



BỘ ĐỀ TÍNH TÚY ÔN THI THPT QUỐC GIA 2017 MÔN TOÁN

GIA ĐÌNH LOVEBOOK



BỘ ĐỀ TÍNH TÚY ÔN THI THPT QUỐC GIA 2017



MÔN TOÁN

CÔNG ĐỒNG KIẾN THỨC - TỐI ƯU ÔN LUYỆN
(Theo hướng đổi mới 2017 - BGD)



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI







Chữ ký và lời chúc của tác giả hoặc thành viên Lovebook

Chúc bạn thành công

Thầy

Vũ Thị Ngọc Huyền



Blank lined area for writing a message or gift.

LOVEBOOK.VN



*Đời phải trải qua giông tố nhưng không được cúi đầu
trước giông tố!*

Đặng Thùy Trâm

*Hãy phấn đấu vươn lên không chỉ bằng khối óc mà bằng
cả con tim của mình nữa!*

Lương Văn Thùy

*LOVE&BOOK tin tưởng chắc chắn rằng em sẽ đỗ
đại học một cách tự hào và hãnh diện nhất!*

Bản quyền thuộc về Công Ty Cổ Phần Giáo Dục Trực Tuyến Việt Nam – VEDU Corp

Không phần nào trong xuất bản phẩm này được phép sao chép hay phát hành dưới bất kỳ hình thức hoặc phương tiện nào mà không có sự cho phép trước bằng văn bản của công ty.



VŨ THỊ NGỌC HUYỀN – NGUYỄN VĂN HƯỜNG – TRẦN BÙI XUÂN DỰ
TRẦN DUY QUÂN – TỔNG HUY HOÀNG
(Hiệu đính: *Thầy Nguyễn Trường Sơn – Thầy Châu Văn Điệp*)

BỘ ĐỀ TÍNH TỰ
ÔN THI THPT QUỐC GIA 2017
MÔN TOÁN

- ✓ Dành cho ôn thi THPT quốc gia 2017
- ✓ Dành cho học sinh lớp 10, 11 luyện tập
- ✓ Dùng làm tài liệu tham khảo giảng dạy cho các giáo viên.

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội

Điện thoại: Biên tập – Chế bản: (04) 39714896;

Quản lý xuất bản: (043) 9728806; Tổng biên tập: (04) 397 15011

Fax: (04) 39729436

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc – Tổng biên tập: TS. PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập: ĐẶNG PHƯƠNG ANH

Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN VIỆT NAM – VEDU CORP

Trình bày bìa: NGUYỄN SON TÙNG

Sửa bản in: LƯƠNG VĂN THÙY

Đôi tác liên kết xuất bản:

CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN VIỆT NAM – VEDU CORP

SÁCH LIÊN KẾT

BỘ ĐỀ TÍNH TUYỂN ÔN THI THPT QUỐC GIA MÔN TOÁN

Mã số: 2L – 1107 ĐH2016

In 1000 cuốn, khổ A4 tại Nhà máy In Bộ Tổng Tham Mưu – Bộ Quốc Phòng

Địa chỉ: Km 13, Ngọc Hồi, Thanh Trì, Hà Nội

Số xuất bản: 2919 – 2016/CXB, IPH/18- 347/ĐHQGHN, ngày 16/11/2016

Quyết định xuất bản số: 1119 LK - XHQĐ – NXBĐHQGHN, ngày 16/11/2016

In xong và nộp lưu chiểu năm 2016.



LỊCH SỬ HÌNH THÀNH CUỐN SÁCH

I- SƠ ĐỒ PHÁT TRIỂN CUỐN SÁCH



VŨ THỊ NGỌC HUYỀN – NGUYỄN VĂN HƯỜNG
TRẦN BUI XUÂN DUY – TÔNG HUY HOANG
TRẦN DUY QUÂN

II- GIỚI THIỆU CHI TIẾT THÀNH VIÊN

1. VŨ THỊ NGỌC HUYỀN

Sinh nhật: 24/05/1998

Học vấn: Sinh viên Đại học Sư Phạm Hà Nội 1

Quê quán: Thôn 7, Đông Sơn, Tam Điệp, Ninh Bình

Sở thích: Đọc sách toán, làm đẹp, ngắm sơn, nấu ăn, xem phim hoạt hình (nhất là Larva)

Câu nói yêu thích: Khi bạn buồn bạn hãy tô thêm sơn. Khi bạn vui bạn hãy mua thêm sơn.

Phương châm sống: Hãy luôn có trách nhiệm với việc mình làm, dù là việc nhỏ nhất.



2. NGUYỄN VĂN HƯỜNG

Sinh ngày: 21/02/1995

Quê quán: Từ kỳ - Hải Dương

Facebook: <https://www.facebook.com/mathkudo>

Học vấn:

- Cựu học sinh Chuyên Nguyễn Trãi – Hải Dương
- Giải nhì HSG quốc gia môn Toán 2013
- K58 KSTN Điều khiển tự động – Đại học Bách khoa Hà Nội
- Giải nhất Olympic Sinh viên môn Toán 2014

Sở thích: Ăn mì, đá bóng.

Câu nói yêu thích: Tò mò là tố chất của thành công nhưng mày mò mới là nhân tố của thành công.



3. TRẦN BUI XUÂN DUY

Sinh nhật: 02/02/1998

Quê quán: Thượng Kiệm, Kim Sơn, Ninh Bình

Sở thích: Toán, Tiếng Anh, Chụp ảnh

Học vấn: Kinh tế đối ngoại - ĐH Ngoại Thương Hà Nội

Facebook: <https://m.facebook.com/kuduksnb1>

Câu nói yêu thích: Con người ta đôi khi không đau khổ vì thất bại, nhưng chắc chắn sẽ đau khổ vì lẽ ra có thể thành công.

Phương châm sống: No pain, no gain.

Thành tích nổi bật:

- Thủ khoa ba khối A, A1, D1 kì thi THPT Quốc Gia cụm thi tỉnh Ninh Bình do đại học Mở - Địa chất chủ trì

- Huy chương đồng kì thi giải toán trên máy tính cầm tay Casio môn Toán THPT cấp quốc gia năm học 2015-2016

- Huy chương vàng kì thi ViOlympic giải toán qua Internet cấp quốc gia năm học 2014-2015



4. TÔNG HUY HOÀNG

Sinh nhật: 02/07/1998

Quê quán: Yên Lâm, Yên Mô, Ninh Bình

Sở thích: Tìm hiểu khoa học, xem phim viễn tưởng và làm toán

Học vấn (ngành học, trường học): Ban kỹ sư chất lượng cao
việt pháp – P.F.I.E.V – EGC, Trường đại học Xây dựng

Facebook: <https://www.facebook.com/hoangtoanlv>

Câu nói yêu thích: “Tôi không hoàn hảo nhưng tôi biết học hỏi”
– Cristiano Ronaldo

Phương châm sống: Luôn cố gắng, nỗ lực, học hỏi

Thành tích đặc biệt: Giải 3 toán cấp tỉnh lớp 12 tỉnh Ninh Bình



5. TRẦN DUY QUÂN

Sinh nhật: 24/02/1997

Quê quán: Vĩnh Long

Sở thích: cầu lông

Học vấn: Khoa Răng Hàm Mặt - Đại học Y Dược Tp. Hồ Chí Minh

Phương châm sống: Đừng giới hạn thách thức - Hãy thách thức giới hạn

Thành tích đặc biệt:

+ Điểm 10 môn Toán kì thi THPT Quốc Gia 2016

+ Giải nhất cuộc thi Thử làm tác giả Lovebook năm học 2015 – 2016

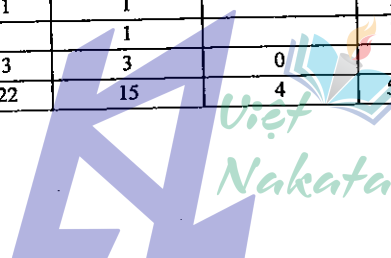
Facebook: <https://www.facebook.com/duyquan.tran.75>



LỜI MỞ ĐẦU

Vào ngày 05/10/2016, Bộ Giáo Dục đã chính thức công bố đề minh họa THPT quốc gia 2017. Khác với các năm trước, đề thi THPT quốc gia năm 2017 sẽ chuyển sang hình thức thi trắc nghiệm (gồm 50 câu) và đặc biệt chỉ tập trung ở chương trình lớp 12. Chính vì thế việc làm quen với sự thay đổi lớn này sớm rất quan trọng và cần thiết cho các em học sinh. Trước thực trạng này, đội ngũ thành viên Gia đình Lovebook đã cùng nhau biên soạn nên cuốn **“BỘ ĐỀ TÍNH TÚY ÔN THI THPT QUỐC GIA 2017”** để giúp các em học sinh tự tin hơn trong quá trình ôn luyện. Cuốn sách gồm 30 đề được biên soạn bám sát theo cấu trúc của BGD 2017. Các em và quý thầy cô tham khảo cấu trúc cụ thể:

Chủ đề	Nội dung	Mức độ nhận thức				Tổng
		Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng		
				Cấp độ thấp	Cấp độ cao	
Hàm số và đồ thị	Sự đồng biến, nghịch biến	1			1	2
	Cực trị của hàm số		2	1		3
	GTLN, GTNN		1	1		2
	Đường tiệm cận	1			1	2
	Đồ thị hàm số	1				1
	Sự tương giao		1			1
	Tổng	3	4	3	1	11
Mũ và logarit	PT logarit cơ bản	1				1
	BPT mũ, logarit		2			2
	Quy tắc tính toán		2	2		4
	Đạo hàm hàm số mũ, logarit		2			2
	Bài toán ứng dụng thực tế					1
	Tổng	1	6	2	1	10
Nguyên hàm – Tích phân	Nguyên hàm		1			1
	Tích phân		1	1		2
	Diện tích hình phẳng			1		1
	Thể tích khối tròn xoay			1		2
	Bài toán thực tế		1			1
	Tổng		3	3	0	7
	Tổng		3	3	0	7
Số phức	Các phép toán	1	2			3
	Biểu diễn số phức		1	1		2
	Phương trình trên C			1		1
	Tổng	1	3	2	0	6
Khối đa diện – mặt cầu, mặt trụ, mặt nón	Thể tích khối chóp		2			2
	Thể tích khối lăng trụ	1				1
	Khoảng cách		1			1
	Khối nón			1		1
	Khối trụ			1	1	2
	Khối cầu				1	1
	Tổng	1	3	2	2	8
	Tổng	1	3	2	2	8
Tọa độ trong không gian	Phương trình mặt phẳng	1	2	1		4
	Phương trình đường thẳng		1	1		2
	Phương trình mặt cầu	1		1		2
	Tổng	2	3	3	0	8
Tổng		9	22	15	4	50



Ngoài việc cung cấp lời giải chi tiết, tỉ mỉ cho từng bài tập trong sách, đội ngũ tác giả Lovebook còn thực hiện hệ thống video bài giảng hỗ trợ cách sử dụng sách hiệu quả qua đĩa DVD. Đặc biệt hơn, đội ngũ tác giả còn thường xuyên hỗ trợ giải đáp độc giả qua Group bí mật trên Facebook.

Đề có thể đạt được điểm cao trong kỳ thi THPT quốc gia thì ngoài việc giỏi chuyên môn ra, các em cũng rất cần phải vững vàng tâm lý khi làm bài. Vậy nên việc rèn luyện đề thi thử theo chuẩn cấu trúc của BGD ngay từ bây giờ là rất cấp thiết. Hơn nữa, trong kỳ thi THPT quốc gia 2017 có khá nhiều sự thay đổi lớn nên việc luyện đề sớm lại càng trở nên cấp bách hơn bao giờ hết.

Với nội dung và cấu trúc sách như trên, cuốn sách chắc chắn sẽ là cuốn cẩm nang vô cùng quý báu đối với các quý thầy cô và các em học sinh để ôn tập môn Toán đạt kết quả cao trong kì thi THPT Quốc gia sắp tới. Mặc dù các tác giả đã rất cố gắng trong quá trình biên soạn sách nhưng chắc chắn không thể tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong được bạn đọc, nhất là các quý thầy cô giáo, các em học sinh góp ý để sách được hoàn thiện hơn trong những lần tái bản sau.

Mọi ý kiến đóng góp của các bạn, các thầy cô xin vui lòng gửi về địa chỉ

- Hòm thư điện tử: lovebook.vn@gmail.com
- Diễn đàn chăm sóc sử dụng sách: vedu.vn/forums/

Đội ngũ tác giả xin chân thành cảm ơn!!!

Hà Nội, tháng 11 năm 2016

Thay mặt nhóm tác giả

VŨ THỊ NGỌC HUYỀN

Nhà sách giáo dục LOVEBOOK

101 Nguyễn Ngọc Nại, Hà Nội

Web: <http://www.lovebook.vn>

SĐT: 0466.860.849. Hotline: 0963.40.260

Mail: lovebook.vn@gmail.com

Facebook: <http://www.facebook.com/lovebook.vn>



LỜI CẢM ƠN

Để hoàn thiện cuốn sách “Bộ đề tỉnh tuyển THPT Quốc gia môn Toán”, bên cạnh những nỗ lực của bản thân, nhóm tác giả chúng tôi đã nhận được sự hỗ trợ rất lớn từ phía gia đình, bạn bè và các thầy cô. Đầu tiên, chúng tôi xin được gửi lời cảm ơn đặc biệt nhất tới hai người Thầy, hai người anh, cũng có thể là hai người bạn tri kỉ của Lovebook: Thầy **Nguyễn Trường Sơn** – Giáo viên chuyên Toán, trường THPT chuyên Lương Văn Tụy, Ninh Bình, Thầy **Châu Văn Điệp** – Giáo viên Toán, trường THPT Yên Mô A, Ninh Bình. Trong suốt quá trình biên soạn với vô vàn khó khăn và nhiều điều mới mẻ, hai Thầy đã luôn đồng hành cùng chúng tôi, giúp chúng tôi có được cách diễn đạt hay nhất, có được những bài toán chuẩn mực nhất. Tiếp theo, chúng tôi xin bày tỏ lòng tri ân sâu sắc đến thầy cô giáo tại các trường THPT, các trường Đại học mà nhóm tác giả đã và đang theo học. Họ là những người đã đặt nền tảng kiến thức cho chúng tôi phát triển. Đó là những nhà giáo mà chúng tôi luôn ngưỡng mộ và kính mến:

- Cô **Bùi Thị Mỹ Nhung** – Giáo viên Toán. Trường THCS cấp 2 Đông Sơn, Tam Điệp, tỉnh Ninh Bình

- Cô **Phạm Thị Hòa**, tổ trưởng tổ Toán – Tin, giáo viên Toán, trường THPT Nguyễn Huệ, TP Tam Điệp, tỉnh Ninh Bình

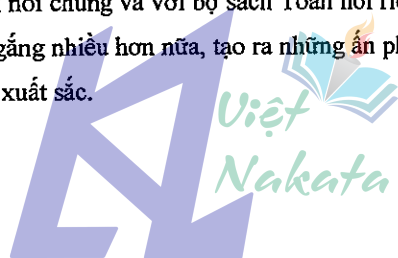
- Thầy **Đinh Cao Thượng**, tổ trưởng tổ Toán – Tin, giáo viên Toán trường THPT Kim Sơn A

- Cô **Nguyễn Thị Bích Ngọc** – Giáo viên Toán, trường THPT chuyên Lương Văn Tụy, Ninh Bình.

Để có được cuốn sách tuyệt vời này, chúng tôi không thể không nhắc tới 2 em học sinh rất nhiệt tình và tài năng. Đó là **Nguyễn Đức Giang** (<https://www.facebook.com/giangbeo2909>) Lớp 12 A1, trường THPT Chu Văn An, tỉnh Yên Bái – Lớp và bạn **Hồng Ánh** (<https://www.facebook.com/anh.sury>) – cựu Lê Viết Thuật, TP Vinh, tỉnh Nghệ An. Mặc dù rất bận bịu với công việc học tập ở trường nhưng hai bạn vẫn dành cho chúng tôi những sự giúp đỡ nhiệt tình nhất và tâm huyết nhất. Những đêm thức trắng cùng chúng tôi, những ngày cuối tuần không có lúc ngơi đầu óc sẽ là những kỷ niệm mà chúng tôi mãi không bao giờ quên. Với tuổi trẻ và tinh thần làm việc tuyệt vời này, chúng tôi tin hai bạn sẽ luôn thành công trong cuộc sống.

Tiếp theo, chúng tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới anh **Lương Văn Thuý** - Giám đốc công ty VEDU – Sáng lập nhà sách LOVEBOOK - một người anh lớn đã luôn sát cánh, giúp đỡ nhiệt tình không chỉ với riêng các tác giả sách Toán mà còn với các tác giả khác của đại gia đình LOVEBOOK – nhóm tập hợp những sinh viên đạt kết quả cao trong các kỳ thi Học sinh giỏi Quốc gia, kỳ thi Đại học.

Cuối cùng, nhóm tác giả xin được gửi lời cảm ơn tới toàn thể các em học sinh - những độc giả thân yêu đã đồng hành cùng với các ấn phẩm của Lovebook nói chung và với bộ sách Toán nói riêng. Các em chính là nguồn động lực giúp các anh chị có thể cố gắng nhiều hơn nữa, tạo ra những ấn phẩm hoàn thiện hơn nữa để giúp các em “vượt vũ môn” một cách xuất sắc.



HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

Để sử dụng sách một cách hiệu quả, mỗi người sẽ đưa ra một cách học cho riêng mình. Chúng tôi xin đề xuất một số cách sử dụng như sau:

- Thứ nhất, cuốn sách có thể là một cuốn luyện đề cho các em học sinh. Các em triển khai làm từng đề theo thứ tự của cuốn sách. Đối với những đề đầu tiên, các em nên xem kĩ về đáp án, đánh dấu những chỗ mình hay sai, dạng bài mình hay mắc lỗi để lần sau tránh mắc phải lỗi đối với dạng bài như vậy. Khi đã làm quen với đề, các em có thể bấm giờ và thực hiện làm bài thi như kì thi thật của các em. Để phân chia thời gian hợp lí, các em chia theo khung điểm của từng câu hỏi.

Các em sau khi hoàn thành có thể xem đáp án ở phần sau để tự chấm điểm cho mình, hoặc trao đổi cùng bạn bè của mình, thầy cô để xem kết quả thực sự của bài thi. Các em không nên nản chí nếu những bài đầu tiên mình bị điểm thấp, trái lại, các em cần nỗ lực hết mình để cải thiện kết quả vì đây mới chỉ là những đề thi thử chứ chưa phải là kết quả chính thức nếu các em vẫn còn nỗ lực.

- Thứ hai, đối với các em học sinh muốn cải thiện đối với từng dạng bài cụ thể thì các em có thể luyện đề theo từng dạng câu. Thay vì làm một đề trọn vẹn, các em tập trung luyện tập nhiều lần ở một dạng câu hỏi. Việc luyện tập nhiều ở một dạng này sẽ giúp các em quen thuộc hơn với cách làm và dễ dàng đạt điểm tối đa hơn đối với dạng bài đó. Do đó, các em có thể tập trung nhiều hơn vào dạng đề này. Sau khi luyện nhiều về dạng bài này và thấy kiến thức của mình đã đảm bảo tương đối, các em có thể chuyển sang dạng tiếp theo. Tuy nhiên, các em vẫn phải hướng đến việc làm toàn bộ đề thi một lúc để đảm bảo về mặt thời gian.

- Thứ ba, thầy cô giáo và các em học sinh có thể sử dụng sách như một tư liệu tham khảo về đề bài và cách làm bài. Đối với những bài làm yêu cầu tư duy cao, hoặc phần chứa đề có những ý hay, độc đáo, các em nên đánh dấu một cách nổi bật vào cuốn sách để xem lại hoặc các em có thể có cuốn sổ tay, tập hợp những kiến thức hay, bổ ích cũng như những sai lầm mà các em mắc phải trong quá trình làm bài để rút kinh nghiệm.

- Thứ tư, hãy luôn tương tác với tác giả khi cần. Mong các em và quý độc giả nói chung thường xuyên trao đổi với đội ngũ tác giả Lovebook để cuốn sách có thể giúp ích mọi người được nhiều nhất. Ý nghĩa công việc viết sách thêm lan tỏa.



MỤC LỤC

Đề số 1.....	13
Đề số 2.....	31
Đề số 3.....	48
Đề số 4.....	64
Đề số 5.....	79
Đề số 6.....	96
Đề số 7.....	114
Đề số 8.....	129
Đề số 9.....	148
Đề số 10.....	163
Đề số 11	178
Đề số 12	191
Đề số 13	203
Đề số 14	216
Đề số 15	228
Đề số 16	244
Đề số 17	257
Đề số 18	269
Đề số 19	281
Đề số 20.....	293
Đề số 21	307
Đề số 22	321
Đề số 23	335
Đề số 24	351
Đề số 25	364
Đề số 26	376
Đề số 27	386
Đề số 28	399
Đề số 29	411
Đề số 30.....	418



TỪ BỎ LÀ ĐÁNH MẤT HẠNH PHÚC

Hãy biết nỗ lực cho đến giây phút cuối cùng, cho đến thời điểm kết quả ngã ngũ, để không tiếc nuối và dằn vặt vì hai từ “giá như”.

Chúng ta đã bao nhiêu lần bỏ qua cơ hội được đón nhận hạnh phúc cho mình? Là những lần dễ dàng buông tay đánh rơi những cơ hội khác nhau, là những lần mặc nhiên cắt đứt tất cả cội rễ tình cảm để cố kiếm tìm những cái khác xa xôi hơn?

Mỗi một lần từ bỏ, là một lần đánh mất cơ hội để hạnh phúc. Bởi vì may mắn vốn chỉ là một vài lần ghé qua. Khi còn trẻ, người ta dễ dàng từ bỏ cơ hội để được hạnh phúc, vì người ta nghĩ rằng, sẽ có những thứ hạnh phúc khác tìm đến. Thế nhưng, người ta không biết rằng, hạnh phúc thật sự chỉ đến một lần trong đời mà thôi. Tức là, nếu không nắm lấy thì sẽ mất vĩnh viễn, nếu không trân trọng thì sẽ chẳng có lần sau.

Cuộc đời có bao nhiêu thời gian để phung phí, cũng như cơ hội đến bao nhiêu lần để mà đứng nhìn nó lướt qua? Từ bỏ hay khước từ, cũng chính là một cách thức nhận thua quá sớm, khi trở thành kẻ hèn nhát mỗi khi gặp thử thách đón đường. Thế nên, khi tình yêu đến thì hãy nắm lấy thật chặt, khi cơ may đến thì hãy biết tận dụng, có điều kiện thì hãy phấn đấu hết mình cho những mục tiêu, khi còn có thể thì đừng buông bỏ bất cứ thứ gì, kể cả ước mơ thời thơ bé. Nếu bạn chưa cố gắng hết mình mà từ bỏ, nếu bạn chưa thử nín kéo mà từ bỏ, nếu bạn vì ngần ngại chần chừ mà từ bỏ, có thể, bạn đã bỏ qua hạnh phúc lớn lao nhất của cuộc đời mình.

Không từ bỏ không phải là cố chấp giằng co, không từ bỏ chính là việc bạn thử cố gắng để giữ lại những thứ thuộc về mình, hoặc những thứ nên thuộc về mình, chứ không phải cố ngoái lại những gì đã chẳng phải là của mình nữa.

Không từ bỏ có nghĩa là, bạn đem tất cả khả năng và nỗ lực của bản thân ra đánh cược, để rồi kể cả có thua cuộc cũng không hối hận vì buông tay quá sớm, cũng không tiếc nuối vì đã cố gắng hết mình.

Nhiều trong chúng ta đều cho rằng, cuộc đời dài đằng đẵng, rồi sẽ có rất nhiều cơ hội sẽ dẫn đến phía sau lưng, thế nên chỉ đợi chờ mà không gặt gao nắm lấy từng mảnh vỡ nhỏ nhặt để ghép thành cuộc sống cho riêng mình.

Nhưng, những gì đã đi qua, còn có thể lấy lại lần nữa hay sao?

Hãy biết nâng niu những thứ đến gần với cuộc sống của bạn, hãy biết trân trọng từng chút một những thứ hạnh phúc bé nhỏ thuộc về mình, rồi sẽ có ngày, bạn sẽ nhận thấy mình sáng suốt biết bao, vì đã không từ bỏ.

Hãy biết nỗ lực cho đến giây phút cuối cùng, cho đến thời điểm kết quả ngã ngũ, để không tiếc nuối và dằn vặt vì hai từ “giá như”.

Những người hay nói “giá như”, là những người thường từ bỏ dễ dàng, là những người bỏ qua quá nhiều cơ hội để hạnh phúc, là những người sẽ ôm sự nuối tiếc đến mãi về sau.

Vậy nên cho dù thế nào cũng đừng từ bỏ điều gì quá dễ dàng, bởi vì chỉ cần một lần vô tâm mà nói lung tay, hạnh phúc có thể sẽ theo những thứ trượt ra khỏi cuộc sống của bạn khi ấy, và bay mất, không trở về.

Các bạn à, thế nên, đừng nghĩ đến việc từ bỏ cái gì quá sớm, bởi vì biết đâu đấy, chỉ cần kiên nhẫn một chút, bạn sẽ giữ được hạnh phúc cả đời của mình.



Đề số 1

Câu 1: Kết luận nào sau đây là không đúng về đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) ?

A. Đồ thị hàm số bậc ba luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm.

B. Đồ thị hàm số bậc ba nhận điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ làm tâm đối xứng.

C. Nếu phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thì đồ thị hàm số bậc ba có 1 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

D. Đồ thị hàm số bậc ba không có điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.

Câu 2: Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ đồng biến trên:

A. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

B. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

C. đồng biến với mọi x

D. $(-1; 1)$

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ như hình vẽ bên. Từ

đồ thị suy ra được số nghiệm của phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = m$ với

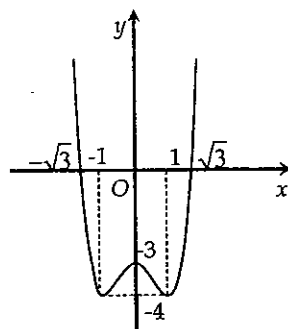
$m \in (3; 4)$ là:

A. 3

B. 2

C. 4

D. 6



Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x+3}$ (C). Tìm tất cả các điểm trên đồ thị hàm số (C) có tổng khoảng cách đến 2 đường tiệm cận là nhỏ nhất.

A. $\begin{cases} M(-1; 0) \\ M(-2; 1) \end{cases}$

B. $\begin{cases} M(-1; 0) \\ M(1; \frac{2}{5}) \end{cases}$

C. $M(-1; 0)$

D. $M(-2; 1)$

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) thì phương trình của đồ thị hàm số (C') đối xứng với (C) qua gốc tọa độ O là?

A. $y = \frac{x-2}{x+1}$

B. $y = \frac{2-x}{x+1}$

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$

D. $y = \frac{x-1}{x+2}$

Câu 6: Biết đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$ thì b và c thỏa mãn điều kiện nào?

A. $b \geq 0$ và $c = -1$

B. $b < 0$ và $c = -1$

C. $b \geq 0$ và $c > 0$

D. $b > 0$ và c tùy ý.

Câu 7: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = x + m$ đi qua trung điểm của đoạn nối 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 8: Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ trên tập xác định. Khi đó $M - m$ bằng?

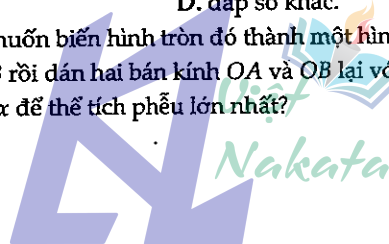
A. 1

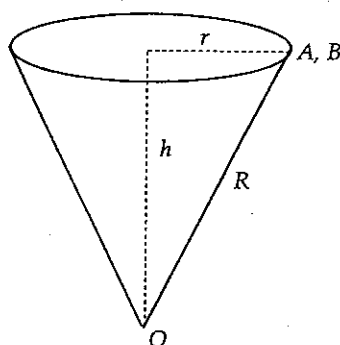
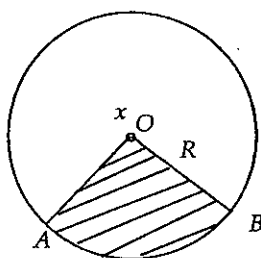
B. 2

C. 3

D. đáp số khác.

Câu 9: Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?





A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 10: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt:

A. đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm.

B. đường thẳng $y = -4$ tại hai điểm.

C. đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ tại ba điểm.

D. trục hoành tại một điểm.

Câu 11: Tìm số mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau:

(1) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực đại của hàm số.

(2) Giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) của hàm số còn được gọi là cực đại (cực tiểu) và được gọi chung là cực trị của hàm số.

(3) Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc 3, nếu hàm số có cực trị thì đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

(4) Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc 3, nếu đồ thị hàm số cắt trục Ox tại duy nhất một điểm thì hàm số không có giá trị cực trị.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 12: Giải phương trình $\log_x(x^2 + 3x + 5) = 2$ ($x \neq 1$)

A. $x = \frac{5}{3}$

B. phương trình VN.

C. $x = \frac{-3}{5}$

D. $x = \frac{-5}{3}$

Câu 13: Giá trị của $\log_a a$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng:

A. 3

B. $\frac{1}{3}$

C. -3

D. $-\frac{1}{3}$

Câu 14: Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông, trong đó $(c-b) \neq 1$ và $(c+b) \neq 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$

B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$

C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = (\log_{c+b} a) \cdot (\log_{c-b} a)$

D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -(\log_{c+b} a) \cdot (\log_{c-b} a)$

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$ là

A. $\left[3; \frac{10}{3}\right)$

B. $\left[3; \frac{10}{3}\right]$

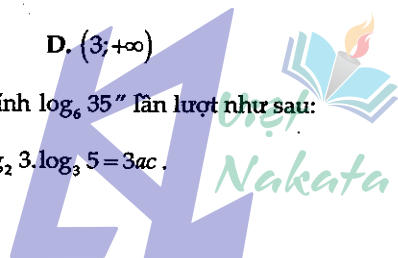
C. $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$

D. $(3; +\infty)$

Câu 16: Một học sinh giải bài toán: " Biết $\log_7 5 = a; \log_8 7 = b; \log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ " lần lượt như sau:

I. Ta có $a = \log_7 5 = \log_3 5 = \frac{1}{3} \log_3 5$. Suy ra $\log_3 5 = 3a$ nên $\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = 3ac$.

II. Tương tự, $b = \log_8 7 = \log_2 7 = \frac{1}{3} \log_2 7 \Rightarrow \log_2 7 = 3b$.



III. Từ đó:

$$\log_6 35 = \log_6 2 \cdot \log_2 (5.7) = \frac{1}{\log_2 6} (\log_2 5 + \log_2 7) = \frac{3ac + 3b}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{3ac + 3b}{1 + c}$$

Kết luận nào sau đây là đúng

A. Lời giải trên sai từ giai đoạn I.

B. Lời giải trên sai từ giai đoạn II.

C. Lời giải trên sai từ giai đoạn III.

D. Lời giải trên đúng.

Câu 17: Tìm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

A. $f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$

B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

C. $f'(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$

D. $f'(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{2(x + \sqrt{x^2 + 1})}$

Câu 18: Gọi $T = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x}}$, với a, b, c, d, x thích hợp để biểu thức có nghĩa. Đẳng thức

nào sau đây là sai?

A. $T = \log_{abcd} x$

B. $T = \log_x abcd$

C. $T = \frac{1}{\log_x abcd}$

D. $T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$

Câu 19: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2 - 7x + 5} = 1$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 20: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\log x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

B. $\log_3 x \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$

C. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$

D. $\log_{\frac{1}{3}} a = \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a = b > 0$

Câu 21: Biết thể tích khí CO_2 trên thế giới năm 1998 là $V(m^3)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $m\%$ so với năm liền trước, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$ so với năm liền trước. Tính thể tích CO_2 năm 2016?

A. $V_{2016} = V \cdot \frac{((100+m)(100+n))^{10}}{10^{20}} (m^3)$

B. $V_{2016} = V \cdot \frac{(100+m)^{10} \cdot (100+n)^8}{10^{36}} (m^3)$

C. $V_{2016} = V + V \cdot (1+m+n)^{18} (m^3)$

D. $V_{2016} = V \cdot (1+m+n)^{18} (m^3)$

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số sau: $y = \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2}$

A. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$

B. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$

C. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x + \ln|x| + C$

D. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x - \frac{1}{x} + C$

Câu 23: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây.

Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và a, b là tham số.

Ban đầu bể không có nước.

Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150 m^3$.

Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100 m^3$.

Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.



A. $8400 m^3$

B. $2200 m^3$

C. $600 m^3$

D. $4200 m^3$

Câu 24: Mệnh đề nào là sai trong các mệnh đề sau:

A. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_1^0 (x^2 - x^3) dx$

B. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_0^2 (x^3 - x^2) dx + \int_2^1 (x^3 - x^2) dx$

C. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_0^2 (x^3 - x^2) dx - \int_2^1 (x^3 - x^2) dx$

D. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 x^2 dx$

Câu 25: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{8 + \cos x} dx$. Đặt $u = 8 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây là đúng?

A. $I = 2 \int_8^9 \sqrt{u} du$

B. $I = \frac{1}{2} \int_9^8 \sqrt{u} du$

C. $I = \int_9^8 \sqrt{u} du$

D. $I = \int_8^9 \sqrt{u} du$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, trục tung và tiếp tuyến tại điểm có tọa độ thỏa mãn $y'' = 0$ được tính bằng công thức nào sau đây

A. $\int_0^2 (-x^3 + 6x^2 - 12x + 8) dx$

B. $\int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) dx$

C. $\int_0^3 (-x^3 + 6x^2 - 10x + 5) dx$

D. $\int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 10x - 5) dx$

Câu 27: Thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$; $x=0$; $y=0$ khi quay quanh trục Ox không được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $\pi \int_0^1 (1-x^2)^2 dx$

B. $\pi \int_0^1 (1-x^2) dx$

C. $\pi \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$

D. $\frac{2\pi}{3}$

Câu 28: Tìm phần thực, phần ảo của số phức sau: $z = \frac{3-i}{1+i} + \frac{2+i}{i}$

A. phần thực: $a=2$; phần ảo $b=-4i$

B. phần thực: $a=2$; phần ảo $b=-4$

C. phần thực: $a=2$; phần ảo $b=4i$

D. phần thực: $a=2$; phần ảo $b=4$.

Câu 29: Cho $a, b \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sai trong những mệnh đề sau:

A. Hiệu của một số phức và số phức liên hợp của nó là một số thuần ảo.

B. Tích của một số phức và số phức liên hợp của nó là một số ảo.

C. Điểm $M(a, b)$ trong một hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$.

D. Mô đun của số phức $z = a + bi$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 30: Xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $\frac{1}{z}$ là số thuần ảo.

A. trục hoành

B. trục tung

C. trục tung bỏ điểm O.

D. trục hoành bỏ điểm O.

Câu 31: Giải phương trình sau $z^2 + 2iz + 15 = 0$. Khi đó tập nghiệm S của phương trình là:

A. $S = \{1+3i; 2-5i\}$

B. $S = \{-3i; 5i\}$

C. $S = \{3; -5i\}$

D. $S = \{2+3i; 1-5i\}$

Câu 32: Xác định tập hợp các điểm trong hệ tọa độ vuông góc biểu diễn số phức $z = x + iy$; ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $|z| = 2$

A. Đường tròn $x^2 + y^2 = 4$

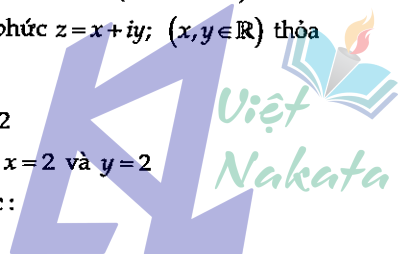
B. Đường thẳng $y = 2$

C. Đường thẳng $x = 2$

D. Hai đường thẳng $x = 2$ và $y = 2$

Câu 33: Cho các điểm A, B, C và A', B', C' theo thứ tự biểu diễn các số phức:

$1-i; 2+3i; 3+i$ và $3i; 3-2i; 3+2i$



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng.
- B. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.
- C. Trung điểm M của AB đối xứng với trung điểm N của $A'B'$ qua gốc tọa độ.
- D. Độ dài cạnh BC bằng độ dài cạnh $A'B'$.

Câu 34: Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$; $z_2 = 5 + 6i$. Tính $A = z_1 z_2 + 5z_1 + 6z_2$

- A. $A = 48 + 74i$
- B. $A = 18 + 54i$
- C. $A = -42 - 18i$
- D. $42 + 18i$

Câu 35: Mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của bao nhiêu cạnh?

- A. 3
- B. 5
- C. 8
- D. 4

Câu 36: Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

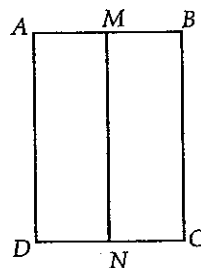
- A. $V = 6V_1$
- B. $V = 4V_1$
- C. $V = 3V_1$
- D. $V = 2V_1$

Câu 37: Cho mặt phẳng (P) chứa hình vuông $ABCD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại A , lấy điểm M . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại C lấy điểm N (N cùng phía với M so với mặt phẳng (P)). Gọi I là trung điểm của MN . Thể tích của tứ diện $MNBD$ luôn có thể tính được bằng công thức nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{IBD}$
- B. $V = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{BDN}$
- C. $V = \frac{1}{3} \cdot BD \cdot S_{BMN}$
- D. $V = \frac{1}{3} \cdot BD \cdot S_{MBD}$

Câu 38: Cho hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính thể tích hình trụ thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN . Biết $AB = a$; $BC = b$

- A. $V = \frac{a^2 b}{4} \pi$ đvtt
- B. $V = a^2 b \pi$ đvtt
- C. $V = \frac{a^2 b}{12} \pi$ đvtt
- D. $V = \frac{a^2 b}{3} \pi$ đvtt



Câu 39: Cho mặt cầu tâm O , bán kính $R = 13$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu sao cho giao tuyến là đường tròn đi qua ba điểm A, B, C mà $AB = 6$; $BC = 8$; $CA = 10$. Tính khoảng cách từ O đến (P) .

- A. 10
- B. 12
- C. 13
- D. 11

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD = 2a$, $AB = a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.AMD$.

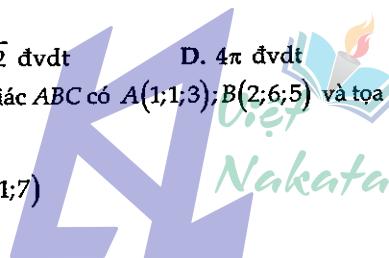
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$
- B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$
- C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$
- D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 41: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng 2. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $2\pi\sqrt{2}$ đvdt
- B. 2π đvdt
- C. $4\pi\sqrt{2}$ đvdt
- D. 4π đvdt

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;3)$; $B(2;6;5)$ và tọa độ trọng tâm $G(-1;2;5)$. Tìm tọa độ điểm C .

- A. $C(-6;-1;7)$
- B. $C(6;1;7)$



C. $C\left(\frac{-10}{3}; \frac{19}{3}; \frac{19}{3}\right)$

D. $C\left(\frac{10}{3}; \frac{19}{3}; \frac{19}{3}\right)$

Câu 43: Cho điểm $I(1;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng

$(P): x+y+2z+3=0$ với thiết diện là hình tròn có đường kính bằng 2.

A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$

B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 24$

C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 23$

Câu 44: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và song song với mặt phẳng

$(\beta): 2x-3y+z+5=0$

A. $(\alpha): 2x-3y+z+11=0$

B. $(\alpha): 4x-6y+2z-22=0$

C. $(\alpha): -2x+3y+z-11=0$

D. $(\alpha): 4x-6y+2z+22=0$

Câu 45: Cho mặt phẳng (α) có phương trình $3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng d có phương trình

$\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Viết phương trình mặt

phẳng (β) đi qua M và vuông góc với đường thẳng D .

A. $(\beta): 4x+3y+z+2=0$

B. $(\beta): -4x+3y+z+2=0$

C. $(\beta): 4x-3y+z-2=0$

D. $(\beta): 4x+3y+z-2=0$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ, cho 4 điểm $A(-2;6;3), B(1;0;6), C(0;2;1), D(1;4;0)$. Tính chiều cao AH của tứ diện $ABCD$.

A. $d = \frac{36}{\sqrt{76}}$

B. $d = \frac{24}{\sqrt{29}}$

C. $d = \frac{36}{\sqrt{29}}$

D. $d = \frac{29}{24}$

Câu 47: Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng:

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ và $d': \begin{cases} x=2-2t' \\ y=-2+t' \\ z=1+3t' \end{cases}$

A. Chéo nhau.

B. Trùng nhau.

C. Song song.

D. Cắt nhau.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;3); B(2;3;5); C(-1;2;6)$. Xác định điểm

M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

A. $M(7;3;1)$

B. $M(-7;-3;-1)$

C. $M(7;-3;1)$

D. $M(7;-3;-1)$

Câu 49: Cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 5 = 0$ và mặt phẳng

$(P): 3x - 2y + 6z + m = 0$. (S) và (P) giao nhau khi:

A. $m > 9$ hoặc $m < -5$

B. $-5 \leq m \leq 9$

C. $2 \leq m \leq 3$

D. $m > 3$ hoặc $m < 2$

Câu 50: Tìm m để phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m-1)x + 2(2m-3)y + 2(2m+1)z + 11 - m = 0$

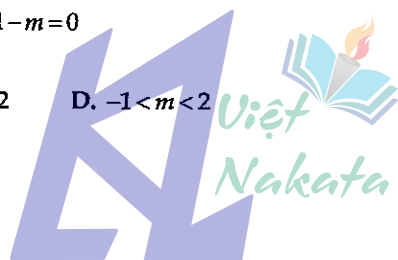
là phương trình một mặt cầu.

A. $m < 0$ hoặc $m > 1$

B. $0 < m < 1$

C. $m < -1$ hoặc $m > 2$

D. $-1 < m < 2$



ĐÁP ÁN

1D	2A	3D	4A	5B	6A	7A	8A	9A	10C
11B	12B	13B	14A	15B	16D	17B	18B	19C	20C
21B	22A	23A	24C	25D	26A	27A	28B	29B	30C
31B	32A	33B	34A	35D	36A	37A	38A	39B	40C
41A	42A	43A	44B	45A	46B	47D	48A	49B	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D.

Phân tích:

Đây là một câu hỏi lý thuyết đòi hỏi quý độc giả cần nắm vững các kiến thức về hàm số bậc ba. Vì đề bài là tìm mệnh đề không đúng nên chúng ta phải phân tích từng mệnh đề một để khẳng định xem nó đúng hay sai.

Mệnh đề A: Như đã phân tích ở đề số 1 của sách thì ở trang 35 sách giáo khoa Giải tích cơ bản 12 có bảng vẽ các dạng đồ thị của hàm số bậc 3. Nếu đã làm đề số 1, hẳn quý độc giả đã nắm gọn các dạng đồ thị của hàm số bậc 3 trong đầu. Và có thể kết luận rằng đây là mệnh đề đúng. Từ bảng đồ thị ta cũng suy ra câu C là mệnh đề đúng.

Mệnh đề B: Đây là mệnh đề đúng. (Hoặc nếu bạn chưa chắc, trong quá trình làm, bạn đọc có thể để lại mệnh đề đó và xét mệnh đề tiếp theo).

Mệnh đề D: Đây là mệnh đề sai, vì sao lại như vậy. Ta thấy nếu phương trình $y' = 0$ vô nghiệm thì đồ thị hàm số bậc ba đúng là không có điểm cực trị, nhưng đó có phải là toàn bộ trường hợp có thể xảy ra hay không? Không, vì nếu phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép thì đồ thị hàm số bậc ba cũng không có điểm cực trị. (Như bảng trang 35 SGK).

Câu 2: Đáp án A.

Phân tích: Để biết hàm số đồng biến, nghịch biến trên khoảng nào ta thường xét dấu của đạo hàm để kết luận.

Với dạng này ta có 2 cách xử lý như sau:

Cách 1: Cách giải toán thông thường: Vì đây là hàm đa thức có bậc từ lớn hơn bậc mẫu, nên để tìm đạo hàm một cách nhanh chóng, quý độc giả

nên chia đa thức tử số cho đa thức mẫu số như sau:

Điều kiện: $x \neq -1$

$$y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} = x + \frac{2x + 1}{x + 1}$$

$$\text{Khi đó } y' = 1 + \frac{2 \cdot 1 - 1 \cdot 1}{(x + 1)^2} = 1 + \frac{1}{(x + 1)^2} > 0 \forall x \neq -1$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

Cách 2: Dùng máy tính Casio.

Nhìn vào cách 1 ta thấy cách làm này khá nhanh, nhưng trong phòng thi nhiều khi các bạn có thể bị rối trong cách đạo hàm, ... Vì thế ở đây tôi xin giới thiệu với quý độc giả một cách làm nữa sử dụng máy tính như sau: Do sau khi đạo

$$\text{hàm thì } y' \text{ có dạng } y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x + 1)^2}$$

Nhập vào máy tính:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} \right) \Big|_{x=100} \cdot 101^2 \cdot \Delta n = (\text{Lý giải vì}$$

sao lại nhân với 101^2 : là do ta đã gán cho

$$x = 100 \text{ nên } (x + 1)^2 = 101^2. \text{ Mục đích của ta là}$$

đi tìm biểu thức tử số của đạo hàm nên ta có tử số đạo hàm $= y' \cdot (x + 1)^2$

Khi đó máy hiện kết quả

$$10202 = 10202 = x^2 + 2x + 2.$$

$$\Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x+1)^2} = 1 + \frac{1}{(x+1)^2}.$$

Quay lại như cách 1.

Chú ý: Nhiều độc giả không nhớ rõ lý thuyết nên bối rối giữa ý A và B. Nhưng hãy nhớ kĩ trong chương trình 12 chúng ta chỉ học đồng biến, nghịch biến trong một khoảng, một đoạn (nửa khoảng, nửa đoạn) mà không có trên một tập giá trị nhé.

Câu 3: Đáp án D.

Phân tích:

Số nghiệm của phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = m$ là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số

$$\begin{cases} y = h(x) = |f(x)| \quad (C) \\ y = m \quad (d) \end{cases}, \text{ với } y = m \text{ là đường thẳng}$$

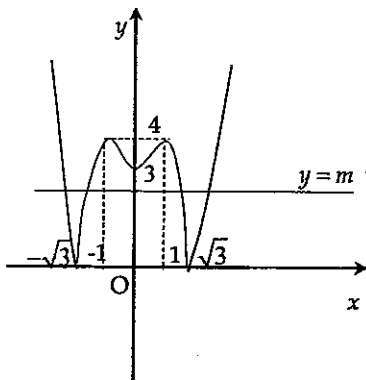
cùng phương với trục Ox.

Khi học tự luận đây chính là bài toán suy diễn

đồ thị quen thuộc. Vì hàm $h(x) = |f(x)|$ có

$h(x) = h(-x)$ nên $h(x)$ là hàm chẵn có đồ thị

đối xứng qua Oy. Cách suy diễn: Giữ nguyên phần đồ thị hàm số phía trên trục Ox, lấy đối xứng phần đồ thị dưới trục Ox qua Ox. Khi đó ta có đồ thị như sau:



Nhìn vào đồ thị ta thấy với $m \in (3; 4)$ thì d cắt (C) tại 6 điểm phân biệt. Vậy với $m \in (3; 4)$ thì phương trình có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 4: Đáp án A

Phân tích:

Đề bài chỉ cho ta dữ kiện về hàm số, từ đó ta phải đi tìm 2 tiệm cận của đồ thị hàm số. Như ở đề số 2 của sách, tôi đã chỉ cho quý độc giả cách tìm nhanh tiệm cận khi đề cho hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất rồi.

$$\text{Điều kiện: } x \neq -\frac{3}{2}$$

$$\text{TCN: } y = \frac{1}{2} (d_1); \text{ TCD: } x = -\frac{3}{2} (d_2).$$

Gọi $M(x_0; \frac{x_0 + 1}{2x_0 + 3})$ là điểm nằm trên đồ thị

(C). Khi đó

$$d(M; d_1) = \frac{|0 \cdot x_0 + \frac{x_0 + 1}{2x_0 + 3} - \frac{1}{2}|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{|-1|}{|4x_0 + 6|} = d_1$$

$$d(M; d_2) = \frac{|\frac{x_0 + 1}{2x_0 + 3}|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{|2x_0 + 3|}{2} = d_2$$

$$\text{Ta có } d_1 + d_2 = \frac{|2x_0 + 3|}{2} + \frac{1}{2|2x_0 + 3|}$$

Đến đây ta có thể nghĩ ngay đến BĐT quen thuộc, BĐT Cauchy.

Áp dụng BĐT Cauchy ta có

$$\frac{|2x_0 + 3|}{2} + \frac{1}{2|2x_0 + 3|} \geq 2\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 1$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{|2x_0 + 3|}{2} = \frac{1}{2|2x_0 + 3|}$$

$$\Leftrightarrow (2x_0 + 3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow M(-1; 0) \\ x = -2 \Rightarrow M(-2; 1) \end{cases}$$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả dễ bị nhầm lẫn khi tính khoảng cách giữa điểm M đến 2 đường

tiệm cận. Khi thấy $y = \frac{1}{2}$ chẳng hạn, độc giả sẽ

bối rối không biết áp dụng công thức tính khoảng cách như thế nào.

Ta áp dụng công thức tính khoảng cách bt thôi

$$\text{các bạn nhé. Ta có } y = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \cdot x + y - \frac{1}{2} = 0$$

Vậy công thức tính khoảng cách ở đây là

$$d = \frac{|x_M \cdot 0 + y_M - \frac{1}{2}|}{\sqrt{0^2 + 1^2}}. \text{ Trong khi làm bài thi vì tâm}$$

lý của quý độc giả rất căng thẳng nên nhiều khi

các dạng đường thẳng biến tấu sẽ làm các bạn bỡ ngỡ đôi chút. Vì thế hãy luyện tập thật kỹ để có một kết quả xứng đáng nhé!

Câu 5: Đáp án B.

Phân tích: Nhận xét với điểm $M(x_0; y_0)$ thì điểm M' đối xứng với $M(x_0; y_0)$ có tọa độ $(-x_0; -y_0)$.

Khi đó $-y_0 = \frac{-x_0 + 2}{-x_0 - 1} \Leftrightarrow y_0 = \frac{2 - x_0}{x_0 + 1}$. Đáp án B.

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả nhầm lẫn giữa đối xứng qua O với đối xứng qua trục Ox , đối xứng qua trục Oy , dẫn đến khoanh vào các đáp án còn lại. Một lời khuyên cho quý độc giả đó là nếu không nhớ rõ kiến thức có thể vẽ hình ra và xác định tọa độ của các điểm đối xứng, sẽ rất nhanh thôi, hãy luôn giữ đầu óc sáng suốt trong quá trình làm bài bạn nhé.

Câu 6: Đáp án A.

Phân tích: Hàm số đã cho là hàm số bậc 4 trùng phương và xác định trên $\mathbb{R}$. Cùng xem lại bảng trang 38 Sách giáo khoa Giải tích cơ bản mà tôi đã nói đến với quý độc giả ở đề số 2 (mục đích của việc tôi nhắc lại về bảng này trong sách là để quý độc giả xem lại nó nhiều lần và ghi nhớ nó trong đầu).

Nhìn vào bảng ta thấy: Hàm số đã cho đã thỏa mãn điều kiện $a=1>0$, nên đồ thị hàm số đã cho chỉ có một điểm cực tiểu thì phương trình $y'=0$ có một nghiệm duy nhất.

Mà $y' = 4x^3 + 2bx = 2x(2x^2 + b)$. Để phương trình $y'=0$ có nghiệm duy nhất thì phương trình $2x^2 + b = 0$ vô nghiệm hoặc có một nghiệm $x=0$. Khi đó $b \geq 0$.

Còn điều kiện của c thì sao, đề đã cho tọa độ của điểm cực tiểu, từ đó ta có thể dễ dàng tìm được $c=-1$.

Câu 7: Đáp án A.

Phân tích: Lúc đầu khi đọc đề bài, bạn đọc có thể bị bối rối khi đề bài cho quá nhiều thứ: 2 điểm cực trị, trung điểm của 2 điểm cực trị, biến m , đường thẳng d . Nhưng thực ra đây là một bài toán tư duy rất cơ bản.

Đề bài nói rằng tìm m để đường thẳng đi qua trung điểm 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, thì ta đi tìm 2 điểm cực trị rồi từ đó suy ra tọa độ trung điểm, thay vào phương trình của đường thẳng đã cho rồi ta tìm được m .

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \text{hoành độ}$$

trung điểm của 2 điểm cực trị là $x_0 = 2$

$\Rightarrow M(2; 2)$ là trung điểm của 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba đã cho.

Thay vào phương trình đường thẳng ta được $2 = 2 + m \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 8: Đáp án A.

Phân tích:

Hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ xác định trong đoạn $[-1; 1]$.

$$\text{Ta có } y' = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}. \text{ Ta lần lượt so sánh các giá}$$

trị

$$y(-1) = 0; y(1) = 0; y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{-1}{2}; y\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } M - m = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1.$$

Câu 9: Đáp án A.

Phân tích: Với bài này độc giả cần nhớ lại công thức tính độ dài cung tròn. Độ dài cung tròn

$$AB \text{ dùng làm pều là: } Rx = 2\pi r \Leftrightarrow r = \frac{Rx}{2\pi};$$

$$h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2 x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}$$

Thế tích cái pều là:

$$V = f(x) = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{R^3}{24\pi^2} x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2} \text{ với}$$

$$x \in (0; 2\pi).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{R^3}{24\pi^2} \cdot \frac{x^2(8\pi^2 - 3x^2)}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x^2 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi. \text{ Vì đây là}$$

BT trắc nghiệm nên ta có thể kết luận luôn rằng

$$\text{thể tích của cái phễu lớn nhất khi } x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi. \text{ Vì}$$

ta đang xét trên $(0; 2\pi)$ mà $f'(x) = 0$ tại duy nhất một điểm thì ta có thể làm nhanh mà không vẽ BBT nữa.

Chú ý: Thật cẩn thận trong tính toán, nếu thời gian gấp rút trong quá trình làm bài, bạn có thể để câu này làm cuối cùng vì tính toán và ẩn khá phức tạp.

Câu 10: Đáp án C.

Phân tích: Vì đây là dạng toán tìm nhận định đúng nên quý độc giả nên đi kiểm tra tính đúng đắn của từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị là: $x^3 - 3x = 3$. Bấm máy tính ta thấy phương trình chỉ có một nghiệm thực. Vậy chỉ có 1 điểm. Đáp án A sai.

Với mệnh đề B: xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $x^3 - 3x = -4$. Bấm máy tính ta thấy phương trình cũng chỉ có 1 nghiệm, vậy đáp án B sai.

Với mệnh đề C: xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $x^3 - 3x = \frac{5}{3}$. Bấm máy tính ta

thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt. Vậy mệnh đề này đúng, ta chọn luôn đáp án C.

Câu 11: Đáp án B.

Phân tích: Vì đây là dạng bài tìm mệnh đề đúng nên quý độc giả phải đi xét xem mệnh đề nào là đúng rồi tổng hợp lại.

Với mệnh đề (1): đây là mệnh đề đúng, ta cùng nhớ lại chú ý trang 14 sách giáo khoa cơ bản nhé:

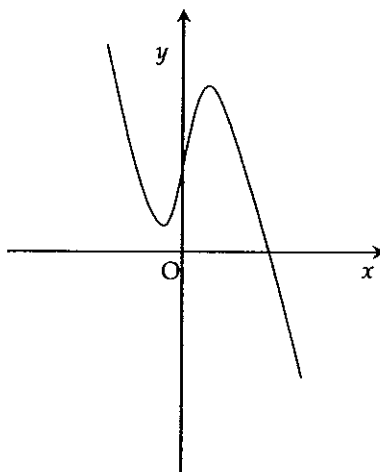
"Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì x_0 được gọi là **điểm cực đại** (điểm cực tiểu) của hàm số; $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** (giá trị cực tiểu) của hàm số, kí hiệu là f_{CD} (f_{CT}), còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực**

đại (điểm cực tiểu) của đồ thị hàm số." Mong rằng quý độc giả nhớ rõ từng khái niệm, tránh

nhầm các khái niệm: "điểm cực đại của hàm số", "điểm cực đại của đồ thị hàm số", "giá trị cực đại",

Với mệnh đề (2), ta tiếp tục xem Chú ý 2 trang 14 SGK, và đây cũng là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (3): Ta nhận thấy đây là mệnh đề sai, ta chỉ lấy đơn cử ví dụ như hình vẽ sau đây:



Đồ thị hàm số ở hình vẽ có 2 điểm cực trị nhưng chỉ cắt trục Ox tại duy nhất 1 điểm, nên kết luận này là sai.

Với mệnh đề (4): Ta cũng nhìn vào hình vẽ đã lấy làm ví dụ minh họa ở mệnh đề 3 để nhận xét rằng đây là mệnh đề sai.

Vậy đáp án đúng của chúng ta là B: có 2 mệnh đề đúng.

Câu 12: Đáp án B.

Phân tích: Đây là câu hỏi giải phương trình logarit "kiểm điểm". Quý độc giả nên nắm chắc kiến thức về logarit để giải không bị sai sót.

Điều kiện: $x^2 + 3x + 5 > 0; 0 < x \neq 1$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow x^2 + 3x + 5 = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{3}$$

(không thỏa mãn). Thay vào điều kiện ban đầu thì không thỏa mãn, nên ta chọn đáp án B.

Ở đây quý độc giả cũng có thể thay vào để thử nghiệm, tuy nhiên bản thân tôi nhận thấy, giải phương trình còn nhanh hơn cả việc thay vào thử từng đáp án một. Nhưng nếu bạn thấy cách nào nhanh hơn thì làm nhé.

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả không để ý x chính là cơ sở, nên cần điều kiện $0 < x \neq 1$. Nên chọn luôn phương án D là sai.

Câu 13: Đáp án B.

Phân tích:

$$\log_a a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Chú ý: nhiều độc giả có thể chưa nắm vững kiến thức về logarit và có những sai lầm như sau:

Sai lầm thứ nhất: $\log_a a = 3 \log_a a = 3$.

Chọn đáp án A là sai.

Sai lầm thứ hai: $\log_a a = -3 \log_a a = -3$.

Chọn đáp án C là sai.

Câu 14: Đáp án A.

Phân tích: Nhìn các đáp án quý độc giả có thể thấy rối mắt, tuy nhiên, nếu để ý kĩ đề bài có cho tam giác vuông vì thế chúng ta có dữ kiện:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Vì ở các cơ sở của các đáp án là $c+b$ và $c-b$ nên ta sẽ biến đổi biểu thức của định lý Pytago như sau:

$$a^2 = c^2 - b^2 = (c-b)(c+b). (*)$$

Ta đi phân tích biểu thức

$$\begin{aligned} \log_{c+b} a + \log_{c-b} a &= \frac{1}{\log_a (c+b)} + \frac{1}{\log_a (c-b)} \\ &= \frac{\log_a (c-b) + \log_a (c+b)}{\log_a (c+b) \cdot \log_a (c-b)} \\ &= \frac{\log_a ((c-b)(c+b))}{\log_a (c+b) \cdot \log_a (c-b)} = \log_a (a^2) \cdot \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a \\ &= 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a \end{aligned}$$

$$(Ta \text{ áp dụng công thức } \log_a \beta = \frac{1}{\log_\beta a})$$

Vậy đáp án đúng là đáp án A.

Câu 15: Đáp án B.

Phân tích: Ở đây có 2 dạng điều kiện các quý độc giả cần lưu ý đó là

a. Điều kiện để logarit xác định.

b. Điều kiện để căn xác định.

Giải bài toán như sau:

$$Đk: \begin{cases} x-3 > 0 \\ \log_1 (x-3) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -\log_3 (x-3) \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \log_3 (x-3) \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x-3 \leq 3^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$x \in \left(3; \frac{10}{3} \right]. \text{ Đáp án B.}$$

Chú ý: Nhiều độc giả quên mất điều kiện để logarit xác định nên dẫn đến chọn đáp án C là sai.

Câu 16: Đáp án D.

Phân tích: Lại là một dạng bài đòi hỏi quý độc giả phải đọc và xem xét kĩ từng giai đoạn của bài toán.

Xét giai đoạn thứ nhất: Đây là một giai đoạn đúng. Có thể nhiều độc giả bối rối đoạn

$\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = 3ac$, sau đây là lời giải thích:

$$Ta \text{ có } \log_3 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} \Leftrightarrow \log_2 5 = \log_3 5 \cdot \log_2 3$$

Tương tự với giai đoạn II và giai đoạn III đều đúng.

Vậy đáp án cuối cùng là D.

Quý độc giả có thể dùng máy tính để thử từng bước làm, tuy nhiên ý kiến cá nhân tôi thấy nếu ngồi bấm máy tính, bạn đọc sẽ tốn thời gian hơn là tư duy đấy. Nên hãy tập tư duy nhiều nhất có thể bạn nhé.

Câu 17: Đáp án B.

Phân tích:

Ta có

$$f'(x) = \frac{1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{\frac{\sqrt{x^2+1} + x}{\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

Chú ý: Nhiều độc giả có thể quên công thức đạo hàm $\ln u = \frac{u'}{u}$. Tức là không tính u' như sau:

$$f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}. \text{ Chọn luôn đáp án A là sai}$$

Hoặc nhiều độc giả đạo hàm nhầm u' dẫn đến chọn các đáp án còn lại. Vì thế hãy thật cẩn thận trong tính toán nhé.

Câu 18: Đáp án B

Phân tích: Ta cùng nhớ lại công thức $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a$ (1), công thức

$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$ (2) áp dụng vào bài toán này.

Ta có $T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$ (áp dụng công thức (1)). Vậy ý D đúng.

$= \frac{1}{\log_x abcd}$ (áp dụng công thức (2)).

Vậy ý C đúng.

$= \log_{abcd} x$ (áp dụng công thức (1)).

Vậy ý A đúng.

Chỉ còn lại ý B. Vậy chúng ta chọn B.

Câu 19: Đáp án C

Phân tích: Đây là một câu giải phương trình mũ gõ điểm, hãy cẩn thận trong tính toán nhé.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy đáp án là C.

Câu 20: Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt phân tích từng ý một trong đề.

Với ý A. Ta có $\log x \geq 0 \Leftrightarrow \log x \geq \log 1 \Leftrightarrow x \geq 1$ (mệnh đề này đúng)

Với ý B. Tương tự ý A ta có

$$\log_3 x \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x \leq \log_3 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 1 \text{ (mệnh đề này đúng)}$$

Với ý C. Ta nhận thấy mệnh đề này sai do cơ số

$\frac{1}{3}$ nằm trong khoảng $(0; 1)$ thì đổi chiều bất phương trình. Tôi xin nhắc lại kiến thức như sau:

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y \text{ với } 0 < a < 1.$$

Vậy ta không cần xét đến ý D khi đã có đáp án là C.

Câu 21: Đáp án B.

Phân tích: Đây là một bài toán ứng dụng số mũ khá đơn giản. Tuy nhiên vì có các biến m, n nên quý độc giả dễ bị bối rối khi thực hiện bài toán. Ta có như sau: Năm 1999 thể tích khí CO_2 là:

$$V_1 = V + V \cdot \frac{m}{100} = V \left(1 + \frac{m}{100} \right) = V \cdot \frac{m+100}{100}$$

Năm 2000, thể tích khí CO_2 là:

$$V_2 = V \cdot \left(1 + \frac{m}{100} \right)^2 = V \cdot \left(\frac{m+100}{100} \right)^2$$

....

Vậy ta có quy luật nên sẽ nhanh như sau: từ năm 1998 đến 2016 là 18 năm, trong đó 10 năm đầu chỉ số tăng là $m\%$, 8 năm sau chỉ số tăng là $n\%$. Vậy thể tích sẽ là

$$V_{2016} = V \cdot \left(\frac{m+100}{100} \right)^{10} \cdot \left(\frac{n+100}{100} \right)^8 \cdot \text{Đáp án B.}$$

$$= V \cdot \frac{(m+100)^{10} (n+100)^8}{10^{36}}$$

Câu 22: Đáp án A.

Phân tích: Nhìn vào phân thức cần tìm nguyên hàm ta thấy đa thức ở tử số có bậc lớn hơn bậc của mẫu số, nên ta sẽ tiến hành chia tử số cho mẫu số ta được:

$$\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = \int \left(4x - 5 - \frac{1}{x^2} \right) dx = 2x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$$

Câu 23: Đáp án A.

Phân tích: Nhìn vào bài toán ta có thể nhận ra ngay đây là bài toán tính tích phân, vì đã có đạo hàm. Nên từ các dữ kiện đề cho ta có:

$$\int_0^5 (3at^2 + bt) dt = \left(at^3 + \frac{1}{2} bt^2 \right) \Big|_0^5 = 125a + \frac{25}{2} b = 150$$

Tương tự ta có $1000a + 50b = 1100$

Vậy từ đó ta tính được $a = 1; b = 2$

Vậy thể tích nước sau khi bơm được 20 giây là

$$\int_0^{20} h'(t) dt = (t^3 + t^2) \Big|_0^{20} = 8400.$$

Câu 24: Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt đi xem xét từng mệnh đề một. Trước khi đi xem xét các mệnh đề, tôi xin củng cố thêm cho quý độc giả một công thức như sau:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Từ công thức trên ta suy ra được mệnh đề B là mệnh đề đúng.

