

Chương 3

Phương trình bậc nhất một ẩn

§1 Mở đầu về phương trình

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Khái niệm phương trình một ẩn

- ☑ Phương trình một ẩn x là phương trình có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó $A(x)$ và $B(x)$ là các biểu thức của biến x .

1.2 Các khái niệm khác liên quan

- ☑ Giá trị x_0 được gọi là *ng nghiệm* của phương trình $A(x) = B(x)$ nếu đẳng thức $A(x_0) = B(x_0)$ đúng.
 - ☑ *Giải phương trình* là đi tìm tất cả các nghiệm của phương trình đó.
 - ☑ Tập nghiệm của phương trình là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình đó.
 - ☑ Hai phương trình được gọi là *tương đương* nếu chúng có cùng tập nghiệm.
- ⚠ 11. Hai phương trình cùng vô nghiệm tương đương nhau.

2 Bài tập và các dạng toán

📁 Dạng 74. Xét xem một số cho trước có là nghiệm của phương trình hay không?

Để xem số thực x_0 có là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ hay không, ta thay x_0 vào phương trình để kiểm tra:

- ☑ Nếu $A(x_0) = B(x_0)$ đúng, ta nói x_0 là *ng nghiệm* của phương trình đã cho.
- ☑ Nếu $A(x_0) \neq B(x_0)$, ta nói x_0 *không* là *ng nghiệm* của phương trình đã cho.

❖❖❖ BÀI TẬP MẪU ❖❖❖

 **Ví dụ 1.** Hãy xét xem $x = 1$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

a) $x^2 + x + 1 = x + 2$;

ĐS: có

b) $3(x^2 + 1) - 2 = 3x + 1$.

ĐS: có

 **Lời giải.**

1. Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $1^2 + 1 + 1 = 1 + 2 \Leftrightarrow 3 = 3$ (đúng) nên $x = 1$ là nghiệm của phương trình đã cho.
2. Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $3(1^2 + 1) - 2 = 3 \cdot 1 + 1 \Leftrightarrow 4 = 4$ (đúng) nên $x = 1$ là nghiệm của phương trình đã cho.

□

 **Ví dụ 2.** Hãy xét xem $x = 2$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

a) $x^2 - x + 1 = -x + 3$;

ĐS: không

b) $5x - 3 + 2(x - 1) = 10$.

ĐS: không

 **Lời giải.**

1. Thay $x = 2$ vào phương trình ta được $2^2 - 2 + 1 = -2 + 3 \Leftrightarrow 3 = 1$ (không đúng) nên $x = 2$ không là nghiệm của phương trình đã cho.
2. Thay $x = 2$ vào phương trình ta được $5 \cdot 2 - 3 + 2(2 - 1) = 10 \Leftrightarrow 9 = 10$ (không đúng) nên $x = 2$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

□

 **Ví dụ 3.** Trong các giá trị $y = -1$; $y = 2$; $y = 0$; $y = 5$ giá trị nào là nghiệm của phương trình $(y - 2)^2 = y + 4$.

ĐS: $y = 0$; $y = 5$

 **Lời giải.**

Ta có thể lập bảng như sau

y	-1	2	0	5
$(y - 2)^2$	9	0	4	9
$y + 4$	3	6	4	9

Vậy $y = 0$ và $y = 5$ là hai nghiệm của phương trình đã cho.

□

 **Ví dụ 4.** Trong các giá trị $z = -1$; $z = -2$; $z = 0$ giá trị nào là nghiệm của phương trình $(z + 2)(z - 1) = z^2 + 2z$.

ĐS: $z = -2$

 **Lời giải.**

Ta có thể lập bảng như sau

z	-2	-1	0
$(z+2)(z-1)$	0	-2	-2
z^2+2z	0	-1	0

Vậy $z = -2$ là nghiệm của phương trình đã cho.

 Ví dụ 5. Cho phương trình ẩn x : $x^2 - 3(x + 3) + 2m = 6 - x$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x = -3$. **ĐS:** $m = 0$

 Lời giải.

Vì $x = -3$ là nghiệm của phương trình đã cho nên $(-3)^2 - 3(-3 + 3) + 2m = 6 + 3 \Leftrightarrow m = 0$.
 Vậy $m = 0$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x = -3$.

 **Ví dụ 6.** Cho phương trình ẩn x : $x^2 - (x + 4) + 5m = 12x$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x = -1$. **ĐS:** $m = -2$

 Lời giải.

Vì $x = -1$ là nghiệm của phương trình đã cho nên $(-1)^2 - (-1 + 4) + 5m = -12 \Leftrightarrow m = -2$.
 Vậy $m = -2$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x = -1$.

Dạng 75. Xét sự tương đương của hai phương trình

Thông thường ta thực hiện theo các bước sau đây:

- ☑ *Bước 1.* Tìm các tập nghiệm S_1, S_2 lần lượt của hai phương trình đã cho;
- ☑ *Bước 2.* Nếu $S_1 = S_2$ ta kết luận hai phương trình tương đương, nếu $S_1 \neq S_2$ ta kết luận hai phương trình không tương đương.
- ⚠ 12.** Nếu chỉ ra được một nghiệm của phương trình này mà không là nghiệm của phương trình kia thì hai phương trình không tương đương.

BÀI TẬP MẪU

 Ví dụ 1. Xét xem hai phương trình sau có tương đương không? Vì sao?

- a) $x = -3$ và $2x = -6$; b) $-2x = 3x - 1$ và $x = -1$.

 Lời giải.

1. Ta thấy $x = -3$ là nghiệm duy nhất của phương trình $2x = -6$.
Do đó hai phương trình đã cho tương đương với nhau.
2. Thay $x = -1$ vào phương trình đầu tiên ta thấy $-2(-1) \neq 3(-1) - 1$.
Do đó hai phương trình đã cho không tương đương với nhau.

- Thay $x = 4$ vào phương trình (1) ta được $4^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng).
Suy ra $x = 4$ là nghiệm của phương trình (1).
Thay $x = 4$ vào phương trình (2) ta được $(4 - 2)(4 - 4) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng).
Suy ra $x = 4$ là nghiệm của phương trình (2). Vậy $x = 4$ là nghiệm chung của hai phương trình đã cho.
- Thay $x = 2$ vào phương trình (1) ta được $2^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng).
Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình (1).
- Thay $x = 2$ vào phương trình (2) ta được $(2 - 2)(2 - 4) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng).
Suy ra $x = 2$ là nghiệm của phương trình (2).
Vì mỗi phương trình đều chỉ có hai nghiệm nên chúng có chung một tập nghiệm là $S_1 = S_2 = \{2; 4\}$.
Do đó hai phương trình đã cho tương đương với nhau.

□

3 Bài tập về nhà

Bài 1. Hãy xét xem số $x = -1$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

- $x^3 - 2(x^2 + 1) = 3(x - 2) + 4$. **ĐS:** có
- $3\left(x + \frac{1}{3}\right) - 2(x^2 + 1) = 6(x - 1)$. **ĐS:** không

Lời giải.

- Thay $x = -1$ vào phương trình đã cho ta được $(-1)^3 - 2[(-1)^2 + 1] = 3(-1 - 2) + 4 \Leftrightarrow -5 = -5$ (đúng).
Vậy $x = -1$ là nghiệm của phương trình đã cho.
- Thay $x = -1$ vào phương trình đã cho ta được $3\left(-1 + \frac{1}{3}\right) - 2[(-1)^2 + 1] = 6(-1 - 1) \Leftrightarrow -6 = -12$ (không đúng).
Vậy $x = -1$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

□

Bài 2. Cho phương trình ẩn x : $x(x - 4) - x^2 + 3mx = 2mx^2$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x = 1$. **ĐS:** $m = 4$

Lời giải.

Vì $x = 1$ là nghiệm của phương trình đã cho nên $1(1 - 4) - 1^2 + 3m \cdot 1 = 2m \cdot 1^2 \Leftrightarrow m = 4$.
Vậy với $m = 4$ thì phương trình đã cho có nghiệm là $x = 1$.

□

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $2(x - 2m) + 3 = \frac{1}{2}x + 1$ nhận $x = \frac{1}{2}$ làm nghiệm. **ĐS:** $m = \frac{11}{16}$

Lời giải.

Vì $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình đã cho nên $2\left(\frac{1}{2} - 2m\right) + 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 1 \Leftrightarrow m = \frac{11}{16}$.

Vậy với $m = \frac{11}{16}$ thì phương trình đã cho có nghiệm là $x = \frac{1}{2}$. $\square$

Bài 4. Cho hai phương trình $\frac{2}{3}(1 - x) = 2\left(\frac{-1}{6} + \frac{2}{3}x\right)$ (1) và $(2x - 1)(x + 1) = 0$ (2).

1. Chứng minh $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm chung của hai phương trình.
2. Chứng minh $x = -1$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của phương trình (1).
3. Hai phương trình đã cho có tương đương với nhau không? Vì sao? **ĐS:** không

Lời giải.

1. Thay $x = \frac{1}{2}$ vào phương trình (1) ta được $\frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{-1}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ (đúng).

Suy ra $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình (1).

Thay $x = \frac{1}{2}$ vào phương trình (2) ta được $\left(2 \cdot \frac{1}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{2} + 1\right) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng).

Suy ra $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình (2).

Vậy $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm chung của hai phương trình đã cho.

2. Thay $x = -1$ vào phương trình (1) ta được $\frac{2}{3}(1 + 1) = 2\left(\frac{-1}{6} + \frac{2}{3} \cdot (-1)\right) \Leftrightarrow \frac{4}{3} = -\frac{5}{3}$

(không đúng).

Suy ra $x = -1$ không là nghiệm của phương trình (1).

Thay $x = -1$ vào phương trình (2) ta được $[2(-1) - 1](-1 + 1) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng).

Suy ra $x = -1$ là nghiệm của phương trình (2).

Vậy $x = -1$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không là nghiệm của phương trình (1).

3. Hai phương trình đã cho không tương đương vì không cùng tập nghiệm.

$\square$

Bài 5. Chứng minh tập nghiệm của phương trình $2(x - 3) = 3(x + 1) - (x + 9)$ là tập số thực $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $2(x - 3) = 3(x + 1) - (x + 9) \Leftrightarrow 2x - 6 = 2x - 6$.

Vì $2x - 6 = 2x - 6$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên phương trình có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. $\square$

§2 Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Khái niệm

Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a, b là các số đã cho và $a \neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

1.2 Hai quy tắc cơ bản biến đổi phương trình

a) Quy tắc chuyển vế:

Trong một phương trình, khi chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia cần đổi dấu hạng tử đó.

b) Quy tắc nhân (hoặc chia) với một số khác 0:

Trong cùng một phương trình, ta có thể nhân (hoặc chia) hai vế với cùng một số khác 0.

1.3 Cách giải phương trình bậc nhất

☑ Từ một phương trình, khi sử dụng quy tắc chuyển vế hay quy tắc nhân (hoặc chia) hai vế với một số khác 0, ta thu được một phương trình mới tương đương với phương trình đã cho.

☑ Tổng quát cách giải phương trình bậc nhất dạng $ax + b = 0$ ($a \neq 0$):

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

2 Bài tập và các dạng toán

Dạng 76. Nhận dạng phương trình bậc nhất một ẩn

Dựa vào định nghĩa phương trình bậc nhất một ẩn.

❖❖❖ BÀI TẬP MẪU ❖❖❖

 **Ví dụ 1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn. Hãy chỉ ra hệ số a và b tương ứng.

a) $x + 2 = 0$;

b) $x - 2x^2 = 1$;

c) $\frac{1}{5x} + 1 = 0$;

d) $3y = 0$;

e) $1 - 3y = 0$;

f) $0 \cdot x - 1 = 0$.

 Lời giải.

1. Phương trình $x + 2 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = 1$ và $b = 2$.
2. Phương trình $x - 2x^2 = 1$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.
3. Phương trình $\frac{1}{5x} + 1 = 0$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.
4. Phương trình $3y = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = 3$ và $b = 0$.
5. Phương trình $1 - 3y = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = -3$ và $b = 1$.
6. Phương trình $0 \cdot x - 1 = 0$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.

□

 **Ví dụ 2.** Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất một ẩn trong các phương trình sau. Nếu có hãy chỉ ra hệ số a và b tương ứng.

a) $x - 1 = 0$;

b) $x^2 = 1 + x$;

c) $\frac{1}{x} - 1 = 0$;

d) $2y = 0$;

e) $5 - 2y = 0$;

f) $0 \cdot x + 3 = 0$.

 Lời giải.

1. Phương trình $x - 1 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = 1$ và $b = -1$.
2. Phương trình $x^2 = 1 + x$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.
3. Phương trình $\frac{1}{x} - 1 = 0$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.
4. Phương trình $2y = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = 2$ và $b = 0$.
5. Phương trình $5 - 2y = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = -2$ và $b = 5$.
6. Phương trình $0 \cdot x + 3 = 0$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.

□

 **Dạng 77. Tìm điều kiện của tham số để phương trình là phương trình bậc nhất một ẩn.**

Phương trình $ax + b = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi $a \neq 0$.

 BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Tìm điều kiện của m để các phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn x :

a) $(m - 2)x + 1 = 0$;

ĐS: $m \neq 2$

b) $(m^2 - 4)x - 2 = 0$;

ĐS: $m \neq \pm 2$

c) $mx - 2x + 1 = 0$;

ĐS: $m \neq 2$

d) $(m^2 - 4)x^2 - (m + 2)x - 4 = 0$.

ĐS:

$m = 2$

 Lời giải.

- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.
- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$.
- Ta có $mx - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (m - 2)x + 1 = 0$.
Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.
- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì

$$\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ -(m + 2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

□

Ví dụ 2. Tìm điều kiện của m để các phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn x :

- a) $(m - 1)x - 2 = 0$; **ĐS:** $m \neq 1$ b) $(m^2 - 1)x + 3 = 0$; **ĐS:** $m \neq \pm 1$
 c) $mx - x + 1 = 0$; **ĐS:** $m \neq 1$ d) $(m^2 - 1)x^2 - (m - 1)x + 3 = 0$. **ĐS:**
 $m = -1$

Lời giải.

- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.
- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.
- Ta có $mx - 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow (m - 1)x + 1 = 0$.
Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.
- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì

$$\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ -(m - 1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

□

Dạng 78. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn.

Xem cách giải phương trình bậc nhất một ẩn trong phần *Tóm tắt lý thuyết*.

 **13.**  Nếu phương trình thu gọn có dạng $0 \cdot x = 0$ thì phương trình có vô số nghiệm hay $S = \mathbb{R}$.

 Nếu phương trình thu gọn có dạng $0 \cdot x = m$ với $m \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm hay $S = \emptyset$.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau:

- a) $3x + 9 = 0$; **ĐS:** $S = \{-3\}$ b) $3x - 2 = 0$; **ĐS:** $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$
 c) $4 - 2x = 0$; **ĐS:** $S = \{2\}$ d) $-2x + 6 = 0$; **ĐS:** $S = \{3\}$

- e) $0,5x - 1 = 0$; **ĐS:** $S = \{2\}$ f) $3,6 - 0,6x = 0$; **ĐS:** $S = \{6\}$
 g) $\frac{2}{3}x - 1 = \frac{1}{3}$; **ĐS:** $S = \{2\}$ h) $-\frac{1}{3}x + 1 = \frac{2}{3}x - 3$; **ĐS:** $S = \{4\}$
 i) $4x - 3 = 2x + 1$; **ĐS:** $S = \{2\}$ j) $-\frac{1}{2}(x+1) + 1 = 2x + \frac{1}{3}$. **ĐS:** $S = \left\{\frac{1}{15}\right\}$

 Lời giải.

