

BÀI 5. BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Nhận biết được quan hệ chia hết, khái niệm ước và bội trong tập hợp các số nguyên

❖ Kỹ năng

- + Xác định được bội và ước của các số nguyên cho trước

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Bội và ước của một số nguyên

Định nghĩa

Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$. Nếu có số nguyên q sao cho $a = bq$ thì ta nói a chia hết cho b .

Ta nói: a là bội của b và b là ước của a .

Chú ý:

- Nếu $a = bq$ ($b \neq 0$) thì ta nói a chia cho b được q .
- Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0.
- Số 0 không phải là ước của bất kì số nguyên nào.
- Các số 1 và -1 là ước của mọi số nguyên.
- Nếu c vừa là ước của a vừa là ước của b thì c cũng được gọi là ước chung của a và b .

2. Tính chất

Định nghĩa

- Nếu a chia hết cho b và b chia hết cho c thì a cũng chia hết cho c .

$$a:b \text{ và } b:c \Rightarrow a:c$$

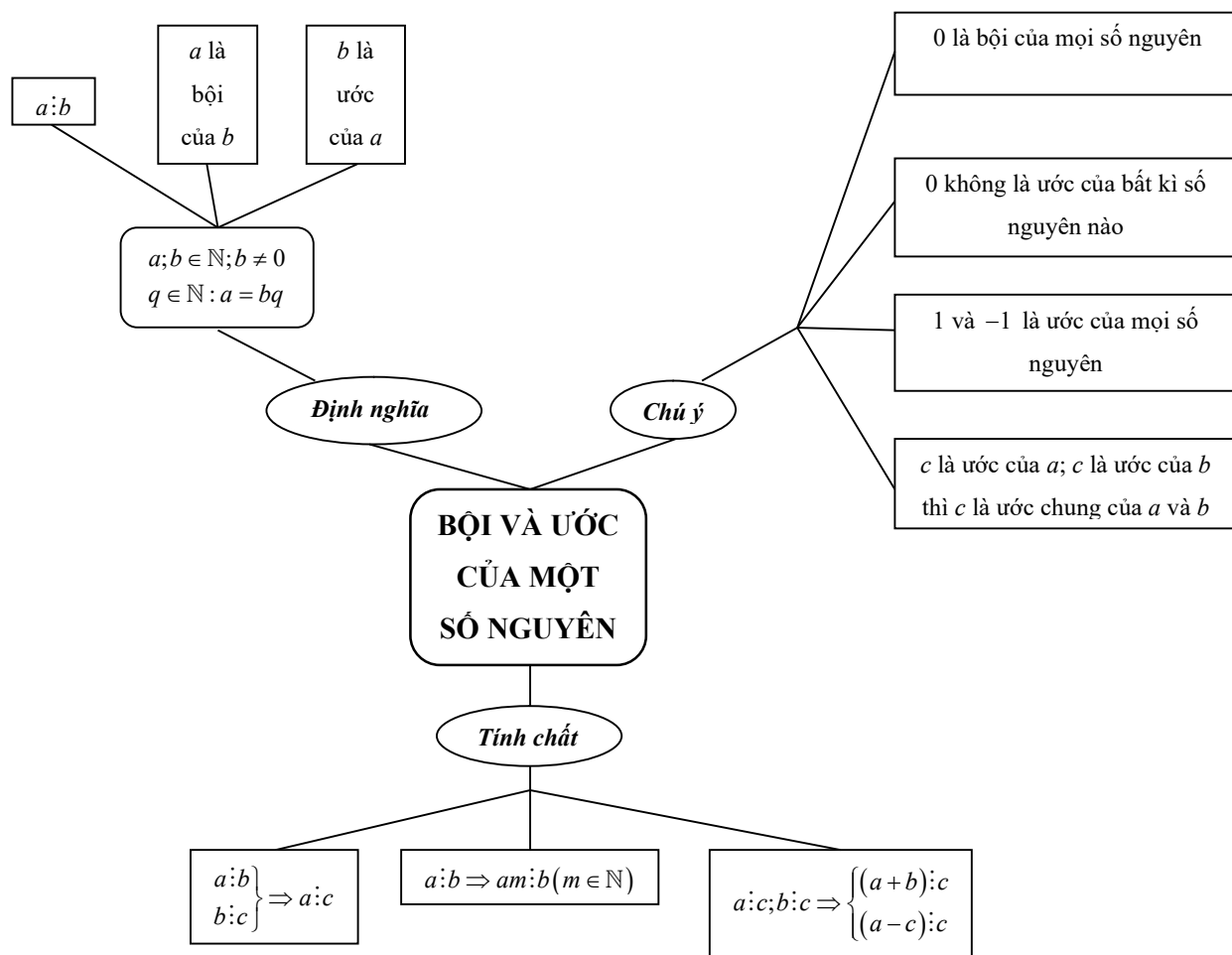
- Nếu a chia hết cho b thì bội của a cũng chia hết cho b .