Tiếp theo với mệnh đề A: Ta có

$$\int_a^b f(x) dx = \int_b^a -f(x) dx, \text{ nên mệnh đề này đúng.}$$

Với mệnh đề D, ta thấy đây là mệnh đề đúng.

Và chỉ còn đáp án C.

Chú ý: Quý độc giả có thể dùng máy tính để thử nếu không nhớ công thức liên quan đến tích phân như trên. Tuy nhiên, chúng ta đang trong quá trình ôn luyện nên hãy ôn nhớ công thức chứ không nên dùng máy tính nhiều. Nếu bạn đọc đã rèn luyện được khả năng tư duy tốt, lúc đó bạn sẽ tư duy nhanh hơn là bấm máy tính rất nhiều.

Câu 25: Đáp án D.

Phân tích: Ta nhận thấy $(\cos x + 8)' = -\sin x$.

Vậy

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{8 + \cos x} dx = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{8 + \cos x} d(8 + \cos x)$$

Đổi cận

x	0	$\frac{\pi}{2}$
u	9	8

$$\text{Khi đó } I = - \int_9^8 \sqrt{u} du = \int_8^9 \sqrt{u} du$$

Câu 26: Đáp án A.

Phân tích: Bài toán đặt ra cho quý độc giả khá nhiều giả thiết: hàm số, trục tung, tiếp tuyến tại điểm uốn.

Bước đầu tiên: Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn:

$$1. \text{ Tìm điểm uốn: } y' = 3x^2 - 12x + 9;$$

$$y'' = (y')' = (3x^2 - 12x + 9)' = 6x - 12$$

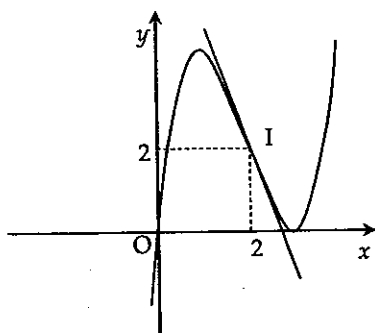
$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow \text{điểm uốn } I(2; 2)$$

2. Tìm phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn

$$y = y'(2)(x - 2) + 2 = -3(x - 2) + 2 = -3x + 8$$

3. Viết CT tính diện tích hình phẳng.

Ta có đồ thị sau:



Trong khi làm bài thi ta không cần vẽ đồ thị, nhưng ở đây, tôi vẫn vẽ đồ thị để quý độc giả có thể hiểu rõ ràng bản chất của bài toán:

Với bài toán tổng quát dạng: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

$$y = f(x); y = g(x); x = 0; x = a, \text{ với } a > 0 \text{ thì}$$

$$S_p = \int_0^a |f(x) - g(x)| dx$$

Ở đây ta có:

Hình phẳng được giới hạn bởi

$$y = f(x); y = -3x + 8; x = 0; x = 2$$

(Vì sao tìm được cận 2 thì đó là do ta xét phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và tiếp tuyến).

$$\text{Khi đó: } S_p = \int_0^2 |x^3 - 6x^2 + 9x - (-3x + 8)| dx$$

Mà nhìn vào đồ thị ta thấy rõ ràng trên $[0; 2]$ thì $-3x + 8 \geq x^3 - 6x^2 + 9x$.

$$\text{Do đó } S_p = \int_0^2 (-x^3 + 6x^2 - 12x + 8) dx.$$

Cách làm nhanh: Khi đi thi quý độc giả không thể có đủ thời gian để ngồi vẽ đồ thị như tôi vừa giải thích kĩ lưỡng ở trên. Chúng ta có thể làm nhanh như sau:

Sau khi đã viết được phương trình tiếp tuyến. Ta bấm máy tính với một giá trị của $x \in [0; 2]$ xem hàm số nào lớn hơn trên đoạn đang xét, từ đó phá vỡ tuyệt đối. Đây là mẹo làm bài, chỉ áp dụng tùy bài thôi bạn nhé.

Câu 27: Đáp án A.

Phân tích: Với bài toán này ta không cần thực hiện đủ các bước tính diện tích hình phẳng mà vẫn có thể tìm được đáp án đúng như sau:

Thể tích khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = f(x); x = a; x = b; y = 0$; với $a > b$ khi quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx. \text{ Nhìn vào đáp án A ta có thể nhận thấy ngay đáp án này sai do } (\sqrt{1-x^2})^2 \neq (1-x^2)^2$$

Vì thế nhiều khi không nhất thiết quý độc giả phải giải chi tiết bài toán ra, hãy tư duy sao cho nhanh nhất có thể bạn nhé.

Câu 28: Đáp án B.

Phân tích:

Cách làm rút gọn cơ bản:

$$z = \frac{(3-i)(1-i)}{1^2 - i^2} + \frac{(2+i)i}{i^2}$$

$$= \frac{i^2 - 4i + 3}{1+1} + \frac{-1+2i}{-1} = \frac{-1-4i+3}{2} - (-1+2i)$$

$$= 2 - 4i.$$

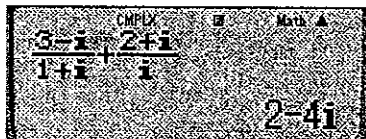
Lưu ý: trong cuốn sách này tôi đã phân tích rất rõ phần thực và phần ảo của số phức z , tuy nhiên tôi vẫn nhắc lại với quý độc giả một lần nữa: Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì a là phần thực và b là phần ảo. Rất nhiều độc giả nhầm rằng bi là phần ảo là sai.

Cách làm trên là cách diễn giải về mặt bản chất toán học, tuy nhiên nếu nhầm nhanh như trên thì khá là lâu, nên trong khi làm bài thi, quý độc giả có thể sử dụng công cụ máy tính trợ giúp như sau:

Bước 1: chọn **MODE** → chọn 2: **CMPLX** để chuyển sang dạng tính toán với số phức trên máy tính.

Bước 2: Nhập vào máy tính biểu thức

$$z = \frac{3-i}{1+i} + \frac{2+i}{i} \text{ như sau}$$



Đến đây, quý độc giả đã có thể giải quyết bài toán như đến bước này ở cách trên.

Câu 29: Đáp án B.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề 1.

Với mệnh đề A: ta có $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$ đây là một số thuần ảo. Vậy đáp án A đúng.

Với mệnh đề B: ta có

$$z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 - b^2 i^2 = a^2 + b^2 \quad (\text{do}$$

$i^2 = -1$). Đây là số thực, vậy mệnh đề này sai, ta có thể khoanh luôn đáp án B mà không cần xét 2 đáp án còn lại nữa. Tuy nhiên, khi quý độc giả đang đọc phần phân tích này có nghĩa là bạn

đang trong quá trình ôn luyện, vì thế bạn nên đọc cả 2 mệnh đề đúng sau đó để khắc ghi nó trong đầu, có thể nó sẽ có ích cho bạn trong khi làm bài thi.

Câu 30: Đáp án C.

Phân tích: Ta đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2 - b^2 i^2} = \frac{a-bi}{a^2 + b^2}$$

Để $\frac{1}{z}$ là một số thuần ảo thì $\frac{a}{a^2 + b^2} = 0$ và

$$\frac{-b}{a^2 + b^2} \neq 0. \text{ Khi đó } z = 0 + bi \text{ là số thuần ảo. Và}$$

tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x = 0$, mà $b \neq 0$ do đó tập hợp đó sẽ trừ đi 0.

Đáp án C.

Câu 31: Đáp án B

Phân tích: Với bài dạng này thì ta sẽ nghĩ đến điều gì? Ta thấy ở đây có z , có i , tại sao ta không nghĩ đến tạo ra i^2 để có phương trình đẳng cấp bậc 2 và khi đó ta sẽ giải bài toán một cách dễ dàng.

Một điều rất dễ quên thuộc đó là $i^2 = -1$. Ta có thể thêm vào phương trình như sau:

Phương trình

$$\Leftrightarrow z^2 + 2iz - 15i^2 = 0 \Leftrightarrow (z-3i)(z+5i) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 3i \\ z = -5i \end{cases} \text{ .Đáp án B}$$

Câu 32: Đáp án A.

Phân tích:

$$\text{Đề bài cho } |z| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4.$$

Vậy đáp án là A.

Bình luận: Rất nhanh phải không bạn? Có thể bạn đầu quý độc giả sẽ thấy bối rối khái niệm tập hợp điểm, nhưng cách làm lại khá nhanh. Vì thế, hãy thật sáng suốt trong quá trình làm bài nhé.

Câu 33: Đáp án B.

Phân tích: Ta lần lượt có thể tìm được tọa độ các điểm A, B, C và A', B', C' theo các dữ kiện đề bài. Vì A là điểm biểu diễn số phức $1-i$ nên

$A(1; -1)$. Tương tự ta có $B(2; 3)$, $C(3; 1)$ và

$A'(0; 3)$; $B'(3; -2)$; $C'(3; 2)$. Có các dữ kiện này,

ta lần lượt đi phân tích từng mệnh đề:

Với mệnh đề A: Ta thấy để xem xét xem 2 tam giác có đồng dạng hay không khá là lâu, nên ta tạm thời để mệnh đề này lại và tiếp tục xét sang mệnh đề B.

Với mệnh đề B: Ta lần lượt tìm trọng tâm của từng tam giác: ta có $G\left(2;\frac{3}{2}\right)$; $G'\left(2;\frac{3}{2}\right)$. Nhận thấy $G \equiv G'$ nên mệnh đề này đúng, ta không cần tiếp tục xét các mệnh đề còn lại nữa, vì chỉ có duy nhất một mệnh đề đúng cần chúng ta tìm mà thôi.

Hãy linh hoạt trong từng tình huống bạn nhé.

Câu 34: Đáp án A.

Phân tích:

Cách làm trình bày rõ ràng về mặt toán học như sau:

$$A = (3+2i)(5+6i) + 5(3+2i) + 6(5+6i) \\ = 12i^2 + 28i + 15 + 15 + 10i + 30 + 36i = 48 + 74i.$$

Tuy nhiên, nếu bạn không có tư duy nhạy bén, có thể nhập vào máy tính để làm như sau:

Chọn chế độ phức như tôi đã trình bày ở câu 28.

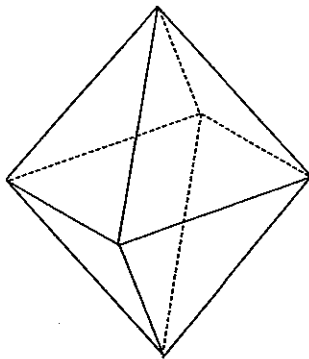
Tiếp theo là gán các giá trị $z_1 \rightarrow A$; $z_2 \rightarrow B$

Bằng cách bấm: $3+2i$ **SHIFT** **STO** **A**; $5+6i$ **SHIFT** **STO** **B**

Và bấm biểu thức: $AB+5A+6B=$, ta nhận ngay được đáp án A.

Câu 35: Đáp án D

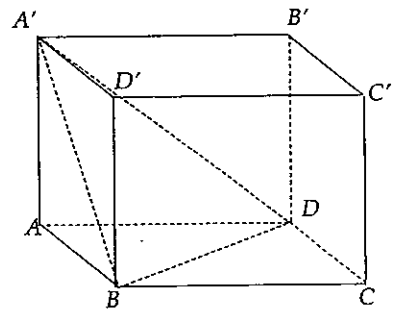
Ta có hình vẽ hình bát diện đều như sau:



Vậy đáp án đúng là D. 4

Câu 36: Đáp án A.

Ta có hình vẽ sau:



$$\text{Ta có } V = S_{ABCD} \cdot AA'; V_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot AA'$$

$$\text{Mà } S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \frac{2 \cdot S_{ABD} \cdot AA'}{\frac{1}{3} S_{ABD} \cdot AA'} = 6$$

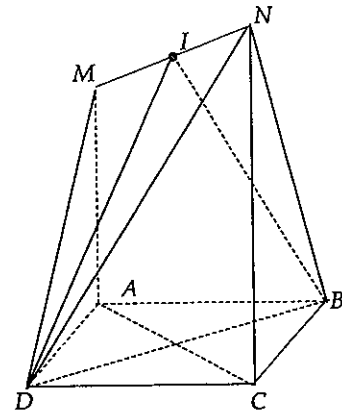
$$\Rightarrow V = 6V_1$$

Chú ý: Nhiều độc giả tư duy nhanh nên chỉ xét tỉ số giữa diện tích đáy mà quên mất rằng với khối chóp thì còn tích với $\frac{1}{3}$ nữa, và nhanh chóng

chọn ý D là sai. Vì thế, nhanh nhưng cần phải chính xác bạn nhé.

Câu 37: Đáp án A

Phân tích: ta có hình vẽ sau:



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Suy ra IO song song với AM, suy ra IO vuông góc với mặt phẳng ABCD.

$$\Rightarrow OI \perp AC$$

Mà $AC \perp BD$; OI và BD là 2 đường thẳng cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (IBD). Khi đó $AC \perp (IBD)$; hay $AO \perp (IBD)$

Ta có MN giao với (IBD) tại I

$$\Rightarrow \frac{d(M; (IBD))}{d(N; (IBD))} = \frac{IM}{IN} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{V_{MIBD}}{V_{NIBD}} = 1 \Rightarrow V_{MIBD} = V_{NIBD} = \frac{1}{2} V_{MNBD} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } V_{MIBD} = \frac{1}{3} \cdot AO \cdot S_{IBD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{AC}{2} \cdot S_{IBD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow V_{MNBD} = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{IBD} \cdot \text{Đáp án A}$$

Trên đây là cách trình bày chi tiết để quý độc giả có thể hiểu chi tiết được bài toán, tuy nhiên khi làm mà không phải trình bày rõ ràng ra, chỉ suy luận sẽ rất nhanh chứ không dài dòng như thế này. Suy luận nhanh đòi hỏi độ chính xác cao, nên các công thức, các số liệu phải thật cẩn thận, có thể bạn mới đạt điểm cao mà không bị mất điểm đáng tiếc.

Câu 38: Đáp án A.

Khi quay quanh trục MN thì khối được tạo thành sẽ là hình trụ với đáy là hình tròn có đường kính là AB .

$$\text{Khi đó, bán kính hình tròn là } r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Thể tích của hình trụ là } V = B.h = \pi r^2 \cdot b = \frac{a^2 b}{4} \pi$$

đvtt.

Câu 39: Đáp án B.

Phân tích: Chỉ cần tính ý nhìn ra rằng 6; 8; 10 là bộ ba số Pytago là quý độc giả đã có thể giải được bài toán này một cách nhanh chóng như sau:

Ta thấy $AB^2 + BC^2 = CA^2$, suy ra tam giác ABC vuông tại B .

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn đi qua A, B, C . Tam giác ABC vuông tại B , suy ra AC là đường kính của đường tròn

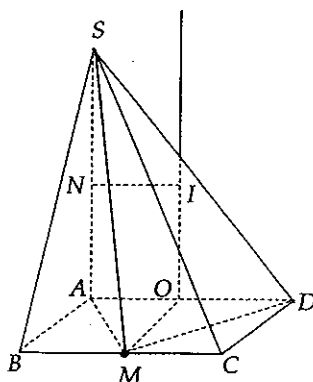
$$\Rightarrow r = \frac{CA}{2} = 5 \text{ là bán kính của đường tròn.}$$

Mặt cầu có bán kính $R = 13$. Khi đó ta có khoảng cách từ tâm O đến (P)

$$h = \sqrt{R^2 - r^2} = 12$$

Câu 40: Đáp án C.

Phân tích: Ta có hình vẽ như sau:



Đây là một bài toán tính toán khá lâu, nếu trong quá trình làm bài thi, bạn thấy nó lâu quá, bạn có thể để đó và làm các câu tiếp theo.

Tuy nhiên, dưới đây là cách làm bài và phân tích chi tiết cho quý độc giả hiểu cách làm của bài toán này.

Nhận thấy tứ diện $S.AMD$ có AMD là tam giác vuông tại M (Do

$$AM = MD = \sqrt{AB^2 + BM^2} = a\sqrt{2}, \text{ mà } AD = 2a \Rightarrow \text{hệ thức pytago}). \text{ Sau đây sẽ là các bước để tìm tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.}$$

Bước 1: Vẽ trục đường tròn của mặt phẳng đáy. Gọi O là trung điểm của AD , suy ra O là trọng tâm của tam giác AMD .

Từ O , kẻ Ox vuông góc với $(ABCD)$

Bước 2: Vẽ trung trực của cạnh bên và tìm giao điểm, giao điểm đó chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

kẻ Ny vuông góc với SA , $Ny \cap Ox = I$. Khi đó I chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.AMD$.

Ta chỉ cần tính IS là được. Mà tam giác SIN vuông tại N

$$\Rightarrow SI = \sqrt{SN^2 + NI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 41: Đáp án A.

Phân tích: Ta có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông có cạnh bằng 2 $\Leftrightarrow$ đường sinh $l = 2$. Đường kính của hình tròn đáy là cạnh huyền của tam giác vuông.

$$2R = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow R = \sqrt{2} \text{ . Khi đó}$$

$$S_{xy} = \pi \cdot Rl = 2\sqrt{2}\pi \text{ đvdt.}$$

Câu 42: Đáp án A.

Phân tích: Đây là dạng toán tìm tọa độ điểm cơ bản trong hình học giải tích Oxyz, ta chỉ áp dụng công thức sau là có thể giải bài toán này một cách nhanh chóng:

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, G là trọng

$$\text{tâm của tam giác ABC thì } \begin{cases} x_G = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C) \\ y_G = \frac{1}{3}(y_A + y_B + y_C) \\ z_G = \frac{1}{3}(z_A + z_B + z_C) \end{cases}$$

Lúc này bạn chỉ việc bấm máy là có kết quả.

Câu 43: Đáp án A.

Vì mặt cầu cắt mặt phẳng (P) với thiết diện là hình tròn có đường kính bằng 2 $\Rightarrow$ bán kính của hình tròn là $r = \frac{2}{2} = 1$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là

$$h = d(I; (P)) = \frac{|1 + 2 + 2.3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = 2\sqrt{6}$$

Khi đó bán kính của mặt cầu là

$$R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{6})^2} = 5$$

Vậy phương trình mặt cầu

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$$

Câu 44: Đáp án B.

Mặt phẳng (α) song song với (β) suy ra vptp của (α) cùng phương với vptp (β). Khi đó

(α) có dạng $2x - 3y + z + m = 0$. Mà (α) đi qua

$M(1; -2; 3)$ khi đó phương trình

$$\Leftrightarrow 2.1 + (-3).(-2) + 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -11. \text{ Khi đó}$$

(α): $2x - 3y + z - 11 = 0$. Nhiều độc giả khi đến đây so vào không thấy có đáp án giống y như thế nên bối rối, tuy nhiên nếu nhìn kỹ vào ý B thì thấy ý B chính là đáp án đúng (chỉ có điều đáp án B chưa tối giản hẳn như kết quả chúng ta tìm được, đây vẫn là đáp án đúng).

Vậy đáp án B.

Câu 45: Đáp án A.

Phân tích:

Bước 1: Tìm được giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng (α). Nếu để phương trình đường thẳng như đề cho quý độc giả sẽ không tìm được tọa độ giao điểm. Vậy tại sao không chuyển về dạng tham số t . Chỉ còn một biến, khi đó thay vào phương trình mặt phẳng (α) ta sẽ tìm được ngay điểm đó.

$$d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ . Khi đó thay vào phương trình}$$

(α) ta được

$$3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow M(0; 0; -2)$$

Bước 2: Viết phương trình mặt phẳng (β)

(β) vuông góc với $d \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_{(\beta)} = (4; 3; 1)$, (β)

qua $M(0; 0; -2)$

$$\Rightarrow (\beta): 4x + 3y + z + 2 = 0.$$

Câu 46: Đáp án B

Phân tích: Độ dài đường cao AH chính là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng đáy (BCD)

Vì đề đã cho tất cả tọa độ các điểm của tứ diện ABCD nên ta có thể viết được phương trình mặt phẳng đáy (BCD). Có tọa độ điểm A và phương trình mặt phẳng đáy ta có thể tính được khoảng cách từ A đến mặt phẳng đáy.

1. Viết phương trình mặt phẳng (BCD):

Như ở đề số 2 tôi đã đề cập về cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm:

$$\overline{BC} = (-1; 2; -5); \overline{CD} = (1; 2; -1)$$

$$\vec{n}_{BCD} = [\overline{BC}, \overline{CD}] = (8; -6; -4)$$

(Với bước này quý độc giả có thể sử dụng cách bấm máy để tính tích có hướng của hai vectơ và ra được tọa độ của vptp như trên).

Khi đó (BCD) qua $(1; 0; 6)$ và có vptp

$$\vec{n} = (8; -6; -4). \text{ Khi đó}$$

$$(BCD): 8x - 6y - 4z + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 3y - 2z + 8 = 0$$

2. Tính khoảng cách

$$AH = \frac{|4(-2) - 3.6 - 2.3 + 8|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + (-2)^2}} = \frac{24}{\sqrt{29}}$$

Câu 47: Đáp án D.

Phân tích: Đây là dạng toán đã được đề cập trong Bài 3: Phương trình đường thẳng trong không gian sách giáo khoa hình học cơ bản lớp 12.

Ta chuyển phương trình đường thẳng d về dạng

$$\text{tham số } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

$$\text{Ta xét hệ phương trình } \begin{cases} 1 + t = 2 - 2t' \\ 2 + 3t = -2 + t' \\ 3 - t = 1 + 3t' \end{cases}$$

Nhận xét: hpt có nghiệm duy nhất $t = -1; t' = 1$

Vậy 2 đường thẳng này là 2 đường thẳng cắt nhau.

Câu 48: Đáp án A.

Phân tích: Chúng ta lại quay lại với dạng toán cơ bản:

Với dạng toán này ta nên viết CT tính tổng quát ra để sau đó thay số vào sẽ nhanh hơn

$$\begin{aligned} x_A - x_M + 2(x_B - x_M) - 2(x_C - x_M) &= 0 \\ \Leftrightarrow x_M &= x_A + 2x_B - 2x_C = 7 \end{aligned}$$

$$\text{Tương tự thì } y_M = y_A + 2y_B - 2y_C = 3$$

$$z_M = 1.$$

Câu 49: Đáp án B

Phân tích: Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, bán kính $R = 1$

Ta xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu. Cách để xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng với mặt cầu là so sánh khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng đó với bán kính mặt cầu.

Để (S) và (P) giao nhau thì $d(I; (P)) \leq R$

$$\frac{|3.2 - 2.1 + 6.(-1) + m|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow |m - 2| \leq 7 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 9$$

Câu 50: Đáp án A.

Ta có công thức tổng quát như sau:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d$$

Để phương trình trên là phương trình mặt cầu thì $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ (điều kiện để có R)

Áp dụng vào bài toán này ta có

$$(m-1)^2 + (2m-3)^2 + (2m+1)^2 + m - 11 > 0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 9m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$$



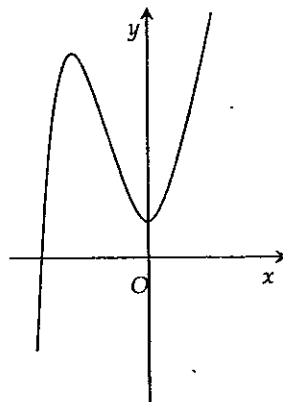
ĐỀ SỐ 2

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào đúng trong những mệnh đề sau?

- A. $f'(x) > 0$ với $\forall x \in (a, b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng (a, b) .
- B. $f'(x) > 0$ với $\forall x \in [a, b] \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $[a, b]$.
- C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a, b) \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$.
- D. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a, b) \Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$.

Câu 2: Đồ thị hàm số sau là của hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$
- B. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$
- C. $y = x^4 + 2x^2 + 2$
- D. $y = x^3 + 3x^2 + 1$



Câu 3: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - x + 7$ là?

- A. 1
- B. 0
- C. 3
- D. 2

Câu 4: Cho hàm số sau: $y = \frac{x-1}{x-3}$, những mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

- (1): Hàm số luôn nghịch biến trên $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- (2): Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x=1$; 1 tiệm cận ngang là $y=3$.
- (3): Hàm số đã cho không có cực trị.
- (4): Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(3;1)$ của 2 đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

- A. (1),(3),(4)
- B. (3),(4)
- C. (2),(3),(4)
- D. (1), (4)

Câu 5: Hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$
- B. $(1; +\infty)$
- C. $(-1; 1)$
- D. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

Câu 6: Cho hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Cực đại của hàm số bằng?

- A. 2
- B. 1
- C. -1
- D. 0

Câu 7: Cho hàm số $y = |x|$ và các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng:

- A. Hàm số không có đạo hàm tại $x=0$ nên không đạt cực tiểu tại $x=0$.
- B. Hàm số không có đạo hàm tại $x=0$ nhưng vẫn đạt cực tiểu tại $x=0$.
- C. Hàm số có đạo hàm tại $x=0$ nên đạt cực tiểu tại $x=0$.
- D. Hàm số có đạo hàm tại $x=0$ nhưng không đạt cực tiểu tại $x=0$.

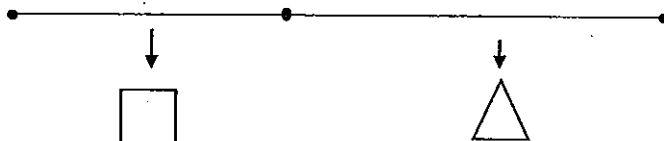
Câu 8: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 6$ trên $[-4; 4]$

- A. $\min_{[-4;4]} f(x) = -21$
- B. $\min_{[-4;4]} f(x) = -14$
- C. $\min_{[-4;4]} f(x) = 11$
- D. $\min_{[-4;4]} f(x) = -70$

Câu 9: Giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^2 - 3mx}{x - 3}$ (C) cắt đường thẳng $y = mx - 7$ (d) tại 2 điểm phân biệt là:

- A. $m > \frac{19}{12}$ B. $m < \frac{19}{12}$ và $m \neq 1$ C. $m < \frac{19}{12}$ D. $m \geq \frac{19}{12}$ và $m \neq 1$

Câu 10: Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành 2 phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để diện tích 2 hình thu được là nhỏ nhất?



- A. $\frac{18}{9 + 4\sqrt{3}}(m)$ B. $\frac{36\sqrt{3}}{9 + 4\sqrt{3}}(m)$ C. $\frac{12}{4 + \sqrt{3}}(m)$ D. $\frac{18\sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}(m)$

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 2x}$ có mấy tiệm cận?

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 12: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x - 3) = 5$ là

- A. $x = 3128$ B. $x = 1564$ C. $x = 4$ D. $x = 2$

Câu 13: Nghiệm của bất phương trình $\log(2x^2 - 4x) > 1$ là

- A. $x > 1 + \sqrt{6}$ hoặc $x < 1 - \sqrt{6}$ B. $x \in (1 - \sqrt{6}; 1 + \sqrt{6})$
C. $x < 1 + \sqrt{6}$ D. $x > 1 - \sqrt{6}$

Câu 14: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log(2x^2)$

- A. $y' = \frac{2 \cdot \ln 10}{x}$ B. $y' = \frac{2}{x \cdot \ln 10}$ C. $y' = \frac{1}{2x^2 \cdot \ln 10}$ D. $\frac{\ln 10}{2x^2}$

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \log \frac{x-3}{x-1}$ là?

- A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ B. $(3; +\infty)$ C. $(1; 3)$ D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 16: Khẳng định nào sau đây là luôn luôn đúng với mọi a, b dương phân biệt khác 1?

- A. $b = a^{\log b}$ B. $a = b^{\ln a}$ C. $\log_a b = \log_b a$ D. $a^{\log b} = b^{\log a}$

Câu 17: Nếu $\log_2 6 = a$ và $\log_2 7 = b$ thì $\log_3 7$ bằng bao nhiêu?

- A. $\log_3 7 = \frac{b}{a-1}$ B. $\log_3 7 = \frac{a}{b-1}$ C. $\log_3 7 = \frac{b}{1-a}$ D. $\log_3 7 = \frac{a}{1-b}$

Câu 18: Giả sử tỉ lệ lạm phát của Việt Nam mỗi năm trong 10 năm qua là 5%. Hỏi nếu năm 2007, giá xăng là 12000VND / lít. Hỏi năm 2016 giá tiền xăng là bao nhiêu tiền một lít?

- A. 11340,00VND / lít B. 113400VND / lít C. 18616,94VND / lít D. 186160,94 VND / lít

Câu 19: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$?

- A. $y' = \frac{(x+1)^2 e^x}{(x^2+1)^2}$ B. $y' = \frac{e^x (\ln x (x^2+1) + 2x) + 1}{(x^2+1)}$
C. $y' = \frac{(x-1)^2 e^x}{(x^2+1)^2}$ D. $y' = \frac{e^x (\ln x (x^2+1) - 2x) + 1}{(x^2+1)^2}$

Câu 20: Nếu $(\sqrt{13} - \sqrt{12})^x > (\sqrt{13} + \sqrt{12})$ thì:

- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x > -1$ D. $x < -1$

Câu 21: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$

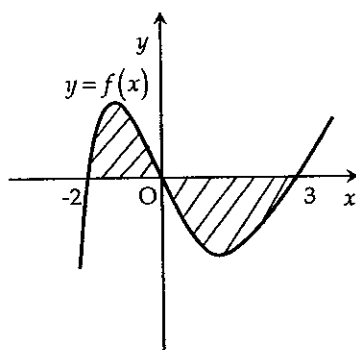
- A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + c$ B. $\int f(x)dx = \frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + c$
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + c$ D. $\int f(x)dx = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}} + c$

Câu 22: Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ x có số lượng là $N(x)$. Biết rằng $N'(x) = \frac{2000}{1+x}$ và lúc đầu số lượng vi khuẩn là 5000 con. Vậy ngày thứ 12 số lượng vi khuẩn là?

- A. 10130 B. 5130 C. 5154 D. 10129

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo) trong hình là?

- A. $\int_{-2}^3 f(x)dx$
B. $\int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$
C. $\int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx$
D. $\int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$



Câu 24: Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x(4-x)$ với trục hoành.

- A. $\frac{512}{15}$ (đvtt) B. $\frac{32}{3}$ (đvtt) C. $\frac{512\pi}{15}$ (đvtt) D. $\frac{32\pi}{3}$ (đvtt)

Câu 25: Tích phân $\int_0^{\pi} \cos^2 x \cdot \sin x dx$ bằng:

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 0

Câu 26: Cho số phức $z = ax + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Đối với số phức z , a là phần thực.
B. Điểm $M(a, b)$ trong một hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = ax + bi$.
C. Đối với số phức z , bi là phần ảo.
D. Số i được gọi là đơn vị ảo.

Câu 27: Cho số phức $z = 7 + 6i$, tính mô đun của số phức $z_1 = \frac{2z^2 + 1}{3}$?

- A. $\sqrt{3217}$ B. $\sqrt{85}$ C. 3127 D. 85

Câu 28: Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 5z_1 + 6z_2$?

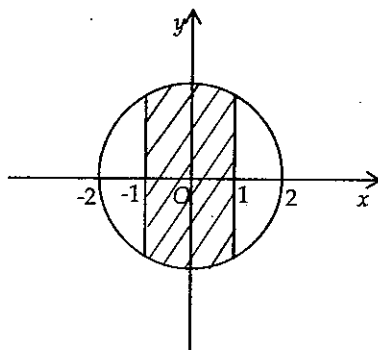
- A. $\bar{z} = 51 + 40i$ B. $\bar{z} = 51 - 40i$ C. $\bar{z} = 48 + 37i$ D. $\bar{z} = 48 - 37i$

Câu 29: Gọi A là tập các số phức thỏa mãn $z^2 + |z|^2 = 0$ thì A là:

- A. Tập hợp mọi số ảo và số 0. B. $\{\pm i; 0\}$
C. $\{-i; 0\}$ D. $\{0\}$

Câu 30: Số phức thỏa mãn điều kiện nào thì có điểm biểu diễn ở phần gạch chéo (kể cả biên)?

- A. Số phức có phần thực nằm trong $(-1; 1)$ và mô đun nhỏ hơn 2.
B. Số phức có phần thực nằm trong $[-1; 1]$ và mô đun nhỏ hơn 2.
C. Số phức có phần thực nằm trong $[-1; 1]$ và mô đun không vượt quá 2.
D. Số phức có phần thực nằm trong $(-1; 1)$ và mô đun không vượt quá 2.



Câu 31: Tính thể tích khối rubic mini (mỗi mặt của rubic có 9 ô vuông), biết chu vi mỗi ô (ô hình vuông trên một mặt) là 4cm (coi khoảng cách giữa các khối vuông gần kề là không đáng kể).

- A. 27 cm^3 B. 1728 cm^3 C. 1 cm^3 D. 9 cm^3

Câu 32: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Hình tạo bởi một số hữu hạn đa giác được gọi là hình đa diện.
B. Khối đa diện bao gồm không gian được giới hạn bởi hình đa diện và cả hình đa diện đó.
C. Mỗi cạnh của một đa giác trong hình đa diện là cạnh chung của đúng hai đa giác.
D. Hai đa giác bất kì trong hình đa diện hoặc là không có điểm chung, hoặc là có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ bằng?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 34: Khi sản xuất vỏ lon sữa Ông Thọ hình trụ, các nhà sản xuất luôn đặt chỉ tiêu sao cho chi phí sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất, tức là nguyên liệu (sắt tây) được dùng là ít nhất. Hỏi khi đó tổng diện tích toàn phần của lon sữa là bao nhiêu, khi nhà sản xuất muốn thể tích của hộp là $V \text{ cm}^3$.

- A. $S_p = 3\sqrt{\frac{\pi V^2}{4}}$ B. $S_p = 6\sqrt{\frac{\pi V^2}{4}}$ C. $S_p = 3\sqrt{\frac{\pi V^2}{4}}$ D. $S_p = 6\sqrt{\frac{\pi V^2}{4}}$

Câu 35: Tính thể tích của vật thể tròn xoay thu được sau khi quay nửa đường tròn tâm O đường kính AB quanh trục AB, biết $AB = 4$?

- A. 256π (đvtt) B. 32π (đvtt) C. $\frac{256}{3}\pi$ (đvtt) D. $\frac{32}{3}\pi$ (đvtt)

Câu 36: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại C có đường cao kẻ từ C là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $CA = a$. Khi đó đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục CA là?

- A. $l = a$ B. $l = \sqrt{2}a$ C. $l = \sqrt{3}a$ D. $l = 2a$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$ và $SA = 2a$ vuông góc với đáy.

Tính thể tích của hình chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{4}{3}a^3$ (đvtt) B. $4a^3$ (đvtt) C. $\frac{2}{3}a^3$ (đvtt) D. $2a^3$ (đvtt)

Câu 38: Một hình hộp chữ nhật nội tiếp mặt cầu có ba kích thước là a, b, c . Khi đó bán kính r của mặt cầu bằng?

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ B. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ C. $\sqrt{2(a^2+b^2+c^2)}$ D. $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$

Câu 39: Một hình trụ có 2 đáy là hình tròn nội tiếp một hình vuông cạnh a . Tính thể tích của khối trụ đó, biết chiều cao của khối trụ là a ?

- A. $\frac{1}{2}a^3\pi$ B. $\frac{1}{4}a^3\pi$ C. $\frac{1}{3}a^3\pi$ D. $a^3\pi$

Câu 40: Khái niệm nào sau đây đúng với khối chóp?

- A. là hình có đáy là một đa giác và các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.
B. là phần không gian được giới hạn bởi hình chóp và cả hình chóp đó.
C. là phần không gian được giới hạn bởi hình chóp.
D. là khối đa diện có hình dạng là hình chóp.

Câu 41: Cho mặt phẳng $(P): 5x + 6y + 2 = 0$. Vectơ pháp tuyến của (P) là:

- A. $\vec{n} = (5, 6, 0)$ B. $\vec{n} = (-6, 5, 0)$ C. $\vec{n} = (5, 6, 2)$ D. $(-5, 6, 2)$

Câu 42: Cho 3 điểm $A(6, 9, 1), B(-2, 1, -3), C(-1, 1, 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $(ABC): -6x + 5y + 2z - 11 = 0$ B. $(ABC): 3x - 5y - 2z + 11 = 0$
C. $(ABC): 6x - 5y - 2z - 11 = 0$ D. Không viết được do không đủ dữ kiện.

Câu 43: Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-6)^2 = 25$. Tìm tâm I , bán kính R của mặt cầu (S)

- A. $I(1; 2; 6); R=5$ B. $I(-1; -2; -6); R=5$
C. $I(1; 2; 6); R=25$ D. $I(-1; -2; -6); R=25$

Câu 44: Trong không gian cho điểm $A(2; 6; 9)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z + 9 = 0$. Tính $x = \frac{2}{3}d(A; (P))$

- A. $x = \frac{25\sqrt{14}}{7}$ B. $x = \frac{50\sqrt{14}}{21}$ C. $x = \frac{75\sqrt{14}}{14}$ D. $x = 50$

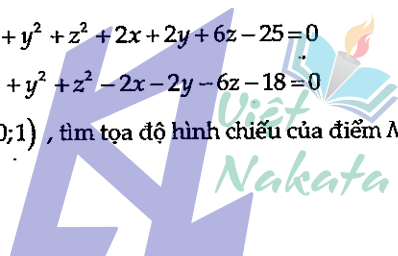
Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua Δ và cách $A(1; 1; 3)$ một khoảng lớn nhất.

- A. $(P): -15x - 12y + 21z - 28 = 0$ B. $(P): 15x + 12y + 21z - 28 = 0$
C. $(P): 15x + 12y - 21z - 28 = 0$ D. Không có mặt phẳng nào thỏa mãn.

Câu 46: Cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 9 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) ?

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z - 36 = 0$ B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 6z - 25 = 0$
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z - 25 = 0$ D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z - 18 = 0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; 1)$, tìm tọa độ hình chiếu của điểm M lên đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.



A. $(1;0;2)$

B. $(-1;1;2)$

C. $(0;2;1)$

D. $(1;1;2)$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;6;0)$; $B(0;0;8)$ và $C(4;0;8)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. BC vuông góc với CA .

B. BC vuông góc với mặt phẳng (OAB)

C. AB vuông góc với AC .

D. Câu A và câu B đều đúng.

Câu 49: Cho $m \neq 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{m}$ cắt đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t+5 \\ y=2t+3 \\ z=-t+3 \end{cases}$.

Giá trị m là:

A. một số nguyên dương.

B. một số nguyên âm.

C. một số hữu tỉ dương.

D. một số hữu tỉ âm.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $S(1;2;-1)$ và tam giác ABC có diện tích bằng 6 nằm trên mặt phẳng $(P): x-2y+z+2=0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $V=2\sqrt{6}$

B. $V=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

C. $V=\sqrt{6}$

D. $V=4$



ĐÁP ÁN

1A	2D	3B	4B	5C	6A	7B	8D	9B	10A
11D	12B	13A	14B	15A	16D	17A	18C	19C	20D
21B	22A	23C	24C	25B	26C	27A	28B	29A	30C
31A	32A	33A	34B	35D	36A	37A	38A	39B	40B
41A	42A	43A	44B	45A	46C	47A	48B	49C	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Phân tích: Đây là một câu hỏi rất dễ gây sai lầm. Với câu hỏi như thế này, nếu không nắm chắc lí thuyết nhiều độc giả sẽ không tìm được câu trả lời đúng. Tuy nhiên đây không phải là một kiến thức khó quá, không cần tìm đâu xa, theo định lý trang 6 sách giáo khoa ta có:

“Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K .

a. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .

b. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K .”

Chúng ta nhận thấy rõ ở đây, chỉ có chiều suy ra và không có chiều ngược lại, vậy chúng ta có thể loại được ý C.

Với ý B thì ta thấy nếu đạo hàm không xác định tại hai điểm đầu mút thì mệnh đề này không tương đương ví dụ như hàm $y = \sqrt{x}$ có đạo hàm

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
 không xác định tại $x=0$ nhưng vẫn

đồng biến trên $[0; 2]$ vậy rõ ràng dấu tương đương ở đây là sai.

Với ý A và D, soi vào định lý chúng ta có thể thấy được ý A đúng.

Vì sao ý D lại sai. Chúng ta cùng nhớ lại định lý mở rộng ở trang 7 SGK, và nhận thấy mệnh đề này còn thiếu rằng $f(x) = 0$ tại hữu hạn điểm.

Câu 2: Đáp án D.

Phân tích: Nhận thấy đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta có thể loại ngay đáp án B và C.

Để so sánh giữa ý A và D thì chúng ta cùng đến với bảng tổng quát các dạng đồ thị của hàm bậc

3

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) (đã được đề cập ở trang 35 SGK cơ bản)

Nhìn vào bảng ta nhận thấy với ý D có hệ số $a = 1 > 0$ nên đúng dạng đồ thị ta chọn đáp án D. (Ngoài ra các em nên tìm hiểu bảng trang 38 SGK về hàm bậc 4 trùng phương, bảng trang 41 SGK cơ bản về hàm phân thức bậc nhất).

Câu 3: Đáp án B.

Phân tích: Ta tính đạo hàm của hàm số được $y' = -x^2 - 1$, nhận thấy phương trình $y' = 0$ vô nghiệm, nên đáp án đúng là B, không có cực trị.

Câu 4: Đáp án B

Phân tích: Ta cùng đi phân tích từng mệnh đề một:

(1): Ở mệnh đề này, nhiều quý độc giả sẽ có sai lầm như sau:

$$\text{Vì } y' = \frac{-2}{(x-3)^2} < 0 \forall x \in D \text{ nên hàm số nghịch}$$

biến trên D .

Phân tích sai lầm: Ở sách giáo khoa hiện hành, không giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một tập số, mà chỉ giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một khoảng, một đoạn, nửa khoảng (nửa đoạn). Vì thế mệnh đề (1) nếu sửa lại đúng sẽ là “ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.”

(2): Cách giải thích rõ ràng về mặt toán học $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty \Rightarrow \text{đường thẳng } x = 3$$

là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy mệnh đề này là sai.

Tuy nhiên mình hay nhầm nhanh bằng cách sau (chỉ là làm nhanh thôi)

Đối với hàm phân thức bậc nhất như thế này, ta nhận thấy phương trình mẫu số $\Leftrightarrow x=3 \Rightarrow$ đây là TCD.

Còn tiệm cận ngang thì $y =$ (hệ số của x ở tử số)

$\div$ (hệ số của x ở mẫu số). Ở ví dụ này thì

$$y = \frac{1}{1} = 1 \text{ chính là TCN.}$$

(3) Đây là mệnh đề đúng. Hàm phân thức bậc nhất không có cực trị.

(4). Từ việc phân tích mệnh đề (2) ta suy ra được mệnh đề (4) này là mệnh đề đúng.

Vậy đáp án đúng của chúng ta là B. (3), (4).

Câu 5: Đáp án C.

Phân tích: Cách 1: Làm theo các bước thông thường:

$$y' = \frac{x^2 + 1 - x.2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}. \text{ Ta thấy với}$$

$x \in (-1; 1)$ thì $y' > 0$. Vậy đáp án đúng là C.

Cách 2: Dùng máy tính CASIO fx-570 VN PLUS.

Ta có thể nhập hàm vào máy tính, dùng công cụ TABLE trong máy tính

Bước 1: ấn nút **MODE** trên máy tính

Bước 2: Ấn 7 để chọn chức năng 7:TABLE, khi đó máy sẽ hiện $f(x)=$ ta nhập hàm vào như sau:

Ấn 2 lần = và máy hiện START?, ta ấn -3 =, máy hiện END? Ta ấn 3 =. STEP? Ta giữ nguyên 1 và ấn =. (Lý giải vì sao chọn khoảng xét là -3 đến 3: vì ở đáp án là các khoảng $(-\infty, -1); (-1, 1); (1, +\infty)$ vì thế ta sẽ xét từ -3 đến 3 để nhận rõ được xem hàm số đồng biến nghịch biến trên khoảng nào?)

Bước 3: Sau khi kết thúc các bước trên máy sẽ hiện như sau:

Ở bên tay trái, cột X chính là các giá trị của x chạy từ -3 đến 3, ở tay phải cột F(x) chính là các

giá trị của y tương ứng với X ở cột trái. Khi ấn nút **▼** (xuống) ta nhận thấy từ giá trị $X = -1$ đến $X = 1$ là hàm $F(x)$ có giá trị tăng dần, vậy ở khoảng $(-1; 1)$ là hàm số đồng biến. Vậy đáp án đúng là C.

Câu 6: Đáp án A.

Phân tích: Nhìn qua đề bài thì ta có thể đánh giá rằng đây là một câu hỏi dễ ẩn điểm, tuy nhiên nhiều độc giả dễ mắc sai lầm như sau:

1. Sai lầm khi nhầm lẫn các khái niệm " giá trị cực đại (cực đại), giá trị cực tiểu (cực tiểu)", " điểm cực đại, điểm cực tiểu" của hàm số.

Ở đây chúng ta cùng nhắc lại những khái niệm này:

- Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì x_0 được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của hàm số, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại (giá trị cực tiểu)** còn gọi là **cực đại (cực tiểu)** của hàm số. Điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của đồ thị hàm số.

Chúng ta nhận thấy nếu nhầm lẫn giữa các khái niệm điểm cực đại của hàm số, và cực đại của hàm số thì chắc hẳn quý độc giả đã sai khi nhầm lẫn giữa ý D, C với 2 ý còn lại. Vì ở ý D là điểm cực đại của hàm số chứ không phải cực đại.

2. Sai lầm khi phân biệt giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số :

Ở đây vì đây là hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a=1>0$ nên đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại tại $x=0$ (xem lại bảng dạng của đồ thị hàm trùng phương trang 38 SGK) $\Rightarrow$ giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = f(0) = 2$. Vậy đáp án là A.

Câu 7: Đáp án B.

Phân tích: Ta có $y' = \left(\sqrt{x^2} \right)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$

$\Rightarrow$ hàm số không có đạo hàm tại $x=0$

Ta có thể loại ngay 2 đáp án sau vì hàm số này không có đạo hàm tại $x=0$.

Tuy nhiên ta thấy hàm số vẫn đạt cực tiểu tại $x=0$. Nên đáp án B đúng.

Câu 8: Đáp án D.

Đây là một câu hỏi để lấy điểm. Để tìm được GTNN của hàm số trên đoạn $[-4;4]$ ta giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$. Ta lần lượt so sánh $f(-4)$, $f(4)$, $f(-1)$, $f(3)$ thì thấy $f(-4)=-70$ là nhỏ nhất. Vậy đáp án đúng là D.

Câu 9: Đáp án B.

Cách giải nhanh bằng MTCT.

Nhận xét $x \neq 3$ vậy phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị phải có 2 nghiệm phân biệt khác 3.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow x^2 - 3mx = (mx - 7)(x - 3)$$

Dùng máy tính ấn nút **MODE** chọn 2: CMPLX (định dạng số phức)

Nhập vào máy tính như sau:

$$(X^2 - 3iX) - (X - 3)(iX - 7)$$

Ấn **CALC** và gán $X=100$ từ đó màn hình hiện kết quả như sau

$$10679 = 1\ 06\ 79 = x^2 + 6x + x - 21 = x^2 + 7x - 21$$

$$10000 = 1\ 00\ 00 = x^2$$

Vậy phương trình

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 21 - mx^2 = 0 \Leftrightarrow (1 - m)x^2 + 7x - 21 = 0$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt khác 3 thì

$$\begin{cases} f(3) \neq 0 \\ 7^2 - 4(1 - m) \cdot (-21) > 0 \end{cases}$$

Về đầu của hệ ta không cần giải để sau đó thay

$$\text{vào. Phương trình (2)} \Leftrightarrow m < \frac{19}{12} \text{ và } m \neq 1.$$

Chú ý: Rất nhiều em hay mắc sai lầm là thiếu mất điều kiện là 2 nghiệm phân biệt khác 3 là sai. Nhiều độc giả khác lại mắc sai lầm khi giải bất phương trình cuối cùng, nhầm dấu, không đảo dấu bất phương trình,... Vì thế quý độc giả phải hết sức cẩn thận tính toán khi làm bài.

Câu 10: Đáp án A.

Phân tích: Gọi độ dài cạnh hình tam giác đều là $x(m)$ khi đó độ dài cạnh hình vuông là $\frac{6-3x}{4}$

Tổng diện tích khi đó là

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \left(\frac{6-3x}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}((9+4\sqrt{3})x^2 - 36x + 36)$$

$$\text{Diện tích nhỏ nhất khi } x = \frac{-b}{2a} = \frac{18}{9+4\sqrt{3}}$$

$$\text{Vậy diện tích Min khi } x = \frac{18}{9+4\sqrt{3}}$$

Hoặc đến đây ta có thể bấm máy tính giải phương trình $(9+4\sqrt{3})x^2 - 36x + 36$ ấn bằng và hiện giá trị

Đây chính là đáp án A mà ta vừa tìm được ở trên.

Câu 11: Đáp án D.

Phân tích:

$$\text{Giải phương trình } x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$, suy ra $x=0$ là 1 TCD.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$, suy ra $x=2$ là 1 TCD.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, suy ra $y=2$ là 1 TCN.

Vậy đáp án là D, 3 tiệm cận.

Câu 12: Đáp án B.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 2x - 3 = 5^5 \Leftrightarrow x = 1564.$$

Đáp án B.

Nhân xét: Ở đây, nhiều độc giả không nắm rõ được kiến thức lý thuyết về logarit, nên giải sai như sau

Hướng giải sai 1:

$$\log_5(2x-3) = 5 \Leftrightarrow 2x-3 = 5 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow \text{đáp án C.}$$

Hướng giải sai 2: $\log_5(2x-3) = 5 \Leftrightarrow 2x-3 = 1$ (vì

$$\text{nghi VP} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \text{đáp án D.}$$

Vì thế ở đây, tôi muốn chú ý với quý độc giả rằng, cần nắm rõ bản chất cội nguồn các khái niệm để

làm bài thi một cách chính xác nhất, tránh những sai lầm không đáng có.

Câu 13: Đáp án A.

Phân tích: Điều kiện $\begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$

Khi đó bất phương trình

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x > 10 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 + \sqrt{6} \\ x < 1 - \sqrt{6} \end{cases}$$

Chọn đáp án A.

Giới thiệu thêm: trong máy tính Casio 570 VN Plus có tính năng giải bất phương trình đa thức bậc 2, bậc 3. Các bạn chỉ cần ấn **[MODE]** → mũi tên xuống và chọn 1:INEQ (inequality), sau đó chọn các dạng bất phương trình phù hợp.

Câu 14: Đáp án B.

Ta có $(\log_x u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$. Áp dụng vào hàm số trên

$$\text{ta có } y' = \frac{4x}{2x^2 \cdot \ln 10} = \frac{2}{x \cdot \ln 10} \Rightarrow \text{đáp án B.}$$

Câu 15: Đáp án A.

Phân tích:

Đây là một câu dễ ăn điểm nên chúng ta cần chú ý cẩn thận từng chi tiết:

Ở đây có 2 điều kiện cần đáp ứng:

1. Điều kiện để hàm phân thức có nghĩa
2. Điều kiện để hàm log xác định

$$\text{Vậy ta có } \begin{cases} x \neq 1 \\ (x-3)(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

Đáp án A.

Câu 16: Đáp án D.

Phân tích: Nhận thấy a, b là 2 số dương phân biệt:

Với ý A.

$$\Leftrightarrow \log_a b = \log b \Leftrightarrow \frac{\log b}{\log a} = \log b$$

$$\Leftrightarrow \log b = \log a \cdot \log b \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 10 \end{cases}$$

(không luôn đúng với mọi a, b)

Tương tự với ý B.

$$\text{Với ý C. Ta có } C \Leftrightarrow \frac{\log b}{\log a} = \frac{\log a}{\log b} \quad (\text{do } a, b \text{ phân}$$

biệt nên đẳng thức không đúng).

Theo pp loại trừ ta chọn đáp án D.

Ta cùng chứng minh đáp án D.

$$D \Leftrightarrow \log a^{\log b} = \log b^{\log a} \Leftrightarrow \log b \cdot \log a = \log a \cdot \log b$$

(luôn đúng)

TH2: Nếu không nghĩ ra hướng giải quyết nào, ta có thể dùng máy tính và thay 2 số a, b bất kì thỏa mãn yêu cầu để soát đáp án (do luôn đúng). Ta cũng chọn được đáp án D.

Câu 17: Đáp án A.

Phân tích: Với dạng bài biểu diễn một logarit theo 2 logarit đã cho thì bước đầu tiên là chuyển log cơ sở cần tìm về cơ sở ban đầu, rồi phân tách như sau:

$$\text{Ta có } \log_3 7 = \frac{\log_2 7}{\log_2 3} = \frac{b}{\log_2 6 - \log_2 2} = \frac{b}{a-1}$$

Vậy đáp án là A.

Câu 18: Đáp án C.

Phân tích: Đây là bài toán ứng dụng về hàm số mũ mà chúng ta đã học, bài toán rất hơn giản. Tuy nhiên nhiều độc giả có thể mắc sai lầm như sau:

Lời giải sai:

Giá xăng 9 năm sau là

$$12000(1+0.05)^9 = 113400 \text{ VND / lit.} \quad \text{Và chọn A}$$

hay B (do nhìn nhầm chẳng hạn)

Lời giải đúng:

$$\text{Giá xăng năm 2008 là } 12000(1+0.05)$$

$$\text{Giá xăng năm 2009 là } 12000(1+0.05)^2$$

...

Giá xăng năm 2016 là

$$12000(1+0.05)^9 \approx 18615,94 \text{ VND / lit}$$

Đáp án đúng là C.

Câu 19: Đáp án C.

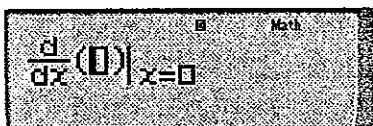
Phân tích: Đây là bài toán tính đạo hàm đòi hỏi quý độc giả phải nhớ công thức. Ta cùng nhắc lại các công thức đạo hàm cần sử dụng

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}; \quad (e^x)' = e^x$$

$$\text{Vậy ở đây } y' = \frac{e^x(x^2+1) - 2xe^x}{(x^2+1)^2} = \frac{(x-1)^2 e^x}{(x^2+1)^2}$$

Vậy ta chọn đáp án C.

Ngoài ra các bạn có thể sử dụng nút



trên máy tính rồi thử từng đáp án, tuy nhiên đây là một bài toán đạo hàm khá đơn giản nên ta không cần thiết sử dụng máy tính, sẽ làm tốn thời gian hơn rất nhiều.

Câu 20: Đáp án D.

Phân tích: Ta thấy VT có thể nhân liên hợp để tạo ra cơ sở ở VP

$$bpt \Leftrightarrow (\sqrt{13} - \sqrt{12})^x > \frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{12}}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{13} - \sqrt{12})^x > (\sqrt{13} - \sqrt{12})^{-1}$$

Đến đây rất nhiều độc giả mắc sai lầm mà chọn ý C. Do muốn làm bài thật nhanh chóng mà không để ý đến yếu tố là cần phải cẩn thận. Do cơ số $0 < \sqrt{13} - \sqrt{12} < 1$ nên $bpt \Leftrightarrow x < -1$. Đáp án đúng là D.

Câu 21: Đáp án B

Phân tích: Đây là dạng tìm nguyên hàm cơ bản

$$\int u^n dx = \frac{1}{u' \cdot (n+1)} \cdot u^{n+1} + c$$

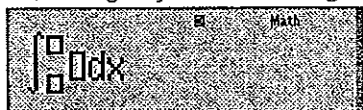
Áp dụng công thức trên vào thì

$$\int f(x) dx = \frac{1}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} \cdot (\sqrt{3x+2})^{1+\frac{1}{2}} + c$$

$$= \frac{2}{9} (3x+2) \sqrt{3x+2} + c$$

Đáp án B.

Ngoài ra ta có thể ấn vào máy tính và thử từng đáp án một, trong máy tính ta sử dụng nút



Câu 22: Đáp án A.

Phân tích:

Thực chất đây là một bài toán tìm nguyên hàm.

Cho $N'(x)$ và đi tìm $N(x)$.

Ta có $\int \frac{2000}{1+x} dx = 2000 \cdot \ln|1+x| + 5000$ (Do bạn

đầu khối lượng vi khuẩn là 5000). Với $x=12$ thì số lượng vi khuẩn là ≈ 10130 con

Đáp án A.

Câu 23: Đáp án C.

Phân tích: Nhìn vào đồ thị ta thấy $f(x) \geq 0$ với

$$x \in [-2; 0] \Rightarrow S_1 = \int_{-2}^0 f(x) dx$$

$$f(x) \leq 0 \text{ với } x \in [0; 3]$$

$$\Rightarrow S_2 = \int_0^3 f(x) dx = - \int_0^3 f(x) dx$$

Ta chọn đáp án C.

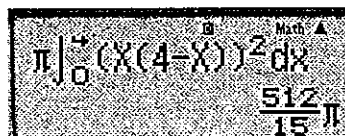
Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả nghĩ cứ tích phân S_p thì x phải chạy từ số bé đến số lớn. Tuy nhiên ta phải xét rõ xem $f(x)$ âm hay dương trên đoạn đó. Vì sai lầm này nên nhiều độc giả sẽ chọn đáp án D. Hoặc nhiều bạn nhầm dấu giữa x và $f(x)$ nên chọn đáp án B là sai.

Câu 24: Đáp án C.

Phân tích: Với dạng này ta cần nhớ công thức tính $V_{Ox} = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ (đvtt).

Đầu tiên ta tìm giao của đồ thị với Ox ta được $x=0$ và $x=4$.

Lúc này ta chỉ cần nhập biểu thức vào máy tính như sau:



Vậy đáp án là C.

Nhiều bạn hay sai khi thiếu π hoặc thiếu bình phương nên chọn các đáp án còn lại. Các bạn chú ý nhớ chính xác công thức và tính toán thật cẩn thận nhé.

Câu 25: Đáp án B.

Cách 1: Các bạn độc giả thấy ở đây

$$\sin x = -(\cos x)'$$

Ta sẽ chuyển về dạng $\int f(u) u' dx$

Giải toán thông thường:

$$\begin{aligned} - \int_0^{\pi} \cos^2 x d(\cos x) &= -\frac{1}{3} \cos^3 x \Big|_0^{\pi} \\ &= -\frac{1}{3} (\cos \pi - \cos 0) = -\frac{1}{3} (-1 - 1) = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Cách 2: Các bạn chỉ cần nhập vào máy tính là có kết quả, đây là câu hỏi dễ ăn điểm nên các bạn

độc giả lưu ý cần hết sức cẩn thận trong tính toán để không bị mất điểm phần này. Nhập kết quả vào máy tính ta tính được đáp án B. Các bạn nhớ chuyển sang chế độ Radian khi tính toán nhé.

Câu 26: Đáp án C

Phân tích: Đây là một câu hỏi lí thuyết rất dễ gây hiểu lầm. Vì thế các bạn độc giả nên đọc kĩ từng mệnh đề để kết luận xem mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai.

Với mệnh đề thứ nhất và mệnh đề thứ 3, ta cùng quay lại với trang 130 SGK cơ bản:

"Đối với số phức $z = ax + bi$, ta nói a là phần thực, b là phần ảo của z ."

Vậy ta có thể suy ra A đúng, C sai.

Phân tích sai lầm: ở đây rất nhiều bạn nghĩ rằng câu C là đúng vì thế dẫn đến bối rối trong việc xét các câu còn lại. Tuy nhiên các bạn độc giả nhớ kĩ rằng phần ảo chỉ có b mà không có i . Các mệnh đề còn lại là đúng, tuy nhiên các bạn nên đọc cả những mệnh đề đó và ghi nhớ luôn, vì chúng ta đang trong quá trình ôn tập nên việc này là rất cần thiết.

Câu 27: Đáp án A.

Phân tích: Cách giải toán thông thường

$$z_1 = \frac{2 \cdot (7 + 6i)^2 + 1}{3} = \frac{98 + 168i + 72i^2 + 1}{3} \\ = \frac{27 + 168i}{3} = 9 + 56i$$

(do $i^2 = -1$)

Đến đây nhiều độc giả không nhớ kiến thức mô đun là gì dẫn đến kết quả sai không đáng có như sau:

(Mô đun của z_1) $= 9^2 + 56^2 = 3127 \Rightarrow$ đáp án C.

Vì thế quý độc giả cần nắm rõ các công thức:

Mô đun của số phức z kí hiệu là $|z|$, có giá trị

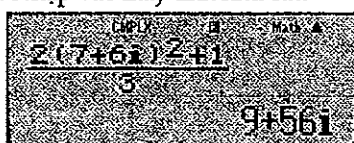
$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$, hay chính là độ dài của vecto $\overline{OM}$ (với M là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$.)

Cách bấm máy tính nhanh: Nếu bạn nào có tư duy nhanh tốt thì có thể bấm nhanh theo cách trên, còn nếu tư duy nhanh không được tốt, các bạn có thể thao tác trên máy tính như sau: (bởi vì

nhiều khi thời gian các bạn nhầm còn nhanh hơn là thời gian cầm máy tính lên và bấm từng nút)

Bước 1: Ấn nút **MODE** trên máy tính, chọn chế độ phức 2: CMPLX bằng cách ấn nút số 2.

Bước 2: Nhập vào máy tính như sau



Từ đó ta tìm được số phức z_1 và đi tính mô đun số phức như cách 1.

Câu 28: Đáp án B.

Phân tích

Các bước để làm dạng toán này như sau: Quý độc giả lần lượt thế z_1, z_2 vào biểu thức z từ đó tìm được z . Hoặc nhập vào máy tính như các bước đã hướng dẫn ở Câu 27 thì ta tính được kết quả như sau

$z = 5(3 + 2i) + 6(6 + 5i) = 51 + 40i$. Đến đây nhiều bạn vội vàng khoanh A, dẫn đến kết quả sai. Vì ở đây là tìm số phức liên hợp của z chứ không phải tìm z . Vậy đáp án của ta là B.

Hoặc nhiều bạn bấm nhầm máy tính có thể ra các kết quả khác như C hoặc D. Vì vậy một lần nữa chị khuyên các bạn cần hết sức cẩn thận khi đọc đề bài, khi tính toán.

Câu 29: Đáp án A.

Phân tích: Ta có

$$\Leftrightarrow a^2 + 2abi + b^2i^2 + a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow 2a^2 + 2abi = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a(a + bi) = 0$$

(do $i^2 = -1$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a + bi = 0 \Leftrightarrow z = 0 \end{cases}$$

Với $a = 0$ thì $z = 0 + bi$ là số thuần ảo.

Với $z = 0$.

Vậy đáp án đúng là A.

Nhiều độc giả gặp bài toán này sẽ thấy bối rối, và thử các giá trị B, C hoặc D vào thấy thảo mãn sẽ khoanh ngay, đó là các kết quả sai. Vì thế các bạn cần giải ra xem kết quả rõ ràng như thế nào nhé.

Câu 30: Đáp án C.

Phân tích: Nhớ lại khái niệm về điểm biểu diễn số phức, cùng xem lại ở đáp án B, câu 26.

Vậy ở đây ta thấy nếu lấy một điểm bất kì trong phần gạch chéo là $M(a,b)$ thì $\begin{cases} -1 \leq a \leq 1 \\ OM \leq 2 \end{cases}$

Vậy đáp án của chúng ta là C.

Phân tích sai lầm: Nhiều bạn không phân biệt được giữa các khái niệm “nhỏ hơn” và “không vượt quá”.

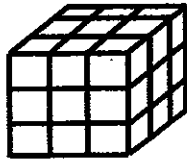
Ở đây ví dụ: không vượt quá 2 là bao gồm cả 2. Còn nhỏ hơn 2 là không bao gồm 2.

Hoặc nhiều bạn quên không tính cả các điểm nằm trên đường tròn tổng phần gạch chéo, và các điểm nằm trên 2 đường thẳng $x = -1; x = 1$ trong phần gạch chéo. Dẫn đến khoanh vào các đáp án còn lại như A, B hoặc D.

Câu 31: Đáp án A.

Phân tích: Đây là một bài toán ăn điểm, nhưng nếu đọc không kĩ từng câu chữ trong đề bài các đọc giả rất có thể sai

Ta có khối rubic như sau:



Hướng sai 1: Nghĩ rằng mỗi cạnh của ô vuông là 4 nên chiều dài mỗi cạnh của khối rubic là

$$a = 4.3 = 12 \Rightarrow V = 12^3 = 1728 \Rightarrow B$$

Hướng sai 2: Nghĩ rằng chu vi mỗi ô vuông là tổng độ dài của cả 12 cạnh nên chiều dài mỗi cạnh là $\frac{1}{3}$, nên độ dài cạnh của khối rubic là

$$a = \frac{1}{3}.3 = 1 \Rightarrow V = 1^3 = 1 \Rightarrow C.$$

Hướng sai 3: Nhầm công thức thể tích sang công thức tính diện tích nên suy ra ý D.

Cách làm đúng: Chu vi của một ô nhỏ là 4 cm nên độ dài mỗi cạnh nhỏ là 1 cm, vậy độ dài cạnh của khối rubic là $a = 3.1 = 3 \text{ cm} \Rightarrow V = 3.3.3 = 27 \text{ cm}^3$.
Đáp án A.

Câu 32: Đáp án A.

Phân tích: Đây là một câu hỏi lý thuyết đòi hỏi quý đọc giả cần nắm vững các kiến thức về khối đa diện, hình đa diện, tôi xin được nhắc lại như sau:

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thoả mãn hai tính chất:

- Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

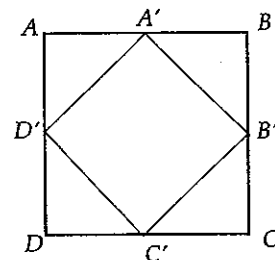
+ **Khối đa diện** là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

Vậy từ các thông tin mà tôi đã đưa ra ở trên, quý đọc giả có thể nhận ra được các ý B, C, D là các đáp án đúng. Còn đáp án A không thoả mãn tính chất của hình đa diện, thiếu hẳn 2 điều kiện đủ quan trọng để có hình đa diện. Đáp án A.