- a) Ta có $3x + 9 = 0 \Leftrightarrow 3x = -9 \Leftrightarrow x = -3$.
Suy ra $S = \{-3\}$.
 b) Ta có $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$.
 c) Ta có $4 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.
Suy ra $S = \{2\}$.
 d) Ta có $-2x + 6 = 0 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$.
Suy ra $S = \{3\}$.
 e) Ta có $0,5x - 1 = 0 \Leftrightarrow 0,5x = 1 \Leftrightarrow x = 2$.
Suy ra $S = \{2\}$.
 f) Ta có $3,6 - 0,6x = 0 \Leftrightarrow 0,6x = 3,6 \Leftrightarrow x = 6$.
Suy ra $S = \{6\}$.
 g) Ta có $\frac{2}{3}x - 1 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{3}x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = 2$.
Suy ra $S = \{2\}$.
 h) Ta có $-\frac{1}{3}x + 1 = \frac{2}{3}x - 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}x = -3 - 1 \Leftrightarrow x = 4$.
Suy ra $S = \{4\}$.
 i) Ta có $4x - 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.
Suy ra $S = \{2\}$.
 j) Ta có $-\frac{1}{2}(x+1) + 1 = 2x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - 2x = \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1}{15}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{1}{15}\right\}$.

□

 **Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau:

- a) $2x - 4 = 0$; **ĐS:** $S = \{2\}$ b) $2x - 5 = 0$; **ĐS:** $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$
 c) $6 - 2x = 0$; **ĐS:** $S = \{3\}$ d) $-3x - 9 = 0$; **ĐS:** $S = \{-3\}$
 e) $0,25x - 1 = 0$; **ĐS:** $S = \{4\}$ f) $4,9 - 0,7x = 0$; **ĐS:** $S = \{7\}$
 g) $\frac{2}{5}x + 1 = \frac{4}{5}$; **ĐS:** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ h) $-\frac{1}{2}x + 2 = \frac{5}{2}x - 1$; **ĐS:** $S = \{1\}$
 i) $3x + 2 = 2x - 3$; **ĐS:** $S = \{-5\}$ j) $-\frac{1}{2}(2x + 1) + \frac{1}{2} = x - 1$. **ĐS:** $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

 Lời giải.

- a) Ta có $2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.
Suy ra $S = \{2\}$.
 b) Ta có $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$.

- c) Ta có $6 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$.
Suy ra $S = \{3\}$.
- d) Ta có $-3x - 9 = 0 \Leftrightarrow -3x = 9 \Leftrightarrow x = -3$.
Suy ra $S = \{-3\}$.
- e) Ta có $0,25x - 1 = 0 \Leftrightarrow 0,25x = 1 \Leftrightarrow x = 4$.
Suy ra $S = \{4\}$.
- f) Ta có $4,9 - 0,7x = 0 \Leftrightarrow 0,7x = 4,9 \Leftrightarrow x = 7$.
Suy ra $S = \{7\}$.
- g) Ta có $\frac{2}{5}x + 1 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{2}{5}x = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.
Suy ra $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
- h) Ta có $-\frac{1}{2}x + 2 = \frac{5}{2}x - 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}x = -1 - 2 \Leftrightarrow -3x = -3 \Leftrightarrow x = 1$.
Suy ra $S = \{1\}$.
- i) Ta có $3x + 2 = 2x - 3 \Leftrightarrow 3x - 2x = -3 - 2 \Leftrightarrow x = -5$.
Suy ra $S = \{-5\}$.
- j) Ta có $-\frac{1}{2}(2x + 1) + \frac{1}{2} = x - 1 \Leftrightarrow -x - x = -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow -2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

□

 **Ví dụ 3.** Chứng minh các phương trình sau đây vô nghiệm:

- a) $2(x + 3) - 4 = 2x - 5$; b) $2(1 - 4x) - 7 = -8x$;
c) $2(1 - 1,5x) = 1 - 3x$; d) $2|x| = -1$.

 **Lời giải.**

- Ta có $2(x + 3) - 4 = 2x - 5 \Leftrightarrow 0 \cdot x = -7$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Ta có $2(1 - 4x) - 7 = -8x \Leftrightarrow 0 \cdot x = -5$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Ta có $2(1 - 1,5x) = 1 - 3x \Leftrightarrow 0 \cdot x = 1$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Phương trình $2|x| = -1$ có vế trái không âm và vế phải âm cho nên phương trình vô nghiệm.

□

 **Ví dụ 4.** Chứng minh các phương trình sau đây vô nghiệm:

- a) $4(2 + x) + 4 = 4x - 1$; b) $2(1 - 5x) + 5 = -10x$;
c) $2(0,5x + 1) = x - 1$; d) $|x| = -2$.

 **Lời giải.**

- Ta có $4(2 + x) + 4 = 4x - 1 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 13$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Ta có $2(1 - 5x) + 5 = -10x \Leftrightarrow 0 \cdot x = 7$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Ta có $2(0,5x + 1) = x - 1 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 3$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.

4. Phương trình $|x| = -2$ có vế trái không âm và vế phải âm cho nên phương trình vô nghiệm.

□

 **Ví dụ 5.** Giải các phương trình sau:

- | | |
|--|-------------------------|
| 1. $(m - 2)x = 3$ khi $m = 3$; | ĐS: $S = \{3\}$ |
| 2. $(2m - 1)x - 3 = x + 2m - 5$ khi $m = -1$; | ĐS: $S = \{1\}$ |
| 3. $(m^2 - 4m + 9)x = x - 4$ khi $m = 2$. | ĐS: $S = \{-1\}$ |

 **Lời giải.**

1. Khi $m = 3$ thì phương trình đã cho trở thành $(3 - 2)x = 3 \Leftrightarrow x = 3$.
Vậy với $m = 3$ thì phương trình có nghiệm là $x = 3$.
2. Khi $m = -1$ thì phương trình đã cho trở thành $[2(-1) - 1]x - 3 = x + 2(-1) - 5 \Leftrightarrow x = 1$.
Vậy với $m = -1$ thì phương trình có nghiệm là $x = 1$.
3. Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $(2^2 - 4 \cdot 2 + 9)x = x - 4 \Leftrightarrow x = -1$.
Vậy với $m = 2$ thì phương trình có nghiệm là $x = -1$.

□

 **Ví dụ 6.** Giải các phương trình sau:

- | | |
|--|------------------------|
| 1. $(m + 1)x = 2$ khi $m = 1$; | ĐS: $S = \{1\}$ |
| 2. $(m - 1)x = 2x - 2$ khi $m = 2$; | ĐS: $S = \{2\}$ |
| 3. $(m^2 + 3m)x - 4m + 6 = 0$ khi $m = -1$. | ĐS: $S = \{5\}$ |

 **Lời giải.**

1. Khi $m = 1$ thì phương trình đã cho trở thành $2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$.
Vậy với $m = 1$ thì phương trình có nghiệm là $x = 1$.
2. Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $x = 2x - 2 \Leftrightarrow x = 2$.
Vậy với $m = 2$ thì phương trình có nghiệm là $x = 2$.
3. Khi $m = -1$ thì phương trình đã cho trở thành $[(-1)^2 + 3(-1)]x - 4(-1) + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 5$.
Vậy với $m = -1$ thì phương trình có nghiệm là $x = 5$.

□

 **Ví dụ 7.** Tìm giá trị của m sao cho phương trình:

- | | |
|--|---------------------|
| 1. $(m - 2)x = 3$ nhận $x = 1$ làm nghiệm; | ĐS: $m = 5$ |
| 2. $4x - m = 3x + 5$ nhận $x = -2$ làm nghiệm. | ĐS: $m = -7$ |

 **Lời giải.**

1. Vì phương trình đã cho nhận $x = 1$ làm nghiệm nên $(m - 2) \cdot 1 = 3 \Leftrightarrow m = 5$.
2. Vì phương trình đã cho nhận $x = -2$ làm nghiệm nên $4(-2) - m = 3(-2) + 5 \Leftrightarrow m = -7$.

□

Ví dụ 8. Tìm giá trị của m sao cho phương trình:

1. $(m + 1)x = 2$ nhận $x = 1$ làm nghiệm; **ĐS:** $m = 1$

2. $x + 1 = 3m - 2$ nhận $x = 2$ làm nghiệm. **ĐS:** $m = \frac{5}{3}$

Lời giải.

1. Vì phương trình đã cho nhận $x = 1$ làm nghiệm nên $(m + 1) \cdot 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$.

2. Vì phương trình đã cho nhận $x = 2$ làm nghiệm nên $2 + 1 = 3m - 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{3}$.

□

Ví dụ 9. Tìm giá trị của k sao cho nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2):

$$5(2x + 5) - 4 = 3(2x - 1) \quad (1) \text{ và } (2k - 1)x + 6 = 4x - 9k - 3 \quad (2).$$

ĐS: $k = 13$

Lời giải.

Ta có $5(2x + 5) - 4 = 3(2x - 1) \Leftrightarrow 4x = -24 \Leftrightarrow x = -6$.

Suy ra phương trình (1) có một nghiệm duy nhất là $x = -6$.

Vì $x = -6$ cũng là nghiệm của phương trình (2) nên

$$(2k - 1)(-6) + 6 = 4(-6) - 9k - 3 \Leftrightarrow -12k + 6 + 6 = -9k - 27 \Leftrightarrow 3k = 39 \Leftrightarrow k = 13.$$

□

Ví dụ 10. Tìm giá trị của k sao cho nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2):

$$2x - 6 = 3(3 - x) \quad (1) \text{ và } 6kx + 7 = 2(x - k) - 9 \quad (2).$$

ĐS: $k = -\frac{1}{2}$

Lời giải.

Ta có $2x - 6 = 3(3 - x) \Leftrightarrow 2x - 6 = 9 - 3x \Leftrightarrow x = 3$.

Suy ra phương trình (1) có một nghiệm duy nhất là $x = 3$.

Vì $x = 3$ cũng là nghiệm của phương trình (2) nên

$$18k + 7 = 2(3 - k) - 9 \Leftrightarrow 18k + 7 = 6 - 2k - 9 \Leftrightarrow 20k = -10 \Leftrightarrow k = -\frac{1}{2}.$$

□

Ví dụ 11. Tìm giá trị của k biết rằng một trong hai phương trình $2x = -4$ và $5 - kx = 9$ nhận $x = -2$ làm nghiệm, phương trình còn lại nhận $x = 1$ làm nghiệm. **ĐS:** $k = -4$

 Lời giải.

Dễ thấy phương trình $2x = -4$ có nghiệm là $x = -2$, do đó phương trình $5 - kx = 9$ nhận $x = 1$ làm nghiệm nên ta có $5 - k \cdot 1 = 9 \Leftrightarrow k = -4$. $\square$

 **Ví dụ 12.** Tìm giá trị của k biết rằng một trong hai phương trình $2x = 6$ và $10 - kx = 9$ nhận $x = 3$ làm nghiệm, phương trình còn lại nhận $x = -1$ làm nghiệm. **ĐS:** $k = -1$

 Lời giải.

Dễ thấy phương trình $2x = 6$ có nghiệm là $x = 3$, do đó phương trình $10 - kx = 9$ nhận $x = -1$ làm nghiệm nên ta có $10 - k(-1) = 9 \Leftrightarrow k = -1$. $\square$

 **Ví dụ 13.** Cho phương trình $(m^2 - 4)x - 2 = m$. Giải phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a) $m = 2$; **ĐS:** $S = \emptyset$ b) $m = -2$; **ĐS:** $S = \mathbb{R}$ c) $m = 1$. **ĐS:** $S = \{-1\}$

 Lời giải.

- Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $(2^2 - 4)x - 2 = 2 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 4$.
Suy ra phương trình vô nghiệm hay $S = \emptyset$.
- Khi $m = -2$ thì phương trình đã cho trở thành $[(-2)^2 - 4]x - 2 = -2 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 0$.
Suy ra phương trình có vô số nghiệm hay $S = \mathbb{R}$.
- Khi $m = 1$ thì phương trình đã cho trở thành $(1^2 - 4)x - 2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$.
Suy ra $S = \{-1\}$.

$\square$

 **Ví dụ 14.** Cho phương trình $(m^2 - 1)x + 1 = m$. Giải phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a) $m = 1$; **ĐS:** $S = \mathbb{R}$ b) $m = -1$; **ĐS:** $S = \emptyset$ c) $m = 2$. **ĐS:** $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

 Lời giải.

- Khi $m = 1$ thì phương trình đã cho trở thành $(1^2 - 1)x + 1 = 1 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 0$.
Suy ra phương trình có vô số nghiệm hay $S = \mathbb{R}$.
- Khi $m = -1$ thì phương trình đã cho trở thành $[(-1)^2 - 1]x + 1 = -1 \Leftrightarrow 0 \cdot x = -2$.
Suy ra phương trình vô nghiệm hay $S = \emptyset$.
- Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $(2^2 - 1)x + 1 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$.

$\square$

3

Bài tập về nhà

 Bài 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn. Hãy chỉ ra hệ số a và b tương ứng.

a) $2x - 1 = 0$;

b) $-x + x^2 = 2$;

c) $\frac{1}{x} - 3 = 0;$

d) $5y = 0$;

e) $3 - 2y = 0$;

f) $0 \cdot x = -1$.

 Lời giải.

1. Phương trình $2x - 1 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = 2$ và $b = -1$.
2. Phương trình $-x + x^2 = 2$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.
3. Phương trình $\frac{1}{x} - 3 = 0$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.
4. Phương trình $5y = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = 5$ và $b = 0$.
5. Phương trình $3 - 2y = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn với hệ số $a = -2$ và $b = 3$.
6. Phương trình $0 \cdot x = -1$ không là phương trình bậc nhất một ẩn.

7

 **Bài 2.** Tìm điều kiện của m để các phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn x :

a) $(m+1)x + 1 = 0$;

DS: $m \neq -1$

b) $(m^2 - 9)x + 3 = 0$;

DS: $m \neq \pm 3$

c) $mx + x + 1 = 0$;

DS: $m \neq -1$

$$\text{d) } (m^2 - 9)x^2 - (m - 3)x + 1 = 0.$$

$$m = -3$$

DS:

 Lời giải.

- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.
- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.
- Ta có $mx + x + 1 = 0 \Leftrightarrow (m + 1)x + 1 = 0$.
Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.
- Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn x thì

$$\begin{cases} m^2 - 9 = 0 \\ -(m - 3) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3.$$

7

 Bài 3. Giải các phương trình sau:

- a) $2x - 8 = 0$; ĐS: $S = \{4\}$ b) $2x - 7 = 0$; ĐS: $S = \left\{\frac{7}{2}\right\}$
 c) $9 - 3x = 0$; ĐS: $S = \{3\}$ d) $-2x - 4 = 0$; ĐS: $S = \{-2\}$
 e) $0,25x - 2 = 0$; ĐS: $S = \{8\}$ f) $8,1 - 0,9x = 0$; ĐS: $S = \{9\}$
 g) $\frac{1}{4}x + 2 = \frac{3}{4}$; ĐS: $S = \{-5\}$ h) $\frac{1}{2}x + 2 = \frac{5}{2}x - 1$; ĐS: $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$
 i) $-2x + 3 = x + 2$; ĐS: $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$ j) $-\frac{1}{4}(x + 4) + 1 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$. ĐS: $S = \{-1\}$

 Lời giải.

- a) Ta có $2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4$.
Suy ra $S = \{4\}$.
 b) Ta có $2x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{7}{2}\right\}$.
 c) Ta có $9 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 3$.
Suy ra $S = \{3\}$.
 d) Ta có $-2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.
Suy ra $S = \{-2\}$.
 e) Ta có $0,25x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 8$.
Suy ra $S = \{8\}$.
 f) Ta có $8,1 - 0,9x = 0 \Leftrightarrow x = 9$.
Suy ra $S = \{9\}$.
 g) Ta có $\frac{1}{4}x + 2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4}x = -\frac{5}{4} \Leftrightarrow x = -5$.
Suy ra $S = \{-5\}$.
 h) Ta có $\frac{1}{2}x + 2 = \frac{5}{2}x - 1 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.
 i) Ta có $-2x + 3 = x + 2 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$.
 j) Ta có $-\frac{1}{4}(x + 4) + 1 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x - \frac{1}{4} + 1 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x - \frac{1}{4} + \frac{4}{4} = \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} = \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x - \frac{x}{4} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \Leftrightarrow -\frac{2x}{4} = \frac{2}{4} \Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow x = -1$.
Suy ra $S = \{-1\}$.