$$a:b \Rightarrow am:b \quad (m \in \mathbb{Z}).$$

- Nếu hai số a, b chia hết cho c thì tổng và hiệu của chúng cũng chia hết cho c .

$$a:c \text{ và } b:c \Rightarrow (a+b):c \text{ và } (a-b):c.$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm bội (ước) của một số nguyên

Phương pháp giải

- Bội của một số nguyên a có dạng $a.m (m \in \mathbb{Z})$.
- Ước của một số nguyên
- Nếu số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ thì nhằm xem nó chia hết cho những số nào rồi từ đó tìm các ước cả ước dương và ước âm.
- Nếu số nguyên có giá trị tuyệt đối lớn thì phân tích số đó ra thừa số nguyên tố để tìm ước.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm năm bội của 5; -5

Hướng dẫn giải

Các bội của -5 và 5 là $0; \pm 5; \pm 10; \pm 15; \pm 20; \dots$

Ví dụ 2. Tìm tất cả các ước của -4; 7; 13; -9; -125.

Bội của -5 là $-5; 0; 5; 10; -10; \dots$

10 chia hết cho 1; 2; 5; 10 nên các ước của -10 là $\pm 1; \pm 2; \pm 5; \pm 10$.

Ta có $50 = 2.5^2$ nên các ước của 50 là $\pm 1; \pm 2; \pm 2.5; \pm 5^2; \pm 50$.

Hướng dẫn giải

a) -36 ;

b) 125 .

Câu 6. Điền số vào ô trống cho đúng

a	51	-24		-34	0	15
b	-17		11	$ -17 $	-8	
$a : b$		8	-2			-5

Câu 7. Điền số vào ô trống cho đúng

a	42		-2	-42	0	8
b	-3	-4		$ -14 $	13	
$a : b$		6	-1			-2

Dạng 2. Tìm x thỏa mãn đẳng thức

 **Ví dụ mẫu**

Ví dụ 1. Tìm các số nguyên x biết

a) $13.x = 39$;

b) $5.|x| = 20$;

c) $20.x = 60$;

d) $5x + 1 = 16$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có:

$$13.x = 39$$

$$x = 39 : 13$$

$$x = 3.$$

Vậy $x = 3$.

b) Ta có:

$$5.|x| = 20$$

$$|x| = 20 : 5$$

$$|x| = 4$$

$$x = \pm 4.$$

Vậy $x = 4$ hoặc $x = -4$.

c) Ta có:

$$20.x = 60$$

$$x = 60 : 20$$

$$x = 3.$$

Vậy $x = 3$.

d) Ta có:

$$5x + 1 = 16$$

$$5x = 16 - 1$$

$$5x = 15$$

$$x = 15 : 5$$

$$x = 3.$$

Vậy $x = 3$.

Ví dụ 2. Điền số thích hợp vào ô trống

x	-8		-45	0
y	-2	-6	$ -5 $	-7
$x : y$		6		

Hướng dẫn giải

x	-8	-36	-45	0
y	-2	-6	$ -5 $	-7
$x \div y$	4	6	-9	0

Bài tập tự luyện dạng 2

Bài tập cơ bản

Câu 1. Tìm các số nguyên x biết

a) $34x = 68$;

b) $13x + 6 = 71$;

c) $48|x| = 96$;

d) $5|x| + 6 = 42 - 6.$

Câu 2. Tìm các số nguyên x biết

a) $-5(x-3) = 20$;

b) $6(x+1) = -18;$

c) $3|x-1|=15;$

d) $3x - (3 - 19) = -2.$

Câu 3. Tìm các số nguyên x biết

a) $18x = 54$;

b) $2x + 3 = -11$.

c) $4|x| + 8 = 36$.

Câu 4. Tìm các số nguyên x biết

a) $23x = 46$;

b) $7|x| + 1 = 36$.

Bài tập nâng cao

Câu 5. Tìm các cặp số nguyên $x; y$ biết

a) $(x-2).(y-3)=5;$

b) $(1-x)(y+1)=3$.

Dạng 3. Tìm x thỏa mãn điều kiện chia hết

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho

a) $x:25$ và $-145 < x < -76$;

b) $24 \div x$ và $x < -2$.