Chú ý: Để có thể làm được các câu trắc nghiệm lý thuyết một cách nhanh chóng, các bạn nên nắm chắc kiến thức lý thuyết, phân biệt rõ ràng từng khái niệm, và đặc biệt là hiểu rõ bản chất các định lý, khái niệm trong sách giáo khoa (một phương tiện rất cần thiết trong việc ôn thi THPT QG).

Câu 33: Đáp án A.

Phân tích: Ta thấy 2 hình chóp $S.ABCD$ và $S.A'B'C'D'$. Có chung chiều cao kẻ từ đỉnh S xuống đáy. Vậy để đi tìm tỉ số khoảng cách thì chúng ta chỉ cần tìm tỉ số diện tích 2 đáy mà ta có hình vẽ như sau:



Ta thấy

$$S_{A'B'C'D'} = A'D' \cdot A'B' = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A'B'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{2}$$

đáp án A.

Phân tích sai lầm: Ở đây chủ yếu quý đọc giả có thể bị sai lầm về mặt tính toán, nên một lần nữa tôi xin lưu ý rằng, khi làm bài thi, mong rằng quý

độc giả hãy cố gắng thật cẩn thận trong tính toán để làm bài thi một cách chính xác nhất.

Câu 34: Đáp án B.

Phân tích: Đây là bài toán vừa kết hợp yếu tố hình học và yếu tố đại số. Yếu tố hình học ở đây là các công thức tính diện tích toàn phần, diện tích xung quanh, thể tích của hình trụ. Còn yếu tố đại số ở đây là tìm GTNN của S_p .

$$\text{Ta có yếu tố đề bài cho } V = B.h = \pi R^2 . h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$$

(*)

$$S_p = S_{xq} + 2S_{day} = 2.\pi R^2 + 2\pi R.h$$

$$= 2\left(\pi R^2 + \pi R . \frac{V}{\pi R^2}\right) = 2\left(\pi R^2 + \frac{V}{R}\right)$$

Đến đây ta có hai hướng giải quyết, đó là tìm đạo hàm rồi xét $y' = 0$ rồi vẽ BBT tìm GTNN. Tuy nhiên ở đây tôi giới thiệu đến quý độc giả cách làm nhanh bằng BDT Cauchy.

Ta nhận thấy ở đây chỉ có một biến R và bậc của R ở hạng tử thứ nhất là bậc 2, nhưng bậc của R ở hạng tử thứ 2 chỉ là 1. Vậy làm thế nào để khi áp dụng BDT Cauchy triệt tiêu được biến R . Ta sẽ tìm cách tách $\frac{V}{R}$ thành 2 hạng tử bằng nhau để

khi nhân vào triệt tiêu được R^2 ban đầu. Khi đó ta có như sau:

$$S_p = 2.\left(\pi R^2 + \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R}\right) \geq 2.3\sqrt{\frac{\pi V^2}{4}} \Rightarrow \text{đáp án B.}$$

Câu 35: Đáp án D.

Phân tích: Khi quay nửa đường tròn quanh trục AB ta được khối cầu tâm O , bán kính $\frac{AB}{2} = 2$.

$$\text{Khi đó } V_{cu} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}.\pi.2^3 = \frac{32}{3}\pi \text{ (đvtt)}$$

Nhiều bạn có thể nhớ nhầm công thức tính thể tích khối cầu thành công thức tính diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2$ dẫn đến chọn đáp án B là sai. Hoặc nhiều bạn lại giữ nguyên đường kính AB như thế và áp dụng cho công thức với bán kính dẫn đến khoảng ý A, hay ý C. Nên các bạn lưu ý đọc thật kĩ đề bài và nhớ chính xác công thức.

Câu 36: Đáp án D

Phân tích: Đường sinh của hình nón quay được thực chất chính là cạnh huyền AB của tam giác

vuông ABC . Mà tam giác vuông đã có một cạnh bên và đường cao, ta chỉ cần áp dụng công thức hệ thức lượng trong tam giác:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CA^2} + \frac{1}{CB^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{CB^2}$$

$$\Rightarrow CB = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2a$$

(theo định lý Pytago).

Câu 37: Đáp án A.

Phân tích:

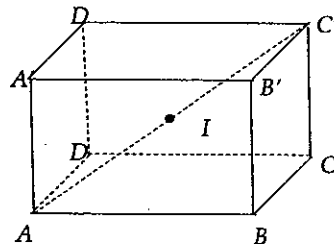
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.h = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA =$$

$$\frac{1}{3}.AB.AD.SA = \frac{1}{3}.a.2a.2a = \frac{4}{3}a^3$$

Chú ý ở bài này: Cẩn thận trong tính toán và nhớ kĩ công thức. Nhiều độc giả quên mất $\frac{1}{3}$ nên dẫn đến tính sai công thức, một câu hỏi rất dễ ăn điểm.

Câu 38: Đáp án A.

Phân tích: Ta có tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật trùng với tâm đối xứng của hình hộp. Như hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm là I , là trung điểm của AC' , bán kính $r = \frac{AC'}{2}$



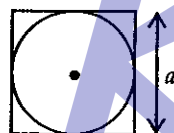
Tam giác $A'C'A$ vuông tại A'
 $\Rightarrow AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{c^2 + A'C'^2}$ (1)

Mặt khác tam giác $A'D'C'$ vuông tại D'
 $\Rightarrow A'C' = \sqrt{A'D'^2 + D'C'^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $r = \frac{1}{2}.\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 39: Đáp án B

Phân tích: Ta có hình vẽ sau



Việt
Nakata

Ta thấy hình tròn nội tiếp hình vuông cạnh a có đường kính có độ dài a . Khi đó thể tích của khối trụ là

$$V = B.h = a.\pi.R^2 = a.\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.a^3.\pi.$$

Chú ý: Nhiều bạn tìm được đường kính của hình tròn lại quên không chia 2 để tìm bán kính nên áp dụng công thức luôn dẫn đến tính toán sai và chọn nhầm kết quả.

Câu 40: Đáp án B.

Phân tích: Nhiều độc giả có thể nhầm giữa khái niệm hình chóp và khối chóp. Nên khoanh ý A. Tuy nhiên các bạn nên phân biệt rõ ràng giữa hình chóp và khối chóp nói chung, hay hình đa diện và khối đa diện nói riêng.

+ **Hình đa diện** là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thoả mãn hai tính chất:

a, Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
b, Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

+ **Khối đa diện** là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

Vậy khi đọc vào từng đáp án ở đây thì ta thấy ý A chính là khái niệm của hình chóp. Ý B là khái niệm của khối chóp. Ý C là mệnh đề bị thiếu, ý D sai.

Vậy đáp án là ý B.

Câu 41: Đáp án A.

Phân tích: Ta có cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ thì vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (a, b, c)$.

Áp dụng vào bài toán ta thấy $5x + 6y + 2 = 5x + 6y + 0z + 2 \Rightarrow \vec{n} = (5, 6, 0)$.

Câu 42: Đáp án A.

Phân tích: Để viết được phương trình mặt phẳng (ABC) ta cần biết 1 điểm trên mặt phẳng, và vptt của mặt phẳng đó.

Việc tìm 1 điểm trên mặt phẳng đó thì ta không cần bận tâm nữa, vì ở đây đã có 3 điểm rồi. Việc chúng ta cần làm ngay lúc này là tìm vptt của mặt phẳng (ABC) . Ta cùng xem lại phần bài toán trang 70 SGK Hình học 12 cơ bản. Và ta thấy ở

đây đã có 2 vecto không cùng phương $\vec{AB} = (-8, -8, -4), \vec{AC} = (-7, -8, -1)$

$$\Rightarrow \vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$

Mà $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-24; 20; 8)$ do đó $\vec{n} = (-24; 20; 8)$.

(ABC) : qua $A(6; 9; 1)$ và vptt $\vec{n} = (-24; 20; 8)$

$$\Rightarrow (ABC): -24(x - 6) + 20(y - 9) + 8(z - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (ABC): -24x + 20y + 8z - 44 = 0.$$

$$\Leftrightarrow -6x + 5y + 2z - 11 = 0$$

Phân tích hướng giải sai lầm:

a. Đầu tiên, đây không hẳn là sai lầm, mà là lựa chọn cách làm không nhanh chóng. Đó là nhiều độc giả đặt phương trình của mặt phẳng $(ABC): ax + by + cz + d = 0$. Sau đó thay tọa độ từng điểm vào và giải hệ, nhưng hệ phương trình 4 ẩn 3 phương trình nên đến đây nhiều độc giả sẽ rất bối rối. Và nghĩ đề bài không cho đủ dữ kiện vì thế khoanh luôn ý D.

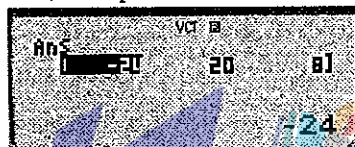
b. Sai lầm tiếp theo là nhiều bạn không nhớ rõ công thức tính tích có hướng, đến đây, tôi xin giới thiệu với độc giả cách tính tích vô hướng bằng máy tính cầm tay. Dĩ nhiên nếu bạn đã nhớ rõ công thức, thì không cần áp dụng công thức này. Bước 1: Ấn nút **MODE** chọn 8:VECTOR $\rightarrow$ Chọn 1: VctA $\rightarrow$ 1:3

Bước 2: Nhập tọa độ của vecto $\vec{AB}$ vào, ấn **AC** để xóa màn hình.

Bước 3: Tiếp tục ấn nút **MODE** chọn 8:VECTOR $\rightarrow$ Chọn 2: VctB $\rightarrow$ 1:3

Bước 4: Nhập tọa độ của vecto $\vec{AC}$ vào, ấn **AC** để xóa màn hình.

Bước 5: Ấn **SHIFT** **5** $\rightarrow$ chọn 3: VctA, tiếp tục lặp lại bước 5 và chọn VctB. Nhân 2 vecto với nhau ta được kết quả như sau:



Câu 43: Đáp án A.

Câu 44: Đáp án B.

Phân tích: Công thức tính khoảng cách từ điểm $A(2; 6; 9)$ đến mặt phẳng (P)

$$d(A, (P)) = \frac{|2+2.6+3.9+9|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}} = \frac{25\sqrt{14}}{7}. \text{ Nhiều độc}$$

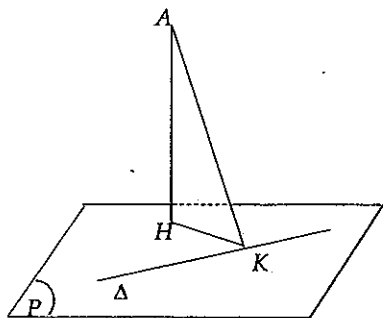
giả đến đây đã vội vàng khoan ý A.

Nhìn kĩ vào bài toán thì còn thiếu nhân với $\frac{2}{3}$.

Khi đó sau khi nhân vào ta được $x = \frac{50\sqrt{21}}{14}$.

Câu 45: Đáp án A.

Phân tích: Với đề bài dạng này, nếu làm theo cách đại số về BBT thì thực sự rất lâu. Dĩ nhiên là kết quả vẫn đúng nếu bạn tính toán cẩn thận. Tuy nhiên, tôi muốn giới thiệu với quý độc giả cách làm hình học để rút ngắn thời gian, mà không cần tính toán phức tạp.



Vì khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là thay đổi nên cần tìm một đại lượng là hằng số sao cho $AH \geq \text{const}$

Nhận thấy đề cho điểm $A(1;1;3)$ và đường thẳng Δ . Vậy khoảng cách từ A đến Δ là hằng số. Từ đó ta đã định hướng được cách làm.

Gọi H , K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống (P) , Δ . Tam giác AHK vuông tại H .

$$\Rightarrow AH \leq AK = d(A; \Delta)$$

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv K \Leftrightarrow (P)$ qua A
và nhân AK làm vtpt.

Vi $K \in \Delta$ nên $K(t; 1+2t; 2+2t)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AK} = (t-1; 2t; 2t-1) \text{ . Mà } AK \perp \Delta \text{ do đó}$$

$$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{u_A} = 0$$

$$\Leftrightarrow t + 2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow K\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

(P): Qua $K\left(\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; \frac{2}{3}\right)$, và có vtpt

$$\bar{n} = \left(\frac{-5}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{7}{3} \right)$$

$$\Rightarrow (P): -\frac{5}{3}\left(x + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{3}\left(y + \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{3}\left(z - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): -15x - 12y + 21z - 28 = 0.$$

Câu 46: Đáp án C.

Phân tích: Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng

(P): $x+2y+2z+9=0$ thì khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) chính là bán kính R.

$$d(I; (P)) = R = \frac{|1+1.2+2.3+9|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 6$$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z - 25 = 0$$

Chú ý: Nhiều độc giả có thể mắc một nhầm lẫn nhỏ trong việc tính toán bán kính vì không nhớ chính xác công thức tính khoảng cách. Hay nhầm lẫn khi tính nhằm viết phương trình mặt cầu. Vì thế hãy cẩn thận nhé.

Câu 47: Đáp án A.

Phân tích: Đọc bài toán này quý độc giả có liên tưởng đến bài toán nào trong đề này không? Chính xác là Câu 45. Vậy như chúng ta thấy, ở đây đề cho điểm M , cho đường thẳng dạng chính tắc có hẳn 3 ẩn. Có cách nào để chuyển thành một ẩn không? Lúc này độc giả có thể nghĩ ngay đến phương trình dạng tham số. Sau khi đã chuyển thành dạng tham số, ta sẽ dễ dàng tham số được điểm H . Để tìm được tọa độ điểm H ta chỉ cần một dữ kiện nữa. Đọc tiếp đề bài thì ta nhận ra còn dữ kiện đó là $MH \perp d$. Bài toán đến đây đã được giải quyết.

Gọi H là hình chiếu của $M(2;0;1)$ lên đường thẳng d .

$$\Rightarrow H(1+t; 2t; 2+t) \Rightarrow \overline{MH} = (t-1; 2t; t+1)$$

$$\overline{MH} \cdot \vec{u_d} = 0 \Leftrightarrow (t-1) \cdot 1 + 2t \cdot 2 + (t+1) \cdot 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(1; 0; 2) \text{ .Đáp án A.}$$

Câu 48: Đáp án B.

Phân tích: Đây là dạng toán tìm mệnh đề đúng vì thế ta cần kiểm tra từng mệnh đề một chứ không thể thử được.

Mệnh đề A: ta thấy $\overrightarrow{BC} = (4; 0; 0); \overrightarrow{CA} = (-4; 6; -8)$

Nhận thấy $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} \neq 0$ nên mệnh đề A không đúng, từ đó ta loại được đáp án D.

Mệnh đề B: Ta thấy nếu BC vuông góc với mp (OAB) thì BC song song hoặc trùng với vtpt của mp (AOB)

Mà $\overrightarrow{n_{OAB}} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (48; 0; 0)$. Nhận thấy BC song song với vtpt của (OAB) nên mệnh đề này đúng vậy ta chọn luôn đáp án B mà không cần xét đến C nữa.

Câu 49: Đáp án C.

Phân tích: Ở đây ta có phương trình đường thẳng d dạng chính tắc có tới tận 4 ẩn. Thế tại sao ta không chuyển về dạng tham số để chỉ còn 2 ẩn nhỉ. Sau đó lần lượt cho các giá trị x, y, z của 2 đường thẳng bằng nhau (hay nói cách khác là xét hệ 2 giao điểm).

Ta có hệ giao điểm như sau:
$$\begin{cases} 1 + mt' = t + 5 \\ 3 + t' = 2t + 3 \\ -5 + mt' = -t + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t' = 2t \\ 2mt + 1 = t + 5 \\ 2mt - 5 = -t + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)t = 4 \\ (2m+1)t = 8 \end{cases}$$

$$\text{Hệ có nghiệm duy nhất} \Leftrightarrow \frac{4}{2m-1} = \frac{8}{2m+1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}. \text{Đáp án C.}$$

Câu 50: Đáp án B.

Phân tích: Nhận thấy khối chóp đã có diện tích đáy, việc ta cần làm bây giờ là đi tìm chiều cao của khối chóp. Mà nhận thấy mặt phẳng đáy đã có phương trình, biết tọa độ đỉnh S ta dễ dàng tìm được khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng đáy bằng công thức tính khoảng cách. Việc mà quý độc giả cần chú ý lúc này chính là tính toán hết sức cẩn thận.

$$d(S; (P)) = \frac{|1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



ĐỀ SỐ 3

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 . Tìm mệnh đề đúng?

- A. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .
- B. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0 .

Câu 2: Một học sinh khảo sát sự biến thiên $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ như sau:

I. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

II. Sự biến thiên: $y' = x^2 - x - 2$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

III. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			$\frac{19}{6}$		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$

IV. Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Lời giải trên sai từ bước nào?

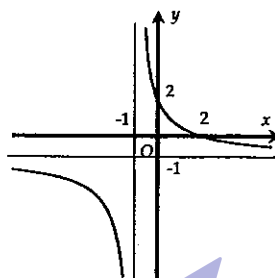
- A. Lời giải trên sai từ giai đoạn I.
- B. Lời giải trên sai từ giai đoạn II.
- C. Lời giải trên sai từ giai đoạn III.
- D. Lời giải trên sai ở giai đoạn IV.

Câu 3: Số thực m lớn nhất để hàm số $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + m + 2$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

- A. $m = \frac{1}{2}$
- B. $m = \frac{-1}{2}$
- C. $m = \frac{3}{2}$
- D. $m = \frac{-3}{2}$

Câu 4: Xác định a, b để hàm số $y = \frac{a-x}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ:

- A. $a = 2; b = 1$
- B. $a = 1; b = 2$
- C. $a = -1; b = 2$
- D. $a = -2; b = -1$



Câu 5: Hàm số nào sau đây không có cực trị:

- A. $y = x^2$
- B. $y = x^3 - 3x$
- C. $y = x^4 - 2x^2$
- D. $y = 3x^3$

Câu 6: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $v = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t + 20$ (t tính theo giây). Trong 20 giây đầu kể từ giây thứ nhất, vận tốc của chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm nào?

- A. $t=1$ giây B. $t=3$ giây C. $t=5$ giây D. $t=16$ giây.

Câu 7: Hàm số nào sau đây không có GTLN trên đoạn $[-2;2]$?

- A. $y=-x+\frac{1}{2}$ B. $y=x^3+2$ C. $y=x^4+x^2$ D. $y=\frac{x-1}{x+1}$

Câu 8: Số nguyên dương m nhỏ nhất để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y=\frac{x-3}{2-x}$ tại hai điểm phân biệt là:

- A. $m=1$ B. $m=0$ C. $m=2$ D. $m=3$

Câu 9: Cho hai hàm số $y=\frac{2x-3}{x+m^2-4}$ và $y=\frac{-x-7}{x+5}$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hai đường tiệm cận đứng của 2 đồ thị hàm số trên trùng nhau là?

- A. $\{-1;1\}$ B. $\{-3;3\}$ C. $\{-2;2\}$ D. $\{0\}$

Câu 10: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ ($a>0; b>0$) là:

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 11: Một người có một dải duy băng dài 130 cm, người đó cần bọc dải duy băng đó quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10 cm của dải duy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải duy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?



- A. $4000\pi \text{ cm}^3$ B. $32000\pi \text{ cm}^3$ C. $1000\pi \text{ cm}^3$ D. $16000\pi \text{ cm}^3$

Câu 12: Biết $\log 2=a$ thì $\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}}$ tính theo a là?

- A. $\frac{1}{3}(4a-1)$ B. $\frac{1}{3}(2a-3)$ C. $\frac{1}{3}(4a+1)$ D. $\frac{1}{3}(2a+3)$

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\ln \frac{(2x-5)^3(x-7)^2}{12-x}$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

Câu 14: Tích hai nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{\log_x 3x}{1-\log_x 9}$ có giá trị là:

- A. $\frac{1}{3}$ B. -1 C. 1 D. 27

Câu 15: Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, x > 0$ và các đẳng thức sau:

- (I): $\log_a x^b = \log_a x$
 (II): $\log_a \frac{ab}{x} = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}$
 (III): $\log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a = 1$

Tìm phát biểu đúng:

- A. (I);(II) B. (I);(II);(III) C. (I);(III) D. (II);(III)



Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y = (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $\frac{(4x-1)}{3\sqrt[3]{(2x^2-x+1)^2}}$

B. $\frac{1}{3\sqrt[3]{(2x^2-x+1)^2}}$

C. $\frac{(4x-1)}{3\sqrt{(2x^2-x+1)^3}}$

D. $\frac{1}{3\sqrt{(2x^2-x+1)^3}}$

Câu 17: Bất phương trình $\frac{\log(x^2-1)}{\log(1-x)} < 1$ ($x < -1$) không tương đương với phương án nào sau đây?

A. $\frac{\log(x^2-1) - \log(1-x)}{\log(1-x)} < 0$

B. $\log(x^2+x-2) < 1$

C. $\log_{1-x}(x^2-1) < 1$

D. $\begin{cases} \log(-1-x) > 0 \\ \log(1-x) < 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} \log(-1-x) < 0 \\ \log(1-x) > 0 \end{cases}$

Câu 18: Cho bất phương trình $a^x \leq b$ ($0 < a \neq 1$). Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $b < 0$, tập nghiệm của bất phương trình là $\emptyset$.

B. Nếu $b > 0, a > 1$, tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; \log_a b]$.

C. Nếu $0 < a < 1$, tập nghiệm của bất phương trình là $[\log_a b; +\infty)$.

D. Nếu $b = 0$ tập nghiệm của bất phương trình là $\emptyset$.

Câu 19: Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

A. $m = 2$

B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

C. $m < 2$

D. $-2 < m < 2$

Câu 20: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của a để mệnh đề $a^m < a^n \Leftrightarrow m < n$ với $a \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}$ đúng?

A. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$

B. $\mathbb{R}$

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

D. $(1; +\infty)$

Câu 21: Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là 4.10^5 mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau năm năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666.10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ:

A. 3,5%

B. 4%

C. 4,5%

D. 5%

Câu 22: Tính nguyên hàm sau: $I = \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$:

A. $I = \frac{1}{3\cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C$

B. $I = \frac{1}{3\cos^3 x} + \frac{1}{\cos x} + C$

C. $I = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{3\cos^3 x} + C$

D. $I = -\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{3\cos^3 x} + C$

Câu 23: Nếu $\int_a^d f(x) dx = 5$ và $\int_b^d f(x) dx = 2$ với $a < d < b$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng:

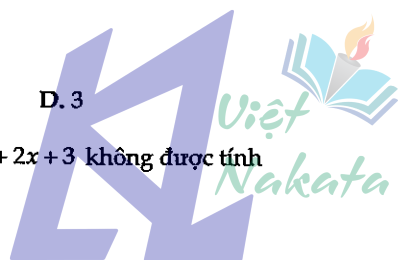
A. -2

B. 8

C. 0

D. 3

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = -x^2 + 2x + 3$ không được tính bằng công thức nào sau đây?



A. $S = \int_{-1}^2 (-x^2 - x + 2) dx$ B. $S = \int_{-1}^2 \left| (x^2 - 1) - (-x^2 + 2x + 3) \right| dx$
 C. $S = \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$ D. $S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$

Câu 25: Tính tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$:

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

Câu 26: Cho tích phân $I = \int_0^5 |3^x - 9| dx$ và các kết quả sau:

I. $I = \int_2^5 (3^x - 9) dx + \int_0^2 (3^x - 9) dx$

II. $I = \int_2^5 (3^x - 9) dx - \int_0^2 (3^x - 9) dx$

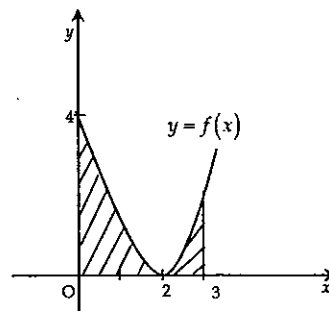
III. $I = 2 \int_2^5 (3^x - 9) dx$

Trong các kết quả trên kết quả nào đúng?

A. Chỉ I B. Chỉ II C. Chỉ III D. Cả I, II, III.

Câu 27: Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ, biết $f(x) = x^2 - 4x + 4$

A. $V = 3\pi$ (đvtt)
 B. $V = \frac{55}{3}\pi$ (đvtt)
 C. $V = \frac{33}{5}\pi$ (đvtt)
 D. $V = \frac{\pi}{5}$ (đvtt)



Câu 28: Tìm các số thực x, y biết:

$$(-x + 2y)i + (2x + 3y + 1) = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$$

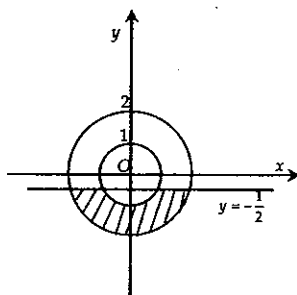
A. $x = \frac{9}{11}; y = \frac{4}{11}$ B. $x = -3; y = -\frac{5}{2}$
 C. $x = \frac{-9}{11}; y = \frac{-4}{11}$ D. $x = 3; y = \frac{5}{2}$

Câu 29: Cho số phức $z = 3 + 6i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z_1 = 5\bar{z}$:

A. Số phức z_1 có phần thực là 15, phần ảo là $-30i$.
 B. Số phức z_1 có phần thực là 15, phần ảo là 30.
 C. Số phức z_1 có phần thực là 15, phần ảo là -30 .
 D. Số phức z_1 có phần thực là 15, phần ảo là $30i$.

Câu 30: Số phức z có điều kiện nào thì có điểm biểu diễn ở phần gạch chéo trong hình dưới đây (kể cả biên)?





A. Số phức z có phần thực nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, phần ảo nằm trong đoạn $[1; 2]$.

B. Số phức z có phần thực nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, $1 \leq |z| \leq 2$.

C. Số phức z có phần ảo nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, $1 \leq |z| \leq 2$.

D. Số phức z có phần ảo nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$, phần thực nằm trong đoạn $[1; 2]$.

Câu 31: Cặp số phức nào sau đây không phải là số phức liên hợp của nhau:

A. $x + y$ và $\bar{x} + y$

B. xy và $\bar{x}\bar{y}$

C. $x - y$ và $\bar{x} - y$

D. $\frac{x}{y}$ và $\frac{\bar{y}}{\bar{x}}$

Câu 32: Biết z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

A. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 33: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC' . Khi đó

$\frac{V_{ABC.EFG}}{V_{EFG.A'B'C'}}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. 1

Câu 34: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , các cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Tính $V_{S.ABC}$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 3cm$; $AD = 6cm$ và độ dài đường chéo $AC' = 9cm$. Tính thể tích hình hộp?

A. $108cm^3$

B. $81cm^3$

C. $102cm^3$

D. $90cm^3$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, các mặt (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy.

Góc giữa (SCD) và mặt đáy bằng 60° , $BC = a$. Tính khoảng cách giữa AB và SC theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $2\sqrt{\frac{3}{13}}a$

C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}a$

D. $2\sqrt{\frac{3}{5}}a$

Câu 37: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{6}$

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó thể tích của khối nón có đỉnh là O và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{1}{4}\pi a^3$ (đvtt)

B. $\frac{1}{3}\pi a^3$ (đvtt)

C. $\frac{1}{12}\pi a^3$ (đvtt)

D. $\frac{1}{2}\pi a^3$ (đvtt)

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$ và $BD \perp BC$. Khi quay tất cả các cạnh của tứ diện đó quanh cạnh AB có bao nhiêu hình nón được tạo thành.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 40: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;r)$ và $(O';r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là hình tròn $(O;r)$. Mặt xung quanh của hình nón chia khối trụ thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích phần bên ngoài khối nón, V_2 là phần thể tích bên trong khối nón. Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 2

D. 3

Câu 41: Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

Câu 42: Trong các câu sau đây, câu nào sai?

- A. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- C. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 43: Tìm tọa độ vecto $\vec{u}$ biết rằng $\vec{a} + \vec{u} = 0$ và $\vec{a} = (1; -2; 1)$.

A. $\vec{u} = (1; -2; 8)$

B. $\vec{u} = (6; -4; -6)$

C. $\vec{u} = (-3; -8; 2)$

D. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$

Câu 44: Tìm vecto chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = -5 + 3t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$:

A. $\vec{u} = (6; 3; -5)$

B. $\vec{u} = (-6; -3; 5)$

C. $\vec{u} = (1; -5; 6)$

D. $\vec{u} = (-1; 5; -6)$

Câu 45: Xác định m, n, p để cặp mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + p = 0$; $(Q): mx + (n-1)y + 8z - 10 = 0$ trùng nhau:

A. $m = 4; n = 5; p = -5$

B. $m = -4; n = -5; p = 5$

C. $m = -3; n = -4; p = 5$

D. $m = -2; n = -3; p = 5$

Câu 46: Mặt phẳng nào sau đây có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (3; 1; -7)$:

A. $3x + y - 7 = 0$

B. $3x + z - 7 = 0$

C. $-6x - 2y + 14z - 1 = 0$

D. $3x - y - 7z + 1 = 0$

Câu 47: Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ với $P(4; -7; -4)$ và $Q(-2; 3; 6)$.

A. $3x - 5y - 5z - 18 = 0$

B. $6x - 10y - 10z - 7 = 0$

C. $3x + 5y + 5z - 7 = 0$

D. $3x - 5y - 5z - 8 = 0$

Câu 48: Tọa độ hình chiếu của điểm $A(-3; 2; 5)$ lên mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z - 13 = 0$ là

A. $(2; 3; 4)$

B. $(3; -3; 3)$

C. $(-1; 5; 0)$

D. $(6; 4; 1)$

Câu 49: Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y = 0$.

A. $3x - 2y - 7 = 0$

B. $x - 2y + 3z = 0$

C. $2x + y - 4z = 0$

D. $3y + 2z + 7 = 0$

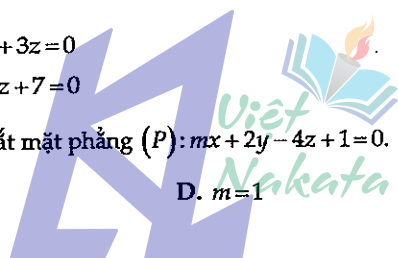
Câu 50: Xác định m để đường thẳng $d: \frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ cắt mặt phẳng $(P): mx + 2y - 4z + 1 = 0$.

A. $m \neq 0$

B. $m \neq 1$

C. $m = 0$

D. $m = 1$



ĐÁP ÁN

1C	2D	3A	4A	5D	6A	7D	8A	9B	10C
11C	12A	13A	14D	15B	16A	17B	18C	19D	20D
21B	22A	23D	24A	25B	26B	27A	28A	29C	30C
31D	32A	33D	34C	35A	36A	37B	38C	39B	40A
41B	42C	43D	44A	45B	46A	47D	48C	49B	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.

Phân tích: Ta đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Đây là mệnh đề không chính xác. Ta lấy đơn cử như ví dụ hàm hằng thì mệnh đề này sai.

Với mệnh đề B: Mệnh đề này rõ ràng sai, không phải lúc nào $f(x_0) = 0$

Với mệnh đề C: Ta nhận thấy đây là mệnh đề đúng, ở đây chỉ có chiều suy ra mà không có chiều ngược lại.

Với mệnh đề D: Đây là mệnh đề sai, ta sửa lại như sau: "Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x)$ đổi chiều khi qua x_0 ."

Câu 2: Đáp án D.

Phân tích: Đây là bài toán tìm lỗi sai, ta cần đi soát từng bước một cách giải của người giải.

Ở giai đoạn I: Đây là giai đoạn đúng, vì rõ ràng tập xác định của hàm số bậc 3 (một biến) là tập $\mathbb{R}$.

Ở giai đoạn II: Ta thấy $y' = x^2 - x - 2$, đúng và giải phương trình $y' = 0$ đúng.

Ở giai đoạn III: Bảng biến thiên, thử các giá trị thấy đúng.

Vậy chỉ còn giai đoạn IV, ta có thể khoanh luôn ý D.

Tuy nhiên, ở đây tôi muốn giải thích rõ cho quý độc giả biết giai đoạn 4 sai ở đâu. Ta cùng nhớ lại câu 4 ở đề số 1 mà tôi đã đề cập như sau:

"Ở sách giáo khoa hiện hành, không giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một tập số, mà chỉ giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một khoảng, một đoạn, nửa khoảng (nửa

đoạn)." Vậy kết luận đồng biến nghịch biến ở giai đoạn IV này bị sai:

Sửa lại như sau: "Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$."

Câu 3: Đáp án A.

Phân tích: Chúng ta có điều kiện đủ sau đây:

"Nếu $f'(x) > 0$ ($f'(x) < 0$) trên khoảng (a, b) thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trong khoảng đó."

Vậy điều ngược lại có đúng không? Ta cùng đi đến định lý mở rộng sau đây:

"Nếu trên khoảng (a, b) , hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có hữu hạn nghiệm thì:

- $f(x)$ đồng biến khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$;
- $f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0$."

Vậy từ định lý mở rộng mà tôi vừa đưa ra ở trên, quý độc giả có thể giải quyết bài toán này một cách dễ dàng.

Xét hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + m + 2$ trên $\mathbb{R}$

Hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$. Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn nghiệm.

$y' = 3x^2 + 2(1-2m)x \geq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn nghiệm.

$\Leftrightarrow x + 2 - 4m \geq 0$ (do $x \in (0; +\infty)$)

$\Leftrightarrow m \leq \frac{x+2}{4}$. Xét hàm số $g(x) = \frac{x+2}{4}$ trên $(0; +\infty)$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Để $m \leq g(x)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ thì $m \leq \frac{1}{2}$. Vậy

giá trị lớn nhất của m thỏa mãn đề bài là $m = \frac{1}{2}$.

Trên đây là cách giải thích chi tiết, tuy nhiên quý độc giả có thể nhanh chóng mà không cần vẽ BBT sẽ rất tốn thời gian, vì thế hãy linh hoạt trong mọi tình huống nhé.

Câu 4: Đáp án A.

Phân tích: Đây là dạng bài nhận diện đồ thị quen thuộc, thực chất, để tìm a, b ta chỉ cần thay tọa độ 2 điểm mà đồ thị giao với trục Ox, Oy được hệ phương trình 2 ẩn và giải được a, b ngay.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{a-2}{2+b} = 0 \\ \frac{a}{b} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2; b = 1$$

Câu 5: Đáp án D

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng đáp án một
Đáp án A: Đây là hàm số bậc 2 luôn có cực trị tại đỉnh của Parabol.

Đáp án B: Ta có $y' = 3x^2 - 3$; phương trình $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số luôn có 2 điểm cực trị. Từ đây ta xét luôn đáp án D cũng là hàm bậc 3 có phương trình $y' = 0$ chỉ có một nghiệm duy nhất, ta nhớ luôn đến bảng các dạng đồ thị hàm bậc ba mà tôi vẫn nhắc đến trong lời giải của các đề trước. Vậy hàm số $y = x^3$ không có cực trị. Ta chọn luôn đáp án D.

Nếu quý độc giả đã nắm chắc các kiến thức thì có thể chọn nhanh luôn ý D mà không cần xét các ý còn lại.

Câu 6: Đáp án A.

Phân tích: Thực chất đây là bài toán tìm GTNN của hàm số một đoạn cho trước.

Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t + 20$ trên $[1; 20]$

$$f'(t) = t^3 - 3t + 2; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2(l) \end{cases}$$

Ta so sánh các giá trị $\{f(1); f(20)\}$ thì thấy $f(1) < f(20)$ nên vận tốc của chất điểm đạt GTNN tại thời điểm $t = 1$ giây.

Câu 7: Đáp án D

Phân tích: Ta có định lý SGK về sự tồn tại của GTLN, GTNN trên đoạn như sau:

Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có GTLN và GTNN trên đoạn đó.

Ta đi xét từng hàm số một.

Với mệnh đề A: Đây là hàm số bậc nhất, đơn điệu trên $[-2; 2]$ nên luôn có GTLN trên $[-2; 2]$.

Với mệnh đề B: Ta có $y' = 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Đồ thị hàm số không có điểm cực trị và luôn đồng biến trên $[-2; 2]$ nên có GTLN trên $[-2; 2]$.

Với mệnh đề C: Hàm số liên tục trên $[-2; 2]$ do đó có GTLN trên $[-2; 2]$.

Với mệnh đề D: Hàm số gián đoạn tại $x = -1$ nên không có GTLN trên $[-2; 2]$.

Câu 8: Đáp án A

Phân tích: Với $x \neq 2$.

Xét đến giao điểm của hai đồ thị hàm số thì ta đi xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{2-x} &= -x+m \Leftrightarrow (x-m)(x-2) = x-3 \\ &\Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + 2m = x-3 \\ &\Leftrightarrow x^2 - (m+3)x + 2m+3 = 0(*) \end{aligned}$$

Để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2^2 - (m+3) \cdot 2 + 2m+3 \neq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow (m+3)^2 - 2m-3 > 0 \end{aligned}$$

Luôn thỏa mãn. Vậy số nguyên dương m nhỏ nhất là $m = 1$

Câu 9: Đáp án B.

Phân tích: Như ở các đề trước tôi đã dạy quý độc giả cách tìm nhanh tiệm cận đứng của đồ thị

hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất. Khi đó ta có thể dễ dàng nhận ra được $x = 4 - m^2$ là tiệm

cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+m^2-4}$;

$x = -5$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = \frac{-x-7}{x+5}$. Để hai đường tiệm cận đứng của hai

đồ thị hàm số trên trùng nhau thì

$$4 - m^2 = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 3 \end{cases}$$

Câu 10: Đáp án C.

Vì sao đề lại cho $b > 0$? Bởi vì, số nghiệm của phương trình $y' = 0$ phụ thuộc vào dấu của a, b .

Ta cùng kiểm chứng:

$$y' = 4ax^3 + 2bx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0$$

Do $a > b > 0$ nên phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất, vậy đồ thị hàm số có dạng parabol. Vậy đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 11: Đáp án C

Phân tích: Một bài toán thực tế khá hay trong ứng dụng của việc tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Ta nhận thấy, dải duy băng tạo thành hai hình chữ nhật quanh cái hộp, do đó chiều dài của dải duy băng chính là tổng chu vi của hai hình chữ nhật đó. Tất nhiên chiều dài duy băng đã phải trừ đi phần duy băng dùng để thắt nơ, có nghĩa là: $2.2.(2r + h) = 120 \Leftrightarrow h = 30 - 2r$

Khi đó thể tích của hộp quả được tính bằng công thức:

$$V = B.h = \pi.r^2(30 - 2r) = \pi.(-2r^3 + 30r^2)$$

Xét hàm số $f(r) = -2r^3 + 30r^2$ trên $(0; 15)$

$$f'(r) = -6r^2 + 60r; f'(r) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0(l) \\ r = 10 \end{cases}$$

Khi đó vẽ BBT ta nhận ra $\max_{(0;10)} f(r) = f(10)$. Khi

đó thể tích của hộp quả

$$V = B.h = \pi.10^2.10 = 1000\pi.$$

Câu 12: Đáp án A.

Phân tích: Nhận thấy trong bài có xuất hiện $\log 2$ và $\log 5$. Ta nghĩ ngay đến

$$\log 10 = \log(2.5) = \log 2 + \log 5 = a + \log 5 = 1$$

$$\Rightarrow \log 5 = 1 - a$$

$$\log \frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \log 2 - \log 5^{\frac{1}{3}} = \log 2 - \frac{1}{3} \cdot \log 5$$

$$= a - \frac{1}{3}(1 - a) = \frac{4}{3}a - \frac{1}{3}$$

Một cách khác là quý độc giả có thể bấm máy tính để thử, tuy nhiên đây là một bài toán đơn giản, không nhất thiết bạn phải thử từng đáp án một sẽ rất tốn thời gian. Trong quá trình rèn luyện đề, hãy tập tư duy nhanh để giải quyết tình huống mà không bị phụ thuộc vào máy tính quá nhiều.

Câu 13: Đáp án A.

Phân tích: Ta sẽ đi tìm tập xác định của hàm số, sau đó tính số số nguyên nằm trong tập xác định vừa tìm được.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\begin{cases} \frac{(2x-5)^3(x-7)^2}{12-x} > 0 \\ x \neq 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 7; x \neq \frac{5}{2}; x \neq 12 \\ \frac{5}{2} < x < 12 \\ x > 12; x < \frac{5}{2}(\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ \frac{5}{2} < x < 12 \end{cases}$$

Trong khoảng đó có 8 số nguyên. Đáp án A

Phân tích sai lầm: Sẽ có rất nhiều quý độc giả quên điều kiện $(x-7)^2 \neq 0$ dẫn đến vẫn tính số 7 và chọn đáp án B là sai.

Câu 14: Đáp án D.

Phân tích: Đây là phương trình logarit đơn giản.

Nhìn vào hai vế ta thấy các logarit trong phương trình không cùng cơ số. Bước đầu tiên, ta cần chuyển đổi về một cơ số.

Vì VP có hai logarit cùng cơ số x nên ta sẽ chuyển VT về logarit cơ số x .

Điều kiện $x > 0; x \neq 1$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_x 3} = \frac{\log_x 3 + \log_x x}{1 - 2\log_x 3}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\log_x 3 = (\log_x 3 + 1)\log_x 3$$

$$\Leftrightarrow \log_x^2 3 + 3\log_x 3 - 1 = 0$$

Đến đây nếu độc giả nào không tính ý có thể tìm rõ x ra rồi tính, tuy nhiên ta cùng nhớ đến công

$$\text{thức } \log_a(x_1 \cdot x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$$

Vậy đến đây, bấm máy tính giải phương trình

$$\text{bậc hai thì sẽ ra } \begin{cases} \log_x 3 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \\ \log_x 3 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \log_3 x_1 = \frac{2}{-3 + \sqrt{13}}; \log_3 x_2 = \frac{2}{-3 - \sqrt{13}}$$

$$\text{Bấm máy tính ta được } \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 27$$

Câu 15: Đáp án B.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một.

$$\text{Với mệnh đề (I): } \log_a x^b = \frac{1}{b} \cdot b \cdot \log_a x = \log_a x$$

Đây là mệnh đề đúng.

$$\text{Với mệnh đề (II): } \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a} = \frac{\log_b \frac{a}{x} + 1}{\log_b a}$$

$$= \frac{\log_b \frac{ab}{x}}{\log_b a} = \log_a \frac{ab}{x}. \text{ Đây là mệnh đề đúng.}$$

Với mệnh đề (III):

$$\begin{aligned} \log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a &= \frac{\log_b b}{\log_b a} \cdot \log_b x \cdot \log_x a \\ &= \frac{\log_b x}{\log_b a} \cdot \log_x a = \log_a x \cdot \log_x a = 1. \end{aligned}$$

Đây cũng là mệnh đề đúng.

Câu 16: Đáp án A.

$$\text{Phân tích: ta có } y' = \left((2x^2 - x + 1)^3 \right)'$$

$$= \frac{1}{3} (2x^2 - x + 1)' \cdot (2x^2 - x + 1)^{3-1}$$

$$= \frac{1}{3} (4x - 1) (2x^2 - x + 1)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{(4x - 1)}{(2x^2 - x + 1)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{(4x - 1)}{\sqrt[3]{(2x^2 - x + 1)^2}}$$

$$= \frac{(4x - 1)}{3\sqrt[3]{(2x^2 - x + 1)^2}}$$

Phân tích sai lầm: Nhiều quý độc giả sẽ bị thiếu phần $(2x^2 - x + 1)'$ dẫn đến chọn sai đáp án.

Nhiều độc giả khác lại không nhớ công thức

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Câu 17: Đáp án B.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Rõ ràng mệnh đề này đúng do

$$\frac{\log(x^2 - 1) - \log(1 - x)}{\log(1 - x)} < 0 \Leftrightarrow \frac{\log(x^2 - 1)}{\log(1 - x)} < 1$$

Với mệnh đề B: Ta có

$$\frac{\log(x^2 - 1)}{\log(1 - x)} = \log_{1-x}(x^2 - 1). \text{ Vậy đây là mệnh đề B}$$

sai.

Câu 18: Đáp án C.

Phân tích: Ta đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Ta có với $0 < a \neq 1$ thì $a^x > 0$ với mọi x . Do đó nếu $b < 0$ thì bất phương trình vô nghiệm, đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề B: Với $b > 0; a > 1$ thì $a^x \leq b \Leftrightarrow \log_a a^x \leq \log_a b \Leftrightarrow x \leq \log_a b$. Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề C: Ta thấy rõ ràng không có điều kiện của b , nếu $b \leq 0$ thì rõ ràng bất phương trình vô nghiệm. Vậy đây chính là mệnh đề không đúng.

Với mệnh đề D: Nhận thấy với $b = 0$ thì $a^x \leq 0$ VN, đây là mệnh đề đúng.

Chú ý: Nếu không để ý kỹ, chắc hẳn quý độc giả sẽ không thể nhận ra được đáp án, do đáp án A và C rất dễ nhầm.

Câu 19: Đáp án D.

Phân tích: Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 2mx + 4 > 0$ với mọi x .

$\Leftrightarrow \Delta' < 0$ với mọi x (do $a = 1 > 0$ rồi nên ta chỉ cần điều kiện delta)

$$\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Câu 20: Đáp án D

Phân tích: Đây là phần so sánh về số mũ mà tôi đã nhắc đến rất nhiều lần trong các đề trước nên ở đề này tôi sẽ không nhắc lại nữa. Nếu $a > 1$ thì mệnh đề trên đúng, tức là ta chọn đáp án D.

Câu 21: Đáp án B.

Phân tích: Trữ lượng gỗ sau một năm của khu rừng là:

$$N = 4.10^5 + 4.10^5 \cdot a\% = 4.10^5 (1 + a\%)$$

Trữ lượng gỗ sau năm thứ hai của khu rừng là:

$$N = 4.10^5 (1 + a\%)^2$$

...

Trữ lượng gỗ sau năm năm của khu rừng là:

$$N = 4.10^5 (1 + a\%)^5 = 4,8666.10^5$$

$$\Rightarrow a \approx 4\%$$

Câu 22: Đáp án A.

Phân tích: Nhận xét : $(\cos x)' = -\sin x$. Do đó ta có thể làm như sau:

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{\sin^2 x \cdot \sin x}{\cos^4 x} dx = - \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^4 x} d(\cos x) \\ &= - \int \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) d(\cos x) \\ &= - \int (\cos^{-4} x - \cos^{-2} x) d(\cos x) \\ &= - \left(\frac{1}{-4+1} \cdot \cos^{-4+1} x - \frac{1}{-2} \cdot \cos^{-2+1} x \right) + C \\ &= - \left(\frac{-1}{3} \cos^{-3} x + \cos^{-1} x \right) + C \\ &= \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C \end{aligned}$$

Câu 23: Đáp án D

Phân tích: Ta cùng nhớ lại một tính chất của tích phân:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với } a < c < b$$

Khi đó với bài này ta chỉ thay c bằng d , do đó ta có $\int_a^b f(x) dx = \int_a^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx = 5 - 2 = 3$

Câu 24: Đáp án A.

Phân tích: Trước tiên ta tìm hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho để xác định cận của tích phân.

$$\text{Ta có } -x^2 + 2x + 3 = x^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho được tính bằng công thức:

$$S = \int_{-1}^2 \left| (x^2 - 1) - (-x^2 + 2x + 3) \right| dx. \text{ Từ đây suy ra phương án B và C đúng.}$$

Nhận xét ta có thể suy ra ngay A sai vì rõ ràng thiếu hẳn hệ số 2.

Câu 25: Đáp án B.

Phân tích: Đây là dạng bài tính tích phân từng phần, để giải quyết nhanh bài toán, quý độc giả có thể bấm máy tính để có được kết quả như sau:

Tuy nhiên ở đây: tôi xin giải thích cách làm về mặt toán học như sau:

Đây là dạng bài tích phân từng phần.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = \cos 2x dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{2} x \cdot \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \pi - \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot \sin 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx$$

$$= - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x d(\sin x) = - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= - \frac{1}{2} \cdot \left(\sin^2 \frac{\pi}{2} - \sin^2 0 \right) = - \frac{1}{2}.$$

Câu 26: Đáp án B

Phân tích: Ta thấy đây là bài toán áp dụng tính chất tôi đã đưa ra ở câu 23 nên ở đây tôi không nhắc lại nữa. Việc chúng ta cần làm là tìm khoảng đơn điệu của $3^x - 9$ để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

$$\text{Ta có } 3^x - 9 > 0 \Leftrightarrow x > 2. \text{ Vậy}$$

$$\int_0^3 |3^x - 9| dx = \int_0^2 |3^x - 9| dx + \int_2^3 |3^x - 9| dx$$

$$= \int_0^2 (9 - 3^x) dx + \int_2^3 (3^x - 9) dx. \text{ Vậy I sai, II đúng và}$$

III sai.

Câu 27: Đáp án A

Phân tích: Ta có $V = \pi \int_0^3 (x-2)^2 dx$. Đến đây ta có thể bấm máy tính để có thể có được nhanh kết quả đó chính là $V = 3\pi$.

Lời giải chi tiết:

$$V = \pi \int_0^3 (x-2)^2 dx = \pi \int_0^3 (x-2)^2 d(x-2) \\ = \pi \cdot \frac{1}{3} (x-2)^3 \Big|_0^3 = \pi \cdot \frac{1}{3} \left((3-2)^3 - (0-2)^3 \right) = 3\pi$$

Câu 28: Đáp án A.

Phân tích: Đây là bài toán đơn giản trong việc rút gọn số phức và giải hệ phương trình hai ẩn.

Ta sẽ lần lượt cho:
$$\begin{cases} -x + 2y = 4x - y - 3 \\ 2x + 3y + 1 = 3x - 2y + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 3 \\ x - 5y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$$

Phân tích sai lầm: Nhiều quý độc giả không đọc

kĩ và cho luôn $\begin{cases} -x + 2y = 3x - 2y + 2 \\ 2x + 3y + 1 = 4x - y - 3 \end{cases}$ và cuối

cùng chọn đáp án B hoặc D là sai. Hãy đọc kĩ đề bài nhưng tốc độ vẫn cần phải nhanh để đạt kết quả tốt nhất bạn nhé!

Câu 29: Đáp án C.

Phân tích: Ta có $z_1 = 5z = 5 \cdot (3 - 6i) = 15 - 30i$.

Vậy phần thực của z_1 là 15 và phần ảo là -30.

Phân tích sai lầm: Sai lầm khi xác định phần ảo là một sai lầm kinh điển của học sinh. Hãy nhớ kĩ rằng phần ảo chỉ có số và không có i .

Câu 30: Đáp án C

Phân tích: Đây là bài toán ngược của bài toán tìm điểm biểu diễn của số phức. Ta cùng nhắc lại kiến thức sau:

Điểm $M(a; b)$ trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó ta nhận thấy phần gạch chéo được giới hạn bởi đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$. Nghĩa là $y \leq -\frac{1}{2}$.

Suy ra phần ảo nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$. Còn

khoảng gạch chéo thì sao? Rõ ràng ta nhận thấy nó liên quan đến khoảng cách từ tâm O đến điểm biểu diễn, tức là mô đun của số phức. Vậy rõ ràng $1 \leq |z| \leq 2$.

Chú ý: Nhiều bạn bị lộn giữa trục biểu diễn phần thực phần ảo, và không xác định được phần gạch chéo chính là sự biến thiên của mô đun, nên sẽ bị vướng mắc bài toán này.

Câu 31: Đáp án D.

Phân tích: Với bài toán này, xuất hiện x, y là hai số phức. Do đó ta sẽ lần lượt đặt:

$x = a + bi; y = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Khi đó:

Với mệnh đề A:

$x + \bar{y} = a + bi + c - di = a + c + (b - d)i$, còn

$\bar{x} + y = a - bi + c + di = a + c + (d - b)i$ là hai số

phức liên hợp của nhau.

Với mệnh đề B:

$x \cdot \bar{y} = (a + bi)(c - di) = ac - adi + bci + bd$

$= ac + bd + (bc - ad)i$

$\bar{x} \cdot y = (a - bi)(c + di) = ac + bd + (ad - bc)i$ vậy đây

là cặp số phức liên hợp của nhau.

Tương tự mệnh đề A thì C là mệnh đề đúng. Vậy theo phương thức loại trừ thì D là đáp án cần tìm.

Câu 32: Đáp án A.

Phân tích: Nhận xét với bài toán này ta chỉ cần bấm máy tính là có kết quả.

Ta thấy $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{4}i \\ z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4}i \end{cases}$$

Khi đó bấm máy tính ta được hai nghiệm như trên, do đây là bài toán trắc nghiệm nên việc

quý độc giả bấm hai nghiệm ra rồi lại quay về bấm biểu thức rất lâu. Nên khi dùng máy $fx-570VN PLUS$, sau khi bấm ra nghiệm ta giữ nguyên mà hình, rồi gán từng nghiệm cho một biến như sau:

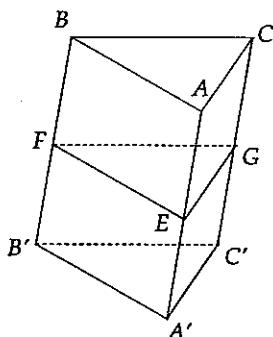
Sau khi bấm giải phương trình màn hình hiện như sau:

Giữ nguyên màn hình và ấn SHIFT + STO A để gán nghiệm x_1 vào biến A. Tiếp tục ấn bằng máy hiện nghiệm thứ hai và tiếp tục lặp lại quá trình bên trên gán cho B. Sau đó ấn On quay về ban đầu. Nhập

$\boxed{ALPHA} A \boxed{x^2} + \boxed{ALPHA} B \boxed{x^2}$ và ấn = máy sẽ hiện kết quả như sau:

Câu 33: Đáp án D.

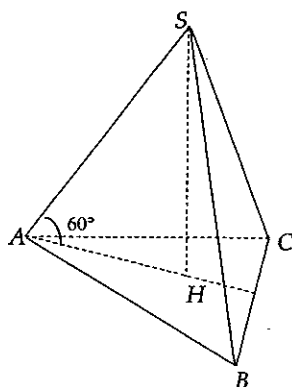
Phân tích: Ta có hình vẽ sau:



Rõ ràng ta thấy hai hình lăng trụ này có chiều cao bằng nhau và bằng một nửa chiều cao của hình lăng trụ lớn. Do đó tỉ lệ thể tích cần tìm là 1.

Câu 34: Đáp án C.

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:



Kí hiệu như hình vẽ thì ta có:

Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên SH là đường cao của hình chóp, với H là trọng tâm của tam giác ABC . Do H là hình chiếu của S trên ABC . Do đó $(SA; (ABC)) = \angle SAH = 60^\circ$.

Vì H là trọng tâm của tam giác ABC nên

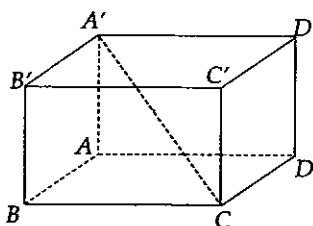
$$AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \text{ Khi đó}$$

$$SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

Câu 35: Đáp án A.

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:



Đây là bài toán khá đơn giản, hình hộp đã có kích thước của mặt đáy, ta chỉ cần đi tìm chiều cao. Rõ ràng với tam giác $A'AC$ vuông tại $A \Rightarrow A'A = \sqrt{A'C^2 - AC^2}$

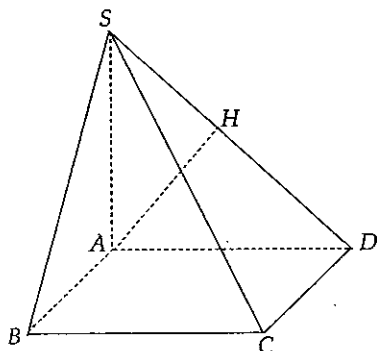
$$\text{Mà } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} \text{ do đó}$$

$$A'A = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{5})^2} = 6$$

$$V = AB \cdot AD \cdot A'A = 6 \cdot 6 \cdot 3 = 108$$

Câu 36: Đáp án A.

Phân tích: Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc mặt đáy (ABC) nên $SA \perp (ABC)$, hay SA chính là đường cao của hình chóp. Ta có hình vẽ sau:



Để tìm được khoảng cách từ AB đến SC , ta tìm một mặt phẳng chứa SC mà song song với AB , rõ ràng mặt phẳng đó chính là (SCD) . Khi đó ta chỉ cần tìm khoảng cách từ một điểm trên AB đến mặt phẳng (SCD) . Ta sẽ chọn điểm A vì đây là một điểm đặc biệt (là chân đường cao của hình chóp). Ta có $SA \perp CD$; $AD \perp CD$
 $\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SCD)$ (đây là suy luận nhanh không phải cách trình bày rõ ràng trong một bài tự luận).

$$\begin{cases} (SAD) \perp (SCD) \\ (SAD) \cap (SCD) = SD \Rightarrow AH \perp (SCD) \\ AH \perp SD \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(A; (SCD)) = AH = d(AB; SC)$$

Ta có $SD \perp CD$; $AD \perp CD$

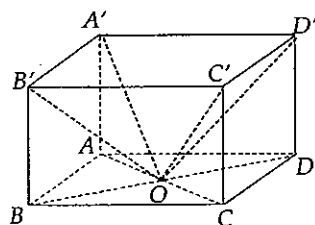
$$\Rightarrow \angle SDA = \angle((SCD), (ABCD)) = 60^\circ. \text{ Khi đó}$$

$$SA = AD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 37: Đáp án B.

Phân tích:

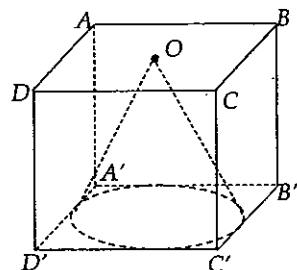


Nhận xét: Hai khối cần tìm thể tích có chung đáy và chiều cao, chỉ khác một hình là khối chóp, còn một hình là khối hộp chữ nhật.

Mặt khác ta có $V_{chóp} = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$, $V_{hh} = B \cdot h \Rightarrow$ tỉ lệ là $\frac{1}{3}$.

Câu 38: Đáp án C

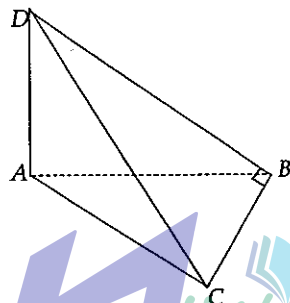
Phân tích:



Do đường tròn đáy của hình nón nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ nên độ dài đường kính hình tròn $d = a \Rightarrow R = \frac{a}{2}$. Khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi = \frac{a^3}{12} \cdot \pi$

Câu 39: Đáp án B.

Phân tích:

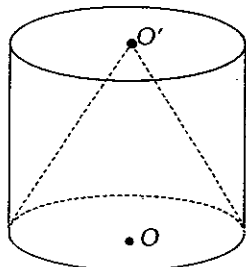


Nhận xét: Rõ ràng khi quay quanh cạnh AB thì ta có một hình chóp đỉnh B , đáy là đường tròn tâm A , bán kính AD .

Tiếp tục ta có $BD \perp BC; DA \perp BC \Rightarrow BC \perp AB$.
 Vậy khi quay quanh AB , ta có thêm hình chóp đỉnh A đáy là đường tròn tâm B bán kính BC .

Câu 40: Đáp án A.

Phân tích: Ta có hình vẽ minh họa như sau:



Ta có thể tích khối chóp $V_{chóp} = \frac{1}{3}.B.h$

$$V_{trụ} = B.h \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}, \text{ mặt khác}$$

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 41: Đáp án B.

Phân tích: ở câu này có thể nhiều bạn nhầm lẫn luôn vô số, tuy nhiên như vậy là sai. Một đường tròn cho trước chính là thiết diện qua trục của mặt cầu. Rõ ràng một đường tròn cho trước có tâm và bán kính xác định, tâm chính là tâm của mặt cầu, và bán kính là bán kính mặt cầu. Do đó chỉ có một mặt cầu chứa một đường tròn cho trước.

Câu 42: Đáp án C.

Phân tích: Ta có cách xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Xác định trục đường tròn của mặt phẳng đáy, tức là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy. Lấy giao điểm của trục đường tròn với trung trực của cạnh bên hình chóp. Vì thế với hình tứ diện và hình chóp đều luôn có mặt cầu ngoại tiếp, nên A và B đúng.

Với ý D : ta có hình hộp chữ nhật luôn có tâm cách đều các đỉnh của hình hộp, do đó luôn xác định được một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật. Vậy ta chỉ có thể chọn C.

Câu 43: Đáp án D.

Đây là một bài toán đơn giản, nếu tình ý bạn có thể chọn luôn đáp án D. Thử lại ta thấy:

$$\vec{u} + \vec{a} = (1-1) + (-2+2) + (1-1) = 0.$$

Câu 44: Đáp án A.

Phân tích: Ta có nếu đường thẳng d đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vtcp $\vec{u} = (a, b, c)$. Khi đó phương trình tham số của đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = x_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ Vậy } \vec{u} = (6; 3; -5)$$

Câu 45: Đáp án B.

Phân tích: Ta cùng nhớ lại kiến thức về vị trí tương đối của hai mặt phẳng, điều kiện để hai mặt phẳng trùng nhau :

Cho $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và

$(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Để $(P) \equiv (Q)$ thì

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}.$$

$$\text{Khi đó ta có: } \frac{2}{m} = \frac{3}{n-1} = \frac{-4}{8} = \frac{p}{-10}$$

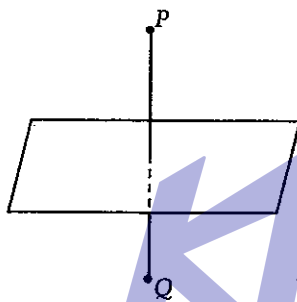
$$\Rightarrow m = -4; n = -5; p = 5$$

Câu 46: Đáp án A.

Phân tích: Mặt phẳng (P) có vtcp là $\vec{n} = (a, b, c)$ thì $(P): ax + by + cz + \alpha = 0$. Vậy mặt phẳng ở ý A sẽ có vtcp $(3; 1; -7)$.

Câu 47: Đáp án D.

Phân tích:



Nhận xét: Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ, như hình vẽ, đi qua trung điểm của đoạn

PQ , và PQ vuông góc với mặt phẳng cần tìm. Khi đó ta đã có một điểm đi qua và vectơ pháp tuyến.

Trung điểm của PQ là $M(1; -2; 1)$ và vpt

$$\vec{n} = \overrightarrow{PQ} = (-6; 10; 10).$$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình

$$-6(x-1) + 10(y+2) + 10(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3(x-1) + 5(y+2) + 5(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x + 5y + 5z + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 5y - 5z - 8 = 0.$$

Câu 48: Đáp án C.

Phân tích: Để tìm được tọa độ hình chiếu của điểm $A(-3; 2; 5)$, như ta nhận thấy ở đây chỉ có hai dữ kiện là điểm A và mặt phẳng (P) . Từ các dữ kiện này ta có thể biết được vtcp của đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó ta có đường thẳng d : qua $A(-3; 2; 5)$; vtcp $\vec{u} = (2; 3; -5)$ là:

$$d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - 5t \end{cases} \text{ . Khi đó tham số hóa tọa độ hình}$$

chiếu theo đường thẳng d và thay vào phương trình mặt phẳng đã cho ta sẽ tìm được tọa độ điểm cần tìm.

$$2(-3 + 2t) + 3(2 + 3t) - 5(5 - 5t) - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1. \text{ Khi đó điểm cần tìm có tọa độ } (-1; 5; 0).$$

Câu 49: Đáp án B.

Phân tích: Lấy điểm $A(2; 1; 0) \in d$. Mặt phẳng

$(P) \perp (Q)$ thì $\vec{u}_{(P)} \parallel (Q)$. Khi đó

$\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_{(P)}, \vec{u}_d] = (-1; 2; -3)$ Phần này để tính tích có hướng ta có thể bấm máy tính như tôi đã đề cập ở các đề trước.

Vậy mặt phẳng (Q) đi qua $A(2; 1; 0)$, vtcp

$\vec{n}_{(Q)} = (-1; 2; -3)$ có phương trình:

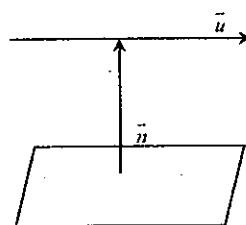
$$(Q): -1(x-2) + 2(y-1) - 3z = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + 3z = 0.$$

Câu 50: Đáp án B.

Phân tích: Để đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) thì d không song song với mặt phẳng (P) . Ta đi tìm điều kiện để mặt phẳng (P) song song với đường thẳng d .

Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) có nghĩa là vtcp của đường thẳng d vuông góc với vtcp của mặt phẳng (P) , như hình vẽ:



Khi đó ta có $8m + 2.2 - 3.4 = 0 \Leftrightarrow m = 1$. Vậy $m \neq 1$.



ĐỀ SỐ 4

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + x + 6$, khẳng định nào sau đây là đúng về tính đơn điệu của hàm số:

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(\frac{-1}{3}; +\infty)$.
- B. Hàm số chỉ nghịch biến trên $(\frac{-1}{3}; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-1; -\frac{1}{3})$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(\frac{-1}{3}; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3-x}{x^2-2}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \sqrt{2}$ và không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị (C) có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \sqrt{2}$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.
- C. Đồ thị (C) có hai tiệm cận đứng là hai đường thẳng $x = \sqrt{2}; x = -\sqrt{2}$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.
- D. Đồ thị (C) có hai tiệm cận đứng là hai đường thẳng $x = \sqrt{2}; x = -\sqrt{2}$ và không có tiệm cận ngang.

