - góc nhọn) (B đúng).
- +) $\triangle ADB = \triangle ADC$ (cạnh góc vuông - góc nhọn kề) (C đúng).
- +) $\triangle AED = \triangle AFD$ (cạnh huyền - góc nhọn) (A đúng).
- +) $\triangle ADE = \triangle ADF$ (cạnh huyền - góc nhọn) (D sai do viết chưa đúng thứ tự đỉnh).

Câu 3:



Ta có $\hat{B} = \hat{C}$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE}$ (hai góc kề bù với hai góc bằng nhau).

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có

$AB = AC$ (giả thiết),

$\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$ (chứng minh trên),

$BD = CE$ (giả thiết).

Do đó $\triangle ABD = \triangle ACE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (hai góc tương ứng).

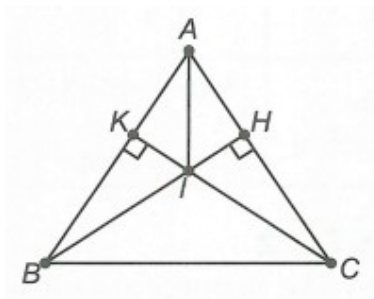
Xét $\triangle AHB$ ($\widehat{AHB} = 90^\circ$) và $\triangle AKC$ ($\widehat{AKC} = 90^\circ$) có

$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (chứng minh trên), $AB = AC$ (giả thiết).

Do đó $\triangle AHB = \triangle AKC$ (cạnh huyền - góc nhọn).

Dạng 2. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau

Câu 1:



a) Xét $\triangle AHB$ ($\widehat{AHB} = 90^\circ$) và $\triangle AKC$ ($\widehat{AKC} = 90^\circ$) có

$AB = AC$ (giả thiết), $\widehat{A}$ chung.

Do đó $\triangle AHB = \triangle AKC$ (cạnh huyền - góc nhọn).

Suy ra $AH = AK$ (hai cạnh tương ứng).

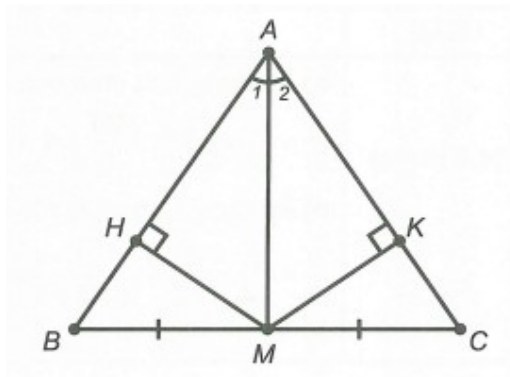
b) Xét $\triangle AKI$ ($\widehat{AKI} = 90^\circ$) và $\triangle AHI$ ($\widehat{AHI} = 90^\circ$) có

$AK = AH$ (chứng minh trên), AI là cạnh chung.

Do đó $\triangle AKI = \triangle AHI$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

Suy ra $\widehat{KAI} = \widehat{HAI}$ (hai góc tương ứng) hay AI là tia phân giác của góc A .

Câu 2:



a) Xét $\triangle AHM$ ($\widehat{AHM} = 90^\circ$) và $\triangle AKM$ ($\widehat{AKM} = 90^\circ$) có

$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (giả thiết), AM là cạnh chung.

Do đó $\triangle AHM = \triangle AKM$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow MH = MK$ (hai cạnh tương ứng).

b) Xét $\triangle BHM$ ($\widehat{BHM} = 90^\circ$) và $\triangle CKM$ ($\widehat{CKM} = 90^\circ$) có

$MH = MK$ (chứng minh trên), $MB = MC$ (giả thiết).

Do đó $\triangle BHM = \triangle CKM$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

Suy ra $\widehat{B} = \widehat{C}$ (hai góc tương ứng).