□

 Bài 4. Chứng minh các phương trình sau đây vô nghiệm:

- a) $x - 4 = x + 3$; b) $3(1 - x) + 1 = -3x$;
 c) $2(1 + 2,5x) = 3 + 5x$; d) $|x| = -6$.

 Lời giải.

- Ta có $x - 4 = x + 3 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 7$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Ta có $3(1 - x) + 1 = -3x \Leftrightarrow 3 - 3x + 1 = -3x \Leftrightarrow 0 \cdot x = 4$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Ta có $2(1 + 2,5x) = 3 + 5x \Leftrightarrow 2 + 5x = 3 + 5x \Leftrightarrow 0 \cdot x = 1$.
Suy ra phương trình vô nghiệm.
- Phương trình $|x| = -6$ có vế trái không âm và vế phải âm nên phương trình vô nghiệm.

□

Bài 5. Giải các phương trình sau:

1. $(m - 1)x = 2$ khi $m = 2$; **ĐS:** $S = \{2\}$

2. $mx + 1 = 2 + x$ khi $m = -1$; **ĐS:** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

3. $(m^2 - 1)x = x + 3$ khi $m = 2$. **ĐS:** $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

 **Lời giải.**

1. Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $(2 - 1)x = 2 \Leftrightarrow x = 2$.
Suy ra $S = \{2\}$.

2. Khi $m = -1$ thì phương trình đã cho trở thành $-1 \cdot x + 1 = 2 + x \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.
Suy ra $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

3. Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $(2^2 - 1)x = x + 3 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.
Suy ra $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

□

Bài 6. Tìm giá trị của m sao cho phương trình:

1. $(m + 3)x = 3$ nhận $x = 1$ là nghiệm; **ĐS:** $m = 0$

2. $x + m = 2x - 5$ nhận $x = 2$ là nghiệm. **ĐS:** $m = -3$

 **Lời giải.**

1. Vì $x = 1$ là nghiệm của phương trình đã cho nên $(m + 3) \cdot 1 = 3 \Leftrightarrow m = 0$.

2. Vì $x = 2$ là nghiệm của phương trình đã cho nên $2 + m = 2 \cdot 2 - 5 \Leftrightarrow m = -3$.

□

Bài 7. Tìm giá trị của k sao cho nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2):

$$2x + 1 = 3(x - 2) \quad (1) \text{ và } (k - 1)x = 2x - 3k + 5 \quad (2).$$

ĐS: $k = \frac{13}{5}$

 **Lời giải.**

Ta có $2x + 1 = 3(x - 2) \Leftrightarrow 2x + 1 = 3x - 6 \Leftrightarrow x = 7$.

Suy ra phương trình (1) có nghiệm duy nhất là $x = 7$.

Vì $x = 7$ cũng là nghiệm của phương trình (2) nên $(k - 1) \cdot 7 = 2 \cdot 7 - 3k + 5 \Leftrightarrow 7k - 7 = -3k + 19 \Leftrightarrow k = \frac{13}{5}$. □

Bài 8. Tìm giá trị của k biết rằng một trong hai phương trình $2x = 8$ và $kx - 3 = 9$ nhận $x = 4$ làm nghiệm, phương trình còn lại nhận $x = 6$ làm nghiệm. **ĐS:** $k = 2$

 **Lời giải.**

Dễ thấy phương trình $2x = 8$ có nghiệm là $x = 4$ nên phương trình $kx - 3 = 9$ nhận $x = 6$ làm nghiệm do đó $6k - 3 = 9 \Leftrightarrow k = 2$. □

 **Bài 9.** Cho phương trình $(4m^2 - 1)x - 1 = 2m$. Giải phương trình trong mỗi trường hợp sau:

- a) $m = \frac{1}{2}$; **ĐS:** $S = \emptyset$ b) $m = -\frac{1}{2}$; **ĐS:** $S = \mathbb{R}$ c) $m = 1$. **ĐS:** $S = \{1\}$

 **Lời giải.**

1. Khi $m = \frac{1}{2}$ thì phương trình đã cho trở thành $\left[4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1\right]x - 1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \cdot x = 2$.
Suy ra $S = \emptyset$.
2. Khi $m = -\frac{1}{2}$ thì phương trình đã cho trở thành $\left[4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1\right]x - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 0 \cdot x = 0$.
Suy ra $S = \mathbb{R}$.
3. Khi $m = 1$ thì phương trình đã cho trở thành $(4 \cdot 1^2 - 1)x - 1 = 2 \cdot 1 \Leftrightarrow 3x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$.
Suy ra $S = \{1\}$.

□

§3 Phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$

1 Tóm tắt lý thuyết

Sử dụng các quy tắc trong bài học trước để đưa phương trình đã cho về dạng $ax + b = 0$.
Chú ý đến các kiến thức liên quan, bao gồm:

- ☒ Các hằng đẳng thức đáng nhớ;
- ☒ Cách giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối cơ bản;
- ☒ Quy tắc chuyển vế, quy tắc nhân, chia với số khác 0.
- ☒ ...

2 Bài tập và các dạng toán

Dạng 79. Sử dụng các phép biến đổi thường gặp để giải một số phương trình đơn giản

Các bước để giải phương trình:

Bước 1. Thực hiện phép tính để bỏ dấu ngoặc hoặc quy đồng mẫu thức rồi khử mẫu;

Bước 2. Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang một vế;

Bước 3. Thu gọn, giải phương trình tìm được.

 **14.** Để hai biểu thức A và B bằng nhau ta cho $A = B$ và giải phương trình tìm được.

❖❖❖ BÀI TẬP MẪU ❖❖❖

 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau:

a) $5 + 3x = 4x - 9$; **ĐS:** $S = \{14\}$ b) $3,2x - 5(x - 0,2) = 5 + 0,2x$; **ĐS:**
 $S = \{-2\}$

c) $1,5 - (x + 2) = -3(x + 0,1)$; **ĐS:** d) $(x - 1) - (2x - 1) = x + 4$; **ĐS:**
 $S = \left\{\frac{1}{10}\right\}$ $S = \{-2\}$

e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}(x + 2) = -x + 1$; **ĐS:** $S = \left\{\frac{8}{3}\right\}$ f) $3t - 4 + 13 + 2(t + 2) = -3t$. **ĐS:**
 $S = \left\{-\frac{13}{8}\right\}$

 Lời giải.

1. Ta có $5 + 3x = 4x - 9 \Leftrightarrow 4x - 3x = 5 + 9 \Leftrightarrow x = 14$.
Vậy $S = \{14\}$.
2. Ta có $3,2x - 5(x - 0,2) = 5 + 0,2x \Leftrightarrow 3,2x - 5x - 0,2x = 5 - 1 \Leftrightarrow -2x = 4 \Leftrightarrow x = -2$.
Vậy $S = \{-2\}$.
3. Ta có $1,5 - (x + 2) = -3(x + 0,1) \Leftrightarrow -x + 3x = -0,3 - 1,5 + 2 \Leftrightarrow 2x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{10}$.
Vậy $S = \left\{\frac{1}{10}\right\}$.
4. Ta có $(x - 1) - (2x - 1) = x + 4 \Leftrightarrow x - 1 - 2x + 1 = x + 4 \Leftrightarrow -2x = 4 \Leftrightarrow x = -2$.
Vậy $S = \{-2\}$.
5. Ta có $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}(x + 2) = -x + 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} - \frac{1}{2}x - 1 = -x + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$.
Vậy $S = \left\{\frac{8}{3}\right\}$.
6. Ta có $3t - 4 + 13 + 2(t + 2) = -3t \Leftrightarrow 3t + 2t + 3t = 4 - 13 - 4 \Leftrightarrow 8t = -13 \Leftrightarrow t = -\frac{13}{8}$.
Vậy $S = \left\{-\frac{13}{8}\right\}$.

□

 **Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau:

- | | | | |
|--|-----------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $4 - 2x = x - 2$; | ĐS: $S = \{2\}$ | b) $-3(x - 2) - (x + 1) = 5x - 4$; | ĐS: |
| | | $S = \{1\}$ | |
| c) $x - 4x + 2x - 29 = 4x + 1$; | ĐS: | d) $(2x - 1) - (4x - 1) = x + 6$; | ĐS: |
| $S = \{-6\}$ | | $S = \{-2\}$ | |
| e) $\frac{4}{5} + \left(x - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}(x + 1)$; | ĐS: | f) $3u - 4 + 2u - 3 = u - 2$. | ĐS: $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$ |
| $S = \left\{\frac{9}{10}\right\}$ | | | |

 Lời giải.

1. Ta có $4 - 2x = x - 2 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$.
Vậy $S = \{2\}$.
2. Ta có $-3(x - 2) - (x + 1) = 5x - 4 \Leftrightarrow -3x + 6 - x - 1 = 5x - 4 \Leftrightarrow 9x = 9 \Leftrightarrow x = 1$.
Vậy $S = \{1\}$.
3. Ta có $x - 4x + 2x - 29 = 4x + 1 \Leftrightarrow -5x = 30 \Leftrightarrow x = -6$.
Vậy $S = \{-6\}$.
4. Ta có $(2x - 1) - (4x - 1) = x + 6 \Leftrightarrow 2x - 1 - 4x + 1 = x + 6 \Leftrightarrow -3x = 6 \Leftrightarrow x = -2$.
Vậy $S = \{-2\}$.

5. Ta có $\frac{4}{5} + \left(x - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}(x + 1) \Leftrightarrow \frac{4}{5} + x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{9}{20} \Leftrightarrow x = \frac{9}{10}$.
 Vậy $S = \left\{\frac{9}{10}\right\}$.

6. Ta có $3u - 4 + 2u - 3 = u - 2 \Leftrightarrow 3u + 2u - u = -2 + 4 + 3 \Leftrightarrow 4u = 5 \Leftrightarrow u = \frac{5}{4}$.
 Vậy $\left\{\frac{5}{4}\right\}$.

□

 **Ví dụ 3.** Giải các phương trình sau:

1. $\frac{2(x-3)}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6x+9}{3} - 2;$ **ĐS:** $S = \{-2\}$

2. $\frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10};$ **ĐS:** $S = \left\{\frac{73}{12}\right\}$

3. $\frac{x}{3} + \frac{x-2}{4} = 0,5x - 2,5;$ **ĐS:** $S = \{-24\}$

4. $\frac{2x-4}{3} - 2x = -\frac{6x+3}{5} + \frac{1}{15}.$ **ĐS:** $S = \{-6\}$

 **Lời giải.**

1. Ta có $\frac{2(x-3)}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6x+9}{3} - 2 \Leftrightarrow \frac{6(x-3)-6}{12} = \frac{4(6x+9)-24}{12}$
 $\Leftrightarrow 6x - 18 - 6 = 24x + 36 - 24 \Leftrightarrow 18x = -36 \Leftrightarrow x = -2$.
 Vậy $S = \{-2\}$.

2. Ta có $\frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10} \Leftrightarrow \frac{10(3x+1)+5-100}{20} = \frac{8(3x-1)-2(3x+2)}{20}$
 $\Leftrightarrow 30x + 10 + 5 - 100 = 24x - 8 - 6x - 4 \Leftrightarrow 12x = 73 \Leftrightarrow x = \frac{73}{12}$.
 Vậy $S = \left\{\frac{73}{12}\right\}$.

3. Ta có $\frac{x}{3} + \frac{x-2}{4} = 0,5x - 2,5 \Leftrightarrow \frac{4x+3(x-2)}{12} = \frac{12(0,5x-2,5)}{12}$
 $\Leftrightarrow 4x + 3x - 6 = 6x - 30 \Leftrightarrow x = -24$.
 Vậy $S = \{-24\}$.

4. Ta có $\frac{2x-4}{3} - 2x = -\frac{6x+3}{5} + \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{5(2x-4)-30x}{15} = \frac{-3(6x+3)+1}{15}$
 $\Leftrightarrow 10x - 20 - 30x = -18x - 9 + 1 \Leftrightarrow -2x = 12 \Leftrightarrow x = -6$.
 Vậy $S = \{-6\}$.

□

 **Ví dụ 4.** Giải các phương trình sau:

1. $\frac{5x-3}{2} - 3 = \frac{2+5x}{4};$ **ĐS:** $S = \{4\}$

$$2. \frac{3(x+3)}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5x+9}{3} - \frac{7x-9}{4}; \quad \text{ĐS: } S = \{3\}$$

$$3. 2(0,2 - 1,3x) = \frac{5x-6}{3} + 4; \quad \text{ĐS: } S = \left\{-\frac{3}{8}\right\}$$

$$4. \frac{7-3x}{12} + \frac{3}{4} = 2(x-2) + \frac{5(5-2x)}{6}. \quad \text{ĐS: } S = \{2\}$$

 Lời giải.

$$1. \text{ Ta có } \frac{5x-3}{2} - 3 = \frac{2+5x}{4} \Leftrightarrow \frac{2(5x-3)-12}{4} = \frac{2+5x}{4} \\ \Leftrightarrow 10x-6-12 = 2+5x \Leftrightarrow 5x = 20 \Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy $S = \{4\}$.

$$2. \text{ Ta có } \frac{3(x+3)}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5x+9}{3} - \frac{7x-9}{4} \Leftrightarrow \frac{9(x+3)+6}{12} = \frac{4(5x+9)-3(7x-9)}{12} \\ \Leftrightarrow 9x+27+6 = 20x+36-21x+27 \Leftrightarrow 10x = 30 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy $S = \{3\}$.

$$3. \text{ Ta có } 2(0,2 - 1,3x) = \frac{5x-6}{3} + 4 \Leftrightarrow \frac{6(0,2 - 1,3x)}{3} = \frac{5x-6+12}{3} \\ \Leftrightarrow 1,2 - 7,8x = 5x+6 \Leftrightarrow 12,8x = -4,8 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{8}.$$

Vậy $S = \left\{-\frac{3}{8}\right\}$.

$$4. \text{ Ta có } \frac{7-3x}{12} + \frac{3}{4} = 2(x-2) + \frac{5(5-2x)}{6} \Leftrightarrow \frac{7-3x+9}{12} = \frac{24(x-2)+10(5-2x)}{12} \\ \Leftrightarrow 7-3x+9 = 24x-48+50-20x \Leftrightarrow -7x = -14 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy $S = \{2\}$.

□

 **Ví dụ 5.** Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau:

$$1. A = 2(x-3) + 5x(x-1) \text{ và } B = 5x^2; \quad \text{ĐS: } x = -2$$

$$2. A = 5x(x+1) \text{ và } B = 5x^2 + 3(x-2); \quad \text{ĐS: } x = -3$$

$$3. A = (x-3)(x+3) + 3x^2 \text{ và } B = (2x-1)^2 + x; \quad \text{ĐS: } x = \frac{10}{3}$$

$$4. A = (x+2)^3 - (x-6)^3 \text{ và } B = 6(2x-1)(2x+1). \quad \text{ĐS: } x = \frac{115}{48}$$

 Lời giải.

$$1. \text{ Ta có } A = B \Leftrightarrow 2(x-3) + 5x(x-1) = 5x^2 \Leftrightarrow 2x-6+5x^2-5x = 5x^2 \Leftrightarrow -3x = 6 \Leftrightarrow x = -2.$$

$$2. \text{ Ta có } A = B \Leftrightarrow 5x(x+1) = 5x^2 + 3(x-2) \Leftrightarrow 5x^2 + 5x = 5x^2 + 3x - 6 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3.$$

$$3. \text{ Ta có } A = B \Leftrightarrow (x-3)(x+3) + 3x^2 = (2x-1)^2 + x \Leftrightarrow x^2 - 9 + 3x^2 = 4x^2 - 4x + 1 + x \Leftrightarrow \\ 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.$$

4. Ta có $A = B \Leftrightarrow (x+2)^3 - (x-6)^3 = 6(2x-1)(2x+1) \Leftrightarrow x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - (x^3 - 18x^2 + 108x - 216) = 6(4x^2 - 1) \Leftrightarrow -96x = -230 \Leftrightarrow x = \frac{115}{48}$.