Hướng dẫn giải

a) Các số y mà $y:25$ và $76 < y < 145$ là 100;125.

Do vậy với $x:25$ và $-145 < x < -76$ thì $x \in \{-100; -125\}$.

b) Do $24 \vdots x$ và $x < -2$ nên x là ước của 24 và $x < -2$.

Suy ra $x \in \{-3; -4; -6; -12; -24\}$.

Ví dụ 2. Tìm các số nguyên x sao cho $x - 4$ là ước của 11.

Hướng dẫn giải

Tập hợp các ước của 11 là $\{\pm 1; \pm 11\}$.

Do $x-4$ là ước của 11 nên ta có bảng:

$x-1$	1	3	-1	-3
$y+3$	3	1	-3	-1
x	2	4	0	-2
y	0	-2	-6	-4

Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện bài toán là

$(2; 0); (4; -2); (0; -6); (-2; -4)$.

b) Ta có $-3 = (-1).3 = 1.(-3)$ nên ta có bảng sau

$x+1$	-1	3	1	-3
$y-2$	3	-1	-3	1
x	-2	2	0	-4
y	5	1	-1	3

Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện bài toán là

$(-2; 5); (2; 1); (0; -1); (-4; 3)$.

Bài tập tự luyện dạng 3

Bài tập cơ bản

Câu 1. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho

- a) 17 chia hết cho x
- b) 23 chia hết cho $x+1$;
- c) 14 chia hết cho $x-1$.

Câu 2. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho

- a) $x:21$ và $-120 < x < -1$;
- b) $20:x$ và $x < -3$.

Câu 3. Tìm tất cả các số tự nhiên x sao cho

- a) $6:(x-2)$;
- b) $17:(2x+3)$.

Bài tập nâng cao

Câu 4. Tìm các số nguyên a biết

- a) $(a+12):(a+5)$;
- b) $(a-1):(a-13)$;
- c) $(2a+23):(2a+1)$;
- d) $(3a+15):(3a-1)$.

Câu 5. Tìm các số nguyên a biết

- a) $(a+5):(a-1)$;
- b) $2a:(a-1)$;
- c) $(2a+1):(a+3)$;
- d) $(a+10):(a-3)$.

Câu 6. Tìm số nguyên x biết

- a) $x+5$ chia hết cho x ;
 b) $3x+2$ chia hết cho $x-1$;
 c) $3x+25$ chia hết cho $3x-4$.

Câu 7. Tìm số nguyên n sao cho $(2n-6):(n-1)$.

Câu 8. Tìm số nguyên x sao cho $(3x+7):(x+2)$.

ĐÁP ÁN

Dạng 1. Tìm bội (ước) của một số nguyên

Bài tập cơ bản

Câu 1.

Các bội của -3 và 3 là $\pm 3; \pm 9; \pm 27; \dots$

Câu 2.

Các ước của -17 là $\pm 1; \pm 17$.

Các ước của 8 là $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8$.

Ta có $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ nên các ước của -90 là $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 5; \pm 2 \cdot 3; \pm 3^2; \pm 2 \cdot 3^2; \pm 2 \cdot 5; \pm 3 \cdot 5; \pm 3^2 \cdot 5; \pm 2 \cdot 3 \cdot 5; \pm 90$.

Các ước của 13 là $\pm 1; \pm 13$.

Các ước của -81 là $\pm 1; \pm 3; \pm 3^2; \pm 81$.

Câu 3.

Các ước của -24 là $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12; \pm 24$.

Tổng các ước trên bằng 0 .

Câu 4.

Các ước của -18 là $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \pm 18$.

Tích của tất cả các ước trên bằng $1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 6^2 \cdot 9^2 \cdot 18^2 = 5832^2$.

Câu 5.

a) Tất cả các ước của -36 là $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 9; \pm 12; \pm 18; \pm 36$.

b) Tất cả các ước của 125 là $\pm 1; \pm 5; \pm 25; \pm 125$.