Câu 3: Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 1)$
- B. $(1; 2)$
- C. $(2; 3)$
- D. $(2; +\infty)$

Câu 4: Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 3\sin(1-4x)$
- B. $y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$
- C. $y = x^4 + x^2 + 1$
- D. $y = x^3 + 5x + 13$

Câu 5: Cho hàm số $y = 2x^4 + 4x^2 - 3$ và các kết quả sau:

- (I): $y_{CT} = -3$ tại $x = 0$.
- (II): $y_{CD} = 3$ tại $x = 1$.
- (III): $y_{CD} = 3$ tại $x = -1$

Kết luận nào đúng:

- A. Chỉ I
- B. Chỉ II
- C. Chỉ III
- D. Cả I, II, III.

Câu 6: Cho hàm số $y = (x^2 - 4)^4$ đạt cực đại y_{CD} tại x_{CD} ; đạt cực tiểu y_{CT} tại x_{CT} . Kết quả nào sau đây sai?

- A. $|x_{CD} - x_{CT}| = 2$
- B. $y_{CD} \cdot y_{CT} = 0$
- C. $|y_{CD} - y_{CT}| = 16$
- D. $x_{CD} \cdot x_{CT} = 0$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2}$. Kết luận nào sau đây là sai?

- A. $y_{CT} = 0$ khi $x = 0$.
- B. $f'(0) = 1$ và $f'(x) = 1; x \neq 0$.
- C. $\min y = 0$ khi $x = 0$.
- D. Hàm số liên tục tại mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

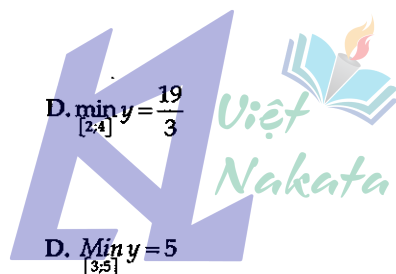
- A. $\min_{[2;4]} y = 6$
- B. $\min_{[2;4]} y = -2$
- C. $\min_{[2;4]} y = -3$

D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$

Câu 9: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{5x+3}{x-2}$ trên $[3; 5]$.

- A. $\min_{[3;5]} y = \frac{28}{3}$
- B. $\min_{[3;5]} y = -\frac{3}{2}$
- C. $\min_{[3;5]} y = -2$

D. $\min_{[3;5]} y = 5$



Câu 10: Bác Tôm có cái ao có diện tích $50m^2$ để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ $20 \text{ con} / m^2$ và thu được 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của bác, bác thấy cứ thả giảm đi $8 \text{ con} / m^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5 \text{ kg}$. Vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng năng suất cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

- A. 488 con B. 512 con C. 1000 con D. 215 con.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $m > -3$ B. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 2 \end{cases}$ C. $m < -3$ D. $\begin{cases} -3 < m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Câu 12: Nghiệm của phương trình $\log_3(x^3 + 3x + 4) = \log_3 8$ là:

- A. $x = -4$ B. $x = 1$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$ D. Vô nghiệm.

Câu 13: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(\cos x)$:

- A. $\tan x$ B. $-\tan x$ C. $\frac{1}{\cos x}$ D. $\frac{-1}{\sin x}$

Câu 14: Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. Với bất phương trình dạng $\log_a x > b$ ($a > 0, a \neq 1$), nếu $a > 1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $(a^b; +\infty)$.
 B. Với bất phương trình dạng $\log_a x > b$ ($a > 0, a \neq 1$), nếu $0 < a < 1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $(0; a^b)$.
 C. Với bất phương trình dạng $\log_a x < b$ ($a > 0, a \neq 1$), nếu $a > 1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $(0; a^b)$.
 D. Với bất phương trình dạng $\log_a x < b$ ($a > 0, a \neq 1$), nếu $0 < a < 1$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $(0; a^b)$.

Câu 15: Cho các số $M = (\sqrt{5})^{\frac{4}{5}}; N = (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}; P = (\sqrt{6})^{\frac{5}{6}}$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng:

- A. $M > N > P$. B. $M > P > N$. C. $P > M > N$ D. $N > P > M$.

Câu 16: Tính $N = \log_{49} 32$ nếu $\log_2 14 = m$.

- A. $N = 3m + 1$ B. $N = 3m - 2$ C. $N = \frac{5}{2m - 2}$ D. $N = \frac{1}{m - 1}$

Câu 17: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_2(4 - x) - 1}$.

- A. $(-\infty; 4)$ B. $(-\infty; 2)$ C. $(-\infty; 2]$ D. $[2; 4)$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x + 2}{\sin x}$:

- A. $\frac{e^x(\sin x - \cos x) - \cos x}{\sin^2 x}$ B. $\frac{e^x(\sin x + \cos x) - 2\cos x}{\sin^2 x}$
 C. $\frac{e^x(\sin x - \cos x) - 2\cos x}{\sin^2 x}$ D. $\frac{e^x(\sin x - \cos x) + 2\cos x}{\sin^2 x}$

Câu 19: Một học sinh thực hiện giải bài toán: "So sánh $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}$ và $\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{5}}$ " lần lượt như sau:

I. Ta có, từ bất đẳng thức hiển nhiên $\pi^2 < 10$, suy ra

$$0 < \frac{\pi^2}{10} < 1 \Rightarrow \left(\frac{\pi^2}{10}\right)^{\sqrt{2}} < 1 = \left(\frac{\pi^2}{10}\right)^0$$

II. Suy ra $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\pi}{5}\right)^{\sqrt{2}} < 1 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{2}}$

III. Mà $-\sqrt{2} > -\sqrt{3}$ nên $\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$. Vậy $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$.

Lí luận trên:

A. Sai từ giai đoạn I.

B. Sai từ giai đoạn II.

C. Sai từ giai đoạn III.

D. là một lời giải đúng.

Câu 20: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+1} = 1$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 21: Biết rằng ngày 1 tháng 1 năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người. (Kết quả có thể tính ở mức xấp xỉ)

A. 2026

B. 2022

C. 2020

D. 2025

Câu 22: Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$?

A. $\frac{x^2+x-1}{x+1}$

B. $\frac{x^2-x-1}{x+1}$

C. $\frac{x^2+x+1}{x+1}$

D. $\frac{x^2}{x+1}$

Câu 23: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\int_0^1 \sin x(1-x)dx = \int_0^1 \sin x dx$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

C. $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$

D. $\int_{-1}^1 x^{2007} (1+x) dx = \frac{2}{2009}$

Câu 24: Tìm câu sai:

A. $\int_a^b (f(x)+g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

B. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$

C. $\int_a^a f(x)dx = 1$

D. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$

Câu 25: Gọi $N(t)$ (ml / phút) là tốc độ rò rỉ dầu từ cái thùng tại thời điểm t. Biết $N'(t) = t(t-1)^2$. Khi đó lượng dầu rò rỉ ra trong một tiếng đầu tiên là:

A. 3097800ml

B. $\frac{1}{12}$ ml

C. 30789800 ml

D. 12ml

Câu 26: Tính thể tích khối tròn xoay khi quay phần mặt phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$ quanh trục Ox.

A. $V = \frac{13\pi}{5}$

B. $V = \frac{13\pi}{15}$

C. $V = \frac{3\pi}{10}$

D. $V = \frac{3\pi}{5}$

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 1$.

A. $\frac{7}{3}$

B. $\frac{8}{5}$

C. $\frac{38}{15}$

D. $\frac{64}{25}$

Câu 28: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cos^2 2x dx$.

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{5}{42}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $-\frac{1}{21}$

Câu 29: Tính i^{2009} :

A. -1

B. 1

C. $-i$

D. i

Câu 30: Tính $(4-7i)+(-5i+7)$

A. $11-12i$

B. $-1+i$

C. $12+11i$

D. -1

Câu 31: Cho phương trình $z^2 - (2-5i)z - 6-4i = 0$. Trong các số

I. $2-3i$

II. $2+3i$

III. $-2i$

IV. $2i$

Những số nào là nghiệm của phương trình trên:

A. I, II

B. I, III

C. II, III

D. II, IV

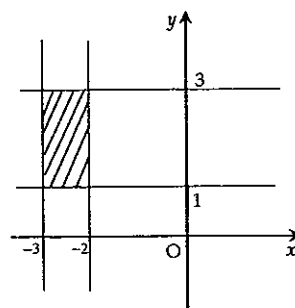
Câu 32: Số phức thỏa mãn điều kiện nào thì có phần biểu diễn là phần gạch chéo trong hình vẽ (kể cả biên) ?

A. Số phức z có phần thực thuộc đoạn $[-3;-2]$ trên trục Ox , phần ảo thuộc đoạn $[1;3]$ trên trục Oy .

B. Số phức z có phần thực thuộc đoạn $[1;3]$ trên trục Ox , phần ảo thuộc đoạn $[-3;-2]$ trên trục Oy .

C. Số phức z có phần thực thuộc đoạn $[-3;-2]$ trên trục Oy , phần ảo thuộc đoạn $[1;3]$ trên trục Ox .

D. Số phức z có phần thực thuộc $(-3;-2)$ trên trục Ox , phần ảo thuộc $(1;3)$ trên trục Oy .



Câu 33: Tìm phần thực, phần ảo của số phức sau $(4-i)+(2+3i)-(5+i)$:

A. Số phức trên có phần thực là 1, phần ảo là i .

B. Số phức trên có phần thực là 1, phần ảo là -1 .

C. Số phức trên có phần thực là 1, phần ảo là 1.

D. Số phức trên có phần thực là 1, phần ảo là $-i$.

Câu 34: Viết số phức $\frac{1}{z^3}$ ở dạng chuẩn với $z=1+i$.

A. $\frac{1}{2}i$

B. $-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

C. $-\frac{1}{2}i$

D. i

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng:

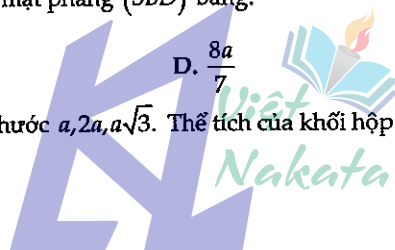
A. $\frac{6a}{7}$

B. $\frac{3a}{7}$

C. $\frac{3a}{14}$

D. $\frac{8a}{7}$

Câu 36: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $a, 2a, a\sqrt{3}$. Thể tích của khối hộp bằng:



A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $2a^3\sqrt{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tỉ số $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}}$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}$

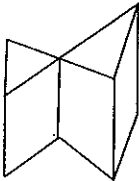
B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{6}$

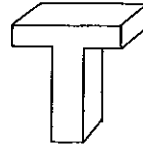
D. $\frac{1}{4}$

Câu 38: Hình nào sau đây không phải là hình đa diện?

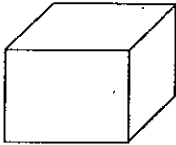
A.



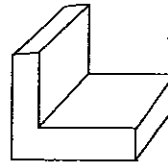
B.



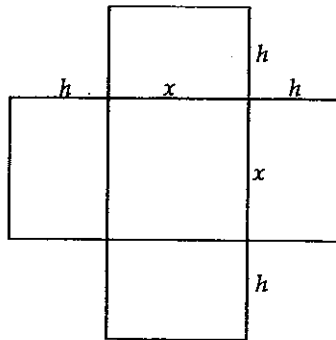
C.



D.



Câu 39: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 500cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



A. 10 cm

B. 5 cm

C. 2 cm

D. 3 cm

Câu 40: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của AD, DC và $B'C'$. Thể tích của khối tứ diện $QBMN$ bằng:

A. $\frac{3V}{8}$

B. $\frac{8V}{3}$

C. $\frac{V}{8}$

D. $\frac{V}{4}$

Câu 41: Người ta xếp 7 hình trụ có cùng bán kính đáy r và cùng chiều cao h vào một cái lọ hình trụ cũng có chiều cao h , sao cho tất cả các hình tròn đáy của hình trụ nhỏ đều tiếp xúc với đáy của hình trụ lớn, hình trụ nằm chính giữa tiếp xúc với sáu hình trụ xung quanh, mỗi hình trụ xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ lớn. Khi thể tích của lọ hình trụ lớn là:

A. $16\pi r^2 h$

B. $18\pi r^2 h$

C. $9\pi r^2 h$

D. $36\pi r^2 h$

Câu 42: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = a, AB = b, AC = c$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính r bằng:

- A. $\frac{2}{3}(a+b+c)$ B. $2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ C. $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$ D. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $B(0;3;7)$ và $I(12;5;0)$. Tìm điểm A sao cho I là trung điểm của đoạn AB .

- A. $(2;5;-5)$ B. $(0;1;-1)$ C. $(24;7;-7)$ D. $(1;2;-5)$

Câu 44: Tìm điểm M ở trên trục Ox và cách đều hai mặt phẳng $x+2y-2z+1=0$ và $2x+2y+z-5=0$.

- A. $(-4;0;0)$ B. $(7;0;0)$ C. $(-6;0;0)$ D. $(6;0;0)$

Câu 45: Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;-3;0), B(-2;9;7); C(0;0;1)$.

- A. $9x-4y-9z+7=0$ B. $9x+4y-3z+3=0$
C. $9x+4y-9z-9=0$ D. $-9x-4y+9z+9=0$

Câu 46: Mặt phẳng $2x-5y-z+1=0$ có vecto pháp tuyến nào sau đây:

- A. $(-4;10;2)$ B. $(2;5;1)$ C. $(-2;5;-1)$ D. $(-2;-5;1)$

Câu 47: Tính thể tích tứ diện $OABC$ với A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x-3y+5z-30=0$ với trục Ox, Oy, Oz .

- A. 78 B. 120 C. 91 D. 150

Câu 48: Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;4;-7)$ tiếp xúc với mặt phẳng $6x+6y-7z+42=0$.

- A. $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\frac{3}{4}$
B. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=1$
C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=121$
D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$

Câu 49: Cho mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z+5=0$$

và mặt phẳng $(P): 3x-2y+6z+m=0$. (S) và (P) có giao nhau khi:

- A. $m > 9$ hoặc $m < -5$. B. $-5 \leq m \leq 9$.
C. $2 \leq m \leq 3$. D. $m > 3$ hoặc $m < 2$.

Câu 50: Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ với $A(1;1;0), B(1;0;1), C(0;1;1), D(1;2;3)$.

- A. $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+6=0$.
B. $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+5=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+4=0$.
D. $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+3=0$.



DÁP ÁN

1A	2C	3B	4D	5A	6C	7B	8A	9A	10B
11C	12B	13B	14D	15C	16C	17C	18C	19C	20C
21D	22A	23B	24C	25A	26C	27C	28D	29D	30A
31B	32A	33C	34B	35A	36B	37D	38A	39A	40C
41C	42C	43C	44D	45B	46A	47D	48C	49B	50C

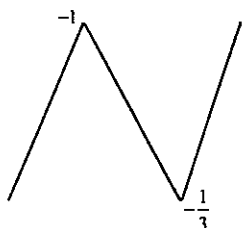
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Phân tích: Với bài toán dạng này, ta xét phương trình $y' = 0$ và tìm khoảng đơn điệu của hàm số.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 4x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}. \text{ Cùng}$$

nhớ lại dạng đồ thị mà tôi đã nhắc đến nhiều lần trong các đề trước, đó là bảng dạng đồ thị hàm bậc ba trong sách giáo khoa như sau:
Do đây là hàm số bậc ba có hệ số $a = 1 > 0$ nên đồ thị hàm số sẽ có dạng chữ N (chỉ mạng tính chất mọo minh họa) như sau:



Khi đó theo chiều của các đường thẳng ta nhận ra khoảng đơn điệu của hàm số như sau:

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-\frac{1}{3}; +\infty)$,

hàm số nghịch biến trên $(-1; -\frac{1}{3})$. Vậy A đúng.

Câu 2: Đáp án C.

Phân tích: Nhìn tổng quan thì rõ ràng các phương án đều nói về các tiệm cận của đồ thị hàm số, do đó ta sẽ đi tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\text{Ta có } x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{3-x}{x^2-2} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{3-x}{x^2-2} = -\infty \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \text{ là}$$

một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{3-x}{x^2-2} = -\infty; \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{3-x}{x^2-2} = +\infty \Rightarrow x = -\sqrt{2}$$

là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{x^2-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x}{x^2-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là một}$$

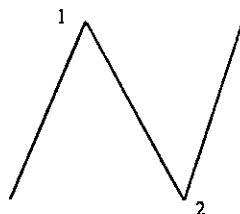
tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3: Đáp án B.

Phân tích: Tương tự như bài 1, ta sẽ đi tìm khoảng đơn điệu của hàm số bằng cách giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Ta có hàm số là hàm bậc ba có hệ số}$$

$a = 2 > 0$ nên đồ thị hàm số sẽ có dạng



Nên nhìn vào hình vẽ ta sẽ thấy ngay hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$. Thực ra nếu quý độc giả nhớ dạng đồ thị thì việc nháp rồi vẽ như thế này là không cần thiết, tuy nhiên nếu vẽ nhanh ra nháp cũng không hề tốn thời gian của bạn, chỉ cần một nét chữ N là xong bài toán nhanh chóng được giải quyết.

Câu 4: Đáp án D.

Phân tích: Nhận xét để làm nhanh bài toán này, ta không nên đi xét từng hàm số một xem có đồng biến trên $\mathbb{R}$ hay không vì sẽ rất mất thời gian. Nhìn tổng quan các phương án ta thấy rõ

ràng hàm bậc bốn sẽ luôn có khoảng đồng biến khoảng nghịch biến nên ta loại luôn C. Để xét tiếp ta sẽ xét hàm bậc ba do đó là hàm dễ nhầm nhất. Nhận thấy $y' = 3x^2 + 5 > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta chọn luôn D mà không cần xét các đáp án còn lại.

Câu 5: Đáp án A.

Phân tích: Ta xét phương trình $y' = 0$ để tìm giá trị cực tiểu của hàm số.

$\Leftrightarrow 8x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Ta lại cùng nhớ lại dạng đồ thị của hàm bậc bốn, khi phương trình $y' = 0$ chỉ có một nghiệm duy nhất thì đồ thị hàm số có dạng một parabol có đỉnh là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Do đó $y_{CT} = -3$ tại $x = 0$.

Câu 6: Đáp án C.

Phân tích: Ta xét phương trình $y' = 0$

$$\Leftrightarrow 4.2x.(x^2 - 4)^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$				256				

$\swarrow$ 0 $\nearrow$ 0 $\swarrow$ 0 $\nearrow$ 0

Vậy hàm số đạt $y_{CD} = 256$ tại $x_{CD} = 0$, hàm số đạt $y_{CT} = 0$ tại $x_{CT} = -2$; $x_{CT} = 2$.

Vậy đáp án sai là C.

Câu 7: Đáp án B.

Phân tích: Tương tự bài trên ta xét phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2}} = 0. \text{ Ta nhận thấy hàm số không}$$

có đạo hàm tại $x = 0$, nhưng hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. Do đó A và C đúng. Rõ ràng hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$, nên B là đáp án cần tìm.

Câu 8: Đáp án A.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [2; 4] \\ x = 3 \in [2; 4] \end{cases}$$

Do hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[2; 4]$ và có

$$y(2) = 7; y(3) = 6; y(4) = \frac{19}{3}. \text{ Suy ra } \min_{[2; 4]} y = 6.$$

Câu 9: Đáp án A.

Phân tích: Xét phương trình $y' = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{-13}{(x-2)^2} < 0 \text{ với mọi } x \neq 2. \text{ Khi đó ta có hàm}$$

số nghịch biến trên $[3; 5]$. Vậy

$$\min_{[3; 5]} y = y(5) = \frac{28}{3}.$$

Câu 10: Đáp án B.

Phân tích: Đây là một bài toán thực tế dựa trên kiến thức đã học, đó là tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Đề bài cho ta khá nhiều dữ kiện. Thực chất dữ kiện diện tích mặt ao và mật độ ban đầu là cho ta dữ kiện rằng năm đó bác đã thả bao nhiêu con giống, ta bắt đầu tiến hành vào bài toán như sau:

Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20.50 = 1000$ con.

Tiếp đến ta phải tìm xem nếu giảm đi x con thì mỗi con sẽ tăng thêm bao nhiêu. Trong hóa học các quý độc giả đã học cách làm này rồi, và bây giờ tôi sẽ giới thiệu lại cho quý độc giả:

Khi giảm 8 con thì năng suất tăng $0,5 \text{ kg/con}$.

Khi giảm x con thì năng suất tăng $a \text{ kg/con}$.

Đến đây ta tính theo cách nhân chéo:

$$a = \frac{0,5x}{8} = 0,0625x \text{ kg/con}.$$

Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là: $f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) \text{ kg}$

$$\begin{aligned} f(x) &= -0,0625x^2 - 1,5x + 1500 + 62,5x \\ &= -0,0625x^2 + 61x + 1500 \end{aligned}$$

Vì đây là hàm số bậc 2 nên đến đây ta có thể tìm nhanh GTLN của hàm số bằng cách bấm máy tính như sau:

1. Ấn MODE $\rightarrow$ 5: EQN $\rightarrow$ ấn 3 để giải phương trình bậc 2.

2. Lần lượt nhập các hệ số vào và ấn bằng cho đến khi máy hiện:



Lúc đó ta nhận được hàm số đạt GTLN tại $x = 488$. Vậy số cá giảm đi là 488 con. Đến đây nhiều độc giả có thể sẽ chọn ngay đáp án A. Tuy nhiên đề bài hỏi "vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống" thì đáp án chúng ta cần tìm phải là $1000 - 488 = 512$. Đáp án B.

Câu 11: Đáp án C.

Phân tích: Ta thấy nếu đặt $t = \cos x$ với

$x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ thì $t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. Tức là tìm điều kiện để

hàm số $y = f(t) = \frac{2t+3}{2t-m}$ nghịch biến trên

khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Xét $y' = \frac{2(-m) - 3.2}{(2t-m)^2} = \frac{-2m-6}{(2t-m)^2}$. Để thỏa mãn

yêu cầu của đề bài thì $y' > 0$ với mọi $t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Tức là $\frac{-2m-6}{(2t-m)^2} > 0$ với mọi $t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m-6 > 0 \\ 2t \neq m \end{cases} \Leftrightarrow m < -3$.

Câu 12: Đáp án B

Phân tích: điều kiện: $x^3 + 3x + 4 > 0$

Phương trình $\Leftrightarrow x^3 + 3x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 + 3x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$. Thử lại thì chỉ thấy $x = 1$ thỏa mãn.

Lưu ý: Nhiều quý độc giả quên điều kiện dẫn đến chọn C là sai. Hãy chú ý có điều kiện để giải nghiệm phương trình thật chính xác.

Câu 13: Đáp án B.

Phân tích: Ta nhớ lại công thức đạo hàm hàm hợp của hàm logarit Ne-pe như sau:

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$. Khi đó áp dụng công thức trên vào

ta được $y' = (\ln(\cos x))' = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả đã quên u' ở trên tử số, khi đó sẽ chọn C là sai. Nhiều bạn lại nhớ nhầm công thức và chọn D cũng sai.

Câu 14: Đáp án D.

Phân tích: Ta cùng nhớ lại kiến thức chúng ta đã học trong chương trình lớp 12 THPT như sau:

Với $a > 0; a \neq 1$. Khi đó

$\log_a x > b \Leftrightarrow \log_a x > \log_a a^b$.

Điều kiện $x > 0$

Nếu $a > 1$ thì bất phương trình $\Leftrightarrow x > a^b$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình là $(a^b; +\infty)$.

Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình $\Leftrightarrow x < a^b$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình là $(0; a^b)$.

Khi bất phương trình đảo chiều thì ta có thể tự suy ra được kết quả.

Khi đó rõ ràng ta thấy: A đúng, B đúng, C đúng, chỉ có D sai do:

$\log_a x < \log_a a^b$, mà $0 < a < 1$ do đó $x > a^b$, tức là tập nghiệm của bất phương trình là $(a^b; +\infty)$.

Câu 15: Đáp án C.

Phân tích: Ta sẽ so sánh hai số có cùng cơ số là M và N trước. Ta thấy $\sqrt{5} > 1$ do đó ta đi so sánh hai số mũ với nhau, rõ ràng $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$ do đó

$(\sqrt{5})^{\frac{4}{5}} > (\sqrt{5})^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow M > N$. Do đó ta có thể loại D.

Tiếp tục ta so sánh P với một trong hai số M hoặc N. Ở đây rõ ràng ta thấy cơ số $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ và số mũ cũng lớn hơn hẳn hai số mũ còn lại do đó ta có thể suy luận được $P > M > N$.

Câu 16: Đáp án C.

Phân tích: Với bài này, tôi nghĩ dùng máy tính thử cũng khá nhanh, nhưng trước tiên tôi sẽ giới thiệu cách làm theo toán thông thường rồi sau đó sẽ giới thiệu cách bấm máy.

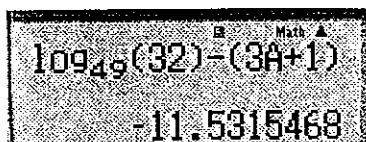
Cách 1: $\log_{49} 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 49} = \frac{5}{\log_2 7^2} = \frac{5}{2\log_2 7}$
 $= \frac{5}{2\log_2 \frac{14}{2}} = \frac{5}{2(\log_2 14 - \log_2 2)} = \frac{5}{2m-2}$

Thực chất bài toán này tư duy nhằm khá là nhanh.

Cách 2: bấm máy tính. Bước đầu tiên là gán $\log_2 14$ vào A. Khi đó ta sẽ nhập: $\log_2 14 \rightarrow$ **SHIFT** **STO** **A**.

Khi đó $\log_2 14$ đã được gán cho A. Bước tiếp theo là ta thử từng đáp án một bằng cách xét hiệu của $\log_{49} 32$ với các giá trị tương ứng ở các phương án như sau:

Với phương án A: ta sẽ nhập như sau:



Hiệu khác 0 do đó đây là phương án sai. Chú ý, để nhập được A như trên hình thì ta ấn **ALPHA**

A

Tiếp tục thử thì ta sẽ chọn được C.

Câu 17: Đáp án C.

Phân tích: Ở đây có hai dạng điều kiện, thứ nhất là điều kiện để logarit tồn tại, thứ hai là điều kiện để căn thức tồn tại như sau:

Điều kiện:

$$\begin{cases} 4-x > 0 \\ \log_2(4-x) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ 4-x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 2$$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả giải bất phương trình sai dấu dẫn đến chọn D. Hoặc quên điều kiện để căn thức tồn tại nên chọn A là sai.

Câu 18: Đáp án C

Phân tích: Ta tính đạo hàm của hàm số bằng

$$\text{cách sử dụng công thức } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \left(\frac{e^x + 2}{\sin x}\right)' &= \frac{(e^x + 2)' \cdot \sin x - (\sin x)' \cdot (e^x + 2)}{\sin^2 x} \\ &= \frac{e^x \cdot \sin x - \cos x \cdot (e^x + 2)}{\sin^2 x} = \frac{e^x(\sin x - \cos x) - 2\cos x}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

Nhiều độc giả lẫn lộn giữa công thức đạo hàm một tích với một thương nên nhầm dấu ở trên tử số, tức là chọn phương án D.

Câu 19: Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt soát từng bước làm của bạn học sinh này như sau:

Với I: ta có $\pi^2 \approx 9,8696$ do đó $0 < \frac{\pi^2}{10} < 1$ nên I

đúng.

Với II: ta thấy

$$\left(\frac{\pi^2}{10}\right)^{\sqrt{2}} = \left(\frac{\pi}{5} \cdot \frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}} = \left(\frac{\pi}{5}\right)^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}} < 1, \text{ từ đó suy}$$

ra II đúng. Đến đây ta có thể loại A và B.

Với III: Đến đây ta tiếp tục soát. Để so sánh được hai số mũ trước tiên ta cần xét xem cơ số của hai số mũ đó nằm trong khoảng nào. Nhận xét

$\pi \approx 3,14$ khi đó $0 < \frac{\pi}{5} < 1$. Vậy nếu $-\sqrt{2} > -\sqrt{3}$

thì $\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$. Vậy III sai. Ta chọn luôn C.

Câu 20: Đáp án C.

Phân tích: $2^{2x^2-7x+1} = 1 \Leftrightarrow 2^{2x^2-7x+1} = 2^0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 1 = 0$. Đến đây bấm máy tính ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt do đó ta chọn luôn C.

Câu 21: Đáp án D.

Phân tích: Ta nhận thấy đây là bài toán dựa trên ứng dụng giải phương trình mũ như sau:

Lần lượt thay các số liệu vào ta được phương trình:

$$78685800 \cdot e^{N,0,017} = 120000000$$

$$\Leftrightarrow e^{N,0,017} = \frac{120000000}{78685800}$$

$$\Leftrightarrow N,0,017 = \ln \frac{120000000}{78685800}$$

$\Leftrightarrow N \approx 24,825$, tức là xấp xỉ 25 năm. Do đề bài tính từ tháng 1 năm 2001 do đó ta tính cả năm 2001 vào đó nữa, tức là kết quả của chúng ta sẽ là $2001 - 1 + 25 = 2025$.

Nhiều bạn quên không tính năm 2001 vào do đó sẽ chọn luôn A là sai.

Câu 22: Đáp án A.

Phân tích: Ta có tính chất về nguyên hàm như sau:

Nếu hàm số f có một nguyên hàm F thì với mọi $C \in \mathbb{R}$, hàm số $y = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số f .

Ở đây ta sẽ đi tìm $\int \frac{x(2+x)}{(x+1)^2} dx$ và tìm các hằng

số C để xét xem phương án nào sai như sau:

$$\begin{aligned} \int \frac{(x+1)^2 - 1}{(x+1)^2} dx &= \int \left(1 - \frac{1}{(x+1)^2}\right) dx \\ &= x + \int \frac{-1}{(x+1)^2} d(x+1) = x + \frac{1}{x+1} + C \\ &= \frac{x^2 + x + 1}{x+1} + C \end{aligned}$$

Với $C = -2$; $C = 0$ và $C = -1$ thì B, C, D đúng. Khi đó ta sẽ chọn luôn A.

Câu 23: Đáp án B.

Phân tích: ta có thể nhận ra ngay A sai.

Với B ta có: Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2} dx$. Đổi cận:

x	0	π
t	0	$\frac{\pi}{2}$

$\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$. Vậy B đúng. Trên đây là

cách diễn giải về mặt toán học, còn quý độc giả có thể bấm máy tính để thử tiết kiệm thời gian trong quá trình làm bài.

Câu 24: Đáp án C

Phân tích:

Đây chỉ là các tính chất của tích phân mà chúng ta đã được học, tính chất thứ nhất quy tắc tính tổng hai tích phân có cùng cận, đây là tính chất đúng.

Quy tắc thứ hai là quy tắc khi nhân một hằng số với một tích phân, quy tắc này cũng đúng.

Với quy tắc thứ ba, ta thấy

$$\int_a^a f(x) dx = F(x) \Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0. \text{ Vậy C sai.}$$

Câu 25: Đáp án A.

Phân tích: Thực chất đây là một bài toán tính tích phân.

$$N'(t) = t(t^2 - 2t + 1) = t^3 - 2t^2 + t$$

Vì lượng dầu tính theo phút, nên công thức tính lượng dầu sẽ được tính như sau:

$$\int_0^{60} N'(t) dt = \int_0^{60} (t^3 - 2t^2 + t) dt$$

$$= \frac{1}{4} t^4 - \frac{2}{3} t^3 + \frac{1}{2} t^2 \Big|_0^{60}$$

$$= 3097800 (ml).$$

Câu 26: Đáp án C.

Phân tích: Ta đã học công thức tính thể tích khối tròn xoay được giới hạn bởi bốn đường

$$y = f(x); y = g(x); x = a; x = b \text{ là}$$

$$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có

$$x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}. \text{ Ta thấy trên } (0;1) \text{ thì } \sqrt{x} \geq x.$$

$$\text{Nên } V = \pi \int_0^1 (x - x^4) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1$$

$$= \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{10} \pi.$$

Câu 27: Đáp án C.

Phân tích: Ta có công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x); y = 0; x = a; x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx. \text{ Khi đó ta áp dụng vào bài toán:}$$

$$S = \int_0^1 |x^4 - 5x^2 + 4| dx. \text{ Nhận xét}$$

$$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4 \geq 0 \text{ với mọi } x \in [0;1]. \text{ Khi đó}$$

$$S = \int_0^1 (x^4 - 5x^2 + 4) dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{5}{3} x^3 + 4x \right) \Big|_0^1 = \frac{38}{15}.$$

Câu 28: Đáp án D.

Phân tích: Thực chất bài toán này có thể giải quyết một cách dễ dàng bằng việc bấm máy tính như sau:

Từ đó bấm kết quả các phương án để chọn phương án đúng, rõ ràng ở đây có dấu "-" nên ta chỉ cần xét phương án B hoặc D. Lúc này quý độc giả có thể giữ nguyên màn hình như thế và

$$\text{ấn } - \left(-\frac{5}{42} \right) \text{ ra kết quả khác 0 thì ta chọn D luôn.}$$

Cách giải thích rõ ràng về mặt toán học:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cos^2 2x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 \sin x - 4 \sin^3 x) \cos^2 2x dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 - 4(1 - \cos^2 x)) \cos^2 2x \sin x dx$$

$$= - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 \cos^2 x - 1) (2 \cos^2 x - 1)^2 d(\cos x)$$

$$= - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (16 \cos^6 x - 20 \cos^4 x + 8 \cos^2 x - 1) d(\cos x)$$

$$= - \left(\frac{16}{7} \cos^7 x - 4 \cos^5 x + \frac{8}{3} \cos^3 x - \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\frac{1}{21}$$

Câu 29: Đáp án D

Phân tích: Ta thấy $i^{2009} = i^{2008} \cdot i = (i^2)^{1004} \cdot i = 1 \cdot i = i$.

Ta sử dụng $i^2 = -1$.

Câu 30: Đáp án A

Lời giải: Ta có $(4-7i) + (-5i+7) = 11-12i$

Câu 31: Đáp án B.

Phân tích: Với bài toán này ta đặt

$z = x + yi$ ($x \in \mathbb{R}$), khi đó phương trình

$$\Leftrightarrow (x + yi)^2 - (2-5i)(x + yi) - 6 - 4i = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2xyi + i^2 y^2 - (2x + 2yi - 5xi - 5yi^2) - 6 - 4i = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi - (2x + 5y - (2y - 5x)i) - 6 - 4i = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 - 2x - 5y - 6 + (2xy - 2y + 5x - 4)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 - 2x - 5y - 6 = 0 \\ 2xy - 2y + 5x - 4 = 0 \end{cases}$$

Rõ ràng đến đây việc giải hệ phương trình này mất khá nhiều thời gian như sau:

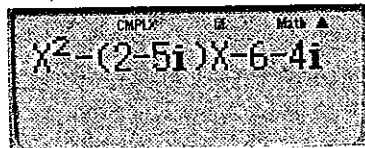
Cho nên ta nên thử từng đáp án rồi bằng cách bấm máy như sau:

Đầu tiên ta chuyển máy tính về chế độ tính toán

với số phức bằng cách bấm **MODE** $\rightarrow$ **2**

CMPLX. Khi đó ta nhập vào màn hình biểu thức phương trình như sau:

$$X^2 - (2-5i)X - 6 - 4i$$



Khi đó ấn **CALC** và lần lượt thử từng nghiệm, từ đó ta nhận được kết quả I và III là nghiệm của phương trình. Với bài toán dạng này, tôi khuyên quý độc giả nên thử máy tính để tiết kiệm thời gian làm bài.

Câu 32: Đáp án A.

Phân tích: Ta có số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

khi đó điểm $M(x; y)$ trong hệ tọa độ phẳng vuông góc là điểm biểu diễn số phức z . Vậy khi đó ta thấy khi chiếu xuống trục Ox thì $-3 \leq x \leq -2$ tức là phần thực của z nằm trong đoạn $[-3; -2]$, và ta thấy $1 \leq y \leq 3$, khi đó phần ảo của z nằm trong đoạn $[1; 3]$.

Phân tích sai lầm: Nhiều quý độc giả nhầm giữa phần thực và phần ảo nên chọn sai đáp án.

Câu 33: Đáp án C

Ta có: $(4-i) + (2+3i) - (5+i) = 1+i$.

Chú ý: Phân ảo không chứa i .

Câu 34: Đáp án B.

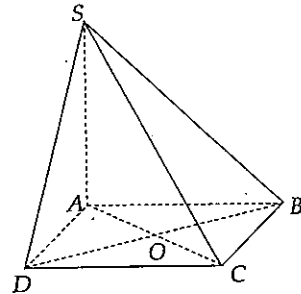
Lời giải: Bấm máy tính ta được đáp án B.

$$\frac{1}{(1+i)^3} = \frac{1}{i^3 + 3i^2 + 3i + 1}$$

$$= \frac{1}{-i - 3 + 3i + 1} = \frac{1}{-2 + 2i} = \frac{2+2i}{-8} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$$

Câu 35: Đáp án A.

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:



Với bài toán này ta thấy A và C đối xứng nhau qua tâm O . Ta nhớ đến hệ quả sau:

Cho mặt phẳng (P) và đoạn thẳng MN . Với

$MN \cap (P) = I$ thì:

$$\frac{d(M; (P))}{d(N; (P))} = \frac{IM}{IN}$$

Khi đó áp dụng vào bài toán ta thấy

$AC \cap (SBD) = O$ do vậy áp dụng hệ quả trên ta

$$\text{được: } \frac{d(A; (SBD))}{d(C; (SBD))} = \frac{OA}{OC} = 1$$

$$\Rightarrow d(C; (SBD)) = \frac{6a}{7}.$$

Câu 36: Đáp án B

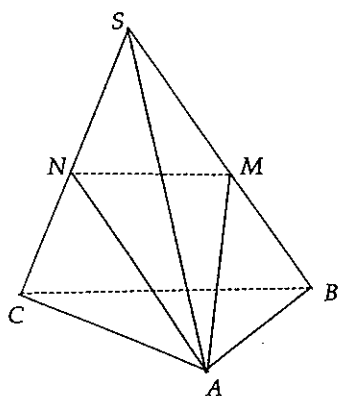
Phân tích: Đây là bài toán đơn giản nên ta

không cần phải vẽ hình mà tìm luôn thể tích của hình hộp chữ nhật: $V = abc = a \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 37: Đáp án D.

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:





Nhận thấy hai tứ diện $SAMN$ và $SABC$ có chung chiều cao từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) , do đó ta chỉ đi so sánh diện tích của hai đáy SMN và SBC . Ta có MN là đường trung bình của tam giác SBC , do đó $MN = \frac{1}{2} BC$. Khi đó áp dụng

định lý Thales ta có $\frac{d(S; MN)}{d(S; BC)} = \frac{1}{2}$. Khi đó

$$\frac{S_{SMN}}{S_{SBC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}. \text{ Khi đó } \frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{1}{4}.$$

Câu 38: Đáp án A.

Phân tích: Ta nhớ lại các kiến thức về hình đa diện như sau:

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

a, Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

b, Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Ta thấy hình A vi phạm tính chất thứ hai trong điều kiện để có một hình đa diện. Ta thấy cạnh ở giữa không phải là cạnh chung của đúng hai đa giác mà là cạnh chung của bốn đa giác.

Câu 39: Đáp án A.

Phân tích: Ta có thể tích hợp được tính bằng công thức: $V = x.x.h = x^2.h = 500$

Khi đó lượng bìa các tông cần để làm hộp được tính bằng diện tích toàn phần của hộp:

$$S_{tp} = S_{day} + S_{xq} = x.x + 4.hx = x^2 + 4.hx$$

Công việc của chúng ta bây giờ là đi tìm giá trị nhỏ nhất của S_{tp} . Từ dữ kiện đã có ta có thể thay

thế hx bằng $\frac{500}{x}$. Khi đó

$$x^2 + 4 \cdot \frac{500}{x} = x^2 + \frac{2000}{x} = x^2 + \frac{1000}{x} + \frac{1000}{x} \geq 3\sqrt{1000^2}$$

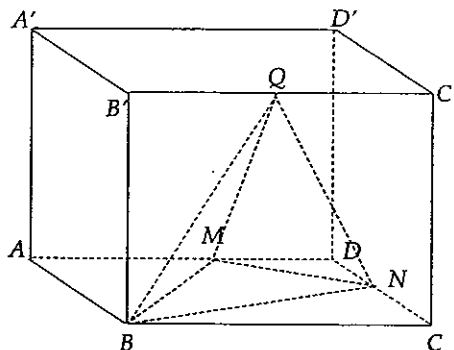
(áp dụng bất đẳng thức Cauchy)

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$x^2 = \frac{1000}{x} \Leftrightarrow x^3 = 1000 \Leftrightarrow x = 10$$

Chú ý: Ngoài cách làm bằng bất đẳng thức như trên quý độc giả có thể làm bằng cách xét hàm số rồi đạo hàm tìm nghiệm phương trình $f'(x) = 0$ cũng ra được kết quả $x = 10$.

Câu 40: Đáp án C.



Ta có: $V_{QBMN} = \frac{1}{3} d(Q; (BMN)) S_{BMN}$ (1). Rõ ràng

ta nhận thấy hình tứ diện $QBMN$ và hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng nhau. Nên

ta chỉ đi tìm tỉ lệ $\frac{S_{BMN}}{S_{ABCD}}$.

Ta có $S_{ABCD} = S_{DMN} + S_{ABM} + S_{BNC} + S_{BMN}$

$$\Rightarrow S_{BMN} = S_{ABCD} - S_{DMN} - S_{ABM} - S_{BNC}$$

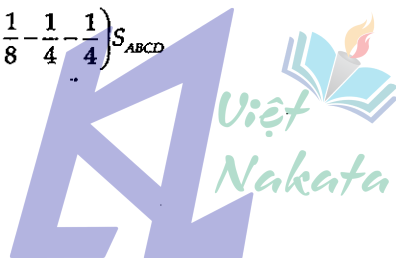
Mặt khác ta có $\frac{S_{DMN}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{DMN}}{2S_{ADC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$;

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{ABM}}{2S_{ABD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Tương tự thì } \frac{S_{BNC}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Khi đó } S_{BMN} = \left(1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) S_{ABCD}$$

$$\Leftrightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{ABCD}} = \frac{3}{8} \quad (2)$$

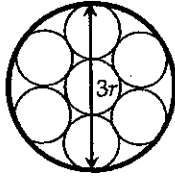


Từ (1) và (2) suy ra $\frac{V_{QBMN}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

$$\Rightarrow V_{QBMN} = \frac{V}{8}.$$

Câu 41: Đáp án C.

Phân tích:

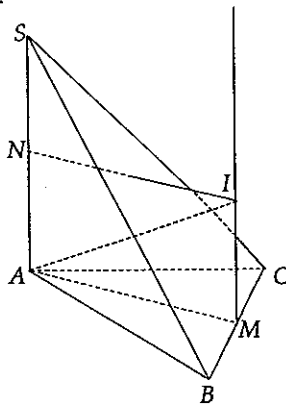


Ta có hình vẽ minh họa mặt đáy của hình đã cho như trên, khi đó ra rõ ràng nhận ra rằng $R = 3r$, đề bài thì có vẻ khá phức tạp, tuy nhiên nếu để ý kĩ thì lại rất đơn giản. Vậy khi đó

$$V = B.h = (3r)^2 \cdot \pi \cdot h = 9\pi r^2 h.$$

Câu 42: Đáp án C.

Phân tích:



Cách xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tôi đã giới thiệu cho quý độc giả ở các đề trước, do vậy ở đề này tôi xin áp dụng luôn vào hình vẽ như sau:

Bước 1: vẽ trục đường tròn của tam giác đáy.

Gọi M là trung điểm của BC, khi đó thì M là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC do ABC vuông tại A. Kẻ $Mx \perp (ABC)$ khi đó Mx là trục đường tròn của tam giác đáy ABC.

Bước 2: lấy giao điểm của trục đường tròn với trung trực của cạnh bên.

Kẻ NI là trung trực của SA ($I \in Mx$). Khi đó I chính là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chóp SABC.

Cách diễn giải phía trên thì khá lằng nhằng, tuy nhiên lúc làm bài thi, khi tư duy nhanh, điều này lại trở nên khá đơn giản.

Ta đi tìm $R = IA$. Tứ giác ANIM là hình chữ nhật do đó

$$IA = \sqrt{AM^2 + MI^2} = \sqrt{\frac{BC^2}{4} + \frac{SA^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Câu 43: Đáp án C

Phân tích: Đây là bài toán mở đầu phần Oxyz khá đơn giản, chỉ yêu cầu kĩ năng về mặt nhắm nhanh. Ta có I là trung điểm của AB thì

$x_A = 2x_I - x_B = 24$, chỉ cần nhắm đến đây đã chọn luôn được C mà không cần tính tiếp y_A, z_A . Hãy chú ý linh hoạt trong mọi tình huống để tối giản thời gian hết mức có thể.

Câu 44: Đáp án D

Phân tích: Do $M \in Ox$ nên $M(x; 0; 0)$. Do M cách đều hai mặt phẳng đã cho nên ta có phương trình:

$$\frac{|x+1|}{\sqrt{1+2^2+(-2)^2}} = \frac{|2x-5|}{\sqrt{2^2+2^2+1}} \Leftrightarrow |x+1| = |2x-5|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=\frac{4}{3} \end{cases} \text{ Do đó ta chọn D.}$$

Câu 45: Đáp án B.

Phân tích: Đây là dạng toán cơ bản của phần phương trình mặt phẳng trong không gian. Ta tìm vptp của mặt phẳng bằng cách tìm tích có hướng của hai vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Ta có

$$\overrightarrow{AB}(-3; 12; 7); \overrightarrow{AC}(-1; 3; 1)$$

Quý độc giả có thể bấm máy tính để tính tích có hướng của hai vecto như ở các đề trước tôi đã hướng dẫn và quý độc giả sẽ nhận được kết quả như sau: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-9; -4; 3)$. Khi đó mặt

phẳng (ABC) đi qua $A(1; -3; 0)$ và vptp

$$\vec{n} = (-9; -4; 3) \text{ nên phương trình}$$

$$(ABC): -9(x-1) - 4(y+3) + 3z = 0$$

$$\Leftrightarrow (ABC): -9x - 4y + 3z - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (ABC): 9x + 4y - 3z + 3 = 0$$

Câu 46: Đáp án A.

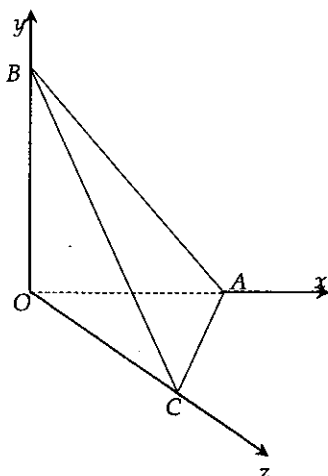
Phân tích: Ta có phương trình mặt phẳng

$$(P): ax + by + cz + d = 0 \text{ có vptp } \vec{n} = (a; b; c). \text{ Khi}$$

đó $\vec{n} = (2; -5; -1)$ chính là trùng với vectơ ở ý A.
 $(-4; 10; 2)$

Câu 47: Đáp án D.

Phân tích: Ta có $A \in Ox; B \in Oy; C \in Oz$ do đó
 $A(x; 0; 0); B(0; y; 0); C(0; 0; z)$. Khi đó lần lượt
 thay tọa độ các điểm trên vào phương trình mặt
 phẳng $2x - 3y + 5z - 30 = 0$ thì ta lần lượt được
 $A(15; 0; 0); B(0; -10; 0); C(0; 0; 6)$.



Từ hình vẽ trên ta nhận thấy tứ diện $OABC$ có
 các cạnh bên $OA; OB; OC$ đôi một vuông góc, do

đó $V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot OA \cdot OB \cdot OC \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \cdot 15 \cdot 10 \cdot 6 = 150$. Nếu

không để ý kĩ điểm này có thể quý độc giả sẽ đi
 tính thể tích của khối chóp rất phức tạp.

Câu 48: Đáp án C.

Phân tích: Ta có mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt
 phẳng đã cho, ở đây ta gọi là mặt phẳng (P)

$$\text{nên } R = d(I; (P)) = \frac{|6 \cdot 1 + 6 \cdot 4 - 7 \cdot (-7) + 42|}{\sqrt{6^2 + 6^2 + (-7)^2}} = 11$$

$$\text{Vậy } (S): (x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+7)^2 = 121$$

Câu 49: Đáp án B.

Phân tích: (S) có tâm $I(2; 1; -1)$; bán kính $R = 1$

Như đã học về vị trí tương đối giữa mặt phẳng
 và đường tròn thì ta đi so sánh khoảng cách
 giữa tâm I đến mặt phẳng (P) với bán kính R .

$$\text{Ta có } d(I; (P)) = \frac{|3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 6 \cdot (-1) + m|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = \frac{|m-2|}{7}$$

Để (S) và (P) giao nhau thì $d(I; (P)) \leq R$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-2|}{7} \leq 1 \Leftrightarrow |m-2| \leq 7 \Leftrightarrow -7 \leq m-2 \leq 7$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq m \leq 9$$

Câu 50: Đáp án C.

Phân tích: Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ
 diện $ABCD$ có dạng:

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Khi đó
 lần lượt thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào ta
 được hệ phương trình bốn ẩn như sau:

$$\begin{cases} 2a + 2b + d = -2 \\ 2a + 2c + d = -2 \\ 2b + 2c + d = -2 \\ 2a + 4b + 6c + d = -14 \end{cases}, \text{ Bấm máy tính giải hệ ở}$$

$$\text{máy Vinacal ta được } \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = -\frac{3}{2} \\ d = 4 \end{cases}$$

Nếu không có máy Vinacal quý độc giả có thể
 nhầm nhanh $d = -2 - 2a - 2b$ và thay xuống ba
 phương trình còn lại của hệ, bấm máy tính giải
 hệ phương trình ba ẩn bình thường. Khi đó ta
 cũng được kết quả tương tự.

Vậy phương trình mặt cầu:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 4 = 0.$$



ĐỀ SỐ 5

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\forall m < 1$ thì hàm số có hai cực trị.
- B. Hàm số luôn luôn có cực đại và cực tiểu.
- C. $\forall m \neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu.
- D. $\forall m > 1$ thì hàm số có cực trị.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{3-x}$ là:

- A. $D = \mathbb{R}$
- B. $D = (-\infty; 3)$
- C. $D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$
- D. $D = (3; +\infty)$

Câu 3: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ có đúng một đường tiệm cận đứng.

- A. $m \in \{-1; 4\}$
- B. $m \in (-1; 4)$
- C. $m \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$
- D. $m \in \{-5; -1; 4\}$

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a > 0 > c$
- B. $a, b, c, d > 0$
- C. $a, c > 0 > b$
- D. $a, d > 0 > b$

Câu 5: Cho hàm số $y = -x^3 - x + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị (C) luôn cắt đường thẳng d tại ba điểm phân biệt.
- B. Đồ thị (C) luôn cắt đường thẳng d tại đúng hai điểm.
- C. Đồ thị (C) luôn cắt đường thẳng d tại điểm có hoành độ nhỏ hơn 1.
- D. Đồ thị (C) luôn cắt đường thẳng d tại đúng một điểm.

Câu 6: Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 1)$
- B. $(1; 2)$
- C. $(2; 3)$
- D. $(2; +\infty)$

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 13x + 6$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

Câu 8: Với giá trị nào của m để đường thẳng $y = x + m$ đi qua trung điểm của đoạn nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$?

- A. $m = 0$
- B. $m = 1$
- C. $m = 2$
- D. $m = 3$

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ trên đoạn $[-1; 4]$ là:

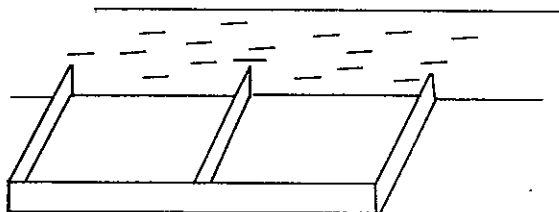
- A. $\max y = 51; \min y = -3$
- B. $\max y = 51; \min y = 1$
- C. $\max y = 51; \min y = -1$
- D. $\max y = 1; \min y = 1$

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ không có tiệm cận ngang khi và chỉ khi:

- A. $m \leq 0$
- B. $m = 0$
- C. $m < 0$
- D. $m > 0$

Câu 11: Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song

sông nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.



- A. 6250 m^2 B. 1250 m^2 C. 3125 m^2 D. 50 m^2

Câu 12: Tìm nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$.

- A. $1 < x < 4$ B. $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$ C. $2 < x < 4$ D. $-4 < x < -1$

Câu 13: Tìm m để phương trình sau có đúng ba nghiệm: $4^x - 2^{x^2+2} + 6 = m$

- A. $2 < m < 3$ B. $m > 3$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

Câu 14: Tìm tập xác định của hàm số: $f(x) = \sqrt{\log_2 \frac{3-2x-x^2}{x+1}}$

- A. $D = \left[\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; -1 \right) \cup \left[\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 1 \right)$ B. $D = (-\infty; -3) \cup (-1; 1)$
C. $D = \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \right] \cup \left(-1; \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \right]$ D. $D = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

Câu 15: Giả sử các số logarit đều có nghĩa, điều nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$
C. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b < c$ D. Cả ba phương án trên đều sai.

Câu 16: Nếu $a = \log_{15} 3$ thì:

- A. $\log_{25} 15 = \frac{3}{5(1-a)}$ B. $\log_{25} 15 = \frac{5}{3(1-a)}$ C. $\log_{25} 15 = \frac{1}{2(1-a)}$ D. $\log_{25} 15 = \frac{1}{5(1-a)}$

Câu 17: Tính đạo hàm của hàm số sau: $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

- A. $f'(x) = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}$ B. $f'(x) = e^x + e^{-x}$ C. $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x - e^{-x})^2}$ D. $f'(x) = \frac{-5}{(e^x - e^{-x})^2}$

Câu 18: Cho $(\sqrt{3}-1)^m < (\sqrt{3}-1)^n$. Khi đó:

- A. $m > n$ B. $m < n$ C. $m = n$ D. $m \leq n$

Câu 19: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x \cdot \ln^2(1-x)$ là:

- A. $f'(x) = 2 \cos 2x \cdot \ln^2(1-x) - \frac{2 \sin 2x \cdot \ln(1-x)}{1-x}$ B. $f'(x) = 2 \cos 2x \cdot \ln^2(1-x) + \frac{2 \sin 2x \cdot \ln(1-x)}{1-x}$
C. $f'(x) = 2 \cos 2x \cdot \ln^2(1-x) - 2 \sin 2x \cdot \ln(1-x)$ D. $f'(x) = 2 \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \ln(1-x)$

Câu 20: Phát biểu nào sau đây sai?

- A. Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$) có cùng tính đơn điệu.
B. Hai đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) có cùng tập giá trị.

D. Hai đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) đều có đường tiệm cận.

Câu 21: Khi quan sát quá trình sao chép tế bào trong phòng thí nghiệm sinh học, nhà sinh vật học nhận thấy các tế bào tăng gấp đôi mỗi phút. Biết sau một thời gian t giờ thì có 100 000 tế bào và ban đầu có 1 tế bào duy nhất. Tìm t .

- A. $t \approx 16,61$ phút B. $t \approx 16,5$ phút C. $t \approx 15$ phút D. $t \approx 15,5$ phút

Câu 22: Một công ty phải gánh chịu nợ với tốc độ $D(t)$ đô la mỗi năm, với $D'(t) = 90(t+6)\sqrt{t^2+12t}$ trong đó t là số lượng thời gian (tính theo năm) kể từ công ty bắt đầu vay nợ. Đến năm thứ tư công ty đã phải chịu 1 626 000 đô la tiền nợ nần. Tìm hàm số biểu diễn tốc độ nợ nần của công ty này?

A. $f(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + C$ B. $f(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^2} + 1610640$

C. $f(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1595280$ D. $f(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^2} + 1610640$

Câu 23: Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo nên khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{36-x^2}$ với trục hoành quanh trục hoành:

- A. 288π đvtt B. 144π đvtt C. 12π đvtt D. không tính được

Câu 24: Tính tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$:

- A. $1 - \frac{2}{e}$ B. $1 + \frac{2}{e}$ C. $\frac{2}{e}$ D. $-\frac{2}{e}$

Câu 25: Tốc độ thay đổi doanh thu (bằng đô la trên một máy tính) cho việc bán x máy tính là $f(x)$, biết $f'(x) = 12x^5 + 3x^2 + 2x + 12$. Tìm tổng doanh thu khi bán được mười hai máy tính đầu tiên.

- A. 5973984 đô la B. 1244234 đô la C. 622117 đô la D. 2986992 đô la

Câu 26: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ B. $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$

C. $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$ D. $\int_{-1}^1 x^{2007} (1+x) dx = \frac{2}{2009}$

Câu 27: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

- A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$ B. $I = -\pi^4$ C. $I = 0$ D. $I = -\frac{1}{4}$

Câu 28: Số phức $z = 5 - 3i$ có điểm biểu diễn là:

- A. $M(5; -3)$ B. $N(-3; 5)$ C. $P(-5; 3)$ D. $Q(3; -5)$

Câu 29: Cho $z = x + iy$; $z' = x' + iy'$ ($x, y, x', y' \in \mathbb{R}$)

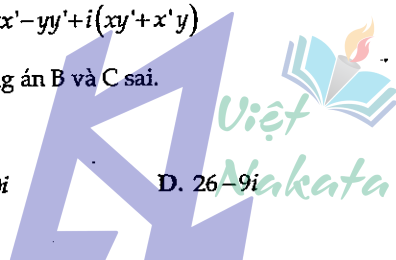
Tìm mệnh đề không đúng trong các mệnh đề sau:

A. $z \pm z' = (x \pm x') + i(y \pm y')$ B. $z \cdot z' = xx' - yy' + i(xy' + x'y)$

C. $\frac{z}{z'} = \frac{xx' + yy'}{x'^2 + y'^2} + i \frac{x'y - xy'}{x'^2 + y'^2}$ D. phương án B và C sai.

Câu 30: Tính $(5+3i)(3-5i)$:

- A. $15 - 15i$ B. $30 - 16i$ C. $25 + 30i$ D. $26 - 9i$



Câu 31: Tìm $|z|$ biết rằng z có phần thực bằng hai lần phần ảo và điểm biểu diễn của z nằm trên đường thẳng $d: 2x + y - 10 = 0$.

- A. $|z| = 2\sqrt{5}$ B. $|z| = \sqrt{5}$ C. $|z| = 2\sqrt{3}$ D. $|z| = \sqrt{3}$

Câu 32: Tìm số phức z biết rằng điểm biểu diễn của z nằm trên đường tròn có tâm O , bán kính bằng 5 và nằm trên đường thẳng $d: x - 2y + 5 = 0$.

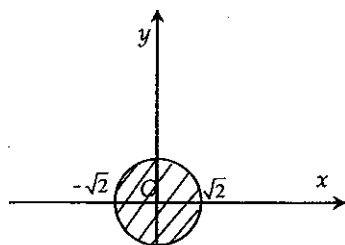
- A. $z = 3 - 4i$ B. $z = 3 + 4i$ C. $z = 4 + 3i$ D. $z = 4 - 3i$

Câu 33: Cho phương trình $z^2 - 13z + 45 = 0$. Nếu z_0 là nghiệm của phương trình thì $z_0 + \overline{z_0}$ bằng:

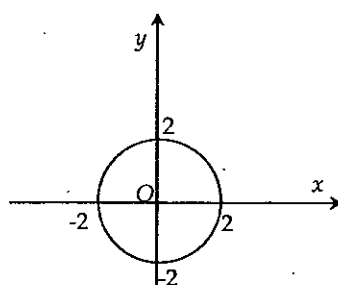
- A. -13 B. 13 C. 45 D. -45

Câu 34: Cho $z\overline{z} = 4$, tập hợp các điểm biểu diễn z có đồ thị là (đối với các đồ thị có gạch chéo thì tập hợp điểm là cả phần gạch chéo và cả biên) :

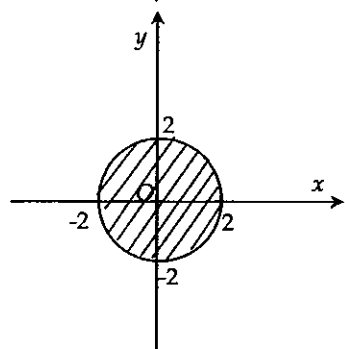
A.



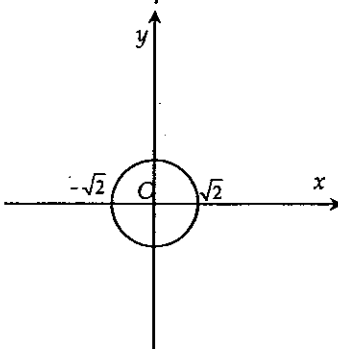
B.



C.



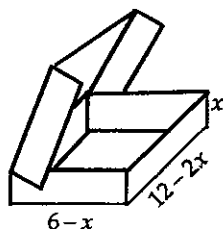
D.



Câu 35: Số $(i^2 + i^3 + i^4 + i^5)$ bằng số nào dưới đây?

- A. 0 B. i C. $-i$ D. $2i$

Câu 36: Một hộp đựng chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được dài một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới là chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị là V_0 . Tìm V_0 .



A. 48 đvtt

B. 16 đvtt

C. 64 đvtt

D. $\frac{64}{3}$ đvtt

Câu 37: Một hình trụ có bán kính đáy là 2 cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích của khối trụ.

A. $4\pi \text{ cm}^3$

B. $8\pi \text{ cm}^3$

C. $16\pi \text{ cm}^3$

D. $32\pi \text{ cm}^3$

Câu 38: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = AC = SB = SC = a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a}{2}$

C. a

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 39: Cho hình nón đỉnh S có đường tròn đáy bán kính 1 cm, nội tiếp trong hình vuông $ABCD$. Biết $SA = \sqrt{11}$ cm. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. 5 cm^3

B. 4 cm^3

C. $3\sqrt{2} \text{ cm}^3$

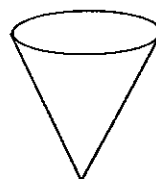
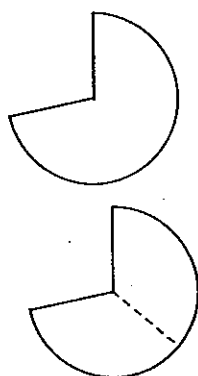
D. 3 cm^3

Câu 40: Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt như hình vẽ có kích thước bán kính $R = 5$ và chu vi của hình quạt là $P = 8\pi + 10$, người ta gò tấm kim loại thành những chiếc phễu theo hai cách:

1. Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu.

2. Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu.

Gọi V_1 là thể tích của cái phễu thứ nhất, V_2 là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính $\frac{V_1}{V_2}$?



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{21}{\sqrt{7}}$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{\sqrt{6}}$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Câu 41: Một hình trụ có bán kính đáy là 53 cm, khoảng cách giữa hai đáy là 56 cm. Một thiết diện song song với trục là một hình vuông. Tính khoảng cách từ trục đến mặt phẳng cắt?

A. 36 cm

B. 45 cm

C. 54 cm

D. 55 cm

Câu 42: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = 2a, SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SB và AK vuông góc với SD . Mặt phẳng (AHK) cắt SC tại E . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối $ABCDEHK$.

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$

C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$

Câu 43: Cho tam giác ABC có diện tích bằng 10 cm^2 và nằm trong mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 8 = 0$. Nếu điểm $S(1;1;3)$ là đỉnh của hình chóp $S.ABC$ thì thể tích của khối chóp này bằng:

A. 10 cm^3

B. 12 cm^3

C. 15 cm^3

D. 30 cm^3

Câu 44: Cho ba điểm $A(1;2;-3), B(-4;2;5), M(m+2;2n-1;1)$. Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi:

A. $m=-7; n=3$

B. $m=7; n=-3$

C. $m=-\frac{7}{2}; n=\frac{3}{2}$

D. $m=\frac{7}{2}; n=-\frac{3}{2}$

Câu 45: Cho điểm $M(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Mặt phẳng chứa điểm M và đường thẳng d có phương trình là:

A. $5x+2y-3z=0$

B. $5x+2y-3z+1=0$

C. $2x+3y-5z+7=0$

D. $2x+3y-5z=0$

Câu 46: Cho điểm $A(-1;2;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ lần lượt có phương trình:

$(\alpha): 2x+4y-6z-5=0$

$(\beta): x+2y-3z=0$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (β) đi qua A và song song với (α)

B. (β) không qua A và không song song với (α)

C. (β) đi qua A và không song song với (α)

D. (β) không qua A và song song với (α)

Câu 47: Cho mặt phẳng $(\alpha): 4x-3y+2z+28=0$ và điểm $I(0;1;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (α) là:

A. $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=29$

B. $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=\frac{29}{3}$

C. $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=29$

D. $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\frac{29}{3}$

Câu 48: Xác định m để bốn điểm $A(1;1;4), B(5;-1;3), C(2;2;m)$ và $D(3;1;5)$ tạo thành tứ diện.