□

Ví dụ 6. Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau:

1. $A = 2x(x+5)$ và $B = (x+3)^2 + (x-1)^2 + 20$; **ĐS:** $x = 5$

2. $A = (x-2)(x+3) + 2x$ và $B = (x-2)^2 + 4$; **ĐS:** $x = 2$

3. $A = (2x-1)(2x+1) - x^2$ và $B = x(3x+4) + x - 2$; **ĐS:** $x = \frac{1}{5}$

4. $A = (x+3)^3 - (x-1)^3$ và $B = 3(2x-3)(2x+3)$. **ĐS:** $x = -\frac{55}{24}$

Lời giải.

1. Ta có $A = B \Leftrightarrow 2x(x+5) = (x+3)^2 + (x-1)^2 + 20 \Leftrightarrow 2x^2 + 10x = x^2 + 6x + 9 + x^2 - 2x + 1 + 20 \Leftrightarrow 6x = 30 \Leftrightarrow x = 5$.

2. Ta có $A = B \Leftrightarrow (x-2)(x+3) + 2x = (x-2)^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2x - 6 + 2x = x^2 - 4x + 4 + 4 \Leftrightarrow 7x = 14 \Leftrightarrow x = 2$.

3. Ta có $A = B \Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) - x^2 = x(3x+4) + x - 2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 - x^2 = 3x^2 + 4x + x - 2 \Leftrightarrow 5x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$.

4. Ta có $A = B \Leftrightarrow (x+3)^3 - (x-1)^3 = 3(2x-3)(2x+3) \Leftrightarrow x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = 3(4x^2 - 9) \Leftrightarrow 24x = -55 \Leftrightarrow x = -\frac{55}{24}$.

□

Dạng 80. Phương trình có chứa tham số

☒ Thực hiện quy tắc chuyển vế đổi dấu, quy tắc nhân, hằng đẳng thức, quy đồng mẫu rồi khử mẫu,... để biến đổi phương trình về dạng $ax + b = 0$.

☒ Nếu giá trị x_0 là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ thì $A(x_0) = B(x_0)$.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Cho phương trình $3(a-2)x + 2a(x-1) = 4a + 3$ (1).

1. Giải phương trình (1) với $a = -2$. **ĐS:** $S = \left\{ \frac{16}{9} \right\}$

2. Tìm a để phương trình (1) có nghiệm $x = 1$. **ĐS:** $a = -9$

Lời giải.

1. Khi $a = -2$ thì phương trình (1) trở thành

$$3(-2-2)x + 2(-2)(x-1) = 4(-2) + 3 \Leftrightarrow -16x = -9 \Leftrightarrow x = \frac{16}{9}.$$

Vậy với $a = -2$ thì $S = \left\{ \frac{16}{9} \right\}$.

2. Vì phương trình (1) có nghiệm $x = 1$ nên

$$3(a - 2) \cdot 1 + 2a(1 - 1) = 4a + 3 \Leftrightarrow a = -9.$$

Vậy để phương trình (1) có nghiệm $x = 1$ thì $a = -9$.

□

Ví dụ 2. Cho phương trình $2ax - 3(a + 1)x = a - 2$ (1).

1. Giải phương trình (1) với $a = 3$.

$$\text{ĐS: } S = \left\{ -\frac{1}{6} \right\}$$

2. Tìm a để phương trình (1) có nghiệm $x = -2$.

$$\text{ĐS: } a = -8$$

Lời giải.

1. Khi $a = 3$ thì phương trình đã cho trở thành

$$2 \cdot 3x - 3(3 + 1)x = 3 - 2 \Leftrightarrow -6x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6}.$$

Vậy với $a = 3$ thì $S = \left\{ -\frac{1}{6} \right\}$.

2. Vì phương trình (1) có nghiệm $x = -2$ nên

$$2a(-2) - 3(a + 1)(-2) = a - 2 \Leftrightarrow a = -8.$$

Vậy để phương trình (1) có nghiệm $x = -2$ thì $a = -8$.

□

Ví dụ 3. Cho phương trình

$$\frac{7x - 108}{8} - 2(x - 9) = \frac{-1}{4}(x + 3) \quad (3.1)$$

$$2(a - 1)x + a(x - 1) = 3a. \quad (3.2)$$

1. Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó.

ĐS:

$$S = \{6\}$$

2. Giải phương trình (2) khi $a = 2$.

$$\text{ĐS: } x = 2$$

3. Tìm giá trị của a để phương trình (2) có một nghiệm bằng $\frac{1}{2}$ nghiệm của phương trình (1).

$$\text{ĐS: } a = \frac{6}{5}$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} 1. \text{ Ta có } \frac{7x - 108}{8} - 2(x - 9) &= \frac{-1}{4}(x + 3) \Leftrightarrow \frac{7x - 108 - 16(x - 9)}{8} = \frac{-2(x + 3)}{8} \\ &\Leftrightarrow 7x - 16x + 2x = -6 + 108 - 144 \Leftrightarrow -7x = -42 \Leftrightarrow x = 6. \end{aligned}$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất là $x = 6$.

2. Khi $a = 2$ thì phương trình (2) trở thành

$$2(2 - 1)x + 2(x - 1) = 3 \cdot 2 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy khi $a = 2$ thì phương trình (2) có nghiệm duy nhất là $x = 2$.

3. Theo đề ta suy ra phương trình (2) có một nghiệm bằng 3 nên

$$2(a - 1) \cdot 3 + a(3 - 1) = 3a \Leftrightarrow 5a = 6 \Leftrightarrow a = \frac{6}{5}.$$

□

 **Ví dụ 4.** Cho phương trình

$$\frac{2x - 1}{4} - 2(x - 3) = \frac{-1}{4}(x + 5) \quad (1)$$

$$3(a - 1)x + a(x - 1) = 4a. \quad (2)$$

1. Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó. **ĐS:**

$$S = \left\{ \frac{28}{5} \right\}$$

2. Giải phương trình (2) khi $a = 2$. **ĐS:** $x = 2$

3. Tìm giá trị của a để phương trình (2) có một nghiệm bằng $\frac{1}{4}$ nghiệm của phương trình (1). **ĐS:** $a = 7$

 **Lời giải.**

$$\begin{aligned} 1. \text{ Ta có } \frac{2x - 1}{4} - 2(x - 3) &= \frac{-1}{4}(x + 5) \Leftrightarrow \frac{2x - 1 - 8(x - 3)}{4} = \frac{-(x + 5)}{4} \\ &\Leftrightarrow -5x = -28 \Leftrightarrow x = \frac{28}{5}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất là $x = \frac{28}{5}$.

2. Khi $a = 2$ thì phương trình (2) trở thành

$$3(2 - 1)x + 2(x - 1) = 4 \cdot 2 \Leftrightarrow 3x + 2(x - 1) = 8 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy khi $a = 2$ thì phương trình (2) có nghiệm duy nhất là $x = 2$.

3. Theo đề ta suy ra phương trình (2) có nghiệm bằng $\frac{7}{5}$ nên

$$3(a - 1)\frac{7}{5} + a\left(\frac{7}{5} - 1\right) = 4a \Leftrightarrow 21(a - 1) + 2a = 20a \Leftrightarrow 3a = 21 \Leftrightarrow a = 7.$$

□

 **Dạng 81. Tìm điều kiện để biểu thức chứa ẩn ở mẫu xác định**

$\frac{A(x)}{B(x)}$ xác định khi và chỉ khi $B(x) \neq 0$.

❖❖❖ **BÀI TẬP MẪU** ❖❖❖

Giáo viên:

Ví dụ 1. Tìm điều kiện của x để giá trị mỗi phân thức sau xác định

a) $\frac{4x}{5(2x+1)}$; **ĐS:** $x \neq -\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{(x-2)(x+3)}$. **ĐS:** $x \neq 2; x \neq -3$

Lời giải.

1. ĐKXD: $5(2x+1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{1}{2}$.

2. ĐKXD: $(x-2)(x+3) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2; x \neq -3$.

□

Ví dụ 2. Tìm điều kiện của x để giá trị mỗi phân thức sau xác định

a) $\frac{1}{-3(x-3)}$; **ĐS:** $x \neq 3$ b) $\frac{4x-2}{2(x-1)}$. **ĐS:** $x \neq 1$

Lời giải.

1. ĐKXD: $-3(x-3) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

2. ĐKXD: $2(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

□

Dạng 82. Một số bài toán đưa về giải phương trình bậc nhất một ẩn

Dựa vào các dữ kiện của bài toán để lập phương trình bậc nhất một ẩn.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Một nhóm phượt phủ khởi hành từ Hà Nội đi Sa Pa với vận tốc trung bình 36 km/h. Sau đó 1 giờ, một nhóm phượt phủ khác cũng khởi hành từ Hà Nội đi Sa Pa, cùng đường với nhóm đi trước, với vận tốc trung bình 54 km/h. Hãy viết phương trình biểu thị việc hai nhóm phượt phủ gặp nhau x giờ, kể từ khi nhóm thứ hai khởi hành. Tìm x . **ĐS:** $x = 2$

Lời giải.

Quãng đường đi được đến lúc gặp nhau của nhóm phượt phủ đi trước là $36(x+1)$.

Quãng đường đi được đến lúc gặp nhau của nhóm phượt phủ đi sau là $54x$.

Hai nhóm phượt phủ gặp nhau khi quãng đường đi bằng nhau nên ta có phương trình

$$54x = 36(x+1) \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy hai nhóm gặp nhau khi nhóm thứ hai đi được 2 giờ.

□

Ví dụ 2. Một xe máy khởi hành từ thành phố Hồ Chí Minh đi Cần Thơ với vận tốc trung bình 40 km/h. Sau đó 2 giờ, một ô tô cũng khởi hành từ thành phố Hồ Chí Minh đi Cần Thơ, cùng đường với nhóm đi trước, với vận tốc trung bình 60 km/h. Hãy viết phương trình biểu thị việc ô tô gặp xe máy sau y giờ, kể từ khi ô tô khởi hành. Tìm y . **ĐS:** $y = 4$

 Lời giải.

Quãng đường đi được của xe máy đến lúc gặp nhau là $40(y + 2)$.

Quãng đường đi được của ô tô đến lúc gặp nhau là $60y$.

Ô tô gặp xe máy khi quãng đường đi bằng nhau nên ta có phương trình

$$60y = 40(y + 2) \Leftrightarrow y = 4.$$

Vậy xe máy và ô tô gặp nhau khi ô tô đi được 4 giờ. □

 **Ví dụ 3.** Bằng cách đặt ẩn phụ, giải các phương trình sau

$$1. \frac{5(3x - 7)}{5} - 4 = \frac{2(3x - 7)}{5} + 8. \quad \text{ĐS: } S = \{9\}$$

$$2. (x\sqrt{3} - 1)(4 + 2\sqrt{2}) = 4x\sqrt{3} - 2\sqrt{2}. \quad \text{ĐS: } S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right\}$$

 Lời giải.

$$1. \text{ Đặt } u = \frac{3x - 7}{5}, \text{ khi đó phương trình trở thành } 5u - 4 = 2u + 8 \Leftrightarrow u = 4.$$

$$\text{Suy ra } \frac{3x - 7}{5} = 4 \Leftrightarrow 3x - 7 = 20 \Leftrightarrow x = 9.$$

$$\text{Vậy } S = \{9\}.$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Ta có } (x\sqrt{3} - 1)(4 + 2\sqrt{2}) &= 4x\sqrt{3} - 2\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow (x\sqrt{3} - 1)(4 + 2\sqrt{2}) = 4x\sqrt{3} - 4 + 4 - 2\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow (x\sqrt{3} - 1)(4 + 2\sqrt{2}) = 4(x\sqrt{3} - 1) + 4 - 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Đặt $u = x\sqrt{3} - 1$, khi đó phương trình trở thành

$$u(4 + 2\sqrt{2}) = 4u + 4 - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 4u + 2\sqrt{2}u = 4u + 4 - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow u = \sqrt{2} - 1.$$

$$\text{Suy ra } x\sqrt{3} - 1 = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right\}. \quad \text{□}$$

 **Ví dụ 4.** Bằng cách đặt ẩn phụ, giải các phương trình sau:

$$1. \frac{7(22x + 5)}{3} - 9 = \frac{6(22x + 5)}{3} + 22; \quad \text{ĐS: } S = \{4\}$$

$$2. (x\sqrt{5} - 2)(1 + \sqrt{2}) = x\sqrt{5} - \sqrt{2}. \quad \text{ĐS: } S = \left\{ \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{5}} \right\}$$

 Lời giải.

$$1. \text{ Đặt } u = \frac{22x + 5}{3}, \text{ khi đó phương trình trở thành } 7u - 9 = 6u + 22 \Leftrightarrow u = 31.$$

$$\text{Suy ra } \frac{22x + 5}{3} = 31 \Leftrightarrow 22x + 5 = 93 \Leftrightarrow x = 4.$$

$$\text{Vậy } S = \{4\}.$$

2. Ta có $(x\sqrt{5} - 2)(1 + \sqrt{2}) = x\sqrt{5} - \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow (x\sqrt{5} - 2)(1 + \sqrt{2}) = x\sqrt{5} - 2 + 2 - \sqrt{2}$$

Đặt $u = x\sqrt{5} - 2$, khi đó phương trình trở thành

$$u(1 + \sqrt{2}) = u + 2 - \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}u = 2 - \sqrt{2} \Leftrightarrow u = \sqrt{2} - 1.$$

Suy ra $x\sqrt{5} - 2 = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{5}}.$

Vậy $S = \left\{ \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{5}} \right\}.$

□

3 Bài tập về nhà

 **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a) $2 + 3x = 5x - 3$; **ĐS:** $S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}.$ b) $(3x - 5) - 2(2x + 1) = x + 2$; **ĐS:**
 $S = \left\{ -\frac{9}{2} \right\}$

c) $x + 2x - 3x - 9 = 2x + 3$; **ĐS:** $S = \{-6\}$ d) $(5x + 2) - 4(3x + 1) = -2x + 8$; **ĐS:**
 $S = \{-2\}$

e) $\frac{3}{2} + \frac{4}{3} \left(3x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{3}x + 2$; **ĐS:** $S = \left\{ \frac{7}{22} \right\}$ f) $u + 2 - 2u + 3 = 3u - 4$. **ĐS:** $S = \left\{ \frac{9}{4} \right\}$

 **Lời giải.**

1. Ta có $2 + 3x = 5x - 3 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}.$

Suy ra $S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}.$

2. Ta có $(3x - 5) - 2(2x + 1) = x + 2 \Leftrightarrow 2x = -9 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{2}.$

Suy ra $S = \left\{ -\frac{9}{2} \right\}.$

3. Ta có $x + 2x - 3x - 9 = 2x + 3 \Leftrightarrow -2x = 12 \Leftrightarrow x = -6.$

Suy ra $S = \{-6\}.$

4. Ta có $(5x + 2) - 4(3x + 1) = -2x + 8 \Leftrightarrow -5x = 10 \Leftrightarrow x = -2.$

Suy ra $S = \{-2\}.$

5. Ta có $\frac{3}{2} + \frac{4}{3} \left(3x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{3}x + 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} + 4x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x + 2 \Leftrightarrow \frac{11}{3}x = \frac{7}{6} \Leftrightarrow x = \frac{7}{22}.$

Suy ra $S = \left\{ \frac{7}{22} \right\}.$

6. Ta có $u + 2 - 2u + 3 = 3u - 4 \Leftrightarrow 4u = 9 \Leftrightarrow u = \frac{9}{4}$.

Suy ra $S = \left\{\frac{9}{4}\right\}$.