Câu 6.

a	51	-24	-22	-34	0	15
b	-17	-3	11	$ -17 $	-8	-3
$a:b$	-3	8	-2	-2	0	-5

Câu 7.

a	42	-24	-2	-42	0	8
b	-3	-4	2	$ -14 $	13	-4
$a:b$	-14	6	-1	-3	0	-2

Dạng 2. Tìm x thỏa mãn đẳng thức**Bài tập cơ bản****Câu 1.**

a) $34x = 68$

$$x = 68 : 34$$

$$x = 2.$$

b) $13x + 6 = 71$

$$13x = 71 - 6$$

$$13x = 65$$

$$x = 5.$$

c) $48|x| = 96$

$$|x| = 96 : 48$$

$$|x| = 2$$

$$x = \pm 2.$$

d) $5|x| + 6 = 42 - 6$

$$5|x| + 6 = 36$$

$$5|x| = 30$$

$$|x| = 6$$

$$x = \pm 6.$$

Câu 2.

a) $-5(x - 3) = 20$

$$(x - 3) = 20 : (-5)$$

$$x - 3 = -4$$

$$x = -4 + 3$$

$$x = -1.$$

b) $6(x + 1) = -18$

$$x + 1 = -18 : 6$$

$$x + 1 = -3$$

$$x = -3 - 1$$

$$x = -4.$$

c) $3|x - 1| = 15$

$$|x - 1| = 15 : 3$$

$$|x - 1| = 5$$

$$x - 1 = \pm 5$$

Suy ra $x = 6$ hoặc $x = -4$.

d) $3x - (3 - 19) = -2$

$$3x - (-16) = -2$$

$$3x = -2 + (-16)$$

$$3x = -18$$

$$x = -6.$$

Câu 3.

a) $18x = 54$

$$x = 54 : 18$$

$$x = 3.$$

b) $2x + 3 = -11$

$$2x = -11 - 3$$

$$2x = -14$$

$$x = -7.$$

c) $4|x| + 8 = 36$

$$4|x| = 36 - 8$$

$$4|x| = 28$$

$$|x| = 7$$

$$x = \pm 7.$$

Câu 4.

a) $23x = 46$

$$x = 46 : 23$$

$$x = 2.$$

b) $7|x| + 1 = 36$

$$7|x| = 36 - 1$$

$$7|x| = 35$$

$$|x| = 5$$

$$x = \pm 5.$$

Bài tập nâng cao

Câu 5.

a) Ta có $5 = (-1) \cdot (-5) = 1 \cdot 5$ nên ta có bảng sau

$x - 2$	1	5	-1	-5
$y - 3$	5	1	-5	-1
x	3	7	1	-3
y	8	4	-2	2

Vậy các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn bài toán là $(3; 8); (7; 4); (1; -2); (-3; 2)$.

b) Ta có $3 = (-1) \cdot (-3) = 1 \cdot 3$ nên ta có bảng sau

$1 - x$	1	3	-1	-3
$y + 1$	3	1	-3	-1
x	0	-2	2	4
y	2	0	-4	-2

Vậy các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn bài toán là $(0; 2); (-2; 0); (2; -4); (4; -2)$.

Dạng 3. Tìm x thỏa mãn điều kiện chia hết

Bài tập cơ bản

Câu 1.

a) 17 chia hết cho x nên x là ước của 17. Do vậy $x \in \{\pm 1; \pm 17\}$.

b) 23 chia hết cho $x + 1$ nên $x + 1$ là ước của 23.

Ta có bảng sau

$x + 1$	-1	1	-23	23
x	-2	0	-24	22

Vậy các số nguyên x cần tìm là $\{-2; 0; -24; 22\}$.

c) 14 chia hết cho $x - 1$ nên $x - 1$ là ước của 14

Ta có bảng sau

$x-1$	-1	1	-14	14
x	0	2	-13	15

Vậy các số nguyên x cần tìm là $\{0; 2; -13; 15\}$.

Câu 2.

a) Các số nguyên $y: 21$ mà $1 < y < 120$ là 21; 42; 63; 84; 105.

Do vậy các số nguyên $x: 21$ và $-120 < x < -1$ là -21; -42; -63; -84; -105.

b) Các số nguyên $20: x$ và $x < -3$ là -4; -5; -20.

Câu 3.

a) Ta có $6:(x-2)$ nên $x-2$ là ước của 6. Ta có bảng sau

$x-2$	1	-1	2	-2	3	-3	6	-6
x	3	1	4	0	5	-1	8	-4

Vậy các giá trị của x thỏa mãn là $\{3; 1; 4; 0; 5; -1; 8; -4\}$.

b) Ta có $17:(2x+3)$ nên $2x+3$ là ước của 17. Ta có bảng sau

$2x+3$	1	-1	17	-17
$2x$	-2	-4	14	-20
x	-1	-2	7	-10

Vậy các giá trị của x thỏa mãn là $\{-1; -2; 7; -10\}$.

Bài tập nâng cao

Câu 4.

a) Ta có $a+12 = (a+5)+7$ chia hết cho $a+5$ nên 7 chia hết cho $a+5$.