A. $\forall m$

B. $m \neq 6$

C. $m \neq 4$

D. $m < 0$

Câu 49: Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc với nhau:

$(P): 3x+3y-z+1=0$ và $(Q): (m-1)x+y-(m+2)z-3=0$

A. $m=-\frac{1}{2}$

B. $m=2$

C. $m=\frac{1}{2}$

D. $m=-\frac{3}{4}$

Câu 50: Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+10=0$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+m=0$. (S) và (P) tiếp xúc với nhau khi:

A. $m=7; m=-5$

B. $m=-7; m=5$

C. $m=2; m=6$

D. $m=-2; m=-6$



ĐÁP ÁN

1B	2C	3D	4A	5D	6B	7A	8A	9A	10A
11A	12D	13D	14C	15A	16C	17A	18A	19A	20C
21A	22C	23A	24A	25A	26C	27C	28A	29D	30B
31A	32B	33A	34B	35A	36A	37C	38B	39B	40B
41B	42B	43A	44C	45A	46A	47A	48B	49A	50A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Phân tích: Vì đây là bài toán xét tính đúng sai của mệnh đề nên ta cần đi xem xét từng mệnh đề một. Vì đây là bài toán về cực trị nên trước tiên ta đi tìm đạo hàm của hàm số sau đó xét phương trình $y' = 0$ để tìm kết luận cho bài toán.

$$y' = x^2 + 2mx + 2m - 1.$$

Xét phương trình $y' = 0$, ta cùng nhớ lại bảng các dạng đồ thị của hàm số bậc ba mà tôi vẫn thường nhắc các bạn ở trang 35 sách giáo khoa cơ bản. Nhận thấy ở tất cả các mệnh đề đều nói là hàm số có cực trị, nghĩa là trước tiên ta cần đi tìm điều kiện để hàm số có cực trị là điều kiện chung. Như ở bảng trang 35 SGK giải tích thì để đồ thị hàm số có cực trị thì phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt. Khi đó:

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. Từ đây ta thấy mệnh đề C đúng, cả A và D cũng đúng. Vậy mệnh đề sai là B. Nhiều quý độc giả lúc thấy $(m-1)^2$ luôn lớn hơn bằng 0 thì cho rằng với mọi m phương trình luôn có nghiệm là sai. Vậy nên hãy để ý thật kĩ và tránh mắc sai lầm.

Câu 2: Đáp án C

Phân tích: Ở bài toán này có hai điều kiện để hàm số xác định:

Điều kiện thứ nhất là điều kiện để căn có nghĩa, điều kiện thứ hai là điều kiện để phân thức có nghĩa, do vậy ta có lời giải như sau:

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3-x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Vậy ta chọn luôn đáp án C.

Câu 3: Đáp án D.

Phân tích: Đây là dạng bài tìm tiệm cận, ta cùng nhớ lại kiến thức sách giáo khoa như sau:

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$$

Vậy để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ chỉ

có đúng một tiệm cận đứng thì phải thỏa mãn một trong các điều kiện trên. Nhận thấy đây là hàm phân thức có bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu, khi đó tiệm cận đứng $x = x_0$, x_0 là giá trị làm cho đa thức dưới mẫu không xác định, do đó để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 + 2mx + 3m + 4 = 0$ có duy nhất một nghiệm, hoặc phương trình $x^2 + 2mx + 3m + 4 = 0$ có một nghiệm $x = -1$ và một nghiệm khác -1 .

TH1: phương trình có duy nhất một nghiệm khi và chỉ khi phương trình có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases}$$

TH2: phương trình có một nghiệm bằng -1 một nghiệm khác -1 , khi đó ta có

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) \cdot m + 3m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = -5$$

Thử lại thấy với $m = -5$ phương trình có hai nghiệm phân biệt (thỏa mãn).

Vậy đáp án của chúng ta là D.

Phân tích sai lầm: ở đây nhiều quý độc giả quên TH2 và thiếu TH $m = -5$ và chọn đáp án. Hãy xem xét một cách tổng quan để có đầy đủ các TH của bài toán.

Câu 4: Đáp án A.

Phân tích: Nhận thấy đây là đồ thị hàm số bậc ba có hai điểm cực trị, lại tiếp tục là một bài toán nữa cần quý độc giả nhớ lại các dạng đồ thị của hàm số bậc ba trang 35 sách giáo khoa giải tích 12 cơ bản. Do đồ thị hàm số có thể tịnh tiến theo chiều song song với trục Oy nhưng chiều theo trục Ox thì cố định nên đồ thị trên có hai điểm cực trị trong đó điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm về hai phía của trục Oy . Nhìn dạng đồ thị và so sánh với bảng thì ta nhận thấy, để thỏa mãn điều kiện như đồ thị trên ta có:

Để phương trình hàm số thỏa mãn yêu cầu đề bài thì phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt và hai nghiệm đó trái dấu và $a > 0$.

Xét phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta' > 0 \\ x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \quad (\text{do } a, c \text{ trái dấu nên})$$

$b^2 - 3ac$ luôn lớn hơn 0)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Câu 5: Đáp án D

Phân tích: Với bài toán này, đọc các mệnh đề ta thấy nói về giao điểm, vì thế, ta xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$-x^3 - x + 1 = -x + m^2$$

$$\Leftrightarrow x^3 + m^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{1 - m^2}$$

Vậy phương trình hoành độ giao điểm luôn có duy nhất một nghiệm, vậy đáp án đúng của ta là D.

Phân tích sai lầm: Nhiều bạn không để ý đây là căn bậc ba là bậc lẻ, do đó bị rối ở phần này, và có thể chọn đáp án C là sai.

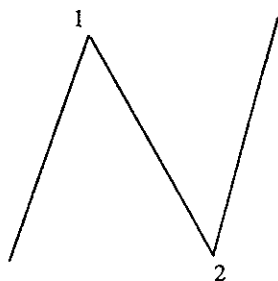
Câu 6: Đáp án B.

Phân tích: Xét phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Nhận xét: Như ở đề số 5, tôi đã gợi ý một mẹo cho quý độc giả đó là: dạng của đồ thị. Do đây là đồ thị hàm bậc ba và có $a = 2 > 0$, có hai điểm cực trị nên đồ thị hàm số sẽ có dạng chữ N (đây chỉ là mẹo quy ước) như sau:



Nhìn vào cách chúng ta vẽ nhanh nháp như vậy, ta nhận thấy rõ hàm số nghịch biến trên (1;2) do đồ thị đi xuống.

Nếu quý độc giả vạch hình chữ N ra nháp sẽ rất nhanh hơn so với việc quý độc giả vẽ BBT, xét dấu $f'(x)$. Do vậy, việc nhớ bảng dạng đồ thị trong sách giáo khoa mà tôi hay nhắc đến sẽ có ích rất nhiều cho quý độc giả trong quá trình làm bài.

Câu 7: Đáp án A.

Phân tích: Đây là hàm số bậc ba, vậy để tìm được số điểm cực trị của đồ thị hàm số ta chỉ cần xét số nghiệm của phương trình $y' = 0$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x - 13 = 0 (VN)$. Vậy đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Câu 8: Đáp án A

Phân tích: Trước tiên ta đi tìm tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số, từ đó tìm được trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị, thế vào phương trình đường thẳng đã cho, từ đó ta dễ dàng tìm ra m .

Xét phương trình

$$(x^3 - 6x^2 + 9x)' = 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow A(1;4) \\ x = 3 \Rightarrow B(3;0) \end{cases} \quad \text{Khi đó tọa độ trung điểm}$$

của AB là $M(2;2)$.

Thế vào phương trình đường thẳng $y = x + m$ ta được $m = 0$.

Đáp án A.

Câu 9: Đáp án A.

Phân tích: Bài toán tìm Min- Max của hàm số trên một đoạn là bài toán lấy điểm, ta chỉ cần xét các điểm có hoành độ làm cho $y' = 0$ cùng các điểm đầu mút, so sánh các giá trị của y và tìm Min Max, điều quan trọng là quý độc giả cần cẩn thận trong tính toán.

Xét phương trình $y' \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Khi đó ta có

$\max_{[-1;4]} y = \max\{y(-1); y(1); y(4)\} = y(4) = 51$

$\min_{[-1;4]} y = \min\{y(-1); y(1); y(4)\} = y(1) = -3$

Cách tìm các giá trị lớn nhất nhỏ nhất trong các giá trị ở trong tập hợp nhanh nhất, ta chỉ cần nhập biểu thức $X^3 - X - 1$ vào máy tính và ấn **CALC** rồi lần lượt thay các giá trị của X rồi tự so sánh là được.

Câu 10: Đáp án A

Phân tích: Ta cùng nhắc lại kiến thức về tiệm cận ngang như sau:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn. Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu một trong các điều kiện sau thỏa mãn:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

Lúc này ta xét

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$

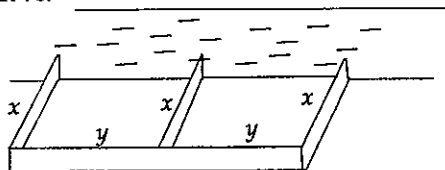
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}$

Lúc này ta thấy để đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang thì không tồn tại thì $\frac{1}{\sqrt{m}}; -\frac{1}{\sqrt{m}}$ không

xác định $\Leftrightarrow m \leq 0$. Đáp án A.

Câu 11: Đáp án A.

Phân tích: ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ:



Từ đề bài ban đầu ta có được mối quan hệ sau:
Do bác nông dân trả 15 000 000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mét nên ta có mối quan hệ:

$3x.50\,000 + 2y.60\,000 = 15\,000\,000$

$\Leftrightarrow 15x + 12y = 1500$

$\Leftrightarrow y = \frac{150 - 15x}{12} = \frac{500 - 5x}{4}$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức:

$f(x) = 2x.y = 2x.\frac{500 - 5x}{4} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$

Đến đây ta có hai cách để tìm giá trị lớn nhất của diện tích:

Cách 1: Xét hàm số trên một khoảng, vẽ BBT và kết luận GTLN:

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$ trên $(0; 100)$

$f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$

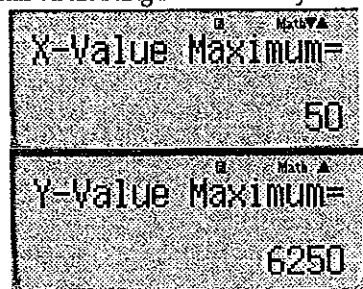
Ta có BBT:

x	0	50	100
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		6250	

Cách 2: Nhẩm nhanh như sau: Ta biết rằng $A - g^2(x) \leq A$ với mọi x , nên ta có thể nhẩm nhanh được:

$f(x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 100x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 2.50x - 2500 + 2500)$
 $= \frac{5}{2} \cdot [2500 - (x - 5)^2] \leq 6250$

Hoặc bấm máy tính phần giải phương trình bậc hai và ấn bằng nhiều lần máy sẽ hiện như sau:



Vậy ta đã có kết quả của bài toán.

Câu 12: Đáp án D.

Phân tích: Đây là bài toán giải bất phương trình mũ

$32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$

$\Leftrightarrow 32.2^{2x} - 18.2^x + 1 < 0$

$$\Leftrightarrow (2.2^x - 1)(16.2^x - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{16} < 2^x < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2^{-4} < 2^x < 2^{-1}$$

$$\Leftrightarrow -4 < x < -1$$

Đáp án D. Tuy nhiên đến đây nhiều bạn nhầm rằng số mũ < 0 thì đổi chiều bất đẳng thức và chọn ý A là sai. Hãy nhớ rằng ta cần xét cơ sở để tìm dấu của bất phương trình.

Ta nhắc lại các kiến thức sau:

Với $0 < a < 1$ thì $a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$ và ngược lại.

Với $a > 1$ thì $a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$ và ngược lại.

Câu 13: Đáp án D.

Phân tích: Tương tự như bài toán giải bất phương trình phía trên, ta có:

$$pt \Leftrightarrow 2^{2x^2} - 2.2^{x^2} + 6 = m$$

Đặt $2^{x^2} = a$. Nhận thấy để phương trình có đúng ba nghiệm thì phương trình có một nghiệm $x^2 = 0$, một nghiệm $x^2 > 0$.

Tức là một nghiệm $a = 1$ và một nghiệm $a > 2$.

$$\text{Khi đó } 1 - 4.1 + 6 = m \Leftrightarrow m = 3$$

Với $m = 3$ thì phương trình

$$\Leftrightarrow 2^{2x^2} - 4.2^{x^2} + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^{2x^2} - 1)(2^{x^2} - 3) = 0 \quad (\text{TM})$$

Câu 14: Đáp án C.

Phân tích: Ta có để hàm số xác định thì cần hai điều kiện: Điều kiện thứ nhất là điều kiện để logarit xác định, điều kiện thứ hai là điều kiện để căn thức xác định.

$$\text{Nên ta có: } \begin{cases} \frac{3-2x-x^2}{x+1} > 0 \\ \log_2 \frac{3-2x-x^2}{x+1} \geq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \\ \log_2 \frac{3-2x-x^2}{x+1} \geq \log_2 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \\ \frac{3-2x-x^2}{x+1} \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \\ x \in \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left(-1; \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left(-1; \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right]$$

Câu 15: Đáp án A.

Phân tích: Ta có thể nhận thấy luôn đáp án A đúng, đáp án B và C sai do thiếu điều kiện của cơ số a nên so sánh như vậy là sai. Còn đáp án D, rõ ràng A đúng không sai, do vậy đáp án D cũng sai.

Câu 16: Đáp án C.

Phân tích: Ta có $a = \log_{15} 3$. Do vậy ta cần biến đổi $\log_{25} 15$ về $\log_{15} 3$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{25} 15 &= \frac{\log_{15} 15}{\log_{15} 25} = \frac{1}{\log_{15} 25} \\ &= \frac{1}{\log_{15} 5^2} = \frac{1}{2(\log_{15} 5)} = \frac{1}{2(\log_{15} 15 - \log_{15} 3)} \\ &= \frac{1}{2(1-a)}. \text{ Đáp án C.} \end{aligned}$$

Một cách khác nếu quý độc giả nhầm chậm, quý độc giả có thể bấm máy tính để thử đáp án. Trong lúc làm bài thi, hãy tìm phương án làm bài tối ưu thời gian nhất nhé!

Câu 17: Đáp án A.

Phân tích: Ta xét đạo hàm của hàm số:

$$f'(x) = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \right)'. \text{ Ta áp dụng công thức đạo}$$

hàm như sau:

$$\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}.$$

Khi đó

$$\left(\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \right)' = \frac{(e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x}) - (e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x})}{(e^x - e^{-x})^2}$$

$$= \frac{-2e^x \cdot e^{-x} - 2e^x \cdot e^{-x}}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}$$

Câu 18: Đáp án A.

Phân tích: Để so sánh được hai số, ta cần xét xem cơ số $a = \sqrt{3} - 1$ nằm trong khoảng nào?

Ta có thể thấy $\sqrt{3} < \sqrt{4} \Leftrightarrow \sqrt{3} - 1 < 1 \Rightarrow 0 < \sqrt{3} - 1 < 1$

Hoặc ta có thể bấm máy tính để xét khoảng của a . Như ở câu 12 của đề này, tôi đã nhắc lại kiến thức, ta có thể suy ra được $m > n$.

Câu 19: Đáp án A.

Phân tích: Đây là bài toán gõ điểm, do đó, ta cần cẩn thận trong từng chi tiết.

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\sin 2x \cdot \ln^2(1-x))' \\ &= (\sin 2x)' \cdot \ln^2(1-x) + \sin 2x \cdot (\ln^2(1-x))' \\ & \text{(áp dụng công thức } (uv)' = u'v + v'u \text{)} \\ &= 2 \cos 2x \cdot \ln^2(1-x) + \sin 2x \cdot 2 \cdot (\ln(1-x))' \cdot \ln(1-x) \\ &= 2 \cos 2x \cdot \ln^2(1-x) + 2 \sin 2x \cdot \frac{-1}{1-x} \cdot \ln(1-x) \\ & \text{(chú ý rằng } (u^2)' = 2u' \cdot u \text{)} \\ &= 2 \cos 2x \cdot \ln^2(1-x) - \frac{2 \sin 2x \cdot \ln(1-x)}{1-x} \end{aligned}$$

Phân tích sai lầm:

1. Nhiều quý độc giả nhầm công thức đạo hàm của một tích như sau:

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v - u \cdot v'$$

2. Nhiều quý độc giả quên công thức đạo hàm hàm hợp $(u^2)' = 2u' \cdot u$ dẫn đến sai lầm như sau:

$$\ln^2(1-x) = 2 \cdot \ln(1-x) \text{ chọn luôn phương án D.}$$

Sai lầm tiếp theo đó là có nhớ công thức $(u^2)' = 2u' \cdot u$ nhưng lại sai trong biến đổi như sau:

$$\begin{aligned} (\ln^2(1-x))' &= 2 \cdot (\ln(1-x))' \cdot \ln(1-x) \\ &= 2 \cdot \frac{1}{1-x} \cdot \ln(1-x) \text{ (sai do } (\ln(1-x))' = \frac{-1}{1-x} \text{)} \end{aligned}$$

thế chọn luôn phương án B.

Nhận thấy rõ ràng chỉ là một bài toán đạo hàm nhưng có thể bị sai ở rất nhiều chỗ, hãy cẩn thận trong tính toán và đạt được kết quả đúng đắn!

Một cách khác là quý độc giả có thể dùng máy tính, sử dụng nút **SHIFT** $\rightarrow \frac{d}{dx}$ để thử từng đáp án bằng cách thay giá trị bất kì.

Câu 20: Đáp án C.

Phân tích: Bài toán tìm tính đúng sai, do đó ta cần đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Ta thấy trong khoảng $(0;1)$ cả hai hàm số đều nghịch biến. Do vậy phương án A đúng.

Với mệnh đề B: Đây là một ví dụ trong sách giáo khoa Giải tích 12 cơ bản trang 76/77. Từ đó đã có nhận xét. Vì thế đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề C: Với $a > 0; a \neq 1$ thì tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là $Y = (-\infty; +\infty)$. Còn hàm số $y = a^x$ thì tập giá trị là $Y = (0; +\infty)$. Vậy đây là mệnh đề sai. Ta không cần phải xét đến mệnh đề D nữa.

Câu 21: Đáp án A.

Phân tích: Đây là bài toán đơn giản sử dụng ứng dụng của số mũ.

Do ban đầu có một tế bào duy nhất nên:

Sau phút sao chép thứ nhất số tế bào là: $N_1 = 2$

Sau phút sao chép thứ hai số tế bào là: $N_2 = 2^2$

...

Sau phút sao chép thứ t số tế bào là:

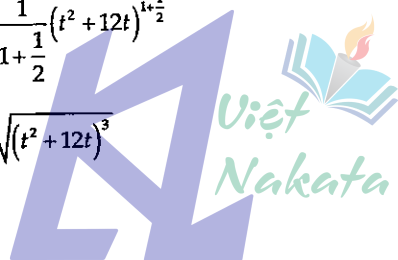
$$N_t = 2^t = 100\,000$$

$$\Rightarrow t = \log_2 100\,000 \approx 16,61 \text{ phút}$$

Câu 22: Đáp án C.

Phân tích: Thực chất đây là bài toán tìm nguyên hàm. Ta có thể dễ dàng nhận thấy: bài toán cho đạo hàm của một hàm số, công việc của chúng ta là đi tìm nguyên hàm:

$$\begin{aligned} \int 90(t+6)\sqrt{t^2+12t}dt &= 45 \int \sqrt{t^2+12t}(t^2+12t) \\ &= 45 \int (t^2+12t)^{\frac{1}{2}} d(t^2+12t) \\ &= 45 \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{2}} (t^2+12t)^{1+\frac{1}{2}} \\ &= 30 \cdot \sqrt{(t^2+12t)^3} \end{aligned}$$



Vì đến năm thứ tư công ty đã chịu 1610640 tiền nợ nần nên số tiền mà công ty vay năm đầu sẽ được tính

$$1610640 - 30\sqrt{(4^2 + 12.4)^3} = 1595280$$

Vậy công thức tính tiền nợ nần sẽ như sau:

$$D(t) = 30\sqrt{(t^2 + 12t)^3} + 1595280$$

Phân tích sai lầm:

Sai lầm thứ nhất: Nhiều quý độc giả khi tìm ra được nguyên hàm của hàm số sẽ cộng thêm C luôn như bài toán tìm nguyên hàm bình thường. Tuy nhiên ở đây khoản nợ vay ban đầu đã cố định, tức là hằng số C đã cố định. Ta cần tìm hằng số để cộng thêm vào công thức.

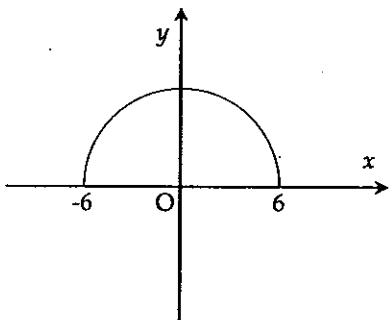
Sai lầm thứ hai: Nhiều quý độc giả cộng luôn với 1610640 luôn nên dẫn đến sai lầm.

Sai lầm thứ ba: Không nhớ công thức $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Câu 23: Đáp án A.

Phân tích: Đầu tiên khi đọc đề bài chắc hẳn quý độc giả sẽ thấy đề bài có vẻ thiếu dữ kiện về các phương trình giới hạn. Tuy nhiên nếu nhìn kĩ ta sẽ nhận ra phương trình $y = \sqrt{36 - x^2} \Leftrightarrow y^2 + x^2 = 36$

Đây là đồ thị phương trình đường tròn có tâm $O(0;0)$ bán kính bằng 6. Khi đó khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số với trục hoành quanh trục hoành chính là khối cầu tâm $O(0;0)$ bán kính bằng 6.



Thể tích khối cầu sẽ được tính bằng công thức

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.6^3 = 288\pi \text{ (đvtt)}$$

Câu 24: Đáp án A

Phân tích: Đây là dạng tính tích phân từng phần, tuy nhiên có hai cách làm dạng bài này, cách làm thứ nhất là tính bình thường. Cách làm thứ hai là

bấm máy tính và thử (cách làm này khá đơn giản, quý độc giả chỉ cần ấn máy tính và xem nó là kết quả nào và chọn, rất đơn giản nên tôi xin phép không giới thiệu ở đây nữa.)

Sau đây tôi xin giới thiệu cách làm theo toán học thông thường:

$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx \text{ Đặt } \begin{cases} \ln x = u \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ \frac{dx}{x^2} = dv \Rightarrow v = -\frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } I &= -\frac{1}{x} \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e -\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \left(-\frac{1}{e} \cdot \ln e \right) - \left(-\frac{1}{1} \cdot \ln 1 \right) + \int_1^e \frac{1}{x^2} dx \\ &= -\frac{1}{e} + \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = -\frac{1}{e} - \frac{1}{e} + \frac{1}{1} = 1 - \frac{2}{e} \end{aligned}$$

Câu 25: Đáp án A

Phân tích: Tương tự như bài 22, chúng ta sẽ đi tìm nguyên hàm và thay vào công thức:

$$\text{Nhận thấy: } \int (12x^5 + 3x^3 + 2x + 12) dx$$

$$= \frac{12}{5+1}x^6 + 3 \cdot \frac{1}{2+1}x^3 + 2 \cdot \frac{1}{1+1}x^2 + 12x + C$$

$= 2x^6 + x^3 + x^2 + 12x + C$. Nhận thấy đây là "Tốc độ thay đổi doanh thu (bằng đô la trên một máy tính) cho việc bán x máy tính" nên $C=0$. Do vậy ta chỉ cần thay $x=12$ vào sẽ được:

$$f(12) = 2 \cdot 12^6 + 12^3 + 12^2 + 12 \cdot 12 = 5973984$$

Câu 26: Đáp án C.

Phân tích: Đây là bài toán tìm khẳng định sai, do vậy, ta cần xem xét từng phương án một.

$$\text{* Với phương án A: } \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \text{ Cách làm}$$

của chúng ta nếu không tự nhận ra được bằng suy luận thì quý độc giả có thể lấy hiệu của hai tích phân này bằng máy tính như sau:

$$\int_0^{\pi} \sin \left(\frac{x}{2} \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$$

Vậy đây là mệnh đề sai.

*** Với phương án B:** Tiếp tục đây là một tích phân khá phức tạp, nên việc suy luận sẽ tốn thời gian hơn nhiều so với bấm máy tính, vì vậy ta bấm máy tính như sau:

Vậy đây cũng là mệnh đề sai.

* Với phương án C: Tiếp tục ta lại bấm máy tính, xét hiệu hai tích phân, nếu như không bằng 0 có nghĩa hai tích phân không bằng nhau:

Vậy đây là mệnh đề đúng, ta chọn C và không cần xét đến phương án D nữa.

Nhận xét, với bài toán này, bấm máy tính là phương pháp nhanh nhất để tiết kiệm thời gian.

Câu 27: Đáp án C

Phân tích: Nhận xét $(\cos x)' = -\sin x$. Do vậy ta có thể biến đổi như sau:

$$I = -\int_0^{\pi} \cos^3 x d(\cos x) = -\frac{1}{4} \cos^4 x \Big|_0^{\pi} = -\frac{1}{4} (\cos^4 \pi - \cos^4 0) = -\frac{1}{4} ((-1)^4 - 1^4) = 0$$

Chú ý: Hãy để ý đặc điểm của tích phân đề bài, và đưa về dạng đơn giản. Ở bài toán này quý độc giả có thể bấm máy tính cho nhanh, tôi không giới thiệu ở đây vì nó khá đơn giản.

Câu 28: Đáp án A

Phân tích: Ta cùng nhắc lại kiến thức sách giáo khoa như sau:

Điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) trong mặt phẳng vuông góc là điểm $M(x; y)$.

Vậy $M(5; -3)$ chính là điểm biểu diễn số phức $z = 5 - 3i$. Đây là bài toán đơn giản, vì thế quý độc giả cần cẩn thận trong tính toán, trong nhẩm.

Câu 29: Đáp án D.

Phân tích: Đề bài cho rằng tìm mệnh đề không đúng, do vậy ta sẽ đi xem xét từng phương án một,

* Với phương án A: Nhận thấy

$$z \pm z' = (x + iy) \pm (x' + iy') = (x \pm x') + (y \pm y')i.$$

Vậy đây là phương án đúng.

* Với phương án B: Ta có

$$\begin{aligned} zz' &= (x + iy) \cdot (x' + iy') \\ &= xx' + ixy' + ix'y + i^2 yy' \end{aligned}$$

$= xx' - yy' + i(xy' + x'y)$. Vậy đây là phương án đúng.

* Với phương án C: Nhận thấy ở phần phương án mẫu số có dạng $x'^2 + y'^2$ nên ta sẽ nhân thêm số phức liên hợp vào để tạo ra $x'^2 + y'^2$

$$\begin{aligned} \frac{z}{z'} &= \frac{x + iy}{x' + iy'} = \frac{(x + iy)(x' - iy')}{(x' + iy')(x' - iy')} \\ &= \frac{xx' - ixy' + iyx' - i^2 yy'}{x'^2 + y'^2} = \frac{xx' + yy'}{x'^2 + y'^2} + i \frac{x'y - xy'}{x'^2 + y'^2} \end{aligned}$$

Đây là phương án đúng

Vậy theo phương pháp loại trừ ta chỉ còn phương án D. Rõ ràng B và C đúng nhưng ở phương án D lại nói B và C sai, do đó rõ ràng D là phương án không đúng, do vậy ta chọn D.

Câu 30: Đáp án B.

Phân tích: Bài toán khá đơn giản, ta chỉ cần bấm máy tính là được. Ở đây bước đầu tiên ta cần chuyển máy tính sang chế độ tính toán với số phức 2: CMPLX bằng cách chọn:

MODE $\rightarrow$ 2: CMPLX máy hiện như sau là quý độc giả có thể tính toán được với số phức trên máy tính.

Tiếp theo nhập biểu thức cần tính vào, chú ý, nút i nằm ở nút **ENG** trên máy và nhập vào máy tính sẽ được kết quả như sau:

Ta sẽ nhanh chóng chọn được đáp án B.

Câu 31: Đáp án A

Phân tích: Số phức z có dạng $z = x + iy$, theo đề

$$\text{bài ta có } \begin{cases} x = 2y \\ 2x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}. \text{ Đáp án A.}$$

Câu 32: Đáp án B

Phân tích: Tương tự như bài toán Câu 31 ta có thể đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó từ đề bài ta có:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - 2y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2y - 5)^2 + y^2 = 25 \\ x = 2y - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y^2 - 20y = 0 \\ x = 2y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -5 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases} \text{ . Vậy ta chọn đáp}$$

án B.

Câu 33: Đáp án A

Phân tích: Đây là bài toán tìm nghiệm phương trình đơn giản, quý độc giả chỉ cần bấm máy tính là có đáp án: phương trình có hai nghiệm

$$z_1 = \frac{13}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \text{ và } z_2 = \frac{13}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$$

Hai nghiệm này là số phức liên hợp của nhau, do đó $z_0 + \bar{z}_0 = z_1 + z_2 = 13$.

Câu 34: Đáp án B.

Phân tích: Bài toán yêu cầu tìm tập hợp các điểm biểu diễn của z , tức là liên quan đến x, y . Do vậy ta sẽ đặt $z = x + iy$, khi đó $\bar{z} = x - iy$. Vậy $z\bar{z} = (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2$

Theo đề bài thì $x^2 + y^2 = 4$. Nhận thấy đây là phương trình đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R = 2$. Vậy ta sẽ chọn phương án B.

Ở đây có nhiều bạn sẽ nhầm sang bất phương trình nên định nhìn chọn C là sai.

Câu 35: Đáp án A.

Phân tích: Với bài toán này quý độc giả chỉ việc áp dụng công thức $i^2 = -1$. Khi đó

$i^2 + i^3 + i^4 + i^5 = -1 - 1i + 1 + i = 0$. Vậy đáp án của ta là A. Quý độc giả có thể chuyển máy tính sang dạng tính toán bằng số phức để bấm cũng được. Tuy nhiên bài toán này nhằm khá là nhanh mà quý độc giả không cần tốn nhiều thời gian bấm máy tính.

Câu 36: Đáp án A.

Phân tích: Đây là một dạng bài toán ứng dụng thực tế kết hợp cả phần tính thể tích khối đa diện ở hình học và phần tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một đa thức đã học ở chương I phân giải tích.

Trước tiên ta nhận thấy

$$V = (6 - x)(12 - 2x)x = 2x(x - 6)^2 \\ = 2x(x^2 - 12x + 36) = 2x^3 - 24x^2 + 72x$$

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 24x^2 + 72x$ trên $(0;6)$

$$f'(x) = 6x^2 - 48x + 72 ; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

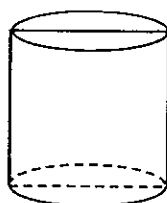
Khi đó ta có $\max_{(0;6)} f(x) = f(2) = 64$ đvtt. Đến đây

nhiều quý độc giả vội vã khoanh C mà không đắn đo gì. Tuy nhiên, nếu vội vã như vậy là bạn đã sai, bởi đề bài yêu cầu tìm thể tích chocolate nguyên chất mà không phải là thể tích hộp do đó ta cần. Tức là $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ thể tích hộp. Tức là

$$\frac{3}{4} \cdot 64 = 48 \text{ đvtt.}$$

Câu 37: Đáp án C.

Phân tích: Nhận xét, thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông sẽ được biểu thị dưới hình vẽ sau để bạn đọc có thể dễ tưởng tượng.



Từ đây ta có thể nhận thấy đường kính của hình tròn đáy = chiều cao của hình trụ = cạnh của hình vuông thiết diện. Do đó ta có thể suy ra:

$$\begin{cases} r = 2 \text{ cm} \\ h = 2.2 = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } V = B.h = 4.\pi.2^2 = 16\pi \text{ cm}^3.$$

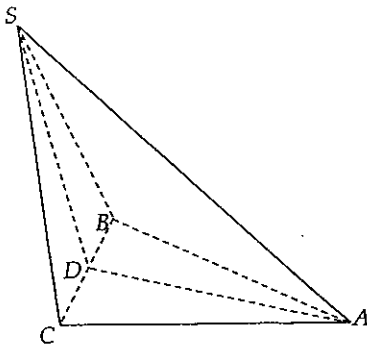
Câu 38: Đáp án B.

Phân tích: Đây là bài toán quen thuộc trong hình học không gian. Có rất nhiều cách để tìm tâm mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện.

Dưới đây tôi xin hướng dẫn cách tìm tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp như sau:

1. Xác định trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy bằng cách xác định tâm đa giác đáy, và từ tâm kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.
2. Vẽ một đường trung trực của một cạnh bên.
3. Giao điểm của đường trung trực cạnh bên của hình chóp với trục đường tròn sẽ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.





Với bài toán này, ta sẽ làm theo các bước trên như sau:

Bước 1: Tìm đường cao hình chóp để biết phương của trục đường tròn. Do đề cho $(SBC) \perp (ABC)$.

Do đó kẻ $SD \perp BC \Rightarrow SD \perp (ABC)$. Khi đó SD chính là đường cao của hình chóp.

Bước 2: Tìm trục đường tròn của hình chóp. Nhận thấy do tam giác ABC vuông cân tại A do đó D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó đường thẳng qua D vuông góc với mặt phẳng (ABC) chính là trục đường tròn của mặt phẳng đáy. Suy ra SD chính là trục đường tròn của mặt phẳng đáy.

Rồi đến **Bước 3:** ...

Tuy nhiên đến đây ta nếu làm theo các bước như trên tôi đã đề cập, có thể quý độc giả sẽ cũng làm ra. Tuy nhiên sẽ tốn thời gian hơn nếu quý độc giả để ý một chút và có thể nhận ra rằng: Hai tam giác SBC và ABC là hai tam giác vuông cân tại S và A . Khi đó ta có thể nhận ra

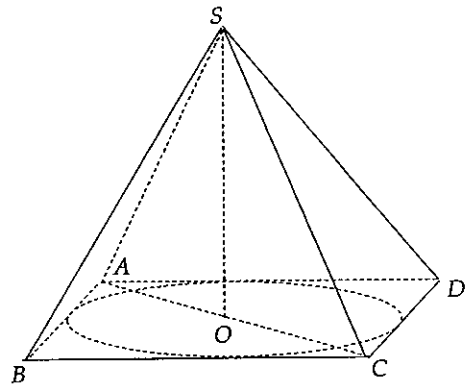
$$DS = DB = DC = DA = \frac{a}{2}. \text{ Vậy ta đã tìm được tâm}$$

$$\text{và bán kính } R = \frac{a}{2}$$

Nhận xét: Đôi khi để ý sẽ khiến quá trình giải toán của quý độc giả nhanh hơn nhiều lần. Nếu vẽ hình khó nhìn sẽ khiến quý độc giả khó có thể nhận ra được các đặc điểm và làm cho quá trình giải toán trở nên rối hơn, chậm hơn.

Câu 39: Đáp án B

Phân tích: Nhận thấy đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$, thì đường kính đáy bằng cạnh của hình vuông $ABCD$. Khi đó $a = 2.1 = 2 \text{ cm}$.



$$\text{Kí hiệu như hình vẽ, khi đó } OA = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{11 - 2} = 3$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^3$$

Câu 40: Đáp án B

Phân tích: Do chu vi của hình quạt tròn là

$$P = \text{độ dài cung} + 2R. \text{ Do đó độ dài cung tròn là } l = 8\pi.$$

Theo cách thứ nhất: 8π chính là chu vi đường tròn đáy của cái phễu. Tức là $2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$

$$\text{Khi đó } h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \pi \cdot 4^2$$

Theo cách thứ hai: Thì tổng chu vi của hai đường tròn đáy của hai cái phễu là $8\pi \Leftrightarrow$ chu vi của một đường tròn đáy là $4\pi \Rightarrow 4\pi = 2\pi r \Rightarrow r = 2$

$$\text{Khi đó } h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$$

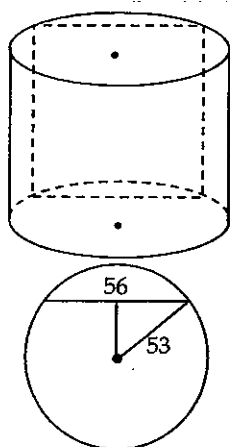
$$\Rightarrow V_2 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{21} \cdot 2^2 \cdot \pi$$

$$\text{Khi đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{4^2}{8\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

Câu 41: Đáp án B

Phân tích: Hình dạng của bài toán được miêu tả dưới hình vẽ. Tuy nhiên để tìm được khoảng cách, ta chỉ cần vẽ mặt cắt của một mặt phẳng đáy.



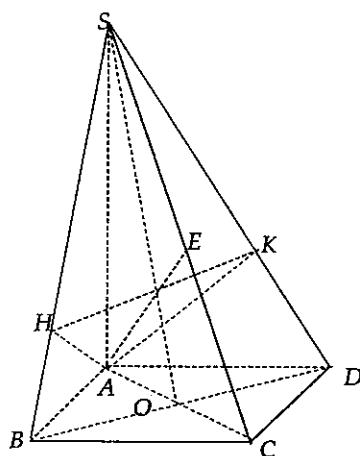


Nhận thấy: Để mặt phẳng thiết diện là hình vuông thì hình vuông đó có độ dài cạnh là 56 (bằng độ dài chiều cao của hình trụ). Khi đó ta có mặt phẳng được vẽ như hình dưới. Muốn tìm được khoảng cách từ trục đến mặt phẳng cắt ta dựa vào

định lý Pytago. $d = \sqrt{53^2 - \left(\frac{56}{2}\right)^2} = 45$

Câu 42: Đáp án B.

Phân tích:



Đây là bài toán quen thuộc trong giải hình không gian 12, nếu đã luyện tập nhiều thì khi vẽ xong hình bài này có thể nhận ra luôn AC là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp khối $ABCDEHK$. Tuy nhiên tôi sẽ trình bày dưới đây để quý độc giả có thể hiểu rõ hơn.

Ngoài phương pháp tìm tâm mặt cầu ngoại tiếp mà tôi đã giới thiệu cho quý độc giả ở Câu 38, thì tôi xin giới thiệu thêm một phương pháp nữa như sau:

Để xác định khối cầu ngoại tiếp một đa giác, ta tìm đường thẳng mà các đỉnh của đa diện nhìn đường thẳng đó dưới một góc vuông.

Ở đây ta đã xác định đường đó là AC, nên tôi xin chỉ cách chứng minh như sau:

Ta có thể nhận thấy được B, D nhìn AC dưới một góc 90° .

$$\text{Để tính được } SD = a\sqrt{5}; \quad KD = \frac{AD^2}{SD} = \frac{a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

$$; \quad SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$$

Do đề bài cho độ dài các cạnh khá rõ ràng nên ta sẽ dùng định lý Pytago để chứng minh $\angle AKC = 90^\circ$

$$\text{Ta có } \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AK^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

Ta có $SC^2 = SD^2 + CD^2 \Rightarrow$ tam giác SCD vuông tại D. Khi đó tam giác $2KDC$ vuông tại D

$$\Rightarrow KC = \sqrt{CD^2 + KD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \quad \text{Ta có}$$

$AK^2 + KC^2 = AC^2$. Vậy $\angle AKC = 90^\circ$. Chứng minh tương tự thì $\angle AHC = 90^\circ$.

Đến đây ta có thể kết luận được AC chính là đường kính mặt cầu ngoại tiếp khối $ABCDEHK$.

$$\text{Mà } AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot OA^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot a^3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$$

Câu 43: Đáp án A

Phân tích: Thực chất đây là bài toán tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng:

$$d(S; (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3. \text{ Khi đó khoảng cách}$$

này chính là độ dài đường cao của khối chóp.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 10 = 10 \text{ cm}^3.$$

Câu 44: Đáp án C

Phân tích: Để biết xác định được m, n thì ta cần tìm phương trình đường thẳng AB và sau đó thay tọa độ điểm M vào tìm m, n . Ta có AB có vtcp $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-5; 0; 8)$

Đường thẳng AB qua $A(1; 2; -3)$ và có vtcp $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-5; 0; 8)$

$$\Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 2 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$$

Khi đó thay tọa độ M vào thì ta được hệ:

$$\begin{cases} 1 - 5t = m + 2 \\ 2n - 1 = 2 \\ -3 + 8t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{7}{2} \\ n = \frac{3}{2} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 45: Đáp án A.

Phân tích: Sau đây tôi xin đưa ra cách làm tổng quát của bài toán tìm phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và chứa một đường thẳng:

Bước 1: Tìm một điểm A thuộc đường thẳng đã cho.

Tìm $\overrightarrow{AM}$.

Bước 2: $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}; \vec{u}]$

Bước 3: Viết phương trình mặt phẳng qua điểm M có vptpt $\vec{n}$.

Đề bài yêu cầu viết phương trình mặt phẳng chứa một điểm và một đường thẳng. Khi đó ta sẽ tìm hai điểm bất kì nằm trên đường thẳng d . Khi đó bài toán trở về viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm. Lấy $A(1; -1; 1)$ thuộc đường thẳng d . Khi đó $\overrightarrow{AM} = (0; 3; 2)$

Ta có vptpt $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{AM}] = (-5; -2; 3)$ (Phần này quý độc giả có thể áp dụng cách bấm máy tính mà tôi đã giới thiệu ở các đề trước).

Mặt phẳng (P) : qua $M(1; 2; 3)$ có vptpt $\vec{n} = (-5; -2; 3)$

$$\Rightarrow (P): -5(x-1) - 2(y-2) + 3(z-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): 5x + 2y - 3z = 0.$$

Câu 46: Đáp án A.

Phân tích: Ta đi nhận xét từng mệnh đề một.

Xét mệnh đề A ta thấy khi thay $A(-1; 2; 1)$ vào (β) ta được: $-1 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 0$ thỏa mãn. Và nhận thấy vptpt của hai mặt phẳng này trùng nhau và (α) không trùng với (β) , do đó 2 mặt phẳng này $(\alpha) \parallel (\beta)$. Vậy mệnh đề này đúng. Ta không cần xét đến các mệnh đề còn lại nữa.

Câu 47: Đáp án A

Phân tích: Mặt cầu đã cho biết tâm I , ta chỉ cần đi tìm bán kính của mặt cầu. Mà để cho mặt cầu đó tiếp xúc với (α) . Tức là

$$d(I; (\alpha)) = R = \frac{|4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 28|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \sqrt{29}$$

Khi đó mặt cầu cần tìm có phương trình: $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 29$.

Câu 48: Đáp án B.

Phân tích: Để bốn điểm tạo thành tứ diện tức là C không thuộc mặt phẳng (ABD) . Ta viết phương trình mặt phẳng (ABD) . Bài toán quay về viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm đã cho quen thuộc.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -1)$; $\overrightarrow{AD} = (2; 0; 1)$. Khi đó vptpt

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (-2; -6; 4)$$

Mặt phẳng (P) : $-2(x-1) - 6(y-1) + 4(z-4) = 0$

$$\Leftrightarrow (P): -2x - 6y + 4z - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): x + 3y - 2z + 4 = 0$$

Để $C(2; 2; m)$ không thuộc mặt phẳng (P) thì $2 + 3 \cdot 2 - 2m + 4 \neq 0$

$$m \neq 6.$$

Câu 49: Đáp án A.

Phân tích: Ta cùng nhớ về điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc mà ta đã học ở sách giáo khoa hình học 12 như sau:

Hai mặt phẳng (α_1) có vptpt $\vec{n}_1$, (α_2) có vptpt $\vec{n}_2$

. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc là:

$$(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

Vậy để $(P) \perp (Q)$ thì

$$3 \cdot (m-1) + 3 \cdot 1 - 1 \cdot (-(m+2)) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Câu 50: Đáp án A.

Phân tích: (S) : có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$

. Để (P) và (S) tiếp xúc với nhau thì

$$d(I; (P)) = R$$

$$\frac{|1 - 2 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 + m|}{\sqrt{1 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -5 \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 6

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	
$f(x)$	$-\infty$	0	5	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là sai:

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.
- C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 5 khi $x = 2$.
- D. Hàm số đạt cực trị tại $x = -1$.

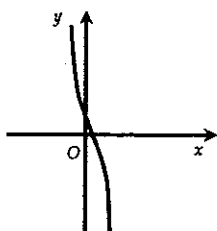
Câu 2: Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ và các khoảng:

- (I). $(-\sqrt{2}; 0)$
- (II). $(0; \sqrt{2})$
- (III). $(\sqrt{2}; +\infty)$

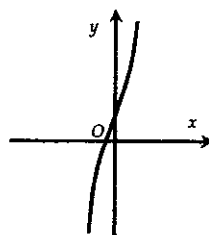
Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- A. I và II
- B. II và III
- C. III và I
- D. Chỉ I.

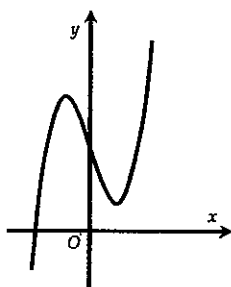
Câu 3: Cho các dạng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$.



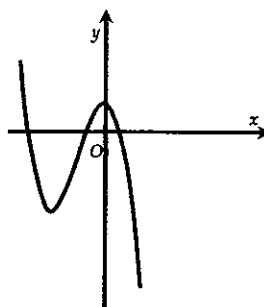
A



B



C



D

Và các điều kiện:

$$1. \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$$

Hãy chọn sự tương ứng đúng giữa các dạng đồ thị và điều kiện.

A. $A \rightarrow 4; B \rightarrow 2; C \rightarrow 1; D \rightarrow 3$

B. $A \rightarrow 3; B \rightarrow 4; C \rightarrow 2; D \rightarrow 1$

C. $A \rightarrow 1; B \rightarrow 3; C \rightarrow 2; D \rightarrow 4$

D. $A \rightarrow 1; B \rightarrow 2; C \rightarrow 3; D \rightarrow 4$

Câu 4: Tìm lỗi sai trong bài toán khảo sát hàm số $y = \frac{-x+2}{x+1}$ của một bạn học sinh như sau:

Bài giải:

1. Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

2. Sự biến thiên:

+) Chiều biến thiên $y' = \frac{-3}{(x+1)^2}$

y' không xác định khi $x = -1$; y' luôn âm với mọi $x \neq -1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

+) Cực trị:

Hàm số đã cho không có cực trị.

+) Tiệm cận:

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$.

Do đó đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -1$

Vậy đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang.

+) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		-	-
y	-1	$+\infty$	-1

A. Bài giải trên sai ở giai đoạn tìm điều kiện xác định.

B. Bài giải trên đạo hàm sai.

C. Bài giải trên sai ở giai đoạn tìm tiệm cận.

D. Bài giải trên sai bảng biến thiên.

Câu 5: Cho hàm số $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $y_{CD} = -2$

B. $y_{CD} = 1$

C. $y_{CD} = -1$

D. $y_{CD} = 2$.

Câu 6: Giao điểm có hoành độ là số nguyên của đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 1$ là:

A. $(-1; 1)$

B. $(0; 2)$

C. $(1; 5)$

D. $(0; 1)$

Câu 7: Gọi m là số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

n là số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 5x^3 - 2x^2 + 7x + 3$.

p là số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 - 7x^2 + 5x - 4$.

Kết luận nào sau đây là sai?

A. $m = n$

B. $n = p$

C. $m < p$

D. $n < p$

Câu 8: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 24x - 10$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Trung điểm của đoạn AB nằm trên đường thẳng $2x - y + 14 = 0$.
 B. Đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $x + 6y + 1 = 0$.
 C. A , B và $D(-2; 5)$ thẳng hàng.
 D. Diện tích tam giác ABC bằng 12 với $C(4; 68)$.

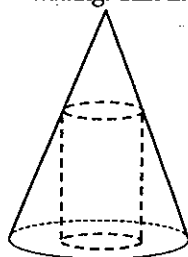
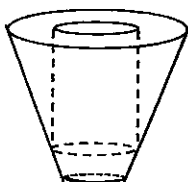
Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có

- A. Đường tiệm cận đứng $x = 1$ và không có tiệm cận ngang.
 B. Đường tiệm cận ngang $y = 2$ và không có tiệm cận đứng.
 C. Đường tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 2$.
 D. Có hai đường tiệm cận đứng $x = 1$ và $x = 2$.

Câu 10: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x^2 - 2mx + m + 6}$ có đúng một tiệm cận và đó là tiệm cận ngang.

- A. $m \in \{-2; 3\}$
 B. $m \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
 C. $m \in (-\infty; -2]$
 D. $m \in (-2; 3)$

Câu 11: Khi sản xuất hộp mì tôm, các nhà sản xuất luôn để một khoảng trống ở dưới đáy hộp để nước chảy xuống dưới và ngấm vào vớt mì, giúp mì chín. Hình vẽ dưới mô tả cấu trúc của một hộp mì tôm (hình vẽ chỉ mang tính chất minh họa). Vớt mì tôm có hình một khối trụ, hộp mì tôm có dạng hình nón cụt được cắt ra bởi hình nón có chiều cao 9 cm và bán kính đáy 6 cm. Nhà sản xuất đang tìm cách để sao cho vớt mì tôm có thể tích lớn nhất trong hộp với mục đích thu hút khách hàng. Tìm thể tích lớn nhất đó?



- A. $V = 36\pi$
 B. $V = 54\pi$
 C. $V = 48\pi$
 D. $V = \frac{81}{2}\pi$

Câu 12: Giải bất phương trình $\log_2(3x+5) < 3$?

- A. $\frac{-5}{3} < x < \frac{4}{3}$
 B. $\frac{-5}{3} < x < 1$
 C. $x < \frac{2}{3}$
 D. $\frac{5}{3} < x < \frac{3}{2}$

Câu 13: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}(5-x)} - 1$

- A. $\left[\frac{19}{4}; +\infty\right)$
 B. $\left[\frac{19}{4}; 5\right)$
 C. $(-\infty; 5)$
 D. $\left(\frac{19}{4}; 5\right)$

Câu 14: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2016}(7x)$?

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2016}$
 B. $y' = x \ln 2016$
 C. $y' = 7x \ln 2016$
 D. $y' = \frac{1}{7x \ln 2016}$

Câu 15: Gọi $M = 3^{\log_0.5 4}$ và $N = 3^{\log_0.5 13}$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $N < M < 1$
 B. $M < 1 < N$
 C. $M < N < 1$
 D. $N < 1 < M$

Câu 16: Biểu thức $P = \frac{\log_5 7 \cdot \log_{10} 12}{\log_{10} 7 \cdot \log_{25} 12}$ bằng?



A. $\log_5 12$

B. $\log_7 12$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

Câu 17: Bất phương trình $\log_2^2(x-x^2+2)+3\log_{\frac{1}{2}}(x-x^2+2)+2 \leq 0$ tương đương với mệnh đề nào sau đây?

A. $t^2-3t+2 \leq 0$ với $t=x-x^2+2$.

B. $1 \leq t \leq 2$ với $t=x-x^2+2$.

C. $x-x^2 \geq 0$

D. $x \leq 0$ hay $x \geq 1$.

Câu 18: Tổng hai nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-6x+7)=\log_3 2$

A. 5

B. 6

C. 4

D. 7

Câu 19: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

B. $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

C. $\log_{e^{-1}} a > \log_{e^{-1}} b \Leftrightarrow a > b > 0$

D. $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b > 0$

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log_3 x}{x}$ có dạng:

A. $y' = \frac{1-\ln x}{x^2 \ln 3}$

B. $y' = \frac{1+\ln x}{x^2 \ln 3}$

C. $y' = \frac{1-\log_3 x}{x^2}$

D. $y' = \frac{1+\log_3 x}{x^2}$

Câu 21: Số tiền 58 000 000 đ gửi tiết kiệm trong 9 tháng thì lãi về được 61758000đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu?

A. 0,8%

B. 0,7%

C. 0,5%

D. 0,6%

Câu 22: Mệnh đề nào sai trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K .

B. Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K .

C. Với mỗi hàm số $f(x)$ xác định trên K , hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K khi $f'(x) = F(x)$.

D. Nếu $\int f(u)du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì $\int f(u(x))u'(x)dx = F(u(x)) + C$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2^x - 1}{e^x}$

A. $\int \frac{2^x - 1}{e^x} dx = \frac{2^x + \ln 2}{e^x (\ln 2 - 1)} + C$

B. $\int \frac{2^x - 1}{e^x} dx = \frac{2^x + \ln 2 - 1}{e^x (\ln 2 - 1)} + C$

C. $\int \frac{2^x - 1}{e^x} dx = \frac{2^x - \ln 2 + 1}{e^x (\ln 2 - 1)} + C$

D. $\int \frac{2^x - 1}{e^x} dx = \frac{2^x - \ln 2}{e^x (\ln 2 - 1)} + C$

Câu 24: Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được giới hạn bởi $y = 2 - x^2$; $y = 1$ quanh trục Ox .

A. $\frac{56}{15} \pi$

B. $\frac{15}{56} \pi$

C. $\frac{56}{15}$

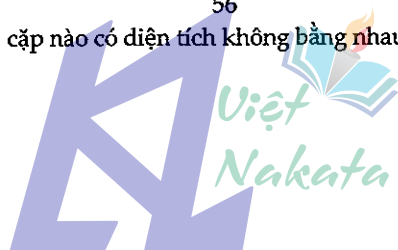
D. $\frac{15}{56}$

Câu 25: Trong các cặp hình phẳng giới hạn bởi các đường sau, cặp nào có diện tích không bằng nhau:

A. $\{y = 2x - x^2, y = x\}$ và $\{y = 2x - x^2, y = 2 - x\}$

B. $\{y = \log x, y = 0, x = 10\}$ và $\{y = 10^x, x = 0, y = 10\}$

C. $\{y = \sqrt{x}, y = x^2\}$ và $\{y = \sqrt{1-x^2}, y = 1-x\}$



D. $\{y = \sin x, y = 0\}$ với $0 \leq x \leq \pi$ và $\{y = \cos x, y = 0\}$ với $0 \leq x \leq \pi$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$; tiệm cận ngang và hai đường thẳng $x=3; x=e+2$ được tính bằng:

- A. $\int_3^{e+2} \frac{2x+1}{x-2} dx$ B. $\int_3^{e+2} \frac{5}{x-2} dx$ C. $\ln|x-2| \Big|_3^{e+2}$ D. $5-e$

Câu 27: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Hỏi rằng trong 3s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 16 m B. 130 m C. 170 m D. 45 m

Câu 28: Tính tích phân $\int_1^e x^2 \ln x dx$.

- A. $\frac{2e^3+1}{9}$ B. $\frac{2e^3-1}{9}$ C. $\frac{2e^3}{9}$ D. $\frac{-2e^3}{9}$

Câu 29: Cho $z = x + iy; z' = x' + iy', (x, y \in \mathbb{R})$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. $z \pm z' = (x \pm x') + i(y \pm y')$
 B. $zz' = xx' - yy' + i(xy' + x'y)$
 C. $\frac{z}{z'} = \frac{xx' + yy'}{x'^2 + y'^2} + i \frac{x'y - xy'}{x'^2 + y'^2}$
 D. $z + \bar{z}' = x + x' + i(-y + y')$

Câu 30: Tính $(5+3i)(3-5i)$

- A. $15-15i$ B. $30-16i$ C. $25+30i$ D. $26-9i$

Câu 31: Xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức sao cho $\frac{1}{z-i}$ là số thuần ảo.

- A. Trục tung, bỏ điểm $(0,1)$. B. Trục hoành, bỏ điểm $(-1;0)$.
 C. Đường thẳng $y=1$, bỏ điểm $(0;1)$. D. Đường thẳng $x=-1$, bỏ điểm $(-1;0)$.

Câu 32: Số phức z thỏa mãn: $(3-2i)\bar{z} - 4(1-i) = (2+i)z$. Mô đun của z là:

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 33: Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3+2i$ và điểm B là điểm biểu diễn số phức $z' = 2+3i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O .
 B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.
 C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
 D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Câu 34: Tìm tất cả các nghiệm của $z^4 - 4z^3 + 14z^2 - 36z + 45 = 0$, biết $z = 2+i$ là một nghiệm của phương trình:

- A. $z_1 = 2+i; z_2 = 3i; z_3 = -3i$ B. $z_1 = 2+i; z_2 = 2-3i; z_3 = 3i; z_4 = -3i$
 C. $z_1 = 2+i; z_2 = 2-i; z_3 = 3; z_4 = -3i$ D. $z_1 = 2+i; z_2 = 2-i; z_3 = 3i$

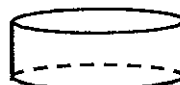
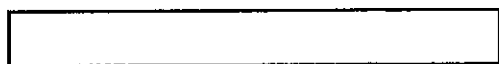
Câu 35: Cho hình chóp đều $S.ABC$. Người ta tăng cạnh đáy lên 2 lần. Để thể tích giữ nguyên thì tan góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy phải giảm bao nhiêu lần để thể tích giữ nguyên?

- A. 8 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 36: Bé Bách có một tấm bìa có chiều dài 20 cm, chiều rộng 1 cm. Bé muốn gấp một cái hộp nhỏ xinh để bỏ kẹp tóc vào hộp đó tặng quà cho mẹ ngày 20 tháng 10. Anh Siêu đã chỉ cho bé hai cách gấp hộp. Cách thứ nhất là bé cuốn tấm bìa thành một cái hộp hình trụ không có 2 đáy có thể tích V_1 .

Cách thứ hai là bé gấp tấm bìa một hình hộp chữ nhật có thể tích V_2 có các kích thước như hình vẽ.

Hãy tìm tỉ số thể tích của 2 hộp để biết được gấp theo cách nào sẽ có thể tích lớn hơn:



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{\pi}$

B. $\frac{V_1}{V_2} = 4\pi$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$

Câu 37: Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c thì đường chéo d có độ dài là:

A. $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

B. $d = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$

C. $d = \sqrt{2a^2 + b^2 - c^2}$

D. $d = \sqrt{3a^2 + 3b^2 - 2c^2}$

Câu 38: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, có SA vuông góc với (ABC) , tam giác SBC cân tại S . Để thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là:

A. 60°

B. 30°

C. 45°

D. Đáp án khác.

Câu 39: Hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SB và AK vuông góc với SD . Mặt phẳng (AHK) cắt SC tại E . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối $ABCDEHK$.

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$

Câu 40: Mặt cầu tâm O bán kính $R = 17dm$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu sao cho giao tuyến đi qua ba điểm A, B, C mà $AB = 18dm, BC = 24dm, CA = 30dm$. Tính khoảng cách từ O đến (P) .

A. 7 dm

B. 8 dm

C. 14 dm

D. 16 dm

Câu 41: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $3\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối nón.

A. 12π

B. 9π

C. $6\sqrt{2}\pi$

D. $3\sqrt{2}\pi$

Câu 42: Cho hình trụ có bán kính đáy là $R = a$, mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ là:

A. $8\pi a^2; 3\pi a^3$

B. $6\pi a^2; 6\pi a^3$

C. $6\pi a^2; 9\pi a^3$

D. $6\pi a^2; 3\pi a^3$

Câu 43: Cho $M(2; -5; 7)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của M qua mặt phẳng Oxy .

A. $(-22; 15; -7)$

B. $(-4; -7; -3)$

C. $(2; -5; -21)$

D. $(1; 0; 2)$

Câu 44: Viết phương trình mặt phẳng qua $M(1; -1; 2)$, $N(3; 1; 4)$ và song song với trục Ox .

A. $3x + 4y + 4z - 7 = 0$

B. $y + z = 0$

C. $4x - z + 1 = 0$

D. $y - z + 3 = 0$

Câu 45: Tính thể tích tứ diện $OABC$ biết A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x - 3y + 5z - 30 = 0$ với trục Ox, Oy, Oz .

A. 78

B. 120

C. 91

D. 150

Câu 46: Tìm m để phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m+1)y - 2(2m-3)z + 1 - 4m = 0$$

Là phương trình một mặt cầu?

A. $m < -1, m > 2$

B. $\forall m \in \mathbb{R}$

C. $0 < m < 1$

D. $m \neq 5$

Câu 47: Cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

Câu 48: Xác định m để đường thẳng $d: \frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ cắt mặt phẳng $(P): mx + 2y - 4z + 1 = 0$.

A. $m \neq 0$

B. $m \neq 1$

C. $m = 0$

D. $m = 1$

Câu 49: Lập phương trình mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng:

$$(P): x - 2y - 2z + 5 = 0; (Q): 2x - y + 2z + 4 = 0.$$

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + z + 7 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 3y - z + 1 = 0$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z - 5 = 0$. Để đường thẳng d vuông góc với (P) thì:

A. $m = -1$

B. $m = 0$

C. $m = 1$

D. $m = -2$



ĐÁP ÁN

1D	2C	3A	4C	5B	6A	7B	8A	9C	10D
11C	12B	13B	14A	15A	16D	17C	18B	19C	20A
21B	22C	23B	24A	25B	26B	27D	28A	29D	30B
31A	32C	33D	34C	35A	36A	37A	38D	39A	40B
41B	42D	43C	44D	45D	46B	47B	48B	49A	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D.

Phân tích: Đây là bài toán tìm lỗi sai, nên quý độc giả sẽ phải đi xem xét từng mệnh đề một:
- Nhìn vào BBT ta thấy mệnh đề A và B đúng. Ở phần giá trị của $f(x)$ trong BBT ta nhận thấy GTLN của $f(x)$ là 5 trên $\mathbb{R}$. Vậy theo quy tắc loại trừ ta sẽ chọn đáp án D. Tuy nhiên, ở đây tôi vẫn chỉ ra cho quý độc giả thấy vì sao ý D lại sai.

Cùng nhắc lại các kiến thức về cực trị mà chúng ta đã được học trên lớp thông qua cuốn SGK Giải tích 12 cơ bản trang 14.

"Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.

a, Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

b, Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$."

Khi nhìn vào BBT ta nhận thấy, hai khoảng trước và sau điểm $x = -1$ đều có giá trị dương, vậy rõ ràng tại $x = -1$, hàm số không đạt cực trị.

Câu 2: Đáp án C.

Phân tích: Khi gặp các bài toán dạng này hãy tính đạo hàm thật nhanh.

$$y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

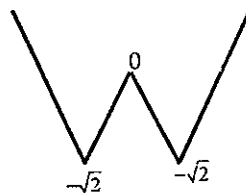
Hãy nhớ đến bảng các dạng đồ thị của hàm số bậc bốn trong sách giáo khoa (trang 38) mà nhiều lần tôi đã nhắc đến cho quý độc giả, dĩ nhiên quý độc giả có thể làm theo cách khác.

Tuy nhiên, chúng ta đang luyện tập, vì thế khi đọc lời giải cũng là lúc rèn thêm khả năng tư duy.

Nhận thấy đây là hàm bậc bốn trùng phương có $a = 1 > 0$, phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số sẽ có hình chữ W đối xứng (đây là cách nhớ mẹo thôi). Nghĩa là đồ thị hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu. Dĩ nhiên sẽ cực đại tại $x = 0$, và cực tiểu tại $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$. Theo hình chữ W thì ta thấy hàm số sẽ đồng biến trên $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(2; +\infty)$. Cách nháp mẹo như sau:

+) Sau khi đã suy ra được đồ thị hàm số hình chữ W, quý độc giả có thể nháp:

Ta luôn điền điểm 0 vào vị trí trung tâm, 2 điểm còn lại điền 2 bên



Nhìn vào các đường lên xuống của chữ W, lúc này quý độc giả có thể dễ dàng định dạng được khoảng đồng biến nghịch biến như tôi đã xác định ở trên.

Với bài toán khác các dạng đồ thị ví dụ như chữ M (trường hợp với $a < 0, y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt). Sẽ nhanh thôi, vẽ một đường W,... sẽ nhanh hơn rất nhiều so với việc các bạn ngồi bấm máy tính thử, hay vẽ bảng biến thiên rồi bấm xem $f'(x)$ lớn hơn hay nhỏ hơn 0. Các quý độc giả có thể tự đặt ra quy tắc nhớ dạng đồ thị cho mình, rồi từ đó đưa ra các kết luận.

Câu 3: Đáp án A.

Phân tích: Lại một bài toán đòi hỏi quý độc giả nhớ dạng đồ thị, nhưng ở bài này là hàm số bậc ba.

Ở hàm số bậc ba hãy nắm rõ quy tắc này:

Hàm số bậc ba không có cực trị khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

Nguyên lý rõ ràng của câu trên quý độc giả đã học ở chương trình SGK nên tôi không nhắc lại ở đây. Hoặc quý độc giả có thể nhớ câu, hàm số bậc ba có cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. TH không có cực trị là TH còn lại của phương trình $y' = 0$, tức là vô nghiệm hay nghiệm kép.

Khi đó ta có thể dễ dàng xác định được đồ thị A và B là ở TH phương trình $y' = 0$ VN hay nghiệm kép

($\Delta \leq 0$). Và đồ thị C, D là TH còn lại.

Xét phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c$;

$\Delta' = b^2 - 3ac$ (chính là biểu thức được nhắc đến trong các điều kiện trong đề bài.)

Vậy với đồ thị A và B sẽ được ghép với các điều kiện có $\Delta' < 0$, tức là 2 hoặc 4.

Tiếp tục xét đến a , như trong bảng với $a > 0$ thì hàm số luôn đồng biến và $a < 0$ thì hàm số luôn nghịch biến. (quý độc giả có thể xem lại phần giải bất phương trình đã học ở lớp dưới, dấu của tam thức bậc hai có dấu nhỏ hơn không phụ thuộc vào hệ số a .)

Vậy $B \rightarrow 4$; $A \rightarrow 2$, đến đây ta có thể chọn đáp án A luôn, nhưng hãy xem xét cả phần các đồ thị còn lại, vì quý độc giả đang trong quá trình ôn luyện.

Câu 4: Đáp án C.

Phân tích: Bài toán trên đã làm lần lượt các bước rất đầy đủ. Có thể nếu soát không kỹ lưỡng, quý độc giả sẽ nghĩ câu này không có đáp án. Tuy nhiên, khi đi xét từng bước một ta thấy, phần xét tiệm cận, cụ thể hơn là tìm tiệm cận đứng, bạn đã giải sai tìm lim, cụ thể như sau:

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$. sửa thành

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$.

Câu 5: Đáp án B.