□

 **Bài 2.** Giải các phương trình sau

1. $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = \frac{5}{3} + 2x;$ **ĐS:** $S = \left\{-\frac{5}{6}\right\}$

2. $\frac{x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} = -2;$ **ĐS:** $S = \left\{\frac{43}{4}\right\}$

3. $\frac{x}{20} - \frac{x-10}{25} = -2;$ **ĐS:** $S = \{-240\}$

4. $\frac{x+1}{11} - \frac{2x-5}{15} = \frac{3x-47}{17} - \frac{4x-59}{19}.$ **ĐS:** $S = \{10\}$

 **Lời giải.**

1. Ta có $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = \frac{5}{3} + 2x \Leftrightarrow \frac{3(3x+2) - (3x+1)}{6} = \frac{10+12x}{6}$
 $\Leftrightarrow 6x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{6}.$

Vậy $S = \left\{-\frac{5}{6}\right\}.$

2. Ta có $\frac{x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} = -2 \Leftrightarrow \frac{5(x+2) - 3(3x-1)}{15} = \frac{-30}{15}$
 $\Leftrightarrow -4x = -43 \Leftrightarrow x = \frac{43}{4}.$

Vậy $S = \left\{\frac{43}{4}\right\}.$

3. Ta có $\frac{x}{20} - \frac{x-10}{25} = -2 \Leftrightarrow \frac{5x - 4(x-10)}{100} = \frac{-200}{100} \Leftrightarrow x = -240.$

Vậy $S = \{-240\}.$

4. Ta có $\frac{x+1}{11} - \frac{2x-5}{15} = \frac{3x-47}{17} - \frac{4x-59}{19}$
 $\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{11} - 1\right) - \left(\frac{2x-5}{15} - 1\right) = \left(\frac{3x-47}{17} + 1\right) - \left(\frac{4x-59}{19} + 1\right)$
 $\Leftrightarrow \frac{x-10}{11} - \frac{2(x-10)}{15} = \frac{3(x-10)}{17} - \frac{4(x-10)}{19}$
 $\Leftrightarrow \frac{x-10}{11} - \frac{2(x-10)}{15} - \frac{3(x-10)}{17} + \frac{4(x-10)}{19} = 0$
 $\Leftrightarrow (x-10) \left(\frac{1}{11} - \frac{2}{15} - \frac{3}{17} + \frac{4}{19}\right) = 0$
 $\Leftrightarrow x-10 = 0 \Leftrightarrow x = 10.$

Vậy $S = \{10\}.$

□

 **Bài 3.** Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau

1. $A = 2x(x - 5) - (x + 3)^2$ và $B = -2x - x(5 - x)$; ĐS: $x = -1$
2. $A = 2(26 - x) - 4x(x + 5)$ và $B = 2x + 1 - (2x - 1)^2$; ĐS: $x = \frac{13}{7}$
3. $A = (x + 1)^2 + (x - 1)^2$ và $B = 2x(x + 1) - 6$. ĐS: $x = 4$

 **Lời giải.**

1. Ta có $A = B \Leftrightarrow 2x(x - 5) - (x + 3)^2 = -2x - x(5 - x)$
 $\Leftrightarrow 2x^2 - 10x - (x^2 + 6x + 9) = -2x - 5x + x^2$
 $\Leftrightarrow -9x = 9 \Leftrightarrow x = -1.$
2. Ta có $A = B \Leftrightarrow 2(26 - x) - 4x(x + 5) = 2x + 1 - (2x - 1)^2$
 $\Leftrightarrow 52 - 2x - 4x^2 - 20x = 2x + 1 - (4x^2 - 4x + 1)$
 $\Leftrightarrow -28x = -52 \Leftrightarrow x = \frac{13}{7}.$
3. Ta có $A = B \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 2x(x + 1) - 6$
 $\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 + 2x - 6$
 $\Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4.$

□

 **Bài 4.** Cho phương trình $(a - 4)x + a(x + 3) = a + 1$ (1).

1. Giải phương trình (1) với $a = 3$; ĐS: $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$
2. Tìm a để phương trình (1) có nghiệm $x = -2$. ĐS: $a = \frac{7}{2}$

 **Lời giải.**

1. Khi $a = 3$ thì phương trình (1) trở thành

$$(3 - 4)x + 3(x + 3) = 3 + 1 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}.$$

Vậy khi $a = 3$ thì phương trình (1) có nghiệm là $x = -\frac{5}{2}$.

2. Vì phương trình (1) có nghiệm $x = -2$ nên

$$(a - 4)(-2) + a(-2 + 3) = a + 1 \Leftrightarrow -2a = -7 \Leftrightarrow a = \frac{7}{2}.$$

□

 **Bài 5.** Cho phương trình

$$\begin{aligned} \frac{3x + 1}{2} - 2(x - 3) &= 3(x + 2) & (1) \\ 2(a - 1)x - 3a(x - 1) &= a & (2) \end{aligned}$$

1. Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó; ĐS: $S = \left\{\frac{1}{7}\right\}$

2. Giải phương trình (2) khi $a = 2$;

ĐS: $S = \{1\}$

3. Tìm giá trị của a để phương trình (2) có một nghiệm bằng 7 lần nghiệm của phương trình (1).

ĐS: $a = 2$

 Lời giải.

$$1. \text{ Ta có } \frac{3x+1}{2} - 2(x-3) = 3(x+2) \Leftrightarrow \frac{3x+1-4(x-3)}{2} = \frac{6(x+2)}{2}$$

$$\Leftrightarrow -7x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}.$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất là $x = \frac{1}{7}$.

2. Khi $a = 2$ thì phương trình (2) trở thành

$$2(2-1)x - 3 \cdot 2(x-1) = 2 \Leftrightarrow -4x = -4 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy khi $a = 2$ thì phương trình (2) có nghiệm duy nhất là $x = 1$.

3. Theo đề phương trình (2) có nghiệm bằng 1 nên $2(a-1) \cdot 1 - 3a(1-1) = a \Leftrightarrow a = 2$.

□

 **Bài 6.** Tìm điều kiện của x để giá trị mỗi phân thức sau xác định

a) $\frac{3x-6}{2(-x+3)}$;

ĐS: $x \neq 3$ b) $\frac{12x}{(x+1)(x-4)}$.

ĐS: $x \neq -1; x \neq 4$

 Lời giải.

1. ĐKXD: $2(-x+3) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

2. ĐKXD: $(x+1)(x-4) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1; x \neq 4$.

□

 **Bài 7.** Một xe máy khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc trung bình 40 km/h. Sau 1 giờ một ô tô cũng khởi hành từ thành phố A đến thành phố B cùng đường với xe máy và với vận tốc trung bình là 52 km/h. Hãy viết phương trình biểu thị việc ô tô gặp xe máy sau x giờ, kể từ khi ô tô khởi hành. Tìm x .

ĐS: $x = \frac{10}{3}$

 Lời giải.

Quãng đường xe máy đi được đến lúc gặp nhau là $40(x+1)$.

Quãng đường ô tô đi được đến lúc gặp nhau là $52x$.

Ô tô gặp xe máy khi quãng đi được bằng nhau nên ta có phương trình

$$52x = 40(x+1) \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.$$

Vậy ô tô và xe máy gặp nhau sau khi ô tô đi được $\frac{10}{3}$ giờ.

□

 **Bài 8.** Bằng cách đặt ẩn phụ, giải các phương trình sau

1. $\frac{12(10x+3)}{7} - 5 = \frac{8(10x+3)}{7} + 1$;

ĐS: $S = \left\{\frac{3}{4}\right\}$

2. $(x\sqrt{2} + 1)(3 + \sqrt{3}) = 3x\sqrt{2} + \sqrt{3}.$

ĐS: $S = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right\}$

 **Lời giải.**

1. Đặt $u = \frac{10x + 3}{7}$, phương trình trở thành

$$12u - 5 = 8u + 1 \Leftrightarrow 4u = 6 \Leftrightarrow u = \frac{3}{2}.$$

Suy ra $\frac{10x + 3}{7} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2(10x + 3) = 21 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}.$

Vậy $S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}.$

2. Ta có $(x\sqrt{2} + 1)(3 + \sqrt{3}) = 3x\sqrt{2} + \sqrt{3}$
 $\Leftrightarrow (x\sqrt{2} + 1)(3 + \sqrt{3}) = 3x\sqrt{2} + 3 + \sqrt{3} - 3$
 $\Leftrightarrow (x\sqrt{2} + 1)(3 + \sqrt{3}) = 3(x\sqrt{2} + 1) + \sqrt{3} - 3.$

Đặt $u = x\sqrt{2} + 1$, phương trình trở thành

$$u(3 + \sqrt{3}) = 3u + \sqrt{3} - 3 \Leftrightarrow \sqrt{3}u = \sqrt{3} - 3 \Leftrightarrow u = 1 - \sqrt{3}.$$

Suy ra $x\sqrt{2} + 1 = 1 - \sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$

Vậy $S = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right\}.$

□

§4 Phương trình tích

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Phương trình tích dạng $A(x) \cdot B(x) = 0$

Giải phương trình dạng $A(x) \cdot B(x) = 0$ ta sử dụng công thức

$$A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0. \end{cases}$$

Ví dụ: Phương trình $(2x - 1)(x + 3) = 0$ được gọi là một phương trình tích. Ta có:

$$(2x - 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -3. \end{cases}$$

1.2 Mở rộng với phương trình tích:

$$A(x) \cdot B(x) \cdots M(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ \dots \\ M(x) = 0. \end{cases}$$

2 Các dạng toán

Dạng 83. Giải phương trình tích

✓ Bước 1. Áp dụng công thức $A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0. \end{cases}$

✓ Bước 2. Lấy tất cả các nghiệm rồi kết luận.

❖❖❖ BÀI TẬP MẪU ❖❖❖

 Ví dụ 1. Giải các phương trình sau

1. $(x - 2)(x + 3) = 0;$

ĐS: $\{-3; 2\}$

2. $(2x - 3)(x^2 + 1) = 0;$

ĐS: $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

$$3. (x+2)\left(\frac{x+1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 0;$$

$$\text{ĐS: } \left\{-2; -\frac{1}{3}\right\}$$

$$4. (x+1)(2x-1)(x-2) = 0.$$

$$\text{ĐS: } \left\{-1; \frac{1}{2}; 2\right\}$$

 **Lời giải.**

$$\text{a) } (x-2)(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x+3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-3; 2\}$.

$$\text{b) } (2x-3)(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=0 \\ x^2+1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x^2=-1 \end{cases}$$

(vô nghiệm vì $x^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$)

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

$$\text{c) } (x+2)\left(\frac{x+1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ \frac{x+1}{2} - \frac{1}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ 3x+3=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-2; -\frac{1}{3}\right\}$.

$$\text{d) } (x+1)(2x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 2x-1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=2. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-1; \frac{1}{2}; 2\right\}$.

□

 **Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau

$$1. (x-1)(x+8) = 0;$$

$$\text{ĐS: } \{-8; 1\}$$

$$2. (x-5)(4+x^2) = 0;$$

$$\text{ĐS: } \{5\}$$

$$3. (x-3)\left(\frac{2x}{3} + 1\right) = 0;$$

$$\text{ĐS: } \left\{-\frac{3}{2}; 3\right\}$$

$$4. (x+1)(x+4)(x-1) = 0.$$

$$\text{ĐS: } \{-4; -1; 1\}$$

 **Lời giải.**

$$\text{a) } (x-1)(x+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+8=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-8. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-8; 1\}$.

$$\text{b) } (x-5)(4+x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ 4+x^2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x^2=-4 \end{cases}$$

(vô nghiệm vì $x^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$)

$$\Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{5\}$.

$$\begin{aligned} \text{c) } (x-3)\left(\frac{2x}{3}+1\right) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ \frac{2x}{3}+1=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \frac{2x}{3}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ 2x=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{3}{2} \end{cases}. \\ \text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } &\left\{-\frac{3}{2}; 3\right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (x+1)(x+4)(x-1) &= 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+4=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-4 \\ x=1 \end{cases}. \\ \text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } &\{-4; -1; 1\}. \end{aligned}$$

□

Dạng 84. Giải phương trình đưa về phương trình tích

☒ Bước 1. Biến đổi phương trình đã cho về phương trình tích;

☒ Bước 2. Áp dụng công thức:

$$A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0; \end{cases}$$

☒ Bước 3. Kết luận.

BÀI TẬP MẪU

 Ví dụ 1. Giải các phương trình sau

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1. $3x(x-2) + 4(x-2) = 0;$ | ĐS: $\left\{-\frac{4}{3}; 2\right\}$ |
| 2. $x^2 - 9 + (x+3)(5-2x) = 0;$ | ĐS: $\{-3; 2\}$ |
| 3. $4x(3-2x) - 15 + 10x = 0;$ | ĐS: $\left\{\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right\}$ |
| 4. $(3x-4)^2 - (x-3)^2 = 0.$ | ĐS: $\left\{\frac{7}{4}; \frac{1}{2}\right\}$ |

 Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x(x-2) + 4(x-2) &= 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2)(3x+4) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ 3x+4=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-\frac{4}{3} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{4}{3}; 2\right\}$.

$$\begin{aligned} \text{b) } x^2 - 9 + (x+3)(5-2x) &= 0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)(x-3) + (x+3)(5-2x) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)(x-3+5-2x) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)(2-x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ 2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-3; 2\}$.

$$\begin{aligned} \text{c) } 4x(3-2x) - 15 + 10x &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x(3-2x) - 5(3-2x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (3-2x)(4x-5) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=3 \\ 4x=5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x=\frac{5}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right\}$.

$$\begin{aligned} \text{d) } (3x-4)^2 - (x-3)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x-4+x-3)[(3x-4)-(x-3)] &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x-7)(2x-1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{4} \\ x=\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{7}{4}; \frac{1}{2}\right\}$.

□

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau

$$1. 2(x+6) + x(x+6) = 0; \quad \text{ĐS: } \{-6; -2\}$$

$$2. x^2 - 1 - (x-1)(1-2x) = 0; \quad \text{ĐS: } \{0; 1\}$$

$$3. 3x(x-2) + 4x - 8 = 0; \quad \text{ĐS: } \left\{-\frac{4}{3}; 2\right\}$$

$$4. (3x+1)^2 - (1+2x)^2 = 0. \quad \text{ĐS: } \left\{-\frac{2}{5}; 0\right\}$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2(x+6) + x(x+6) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+6)(2+x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x+6=0 \\ 2+x=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ x=-2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-6; -2\}$.

$$\begin{aligned} \text{b) } x^2 - 1 - (x-1)(1-2x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+1)(x-1) - (x-1)(1-2x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)[(x+1) - (1-2x)] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)3x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; 1\}$.

$$\begin{aligned} \text{c) } 3x(x-2) + 4x - 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x(x-2) + 4(x-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2)(3x+4) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ 3x+4=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-\frac{4}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{4}{3}; 2\right\}$.

$$\begin{aligned} \text{d) } (3x+1)^2 - (1+2x)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x+1+1+2x)[(3x+1)-(1+2x)] &= 0 \\ \Leftrightarrow (5x+2)x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+2=0 \\ x=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{5} \\ x=0 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{2}{5}; 0\right\}$.

□

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau

$$1. x(x-1) = 2x(x-2); \quad \text{ĐS: } \{0; 3\}$$

$$2. \frac{x}{3}(2x+5) = (2x+5)(x-1); \quad \text{ĐS: } \left\{-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right\}$$

3. $2x + 6 = 4x(x + 3);$

ĐS: $\left\{-3; \frac{1}{2}\right\}$

4. $\frac{2}{5}x - 2 = 3x(x - 5).$

ĐS: $\left\{\frac{2}{15}; 5\right\}$

 Lời giải.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & x(x - 1) = 2x(x - 2) \\
 & \Leftrightarrow x(x - 1) = x(2x - 4) \\
 & \Leftrightarrow x[(2x - 4) - (x - 1)] = 0 \\
 & \Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; 3\}$.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \frac{x}{3}(2x + 5) = (2x + 5)(x - 1) \\
 & \Leftrightarrow x(2x + 5) = (2x + 5)(3x - 3) = 0 \\
 & \Leftrightarrow (2x + 5)(3x - 3 - x) = 0 \\
 & \Leftrightarrow (2x + 5)(2x - 3) = 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5 = 0 \\ 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ x = \frac{3}{2}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right\}$.

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & 2x + 6 = 4x(x + 3) \\
 & \Leftrightarrow 2(x + 3) = 4x(x + 3) \\
 & \Leftrightarrow (x + 3)(4x - 2) = 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ 4x - 2 = 0 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{1}{2}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-3; \frac{1}{2}\right\}$.

$$\begin{aligned}
 \text{d) } & \frac{2}{5}x - 2 = 3x(x - 5) \\
 & \Leftrightarrow 2(x - 5) = 15x(x - 5) \\
 & \Leftrightarrow (x - 5)(15x - 2) = 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \\ 15x - 2 = 0 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{2}{15}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{2}{15}; 5\right\}$.