Hay $a+5$ là ước của 7.

Ta có bảng sau

$a+5$	1	-1	7	-7
a	-4	-6	2	-12

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{-4; -6; 2; -12\}$.

b) Ta có $a-1 = (a-13)+12$ chia hết cho $a-13$ nên 12 chia hết cho $a-13$.

Hay $a-13$ là ước của 12.

Ta có bảng sau

$a-13$	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4	6	-6	12	-12
a	14	12	15	11	16	10	17	9	19	7	25	1

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{14; 12; 15; 11; 16; 10; 17; 9; 19; 7; 25; 1\}$.

c) Ta có $2a + 23 = (2a + 1) + 22$ chia hết cho $2a + 1$ nên 22 chia hết cho $2a + 1$.

Hay $2a + 1$ là ước của 22.

Ta có bảng sau

$2a + 1$	1	-1	2	-2	11	-11	22	-22
a	0	-1	(loại)	(loại)	5	-6	(loại)	(loại)

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{0; -1; 5; -6\}$.

d) Ta có $3a + 15 = 3a - 1 + 16$ chia hết cho $3a - 1$ nên 16 chia hết cho $3a - 1$.

Hay $3a - 1$ là ước của 16.

Ta có bảng sau

$3a - 1$	1	-1	2	-2	4	-4	16	-16	8	-8
a	(loại)	0	1	(loại)	(loại)	-1	(loại)	-5	3	(loại)

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{0; 1; -1; -5; 3\}$.

Câu 5.

a) Do $a + 5 = a - 1 + 6$ chia hết cho $a - 1$ nên 6 chia hết cho $a - 1$.

Hay $a - 1$ là ước của 6. Ta có bảng sau

$a - 1$	1	-1	2	-2	3	-3	6	-6
a	2	0	3	-1	4	-2	7	-5

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{2; 0; 3; -1; 4; -2; 7; -5\}$.

b) Do $2a = 2a - 2 + 2 = 2(a - 1) + 2$ chia hết cho $a - 1$ nên 2 chia hết cho $a - 1$.

Hay $a - 1$ là ước của 2. Ta có bảng sau

$a - 1$	1	-1	2	-2
a	2	0	3	-1

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{2; 0; 3; -1\}$.

c) Do $2a + 1 = 2a + 6 - 5 = 2(a + 3) - 5$ chia hết cho $a + 3$ nên 5 chia hết cho $a + 3$.

Hay $a + 3$ là ước của 5. Ta có bảng sau

$a + 3$	1	-1	5	-5
a	-2	-4	2	-8

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{-2; -4; 2; -8\}$.

d) Do $a + 10 = (a - 3) + 13$ chia hết cho $a - 3$ nên 13 chia hết cho $a - 3$.

Hay $a-3$ là ước của 13. Ta có bảng sau

$a-3$	1	-1	13	-13
a	4	2	16	-10

Vậy các giá trị của a thỏa mãn là $\{4; 2; 16; -10\}$.

Câu 6.

a) Do $x+5$ chia hết cho x nên 5 chia hết cho x hay x là ước của 5.

$x+5$	1	-1	5	-5
x	-4	-6	0	-10

Vậy $x \in \{-4; -6; 0; -10\}$.

b) Ta có $3x+2=3x-3+5=3(x-1)+5$ chia hết cho $x-1$ nên 5 chia hết cho $x-1$.

$x-1$	1	-1	5	-5
x	2	0	6	-4

Vậy $x \in \{2; 0; 6; -4\}$.

c) Ta có $3x+25=3x-4+29$ chia hết cho $3x-4$ nên 29 chia hết cho $3x-4$.

$3x-4$	1	-1	29	-29
$3x$	5	3	33	-25
x	Loại	1	11	Loại

Vậy $x \in \{1; 11\}$.

Câu 7.

Ta có $2n-6=2n-2-4=2(n-1)-4$ chia hết cho $n-1$ nên -4 chia hết cho $n-1$ hay $n-1$ là ước của -4 .

$n-1$	1	-1	2	-2	4	-4
n	2	0	3	-1	5	-3

Vậy các số nguyên n thỏa mãn là $2; 0; 3; -1; 5; -3$.

Câu 8.

Ta có $3x+7=3x+6+1=3(x+2)+1$ chia hết cho $x+2$ nên 1 chia hết cho $x+2$.

Hay $x+2$ là ước của 1.

Ta có bảng sau

$x+2$	1	-1
x	-1	-3

Vậy $x = -1$ hoặc $x = -3$.