Phân tích: Nếu đã nhớ kỹ rồi thì quý độc giả có thể mừng tượng trong đầu. Để ý kỹ nhé, với bài này có thể quý độc giả sẽ không cần viết biểu thức $y' = 0$ ra nữa mà vẫn có thể tìm được đáp án. Vì sao?

Phương trình $y' = 0$ tổng quát sẽ là

$y' = x(4ax^2 + 2bx)$, vậy phương trình có 3

nghiệm phân biệt khi $\frac{-b}{2a} > 0$, nghĩa là a và b trái

dấu. Ở đây rõ là a và b trái dấu, do đó phương trình có 3 nghiệm phân biệt. Như ở câu 2 tôi đã phân tích về dạng đồ thị hàm trùng phương bậc bốn, với $a > 0, y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thì đồ thị dạng W tức là hàm số sẽ đạt cực đại tại $x = 0$. Vậy khi đó $y_{CD} = 1$.

Câu 6: Đáp án A.

Phân tích: ta xét phương trình hoành độ giao

điểm: $x^3 + x + 1 = 3x + 2$

$\Leftrightarrow x^3 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ chọn giá trị này vì điều kiện x là số nguyên.

Câu 7: Đáp án B.

Phân tích: Bài toán này củng cố cho quý độc giả về các tìm nhanh số cực trị của hàm số bậc ba.

Ta sẽ lần lượt đi xét phương trình $y' = 0$ của mỗi hàm số.

(1): $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2 = 0$ phương trình có nghiệm kép nghĩa là đồ thị hàm số không có điểm cực trị nào $\Rightarrow m = 0$.

(2): $y' = 15x^2 - 4x + 7 = 0 \Leftrightarrow$ bấm máy tính thấy phương trình vô nghiệm $\Rightarrow n = 0$.

(3): $y' = -3x^2 - 14x + 5 = 0 \Leftrightarrow$ bấm máy tính thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow p = 2$.

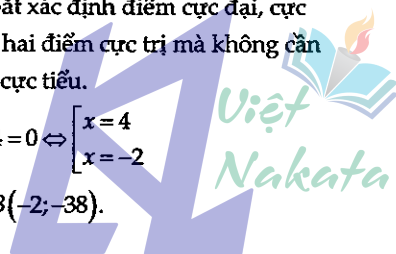
Đến đây ta có thể dễ dàng nhận ra đáp án.

Câu 8: Đáp án A.

Phân tích: Ta đi tìm hai điểm cực trị của hàm số, do ở đây không bắt xác định điểm cực đại, cực tiểu nên ta đi tìm hai điểm cực trị mà không cần xác định cực đại, cực tiểu.

$y' = -3x^2 + 6x + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$

Giả sử $A(4; 70); B(-2; -38)$.



Đường thẳng qua A, B :

$$y = 18x - 2 \Leftrightarrow 18x - y - 2 = 0 \text{ (Lúc này quý độc$$

già có thể bấm máy tính như lúc học cấp hai, tìm đường thẳng đi qua hai điểm biết tọa độ cho trước, sẽ rất nhanh). Khi đó với phương án C, thay tọa độ điểm D vào phương trình không thỏa mãn, vậy loại đáp án này. Cũng với dữ kiện này ta loại được luôn ý C.

Với đáp án A ta tìm tọa độ trung điểm của AB là (1;16) nằm trên đường thẳng ở ý A, vậy ta chọn A mà không cần xét đến D nữa.

Câu 9: Đáp án C

Phân tích: Như ở các đề trước tôi đã đề cập cách nhằm tìm tiệm cận đứng, ngang của đồ thị hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất. Ta sẽ nhằm được $x=1$ là TCD, $y=2$ là TCN. Và chọn luôn đáp án C mà không cần xét đến các phương án khác.

Câu 10: Đáp án D

$$\text{Nhận thấy } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{m}{x} + \frac{m}{x^2}}{1 - \frac{-2m}{x} + \frac{m+6}{x^2}} = 1$$

$$\text{Tương tự: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$$

Vậy đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang $y=1$.

Vậy với mọi m mà hàm số đã cho xác định, ta luôn có một tiệm cận ngang, ta đi tìm điều kiện để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, tức là ta đi tìm điều kiện xác định của hàm số:

$$x^2 - 2mx + m + 6 \neq 0.$$

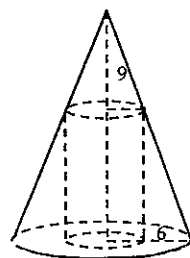
$$\text{Phương trình VN khi } \Delta' < 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - m - 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 < 0.$$

$$\Leftrightarrow -2 < m < 3.$$

Câu 11: Đáp án C.

Phân tích: Đây thực chất là bài toán khối trụ nội tiếp khối nón, ta có kí hiệu các kích thước như sau:



Ta có thể tích vát mì tôm được tính bằng

$$V = Bh = \pi r^2 h$$

Đây là ứng dụng của bài toán tìm GTLN, GTNN trên một khoảng (đoạn) xác định:

Ta sẽ đưa thể tích về hàm số một biến theo h hoặc r . Trước tiên ta cần đi tìm mối liên hệ giữa h và r . Nhìn vào hình vẽ ta thấy các mối quan hệ vuông góc và song song, dùng định lí Thales ta sẽ có:

$$\frac{h}{9} = \frac{6-r}{6} \Leftrightarrow h = \frac{18-3r}{2}$$

$$\text{Khi đó } V = f(r) = \pi r^2 \cdot \frac{18-3r}{2} = -\frac{3\pi r^3}{2} + 9\pi r^2 \text{ với}$$

$$0 < r < 6$$

$$f'(r) = -\frac{9}{2}\pi r^2 + 18\pi r = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r=0 \\ r=4 \end{cases}$$

Khi đó ta không cần phải vẽ BBT ta cũng có thể suy ra được với $r=4$ thì V đạt GTLN, khi đó $V=48\pi$.

Câu 12: Đáp án B

$$\text{Phân tích: điều kiện } x > -\frac{5}{3}$$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \log_2(3x+5) < \log_2 8$$

$$\Leftrightarrow 3x+5 < 8 \Leftrightarrow x < 1. \text{ Kết hợp với điều kiện xác định thì ta chọn đáp án B.}$$

Câu 13: Đáp án B.

Phân tích: Ở đây có hai điều kiện để cho biểu thức xác định, một số độc giả chỉ làm điều kiện để căn tồn tại mà quên điều kiện xác định của logarit.

Điều kiện :

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(5-x) - 1 \geq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(5-x) \geq \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} \\ x < 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-x \leq \frac{1}{4} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{19}{4} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{19}{4}; 5 \right)$$

Đáp án B.

Câu 14: Đáp án A.

Phân tích: ta có công thức tổng quát của cách tìm đạo hàm hàm logarit.

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$$

Khi đó áp dụng công thức vào ta được

$$(\log_{2016} (7x))' = \frac{7}{7x \cdot \ln 2016} = \frac{1}{x \cdot \ln 2016}$$

Đây là bài toán đơn giản gõ điểm nên hãy nhớ công thức đạo hàm nhé!

Câu 15: Đáp án A.

Phân tích: Đây thực chất là bài toán so sánh hai số mũ, rèn luyện cho quý độc giả các kiến thức về số mũ.

Hai số M và N có cùng cơ số là $3 > 1$ nên ta chỉ cần so sánh hai số mũ, tức là so sánh $\log_{0,5} 4$ và $\log_{0,5} 13$.

Tôi xin nhắc lại kiến thức về so sánh hai logarit như sau:

Với $0 < a \neq 1$, và $b, c > 0$:

- Nếu $0 < a < 1$, $b > c$ thì $\log_a b < \log_a c$.

$$b < c \text{ thì } \log_a b > \log_a c.$$

- Nếu $a > 1$, $b > c$ thì $\log_a b > \log_a c$.

$$b < c \text{ thì } \log_a b < \log_a c.$$

Áp dụng vào bài toán ta thấy cơ số của hai logarit nằm trong khoảng $(0;1)$ nên

$$\log_{0,5} 4 > \log_{0,5} 13$$

Từ đó suy ra $N < M < 1$. Đáp án A.

Một cách làm nhanh là bạn có thể xét hiệu của M và N trên máy tính và từ đó suy ra đáp án, tuy nhiên đây là quá trình ôn luyện nên tôi vẫn mong quý độc giả có thể nhớ công thức bằng việc suy luận như tôi đã nêu ở trên.

Câu 16: Đáp án D.

Phân tích: Cũng giống như câu 15, quý độc giả có thể bấm máy tính tìm được đáp án, tuy nhiên ở đây tôi giới thiệu cho quý độc giả cách suy luận thông thường. Có thể với bài toán này ra kết quả chắc sẽ dễ dàng tìm ra. Nhưng vì là trong quá trình rèn luyện, hãy rèn luyện tư duy của mình thật tốt nhé!

$$\begin{aligned} P &= \frac{\log_5 7 \cdot \log_{10} 12}{\log_{10} 7 \cdot \log_{25} 12} = \frac{\log_5 7 \cdot \frac{\log_5 12}{\log_5 10}}{\log_{10} 7 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_5 12} \\ &= \frac{2 \cdot \log_5 7 \cdot \log_5 12}{\log_5 10 \cdot \log_5 7 \cdot \log_5 12} = 2. \end{aligned}$$

Câu 17: Đáp án C.

Phân tích: Đặt $x - x^2 + 2 = t > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$. Khi đó bất phương trình trở thành:

$$\log_2^2 t + 3 \log_{\frac{1}{2}} t + 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 t - 3 \log_2 t + 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 t - 2)(\log_2 t - 1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq \log_2 t \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq t \leq 4$$

Đến đây ta có thể loại đáp án A và B.

Với đáp án C và D là kết quả của x vì thế ta cần đi giải nghiệm của bất phương trình.

$$\Leftrightarrow 2 \leq x - x^2 + 2 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x(1-x) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1 \text{ (đáp án C).}$$

Câu 18: Đáp án B.

Phân tích: bài toán lại đòi hỏi quý độc giả phải giải bài toán ra, chứ không thử nghiệm được. Ta không cần tìm điều kiện vì để ý kĩ ở đây nếu giải ra phương trình cuối của chúng ta sẽ là phương trình bậc hai, áp dụng Viet là ta sẽ có tổng hai nghiệm của phương trình ngay.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

Tổng hai nghiệm của phương trình

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 6. \text{ Đáp án B.}$$

Có thể quý độc giả không cần viết rõ phương trình cuối ra vì rõ ràng hệ số của x và x^2 sẽ không thay đổi, không ảnh hưởng đến việc áp dụng Viet. Nên hãy để ý kĩ, xử lý linh hoạt trong từng tình huống để làm bài nhanh nhất.

Câu 19: Đáp án C.

Phân tích: dạng đề xác định tính đúng sai của mệnh đề, do đó ta cần đi xem xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: đây là mệnh đề đúng do $0 = \ln 1$ nên $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Với mệnh đề B: cũng tương tự, do ta ra $x < 1$ và kết hợp với điều kiện để logarit tồn tại thì ta sẽ được $0 < x < 1$.

Với mệnh đề C: nếu đã đọc kĩ phần lời giải của tôi ở câu 15 thì chắc hẳn quý độc giả sẽ giải suy ra luôn được đây là mệnh đề sai, do $0 < e^{-1} < 1$. Ta không cần xét đến đáp án D nữa.

Câu 20: Đáp án A.

Phân tích: Ta có công thức tính đạo hàm như sau:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2} \text{ và công thức tính đạo hàm của}$$

logarit tôi đã nêu ở câu 14 ta sẽ giải được như sau:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\log_3 x}{x}\right)' &= \frac{(\log_3 x)' \cdot x - x' \cdot \log_3 x}{x^2} \\ &= \frac{\frac{1}{x \ln 3} \cdot x - \ln 3}{x^2} = \frac{1 - \ln 3}{x^2 \ln 3} \end{aligned}$$

Hãy rèn luyện thật nhiều để tạo động lực làm các bài thật nhanh nhé!

Câu 21: Đáp án B.

Phân tích: Bài toán lãi suất ngân hàng dựa trên kiến thức về số mũ ở chương trình lớp 12.

Ta có gọi mức lãi suất hàng tháng là $a\%$.

Sau tháng thứ nhất số tiền trong tài khoản của

$$\text{người đó là: } 58000000 \left(1 + \frac{a}{100}\right)$$

Sau tháng thứ hai số tiền trong tài khoản của

$$\text{người đó là: } 58000000 \left(1 + \frac{a}{100}\right)^2$$

...

Sau tháng thứ chín số tiền trong tài khoản của

$$\text{người đó là: } 58000000 \left(1 + \frac{a}{100}\right)^9 = 61758000$$

$$\Rightarrow a = \left(\sqrt[9]{61758000 : 58000000} - 1\right) \cdot 100 \approx 0,7.$$

Câu 22: Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Đây là mệnh đề đúng, vì ta đã học công thức tính nguyên hàm và có là cộng thêm hằng số C. Mỗi biểu thức với C khác nhau sẽ là một nguyên hàm của hàm số đã cho.

Với mệnh đề B: Đây là mệnh đề đúng, với hàm số $f(x)$ liên tục trên K thì sẽ có nguyên hàm trên K.

Với mệnh đề C: Ta nhận thấy $\int f(x)dx = F(x)$

khí $F'(x) = f(x)$. Hãy nhớ rằng nguyên hàm chính là ngược lại của đạo hàm (đây là cách nhớ nôm na thôi bạn nhé). Vậy C chính là mệnh đề sai. Ta chọn luôn đáp án C.

Quý độc giả đang trong quá trình ôn luyện nên hãy tham khảo cả các mệnh đề đúng để khắc sâu kiến thức nhé!

Câu 23: Đáp án B.

Phân tích: Đây không phải là bài toán tính tích phân, do đó quý độc giả không thể dùng máy tính để bấm được mà phải tìm ra công thức cụ thể. Hoặc quý độc giả có thể bấm máy tính, tuy nhiên cách làm duy nhất có lẽ là thêm cận vào và thử từng đáp án một.

$$\begin{aligned} \int \frac{2^x - 1}{e^x} dx &= \int \left(\frac{2^x}{e^x} - \frac{1}{e^x}\right) dx = \int \left(\frac{2}{e}\right)^x dx - \int e^{-x} dx \\ &= \frac{\left(\frac{2}{e}\right)^x}{\ln\left(\frac{2}{e}\right)} - \frac{e^{-x}}{-1} + C = \frac{2^x}{e^x(\ln 2 - 1)} + e^{-x} + C \\ &= \frac{2^x + e^0(\ln 2 - 1)}{e^x(\ln 2 - 1)} + C = \frac{2^x + \ln 2 - 1}{e^x(\ln 2 - 1)} + C \end{aligned}$$

Câu 24: Đáp án A.

Phân tích: Để tính được thể tích của khối tròn xoay dựa trên ứng dụng của tích phân ta cần đi tìm hai cận a, b bằng việc tìm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm:

$$2 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi

$$\begin{cases} y = 2 - x^2; y = 1 \\ x = 1; x = -1 \end{cases} \text{ được tính bằng công thức:}$$

$$\pi \int_{-1}^1 \left| (2 - x^2)^2 - 1^2 \right| dx = \pi \int_{-1}^1 |x^4 - 4x^2 + 3| dx$$

Đến đây ta có thể làm theo hai cách:

Cách 1: bấm máy tính:

Chọn nút $\int_0^x$ trên máy tính và nhập biểu thức tích tích phân vào.

Chú ý trên máy tính CASIO fx-570VN PLUS thì giá trị tuyệt đối chính là nút Abs (Absolute), chính là kí hiệu màu vàng ở trên nút **hyp**. Được bấm bằng cách ấn nút **SHIFT** + **hyp** sau khi nhập vào máy tính sẽ hiện kết quả như sau:

$$\pi \int_{-1}^1 |x^4 - 4x^2 + 3| dx = \frac{56}{15}\pi$$

Vậy kết quả của chúng ta là $V = \frac{56}{15}\pi$ đvtt

Cách 2: Giải tích về mặt toán học:

Để bỏ được dấu trị tuyệt đối trong tích phân, ta cần xét khoảng rồi áp dụng công thức sau trong tích phân:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Nhận thấy: Tuy nhiên ở đây, hàm số

$g(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ luôn lớn hơn 0 với mọi

$x \in [-1; 1]$.

$$\text{Khi đó } V = \pi \int_{-1}^1 |g(x)| dx = \pi \int_{-1}^1 g(x) dx$$

$$= \pi \int_{-1}^1 (x^4 - 4x^2 + 3) dx$$

$$= \pi \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + 3x \right) \Big|_{-1}^1$$

$$= \frac{56}{15}\pi$$

Câu 25: Đáp án B

Phân tích: Đối với bài toán này ta không còn cách nào khác là đi xét từng đáp án một, vì bài toán có tận bốn phương án, do đó trường hợp xấu nhất là quý độc giả phải đi kiểm tra ba đáp án, tức là tính ba tích phân. Do đó, lựa chọn tối ưu chính là sử dụng máy tính để tối ưu thời gian.

Với phương án A: Ta có thể nhầm nhanh được cận của hai công thức tính diện tích hình phẳng.

Khi đó bấm máy tính như ở Câu 24 tôi đã giới thiệu cho quý độc giả thì sẽ ra được kết quả.

Hãy bấm hiệu của hai tích phân, nếu bằng 0 thì ta sẽ loại đáp án đó ra và tiếp tục xét.

Ta nhập công thức sau vào máy tính:

$$\int_0^1 |2x - x^2 - x| dx - \int_1^2 |2x - x^2 - 2 + x| dx =$$

Sau khi bấm máy ta được:

$$\int_0^1 |2x - x^2 - x| dx - \int_1^2 |2x - x^2 - 2 + x| dx =$$

Với phương án B: Ta cũng nhầm nhanh được cận của hai công thức tính tích phân và bấm công thức sau vào máy:

$$\int_1^{10} |\log x| dx - \int_0^1 |10^x - 10| dx =$$

Sau khi bấm máy ta được:

$$\int_1^{10} |\log(x)| dx - \int_0^1 |10^x - 10| dx = -2.10731 \times 10^{-9}$$

Vậy ta chọn luôn B.

Câu 26: Đáp án B.

Phân tích:

Trước tiên, ta cần đi tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$. Theo như cách tìm tiệm

cận ngang nhanh của đồ thị hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất mà tôi đã giới thiệu ở các đề trước đó thì ta sẽ nhanh chóng tìm được tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Ta có diện tích hình phẳng được tính bởi công thức:

$$V = \int_3^{e+2} \left| \frac{2x+1}{x-2} - 2 \right| dx$$

$$= \int_3^{e+2} \left| \frac{5}{x-2} \right| dx$$

Nhận xét trên $[3; e+2]$ thì $g(x) = \frac{5}{x-2}$ luôn

dương, nên ta có thể phá trị tuyệt đối, và chọn đáp án B.

Câu 27: Đáp án D.

Phân tích: Cho đến khi vật dừng lại thì vận tốc của vật bằng 0 tức là $160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16$

Trong vật lí chúng ta đã học biểu thức vận tốc là đạo hàm của biểu thức li độ, do vậy biểu thức li độ chính là nguyên hàm của biểu thức vận tốc.

Nên quãng đường vật đi được trong 3s cuối được tính bằng:

$$\int_{13}^{16} (160-10t) dt = (160t-5t^2) \Big|_{13}^{16} = 45 \text{ km}$$

Câu 28: Đáp án A.

Phân tích: Thực chất với bài toán tính tích phân như thế này, bạn có thể bấm máy tính và xét hiệu với từng đáp án cũng được, tuy nhiên dưới đây tôi xin giới thiệu cách làm tích phân từng phần như sau:

$$\text{Đặt } \ln x = u \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx; dv = x^2 dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}$$

$$\text{Khi đó: } I = \ln x \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \left(\ln e \cdot \frac{e^3}{3} - \ln 1 \cdot \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^e$$

$$= \frac{e^3}{3} - \frac{1}{9} (e^3 - 1^3) = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2e^3 + 1}{9}$$

Câu 29: Đáp án D.

Phân tích: ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một:

Với A:

$$z \pm z' = (x+iy) \pm (x'+iy') = (x \pm x') + i(y \pm y')$$

đây là mệnh đề đúng.

Với B:

$$z \cdot z' = (x+iy)(x'+iy') = xx' + ixy' + ix'y + i^2 yy'$$

$$= (xx' - yy') + i(x'y + xy')$$

đây là mệnh đề đúng.

$$\text{Với C ta có: } \frac{z}{z'} = \frac{x+iy}{x'+iy'} = \frac{(x+iy)(x'-iy')}{x'^2+y'^2}$$

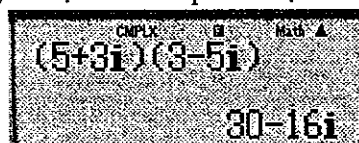
$$= \frac{xx' - ixy' + ix'y - i^2 yy'}{x'^2+y'^2} = \frac{xx' + yy'}{x'^2+y'^2} + i \cdot \frac{x'y - xy'}{x'^2+y'^2}$$

đây là mệnh đề đúng.

Vậy ta chọn D.

Câu 30: Đáp án B.

Phân tích: Với bài toán này, bấm máy tính là cách làm nhanh nhất. Trước tiên, chuyển máy tính sang chế độ số phức bằng cách ấn **MODE** → 2:CMPLX. Tiếp theo ấn biểu thức như trên và máy sẽ hiện luôn kết quả cho bạn như sau:



Câu 31: Đáp án A.

Phân tích: Vì bài toán liên quan đến điểm biểu diễn số phức nên ta sẽ đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó } \frac{1}{z-i} = \frac{1}{x+i(y-1)} = \frac{x-i(y-1)}{x^2+(y-1)^2}$$

$$= \frac{x}{x^2+(y-1)^2} - \frac{y-1}{x^2+(y-1)^2} i$$

Khi đó để $\frac{1}{z-i}$ là số thuần ảo thì

$$\begin{cases} \frac{x}{x^2+(y-1)^2} = 0 \\ \frac{y-1}{x^2+(y-1)^2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

Vậy đáp án của ta là A.

Câu 32: Đáp án C.

Phân tích: Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - iy$

Vậy phương trình trở thành:

$$(3-2i) \cdot (x-iy) - 4(1-i) = (2+i) \cdot (x+iy)$$

$$\Leftrightarrow (3x-2ix-3iy+2i^2y) - 4+4i = 2x+2iy+ix+i^2y$$

$$\Leftrightarrow 3x-2ix-3iy-4-i^2y+(-2ix-3iy+4i-2iy-ix) = 0$$

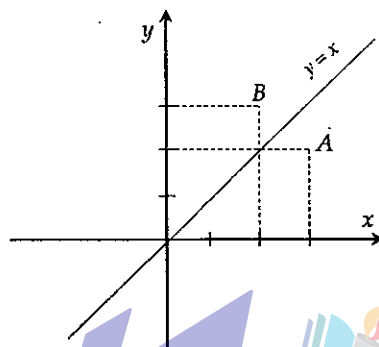
$$\Leftrightarrow (x-y-4) + i(-3x-5y+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-4=0 \\ -3x-5y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 3-i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2+(-1)^2} = \sqrt{10}$$

Câu 33: Đáp án D.

Phân tích: Ta có $A(3;2)$ và $B(2;3)$, ta có tọa độ hai điểm trên hình như sau:



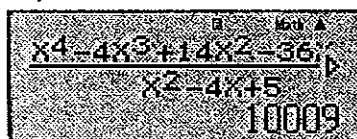
Nhìn vào đồ thị ta thấy A, B, C là sai.

Câu 34: Đáp án C.

Phân tích: Có một cách làm nhanh của bài toán như sau: do $z = 2+i$ nên có thể $\bar{z} = 2-i$ cũng là

một nghiệm nên có thể phương trình sẽ có một nhân tử đó là: $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó bấm máy tính để tìm nhân tử còn lại như sau: Bấm vào máy tính biểu thức $\frac{X^4 - 4X^3 + 14X^2 - 36X + 45}{X^2 - 4X + 5}$

sau đó ấn CALC thì máy hiện X? ta nhập 100 = thì máy hiện:

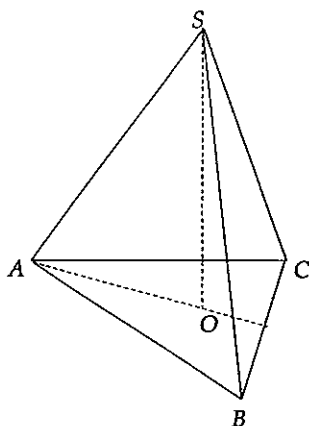


Ta phân tích $10009 = 10009$, khi đó nhân tử còn lại sẽ là $z^2 + 9$. Vậy phương trình

$$\Leftrightarrow (z^2 + 9)(z^2 - 4z + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3i \\ z = 3i \\ z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases}$$

Câu 35: Đáp án A.

Phân tích:



Đặt $AB = AC = BC = a$ Khi đó

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \text{ khi tăng cạnh đáy lên}$$

hai lần thì diện tích tam giác đáy tăng lên 4 lần.

Vậy chiều cao cần giảm đi 4 lần. Mà ta có

$$SO = OA \cdot \tan(\angle SAO), \text{ do cạnh đáy tăng lên}$$

2 lần nên OA tăng 2 lần, để SO lúc này giảm được đi 4 lần thì tan góc giữa cạnh bên và mặt đáy phải giảm 8 lần, do đã tăng cả 2 lần OA nữa.

Câu 36: Đáp án A.

Phân tích: chiều dài của tấm bìa là 20cm tức là chu vi của đáy hộp hình trụ và đáy hộp hình trụ là 20cm.

Do 2 khối có cùng chiều cao nên tỉ số thể tích sẽ tính theo tỉ số diện tích đáy của hai hình.

Để tính được diện tích hình tròn đáy của khối hộp hình trụ, ta phải đi tìm bán kính đáy. Theo giả thiết chu vi cho là $20 = 2\pi R \Leftrightarrow R = \frac{10}{\pi}$. Khi

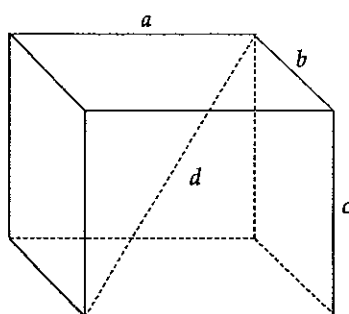
$$\text{đó } S_1 = \pi R^2 = \pi \cdot \frac{100}{\pi^2} = \frac{100}{\pi}$$

Diện tích đáy của hình hộp $S_2 = 5.5 = 25$

$$\text{Khi đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{100}{\pi}}{25} = \frac{4}{\pi}. \text{ Đáp án A.}$$

Câu 37: Đáp án A.

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:

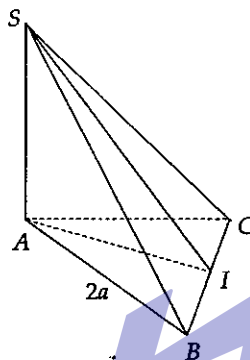


Ta thấy nhìn vào hình vẽ thì ta cần tìm độ dài đường chéo của mặt đáy bằng $\sqrt{a^2 + b^2}$. Khi đó $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 38: Đáp án D.

Phân tích: Do tam giác SBC cân tại S nên gọi I là trung điểm của BC thì

$$SI \perp BC; AI \perp BC \Rightarrow SIA = ((SBC); (ABC))$$



Do đáy ABC là tam giác đều nên

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3}. \text{ Thể tích khối chóp}$$

được tính bằng

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow SA = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{a^2 \sqrt{3}}$$

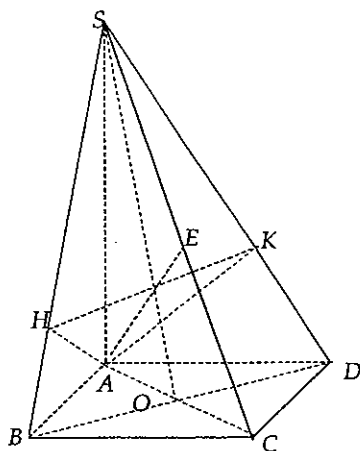
$$\Leftrightarrow SA = \frac{3a}{2}$$

$$\text{Khi đó } \tan \angle SIA = \frac{SA}{AI} = \frac{3a}{2} : \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \angle SIA = \arctan \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 39: Đáp án A.

Phân tích:



Đây là bài toán quen thuộc trong giải hình không gian 12, nếu đã luyện tập nhiều thì khi vẽ xong hình bài này có thể nhận ra luôn AC là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp khối ABCDEHK. Tuy nhiên tôi sẽ trình bày dưới đây để quý độc giả có thể hiểu rõ hơn.

Để xác định khối cầu ngoại tiếp một đa giác, ta tìm đường thẳng mà các đỉnh của đa diện nhìn đường thẳng đó dưới một góc vuông.

Ở đây ta đã xác định đường đó là AC, nên tôi xin chỉ cách chứng minh như sau:

Ta có thể nhận thấy được B, D nhìn AC dưới một góc 90° .

$$\text{Để tính được } SD = a\sqrt{5}; \quad KD = \frac{AD^2}{SD} = \frac{a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

$$; SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$$

Do đề bài cho độ dài các cạnh khá rõ ràng nên ta sẽ dùng định lý Pytago để chứng minh $\angle AKC = 90^\circ$

$$\text{Ta có } \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AK^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

Ta có $SC^2 = SD^2 + CD^2 \Rightarrow$ tam giác SCD vuông tại D. Khi đó tam giác 2KDC vuông tại D $\Rightarrow KC = \sqrt{CD^2 + KD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

Ta có $AK^2 + KC^2 = AC^2$. Vậy $\angle AKC = 90^\circ$. Chứng minh tương tự thì $\angle AHC = 90^\circ$.

Đến đây ta có thể kết luận được AC chính là đường kính mặt cầu ngoại tiếp khối ABCDEHK.

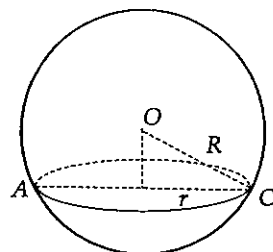
$$\text{Mà } AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot OA^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \pi a^3$$

Câu 40: Đáp án B.

Phân tích: Ta có giao tuyến của mặt phẳng (P)

với mặt cầu là một đường tròn. Khi đó A, B, C nằm trên đường tròn này, nếu để ý kĩ ta thấy $CA^2 = AB^2 + BC^2$, do vậy tam giác ABC vuông tại B, tức là AC chính là đường kính của đường tròn này, hay $r = 15 \text{ dm}$. Ta có hình vẽ minh họa sau:



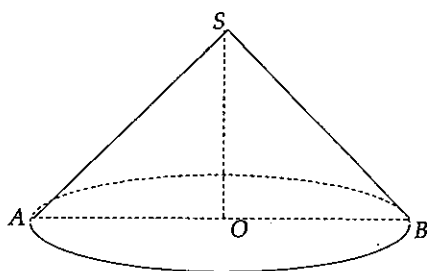
Nhìn vào hình vẽ ta thấy

$$d(O; (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

Câu 41: Đáp án B.

Phân tích: Kí hiệu như hình vẽ:

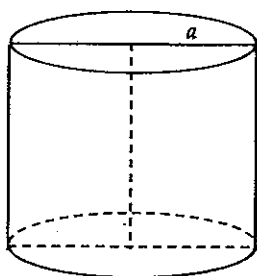




Ta thấy tam giác SAB vuông cân tại S có
 $SA = SB = 3\sqrt{2} \Rightarrow AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = 6$. Mà
 $SO = OA = \frac{AB}{2} = 3$. Khi đó
 $V_{\text{ nón }} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \pi \cdot 3^2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \pi \cdot 3 = 9\pi$.

Câu 42: Đáp án D.

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:



Do diện tích thiết diện là $S = 6a^2 = 2ah \Leftrightarrow h = 3a$
 Khi đó S_{xq} = chu vi của đường tròn đáy $\times h$,

$$S_{xq} = 2\pi a \cdot 3a = 6\pi a^2,$$

$$V = B \cdot h = \pi a^2 \cdot h = \pi a^2 \cdot 3a = 3a^3\pi$$

Câu 43: Đáp án C

Phân tích: Mặt phẳng Oxy đi qua $O(0;0;0)$ và có vtpt $\vec{n} = (0;0;1)$ nên phương trình $Oxy: z = 0$.
 Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng Oxy . Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2;-5;7)$ và vuông góc với (Oxy) ; suy ra vtcp

$$\vec{u}_d = \vec{n}_{(Oxy)} = (0;0;1) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = 7 + t \end{cases}. \text{ Khi đó giao}$$

điểm I của d với mặt phẳng Oxy là trung điểm của MM' . Mà $I \in Oxy$ do đó $7 + t = 0 \Leftrightarrow z = -7 \Rightarrow I(2;-5;-7)$. Khi đó $M'(2;-5;-21)$

Câu 44: Đáp án D.

Phân tích: Ta có $\vec{MN} = (2;2;2)$

$$\text{Trục } Ox \text{ có phương trình } Ox: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Khi đó}$$

$$Ox \text{ có vtcp } \vec{i} = (1;0;0).$$

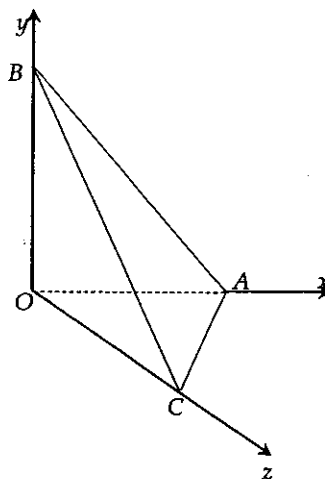
Ta có mặt phẳng (P) cần tìm song song với trục Ox và đường thẳng chứa MN . Suy ra
 $\vec{n} = [\vec{i}; \vec{i}] = (0;-2;2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(1;-1;2)$ và vtpt
 $\vec{n} = (0;-2;2) \Rightarrow (P): -2(y+1) + 2(z-2) = 0$
 $\Leftrightarrow (P): -y + z - 3 = 0 \Leftrightarrow y - z + 3 = 0$.

Câu 45: Đáp án D.

Phân tích: Ta có $A \in Ox; B \in Oy; C \in Oz$ do đó

$A(x;0;0); B(0;y;0); C(0;0;z)$. Khi đó lần lượt thay tọa độ các điểm trên vào phương trình mặt phẳng $2x - 3y + 5z - 30 = 0$ thì ta lần lượt được $A(15;0;0), B(0;-10;0), C(0;0;6)$.



Từ hình vẽ trên ta nhận thấy tứ diện $OABC$ có các cạnh bên $OA; OB; OC$ đôi một vuông góc, do

$$\text{đó } V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot OA \cdot OB \cdot OC \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \cdot 15 \cdot 10 \cdot 6 = 150. \text{ Nếu}$$

không để ý kí hiệu này có thể quý độc giả sẽ đi tính thể tích của khối chóp rất phức tạp.

Câu 46: Đáp án B

Phân tích: Nếu phương trình mặt cầu dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$, để phương trình trên là phương trình một mặt cầu thì

$d - a^2 - b^2 - c^2 < 0$. Do vậy áp dụng vào bài toán này ta có, để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì:

$$1 - 4m - (m^2 + (m+1)^2 + (2m-3)^2) < 0$$

$\Leftrightarrow 6m^2 - 6m + 9 > 0$ luôn lớn hơn 0, do đó với mọi m thì luôn thỏa mãn điều kiện.

Câu 47: Đáp án B.

Phân tích: Do ở đây nếu quý độc giả gọi vtcp của đường thẳng Δ khi đó chỉ có hai dữ kiện mà chỉ có hai phương trình nên không thể đặt như vậy được.

Gọi $H = d \cap \Delta \Rightarrow H(3+t; 3+3t; 2t)$, lúc này chỉ có một ẩn. Do $\Delta \parallel (P)$ nên $AH \perp \vec{n}_{(P)}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+2) \cdot 1 + (1+3t) \cdot 1 + (2t+1) \cdot (-1) = 0 \quad t = -1.$$

Khi đó $\vec{u}_\Delta = \overrightarrow{AH} = (1; -2; -1)$.

$$\text{Khi đó phương trình } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$$

Câu 48: Đáp án B.

Phân tích: Để đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) thì đường thẳng d không song song với mặt phẳng (P) .

$$\text{Khi đó } \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} \neq 0 \Leftrightarrow 8m + 2.2 - 3.4 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow m \neq 1$$

Câu 49: Đáp án A.

Phân tích: Ta có $I(1+t; -t; 2t)$. Mặt cầu tiếp xúc với hai mặt phẳng do đó $d(I; (P)) = d(I; (Q)) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|1+t+2t-2.2t+5|}{\sqrt{1+2^2+2^2}} = \frac{|2 \cdot (1+t) + t + 2.2t + 4|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}$$

$$\Leftrightarrow |-t+6| = |7t+6| \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=-2 \end{cases}$$

Với $t=0$ thì $I(1; 0; 0)$ và $R=2$, khi đó

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$$

Với $t=-2$ thì $I(-1; 2; -4)$ (không có phương trình thỏa mãn).

Câu 50: Đáp án A.

Phân tích: Ta thấy để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì vecto pháp tuyến của

mặt phẳng (P) song song với vecto chỉ phương của đường thẳng d .

$$\text{Khi đó thì } \frac{m}{1} = \frac{2m-1}{3} = \frac{2}{-2} \Rightarrow m = -1.$$



ĐỀ SỐ 7

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tồn tại các số thực $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (ac \neq 0, ad-bc \neq 0)$ luôn đơn điệu trên $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và $\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right)$.
 C. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ luôn có hai điểm cực trị.
 D. Cả ba mệnh đề trên đều đúng.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 2m)x^3 + mx^2 + 3x$ luôn đồng biến.

- A. $m \in (-\infty; 0)$ B. $m \in (-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$
 C. $m \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$ D. $m \in (1; 3]$

Câu 3: Cho hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{5-x}$. Hàm số đạt cực đại tại:

- A. $x = -1$ B. $x = 2$ C. $x = 5$ D. $x = 3$

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - (m+2)x + m$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Câu 5: Kết luận nào sau đây là sai?

- A. $\max\{\sin x, \cos x\} = \cos x$ khi $0 < x < \frac{\pi}{4}$.
 B. $\max\{\sin x, \cos x\} = \cos x$ khi $0 < x < \frac{\pi}{2}$.
 C. $\max\{\sin x, \cos x\} = \sin x$ khi $\frac{\pi}{4} < x < \pi$.
 D. $\min\{\sin x, \cos x\} = \cos x$ khi $\frac{\pi}{4} < x < \pi$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2}$. Kết luận nào sau đây là sai?

- A. $y_{CT} = 0$ khi $x = 0$. B. $f'(0) = 1$ và $f'(x) = 1, x \neq 0$.
 C. $\min y = 0$ khi $x = 0$. D. Hàm số liên tục với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 7: Tìm độ dài các cạnh của tam giác vuông ABC (vuông tại A) sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất, biết $AB + BC = a$.

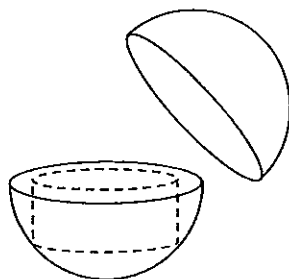
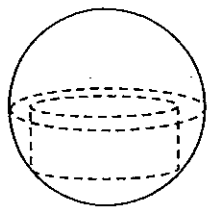
- A. $AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}; AC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $AB = \frac{a}{4}; BC = \frac{3a}{4}; AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
 C. $AB = \frac{a}{5}; BC = \frac{4a}{5}; AC = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ D. $AB = \frac{a}{6}; BC = \frac{5a}{6}; AC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 8: Tìm tiệm cận đứng (TCD) và tiệm cận ngang (TCN) của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 2}{(x-1)^2}$

- A. TCD: $x = 1$; TCN: $y = -1$. B. TCD: $x = 1$; TCN: $y = 1$.
 C. TCD: $x = 1$; TCN: $y = 2$. D. TCD: $x = 1$; TCN: $y = -2$.

Câu 9: Công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế là một khối cầu như viên ngọc trai khổng lồ, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng, như hình vẽ (hình ảnh chỉ mang tính chất minh họa). Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự

định để khối cầu có bán kính là $R = 3\sqrt{3} \text{ cm}$. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bì hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



A. $54\pi \text{ cm}^3$

B. $18\pi \text{ cm}^3$

C. $108\pi \text{ cm}^3$

D. $45\pi \text{ cm}^3$

Câu 10: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số (C): $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ và đường thẳng $y = x + 1$ là:

A. $(2; 2)$

B. $(2; -3)$

C. $(-1; 0)$

D. $(3; 1)$

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ (C). Gọi giao điểm của đồ thị hàm số (C) với đường thẳng $y = -x + m$ là

A, B. Tìm m để OAB tạo thành một tam giác thỏa mãn $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = 1$.

A. $\begin{cases} m=0 \\ m=2 \end{cases}$

B. $m=2$

C. $m=0$

D. $m=3$

Câu 12: Giải phương trình $\log_2(2x-3)^2 - 2\log_2 x = 4$

A. $x = \frac{1}{2}$

B. $x = -\frac{1}{2}$

C. $x = \frac{1}{4}$

D. $x = -\frac{1}{4}$

Câu 13: Tìm m để phương trình $4x^2 - 2x^{2+2} + 6 = m$ có đúng 3 nghiệm:

A. $2 < m < 3$

B. $m > 3$

C. $m = 2$

D. $m = 3$

Câu 14: Tìm đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x+2} \cdot \ln^2 x$.

A. $\frac{\ln^2 x}{2\sqrt{x+2}} + \frac{2\sqrt{x+2} \cdot \ln x}{x}$

B. $\frac{\ln^2 x}{2\sqrt{x+2}} - \frac{2\sqrt{x+2}}{x} \cdot \ln x$

C. $\frac{\ln^2 x}{2\sqrt{x+2}} + 2\sqrt{x+2} \cdot \ln x$

D. $\frac{\ln^2 x}{2\sqrt{x+2}} - 2\sqrt{x+2} \cdot \ln x$

Câu 15: Biểu thức $N = \sqrt[5]{\frac{b}{a} \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^2}}$ được viết dưới dạng $\left(\frac{a}{b}\right)^m$. Tìm m .

A. $m = \frac{9}{20}$

B. $m = \frac{-1}{15}$

C. $m = \frac{1}{15}$

D. $m = \frac{-11}{40}$

Câu 16: Công thức nào là sai trong các công thức sau (với các biểu thức trong các ý đều thỏa mãn điều kiện xác định):

A. $\log_a a^n = n$

B. $a^{\log_a N} = N$

C. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

D. $\log_a M = \beta \log_a M$

Câu 17: Số nghiệm phương trình $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$ là:

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Câu 18: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_7 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{2}(\log_7 a + \log_7 b)$

B. $\log_3 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$

C. $\log_3 \frac{a+b}{7} = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$

D. $\log_7 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{3}(\log_7 a + \log_7 b)$

Câu 19: Nếu $a = \log_{12} 6$, $b = \log_{12} 7$ thì $\log_2 7$ bằng:

A. $\frac{a}{b+1}$

B. $\frac{b}{1-a}$

C. $\frac{a}{b-1}$

D. $\frac{a}{a-1}$

Câu 20: Bà Tú Anh gửi 100 triệu vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kì hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì tiếp) với lãi suất 7% một năm. Hỏi sau 2 năm bà Tú Anh thu được lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 15 triệu đồng

B. 14,49 triệu đồng

C. 20 triệu đồng

D. 14,50 triệu đồng.

Câu 21: Tích các nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{\log_x 3x}{1 - \log_x 9}$ là:

A. $\frac{1}{3}$

B. -1

C. 1

D. 27

Câu 22: Hàm số $F(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $\frac{1}{\ln(x^2 + x + 1)}$

B. $\frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$

C. $\frac{2x+1}{\ln(x^2 + x + 1)}$

D. $\frac{1}{x^2 + x + 1}$

Câu 23: Hàm số $f(x) = (6x+1)^2$ có một nguyên hàm có dạng $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn điều kiện $F(-1) = 20$. Khi đó $(a+b+c+d)$ bằng:

A. 21

B. 20

C. 15

D. 46

Câu 24: Khi tính tích phân $\int_0^6 \ln(x+3)dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần ta được kết quả sau:

$\int_0^6 \ln(x+3)dx = [x \ln(x+3)]_0^6 - \int_0^6 f(x)dx$. Hỏi $f(x)$ bằng biểu thức nào dưới đây:

A. x

B. x^2

C. $\frac{x}{x+3}$

D. $\frac{1}{x+3}$

Câu 25: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = e^x$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay quanh trục Ox .

A. $\pi(e^2 - 1)$

B. $\pi(e - 1)$

C. $\frac{\pi}{2}(e^2 - 1)$

D. $\frac{\pi}{2}(e - 1)$

Câu 26: Nếu diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = mx$ ($m > 0$) bằng $\frac{4}{3}$ đvdt thì m bằng:

A. 4

B. 2

C. 3

D. Đáp án khác.

Câu 27: Tính thể tích của vật thể khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ và trục Ox quanh trục Ox .

A. $\frac{32}{3}\pi$ đvtt

B. $\frac{35}{2}\pi$ đvtt

C. $\frac{32}{3}$ đvtt

D. 4π đvtt

Câu 28: Khi tính tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 2x}$ bằng phương pháp đổi biến số $x - 1 = \sin t$ ta được tích phân nào dưới đây?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\cos t}$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sin t}$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-dt}{\cos t}$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-dt}{\sin t}$

Câu 29: Nghịch đảo của số phức $(3+4i)$ là số phức nào dưới đây?

A. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$

B. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$

C. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

D. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

Câu 30: Cho hai số phức z, z' thỏa mãn $z \cdot \bar{z}' + \bar{z} \cdot z' = 6$. Phần thực của số phức $z \cdot \bar{z}'$ là:

A. không tính được.

B. 3

C. 6

D. 5

Câu 31: Cho phương trình $z^2 + (3-i)z - 10 + 2i = 0$. Nếu 2 là một nghiệm của phương trình thì nghiệm còn lại bằng bao nhiêu?

A. $1-i$

B. $-5+i$

C. $-8+2i$

D. $1+2i$

Câu 32: Cho $z = (1-i)^7$. Điểm biểu diễn của z nằm trong góc phần tư nào của hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng?

A. Góc phần tư I.

B. Góc phần tư II.

C. Góc phần tư III.

D. Góc phần tư IV.

Câu 33: Cho biết $\bar{z} = 4$, tập hợp các điểm biểu diễn của z có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 4 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 16 = 0$

C. $x - 2y - 3 = 0$

D. $x + 2y - 3 = 0$

Câu 34: Số phức $(1+i)^5$ viết dưới dạng $x+yi$ bằng:

A. $-4+4i$

B. $-4-4i$

C. $4+4i$

D. $4-4i$

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Thể tích của hình chóp $OA'B'C'D'$ là:

A. $\frac{V}{6}$

B. $\frac{V}{4}$

C. $\frac{V}{3}$

D. Không đủ điều kiện để tính thể tích.

Câu 36: Giao tuyến của mặt nón tròn xoay với một mặt phẳng bất kì có thể là:

A. một đường cô nic (ở đây là đường tròn, elip, parabol).

B. một điểm.

C. một đường thẳng.

D. Tất cả các trường hợp trên.

Câu 37: Đường sinh tạo nên mặt xung quanh của một hình trụ tròn xoay là:

A. Đường thẳng

B. Đoạn thẳng

C. Đường gấp khúc.

D. Không phải những đường trên.

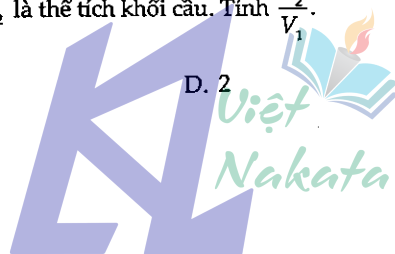
Câu 38: Một mặt cầu gọi là nội tiếp bên trong hình trụ khi mặt cầu đó tiếp xúc với tất cả các đường sinh và cả hai mặt đáy của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích khối trụ, V_2 là thể tích khối cầu. Tính $\frac{V_2}{V_1}$.

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

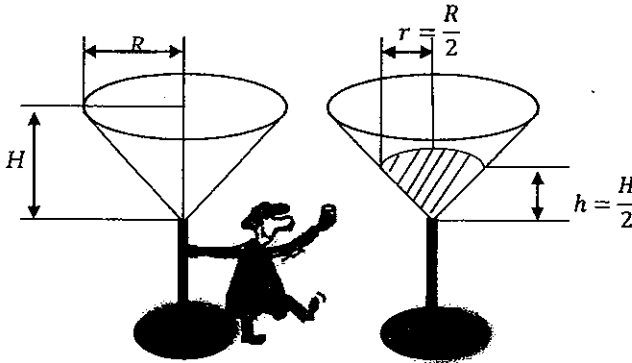
D. 2



Câu 39: Cho tam giác ABC đều cạnh a nội tiếp trong đường tròn tâm O có đường kính AD . Trên đường vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại D ta lấy điểm S với $SD = \frac{2a}{3}$. Diện tích xung quanh của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ là:

- A. $4\pi a^2$ B. $8\pi a^2$ C. $\frac{16}{9}\pi a^2$ D. $6\pi a^2$

Câu 40: Một chiếc cốc dạng hình nón, chứa đầy rượu như hình vẽ. Do cụ Bá có tư lượng kém nên cụ uống một lượng rượu nên "chiều cao" của rượu còn lại trong bằng một nửa chiều cao ban đầu. Hỏi cụ đã uống bao nhiêu phần trong cốc?



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và đường cao $SA = 2a$. Một mặt phẳng vuông góc với SA tại trung điểm M của SA cắt SB, SC, SD lần lượt tại N, P, Q . Xét hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp $MNPQ$ và đường sinh MA thì thể tích khối trụ này có giá trị là:

- A. $\frac{\pi a^3}{4}$ B. $\frac{\pi a^3}{8}$ C. πa^3 D. $\frac{\pi a^3}{2}$

Câu 42: Tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh huyền $BC = a\sqrt{2}$ quay quanh cạnh góc vuông AB sinh ra hình nón có diện tích xung quanh bằng:

- A. πa^2 B. $3\pi a^2$ C. $2\pi a^2$ D. $\pi a^2\sqrt{2}$

Câu 43: Cho bốn điểm $M(1;2;3), N(-1;0;4), P(2;-3;1)$ và $Q(2;1;2)$. Cặp vectơ cùng phương là:

- A. không tồn tại. B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PQ}$
C. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{NQ}$ D. $\overrightarrow{MQ}$ và $\overrightarrow{NP}$

Câu 44: Cho $\vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (0; 1; 0)$. Tọa độ vectơ $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là:

- A. $(-1; 0; 1)$ B. $(1; 0; -1)$ C. $(0; -1; 1)$ D. $(0; -1; 1)$

Câu 45: Cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ lần lượt có phương trình:

$$(\alpha): 2x + 4y - 6z - 5 = 0; (\beta): x + 2y - 3z = 0$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (β) đi qua A và song song với (α) .
B. (β) không qua A và không song song với (α) .
C. (β) đi qua A và không song song với (α) .



D. (β) không qua A và song song với (α) .

Câu 46: Mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-2), B(2;-1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $3x-2y+z+1=0$ có phương trình là:

A. $4x+5y-z-2=0$

B. $9x-3y-7z-14=0$

C. $5x+7y-z-3=0$

D. Đáp án khác.

Câu 47: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ cắt hai mặt phẳng $(P_1): x+2y+z-2=0$ và $(P_2): 2x+7y-3z+6=0$ theo các đường tròn giao tuyến với bán kính là r_1 và r_2 . Khi đó:

A. $r_1 = 2r_2$

B. $r_2 = 2r_1$

C. $r_1 + r_2 = 6$

D. $r_1 = r_2$

Câu 48: Cho $d: \begin{cases} x=2 \\ y=2t-m \\ z=t+n \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2mx-y+mz-n=0$. Biết d nằm trong mặt phẳng (P) , khi đó $m+n$ bằng:

A. -8

B. 12

C. 8

D. -12

Câu 49: Cho các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$, với $abc \neq 0$. Khoảng cách từ O tới mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

B. $\frac{|abc|}{\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}}$

C. $\frac{ab}{c}$

D. $\sqrt{ab+bc+ca}$

Câu 50: Cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (C) có tâm I và bán kính R . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (C) tại điểm E thì mọi đường thẳng đi qua E đều là tiếp tuyến của (C) .

B. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (C) thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều là tiếp tuyến của (C) .

C. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (C) thì khoảng cách từ tâm I đến điểm M tùy ý thuộc (P) bé hơn bán kính R .

D. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (C) tại điểm E thì mặt phẳng nào vuông góc với (P) đi qua E đều đi qua tâm I .



ĐÁP ÁN

1B	2C	3B	4B	5B	6B	7A	8B	9A	10C
11B	12A	13D	14A	15B	16D	17A	18B	19B	20B
21C	22B	23D	24C	25C	26B	27A	28C	29A	30B
31B	32A	33A	34B	35C	36D	37B	38A	39C	40C
41B	42D	43D	44A	45A	46D	47D	48A	49B	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Phân tích: ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một
 Với A: Ta thấy đồ thị hàm trùng phương bậc bốn mà ta đã học trong chương trình lớp 12 luôn có ít nhất một điểm cực trị nghỉ là luôn có khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến, do đó A sai.

Với B: Nhận xét: với hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất thì có đạo hàm: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ luôn lớn hơn hoặc nhỏ hơn 0, do vậy luôn đơn điệu trên $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và $\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right)$, đây là mệnh đề đúng.

Ta không cần xét đến mệnh đề C và D nữa.

Câu 2: Đáp án C

Phân tích: Ta xét $y' = (m^2 - 2m)x^2 + 2mx + 3$

Với $m=0$ thì $y'=3>0$ do đó hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với $m=2$ thì $y'=4x+3$ (loại)

Với $m \neq 0; 2$ thì hàm số đã cho là hàm bậc ba, để hàm số luôn đồng biến thì $y' \geq 0$ với mọi x (dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm).

$$\text{Khi và chỉ khi } \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ \Delta' = m^2 - 3(m^2 - 2m) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \\ -2m^2 + 6m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \\ m \geq 3 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Kết hợp lại ta được $m \in (-\infty; 0] \cup [-3; +\infty)$.

Câu 3: Đáp án B.

Phân tích: điều kiện: $-1 \leq x \leq 5$

Xét phương trình y' không xác định tại

$$x = -1; x = 5$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = 2 \text{ (TM)}$$

Ta có BBT:

x	-1	2	5		
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$					

Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.

Trên đây là cách làm thông thường, lúc làm bài trắc nghiệm quý độc giả không cần vẽ bảng biến thiên mà chỉ cần so sánh các giá trị và kết luận cực đại cực tiểu thôi.

Câu 4: Đáp án B

Phân tích: ta có kiến thức đã được học trong sách giáo khoa như sau:

Theo định lý 2 sách giáo khoa Giải tích cơ bản trang 16 như sau:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khi đó:

a, Nếu $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

b, Nếu $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 1^2 - (m+2) = 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$$

Câu 5: Đáp án B.

Phân tích: Xét hàm số $f(x) = \sin x - \cos x$. Ta sẽ xét dấu hàm số trên $(0; \pi)$

$$\text{Ta có } \sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \left(\pi - x - \frac{\pi}{2}\right) + k2\pi \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$f(x)$	-	0	+	+

Nhìn vào bảng xét dấu ta thấy trong khoảng

$$\left(0; \frac{\pi}{4}\right) \text{ thì } \sin x < \cos x$$

do đó $\max\{\sin x, \cos x\} = \cos x$ nên A đúng. Từ đây ta có thể suy ra B sai.

Câu 6: Đáp án B.

Phân tích: Ta xét từng mệnh đề một.

Ta có $f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$. Nhận xét không tồn

tại đạo hàm của hàm số tại $x=0$ mà $f(x)$ vẫn đạt cực tiểu tại $x=0$, do đó ta chọn B

Câu 7: Đáp án A.

Gọi độ dài cạnh $AB=x$ với $x \in \left(0; \frac{a}{2}\right)$. Khi đó

$$BC=a-x$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } AC &= \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a-x)^2 - x^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 2ax} \end{aligned}$$

$$S(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - 2ax}$$

$$S'(x) = \frac{a(a-3x)}{2\sqrt{a^2 - 2ax}}$$

$$S'(x)=0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}. \text{ Vẽ BBT thì thấy } S\left(\frac{a}{3}\right) = \frac{a^2}{6\sqrt{3}}$$

là GTLN của $S(x)$ trên $\left(0; \frac{a}{2}\right)$.

Câu 8: Đáp án B

Phân tích: Ta có

Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty.$$

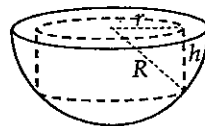
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 2}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} = 1 \Rightarrow \text{đồ}$$

thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 9: Đáp án A.

Phân tích: Đây là một bài toán thực tế dựa trên ứng dụng: khối trụ nội tiếp nửa khối cầu. Ta có mặt cắt của nửa khối cầu đựng nữ phẩm với các kích thước được thể hiện trong hình vẽ sau:



Ý tưởng của bài toán này dựa trên kiến thức chúng ta đã học là tìm GTLN-GTNN của hàm số một biến trên 1 khoảng (đoạn). Ở đây có hai biến đó là r và h . Do đó ta sẽ tìm cách để đưa về một biến, đưa biến này theo biến kia. Ở đây tôi sẽ đưa r theo h .

Ta nhận thấy theo định lý Pytago thì

$$r^2 = R^2 - h^2$$

Khi đó

$$V_{\max} = B.h = \pi r^2 h = \pi(R^2 - h^2)h = \pi(-h^3 + R^2 h)$$

Để thể tích khối trụ lớn nhất thì

$$f(h) = -h^3 + R^2 h \text{ có GTLN trên } (0; R).$$

$$f'(h) = -3h^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{R}{\sqrt{3}} = 3$$

Ta có BBT (dĩ nhiên trong khi làm bài thi trắc nghiệm, quý độc giả không nhất thiết phải vẽ BBT làm gì. Tuy nhiên tôi vẫn vẽ ở đây để giải thích rõ cho quý độc giả hiểu.

h	0	$\frac{R}{\sqrt{3}}$	R
$f(h)$		+	-
$f(h)$		$f\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)$	

$$\text{Mà } f\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right) = f(3) = -3^3 + (3\sqrt{3})^2 \cdot 3 = 54.$$

Vậy $V_{\max} = 54\pi$. Đáp án A.

Câu 10: Đáp án C.

Phân tích: điều kiện: $x \neq 2$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d:

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2} = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 2) \\ \Leftrightarrow -2x - 3 = -x - 2 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow A(-1; 0).$$

Câu 11: Đáp án B.

Phân tích:

Điều kiện: $x \neq 1$

Để tìm được tọa độ 2 điểm A, B ta đi xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

Gợi ý cho quý độc giả một mẹo nhỏ như sau:

Vì đây là bài toán đề bài cho điều kiện như vậy thì chắc chắn sẽ có hai giao điểm rồi nên quý độc giả không nhất thiết phải mất công đi tìm xem có giao tại hai điểm phân biệt hay không như tự luận.

Ta giả sử như sau: $A(x_1; -x_1 + m); B(x_2; -x_2 + m)$

$$\text{Ta có } OA = \sqrt{x_1^2 + (-x_1 + m)^2};$$

$$OB = \sqrt{x_2^2 + (-x_2 + m)^2}$$

Để tìm được biểu thức giữa $x_1; x_2$ và m thì ta cần xét đến phương trình hoành độ giao điểm như sau:

Với $x \neq 1$ thì phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x-2}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m - 2 = 0(*)$$

Nhiều bạn sẽ áp dụng định lý Viet rồi sau đó thế vào phương trình tìm m . Đây là cách làm truyền thống khi ta học tự luận. Tuy nhiên ở đây nếu để ý ta sẽ thấy phương trình (*) sẽ

thỏa mãn với cả x_1 và x_2 . Vậy

$$x_1^2 - mx_1 + m - 2 = x_2^2 - mx_2 + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - mx_1 = x_2^2 - mx_2 = 2 - m(**)$$

Nhìn vào biểu thức OA ta thấy:

$$x_1^2 + (-x_1 + m)^2 = 2x_1^2 - 2mx_1 + m^2 \\ = 2(x_1^2 - mx_1) + m^2$$

Đến đây ta đã nhận ra điều gì chưa, nếu thay đẳng thức (**) vào thì ta sẽ được

$$OA = \sqrt{2(2 - m) + m^2} = \sqrt{m^2 - 2m + 4}$$

Tương tự ta có $OB = \sqrt{m^2 - 2m + 4}$

$$\text{Khi đó } 1 = \frac{2}{\sqrt{m^2 - 2m + 4}} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

Đến đây có thể nhiều quý độc giả khoanh luôn đáp án A. Tuy nhiên nếu chú ý ta sẽ thấy đề cho tạo thành tam giác nên ta cần thử xem với các giá trị m đó 3 điểm O, A, B có thẳng hàng hay không? Và ta loại được $m = 0$. Vậy đáp án của chúng ta là B.

Câu 12: Đáp án A.

Phân tích: Đây là phương trình logarit cơ bản, quý độc giả có thể nhập biểu thức vào máy tính rồi thử nghiệm rất nhanh, tuy nhiên, dưới đây tôi xin giới thiệu cách tư duy giải như sau:

$$\text{Điều kiện: } x \neq \frac{3}{2}; x > 0$$



$$\log_2(2x-3)^2 - 2\log_2 x = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{2x-3}{x} \right)^2 = \log_2 16 \Leftrightarrow (2x-3)^2 = 16x^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{-3}{2} \end{cases} (l)$$

Câu 13: Đáp án D.

Phân tích: ta sẽ tìm cách đặt ẩn, đưa VT về dạng hàm số bậc hai một ẩn. Sau đó vẽ BBT và kết luận giá trị của m .

$pt \Leftrightarrow 2^{2x^2} - 4 \cdot 2^x + 6 = m$. Đặt $2^x = t (t \geq 1)$. Tìm được điều kiện $t \geq 1$ do $x^2 \geq 0$ nên $2^{x^2} \geq 2^0 = 1$

Xét phương trình $t^2 - 4t + 6 = m$ (1). Nhận xét rằng với mỗi giá trị của $t > 1$ ta có hai giá trị của x , để phương trình có đúng ba nghiệm thì phương trình (1) có một nghiệm $t=1$ và một nghiệm $t > 1$. Khi đó $m=3$ (thỏa mãn).

Câu 14: Đáp án A.

Phân tích: Ta có $f'(x) = (\sqrt{x+2} \cdot \ln^2 x)'$

$$= (\sqrt{x+2})' \cdot \ln^2 x + \sqrt{x+2} \cdot (\ln^2 x)'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \cdot \ln^2 x + \sqrt{x+2} \cdot \frac{2}{x} \cdot \ln x$$

$$= \frac{\ln^2 x}{2\sqrt{x+2}} + \frac{2\sqrt{x+2} \cdot \ln x}{x}$$

Câu 15: Đáp án B.

Phân tích: Ta có

$$N = \sqrt[5]{\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}}} = \left[\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{15}}$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{15}}$$

Câu 16: Đáp án D.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một: Để xác định được A, B đúng.

Với C ta có $\log_a b \cdot \log_b c = \frac{\log_b c}{\log_b a} = \log_a c$. Vậy C

đúng, ta chọn D.

Câu 17: Đáp án A.

Phân tích: Điều kiện: $x > 0$

Đặt $\log x = t$ khi đó phương trình trở thành:

$$\frac{1}{5-t} + \frac{2}{1+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{1+t+10-2t}{(5-t)(1+t)} = 1$$

$$\Leftrightarrow 11-t+(t-5)(t+1)=0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t - 5 + 11 - t = 0 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=3 \end{cases}. \text{ Vậy phương trình đã cho có hai}$$

nghiệm.

Câu 18: Đáp án B

Phân tích: Ta có $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$.

lấy logarit cơ số 3 hai vế ta được:

$$\log_3(a+b)^2 = \log_3(9ab)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3 \frac{a+b}{3} = \log_3 a + \log_3 b$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$$

Câu 19: Đáp án B

Phân tích: Dưới đây là cách suy luận nhanh:

Ta có

$$\log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{b}{\log_{12} \frac{12}{6}} = \frac{b}{\log_{12} 2 - \log_{12} 6}$$

$$= \frac{b}{1-a}$$

Thực chất với bài toán này, suy luận nhanh hơn bấm máy tính và thử.

Câu 20: Đáp án B.

Phân tích: Do bà tiếp tục gửi lãi vào rồi tính lãi tiếp:

Sau năm thứ nhất, số tiền trong tài khoản của bà

$$\text{là: } A \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right) = 100 \left(1 + \frac{7}{100}\right)$$

Sau năm thứ hai số tiền lãi bà nhận được là:

$$100 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 - 100 = 14,49 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 21: Đáp án C.

Phân tích: Điều kiện: $0 < x \neq 1; x \neq 9$



Khi đó ta có: $\log_3 x = \frac{\log_3 3 + \log_3 x}{1 - 2\log_3 3}$

$$\Leftrightarrow \log_3 x = \frac{\frac{1}{\log_3 x} + 1}{1 - 2 \cdot \frac{1}{\log_3 x}} \Leftrightarrow \log_3 x = \frac{\log_3 x + 1}{\log_3 x - 2}$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 3\log_3 x - 1 = 0$$

Đến đây ta không nhất thiết phải giải phương trình ra mà ta áp dụng Viet luôn.