□

 Ví dụ 4. Giải các phương trình sau

1. $x(x - 2) = x(2x + 1);$

ĐS: $\{-3; 0\}$

2. $\frac{x}{2}(x - 2) = (x - 2)(3x + 1);$

ĐS: $\left\{-\frac{2}{5}; 2\right\}$

3. $3x(x - 2) = 4x - 8;$

ĐS: $\left\{\frac{4}{3}; 2\right\}$

4. $\frac{x}{3} - 1 = x(x - 3).$

ĐS: $\left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$

 Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } & x(x-2) = x(2x+1) \\ & \Leftrightarrow x[(x-2) - (2x+1)] = 0 \\ & \Leftrightarrow x(-x-3) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -x-3 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-3; 0\}$.

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{x}{2}(x-2) = (x-2)(3x+1) \\ & \Leftrightarrow x(x-2) = (x-2)(6x+2) \\ & \Leftrightarrow (x-2)(6x+2-x) = 0 \\ & \Leftrightarrow (x-2)(5x+2) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ 5x+2 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{5}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{2}{5}; 2\right\}$.

$$\begin{aligned} \text{c) } & 3x(x-2) = 4x-8 \\ & \Leftrightarrow 3x(x-2) - 4(x-2) = 0 \\ & \Leftrightarrow (x-2)(3x-4) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ 3x-4 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{4}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{4}{3}; 2\right\}$.

$$\begin{aligned} \text{d) } & \frac{x}{3} - 1 = x(x-3) \\ & \Leftrightarrow x-3 = 3x(x-3) \\ & \Leftrightarrow (x-3)(1-3x) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 0 \\ 1-3x = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$.

□

Ví dụ 5. Giải các phương trình bậc hai sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích:

- | | |
|-------------------------------|---|
| 1. $(x^2 + 4x + 4) - 16 = 0;$ | ĐS: $\{-6; 2\}$ |
| 2. $x^2 + x = 2x + 2;$ | ĐS: $\{-1; 2\}$ |
| 3. $x^2 + 3x + 2 = 0;$ | ĐS: $\{-2; -1\}$ |
| 4. $2x^2 + 7x - 9 = 0.$ | ĐS: $\left\{-\frac{9}{2}; 1\right\}$ |

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x^2 + 4x + 4) - 16 = 0 \\ & \Leftrightarrow (x+2)^2 - 4^2 = 0 \\ & \Leftrightarrow (x+2+4)(x+2-4) = 0 \\ & \Leftrightarrow (x+6)(x-2) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x+6 = 0 \\ x-2 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-6; 2\}$.

$$\begin{aligned} \text{b) } & x^2 + x = 2x + 2 \\ & \Leftrightarrow x(x+1) - 2(x+1) = 0 \\ & \Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ x-2 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-1; 2\}$.

c) $x^2 + 3x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) + 2(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-2; -1\}$.

d) $2x^2 + 7x - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 9x - 2x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 - 2x) + (9x - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-1) + 9(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x+9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ 2x+9=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{9}{2}; 1\right\}$.

□

 **Ví dụ 6.** Giải các phương trình bậc hai sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích:

1. $(x^2 + 2x + 1) - 9 = 0;$

ĐS: $\{-4; 2\}$

2. $x^2 - 2x = 4x - 8;$

ĐS: $\{4; 2\}$

3. $x^2 - 7x + 6 = 0;$

ĐS: $\{1; 6\}$

4. $2x^2 - 3x - 5 = 0.$

ĐS: $\left\{\frac{5}{2}; -1\right\}$

 Lời giải.

a) $(x^2 + 2x + 1) - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 - 3^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1+3)(x+1-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+4=0 \\ x-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-4; 2\}$.

b) $x^2 - 2x = 4x - 8$

$$\Leftrightarrow x(x-2) - 4(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{4; 2\}$.

c) $x^2 - 7x + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) - 6(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1; 6\}$.

d) $2x^2 - 3x - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 + 2x) - (5x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x+1) - 5(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(2x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 2x-5=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ 2x-5=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{5}{2}; -1\right\}$.

□

3 Bài tập về nhà

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1. $(3x - 1)(2x + 5) = 0;$ **ĐS:** $\left\{-\frac{5}{2}; \frac{1}{3}\right\}$
2. $(3 - 4x)(x^2 + 2) = 0;$ **ĐS:** $\left\{\frac{3}{4}\right\}$
3. $(x + 1)\left(\frac{2}{5} + \frac{2 - x}{4}\right) = 0;$ **ĐS:** $\left\{-1; \frac{18}{5}\right\}$
4. $(3 - x)(x - 4)(2x + 7) = 0.$ **ĐS:** $\left\{-\frac{7}{2}; 3; 4\right\}$

Lời giải.

- a) $(3x - 1)(2x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 = 0 \\ 2x + 5 = 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}.$
 Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{5}{2}; \frac{1}{3}\right\}.$
- b) $(3 - 4x)(x^2 + 2) = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 4x = 0 \\ x^2 + 2 = 0 \text{ (vô lí vì } x^2 + 2 > 0 \text{ với mọi } x) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}.$
 Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{3}{4}\right\}.$
- c) $(x + 1)\left(\frac{2}{5} + \frac{2 - x}{4}\right) = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ \frac{2}{5} + \frac{2 - x}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ \frac{x - 2}{4} = \frac{2}{5} \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 5x - 10 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{18}{5} \end{cases}.$
 Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-1; \frac{18}{5}\right\}.$
- d) $(3 - x)(x - 4)(2x + 7) = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x = 0 \\ x - 4 = 0 \\ 2x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}.$
 Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{7}{2}; 3; 4\right\}.$

□

Bài 2. Giải các phương trình sau:

1. $\frac{1}{8}x(2x - 1) - 5(2x - 1) = 0;$ **ĐS:** $\left\{\frac{1}{2}; 40\right\}$
2. $x^2 - 4 + (x - 2)(3 - 5x) = 0;$ **ĐS:** $\left\{\frac{5}{4}; 2\right\}$
3. $\frac{x}{2}(x - 5) - 25 + 5x = 0;$ **ĐS:** $\{-10; 5\}$
4. $(2 - 3x)^2 - (1 + 2x)^2 = 0.$ **ĐS:** $\left\{\frac{1}{5}; 3\right\}$

Lời giải.

$$\text{a) } \frac{1}{8}x(2x-1) - 5(2x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x-40) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ x-40=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=40. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{1}{2}; 40\right\}$.

$$\text{b) } x^2 - 4 + (x-2)(3-5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+2) + (x-2)(3-5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+2+3-5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(5-4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ 5-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{5}{4}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{5}{4}; 2\right\}$.

$$\text{c) } \frac{x}{2}(x-5) - 25 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-5) + (10x-50) = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-5) + 10(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ x+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-10. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-10; 5\}$.

$$\text{d) } (2-3x)^2 - (1+2x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow [(2-3x) + (1+2x)][(2-3x) - (1+2x)] = 0$$

$$0 \Leftrightarrow (3-x)(1-5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=0 \\ 1-5x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{5}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{1}{5}; 3\right\}$.

□

 **Bài 3.** Giải các phương trình sau:

$$1. \quad x(3+2x) = x(5-3x); \quad \text{ĐS: } \left\{\frac{2}{5}; 0\right\}$$

$$2. \quad \frac{x}{5}(3+2x) = (7x-5)(2x+3); \quad \text{ĐS: } \left\{-\frac{3}{2}; \frac{25}{34}\right\}$$

$$3. \quad \frac{x}{3}(5x+3) = 10x+6; \quad \text{ĐS: } \left\{-\frac{3}{5}; 6\right\}$$

$$4. \quad \frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{6}(x+2). \quad \text{ĐS: } \{-2; 3\}$$

 **Lời giải.**

$$\text{a) } x(3+2x) = x(5-3x)$$

$$\Leftrightarrow x[(3+2x) - (5-3x)] = 0$$

$$\Leftrightarrow x(5x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{2}{5}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{2}{5}; 0\right\}$.

$$\text{b) } \frac{x}{5}(3+2x) = (7x-5)(2x+3)$$

$$\Leftrightarrow x(2x+3) = (35x-25)(2x+3)$$

$$\Leftrightarrow (2x+3)(35x-25-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+3)(34x-25) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=0 \\ 34x-25=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ x=\frac{25}{34}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{3}{2}; \frac{25}{34}\right\}$.

$$c) \frac{x}{3}(5x+3) = 10x+6$$

$$\Leftrightarrow x(5x+3) = 6(5x+3)$$

$$\Leftrightarrow (5x+3)(x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x+3=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{5} \\ x=6. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{3}{5}; 6\right\}$.

$$d) \frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{6}(x+2) \Leftrightarrow 3x+6 = x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 3(x+2) = x(x+2) \Leftrightarrow (x-3)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-2; 3\}$.

□

Bài 4. Giải các phương trình bậc hai sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích:

$$1. (x^2 - 4x + 4) - 25 = 0;$$

$$\text{ĐS: } \{-3; 7\}$$

$$2. x^2 + 3x = 5x + 15;$$

$$\text{ĐS: } \{-3; 5\}$$

$$3. x^2 - 9x + 8 = 0;$$

$$\text{ĐS: } \{1; 8\}$$

$$4. 4x^2 - 12x + 5 = 0.$$

$$\text{ĐS: } \left\{\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}$$

Lời giải.

$$a) (x^2 - 4x + 4) - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 - 5^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2+5)(x-2-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=7. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-3; 7\}$.

$$b) x^2 + 3x = 5x + 15$$

$$\Leftrightarrow x(x+3) - 5(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=5. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-3; 5\}$.

$$c) x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 8x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) - 8(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=8. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1; 8\}$.

$$d) 4x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 10x - 2x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x^2 - 2x) - (2x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(2x-1) - 5(2x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(2x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ 2x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=\frac{5}{2}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}$.

□

§5 Phương trình chứa ẩn ở mẫu

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

- ✓ *Bước 1.* Tìm điều kiện xác định của phương trình;
- ✓ *Bước 2.* Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu;
- ✓ *Bước 3.* Giải phương trình vừa nhận được;
- ✓ *Bước 4* (Kết luận). Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3, các giá trị thoả mãn điều kiện xác định chính là nghiệm của phương trình đã cho.

Lưu ý: Khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta cần đặc biệt chú ý đến *điều kiện xác định* (ĐKXD) là tất cả các mẫu thức phải khác 0.

2 Các dạng toán

Dạng 85. Tìm điều kiện xác định của biểu thức

Biểu thức $\frac{A(x)}{B(x)}$ [với $A(x), B(x)$ là các đa thức] xác định khi và chỉ khi $B(x)$ khác 0.

🔗🔗🔗 BÀI TẬP MẪU 🔗🔗🔗

 **Ví dụ 1.** Tìm điều kiện xác định của biểu thức

$$1. A = \frac{3x+2}{x-1} + \frac{2}{1-x}; \quad \text{ĐS: } x \neq 1$$

$$2. B = \frac{-2x+3}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x-3}; \quad \text{ĐS: } x \neq 1; 3$$

$$3. C = \frac{x+2}{x^2-x+1} + \frac{1-x}{2}; \quad \text{ĐS: } x \in \mathbb{R}$$

$$4. D = \frac{x-2}{x^3-1} + \frac{3x+2}{x^2+x+1}. \quad \text{ĐS: } x \neq 1$$

Lời giải.

1. Biểu thức A xác định khi và chỉ khi $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

2. Biểu thức B xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \neq 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x - 3)(x - 1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq 1. \end{cases}$$

3. Ta có:

$$x^2 - x + 1 = x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ với mọi số thực } x$$

Vậy biểu thức C xác định với mọi số thực x .

4. Ta có:

$$x^2 + x + 1 = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ với mọi số thực } x$$

Vậy biểu thức D xác định khi và chỉ khi $x^3 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

□

Ví dụ 2. Tìm điều kiện xác định của biểu thức

a) $A = \frac{x}{x-4} + \frac{-2}{3-x};$

b) $B = \frac{9x+3}{4x+8} + \frac{1}{2x};$

c) $C = \frac{x-1}{x^2+x+1} + \frac{3-x}{5};$

d) $D = \frac{x+2}{x^3-8} + \frac{3x-1}{x^2+2x+4}.$

Lời giải.

1. Biểu thức A xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-4 \neq 0 \\ 3-x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4 \\ x \neq 3. \end{cases}$

2. Biểu thức B xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 4x+8 \neq 0 \\ 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 0. \end{cases}$

3. Ta có:

$$x^2 + x + 1 = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ với mọi số thực } x$$

Vậy biểu thức C xác định với mọi số thực x .

4. Ta có:

$$x^2 + 2x + 4 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 + 3 = (x + 1)^2 + 3 > 0 \text{ với mọi số thực } x$$

Vậy biểu thức D xác định khi và chỉ khi $x^3 - 8 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

□

Dạng 86. Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

Áp dụng các bước giải trong phần *Tóm tắt lý thuyết*

BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

$$1. \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-x}{x-2};$$

ĐS: PT vô nghiệm

$$2. \frac{3}{1-4x} = \frac{2}{4x+1} - \frac{8+6x}{16x^2-1};$$

ĐS: $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

 **Lời giải.**

a) ĐKXD : $x \neq 2$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-2} + 3 &= \frac{3-x}{x-2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} + \frac{3(x-2)}{x-2} &= \frac{3-x}{x-2} \\ \Rightarrow 1 + 3(x-2) &= 3-x \\ \Leftrightarrow 1 + 3x - 6 &= 3-x \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (không TM ĐKXD).} \\ \text{Vậy phương trình vô nghiệm.} \end{aligned}$$

b) ĐKXD : $x \neq \left\{-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right\}$

$$\begin{aligned} \frac{3}{1-4x} &= \frac{2}{4x+1} - \frac{8+6x}{16x^2-1} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{4x+1} - \frac{2}{(4x+1)(4x-1)} + \frac{3}{4x-1} &= 0 \\ \Rightarrow 2(4x-1) - (8+6x) + 3(4x+1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 8x - 2 - 8 - 6x + 12x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 14x = 7 \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \text{ (TM ĐKXD).} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

□

 **Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau

$$1. \frac{x+3}{2-x} - \frac{1}{2} = -2;$$

ĐS: $\{-12\}$

$$2. \frac{3x+2}{3x-2} - \frac{6}{2+3x} = \frac{9x^2+4}{9x^2-4}.$$

ĐS: $\{2\}$

 **Lời giải.**

a) ĐKXD : $x \neq 2$.

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{2-x} - \frac{1}{2} &= -2 \Leftrightarrow \frac{x+3}{2-x} = -2 + \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{x+3}{2-x} &= -\frac{3}{2} \Rightarrow 2(x+3) = 3(x-2) \\ \Leftrightarrow 2x+6 &= 3x-6 \Leftrightarrow x = -12 \text{ (TM ĐKXD).} \\ \text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } &\{-12\}. \end{aligned}$$

b) ĐKXD: $x \neq \left\{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right\}$.

$$\begin{aligned} \frac{3x+2}{3x-2} - \frac{6}{2+3x} &= \frac{9x^2+4}{9x^2-4} \\ \Rightarrow (3x+2)^2 - 6(3x-2) &= 9x^2+4 \\ \Leftrightarrow 9x^2+12x+4-18x+12 &= 9x^2+4 \\ \Leftrightarrow 6x &= 12 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (TM ĐKXD).} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{2\}$.

□

 **Ví dụ 3.** Giải các phương trình sau

$$a) \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2+x+1} = \frac{3x^2}{x^3-1};$$

ĐS:

$$b) \frac{x-1}{x-2} - \frac{5}{x^2-4} = \frac{12}{x^2-4} + 1. \text{ **ĐS:** } \{0\}$$

$\left\{\frac{1}{2}\right\}$

 **Lời giải.**

1. ĐKXD: $x \neq 1$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2+x+1} &= \frac{3x^2}{x^3-1} \Leftrightarrow \frac{x^2+x+1}{x^3-1} + \frac{2(x-1)}{x^3-1} = \frac{3x^2}{x^3-1} \\ \Leftrightarrow x^2+x+1+2x-2 &= 3x^2 \Leftrightarrow 2x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow (2x^2-2x)-(x-1)=0 \\ \Leftrightarrow 2x(x-1)-(x-1) &= 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ 2x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (không TM ĐKXD)} \\ x=\frac{1}{2} \text{ (TM ĐKXD)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

2. ĐKXD: $x \neq \{-2; 2\}$.