Khi đó

$$\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_3 x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 1.$$

Câu 22: Đáp án B

Phân tích: Do hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên

$$f(x) = F'(x) = (\ln(x^2 + x + 1))' = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

Chú ý: Ở đây ta dùng công thức đạo hàm hàm

$$\text{hợp } (\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

Câu 23: Đáp án D.

Phân tích: Do ta có tính chất sau:

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên K .

Do vậy công việc của chúng ta là đi tìm hằng số C thỏa mãn $f(-1) = 20$. Vậy ta có:

$$\int (6x+1)^2 dx = \int (36x^2 + 12x + 1) dx = 12x^3 + 6x^2 + x + C$$

Mặt khác

$$F(-1) = 20 \Leftrightarrow -12 + 6 - 1 + C = 20 \Leftrightarrow C = 27.$$

$$\text{Vậy } F(x) = 12x^3 + 6x^2 + x + 27.$$

$$a + b + c + d = 46.$$

Câu 24: Đáp án C.

Phân tích: Ta có khi làm tích phân từng phần ở bài toán này ta đặt:

$$\ln(x+3) = u \Rightarrow du = \frac{1}{x+3} dx; vdu = dx \Rightarrow v = x.$$

$$\text{Vậy khi đó } I = uv \Big|_a^b - \int_a^b vdu. \text{ Do vậy } f(x) = \frac{x}{x+3}.$$

Câu 25: Đáp án C

Phân tích: Ta có thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình (H) được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2} (e^2 - 1).$$

Câu 26: Đáp án B.

Phân tích: Xét phương trình hoành độ giao

$$\text{điểm } x^2 = mx \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \end{cases}$$

Ta có công thức tính diện tích hình phẳng:

$$S = \int_0^m |x^2 - mx| dx = \frac{4}{3}. \text{ Với } x \in [0; m] \text{ thì } f(x) \leq 0$$

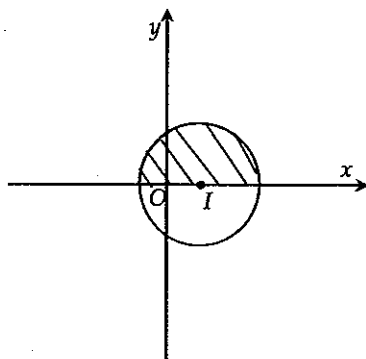
(áp dụng quy tắc xét dấu tam thức bậc hai "trong trái ngoài cùng"). Khi đó

$$S = \int_0^m (mx - x^2) dx = \left(\frac{m}{2} x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^m = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m}{2} \cdot m^2 - \frac{m^3}{3} - 0 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 27: Đáp án A

Phân tích: Để ý kĩ ta thấy đồ thị hàm số (C) là đồ thị của một đường tròn có tâm $I(1;0)$ bán kính $R = 2$ như hình vẽ sau:



Do vậy hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) với trục Ox là nửa đường tròn tâm I . Khi quay quanh trục Ox sẽ tạo ra một khối cầu tâm I bán kính $R = 2$. Khi đó $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 2^3 \pi = \frac{32}{3} \pi$ đvtt.

Câu 28: Đáp án C.

Phân tích: Ta có khi đặt

$$x - 1 = \sin t \Leftrightarrow dx = \cos t dt. \text{ Đổi cận:}$$



x	1	2
t	0	$\frac{\pi}{2}$

$$\text{Vậy } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\sin^2 t - 1} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{-\cos^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-dt}{\cos t}.$$

Câu 29: Đáp án A.

Phân tích: Ta có nghịch đảo của số phức được

$$\text{tính: } \frac{1}{3+4i} = \frac{3-4i}{(3-4i)(3+4i)} = \frac{3-4i}{9-(4i)^2} = \frac{3-4i}{25}.$$

Câu 30: Đáp án B.

Phân tích: Do đề yêu cầu tìm phần thực của số phức z nên ta sẽ đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$);

$$z' = x' + iy' \quad (x', y' \in \mathbb{R}). \text{ Khi đó}$$

$$z \cdot \bar{z}' + \bar{z} \cdot z' = 6 \Leftrightarrow (x + iy)(x' - iy') + (x - iy)(x' + iy') = 6$$

$$\Leftrightarrow (xx' + yy' + i(xy' - xy')) + (xx' + yy' + i(xy' - x'y)) = 6$$

$$\Leftrightarrow 2(xx' + yy') = 6 \Leftrightarrow xx' + yy' = 3. \text{ Mà } xx' + yy'$$

là phần thực của số phức $z \cdot \bar{z}'$ do đó ta chọn B.

Câu 31: Đáp án B.

Phân tích: Ta chuyển máy tính sang chế độ tính toán với số phức, nhập $X^2 + (3-i)X - 10 + 2i$.

Sau đó ấn CALC để thử các giá trị của đáp án.

Khi đó ta thấy $-5 + i$ là nghiệm của phương trình

Câu 32: Đáp án A.

Phân tích: Ta sẽ đi biểu diễn z dưới dạng $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) để tìm điểm biểu diễn số phức z .

$$\text{Ta có } z = (1-i)^7 = 8 + 8i \text{ (bấm máy tính dưới}$$

chế độ tính toán với số phức **MODE**

2:CMPLX)

Khi đó $M(8;8)$ là điểm biểu diễn số phức

$$z = (1+i)^7. \text{ Do } M \text{ nằm trong góc phần tư thứ I)}$$

Câu 33: Đáp án A.

Phân tích: Ta có $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - iy$, khi đó $z \cdot \bar{z} = (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2 = 4$. Vậy ta chọn A

Câu 34: Đáp án B.

Phân tích: Bài toán này đề đơn giản hóa thời gian ta cũng sử dụng máy tính như sau:

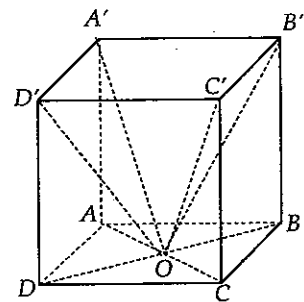
Chọn **MODE** 2 để máy chuyển sang chế độ tính

toán bằng số phức. Sau đó nhập $(1+i)^5 = ta$

được kết quả là $-4 - 4i \Rightarrow$ chọn B

Câu 35: Đáp án C

Phân tích: Ta có hình vẽ sau:



$$\text{Do đó ta thấy } V_{O.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot a S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{3} a^3 = \frac{V}{3}.$$

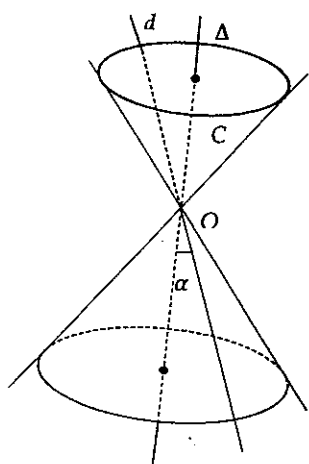
Câu 36: Đáp án D.

Phân tích:

* Ta có nếu cắt mặt nón tròn xoay đỉnh O bởi mặt phẳng đi qua đỉnh O, ta có các trường hợp sau:

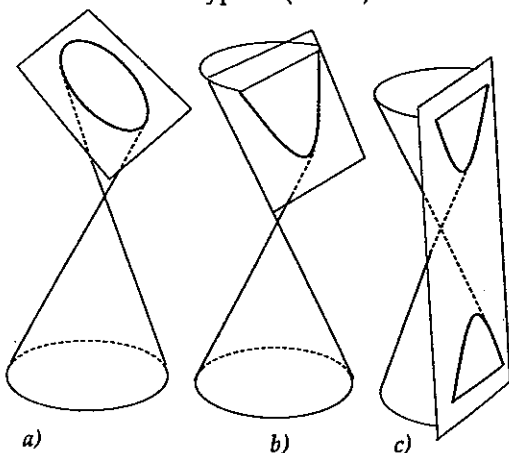
- Mặt phẳng cắt mặt nón qua hai đường sinh.
- Mặt phẳng tiếp xúc với mặt nón theo một đường sinh.
- Mặt phẳng chỉ có một điểm O chung duy nhất với mặt nón, ngoài ra không có một điểm chung nào khác.





* Nếu cắt mặt nón trong xoay bởi mặt phẳng (R) không qua đỉnh O thì ta có ba trường hợp sau đây:

- Nếu mặt phẳng (R) cắt mọi đường sinh của hình nón ta được giao tuyến là một elip (hoặc đặc biệt là một hình tròn) (hình a)
- Nếu mặt phẳng (R) song song với chỉ một đường sinh của hình nón ta được giao tuyến là một parabol. (hình b)
- Nếu mặt phẳng (R) song song với hai đường sinh phân biệt của mặt nón ta được giao tuyến là hai nhánh của hypebol (hình c)

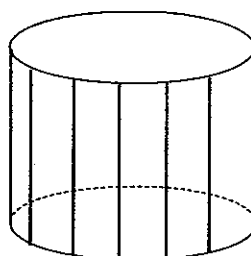


Các đường elip, hypebol, parabol thường được gọi là ba đường conic.

Từ các lí thuyết trên ta chọn D.

Câu 37: Đáp án B.

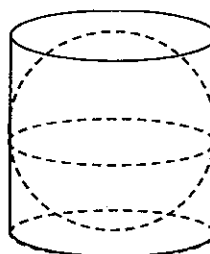
Ta có hình trụ như sau.



Đường thẳng đậm hơn chính là đường sinh của một hình trụ. Có giới hạn là các điểm nằm trên đường tròn đáy, do đó các đường sinh tạo nên mặt xung quanh của hình trụ tròn xoay là các đoạn thẳng.

Câu 38: Đáp án A.

Phân tích:



Ta có nhìn hình vẽ ta thấy khối cầu có đường kính bằng đường kính của hai đường tròn đáy, và cũng bằng chiều cao của hình trụ.

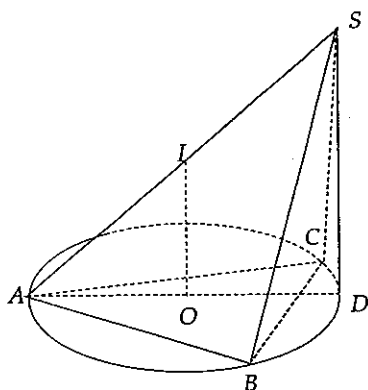
Vậy ta có $V_1 = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$; $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3$. Khi

$$\text{đó } \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}.$$

Câu 39: Đáp án C

Phân tích:





Ta có hình vẽ như trên. Để tìm được diện tích xung quanh của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ ta đi tìm tâm và bán kính của mặt cầu. Do tam giác đáy ABC nội tiếp đường tròn đường kính AD do vậy trung điểm O của AD chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tam giác đáy ABC . Từ O kẻ OI vuông góc với mặt phẳng (ABC) (với I thuộc SA). Khi đó OI chính là trục đường tròn của tam giác đáy ABC .

Ta nhận thấy OI chính là đường trung bình của tam giác SAD . Khi đó I là trung điểm của SA . Vậy đường trung trực của SA cắt IO tại I . Do đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$. Khi đó IA chính là bán kính đáy của mặt cầu. Công việc của chúng ta là đi tìm độ dài SA (do $AI = \frac{SA}{2}$)

Vì AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC nên

$$AD = 2.OA = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \text{ Tam giác } SAD$$

vuông tại D nên theo định lý Pytago ta có:

$$SA^2 = \sqrt{SD^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2} = \frac{4a}{3}.$$

$$\Rightarrow IA = \frac{2a}{3}$$

Khi đó diện tích xung quanh của khối cầu được tính bằng: $S = 4\pi R^2 = \frac{16}{9}\pi a^2$.

Câu 40: Đáp án C.

Phân tích: Ta thấy như hình vẽ thì lượng rượu còn lại trong cốc của cụ bá là

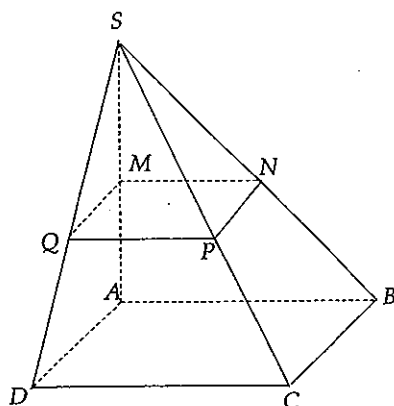
$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{24} \pi h R^2.$$

$$\text{Mặt khác thể tích cốc ban đầu là } V = \frac{1}{3} \pi h R^2.$$

Khi đó lượng rượu còn lại so với lượng ban đầu là: $\frac{V_2}{V} = \frac{1}{24} : \frac{1}{3} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_1 = \frac{7}{8} V$ (V_1 là lượng rượu đã uống).

Câu 41: Đáp án B

Phân tích:



Ta có do mặt phẳng $MNPQ$ vuông góc với SA nên $MNPQ$ song song với mặt phẳng $ABCD$. Mặt khác M là trung điểm của SA nên MN, MQ, QP, PN lần lượt là đường trung bình của các tam giác SAB, SAD, SDC, SBC . Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình vuông có cạnh là $\frac{a}{2}$. Do đó

đường tròn ngoại tiếp hình vuông có đường kính bằng độ dài đường chéo MP của hình vuông $MNPQ$, do đó $R = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích của khối trụ cần tính là:

$$V = \pi R^2 \cdot MA = \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 \cdot a = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 42: Đáp án D.

Phân tích: Đây là bài toán khá quen thuộc. Khi quay tam giác quanh cạnh góc vuông AB thì AB chính là đường cao của hình nón, AC là bán kính đáy của hình nón, và BC là đường sinh của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón được tính bằng công thức

$$S = \pi Rl = \pi a \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}.$$

Câu 43: Đáp án D

Phân tích: Ta lần lượt xét từng đáp án một:

Với B: $\overrightarrow{MN} = (-2; -2; 1); \overrightarrow{PQ} = (0; 4; 1)$ hai vectơ không cùng phương, do đó B sai.

Với C: $\overrightarrow{MP} = (1; -5; -2); \overrightarrow{NQ} = (3; 1; -2)$ hai vectơ không cùng phương, do đó C sai.

Với D: $\overrightarrow{MQ} = (1; -1; -1); \overrightarrow{NP} = (3; -3; -3)$ có

$$\frac{1}{3} = -\frac{1}{-3} = \frac{-1}{-3} \text{ do đó ta chọn D.}$$

Câu 44: Đáp án A.

Phân tích: cách tìm tích có hướng của hai vectơ trong không gian bằng máy tính tôi đã giới thiệu cho quý độc giả ở các đề trước, nên ở đề này tôi sẽ không trình bày, và kết quả là $(-1; 0; 1)$.

Câu 45: Đáp án A.

Phân tích: Trước tiên ta có thể nhận thấy rõ

$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$ nên hai mặt phẳng này song song với nhau, ta có thể loại B và C.

Tiếp theo ta có: $A(-1; 2; 1)$ thay vào phương trình (α) ta được:

$$(-1) + 2.2 - 3.1 = 0 \text{ do đó } A \text{ thuộc mặt phẳng } (\beta) \text{ nên ta chọn A.}$$

Câu 46: Đáp án D

Phân tích: Gọi $\vec{n}_p$ là vtpt của mặt phẳng (P) .

Do (P) vuông góc với mặt phẳng đã cho nên $\vec{n}_p$ vuông góc với $\vec{n}$ là vtpt của mặt phẳng đã cho. Mặt khác (P) chứa hai điểm

$A(0; 0; -2), B(2; -1; 1)$ nên $\vec{n}_p$ vuông góc với $\overrightarrow{AB}$.

Nên vtpt của (P) được tính bằng công thức:

$$\vec{n}_p = [\vec{n}, \overrightarrow{AB}] = (-5; -7; 1), \text{ đến đây nhiều độc giả}$$

có thể chọn luôn C, tuy nhiên do có phương án là đáp án khác nên quý độc giả phải thử xem mặt phẳng có đi qua A, B không. Do đó thử lại ta thấy không đi qua nên ta chọn D.

Câu 47: Đáp án D

Phân tích: Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 2)$, bán kính $R = 4$.

$$\text{Ta có } d(I; (P_1)) = \frac{|0 + 2.0 + 2 - 2|}{\sqrt{1 + 2^2 + 1}} = 0 \Rightarrow r_1 = R = 4$$

$$d(I; (P_2)) = \frac{|2.0 + 7.0 - 3.2 + 6|}{\sqrt{2^2 + 7^2 + (-3)^2}} = 0 \Rightarrow r_2 = R = 4$$

Vậy ta chọn D.

Câu 48: Đáp án A.

Phân tích: Lấy $M(2; -m; n), N(2; 2 - m; 1 + n) \in d$

khi đó $M, N \in (P)$. Ta có hệ:

$$\begin{cases} 2m.2 - (-m) + mn - n = 0 \\ 2m.2 - (2 - m) + m(1 + n) - n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m + mn - n = 0 \\ 6m + mn - n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -10 \end{cases} \text{ . Vậy}$$

$$m + n = -8.$$

Câu 49: Đáp án B.

Phân tích: Nhận xét mặt phẳng (ABC) có

$$\text{phương trình } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1. \text{ (tương tự như cách}$$

viết phương trình đoạn chắn, thì đây là mặt phẳng cắt các trục tọa độ.)

Do đó

$$d(O; (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{|abc|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Câu 50: Đáp án D.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một:

Với A: Nếu đường thẳng đi qua E mà cắt mặt cầu thì rõ ràng không phải tiếp tuyến của mặt cầu (C) .

Với B: Ta có đây là mệnh đề sai do nếu đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) nếu không đi qua E thì không phải là tiếp tuyến của (C) .

Với C: Ta thấy rõ ràng mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (C) thì khoảng cách từ tâm I đến điểm M tùy ý trên (P) đều lớn hơn hoặc bằng bán kính R.

Vậy ta chọn D.

ĐỀ SỐ 8

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x-1}$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để trên đồ thị (C_m) có hai điểm P, Q cách đều hai điểm $A(-3;4), B(3;-2)$ và diện tích tứ giác $APBQ$ bằng 24.

- A. $\begin{cases} m=-2 \\ m=2 \end{cases}$ B. $m=2$ C. $m=-2$ D. không có m thỏa mãn.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và các điểm $M \in (C)$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận bằng 4. Hỏi có mấy điểm M thỏa mãn.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $(C): y = x^4 - 6x^2 + 2$. Tìm nhận xét **không đúng** trong các nhận xét sau:

- A. Đồ thị hàm số luôn có ba điểm cực trị phân biệt không thẳng hàng.
B. Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
D. Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua điểm $A(0;2)$.

Câu 4: Tìm m để hàm số: $y = (m+1)x^3 - 3(m+1)x^2 + 2mx + 4$ đồng biến trên khoảng có độ dài không nhỏ hơn 1.

- A. $m \in (-9; -1)$ B. $m \in (-\infty; -9] \cup (-1; +\infty)$
C. $m \in (-\infty; -9]$ D. $m \in (-\infty; -9) \cup (-1; +\infty)$

Câu 5: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$. Khi đó mệnh đề nào sau đây **không đúng**:

- A. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 .
B. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .
C. Để hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì hàm số $f(x)$ phải có đạo hàm tại x_0 .
D. Hàm số $f(x)$ vẫn có thể đạt cực trị tại x_0 nếu không tồn tại đạo hàm tại x_0 .

Câu 6: Gọi a là chiều dài, b là chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích lớn nhất nội tiếp trong đường tròn có bán kính R cho trước, khi đó a, b có giá trị:

- A. $a = b = R\sqrt{2}$ B. $a = R\sqrt{3}; b = R$ C. $a = \frac{R}{\sqrt{2}}; b = \frac{R\sqrt{14}}{2}$ D. $a = b = R\sqrt{3}$

Câu 7: Cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x+1}{x^2+x-2}$, trong các kết luận sau, kết luận nào đúng:

- A. Đồ thị hàm số (C) có duy nhất một tiệm cận đứng là $x = -2$ và một tiệm cận ngang là trục hoành.
B. Đồ thị hàm số (C) có hai tiệm cận đứng là $x = -2$ và $x = 1$ và một tiệm cận ngang là trục hoành.
C. Đồ thị hàm số (C) có một tiệm cận ngang là trục tung và hai tiệm cận đứng là $x = -2$ và $x = 1$.
D. Đồ thị hàm số (C) có một tiệm cận ngang là trục tung và một tiệm cận đứng duy nhất là $x = 1$.

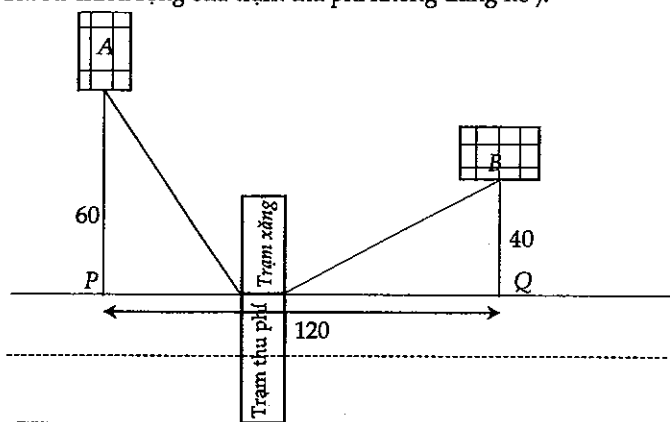
Câu 8: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx+1}{x-1}$ tăng trên từng khoảng xác định?

- A. $m > 0$ B. $m < -1$ C. $m > -1$ D. $m < 0$

Câu 9: Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ trên tập xác định. Khi đó $M - m$ bằng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. đáp số khác

Câu 10: Đường cao tốc mới xây nối hai thành phố A và B, hai thành phố này muốn xây một trạm thu phí và trạm xăng ở trên đường cao tốc như hình vẽ. Để tiết kiệm chi phí đi lại, hai thành phố quyết định tính toán xem xây trạm thu phí ở vị trí nào để tổng khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là 60 km và 40 km và khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120 km (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là PQ kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm thu phí và trạm xăng? (Giả sử chiều rộng của trạm thu phí không đáng kể).



- A. 72 km kể từ P. B. 42 km kể từ Q. C. 48 km kể từ P. D. tại P.

Câu 11: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$. Câu nào sau đây là đúng?

- A. Với mọi m , hàm số luôn đạt cực trị tại $x_1; x_2$ và $|x_2 - x_1| = 1$.
 B. Tọa độ điểm cực đại thỏa mãn phương trình $y = 3x^2 + 1$.
 C. Với $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 D. Chỉ b, c đúng.

Câu 12: Cho phương trình $\log_3(x-2)^2 + \log_3\left(\frac{x}{x^2-3x+3}\right)^2 = 0$. Tổng các nghiệm của phương trình là:

- A. 4 B. $\frac{11}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3

Câu 13: Cho $\log_3 2 = a; \log_3 5 = b$, khi đó $\log_3 40$ bằng:

- A. $3a - b$ B. $a + 3b$ C. $3a + b$ D. $a - 3b$

Câu 14: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

- A. $y' = \frac{2(e^{2x} + e^{-2x})}{(e^x + e^{-x})^2}$ B. $y' = \frac{2}{(e^x + e^{-x})^2}$



C. $y' = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$

D. đáp án khác

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\ln x + 2}{\ln x + 1}}$ là:

A. $D = (e^{-2}; +\infty)$

B. $D = (e^{-1}; +\infty)$

C. $D = (0; e^{-2}] \cup (e^{-1}; +\infty)$

D. $D = (-\infty; e^{-2}) \cup (e^{-1}; +\infty)$

Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 + x)\ln(x^2 + 1)$ có dạng:

A. $y' = (3x^2 + 1)\ln(x^2 + 1) + 2x^2$

B. $y' = (3x^2 + 1)\ln(x^2 + 1) - 2x^2$

C. $y' = (3x^2 + 1)\ln(x^2 + 1) + 2x$

D. $y' = (3x^2 + 1)\ln(x^2 + 1) - 2x$

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình:

$$\log_3(x+2) + 2m\log_{\sqrt{x+2}} 3 = 16$$

Có hai nghiệm đều lớn hơn -1 .

A. vô số

B. không có m

C. 63 giá trị

D. 15 giá trị

Câu 18: Cho hàm số $y = e^{-x}(x-2)$ và các phát biểu sau:

I. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

II. Hàm số đạt cực tiểu tại duy nhất một điểm là $x = 3$.

III. Đồ thị hàm số cắt Oy tại A , khi đó đường thẳng tiếp xúc với đồ thị hàm số tại A có hệ số góc là 3.

A. chỉ I và II đúng.

B. chỉ II và III đúng.

C. chỉ I và III đúng.

D. Cả I, II, III đều đúng.

Câu 19: Tìm m để bất phương trình sau thỏa mãn với mọi $x > 0$:

$$\log_2(2^{x+1} + 6) > m - x$$

A. $m > 3$

B. $m < 3$

C. không tồn tại m .

D. mọi m .

Câu 20: Bất phương trình $3^{\frac{2x+2}{5-x}} \geq \left(\frac{1}{9}\right)^{-x+13}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 6

B. 10

C. 11

D. vô số.

Câu 21: Theo số liệu từ Facebook, số lượng các tài khoản hoạt động tăng một cách đáng kể tính từ thời điểm tháng 2 năm 2004. Bảng dưới đây mô tả số lượng $U(x)$ là số tài khoản hoạt động, trong đó x là số tháng kể từ sau tháng 2 năm 2004. Biết số lượt tài khoản hoạt động tăng theo hàm số mũ xấp xỉ như sau: $U(x) = A(1 + 0,04)^x$ với A là số tài khoản hoạt động đầu tháng 2 năm 2004. Hỏi đến sau bao lâu thì số tài khoản hoạt động xấp xỉ là 194 790 người, biết sau hai tháng thì số tài khoản hoạt động là 108 160 người.

A. 1 năm 5 tháng.

B. 1 năm 2 tháng.

C. 1 năm.

D. 11 tháng.

Câu 22: Cho $x = 2016!$, khi đó $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2016} x}$. A có giá trị bằng:

A. 1

B. $\log 2016$

C. 2016!

D. không tính được.

Câu 23: Phương trình

$$\log_4^2 x = \log_2 x \cdot \log_2(\sqrt{x+1} - 1)$$

Có số nghiệm là

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 24: Mệnh đề nào là sai trong các mệnh đề sau?

- A. Hàm số $F(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{2x - 3}$ và $G(x) = \frac{x^2 + 10}{2x - 3}$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.
 B. Hàm số $F(x) = 5 + 2\sin^2 x$ và $G(x) = 1 - \cos 2x$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.
 C. Hàm số $F(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$.
 D. Hàm số $F(x) = \sin \sqrt{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos \sqrt{x}$.

Câu 25: Trong các hàm số sau:

- I. $f(x) = \tan^2 x + 2$ II. $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ III. $f(x) = \tan^2 x + 1$

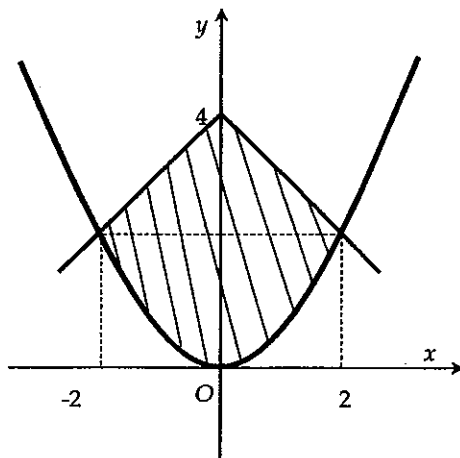
Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = 2 \tan x$

- A. I, II, III B. II, III C. I, III D. II, III

Câu 26*: Tính thể tích vật thể tạo được khi lấy giao vuông góc hai ống nước hình trụ có cùng bán kính đáy bằng A.

- A. $V = \frac{16a^3}{3}$ B. $V = \frac{2a^3}{3}$ C. $V = \frac{4a^3}{3}$ D. $V = a^3$

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn như hình vẽ:



- A. $\frac{28}{3}$ B. $\frac{25}{3}$ C. $\frac{22}{3}$ D. $\frac{26}{3}$

Câu 28: Cho hình phẳng D được giới hạn bởi $y = \tan x; x = 0; x = \frac{\pi}{3}; y = 0$. Gọi S là diện tích hình phẳng

giới hạn bởi D , V là thể tích vật tròn xoay khi quay D quanh Ox . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $S = \ln 2, V = \pi \left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$ B. $S = \ln 2, V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$
 C. $S = \ln 3, V = \pi \left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$ D. $S = \ln 3, V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

Câu 29: Cho $A = \int_0^{\ln m} \frac{e^x}{e^x - 2} dx = \ln 2$. Khi đó giá trị của m là:



A. $m=0; m=4$

B. $m=2$

C. $m=4$

D. $m=0$

Câu 30: Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

A. Mô đun của số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được tính bằng $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

B. Mô đun của số phức z (với z là khác 0) là một số thực dương.

C. Mô đun của số phức z là một số phức.

D. A và B đúng.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện: $\frac{iz-(1+3i)\bar{z}}{1+i}=|z|^2$

A. $z=-\frac{45}{26}-\frac{9}{26}i$

B. $z=\frac{45}{26}+\frac{9}{26}i$

C. $z=45+9i$

D. $-45-9i$

Câu 32: Tìm tất cả các số thực m biết $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}$ và $z\bar{z}=\frac{2-m}{2}$ trong đó i là đơn vị ảo.

A. $\begin{cases} m=0 \\ m=1 \end{cases}$

B. $m=-1$

C. $\begin{cases} m=0 \\ m=-1 \end{cases}$

D. $\forall m$

Câu 33: Cho số phức $z=\frac{\bar{z}}{1+3i}=\frac{6+7i}{5}$, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z :

A. $M(0;1)$

B. $N(1;1)$

C. $P(-1;-1)$

D. $Q(0;-1)$

Câu 34: Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|iz_1+\sqrt{2}|=\frac{1}{2}$ và $z_2=iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$|z_1-z_2|$.

A. $2-\frac{1}{\sqrt{2}}$

B. $2+\frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}$

D. $\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 35: Đường nối tâm hai mặt kề bên của một hình lập phương có độ dài $3\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương này bằng:

A. 210

B. 210

C. 214

D. 216

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích khối $ABCD$ bằng 126, hai tam giác ABC và ABD có diện tích cùng bằng 21. M là một điểm thuộc cạnh CD và $d_1; d_2$ lần lượt là khoảng cách từ M đến các mặt phẳng (ABC) và (ABD) . Vậy (d_1+d_2) bằng:

A. 18

B. 20

C. 22

D. 24

Câu 37: Cho hình vẽ:

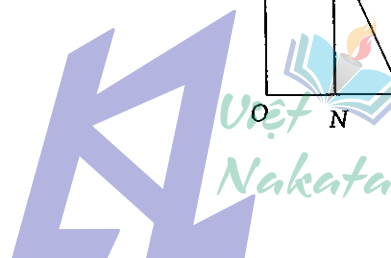
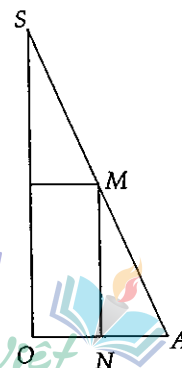
Tam giác SOA vuông tại O có $MN \parallel SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA . Đặt $SO=h$ không đổi. Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R=OA$. Tìm độ dài của MN để thể tích khối trụ là lớn nhất.

A. $MN=\frac{h}{2}$

B. $MN=\frac{h}{3}$

C. $MN=\frac{h}{4}$

D. $MN=\frac{h}{6}$



Câu 38: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AB=a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích tứ diện $B'ABC$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(AB'C)$.

A. $V_{B'ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}; d = \frac{a}{4}$

B. $V_{B'ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}; d = \frac{3a}{4}$

C. $V_{B'ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}; d = \frac{a}{4}$

D. $V_{B'ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}; d = \frac{a\sqrt{3}}{8}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân $ABCD$ với $AB=2a$, $BC=CD=DA=a$ và $SA \perp (ABCD)$. Một mặt phẳng qua A vuông góc với SB và cắt SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P . Tính đường kính khối cầu ngoại tiếp khối $ABCDMPN$.

A. $a\sqrt{3}$

B. a

C. $2a$

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên cũng bằng a . Thể tích của khối nón ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$

B. $\frac{\pi a^3}{12}$

C. $\frac{\pi a^3}{6}$

D. Đáp án khác.

Câu 41: Một hình lập phương có cạnh bằng a . Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương là:

A. πa^3

B. $4\pi a^3$

C. $\frac{\pi a^3}{2}$

D. $2\pi a^3$

Câu 42: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. 47,64%

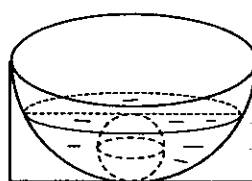
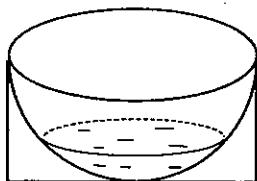
B. 65,09%

C. 82,55%

D. 83,3%

Câu 43: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R=10$ đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (như hình vẽ). Trong chậu chứa sẵn một khối nước hình chòm cầu có chiều cao $h=2$. Người ta bỏ vào trong chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi (như hình vẽ). Cho biết công thức tính thể tích của khối chòm cầu hình cầu $(O;R)$ có chiều cao h là:

$V_{\text{chòm}} = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$, bán kính của viên bi:



A. $r \approx 1$

B. $r \approx \frac{1}{2}$

C. $r \approx 1,5$

D. Đáp án khác.

Câu 44: Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z+3=0$ là:

A. $x-4=y-1=z+3$

B. $x-1=\frac{y-4}{2}=\frac{-z-7}{2}$

C. $\frac{x-1}{4} = y-4 = \frac{z+7}{2}$

D. $x-1 = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-4}$

Câu 45: Biết rằng đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ là tiếp tuyến của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$. Bán kính r của mặt cầu có độ dài là:

A. $\sqrt{14}$

B. 14

C. $\sqrt{77}$

D. 7

Câu 46: Gọi (β) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y-z+5=0$ và chứa đường thẳng

$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-4}{4}$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là:

A. $\frac{9}{14}$

B. $\frac{9}{\sqrt{14}}$

C. $\frac{3}{14}$

D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

Câu 47: Cho tam giác ABC với $A(0;-1;2)$, $B(3;0;1)$, $C(2;3;0)$ và hai mặt phẳng $(P): x+2y+z-3=0$; $(Q): 2x-y-z+3=0$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q) , khi có mặt phẳng (α) đi qua H và chứa Δ có phương trình:

A. $7x+19y+10z-30=0$

B. $7x+19y+10z+4=0$

C. $10x+7y+19z-30=0$

D. $10x+7y+19z-4=0$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Viết tất cả các phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4;3;4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. $2x+2y+z-18=0$

B. $\begin{cases} 2x+2y+z-18=0 \\ 2x+y+2z-19=0 \end{cases}$

C. $2x+y+2z-19=0$

D. Không tồn tại (P) .

Câu 49: Cho $A(0;2;-2)$, $B(-3;1;-1)$, $C(4;3;0)$ và $D(1;2;m)$. Tìm m để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Một học sinh giải như sau:

Bước 1: $\overline{AB} = (-3; -1; 1)$; $\overline{AC} = (4; 1; 2)$; $\overline{AD} = (1; 0; m+2)$.

Bước 2: $[\overline{AB}, \overline{AC}] = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = (-3; 10; 1)$.

$[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = 3 + m + 2 = m + 5$.

Bước 3: A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = 0 \Leftrightarrow m + 5 = 0$.

Đáp số: $m = -5$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng

B. Sai ở bước 1.

C. Sai ở bước 2.

D. Sai ở bước 3.

Câu 50: Cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $D(2;2;2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là:

A. 3

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$



ĐÁP ÁN

1B	2D	3C	4B	5C	6A	7B	8B	9A	10D
11A	12B	13C	14C	15C	16A	17D	18C	19B	20B
21A	22A	23D	24A	25A	26A	27A	28B	29C	30C
31A	32C	33B	34A	35A	36A	37B	38B	39C	40A
41C	42D	43A	44B	45A	46B	47A	48C	49C	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Phân tích: Ta nhận thấy đề bài khá phức tạp và rắc rối, tuy nhiên ta có thể nhận thấy như sau. Do P, Q là hai điểm phân biệt và cách đều hai điểm $A(-3;4), B(3;-2)$, nên P, Q nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB . Khi đó ta sẽ viết được phương trình đường thẳng PQ khiến cho việc tham số hóa P, Q trở nên đỡ phức tạp hơn, lúc này khi tham số hóa P, Q ta sẽ có hai ẩn là hai hoành độ của P, Q (với hai hoành độ là hai nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm). Khi đã tham số hóa được PQ rồi ta thấy đề cho diện tích tứ giác $APBQ$ do đó ta đi tìm mối liên hệ giữa tọa độ hai điểm P, Q và diện tích tứ giác. Ta nhận thấy ngay tứ giác có hai đường chéo vuông góc, tức là $S = AB.PQ$ do vậy kết hợp với định lý Viet ta sẽ tìm được m .

Lời giải chi tiết như sau:

Ta viết được phương trình PQ : qua $I(0;1)$ là trung điểm của AB và có vtpt là $\overline{AB}$, khi đó $PQ: x - y + 1 = 0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng PQ và đồ thị (C_m) :

$$\frac{mx+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow mx+2 = x^2-1 \text{ (với } x \neq 1).$$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx - 3 = 0 (*)$$

Để đường thẳng PQ cắt (C_m) tại hai điểm phân biệt khác 1 tức là $\begin{cases} \Delta > 0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -2$.

Khi đó

$$P(x_1; x_1+1); Q(x_2; x_2+1) \Rightarrow PQ = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2}$$

Ta có

$$S = 24 \Leftrightarrow 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2(x_1 - x_2)^2} = 24$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16$$

Áp dụng viet với phương trình $(*)$ ta được

$$m^2 + 12m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả quên điều kiện để hai nghiệm khác -2 nên đến cuối chọn luôn A là sai. Hãy luôn nhớ điều kiện để mẫu số khác 0.

Câu 2: Đáp án D

Phân tích: Ta thấy do đề bài liên quan đến hai đường tiệm cận do đó ta sẽ tìm nhanh các đường tiệm cận bằng cách nhẩm nhanh mà tôi đã giới thiệu cho quý độc giả ở các đề trước và ta được: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$ và tiệm cận đứng $x = 1$. Giả sử $M(x_0; y_0)$, khi đó

$$M\left(x_0; 2 + \frac{3}{x_0 - 1}\right).$$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng sẽ là $|x_0 - 1|$

. Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang sẽ là

$$|y_0 - 2| = \left| \frac{3}{x_0 - 1} \right|. \text{ Khi đó } |x_0 - 1| + \left| \frac{3}{x_0 - 1} \right| = 4$$

$$\Leftrightarrow |x_0 - 1|^2 - 4|x_0 - 1| + 3 = 0. \text{ Nhận thấy số điểm}$$

M thỏa mãn phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình này. Bấm máy tính ta thấy

$$\begin{cases} |x_0 - 1| = 1 \\ |x_0 - 1| = 3 \end{cases}. \text{ Vậy sẽ có bốn nghiệm thỏa mãn, tức}$$

là bốn điểm M .

Câu 3: Đáp án C.

Phân tích: Ta xét phương trình $y' = 4x^3 - 12x = 0$ luôn có ba nghiệm phân biệt do đó A đúng, B

đúng do hàm số là hàm đa thức luôn xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Tiếp theo đến nhận xét C thì ta nhớ lại bảng dạng đồ thị hàm số mà tôi đã nhắc nhiều lần cho quý độc giả ở các đề trước, với hàm trùng phương bậc bốn có hệ số $a=1>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt thì đồ thị hàm số có dạng chữ W (đây chỉ là mẹo nhớ chứ không phải đồ thị có dạng đúng là chữ W), tức là có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại. Vậy C sai.

Câu 4: Đáp án B.

Phân tích: Ta có để hàm số đồng biến trên khoảng có độ dài không nhỏ hơn 1 tức là ta cần đi xét từng trường hợp hệ số $a=m+1$ lớn hơn hay nhỏ hơn không, từ đó tìm các khoảng đơn điệu, và xét phương trình $y'=0$ từ đó tìm ra mối liên hệ giữa hoành độ của các điểm cực trị của đồ thị hàm số với các khoảng đơn điệu.

Trước tiên: $y'=3(m+1)x^2-6(m+1)x+2m$

Với $m=-1 \Rightarrow y'=-2<0$ loại.

Với $m>-1$. Khi đó hệ số $a=m+1>0$ tức là đồ thị hàm số hoặc không có cực trị, tức là luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, hoặc là đồ thị hàm số có dạng chữ N, khi đó hàm số luôn có khoảng đồng biến có độ dài lớn hơn 1 (thỏa mãn).

Với $m<-1$, thì yêu cầu của bài toán sẽ trở thành $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $|x_1-x_2|\geq 1$. Lí giải điều này là do $a=m+1<0$, lúc này nếu $y'=0$ vô nghiệm thì không thỏa mãn yêu cầu đề bài, nên phương trình $y'=0$ phải luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, tức là lúc này hàm số sẽ đồng biến trên $(x_1; x_2)$. $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ luôn có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1-x_2|\geq 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=9(m+1)^2-6m(m+1)>0 \\ (x_1+x_2)^2-4x_1x_2\geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m+1)>0 \\ 3-\frac{8m}{3(m+1)}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-3 \\ m\leq -9 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq -9. \text{ Kết}$$

hợp với TH2 thì $m\in(-\infty; -9]\cup(-1; +\infty)$.

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả sẽ quên trường hợp $m>-1$ và sẽ chọn C.

Câu 5: Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt xét từng mệnh đề một:

Ta có: $f'(x)$ đổi dấu qua x_0 , tức là x_0 là điểm cực trị của hàm số, và

Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a; x_0)$ và $f'(x)>0$ với mọi $x\in(x_0; b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 .

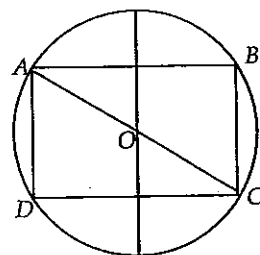
Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a; x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0; b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .

Vậy A, B đúng.

Với C ta có rõ ràng với hàm số $y=\sqrt{x^2}$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ nhưng không có đạo hàm tại $x=0$, do đó C sai.

Câu 6: Đáp án A.

Phân tích:



Đặt $AB=x$ ($0<x<2R$). Ta có $BC=\sqrt{4R^2-x^2}$

Khi đó $S=x\cdot\sqrt{4R^2-x^2}$. Áp dụng bất Cauchy cho hai số dương ta có

$$x\cdot\sqrt{4R^2-x^2}\geq\frac{x^2+4R^2-x^2}{2}=2R^2. \text{ Dấu bằng xảy}$$

ra khi $x=\sqrt{4R^2-x^2} \Leftrightarrow x=R\sqrt{2}$.

Tức là $a=b=R\sqrt{2}$.

Câu 7: Đáp án B.

Phân tích: Ta có $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$

$\lim_{x\rightarrow-2^-}\frac{x+1}{x^2+x-2}=-\infty$ và $\lim_{x\rightarrow1^+}\frac{x+1}{x^2+x-2}=+\infty$. Do

đó $x=-2$ và $x=1$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C). Từ đây ta có thể loại A và D.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2+x-2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = 0 \Rightarrow y=0 \text{ là}$$

tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Mà $y=0$ là trục hoành của đồ thị hàm số, do đó B đúng.

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả không phân biệt được phương trình của trục tung và trục hoành dẫn đến sai, nếu không nhớ, hãy thử vẽ trục tọa độ ra khi đó bạn sẽ xác định được một cách rõ ràng phương trình của các trục tọa độ.

Câu 8: Đáp án B.

Phân tích: đây chỉ là cách hỏi khác của dạng bài tìm m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Ta có $y' = \frac{-m-1}{(x-1)^2}$ để hàm số đồng biến trên từng

khoảng xác định thì $-m-1 > 0 \Leftrightarrow m < -1$

Câu 9: Đáp án A.

Phân tích: $D = [-1; 1]$, khi đó để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên tập xác định thì ta tìm các giá trị làm cho $y' = 0$ và y' không xác định, sau đó so sánh các giá trị của hàm số tại các điểm đó với nhau và với điểm đầu mút để kết luận GTLN, GTNN.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} - \frac{xx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

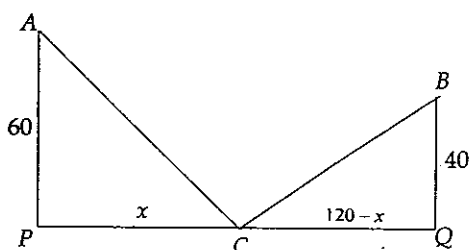
$$\text{Ta có } \min \left\{ f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right); f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right); f(-1); f(1) \right\} = -\frac{1}{2}$$

$$\max \left\{ f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right); f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right); f(-1); f(1) \right\} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow M - m = 1.$$

Câu 10: Đáp án A.

Phân tích: Vẽ lại hình vẽ thì ta có hình vẽ đơn giản hóa như sau:



Thực chất bài toán trở thành tìm x để $AC + BC$ nhỏ nhất.

Theo định lý Pytago ta có $AC = \sqrt{60^2 + x^2}$;

$$BC = \sqrt{(120-x)^2 + 40^2} = \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$$

Khi đó

$$f(x) = AC + BC = \sqrt{x^2 + 3600} + \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$$

Ta cần tìm $\min_{(0;12)} f(x)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3600}} + \frac{x-120}{\sqrt{x^2 - 240x + 16000}}$$

khi bấm máy tính nhằm nghiệm bằng cách nhập vào màn hình biểu thức $f'(x)$ và ấn **SHIFT** **SOLVE** và chọn một số nằm trong khoảng $(0;120)$ để dò nghiệm, như tôi nhập 2 máy nhanh chóng hiện nghiệm là 72 như sau:

Bấm máy tính sử dụng nút TABLE ta nhận thấy phương trình có duy nhất một nghiệm này do $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua 72. Khi đó ta có BBT sau:

x	0	72	120
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		Min	

Vậy từ đó ta có thể kết luận $CP = 72$.

Câu 11: Đáp án A.

Phân tích: Ta thấy tất cả các phương án đều liên quan đến cực trị, do vậy trước tiên ta xét phương

$$\text{trình } 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0.$$

$$\Delta = (2m+1)^2 - m(m+1) = 3m^2 + 3m + 1 > 0,$$

phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

$$\text{Với A: Ta có } |x_2 - x_1| = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 4m(m+1) = 1 \text{ (luôn thỏa mãn).}$$

Vậy đáp án A đúng.

Câu 12: Đáp án B.

Phân tích: Do đề bài yêu cầu tìm tổng các nghiệm của phương trình nên

$$\text{điều kiện: } x \neq \{0; 2\}$$

Phương trình

$$\Leftrightarrow \log_3 \left((x-2) \left(\frac{x}{x^2-3x+3} \right) \right) = \log_3 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \left| \frac{x(x-2)}{x^2-3x+3} \right| = \frac{1}{2} \log_3 1 \Leftrightarrow \left| \frac{x(x-2)}{x^2-3x+3} \right| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = x^2 - 3x + 3 \\ 2x - x^2 = x^2 - 3x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 13: Đáp án C

Phân tích: Ta có thể dùng máy tính để thử từng đáp án một, tuy nhiên tôi giới thiệu cách phân tích nhầm như sau:

$$\log_3 40 = \log_3 (2^3 \cdot 5) = 3\log_3 2 + \log_3 5 = 3a + b.$$

Với bài toán này nhằm còn nhanh hơn bấm máy tính, nên hãy rèn luyện tư duy để có thể tiết kiệm thời gian khi cần thiết.

Câu 14: Đáp án C.

Phân tích: Ta có công thức $\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ và

$(e^u)' = u' \cdot e^u$. Khi đó áp dụng vào đây ta được:

$$\begin{aligned} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right)' &= \frac{(e^x - e^{-x})'(e^x + e^{-x}) - (e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})'}{(e^x + e^{-x})^2} \\ &= \frac{(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2} \end{aligned}$$

Câu 15: Đáp án C.

Phân tích: Ở đây có hai điều kiện để hàm số xác định, đó là điều kiện để logarit tồn tại và điều kiện để căn thức tồn tại.

$$\begin{cases} x > 0 \\ \ln x \neq -1 \\ \begin{cases} \ln x > -1 \\ \ln x \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq e^{-1} \\ \begin{cases} x > e^{-1} \\ x \leq e^{-2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq e^{-2} \\ x > e^{-1} \end{cases}$$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả quên điều kiện $x > 0$. Từ đó chọn D là sai.

Nhiều độc giả lại quên điều kiện $\ln x \neq -1$. Nên chú ý có đủ các điều kiện.

Câu 16: Đáp án A.

Phân tích:

Ta có

$$\begin{aligned} ((x^3 + x) \ln(x^2 + 1))' &= (x^3 + x)' \cdot \ln(x^2 + 1) + (x^3 + x) \cdot (\ln(x^2 + 1))' \\ &= (3x^2 + 1) \cdot \ln(x^2 + 1) + (x^3 + x) \cdot \frac{2x}{x^2 + 1} \\ &= (3x^2 + 1) \cdot \ln(x^2 + 1) + 2x^2 \end{aligned}$$

Câu 17: Đáp án D

Phân tích: đk: $x > -2; x \neq -1$

Ta nhận thấy có thể đưa về biến chung đó là $\log_3(x+2)$, do đó ta biến đổi như sau:

$$pt \Leftrightarrow \log_3(x+2) + 2m \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \log_{(x+2)} 3 = 16$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+2) + \frac{4m}{\log_3(x+2)} - 16 = 0$$

Đặt $t = \log_3(x+2)$ khi đó phương trình trở thành:

$$t + \frac{4m}{t} - 16 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 16t + 4m = 0 (*) \text{ (do } x+2 \neq 1 \text{ nên } t \neq 0)$$

Mỗi t cho ta một nghiệm $x > -2; x \neq -1$. Hơn nữa $x > -1 \Leftrightarrow x+2 > 1 \Leftrightarrow t > 0$. Vậy bài toán trở thành tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm

$$\text{đương.} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 64 - 4m > 0 \\ S = 16 > 0 \\ P = 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 16. \text{ Vậy}$$

có 15 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 18: Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một,

Ta thấy hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$. I đúng.

$$y' = -e^{-x}(x-2) + e^{-x} = 0 \Leftrightarrow e^{-x}(3-x) = 0$$

$\Leftrightarrow x = 3$. Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua $x = 3$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. II sai

Đến đây ta không cần xét đến mệnh đề III nữa mà vẫn có thể kết luận được đáp án C. Do tất cả các phương án còn lại đề có II.

Câu 19: Đáp án B

Phân tích: Ở bài toán này ta sẽ đi tìm nghiệm của bất phương trình theo m .

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow \log_2(2^{x+1} + 6) + x > m$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2^{x+1} + 6) + \log_2 2^x > \log_2 2^m$$

$$\Leftrightarrow 2^x(2^{x+1} + 6) > 2^m \quad 2.2^{2x} + 6.2^x > 2^m. \text{ Đặt}$$

$2^x = t (t > 1) (do \ x > 0)$. Khi đó bất phương trình trở thành:

$$2t^2 + 6t > 2^m. \text{ Xét hàm số } f(t) = 2t^2 + 6t \text{ trên}$$

$$(1; +\infty) \text{ có } f'(t) = 4t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{6}{4} \notin (1; +\infty)$$

Ta có BBT sau:

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	8	$+\infty$

Để bất phương trình thỏa mãn $x > 0$ với mọi m thì $2^m < 8 \Leftrightarrow m < 3$.

Câu 20: Đáp án B.

Phân tích: đk $x \neq 5$

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 3^{\frac{2x+2}{5-x}} \geq 3^{2(x-13)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{5-x} \geq 2(x-13)$$

$$\text{Với } x < 5 \text{ thì } \Leftrightarrow 2x+2 \geq 2(x-13)(5-x)$$

$$\Leftrightarrow 2x+2+2(x-13)(x-5) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 18x + 65) + 2x + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 34x + 132 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 11 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

Kết hợp với $x < 5$ thì có 4 nghiệm nguyên dương thỏa mãn.

$$\text{Với } x > 5 \text{ thì } \Leftrightarrow 2x+2 \leq 2(x-13)(5-x)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 34x + 132 \leq 0 \Leftrightarrow 6 \leq x \leq 11$$

Kết hợp với $x > 5$ thì có 6 nghiệm nguyên dương thỏa mãn.

Kết luận: có 10 nghiệm nguyên dương thỏa mãn.

Câu 21: Đáp án A.

Phân tích: Do đề đã cho công thức tổng quát và có dữ kiện là sau hai tháng số tài khoản hoạt động là

108 160 người. Do đó thay vào công thức tổng quát ta sẽ tìm được A. Khi đó

$$A(1+0.04)^2 = 108160 \Leftrightarrow A = 100000. \text{ Khi đó}$$

công việc của ta chỉ là tìm x sao cho

$$100000(1+0.04)^x = 194790$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{(1+0.04)} \frac{194790}{100000} \approx 17 \text{ hay 1 năm 5 tháng.}$$

Câu 22: Đáp án A

Phân tích: Nhìn thoáng qua thì thấy bài toán khá là cồng kềnh, tuy nhiên đây lại là một bài toán khá là đơn giản dựa trên tính chất sau của

$$\text{logarit: } \log_a b = \frac{1}{\log_b a} \text{ với } 0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$$

Vậy thực chất khi đó

$$A = \log_x 2 + \log_x 3 + \log_x 4 + \dots + \log_x 2016$$

Đến đây ta nhớ đến tính chất sau của logarit:

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy \text{ với } a, b, x, y \text{ thỏa mãn}$$

điều kiện tồn tại của logarit.

$$\text{Vậy } A = \log_x (2.3.4...2016)$$

$$= \log_x (1.2.3.4...2016) = \log_x 2016! = \log_x x = 1$$

Câu 23: Đáp án D.

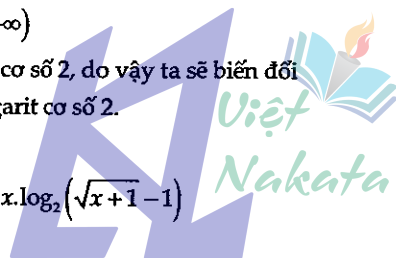
Phân tích: Ta thấy rõ bài toán này ta không thể dùng phương pháp thử từng đáp án được vì đề bài yêu cầu phải tìm $x_1 + 2x_2$, do vậy ta phải giải từng bước một bài toán này.

Điều kiện: $x \in (0; +\infty)$

Do ở VP là logarit cơ số 2, do vậy ta sẽ biến đổi logarit ở VT về logarit cơ số 2.

Phương trình

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \log_2^2 x = \log_2 x \cdot \log_2 (\sqrt{x+1} - 1)$$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2^2 x - \log_2 x \cdot \log_2 (\sqrt{x+1}-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x \left(\frac{1}{2} \log_2 x - \log_2 (\sqrt{x+1}-1) \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 \sqrt{x} = \log_2 (\sqrt{x+1}-1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{x} + 1 = \sqrt{x+1} (*) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow x+1+2\sqrt{x}=x+1 \Leftrightarrow x=0 \text{ (mà } x>0$$

loại)

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 25: Đáp án A

Phân tích: Ta có $f(x)$ là nguyên hàm của hàm số $g(x)$, tức là $f'(x) = g(x)$,

$$\text{Với I: } f'(x) = (\tan^2 x + 2)' = 2 \cdot \tan x.$$

$$\text{Với II: } f'(x) = \left(\frac{2}{\cos^2 x} \right)' = 2(1 + \tan^2 x)'$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot \tan x = 4 \tan x.$$

$$\text{Với III: } f'(x) = (\tan^2 + 1)' = 2 \tan x.$$

Câu 24: Đáp án D.

Phân tích:

Với mệnh đề A: Ta có

$$f(x) = F'(x) = \left(\frac{x^2 + 6x + 1}{2x-3} \right),$$

$$= \frac{(2x+6)(2x-3) - 2(x^2 + 6x + 1)}{(2x-3)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 6x - 20}{(2x-3)^2}.$$

$$G'(x) = \left(\frac{x^2 + 10}{2x-3} \right)' = \frac{2x(2x-3) - 2(x^2 + 10)}{(2x-3)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 6x - 20}{(2x-3)^2}. \text{ Vậy A đúng.}$$

Với mệnh đề B ta có:

$$f(x) = F'(x) = (5 + 2 \sin^2 x)' = 2 \cdot 2 \cdot (\sin x)' \cdot \sin x$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot \cos x \cdot \sin x = 2 \sin 2x$$

$$G'(x) = (1 - \cos 2x)' = (2 \sin^2 x - 1)' = 2 \cdot \sin 2x,$$

vậy B đúng.

Với mệnh đề C:

$$f(x) = (G(x))' = (\sqrt{x^2 - 2x + 2})' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

đây là mệnh đề đúng.

Vậy ta chọn D.

Câu 26: Đáp án A.

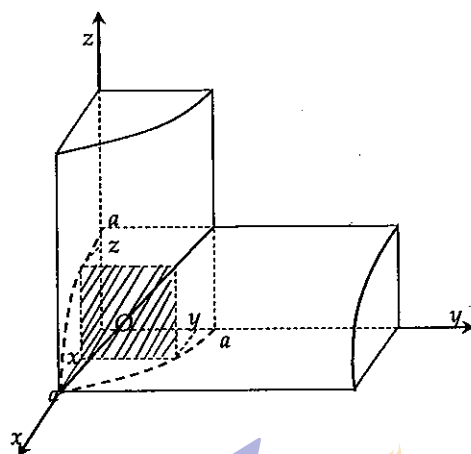
Đây là bài toán khá trừu tượng và khó tưởng tượng, có thể coi đây là bài toán đạt điểm tuyệt đối trong đề này, trước khi làm bài toán này tôi xin cung cấp cho quý độc giả một kiến thức đã học ở phần II, Bài 3, chương III (trang 117) sách giáo khoa giải tích cơ bản như sau:

$$\text{Ta thừa nhận công thức: } V = \int_a^b S(x) dx \quad (*)$$

Trong đó $S(x)$ là diện tích của thiết diện của vật thể V . Thiết diện này vuông góc với trục Ox tại $x \in [a; b]$ với a, b là các cận ứng với hai mặt phẳng song song và vuông góc với trục Ox , giới hạn vật thể V .

Việc nắm vững công thức $(*)$ giúp quý độc giả có thể tích được thể tích của vật thể mà đề bài đã yêu cầu, cụ thể như sau:

Ta sẽ gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào vật thể này, tức là ta sẽ đi tính thể tích vật thể V giới hạn bởi hai mặt trụ: $x^2 + y^2 = a^2$ và $x^2 + z^2 = a^2$ ($a > 0$).



Hình vẽ trên mô tả một phần tám thứ nhất của vật thể này, với mỗi $x \in [0; a]$, thiết diện của vật thể (vuông góc với trục Ox) tại x là một hình vuông có cạnh $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ (chính là phần gạch

chéo tổng hình vẽ). Do đó diện tích thiết diện sẽ là :

$$S(x) = \sqrt{a^2 - x^2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} = a^2 - x^2 \quad x \in [0; a].$$

Khi đó áp dụng công thức (*) thì thể tích vật thể

$$\text{cần tìm sẽ bằng: } V = 8 \int_0^a S(x) dx = 8 \int_0^a (a^2 - x^2) dx$$

$$= 8 \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a = \frac{16a^3}{3}.$$

Câu 27: Đáp án A.

Phân tích: Do diện tích hình phẳng đã được thể hiện rõ trên hình nên ta đã xác định được cận rõ ràng, do vậy ta xác định được:

Đây là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi

$$\text{đồ thị hàm số } y = 4 - |x| \text{ và parabol } y = \frac{x^2}{2}.$$

$$S = \int_0^2 \left(4 - x - \frac{x^2}{2} \right) dx + \int_{-2}^0 \left(4 + x - \frac{x^2}{2} \right) dx$$

$$= \left(4x - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{6} x^3 \right) \Big|_0^2 + \left(4x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_{-2}^0$$

$$= \frac{14}{3} + \frac{14}{3} = \frac{28}{3}.$$

Câu 28: Đáp án B

Phân tích: Ta có diện tích hình phẳng được tính

$$\text{bằng công thức: } S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x} d(\cos x) = - \ln |\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= - \ln \left| \cos \frac{\pi}{3} \right| + \ln |\cos 0| = - \ln \frac{1}{2} = \ln 2$$

Thể tích vật thể tròn xoay được tính bởi công

$$\text{thức: } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx$$

$$= \pi \left(\tan x - x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \pi \left(\tan \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} - \tan 0 + 0 \right) = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

Câu 29: Đáp án C.

Phân tích: ta sẽ tìm tích phân đó theo m từ đó tính m như sau

$$\int_0^{\ln m} \frac{e^x}{e^x - 2} dx = \int_0^{\ln m} \frac{d(e^x - 2)}{e^x - 2} = \ln |e^x - 2| \Big|_0^{\ln m}$$

$$= \ln |e^{\ln m} - 2| - \ln |e^0 - 2| = \ln |m - 2| - \ln 1$$

$$= \ln |m - 2|$$

$$\text{Khi đó } \ln |m - 2| = \ln 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 2 \\ 2 - m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 0 \end{cases}$$

Phân tích sai lầm: Chú ý nhiều độc giả quên điều kiện của $\ln m$ xác định tức là $m > 0$ nên không loại $m = 0$ và chọn A là sai. Đáp án phải là C

Câu 30: Đáp án C.

Phân tích: Theo định nghĩa sách giáo khoa ta có:

Gia sử số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng tọa độ.

Độ dài vectơ $\overline{OM}$ được gọi là mô đun của số phức z và kí hiệu là $|z|$. Vậy $|z| = |\overline{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Từ đây ta suy ra A, B đúng. Vậy đáp án là C.

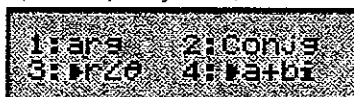
Câu 31: Đáp án A.

Cách 1: Sử dụng máy tính fx-570 VN PLUS.

Nhập biểu thức trên vào, lưu ý:

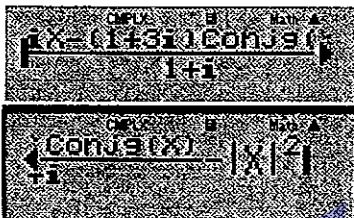
+ Để biểu diễn mô đun số phức ta nhập SHIFT Abs

+ Để biểu diễn $\bar{z}$ trên máy tính cầm tay ta ấn SHIFT 2 (CMPLX) máy sẽ hiện như sau:

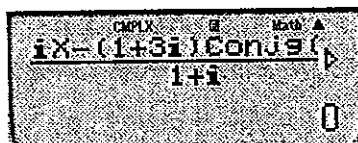


Chọn 2: Conj là biểu diễn số phức liên hợp của số phức.

Vậy biểu diễn biểu thức như sau:



Sau đó CALC rồi nhập từng giá trị vào: Thử vào ta được A là đáp án do kết quả bằng 0, máy hiện như sau:



Cách 2: Nhận thấy ở đây mẫu số đang ở dạng số phức, do đó chúng ta sẽ nhân liên hợp để bài toán trở nên đơn giản hơn.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$\frac{iz - (1 + 3i)z}{1 + i} = |z|^2 \Leftrightarrow \frac{-a - 4b + (b - 2a)i}{1 + i} = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{[-a - 4b + (b - 2a)i](1 - i)}{2} = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow -3a - 3b + (5b - a)i = 2(a^2 + b^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5b - a = 0 \\ -3a - 3b = 2(a^2 + b^2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ 26b^2 + 9b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ a = -\frac{45}{26} \\ b = -\frac{9}{26} \end{cases}$$

Vậy ta chọn A.

Câu 32: Đáp án A

Phân tích: Vì z đang còn rất phức tạp, đặc biệt là dưới mẫu do đó chúng ta nghĩ ra việc làm đơn giản nó về dạng chuẩn $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) sau đó tìm được $\bar{z}$ và thay vào biểu thức $z \cdot \bar{z}$

$$\text{Ta có } z = \frac{i - m}{1 - m(m - 2i)} = \frac{(1 - m)(1 - m^2 - 2mi)}{(1 - m^2)^2 + 4m^2}$$

$$= \frac{-m(1 - m^2) + 2m + i(1 - m^2 + 2m^2)}{(1 + m^2)^2}$$

$$= \frac{m(1 + m^2) + i(1 + m^2)}{(1 + m^2)^2} = \frac{m}{1 + m^2} + \frac{i}{1 + m^2}$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{m}{1 + m^2} - \frac{i}{1 + m^2}$$

Như vậy:

$$z \cdot \bar{z} = \frac{2 - m}{2} \Rightarrow \frac{m^2 + 1}{(m^2 + 1)^2} = -\frac{1}{2}(m - 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{m^2 + 1} = -\frac{1}{2}(m - 2)$$

$$\Leftrightarrow m^3 - 2m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Câu 33: Đáp án B

Phân tích:

Cách 1: ta có thể từ các điểm biểu diễn mà suy ra được số phức z như sau:

Phương án A là $z = i$

Phương án B là $z = 1 + i$

Phương án C là $z = -1 - i$

Phương án D là $z = -i$

Vậy tương tự như Câu 31, ta sẽ nhập biểu thức và CALC để chọn đáp án. Từ đó ta cũng chọn được B

Cách 2: Cách làm thông thường:

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$a + bi - \frac{a - bi}{1 + 3i} = \frac{6 + 7i}{5}$$

$$\Leftrightarrow a + bi - \frac{(a - bi)(1 - 3i)}{10} = \frac{6 + 7i}{5}$$

$$\Leftrightarrow 10a + 10bi - a + 3b + i(b + 3a) = 12 + 14i$$

$$\Leftrightarrow 9a + 3b + i(11b + 3a) = 12 + 14i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 3b = 12 \\ 11b + 3a = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 1 + i$$

Câu 34: Đáp án A.