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x-2} - \frac{5}{x^2-4} &= \frac{12}{x^2-4} + 1 \Rightarrow (x-1)(x+2) - 5(x-2) = 12 + (x^2-4) \\ \Leftrightarrow x^2-x+2x-2-5x+10 &= 12+x^2-4 \Leftrightarrow 4x=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ (TM ĐKXD)}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

□

 **Ví dụ 4.** Giải các phương trình sau

$$1. \frac{2}{x-1} + \frac{2x+3}{x^2+x+1} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x^3-1}; \quad \text{ĐS: } \{0\}$$

$$2. 5 + \frac{96}{x^2-16} = \frac{2x-1}{x+4} - \frac{3x-1}{4-x}. \quad \text{ĐS: } \{8\}$$

 **Lời giải.**

1. ĐKXD: $x \neq 1$.

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-1} + \frac{2x+3}{x^2+x+1} &= \frac{(2x-1)(2x+1)}{x^3-1} \\ \Rightarrow 2(x^2+x+1) + (2x+3)(x-1) &= (2x-1)(2x+1) \\ \Leftrightarrow 2x^2+2x+2+2x^2+3x-2x-3 &= 4x^2-1 \Leftrightarrow 3x=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ (TM ĐKXD)}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

2. ĐKXD: $x \neq \{-4; 4\}$.

$$\begin{aligned} 5 + \frac{96}{x^2-16} &= \frac{2x-1}{x+4} - \frac{3x-1}{4-x} \\ \Rightarrow 5(x^2-16) + 96 &= (2x-1)(x-4) + (3x-1)(x+4) \\ \Leftrightarrow 5x^2-80+96 &= 2x^2-x-8x+4+3x^2+12x-x-4 \Leftrightarrow 2x=16 \Leftrightarrow x=8 \text{ (TM ĐKXD)}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{8\}$.

□

 **Ví dụ 5.** Giải các phương trình chứa ẩn ở mẫu sau

$$1. \frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2x+2} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)}; \quad \text{ĐS: } \{0; 3\}$$

$$2. \frac{3x}{x^2-2x+4} = \frac{3}{x+2} + \frac{72}{x^3+8}. \quad \text{ĐS: } \{7\}$$

 **Lời giải.**

1. ĐKXD: $x \neq \{-1; 3\}$.

$$\frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2x+2} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)}$$

$$\Rightarrow x(x+1) + x(x-3) = 2x \cdot 2 \Leftrightarrow 2x^2 + x + x^2 - 3x = 4x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (TM ĐKXD)} \\ x=3 \text{ (KTM ĐKXD)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; 3\}$.

2. ĐKXD: $x \neq -2$. $\frac{3x}{x^2 - 2x + 4} = \frac{3}{x+2} + \frac{72}{x^3 + 8}$
 $\Rightarrow 3x(x+2) = 3(x^2 - 2x + 4) + 72 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 3x^2 - 6x + 12 + 72$
 $\Leftrightarrow 12x = 84 \Leftrightarrow x = 7 \text{ (TM ĐKXD)}$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{7\}$.

□

Ví dụ 6. Giải các phương trình chứa ẩn ở mẫu sau

1. $1 + \frac{1}{x-1} + \frac{3x}{3x^2 - 6x + 3} = 0$; **ĐS:** $\{0\}$

2. $\frac{-2}{x-1} = \frac{2x^2 - 5}{x^3 - 1} = 4 + \frac{4}{x^2 + x + 1}$. **ĐS:** $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

 **Lời giải.**

a) ĐKXD: $x \neq 1$.

$$1 + \frac{1}{x-1} + \frac{3x}{3x^2 - 6x + 3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x-1} + \frac{3x}{3(x-1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-1)^2 + 3(x-1) + 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (TM ĐKXD)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

b) ĐKXD: $x \neq 1$.

$$\frac{-2}{x-1} = \frac{2x^2 - 5}{x^3 - 1} = 4 + \frac{4}{x^2 + x + 1}$$

$$\Rightarrow -2(x^2 + x + 1) + (2x^2 - 5) = 4(x-1)$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - 2x - 2 + 2x^2 - 5 = 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow 6x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ (TM ĐKXD)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

□

Ví dụ 7. Cho phương trình ẩn x : $\frac{2x+m}{2-x} + \frac{2x-m}{2+x} = \frac{4}{4-x^2}$.

1. Giải phương trình với $m = -1$; **ĐS:** $\left\{\frac{2}{3}\right\}$

2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x = 1$. **ĐS:** $m = -2$

 **Lời giải.**

1. Với $m = -1$, ta có phương trình:

$$\frac{2x-1}{2-x} + \frac{2x+1}{2+x} = \frac{4}{4-x^2}$$

ĐKXD: $x \neq \{-2; 2\}$.

$$\frac{2x-1}{2-x} + \frac{2x+1}{2+x} = \frac{4}{4-x^2} \Rightarrow (2x-1)(2+x) + (2x+1)(2-x) = 4$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 + 2x^2 - x + 4x + 2 - 2x^2 - x = 4 \Leftrightarrow 6x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ (TM ĐKXD)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{2}{3}\right\}$.

2. $x = 1$ là nghiệm của phương trình, ta có:

$$\frac{2+m}{1} + \frac{2-m}{3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 6 + 3m + 2 - m = 4 \Leftrightarrow 2m = -4 \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy với $m = -2$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x = 1$.

□

Ví dụ 8. Cho phương trình ẩn x : $\frac{x+m}{x+3} + \frac{x-3}{x-1} = 2$.

1. Giải phương trình với $m = 1$;

ĐS: $\{-1\}$

2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x = 2$.

ĐS: $m = 13$

Lời giải.

1. Với $m = 1$, ta có phương trình:

$$\frac{x+1}{x+3} + \frac{x-3}{x-1} = 2$$

ĐKXD: $x \neq \{-3; 1\}$.

$$\frac{2x-1}{2-x} + \frac{2x+1}{2+x} = \frac{4}{4-x^2} \Rightarrow (x+1)(x-1) + (x-3)(x+3) = 2(x+3)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 + x^2 - 9 = 2x^2 + 4x - 6 \Leftrightarrow 4x = -4 \Leftrightarrow x = -1 \text{ (TM ĐKXD).}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-1\}$.

2. $x = 2$ là nghiệm của phương trình, ta có:

$$\frac{2+m}{5} - 1 = 2 \Leftrightarrow \frac{2+m}{5} = 3 \Leftrightarrow 2+m = 15 \Leftrightarrow m = 13.$$

Vậy với $m = 13$ thì phương trình có nghiệm $x = 2$.

□

3

Bài tập về nhà

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

a) $\frac{2x+1}{x^2+7x+10}$;

ĐS: $x \neq \{-5; -2\}$

b) $\frac{3-2x}{x^2-4} + \frac{x}{2-x}$.

ĐS: $x \neq \{-2; 2\}$

Lời giải.

a) Biểu thức xác định khi và chỉ khi

$$x^2 + 7x + 10 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 5x + 2x + 10) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+5) + 2(x+5) \neq 0 \Leftrightarrow (x+5)(x+2) \neq 0$$

0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -5 \\ x \neq -2. \end{cases}$$

b) Biểu thức xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 - 4 \neq 0 \\ 2 - x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4 \neq 0 \\ 2 - x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-2) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2. \end{cases}$$

□

Bài 2. Giải các phương trình sau:

$$1. \frac{1}{4x^2 - 12x + 9} - \frac{3}{9 - 4x^2} = \frac{-2}{4x^2 + 12x + 9}; \quad \text{ĐS: } \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$$

$$2. 1 + \frac{14}{(x-4)^2} = \frac{-9}{x-4}; \quad \text{ĐS: } \{-3; 2\}$$

$$3. \frac{1+8x}{1+2x} - \frac{2x}{2x-1} + \frac{12x^2-9}{1-4x^2} = 0; \quad \text{ĐS: } \{1\}$$

$$4. \frac{1}{2x-6} - \frac{3x-5}{x^2-4x+3} = \frac{1}{2}. \quad \text{ĐS: } \{-3; 2\}$$

Lời giải.

$$1. \text{ĐKXĐ } x \neq \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4x^2 - 12x + 9} - \frac{3}{9 - 4x^2} = \frac{-2}{4x^2 + 12x + 9} \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{(2x-3)^2} + \frac{3}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{-2}{(2x+3)^2} \\ \Rightarrow & (2x+3)^2 + 3(2x+3)(2x-3) = -2(2x-3)^2 \\ \Leftrightarrow & 4x^2 + 12x + 9 + 3(4x^2 - 9) + 2(4x^2 - 12x + 9) = 0 \\ \Leftrightarrow & 4x^2 + 12x + 9 + 12x^2 - 27 + 8x^2 - 24x + 18 = 0 \\ \Leftrightarrow & 24x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 12x(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{TMDKXĐ}). \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

$$2. \text{ĐKXĐ } x \neq 4.$$

Ta có

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{14}{(x-4)^2} = \frac{-9}{x-4} \Rightarrow (x-4)^2 + 14 = -9(x-4) \\ \Leftrightarrow & x^2 - 8x + 16 + 14 + 9x - 36 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 3x - 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x(x+3) - 2(x+3) = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=2 \end{cases} \quad (\text{TMDKXĐ}). \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-3; 2\}$.

$$3. \text{ĐKXĐ } x \neq \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}.$$

$$\begin{aligned} & \frac{1+8x}{1+2x} - \frac{2x}{2x-1} + \frac{12x^2-9}{1-4x^2} = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{1+8x}{1+2x} + \frac{2x}{1-2x} + \frac{12x^2-9}{(1-2x)(1+2x)} = 0 \\ \Rightarrow & (1+8x)(1-2x) + 2x(1+2x) + 12x^2 - 9 = 0 \\ \Leftrightarrow & 1 + 6x - 16x^2 + 2x + 4x^2 + 12x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow 8x = 8 \Leftrightarrow x = 1 \quad (\text{TMDKXĐ}). \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1\}$.

4. ĐKXD $x \neq \{1; 3\}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x-6} - \frac{3x-5}{x^2-4x+3} &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2(x-3)} + \frac{5-3x}{(x-3)(x-1)} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow (x-1) + (5-3x) \cdot 2 &= (x-3)(x-1) \Leftrightarrow x-1+10-6x = x^2-4x+3 \\ \Leftrightarrow x^2+x-6 &= 0 \Leftrightarrow x^2+3x-2x-6 = 0 \Leftrightarrow x(x+3)-2(x+3) = 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)(x-2) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=2 \end{cases} \quad (\text{TMĐKXD}). \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-3; 2\}$.

□

 **Bài 3.** Cho phương trình ẩn x : $\frac{x+2}{x-m} + \frac{x+m}{x-2} = 2$.

1. Giải phương trình với $m = 1$;

ĐS: $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x = 0$.

ĐS: $m = 13$

 **Lời giải.**

1. Với $m = 1$, ta có phương trình:

$$\frac{x+2}{x-1} + \frac{x+1}{x-2} = 2$$

ĐKXD: $x \neq \{1; 2\}$.

$$\frac{x+2}{x-1} + \frac{x+1}{x-2} = 2 \Rightarrow (x-2)(x+2) + (x+1)(x-1) = 2(x-2)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 + x^2 - 1 = 2(x^2 - 3x + 2) \Leftrightarrow 6x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \quad (\text{TM ĐKXD}).$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

2. $x = 0$ là nghiệm của phương trình, ta có:

$$\frac{-2}{m} - \frac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow \frac{2+m}{5} = 3 \Leftrightarrow 2+m = 15 \Leftrightarrow m = 13.$$

Vậy với $m = 13$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x = 2$.

□

§6 Giải bài toán bằng cách lập phương trình

1 Tóm tắt lý thuyết

1.1 Các bước để giải bài toán bằng cách lập phương trình

- ✓ **Bước 1.** Lập phương trình:
 - Đặt ẩn số và điều kiện thích hợp cho ẩn số;
 - Biểu diễn các dữ kiện bài toán chưa biết thông qua ẩn và các đại lượng đã biết;
 - Lập phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng;
- ✓ **Bước 2.** Giải phương trình đã lập;
- ✓ **Bước 3.** Kiểm tra điều kiện và đưa ra kết luận của bài toán.

2 Các dạng toán

Dạng 87. Bài toán liên quan đến tìm số

Từ các dữ kiện đề bài ta cần thiết lập phương trình của ẩn đã đặt. Lưu ý thêm về biểu diễn các số:

$$\overline{ab} = 10a + b; \overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

trong đó các chữ số $a, b, c \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; 0 \leq c \leq 9$.

BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Cho một phân số có tử nhỏ hơn mẫu là 8, nếu tăng tử lên 2 đơn vị và giảm mẫu đi 3 đơn vị thì được một phân số bằng $\frac{3}{4}$. Tìm phân số đó.

ĐS: $\frac{7}{15}$

Lời giải.

Gọi x là tử của phân số cần tìm (điều kiện $x \in \mathbb{N}$).

Suy ra mẫu của phân số cần tìm là $x + 8$.

Nếu tăng tử lên 2 đơn vị và giảm mẫu đi 3 đơn vị thì ta được phân số mới là $\frac{x+2}{x+5}$.

Vì phân số mới bằng $\frac{3}{4}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{x+2}{x+5} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4x+8 = 3x+15 \Leftrightarrow x = 7 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy phân số ban đầu cần tìm là $\frac{7}{15}$.

□

Ví dụ 2. Cho hai số nguyên dương có hiệu là 8, tỉ số giữa chúng bằng $\frac{2}{3}$. Tìm hai số đó.
ĐS: 16 và 24

 **Lời giải.**

Gọi số bé trong hai số cần tìm là x , điều kiện $x \in \mathbb{Z}^+$.

Suy ra số còn lại là $x+8$.

Vì tỉ số giữa chúng bằng $\frac{2}{3}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{x+8} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2x+16 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (TMĐK)}.$$

Vậy hai số cần tìm là 16 và 24.

□

Ví dụ 3. Cho một số tự nhiên có hai chữ số, chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục và nếu xen thêm chữ số 2 vào giữa hai chữ số ấy thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 200. Tìm số đó.

ĐS: 24

 **Lời giải.**

Gọi chữ số hàng chục của số cần tìm là a , điều kiện $a \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 4$.

Suy ra chữ số hàng đơn vị của số cần tìm là $2a$ và số cần tìm là $12a$. Nếu xen thêm chữ số 2 vào giữa hai chữ số ấy thì ta được số mới là $102a+20$. Vì số mới lớn hơn số ban đầu là 200 nên ta có phương trình:

$$(102a+20) - 12a = 200 \Leftrightarrow 90a = 180 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (TMĐK)}.$$

Vậy số cần tìm là 24.

□

Ví dụ 4. Cho một số tự nhiên có hai chữ số, nếu lấy chữ số hàng đơn vị chia cho chữ số hàng chục thì được thương là 2 dư 1. Nếu viết thêm chữ số 1 vào bên trái số đó ta được một số mới gấp 5 lần chữ số ban đầu. Tìm số đã cho.

ĐS: 25

 **Lời giải.**

Gọi chữ số hàng chục của số cần tìm là a , điều kiện $a \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 4$.

Suy ra chữ số hàng đơn vị của số cần tìm là $2a+1$ và số cần tìm là $12a+1$. Nếu xen thêm chữ số 1 vào bên trái số đó thì ta được số mới là $12a+101$. Vì số mới gấp 5 lần số ban đầu nên ta có phương trình:

$$12a+101 = 5(12a+1) \Leftrightarrow 12a+101 = 60a+5 \Leftrightarrow 48a = 96 \Leftrightarrow a = 2 \text{ (TMĐK)}.$$

Vậy số cần tìm là 25.

□

Dạng 88. Bài toán liên quan đến tỉ số phần trăm

Chú ý đổi các số liệu phần trăm trong bài toán ra phân số $a\% = \frac{a}{100}$.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Hai tổ công nhân trong một công xưởng, sản xuất được 600 sản phẩm trong tháng đầu. Sang tháng thứ hai, tổ I làm vượt mức 25%, tổ II vượt mức 15% do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 725 sản phẩm. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

ĐS: Tổ I sản xuất được 350 sản phẩm và tổ II sản xuất được 250 sản phẩm

Lời giải.

$$\text{Đổi } 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}; 15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}.$$

Gọi x (sản phẩm) là số sản phẩm tổ I sản xuất được trong tháng đầu, điều kiện $x \in \mathbb{N}, 0 < x < 600$. Suy ra số sản phẩm tổ II sản xuất được trong tháng đầu là $600 - x$.

Sang tháng thứ hai, vì tổ I làm vượt mức 25% nên số sản phẩm của tổ I làm được là $x + x \cdot \frac{1}{4}$.

Vì tổ II làm vượt mức 15% nên số sản phẩm của tổ II làm được là: $(600 - x) + (600 - x) \cdot \frac{3}{20}$ (sản phẩm). Do tháng thứ hai, cả hai tổ sản xuất được 725 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} x + x \cdot \frac{1}{4} + (600 - x) + (600 - x) \cdot \frac{3}{20} &= 725 \\ \Leftrightarrow x \left(1 + \frac{1}{4} - 1 - \frac{3}{20} \right) &= 725 - 600 + 600 \cdot \frac{3}{20} \\ \Leftrightarrow x &= 350 \text{ (TMDK)}. \end{aligned}$$

Vậy trong tháng đầu, tổ I sản xuất được 350 sản phẩm và tổ II sản xuất được 250 sản phẩm. $\square$

Ví dụ 2. Năm ngoái, tổng số dân của tỉnh A và B là 6 triệu người. Năm nay dân số của tỉnh A tăng 1,5%, dân số tỉnh B tăng 1,2%. Do đó tổng dân số hai tỉnh năm nay tăng thêm 83400 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

ĐS: Tỉnh A có 3,8 triệu người và tỉnh B có 2,2 triệu người

Lời giải.

$$\text{Đổi } 1,2\% = \frac{12}{1000} = \frac{3}{250}; 1,5\% = \frac{15}{1000} = \frac{3}{200}; 83400 \text{ (người)} = \frac{417}{5000} \text{ (triệu người)}.$$

Gọi x (triệu người) là dân số tỉnh A năm ngoái, điều kiện $x \in \mathbb{N}, 0 < x < 6$.

Suy ra dân số tỉnh B năm ngoái là $6 - x$ (triệu người).

Năm nay, dân số của tỉnh A tăng 1,5% nên dân số của tỉnh A năm nay là $x + x \cdot \frac{3}{200}$ (triệu người).

Vì dân số tỉnh B tăng 1,2% nên dân số năm nay của tỉnh B là $(6 - x) + (6 - x) \cdot \frac{3}{250}$ (triệu người).

Do đó năm nay dân số hai tỉnh tăng thêm 83400 người nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} x + x \cdot \frac{3}{200} + (6 - x) + (6 - x) \cdot \frac{3}{250} &= 6 + \frac{417}{5000} \\ \Leftrightarrow x \left(1 + \frac{3}{200} - 1 - \frac{3}{250} \right) &= 6 + \frac{417}{5000} - 6 - 6 \cdot \frac{3}{250} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = 3,8 \text{ (TMDK).}$$

Vậy năm ngoái, tỉnh A có 3,8 triệu người và tỉnh B có 2,2 triệu người. □

Dạng 89. Bài toán liên quan đến tỉ số phần trăm

Ta sử dụng công thức $A = N.t$ với A là khối lượng công việc, N là năng suất và t là thời gian.

BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Một công xưởng sản xuất một lượng hàng, theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất được 380 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện, do cải tiến kĩ thuật mỗi ngày công xưởng sản xuất được 480 sản phẩm. Do đó, công xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày và còn vượt mức 20 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, công xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm? **ĐS:** 1900 sản phẩm

Lời giải.

Gọi x sản phẩm là số sản phẩm mà công xưởng phải sản xuất theo kế hoạch, điều kiện $x \in \mathbb{N}, x > 0$. Suy ra số sản phẩm mà công xưởng đã sản xuất được theo thực tế là $x + 20$ sản phẩm.

Theo kế hoạch, thời gian mà công xưởng hoàn thành sản xuất là $\frac{x}{380}$ (ngày).

Theo thực tế, thời gian mà công xưởng hoàn thành sản xuất là $\frac{x+20}{480}$ (ngày).

Do công xưởng hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{x}{380} - \frac{x+20}{480} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{x}{380} - \frac{x}{480} &= 1 + \frac{20}{480} \\ \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{380} - \frac{1}{480} \right) &= \frac{25}{24} \\ \Leftrightarrow x &= 1900 \text{ (TMDK).} \end{aligned}$$

Vậy theo kế hoạch, công xưởng phải sản xuất 1900 (sản phẩm). □

 **Ví dụ 2.** Một đội xe tải mỗi ngày theo kế hoạch phải chở 3 tấn hàng. Khi thực hiện, mỗi ngày đội chở thêm 0,5 tấn. Do đó, đội không chỉ hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày mà còn vượt mức 2 tấn hàng. Hỏi theo kế hoạch, đội phải chở được bao nhiêu tấn hàng? **ĐS:** 54 tấn hàng

Lời giải.

Gọi số tấn hàng đội phải chở theo kế hoạch là x (tấn, $x > 0$).

	Năng suất (tấn/ngày)	Thời gian (ngày)	Sản phẩm (tấn)
Kế hoạch	3	$\frac{x}{3}$	x
Thực tế	3,5	$\frac{x+2}{3,5}$	$x+2$

Vì thực tế đội hoàn thành trước 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{3} - \frac{x+2}{3,5} = 2$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{3,5} &= \frac{4}{7} + 2 \\ \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{7} \right) &= \frac{18}{7} \\ \Leftrightarrow x &= 54 \text{ (TMĐK)}. \end{aligned}$$

Vậy theo kế hoạch, đội xe tải phải chở 54 tấn hàng. □

Dạng 90. Bài toán liên quan đến công việc làm chung, làm riêng

Ta coi công việc là 1 đơn vị, biểu diễn khối lượng của mỗi đội theo cùng 1 đơn vị thời gian (ngày, giờ, ...).

Ví dụ: Một người hoàn thành công việc một mình trong x giờ thì mỗi giờ người đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Hai tổ công nhân cùng làm thì sau 4 giờ sẽ hoàn thành công việc. Nếu tổ I làm công việc trong 3 giờ rồi đi làm việc khác, tổ II làm tiếp công việc trong 1 giờ nữa thì sẽ hoàn thành được $\frac{7}{12}$ công việc. Tính thời gian mỗi tổ làm riêng để hoàn thành công việc.

ĐS: Tổ I mất 6 giờ, tổ II mất 12 giờ

Lời giải.

Gọi thời gian tổ I hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 4$).

Trong một giờ một mình tổ I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), tổ II một mình làm được $\frac{1}{4} - \frac{1}{x}$ (công việc).

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x} \right) &= \frac{7}{12} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{x} &= \frac{7}{12} - \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow x &= 6 \text{ (TMĐK)}. \end{aligned}$$

Vậy tổ I mất 6 giờ, tổ II mất 12 giờ để một mình hoàn thành công việc. □

 **Ví dụ 2.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 2 giờ 24 phút thì đầy bể. Mỗi giờ lượng nước vòi II chảy được gấp 1,5 lần lượng nước chảy của vòi I. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì đầy bể?

ĐS: Vòi I mất 6 giờ, vòi II mất 4 giờ

Lời giải.

Đổi 2 giờ 24 phút = $\frac{12}{5}$ (giờ).

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là x (giờ, $x > \frac{12}{5}$).

Suy ra mỗi giờ vòi I chảy được là $\frac{1}{x}$ (bể), vòi II chảy được $1,5 \cdot \frac{1}{x} = \frac{3}{2x}$ (bể).

Mỗi giờ cả hai vòi chảy được $\frac{5}{12}$ (bể). Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \left(1 + \frac{3}{2}\right) = \frac{5}{12} \Leftrightarrow x = 6 \text{ (TMDK)}.$$

Vậy vòi I mất 6 giờ, vòi II mất 4 giờ để một mình chảy đầy bể. □

Dạng 91. Bài toán liên quan đến tính tuổi

Ta vận dụng các dữ liệu của đề bài để lập phương trình với chú ý rằng sau mỗi năm thì tuổi của mỗi người tăng lên 1.

BÀI TẬP MẪU

 **Ví dụ 1.** Năm nay tuổi bố gấp 5 lần tuổi con. Biết sau 15 năm nữa tuổi bố chỉ gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi của hai bố con hiện nay.

ĐS: con 15 tuổi và bố 75 tuổi

Lời giải.

Gọi tuổi con hiện nay là x (tuổi), điều kiện $x \in \mathbb{N}, x > 0$.

Suy ra tuổi bố hiện nay là $5x$ (tuổi).

Tuổi con 15 năm sau là $x + 15$ (tuổi).

Tuổi bố 15 năm sau là $5x + 15$ (tuổi).

Vì sau 15 năm nữa, tuổi bố gấp 3 lần tuổi con nên ta có phương trình :

$$5x + 15 = 3(x + 15) \Leftrightarrow 2x = 30 \Leftrightarrow x = 15 \text{ (Thoả mãn điều kiện)}.$$

Vậy năm nay con 15 tuổi và bố 75 tuổi. □

 **Ví dụ 2.** Tổng số tuổi của hai anh em hiện nay là 24. Biết rằng cách đây 3 năm tuổi em bằng một nửa tuổi anh. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

ĐS: Em 9 tuổi và anh 15 tuổi

Lời giải.

Gọi tuổi em hiện nay là x (tuổi), điều kiện $x \in \mathbb{N}, < x < 24$.

Suy ra tuổi anh hiện nay là $(24 - x)$ (tuổi).

Tuổi em 3 năm trước là $(x - 3)$ (tuổi).

Tuổi anh 3 năm trước là $(21 - x)$ (tuổi).

Vì 3 năm trước đây tuổi em bằng một nửa tuổi anh nên ta có phương trình

$$2(x - 3) = 21 - x \Leftrightarrow 2x - 6 = 21 - x \Leftrightarrow x = 9 \text{ (TMDK)}.$$

Vậy hiện nay em 9 tuổi và anh 15 tuổi. □

3

Bài tập về nhà

 **Bài 1.** Cho một phân số có tử nhỏ hơn mẫu là 10, nếu tăng tử lên 3 đơn vị và giảm mẫu đi 4 đơn vị thì được một phân số bằng $\frac{4}{5}$. Tìm phân số đó.

ĐS: $\frac{9}{19}$

 Lời giải.

Gọi x là tử của phân số cần tìm (điều kiện $x \in \mathbb{N}$).

Suy ra mẫu của phân số cần tìm là $x + 10$.

Nếu tăng tử lên 3 đơn vị và giảm mẫu đi 4 đơn vị thì ta được phân số mới là $\frac{x+3}{x+6}$.

Vì phân số mới bằng $\frac{4}{5}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{x+3}{x+6} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x+15 = 4x+24 \Leftrightarrow x=9 \text{ (TMDK)}.$$

Vậy phân số ban đầu cần tìm là $\frac{9}{19}$. □

 **Bài 2.** Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 420 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai, tổ I sản xuất vượt mức 15%, tổ II vượt mức 10%. Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 473 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

ĐS: Tổ I sản xuất được 220 sản phẩm và tổ II sản xuất được 200 sản phẩm

 Lời giải.

$$\text{Đổi } 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}; 15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}.$$

Gọi x (sản phẩm) là số sản phẩm tổ I sản xuất được trong tháng đầu, điều kiện $x \in \mathbb{N}, 0 < x < 420$. Suy ra số sản phẩm tổ II sản xuất được trong tháng đầu là $420 - x$ (sản phẩm).

Sang tháng thứ hai, vì tổ I làm vượt mức 15% nên số sản phẩm của tổ I làm được là: $x + x \cdot \frac{3}{20}$ (sản phẩm).

Vì tổ II làm vượt mức 10% nên số sản phẩm của tổ II làm được là:

$$(420 - x) + (420 - x) \cdot \frac{1}{10} \text{ (sản phẩm)}$$

Do tháng thứ hai, cả hai tổ sản xuất được 473 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} x + x \cdot \frac{3}{20} + (420 - x) + (420 - x) \cdot \frac{1}{10} &= 473 \\ \Leftrightarrow x \left(1 + \frac{3}{20} - 1 - \frac{1}{10} \right) &= 473 - 420 - 420 \cdot \frac{1}{10} \\ \Leftrightarrow x &= 220 \text{ (TMDK)}. \end{aligned}$$

Vậy trong tháng đầu, tổ I sản xuất được 220 sản phẩm và tổ II sản xuất được 200 sản phẩm. □

 **Bài 3.** Một đội thợ mỏ theo kế hoạch cần khai thác 30 tấn than mỗi ngày. Do cải tiến kĩ thuật nên trên thực tế đội đã khai thác được 42 tấn mỗi ngày, do đó đội không những hoàn thành trước 12 tiếng mà còn làm vượt chỉ tiêu thêm 3 tấn nữa. Hỏi kế hoạch đội cần khai thác bao nhiêu tấn than?

ĐS: 60 tấn

 Lời giải.

$$\text{Đổi } 12 \text{ tiếng} = \frac{1}{2} \text{ ngày}.$$

Gọi số tấn than đội thợ mỏ cần khai thác theo kế hoạch là x (tấn, $x > 0$).

	Năng suất (tấn/ngày)	Thời gian (ngày)	Sản phẩm (tấn)
Kế hoạch	30	$\frac{x}{30}$	x
Thực tế	42	$\frac{x+3}{42}$	$x+3$

Vì thực tế đội thợ mỏ hoàn thành trước $\frac{1}{2}$ ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{x}{30} - \frac{x+3}{42} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{x}{30} - \frac{x+3}{42} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{42} \right) &= \frac{4}{7} \\ \Leftrightarrow x &= 60 \text{ (TMĐK)}. \end{aligned}$$

Vậy theo kế hoạch, đội xe thợ mỏ phải chở 60 tấn than. □

Bài 4. Hai người công nhân cùng làm một công việc trong 12 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ rồi và người thứ hai làm trong 8 giờ thì được $\frac{1}{3}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó trong mấy giờ thì xong?

ĐS: Tổ I mất 15 giờ, tổ II mất 60 giờ

Lời giải.

Gọi thời gian tổ I hoàn thành công việc là x (giờ, $x < 12$).

Trong một giờ một mình tổ I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), tổ II một mình làm được $\frac{1}{12} - \frac{1}{x}$ (công việc).

Theo đề bài ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} + 8 \cdot \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{x} \right) &= \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{-5}{x} &= \frac{1}{3} - \frac{8}{12} \\ \Leftrightarrow x &= 15 \text{ (TMĐK)}. \end{aligned}$$

Vậy tổ I mất 15 giờ, tổ II mất 60 giờ để một mình hoàn thành công việc. □

Bài 5. Tuổi mẹ hiện nay gấp 3 lần tuổi con. Biết sau 3 năm trước đây tuổi mẹ gấp $\frac{10}{3}$ lần tuổi con. Hỏi tuổi mẹ và tuổi con hiện nay là bao nhiêu?

ĐS: con 21 tuổi và mẹ 63 tuổi

Lời giải.

Gọi tuổi con hiện nay là x (tuổi), điều kiện $x \in \mathbb{N}, x > 3$.

Suy ra tuổi mẹ hiện nay là $3x$ (tuổi).

Tuổi con 3 năm trước là $x - 3$ (tuổi).

Tuổi mẹ 3 năm trước là $3x - 3$ (tuổi).

Vì 3 năm trước đây tuổi mẹ gấp $\frac{10}{3}$ lần tuổi con nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} 3x - 3 &= \frac{10}{3}(x - 3) \\ \Leftrightarrow \left(3 - \frac{10}{3} \right) x &= 3 - \frac{10}{3} \\ \Leftrightarrow x &= 21 \text{ (TMDK)}. \end{aligned}$$

Vậy năm nay mẹ 63 tuổi và con 21 tuổi. □