Phân tích: Bài toán này, thực chất là dựa trên kiến thức "Biểu diễn hình học số phức". Ta thấy nếu đặt $z_1 = x_1 + y_1 i$ ($x_1, y_1 \in \mathbb{R}$). Khi đó điểm $M(x_1; y_1)$ là điểm biểu diễn số phức z_1 thỏa mãn:

$$|i(x_1 + y_1 i) + \sqrt{2}| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |ix_1 - y_1 + \sqrt{2}| = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + (y_1 - \sqrt{2})^2 = \frac{1}{4}. \text{ Suy ra tập hợp các điểm}$$

M biểu diễn z_1 là đường tròn (C) có tâm

$$I(0; \sqrt{2}) \text{ và bán kính } R = \frac{1}{2}.$$

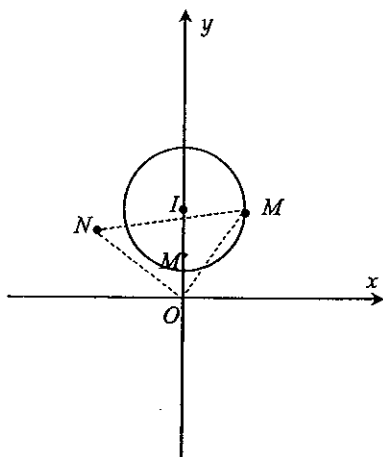
Khi đó nếu N là điểm biểu diễn của số phức z_2 thì việc tìm GTNN của $|z_1 - z_2|$ là việc tìm GTNN của MN .

Theo đề thì $z_2 = iz_1 = -y_1 + x_1i \Rightarrow N(-y_1; x_1)$ là điểm biểu diễn z_2 . Ta nhận thấy rõ ràng

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = -x_1y_1 + x_1y_1 = 0 \Rightarrow OM \perp ON. \text{ Để}$$

$$\text{nhận thấy } OM = ON = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

Ta có hình vẽ sau:



Do OMN là tam giác vuông cân tại O nên

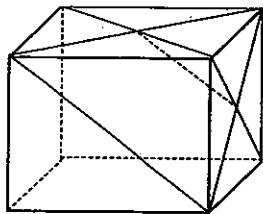
$MN = OM\sqrt{2}$, do đó để MN nhỏ nhất thì OM nhỏ nhất. Để thấy, OM nhỏ nhất khi $M = M'$ (M' là giao điểm của OI với đường tròn như

hình vẽ) Tức là $M\left(0; \sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$. Khi đó

$$MN = OM\sqrt{2} = \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} = 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 35: Đáp án D.

Ta có hình vẽ sau để quý độc giả có thể hình dung rõ hơn.



Ta nhận thấy: khi nhìn vào hình vẽ thì rõ ràng đường nối tâm chính là đường trung bình của tam giác có đáy là đường chéo của mặt bên như trong hình vẽ. Do vậy độ dài đường chéo chính

bằng hai lần độ dài của đường nối tâm đã cho, tức là $6\sqrt{2}$. Mặt khác độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}$ lần độ dài của cạnh hình lập phương, do đó độ dài cạnh hình lập phương có độ dài: 6. Khi đó $V = 6^3 = 216$.

Câu 36: Đáp án A.

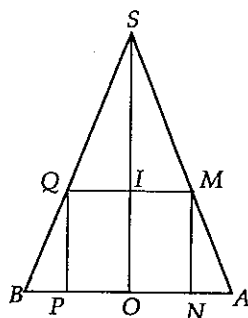
Phân tích: Ta có

$$V_{ABCD} = V_{MABC} + V_{MABD} = \frac{1}{3}(d_1 + d_2) \cdot 21 = 126$$

$$\Rightarrow (d_1 + d_2) = 18.$$

Câu 37: Đáp án B

Phân tích: Ta thấy khi quay quanh trục SO sẽ tạo nên một khối trụ nằm trong khối chóp. Khi đó thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $MNPQ$. Ta có hình sau:



Ta có $SO = h$; $OA = R$. Khi đó đặt $OI = MN = x$.

Theo định lí Thales ta có

$$\frac{IM}{OA} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow IM = \frac{OASI}{SO} = \frac{R \cdot (h-x)}{h}. \text{ Thể tích}$$

$$\text{khối trụ } V = \pi IM^2 \cdot IH = \frac{\pi R^2}{h^2} \cdot x(h-x)^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$2x(h-x)^2 \leq \left[\frac{2x + 2(h-x)}{3} \right]^3$$

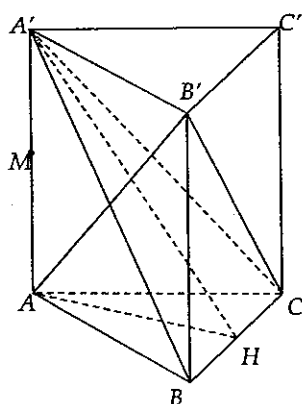
$$\text{Vậy } V \leq \frac{4\pi R^2 h}{27}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } x = \frac{h}{3}.$$

$$\text{Hay } MN = \frac{h}{3}.$$

Câu 38: Đáp án B.

Phân tích: ta có hình vẽ dưới đây.





Theo như đề bài dữ kiện thì ta có thể dễ dàng tính được thể tích của khối lăng trụ tam giác đều ban đầu, từ đó suy ra thể tích của khối tứ diện $AB'BC$. Để tính được khoảng cách từ B đến $(AB'C)$ thực chất là tìm chiều cao của tứ diện, đến đây bài toán sẽ được giải quyết nếu quý độc giả tìm được diện tích tam giác $AB'C$.

Vì đề bài cho dữ kiện $((A'BC), (ABC)) = 60^\circ$, nên ta sẽ đi xác định góc này bằng cách gọi H là trung điểm của BC . Tam giác ABC đều nên $AH \perp BC$ (1).

$$A'A \perp (ABC) \Rightarrow A'A \perp BC \text{ (2)}.$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow BC \perp A'H$$

$$\Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = A'HA = 60^\circ$$

$$\Rightarrow A'A = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V_{ABC.A'B'C'} = A'A S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{8}$$

Và $V_{B'ABC} = \frac{1}{3} V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$ lúc này ta có thể loại C và D.

Để thấy diện tích tam giác $AB'C$ có thể tính được do $B'AC$ cân tại B' có

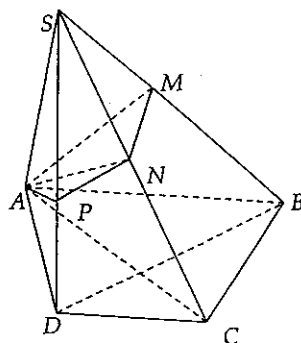
$$B'A = B'C = \sqrt{a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}; AC = a. \text{ Để}$$

tính được chiều cao kẻ từ B' của tam giác có độ dài là $a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow S_{AB'C} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(B; (AB'C)) = \frac{3V_{B'ABC}}{S_{AB'C}} = \frac{3a}{4}.$$

Câu 39: Đáp án C.

Phân tích:



Nhận xét hình thang $ABCD$ cân và

$$AB = 2AD = 2BC = 2CD = 2a \text{ nên}$$

$$ACB = ADB = 90^\circ.$$

Mặt phẳng qua A vuông góc với SB tại M nên $AMB = 90^\circ$. Ta có $BC \perp AC$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAC)$.

Do đó $AN \perp BC$ và $AN \perp SB$ nên $AN \perp (SBC)$

$$\Rightarrow AN \perp BN, \text{ hay } ANB = 90^\circ.$$

Ta cũng có $AP \perp SB$ và $AP \perp BD$ nên

$$AP \perp (SBD) \Rightarrow AP \perp BP, \text{ hay } APB = 90^\circ.$$

Ta thấy các điểm C, D, M, N, P đều nhìn AB dưới một góc vuông. Nếu đã nắm chắc được lời giải ở các đề trước thì ở đề này, không khó để quý độc giả nhận ra AB chính là đường kính của khối cầu, do vậy $d = AB = 2a$

Chú ý: Nhiều độc giả theo thói quen đã đi tìm bán kính chứ không phải đường kính dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 40: Đáp án A.

Phân tích: Hình chóp $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $AB = SA = a$, nên khối nón ngoại

tiếp hình chóp có bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều

$$\text{cao } SO = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}.$$

Câu 41: Đáp án C.

Lời giải: Đây là bài toán có lời giải khá đơn giản như sau:

Hình trụ ngoại tiếp hình lập phương đã cho có

bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao bằng a .

$$\Rightarrow V_{\text{tr}} = \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 a = \frac{\pi a^3}{2}.$$

Câu 42: Đáp án D.

Phân tích: Giả sử bán kính của mỗi quả bóng bàn là r thì khi đó hộp đựng bóng bàn sẽ có kích thước $2r \times 2r \times 6r$. Khi đó tổng thể tích của ba

quả bóng bàn sẽ là $3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3 = 4\pi r^3$.

Thể tích của hộp sẽ là $2r \cdot 2r \cdot 6r = 24r^3$. Vậy phần không gian còn trống trong hộp sẽ là:

$$V_1 = 24\pi r^3 - 4\pi r^3 = 20\pi r^3 \text{ sẽ chiếm}$$

$$\frac{20\pi r^3}{24\pi r^3} \cdot 100\% \approx 83,3\%$$

Câu 43: Đáp án A.

Phân tích: Ta có thể tích phần nước dâng lên chính bằng thể tích của viên bi ném vào. Do vậy ta có:

Thể tích nước ban đầu:

$$V_1 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right);$$

Khi đó thể tích nước sau khi ném viên bi vào thể

$$\text{tích sẽ là } V_2 = V_1 + \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) + \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (1)$$

Theo đề bài ta có:

"Bỏ vào trong chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi."

Do vậy thể tích sau khi bỏ viên bi vào được tính bằng công thức:

$$V_2 = \pi (2r)^2 \left(R - \frac{2r}{3} \right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình

$$\pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) + \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2 \left(R - \frac{2r}{3} \right)$$

$$\Leftrightarrow 4r^3 - 4Rr^2 + h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = 0. \text{ Khi đó thay các}$$

giá trị mà đề đã cho vào phương trình bấm máy tính giải ta được $r \approx 1.01945$ (chọn A). Bấm máy

tính ta thấy có 2 nghiệm, tuy nhiên việc bán kính của viên bi xấp xỉ bằng chiều nước là điều vô lí (≈ 9.90486)

Câu 44: Đáp án B

Phân tích: Ta có đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) đã cho phương trình do đó vtcp của đường thẳng cần tìm cùng phương với vtpt của mặt phẳng. Khi đó kết hợp với dữ kiện đường thẳng đi qua $A(1;4;-7)$ thì ta được

$$\text{phương trình: } \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x-1 = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}.$$

Câu 45: Đáp án A.

Phân tích: Ta không có công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng do vậy ta sẽ tham số hóa tọa độ điểm H là hình chiếu của điểm I lên đường thẳng d, từ đó tính khoảng cách giữa hai điểm I và H. Do chỉ có một phương trình nên ta sẽ viết phương trình tham số của đường thẳng d từ đó ta có phương trình một biến.

$$\text{Ta có } d: \begin{cases} x = t \\ y = -1-t \\ z = 2-t \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(t; -1-t; 2-t) \Rightarrow \overline{IH} = (t-1; -t-4; -t-3).$$

Do $IH \perp d$ nên ta có phương trình:

$$t-1+t+4+t+3=0 \Leftrightarrow t=-2. \text{ Khi đó}$$

$$\overline{IH} = (-2; -3; -1)$$

$$\Rightarrow IH = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{14}$$

Câu 46: Đáp án B.

Phân tích: Do $(\beta) \parallel (\alpha)$ nên khoảng cách từ (β) đến (α) bằng khoảng cách từ một điểm trên (β) đến (α) . Mà (β) chứa đường thẳng d do đó

$$M(2;8;4) \in d \Rightarrow M \in (\beta). \text{ Do đó}$$

$$d = \frac{|3 \cdot 2 - 2 \cdot 8 - 4 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{14}}.$$

Chú ý: Nhiều độc giả đi làm lần lượt đó là viết phương trình mặt phẳng (β) ra rồi bắt đầu tính, tuy nhiên đó là cách làm vòng vèo, nên chú ý

để có được cách làm nhanh nhất khi làm trắc nghiệm.

Câu 47: Đáp án A.

Phân tích: Trước tiên ta đi tìm tọa độ trực tâm $H(x, y, z)$ của tam giác ABC . Khi đó ta sẽ lập hệ phương trình ba ẩn với ba dữ kiện sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3y - z = -5 \\ 2x + 4y - 2z = 4 \\ 2x + 4y + 10z = 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}; 1\right).$$

$$\text{Do } \Delta = (P) \cap (Q) \text{ nên } \Delta \begin{cases} x + 2y + z - 3 = 0 \\ 2x - y - z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}.$$

Giao tuyến Δ đi qua $M(0; 0; 3)$ và có vtcp

$$\vec{u} = (1; -3; 5).$$

$$(\alpha) \text{ qua } H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}; 1\right) \text{ và vtcp}$$

$$\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{MH}] = (7; 19; 10)$$

$$\Rightarrow (\alpha): 7x + 19y + 10z - 30 = 0.$$

Câu 48: Đáp án C.

Phân tích:

Cách 1: làm thông thường: Với đề bài dạng này cho khá nhiều dữ kiện thì ta sẽ chọn phương pháp đặt vtcp của mặt phẳng (P) là

$$\vec{n} = (a; b; c), (a^2 + b^2 + c^2 > 0) \text{ là VTPT của } (P).$$

$$\text{Khi đó } (P): a(x-4) + b(y-3) + c(z-4) = 0$$

$$\text{Vì } (P) \parallel \Delta \text{ nên } \vec{n}_P \perp \vec{u}_\Delta. \text{ Suy ra } -3a + 2b + 2c = 0$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2b+2c}{3} \quad (1)$$

Theo đề ta có (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|-3a - b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 3 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } (b+c)^2 = \left(\frac{2b+2c}{3}\right)^2 + b^2 + c^2$$

$$\Leftrightarrow 2b^2 - 5bc + 2c^2 = 0 \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow (2b-c)(b-2c) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{c}{2} \\ b = 2c \end{cases}$$

Với $b = 2c$, chọn $b = 2, c = 1 \Rightarrow c = 2$, khi đó

$$(P): 2x + 2y + z - 18 = 0 \text{ (không thỏa mãn vì chứa } \Delta \text{)}$$

Với $b = \frac{c}{2}$, chọn $c = 2 \Rightarrow b = 1$,

$$(P) = 2x + y + 2z - 19 = 0 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Cách 2: thử từng đáp án một.

Chú ý: Nhiều độc giả không loại trường hợp trên nên dẫn đến chọn B.

Câu 49: Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt đi phân tích từng bước một.

Ở bước 1: ta thấy tất cả các tọa độ đều được tính đúng.

Bước 2: Ta thấy biểu thức tính tích có hướng đúng, ta có thể kiểm tra việc này bằng cách bấm máy tính tôi đã giới thiệu ở các đề trước.

Với biểu thức tính tích hỗn tạp ta kiểm tra lại như sau:

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -3.1 + 0.10 + (m+2).1 = m-1 \neq m+5. \text{ Do đó bước 2 sai, chọn C.}$$

Câu 50: Đáp án B.

Phân tích: Ta có gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ khi đó

$$IA = IB = IC = ID = R$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + b^2 + c^2 = R^2 \\ a^2 + (b-2)^2 + c^2 = R^2 \\ a^2 + b^2 + (c-2)^2 = R^2 \\ (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = R^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 4 = -4b + 4 \\ -4b + 4 = -4c + 4 \\ (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = (a-2)^2 + b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ 3(a-2)^2 = (a-2)^2 + 2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1.$$

$$\text{Khi đó } R = \sqrt{3(1-2)^2} = \sqrt{3}.$$

ĐỀ SỐ 9

Câu 1: Tập xác định của hàm số $f(x) = 2x\sqrt{1-x^2} + \frac{2x-1}{1+x}$ là:

- A. $(-1;1)$ B. $[-1;1]$ C. $(-1;1]$ D. $(-\infty;-1) \cup [1;+\infty)$

Câu 2: Hàm số $y = 2x + \ln x - x^2$ đồng biến trên :

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$.
 B. Hàm số đồng biến trên nửa khoảng $\left(0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right]..$
 C. Hàm số đồng biến trên mỗi nửa khoảng $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}; 0\right); \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$.
 D. Hàm số đồng biến trên mỗi nửa khoảng $\left(-\infty; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right]; \left(0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right]$.

Câu 3: Tìm $m > 0$ để đồ thị của các hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và $y = \frac{4x+m-1}{x-1}$ không cắt nhau.

- A. Không tồn tại. B. $m = -3$ C. $m < -1,045$ D. $m = 3$

Câu 4: Tập tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x^2 - 3x}$?

- A. $x = 0; x = 3$ B. $y = 3$ C. $y = 0$ D. $x = 3$

Câu 5: Tìm m để hàm số $y = x^3 - x^2 + mx + 1$ có cực đại tại $x_0 \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$?

- A. $-\frac{7}{4} \leq m < \frac{1}{4}$ B. $-\frac{7}{4} < m \leq \frac{1}{4}$ C. $0 \leq m < \frac{1}{3}$ D. $-1 \leq m < \frac{1}{5}$

Câu 6*: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Tồn tại hình chữ nhật có bốn đỉnh thuộc đồ thị hàm số trên.
- Không tìm được độ dài lớn nhất của đoạn OA với O là gốc tọa độ còn A là điểm di động trên đồ thị.
- Đường thẳng $y = 2$ tiếp xúc với đồ thị hàm số.

- A. Khẳng định 2,3 B. Khẳng định 1,2,3 C. Khẳng định 3 D. Khẳng định 2

Câu 7: (Nhà toán học leo núi) Một nhà toán học đang dự định chinh phục đỉnh núi Everest (có độ cao là 8848m). Do có vấn đề về tim mạch, nên ông rất quan tâm tới vấn đề áp lực khí O_2 trong khí thở. Qua tìm hiểu ông phát hiện ra hai công thức có ảnh hưởng tới quá trình leo núi của mình:

$P_{O_2} = C_{O_2/kk} \cdot (P_{kk} - 47)(mmHg)$ (trong đó, P_{O_2} là áp lực khí O_2 trong khí thở, $C_{O_2/kk} = 0,21$ là nồng độ O_2

trong không khí bình thường, $P_{kk}(mmHg)$ là áp lực khí quyển) và $P_{kk} = f(h) = \frac{1 - e^{-3(h/5000)^2}}{3(h/5000)^2} \cdot 760(mmHg)$

(trong đó, $h(m)$ là độ cao nơi người đó đứng so với mặt đất). Khi dưới 100mmHg bệnh ông sẽ tái phát và chết. Tìm khẳng định đúng?

- Muốn bảo toàn tính mạng, nhà toán học không thể lên đỉnh núi.
- Còn thiếu chưa đầy 100m nữa là nhà toán học có thể lên đỉnh núi.
- Nhà toán học sẽ lên được đỉnh nếu sức chịu đựng của ông ta là trên 110mmHg.

- A. Không có B. Khẳng định 1,2,3 C. Khẳng định 1,3 D. Khẳng định 1,2

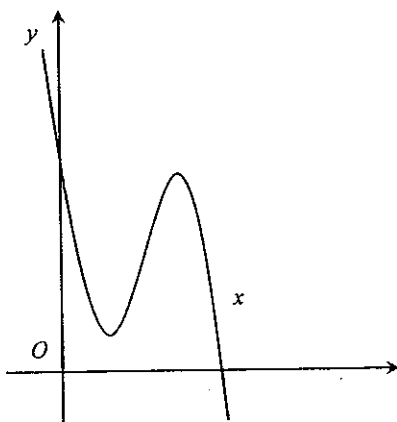
Câu 8: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 3m + 1$ (m là tham số thực). Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 1?

A. $m = \left(\frac{1}{2}\right)^{2/5}$

B. $m = 0$

C. $m = 1$

D. Không tồn tại m .



Câu 9: Giả sử đồ thị của hàm số sau là một trong bốn hàm của đáp án. Hỏi đáp án đúng là:

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

B. $y = 2x^3 + x + 1$

C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$

Câu 10: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ (1). Tìm tất cả giá trị thực của m để đồ thị của hàm số (1) có 3 cực trị tạo thành một tam giác có đường tròn ngoại tiếp đi qua điểm $D\left(\frac{3}{5}; \frac{9}{5}\right)$?

A. $\left\{1; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right\}$

B. $\left\{1; \pm \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right\}$

C. $\{1\}$

D. Không tồn tại.

Câu 11: Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 10$ trên đoạn $[0; 2]$?

A. 12; -6

B. 12

C. -6

D. 6

Câu 12: Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{1}{\log_3(x+1)}$

A. $(-1; +\infty)$

B. $(-\infty; -1)$

C. $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$

D. $(-1; +\infty) \cup \{0\}$

Câu 13: Phương trình $2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt{5}}(2x+1)$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2

B. 1

C. 3

D. Vô nghiệm.

Câu 14: Giải phương trình: $\log_3(x^2 + 3x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+2) = 0, (x \in \mathbb{R})$

A. $x = 2$

B. $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

C. $x = 1$

D. $x \in \{1; 3\}$

Câu 15: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(x+1)^2 + \frac{1}{2}\log_2(x-2)^2$

A. 2

B. -2

C. $1 + \sqrt{2}$

D. 0

Câu 16: Phương trình $\log_3(x-2) = \log_4(x^2 - 4x + 3)$ có nghiệm là:

A. $2 + \sqrt{3}$

B. $2 \pm \sqrt{3}$

C. $-2 + \sqrt{3}$

D. Vô nghiệm.

Câu 17: Giải bất phương trình: $\frac{1}{2}\log_2(x^2 + 4x - 5) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x+7}\right)$

- A. $\left(-\infty; -\frac{27}{5}\right)$ B. $\left(-7; -\frac{27}{5}\right)$ C. $\left(-\frac{27}{5}; -5\right)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 18: (Chiến tranh và dân số thế giới) Cục điều tra dân số thế giới cho biết: Trong chiến tranh thế giới thứ hai (kéo dài 6 năm); dân số mỗi năm giảm đi 2% so với dân số năm liền trước đó. Vào thời hòa bình sau chiến tranh thế giới thứ hai thì dân số tăng 4% so với dân số năm liền trước đó. Giả sử rằng, năm thứ 2 diễn ra chiến tranh dân số thế giới là 4 tỉ người. Kể từ thời điểm đó thì 10 năm sau thì dân số thế giới là bao nhiêu tỷ người? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

- A. 4,88 B. 4,95 C. 4,5 D. 4,35

Câu 19: Tìm $2017^a - 2017^b$ biết: $a - b = \frac{a.2^b - b.2^a}{2^a + 2^b}$?

- A. 0 B. 2017 C. 1 D. -1

Câu 20: Tính $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}$ biết x, y thỏa mãn: $\begin{cases} 2^{x+1} \cdot \log_9 y - 2 = 2^{2x} \\ 9 \cdot 2^x \cdot \log_{27} y - 9 = \log_3^2 y \end{cases}$

- A. 2 B. $1 + 3\sqrt{3}$ C. 4 D. 28

Câu 21: Một nguyên hàm của hàm số $y = \ln(\ln x)$ là:

- A. $\frac{1}{x}$ B. $\int_1^x \ln(\ln x) dx$ C. $\int_1^{x+1} \ln(\ln t) dt$ D. $\int_2^x \ln(\ln t) dt$

Câu 22: Tính tích phân: $\int_0^1 (x-1)^3 \sqrt{2x-x^2} dx$

- A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{2}{15}$ C. $-\frac{7}{50}$ D. $-\frac{2}{30}$

Câu 23: Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{3}}^1 \left[\ln(3x^4 + x^2) - 2\ln x \right] dx$

- A. $\frac{4\ln 2 - \ln 3}{3} - \frac{4}{3} + \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{4\ln 2 + \ln 3}{3} - \frac{4}{3} + \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$
C. $\frac{4\ln 2 + \ln 3}{3} + \frac{4}{3} + \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{4\ln 2 + \ln 3}{3} - \frac{4}{3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$

Câu 24: Tính tích phân: $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt{1-x^2}}$

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$ B. $\pi - 1$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. 90°

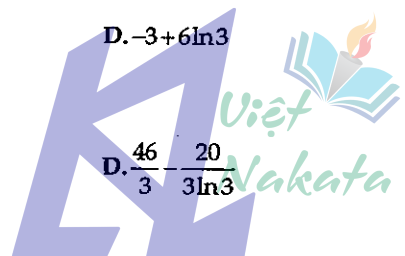
Câu 25: Tính tích phân: $\int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} dx$

- A. $-3 + \ln \frac{3}{2}$ B. $3 + 6\ln \frac{3}{2}$ C. $-3 + 6\ln \frac{3}{2}$ D. $-3 + 6\ln 3$

Câu 26*: Tính tích phân: $I = \int_{-1}^3 \min(3^x; 2x^2 + 1) dx$

- A. $\frac{80}{3\ln 3}$ B. $\frac{46}{3} + \frac{20}{3\ln 3}$ C. $\frac{68}{3}$ D. $\frac{46}{3} - \frac{20}{3\ln 3}$

Câu 27: Giải phương trình: $\int_0^x (3t^2 - 2t + 3) dt = x^3 + 2$



A. $S = \{1; 2\}$

B. $S = \{1; 2; 3\}$

C. $S = \emptyset$

D. $S = \mathbb{R}$

Câu 28: Tính diện tích của miền phẳng bị giới hạn bởi các đường thẳng: $\begin{cases} y = |x^2 - 4x| \\ y = 2x \end{cases}$

A. $s = \frac{50}{3}$

B. $S = \frac{51}{3}$

C. $S = \frac{52}{3}$

D. $S = \frac{53}{3}$

Câu 29: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $\begin{cases} y = x \cdot \sin 2x \\ y = 2x \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

A. $\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi^2}{4}$

D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 30: Tìm số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{13}$ và $|z + 2 - i| = \sqrt{2}|\bar{z} + 1 - i|$

A. $z = 3 + 2i$

B. $z = 3 - 2i$

C. $2 \pm 3i$

D. $z = \pm 3 - 2i$

Câu 31: Tìm phần thực của số phức z , biết rằng $(1 - 2i)z - \frac{9 + 7i}{3 - i} = 5 - 2i$.

A. -1

B. $\sqrt{10}$

C. 1

D. 3

Câu 32: Tính $|z|$ biết: $z = (1 + i)(3 - 2i) - \frac{5iz}{(2 + i)}$.

A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$

B. $\sqrt{17}$

C. $\frac{1}{2} + 2i$

D. $-\frac{1}{2} + 2i$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z + 2 - i}{z + 1 - i} \right| = \sqrt{2}$. Tìm trung bình cộng giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $|z|$.

A. 3

B. $\sqrt{10} \pm 3$

C. $2\sqrt{10}$

D. $\sqrt{10}$

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn hệ thức: $2|z - 1| = |z - \bar{z} + 2|$

A. Tập hợp các điểm cần tìm là hai đường thẳng $x = 0, x = 2$.

B. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn $x^2 + y^2 = 2$.

C. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip: $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$

D. Tập hợp các điểm cần tìm là hai đường elip: $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1; \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

Câu 35: Tính phần ảo của số phức z , biết $z^3 + 12i = \bar{z}$ và z có phần thực dương.

A. 2

B. $\sqrt{5}$

C. -1

D. $-i$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi; hai đường chéo $AC = 2\sqrt{3}a; BD = 2a$ và cắt nhau tại O ; hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{3}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$



Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh đáy $AB = a$. Biết độ dài đoạn vuông góc chung của AA' và BC là $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp $A'.BB'C'C$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{18}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ C. $\frac{a^3}{18}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{18}$

Câu 38: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C ; đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ góc 60° và $AB = AA' = a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{19}}{4}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$; $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N . Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$ theo thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V_{S.CDMN} = \frac{14}{27}V_{S.ABCD}$ B. $V_{S.CDMN} = \frac{4}{27}V_{S.ABCD}$
C. $V_{S.CDMN} = \frac{10V_{S.ABCD}}{27}$ D. $V_{S.CDMN} = \frac{V_{S.ABCD}}{2}$

Câu 40: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . M là trung điểm cạnh AB . Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với CB' , cắt các cạnh BC, CC', AA' lần lượt tại N, E, F . Xác định N, E, F và tính thể tích khối chóp $C.MNEF$.

- A. $\frac{7a^3}{128}$ B. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{128}$ C. $\frac{21\sqrt{3}a^3}{128}$ D. $\frac{7a^3}{128\sqrt{3}}$

Câu 41: Công thức tính thể tích khối cầu đường kính R là:

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$ B. $\frac{3}{4}\pi R^3$ C. $\frac{4}{5}\pi R^3$ D. $\frac{1}{6}\pi R^3$

Câu 42: Một hình hộp chữ nhật có đường chéo chính bằng 3 thì thể tích lớn nhất bằng:

- A. $3\sqrt{3}$ B. 3 C. 9 D. 6

Câu 43: Hình nón cụt có mặt đáy trên là đa giác lồi có 12 đỉnh. Số mặt của hình nón cụt là:

- A. 24 B. 12 C. 14 D. 26

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ tập hợp các điểm cách $A(0;1;2)$ một đoạn 4 là:

- A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4^2$ B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - y - 2z = 16$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (ABC) cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$ B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-2}$ D. $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-2}$

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+y+z=0$ và hai điểm $A(4;-3;1)$, $B(2;1;1)$. Số điểm M thuộc mặt phẳng (Q) sao cho tam giác ABM vuông cân tại M là:

- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-2;1;3)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C .

A. $C(-1-\sqrt{3};0;0)$

B. $C(-1-\sqrt{3};0;0); C(-1+\sqrt{3};0;0)$

C. $C(1-\sqrt{3};0;0)$

D. $C(1-\sqrt{3};0;0); C(1+\sqrt{3};0;0)$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+4}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+7}{1}$ và

$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$. Số đường thẳng Δ đi qua $M(-1;2;0)$, $\perp d_1$ và tạo với d_2 góc 60° là:

A. 1

B. 0

C. 3

D. 2

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $M(2;3;-1)$, vuông góc với hai mặt phẳng lần lượt có phương trình $5x-4y+3z+20=0$ và $3x-4y+z-8=0$.

A. $2x+y-2z-9=0$

B. $2x+y-2z+9=0$

C. $2x-y-2z-9=0$

D. $2x+y+2z-9=0$

Câu 50: Trong không gian tọa độ Oxy cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-11=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng một nửa bán kính mặt cầu (S) .

A. $(Q_1): 2x+3y+z-3+7\sqrt{3}=0, (Q_2): 2x+3y+z-3-7\sqrt{3}=0$

B. $(Q_1): 2x+3y+z+3+7\sqrt{3}=0, (Q_2): 2x+3y+z+3-7\sqrt{3}=0$

C. $(Q_1): 2x-3y+z+3+7\sqrt{3}=0, (Q_2): 2x-3y+z+3-7\sqrt{3}=0$

D. $(Q_1): 2x+3y-z+3+7\sqrt{3}=0, (Q_2): 2x+3y-z+3-7\sqrt{3}=0$



ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.A	4.D	5.A	6.B	7.C	8.C	9.A	10.A
11.D	12.C	13.B	14.C	15.C	16.A	17.B	18.B	19.A	20.C
21.D	22.B	23.C	24.A	25.C	26.B	27.A	28.C	29.A	30.D
31.C	32.A	33.D	34.A	35.C	36.C	37.B	38.C	39.A	40.B
41.D	42.A	43.C	44.D	45.A	46.D	47.B	48.D	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Lý thuyết cần nhớ: Điều kiện xác định bao gồm biểu thức trong căn bậc hai phải không âm và mẫu số phải khác 0.

Khi đó, với bài toán ta có:

$$\begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 1$$

Vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh quên điều kiện mẫu số khác 0 và đưa tới kết quả B. Một số khác giải sai bất phương trình $1-x^2 \geq 0$ và đưa ra kết quả khác.

Câu 2:

Phân tích: Ta xét:

$$y' = 2 + \frac{1}{x} - 2x = \frac{2x+1-2x^2}{x}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

Đến đây ta phải xét dấu của y' . Lưu ý rằng điều kiện xác định của hàm số là $x > 0$ (để $\ln x$ tồn tại). Và ta thu được hàm số đồng biến trên nửa khoảng $\left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right]$.

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Sai lầm cơ bản nhất:

+Mặc định là hàm số đồng biến khi và chỉ khi $y' > 0$ và đưa tới đáp án A.

+ Khi khác phục được $y' \geq 0$ nhưng do quên mất điều kiện $x > 0$ nên lại thu được đáp D.

+Giải sai bất phương trình có thể thu được đáp án C.

Câu 3: Điều kiện cần và đủ hai đồ thị không cắt nhau là hệ phương trình không có nghiệm:

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x + 1 \\ y = \frac{4x+m-1}{x-1} \end{cases}$$

Điều này tương đương với phương trình (*) sau không có nghiệm:

$$\begin{aligned} x^3 - 3x + 1 &= \frac{4x+m-1}{x-1} \quad (*) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (x^3 - 3x + 1)(x-1) = 4x+m-1 \\ x \neq 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - x^3 - 3x^2 = m \\ x \neq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Xét $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2$ để thấy $f(x)$ là một hàm liên tục và nhận mọi giá trị dương. Nên điều kiện cần để (*) vô nghiệm là: $m = f(1)$. Nhưng $f(1) = -3 < 0$ do đó, trường hợp này cũng không xảy ra. Vậy đáp án bài toán là không tồn tại giá trị của m và đáp án đúng là A.

Lưu ý: Nhiều học sinh cảm thấy lúng túng khi giải quyết phương trình (*) và thường sẽ lập luận theo kiểu tính:

$$f'(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x = x(4x^2 - 3x - 6)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \frac{3 \pm \sqrt{105}}{8}$$

Và rõ ràng là đang làm phức tạp bài toán lên. Hãy đọc kĩ đề bài vì đề bài chỉ yêu cầu tìm $m > 0$ thôi nhé.

Câu 4: Ta có:

$$y = \frac{x}{x^2 - 3x} = \frac{x}{x(x-3)} = \frac{1}{x-3}; \forall x \neq 0; x \neq 3$$

Rõ ràng, hàm số này chỉ có duy nhất một tiệm cận đứng là $x = 3$. Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Do không rút gọn nên nhiều học sinh ra đáp án A.

Câu 5: Ta có: $y' = 3x^2 - 2x + m$

Điều kiện cần tìm là:



$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ y'\left(-\frac{1}{2}\right) \geq 0 \\ y'\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3m > 0 \\ \frac{3}{4}+1+m \geq 0 \\ \frac{3}{4}-1+m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{4} \leq m < \frac{1}{4}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 6:

Phân tích: Khẳng định 2 và 3 chúng ta dễ dàng kiểm tra được tính đúng đắn! Còn khẳng định 1 là một câu hỏi khá lạ đối với học sinh. Tuy nhiên, ta chỉ cần chú ý tính chất điểm uốn là tâm đối xứng và ta chỉ cần chú ý nếu tồn tại 2 điểm cùng một bên điểm uốn mà cách đều điểm uốn thì bài toán được giải quyết. (Công việc này khá đơn giản). Đáp án đúng là B.

Câu 7: Công việc của bài toán này thì không có gì khó. Bài toán này có thể dùng đạo hàm và rút ra nhận xét, hoặc đơn giản hơn ta chỉ cần xét tại các điểm mà đề bài đã cho. Đáp án đúng là C.

Câu 8: Ta có $y' = 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$

Để hàm số có CĐ, CT thì $m > 0$

Khi đó, đồ thị hàm số có các điểm CĐ, CT là

$$A(0; 3m+1); B(-\sqrt{m}; -m^2 + 3m+1);$$

$$C(\sqrt{m}; -m^2 + 3m+1)$$

Vì $A \in Oy$; B, C đối xứng với nhau qua Oy nên:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |y_A - y_B| \cdot |x_B - x_C| = m^2 \cdot \sqrt{m} = 1$$

$$\Leftrightarrow m = 1 (tm)$$

Đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Trong công thức diện tích thiếu $1/2$ nên có thể dẫn tới đáp án A. Bài toán này sẽ phức tạp nếu không để ý tới tính đối xứng của B và C.

Câu 9: Rõ ràng từ hình vẽ ta có thể thấy ngay đó là đồ thị hàm số bậc ba. Tuy nhiên dễ nhìn thấy khi x càng lớn thì đồ thị càng đi xuống tức là y càng ngày càng âm. Do đó, hệ số của x^3 phải âm nên chỉ có thể là đáp án A.

Đáp án đúng là A.

Câu 10: Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$, điều kiện có 3 cực trị là $m > 0$.

Khi đó cực trị là $A(0; 2), B(\sqrt{m}; -m^2 + 2),$

$C(-\sqrt{m}; -m^2 + 2)$, tam giác ABC cân tại A.

Tâm I của đường tròn (ABC) nằm trên trục tung $\Rightarrow I(0; y)$.

$$\text{Ta có } IA = IB \Rightarrow I\left(0; 2 - \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2m}\right).$$

Đường tròn (ABC) qua $D\left(\frac{3}{5}; \frac{9}{5}\right)$

$$\Leftrightarrow ID = IA \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2m}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{2m}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{2m} - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ hoặc } m = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

(do $m > 0$). Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Quên điều kiện $m > 0$ nên có thể ra đáp án B.

Câu 11: Đáp án đúng là D vì:

$f(x)$ xác định liên tục trên đoạn $[0; 2]$, ta có:

$$f'(x) = -8x^3 + 8x$$

$$\text{Với } x \in [0; 2] \text{ thì } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(0) = 10; f(1) = 12; f(2) = -6$$

$$\Rightarrow \max_{[0; 2]} f(x) = f(1) = 12, \min_{[0; 2]} f(x) = f(2) = -6$$

$$\Rightarrow \max_{[0; 2]} f(x) + \min_{[0; 2]} f(x) = 6$$

Câu 12: Ta có tập xác định: $\log_3(x+1) \neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}. \text{ Vậy đáp án đúng là C.}$$

Câu 13:

$$\text{Điều kiện: } x > \frac{1}{3} (*)$$

Với điều kiện trên, phương trình đã cho:

$$\Leftrightarrow \log_5(3x-1)^2 + 1 = 3\log_5(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_5 5(3x-1)^2 = \log_5(2x+1)^3$$

$$\Leftrightarrow 5(3x-1)^2 = (2x+1)^3 \Leftrightarrow 8x^3 - 33x^2 + 36x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 \cdot (8x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện (*) thì $x=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình nên đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Quên đối chiếu với điều kiện nên sẽ khoanh đáp án A. Đặc biệt sai lầm này thường xảy ra khi các học sinh chỉ chú tâm vào phương trình bậc ba và bấm máy tính.

Câu 14: Đáp án đúng là C.

Điều kiện: $x > 0$ (*)

Với điều kiện (*) ta có:

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 + 3x) = \log_3(2x + 2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (chọn)} \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$.

Câu 15:

Phân tích:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x + 1 \neq 0; x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \neq x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

Khi đó phương trình:

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 1) = \log_2(x + 1)^2 + \log_2|x - 2|$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 1) = \log_2[(x + 1)^2 |x - 2|]$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = (x + 1)^2 |x - 2|$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = (x + 1)|x - 2| \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x - 1 = (x + 1)(x - 2) \\ 1 < x < 2 \forall x < -1 \\ x - 1 = (x + 1)(-x + 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x^2 - 2x - 1 = 0 \\ 1 < x < 2 \forall x < -1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 + \sqrt{2}$$

Đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Không để ý tới điều kiện có thể gây ra bốn nghiệm và tổng bằng 2 và ra đáp án A.

Câu 16:

Phân tích: $\log_3(x - 2) = \log_4(x^2 - 4x + 3)$

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x > 2 \\ x^2 - 4x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

Phương trình đã cho:

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 4x + 4) = \log_2(x^2 - 4x + 3)$$

Đặt $t = x^2 - 4x + 3$ ta có phương trình:

$$\log_3(t + 1) = \log_2 t = a \Leftrightarrow \begin{cases} t + 1 = 3^a \\ t = 2^a \end{cases} \Rightarrow 2^a + 1 = 3^a$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^a + \left(\frac{1}{3}\right)^a = 1 \quad (1)$$

Do hàm số $f(a) = \left(\frac{2}{3}\right)^a + \left(\frac{1}{3}\right)^a$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên phương trình (1) có tối đa một nghiệm. Mặt khác $f(1) = 1 \Rightarrow a = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình (1).

$$a = 1 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3} \\ x = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm phương trình: $x = 2 + \sqrt{3}$. Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Do không kiểm tra điều kiện nên dễ nhầm sang đáp án B.

Lưu ý: Đối với bài toán này, vì hình thức phức tạp nên ta có thể giải bằng cách thử đáp án bằng máy tính là hợp lý nhất.

Câu 17: Điều kiện:

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ x + 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty) \\ x > -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-7; -5) \cup (1; +\infty)$$

Từ phương trình suy ra:

$$\Rightarrow \log_2(x^2 + 4x - 5) > -2 \log_2 \frac{1}{x + 7}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 4x - 5) > \log_2(x + 7)^2 \Leftrightarrow x < -\frac{27}{5}$$

$$\text{Đối chiếu điều kiện, ta có nghiệm } x \in \left(-7; -\frac{27}{5}\right)$$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Do đối chiếu sai điều kiện hoặc không biết cách kết hợp nghiệm nên sẽ thu ra kết quả sai.

Câu 18:

Phân tích: 10 năm đó bao gồm 3 năm chiến tranh và 7 năm hòa bình. Do đó, dân số sẽ được tính là:

$$4 \cdot (0,98)^3 \cdot (1,04)^7 \approx 4,95 \text{ tỷ người}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Không hiểu bản chất! Lại tính theo kiểu tăng giảm phần trăm: $7.4\% - 3.2\% = 22\%$ do đó, dân số: $4.1,22 = 4,88$ tỷ người và ra đáp án A.

Câu 19: Ta có:

$$a-b = \frac{a.2^b - b.2^a}{2^a + 2^b} \Leftrightarrow (a-b)(2^a + 2^b) = a.2^b - b.2^a$$

$$\Leftrightarrow a.2^a - b.2^b = 0 \Leftrightarrow a.2^a = b.2^b \Leftrightarrow a=b \quad (a; b > 0)$$

Do đó, $2017^a - 2017^b = 0$. Vậy đáp án đúng là A.

Câu 20: Điều kiện: $y > 0$.

$$\text{Hệ phương trình} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \cdot \log_3 y - 2 = 2^{2x} (1) \\ 3 \cdot 2^x \cdot \log_3 y - 9 = \log_3^2 y (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow \log_3 y = \frac{2^{2x} + 2}{2^x}$. Thế vào (2) ta được:

$$3 \cdot 2^x \cdot \frac{2^{2x} + 2}{2^x} - 9 = \left(\frac{2^{2x} + 2}{2^x} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2x} = 4 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=27(t/m) \\ 2^{2x} = -\frac{1}{2} (vn) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4$$

Vậy đáp án đúng là C.

Nhận xét: Các câu 22, 23, 24, 25 ta hoàn toàn có thể sử dụng máy tính để bấm ra nhanh kết quả.

Câu 21: Bài toán này đòi hỏi hiểu sâu sắc lý thuyết nguyên hàm! Để thấy nói vắn tắt thì ta có:

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ khi và chỉ khi

$$F'(x) = f(x).$$

Do đó, đáp án đúng ở đây là đáp án D.

Câu 22:

$$I = \int_0^1 (x-1)^3 \sqrt{2x-x^2} dx$$

$$= \int_0^1 (x^2 - 2x + 1) \sqrt{2x-x^2} (x-1) dx$$

$$\text{Đặt: } t = \sqrt{2x-x^2} \Rightarrow t^2 = 2x-x^2$$

$$\Rightarrow t dt = (1-x) dx, t(0) = 0, t(1) = 1$$

$$I = \int_0^1 (1-t^2) t(-t) dt = \int_0^1 (t^4 - t^2) dt$$

$$= \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{15}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 23: Ta có:

$$I = \int_{\frac{1}{3}}^1 \left[\ln(3x^4 + x^2) - 2 \ln x \right] dx$$

$$= \int_{\frac{1}{3}}^1 \left[\ln(3x^2 + 1) + \ln x^2 - \ln x^2 \right] dx = \int_{\frac{1}{3}}^1 \left[\ln(3x^2 + 1) \right] dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(3x^2 + 1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{6x dx}{3x^2 + 1} \\ v = x \end{cases}$$

$$I = x \ln(3x^2 + 1) \Big|_{\frac{1}{3}}^1 - 2 \int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{6x^2 dx}{3x^2 + 1} = \frac{4 \ln 2 + \ln 3}{3} - J$$

Với:

$$J = \int_{\frac{1}{3}}^1 \left(2 - \frac{2}{3x^2 + 1} \right) dx = \frac{4}{3} - 2 \int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{dx}{3x^2 + 1} = \frac{4}{3} - \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \quad (\text{đặt})$$

$$\sqrt{3}x = \tan t \quad \text{với } t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right).$$

$$dx = \frac{1}{\sqrt{3}} (1 + \tan^2 t) dt \quad \text{đổi cận:}$$

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}; x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}. \text{ Từ đó tính được:}$$

$$J = \frac{4}{3} - \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \Rightarrow I = \frac{4 \ln 2 + \ln 3}{3} - \frac{4}{3} + \frac{\pi\sqrt{3}}{9}.$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 24: Đặt $x = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$. Ta có:

$dx = \cos t dt$ và ta có:

$$\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \sqrt{\cos^2 t} = |\cos t| = \cos t$$

$$\text{Đổi cận với } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ từ đó:}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{1-x^2}} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t dt}{1+\cos t} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos^2 \left(\frac{t}{2} \right) - 1}{2 \cos^2 \left(\frac{t}{2} \right)} dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} dt - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d \left(\frac{t}{2} \right)}{\cos^2 \left(\frac{t}{2} \right)} = \left(t - \tan \left(\frac{t}{2} \right) \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 25: Đặt $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow u^2 - 1 = x \Rightarrow 2udu = dx$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x=0 \Rightarrow u=1 \\ x=3 \Rightarrow u=2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} dx &= \int_1^2 \frac{2u^2-8u}{u^2+3u+2} du \\ &= \int_1^2 (2u-6) du + 6 \int_1^2 \frac{1}{u+1} du \\ &= (u^2-6u) \Big|_1^2 + 6 \ln|u+1| \Big|_1^2 \\ &= -3 + 6 \ln \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 26: Giải phương trình: $3^x = 2x^2 + 1$ ta được:

$$x=0; x=1; x=2$$

Do đó, ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^3 \min(3^x; 2x^2+1) dx \\ &= \int_{-1}^0 3^x dx + \int_0^1 (2x^2+1) dx + \int_1^2 3^x dx + \int_2^3 (2x^2+1) dx \\ &= \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_{-1}^0 + \left(\frac{2}{3} x^3 + x \right) \Big|_0^1 + \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_1^2 + \left(\frac{2}{3} x^3 + x \right) \Big|_2^3 \\ &= \frac{2}{3 \ln 3} + \frac{5}{3} + \frac{6}{\ln 3} + \frac{41}{3} = \frac{46}{3} + \frac{20}{3 \ln 3} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Nhận xét: Bài toán khó nhất ở bước giải phương trình để tìm giá trị nhỏ hơn trong mỗi khoảng giá trị.

Câu 27: Ta có:

$$\begin{aligned} \int_0^x (3t^2 - 2t + 3) dt &= x^3 + 2 \\ \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 3x &= x^3 + 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 28: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{aligned} |x^2 - 4x| &= 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 4x = 2x \\ x^2 - 4x = -2x \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 6x = 0 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=0 \\ x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra diện tích cần tính:

$$S = \left| \int_0^2 (x^2 - 4x - 2x) dx \right| + \left| \int_2^6 (x^2 - 4x - 2x) dx \right|$$

$$\text{Tính } I = \int_0^2 (x^2 - 4x - 2x) dx$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \forall x \in [0; 2]; x^2 - 4x \leq 0 &\Rightarrow |x^2 - 4x| = -x^2 + 4x \\ \Rightarrow I &= \int_0^2 (-x^2 + 4x - 2x) dx = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Tính } K = \int_2^6 (x^2 - 4x - 2x) dx$$

Ta có:

$$\begin{cases} \forall x \in [2; 4], x^2 - 4x \leq 0 \\ \forall x \in [4; 6], x^2 - 4x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K = \int_2^4 (4x - x^2 - 2x) dx + \int_4^6 (x^2 - 4x - 2x) dx = -16$$

$$\text{Vậy } S = \frac{4}{3} + 16 = \frac{52}{3}. \text{ Đáp án đúng là C.}$$

Câu 29: Ta có:

$$x \cdot \sin 2x = 2x \Leftrightarrow x \cdot \sin 2x - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(\sin 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Diện tích hình phẳng là:

$$S = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x \cdot \sin 2x - 2x) dx \right| = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\sin 2x - 2) dx \right|$$

Đặt:

$$\begin{aligned} \begin{cases} u = x \\ dv = (\sin 2x - 2) dx \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{\cos 2x}{2} - 2x \end{cases} \\ \Leftrightarrow S &= \left| \frac{\pi}{4} - \frac{\pi^2}{2} + \frac{\pi^2}{4} \right| = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 30: Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Theo giả thiết:

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{13} \\ |z + 2 - i| &= \sqrt{2} |\bar{z} + 1 - i| \\ \Leftrightarrow |z| &= \sqrt{13} \\ \Leftrightarrow |(a+2) + (b-1)i| &= \sqrt{2} |(a+1) - (b+1)i| \\ \sqrt{a^2 + b^2} &= \sqrt{13} \\ \sqrt{(a+2)^2 + (b-1)^2} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{(a+1)^2 + (b+1)^2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 3 \\ b = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z = -3 - 2i$ hoặc $z = 3 - 2i$. Đáp án đúng là D.

Câu 31: Ta có:

$$(1-2i)z - \frac{9+7i}{3-i} = 5-2i \Leftrightarrow (1-2i)z = 7+i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{7+i}{1-2i} = 1+3i \Rightarrow \text{Re}(z) = 1. \text{ Vậy đáp án}$$

đúng là C.

Câu 32: Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$z = (1+i)(3-2i) - \frac{5i\bar{z}}{(2+i)}$$

$$\Leftrightarrow a + bi = 5 + i - i(2-i)(a-bi)$$

$$\Leftrightarrow a + bi = 5 + i - (1+2i)(a-bi)$$

$$\Leftrightarrow a + bi = 5 + i - a - 2b + (b - 2a)i = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 - 2a - 2b + (1 - 2a)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 2a - 2b = 0 \\ 1 - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Không đọc kĩ đề tường là tìm z và thu được đáp án C.

Câu 33:

Phân tích:

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết suy ra:

$$\left| \frac{z+2-i}{z+1-i} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x+2+(y-1)i| = \sqrt{2}|x+1-(y+1)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 2(x+1)^2 + (y+1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = 10$$

Tập hợp biểu diễn của z là đường tròn tâm

$I(0; -3)$, bán kính $R = \sqrt{10}$.

Gọi M là điểm biểu diễn của z . Ta có :

$$|IM - IO| \leq OM \leq IM + IO \Leftrightarrow \sqrt{10} - 3 \leq OM \leq \sqrt{10} + 3$$

$$|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} = \sqrt{10} - 3$$

$$|z|_{\max} \Leftrightarrow OM_{\max} = \sqrt{10} + 3.$$

$$\Rightarrow \frac{|z|_{\min} + |z|_{\max}}{2} = \frac{(\sqrt{10} - 3) + (\sqrt{10} + 3)}{2} = \sqrt{10}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Không hiểu thế nào là trung bình cộng và nhầm tưởng sang tổng của hai số có thể gây ra đáp án C.

Câu 34: Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$2|z-1| = |z-\bar{z}+2|$$

$$\Leftrightarrow 2|x+yi-1| = |x+yi-x+yi+2|$$

$$\Leftrightarrow 2|x-1+yi| = |2+2yi|$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{4+4y^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm cần tìm là 2 đường thẳng $x = 0$, $x = 2$. Đáp án đúng là A.

Câu 35: Ta có:

$$z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}.$$

$$z^3 + 12i = \bar{z} \Leftrightarrow (x + yi)^3 + 12i = x - yi$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3xy^2 + (3x^2y - y^3 + 12)i = x - yi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = x \\ 3x^2y - y^3 + 12 = -y \end{cases} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = x \\ 3x^2y - y^3 + 12 = -y \end{cases} \quad (2)$$

Do $x > 0 \Rightarrow x^2 = 3y^2 + 1$. Thế vào (2) ta được

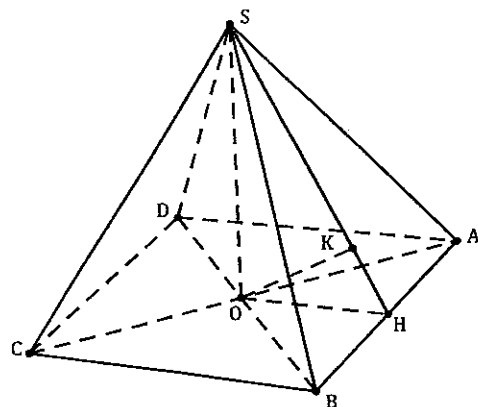
$$3(3y^2 + 1)y - y^3 + 12 = -y \Leftrightarrow 2y^3 + y + 3 = 0 \quad (3)$$

Giải (3) ta được: $y = -1 \Rightarrow x^2 = 4$. Do $x > 0$ nên

$x = 2$ Vậy $z = 2 - i \Rightarrow \text{Im}(z) = -1$. Đáp án đúng là

C.

Câu 36: Đáp án đúng là C. Giải thích:



Do tam giác ABD đều nên với H là trung điểm của AB, K là trung điểm của HB ta có:

$$DH \perp AB; DH = a\sqrt{3}; OK \parallel DH; OK = \frac{1}{2}DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK)$$

Gọi I là hình chiếu của O lên SK ta có: $OI \perp SK; AB \perp OI \Rightarrow OI \perp (SAB)$, hay OI là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB).

Tam giác SOK vuông tại O, OI là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \frac{a}{2}$$

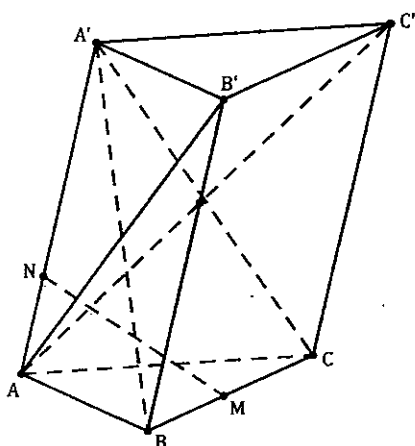
$$\text{Diện tích đáy } S_{ABCD} = 4S_{ABO} = 2.OA.OB = 2\sqrt{3}a^2$$

$$\text{Đường cao của hình chóp } SO = \frac{a}{2}$$

Thể tích khối chóp S.ABCD:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2a^2 \sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Câu 37: Đáp án đúng là B. Giải thích:



Gọi O là tâm của đáy ABC và M là trung điểm cạnh BC. Hạ $MN \perp A'A$. Do $BC \perp (A'AM)$ nên MN là đoạn vuông góc chung của $A'A$ và BC

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Ta có:

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3};$$

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \frac{3a}{4}$$

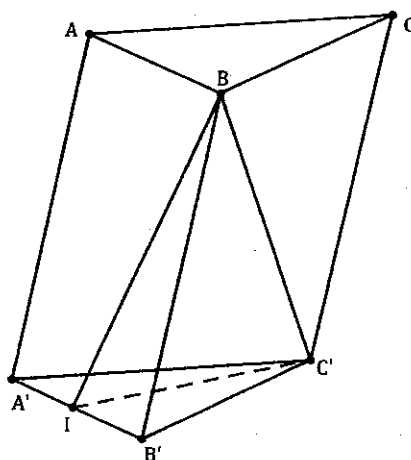
Hai tam giác $A'O A$ và MNA đồng dạng nên

$$\frac{A'O}{MN} = \frac{AO}{AN} \Rightarrow A'O = \frac{MN \cdot AO}{AN} = \frac{a}{3}$$

$$V_{A'BB'C'C} = V_{A'B'C'ABC} - V_{A'ABC} = A'O \cdot S_{ABC}$$

$$= \frac{2}{3} A'O \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18}$$

Câu 38: Đáp án đúng là C. Giải thích:



Gọi I là trung điểm $A'B'$ thì:

$$\left. \begin{array}{l} C'I \perp A'B' \\ C'I \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow C'I \perp (A'B'A')$$

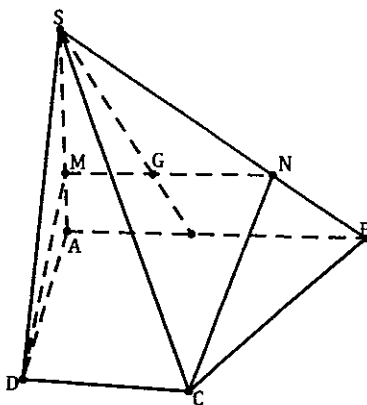
suy ra góc giữa BC' và mp($ABB'A'$) chính là góc $C'BI$.

Suy ra $C'BI = 60^\circ$

$$C'I = BI \cdot \tan C'BI = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{A'B'C'} = AA' \cdot \frac{1}{2} C'I \cdot A'B' = \frac{a^3 \sqrt{15}}{4}$$

Câu 39: Đáp án đúng là A. Giải thích:



Đặt $V = V_{S.ABCD}$, ta có:

$$V_{S.CDA} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}, V_{S.ABC} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}$$

Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N. Khi đó $MN \parallel AB$ và

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$$

Ta có:

$$\frac{V_{S.CDM}}{V_{S.CDA}} = \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} \cdot \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.CDM} = \frac{2}{3} V_{S.CDA} = \frac{2}{9} V$$

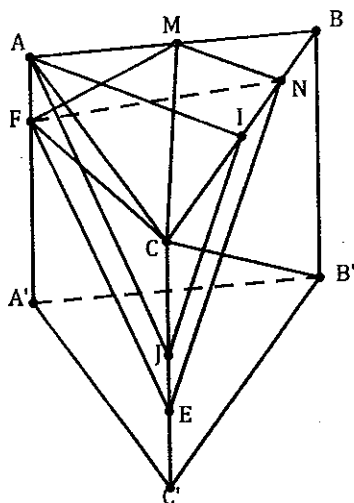
$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{4}{9} V_{S.ABC} = \frac{8}{27} V$$

Bởi vậy:

$$V_{S.CDMN} = V_{S.CDM} + V_{S.MNC} = \frac{2}{9} V + \frac{8}{27} V = \frac{14}{27} V.$$

Câu 40: Đáp án đúng là B. Giải thích:



Xác định N, E, F . Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, CC' . Khi đó $mp(AIJ) \perp B'C$. Suy ra $mp(P)$ qua M và song song mặt phẳng $mp(AIJ)$. Do đó $MN \parallel AI, NE \parallel IJ, EF \parallel AJ$.

Tính thể tích khối chóp $C.MNEF$. Thấy ngay ENC là góc giữa mặt phẳng (P) và $mp(ABC)$. Tứ giác $MNCA$ là hình chiếu vuông góc của tứ giác $MNEF$ trên $mp(ABC)$.

$$\text{Suy ra } dt(MNEF) = \frac{dt(MNCA)}{\cos ENC}$$

$$\text{Ta có } ENC = \frac{\pi}{4}, dt(ABC) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Suy ra:

$$dt(MNEF) = \frac{dt(ABC) - dt(BMN)}{\cos \frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{a^2\sqrt{3}}{32}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{7\sqrt{6}a^2}{32}$$

$$\text{Mặt khác } d(C, mp(MNEF)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}a}{8}$$

Gọi V là thể tích khối chóp $C.MNEF$, ta có:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{7\sqrt{6}a^2}{32} \cdot \frac{3\sqrt{2}a}{8} = \frac{7\sqrt{3}a^3}{128}$$

Câu 41: Đáp án đúng là D. Lưu ý đề bài cho là đường kính R nên công thức thể tích phải là:

$$V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{1}{6} \pi R^3$$

Câu 42: Gọi ba cạnh hình hộp chữ nhật là $a; b; c$.

Khi đó: $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ và $V = abc$. Do đó, áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có ngay:

$$V = abc = \sqrt{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2} \leq \sqrt{\left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}\right)^3} = 3\sqrt{3}$$

Vậy thể tích lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$ khi hình hộp là hình lập phương. Đáp án đúng là A.

Câu 43: Đáp án đúng là C.

Câu 44: Đáp án đúng là D.

Câu 45: Đáp án đúng là A. Giải thích:

Phương trình mặt phẳng:

$$(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$$

Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với $mp(ABC)$ thì $I(1; -1; 0)$ và đường thẳng Δ đi qua I . $mp(ABC)$ có vtpt $\vec{n} = (1; -1; 2)$, d có vtcp

$$\vec{u} = (1; 1; -1). \text{ Gọi } \vec{u}_1 \text{ là vtcp của } \Delta. \text{ Ta có: } \begin{cases} \vec{u}_1 \perp \vec{n} \\ \vec{u}_1 \perp \vec{u} \end{cases}$$

$$\text{chọn } \vec{u}_1 = [\vec{n}; \vec{u}] = (-1; 3; 2).$$

Vậy phương trình đường thẳng:

$$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}.$$

Câu 46: Đáp án đúng là D. Giải thích:

Gọi $M(a; b; c)$, khi đó:

$$M \in (Q) \Leftrightarrow a + b + c = 0 \quad (1)$$

Tam giác ABM cân tại M khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} AM^2 &= BM^2 \Leftrightarrow (a-4)^2 + (b+3)^2 + (c-1)^2 \\ &= (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \\ &\Leftrightarrow -a + 2b + 5 = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta có

Trung điểm AB là $I(3; -1; 1)$.

Tam giác ABM cân tại M , suy ra :

$$MI = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+1)^2 + (c-1)^2 = 5(3)$$

Thay (*) vào (3) ta được :

$$(2b+2)^2 + (b+1)^2 + (-6-3b)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 7b^2 + 23b + 18 = 0 \Leftrightarrow b = -2; b = -\frac{9}{7}$$

$$\text{Với } b = -2 \Rightarrow a = 1, c = 1 \Rightarrow M(1; -2; 1)$$

$$\text{Với } b = -\frac{9}{7} \Rightarrow a = \frac{17}{7}; c = -\frac{8}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; -\frac{9}{7}; -\frac{8}{7}\right)$$

Vậy điểm M cần tìm là $M(1; -2; 1)$ và

$$M\left(\frac{17}{7}; -\frac{9}{7}; -\frac{8}{7}\right).$$

Câu 47: Đáp án đúng là B. Giải thích:

Vì điểm C trên trục Ox nên $C(t; 0; 0)$

Ta có : $\overrightarrow{CA} = (1-t; 2; -1)$, $\overrightarrow{CB} = (-2-t; 1; 3)$

Tam giác ABC vuông tại C điều kiện là :

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (1-t)(-2-t) + 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + t - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 - \sqrt{3} \\ t = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Như vậy $C(-1-\sqrt{3}; 0; 0)$ hoặc $C(-1+\sqrt{3}; 0; 0)$.

Câu 48: Đáp án đúng là D. Giải thích:

Giả sử Δ có vtcp $\overrightarrow{u}_\Delta = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 > 0$

$$\Delta \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{u}_\Delta \cdot \overrightarrow{u}_1 = 0 \Leftrightarrow a - b + c = 0 \quad (1)$$

$$(\Delta, d_2) = 60^\circ \Leftrightarrow \cos 60^\circ = \frac{|a - b - 2c|}{\sqrt{1+1+4} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \text{ Từ}$$

$$\Leftrightarrow 2(a - b - 2c)^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) \quad (2)$$

(1) $\Rightarrow b = a + c$ thay vào (2) ta được

$$18c^2 = 3[a^2 + (a+c)^2 + c^2] \Leftrightarrow a^2 + ac - 2c^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-c)(a+2c) = 0 \Rightarrow a = c \vee a = -2c.$$

• $a = c \Rightarrow b = 2c$ chọn $c = 1 \Rightarrow \overrightarrow{u}_\Delta = (1; 2; 1)$ ta

$$\text{có } \Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$$

$a = -2c \Rightarrow b = -c$ chọn $c = -1 \Rightarrow \overrightarrow{u}_\Delta = (2; 1; -1)$ ta có

$$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}.$$

Câu 49: Đáp án đúng là A. Giải thích:

Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng

$5x - 4y + 3z + 20 = 0$ và $3x - 4y + z - 8 = 0$. Hai mp này lần lượt có các vtpt là $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}$ thì $[\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}]$ là một vtpt của (P) .

$$\overrightarrow{u} = (5; -4; 3), \overrightarrow{v} = (3; -4; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}] = (8; 4; -8)$$

Suy ra phương trình của (P) :

$$8(x-2) + 4(y-3) - 8(z+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + y - 2z - 9 = 0.$$

Câu 50: Đáp án đúng là B. Giải thích:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{14}$

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) có phương trình dạng:

$$(Q): 2x + 3y + z + d = 0, d \neq -11.$$

Theo giả thiết (Q) cắt (S) theo một đường tròn có

bán kính $r = \frac{R}{2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$ nên ta có:

$$d(I; (Q)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{\frac{21}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|d-3|}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{21}{2}} \Leftrightarrow d = 3 \pm 7\sqrt{3}$$

Vậy có hai mặt phẳng cần tìm là:

$$(Q_1): 2x + 3y + z + 3 + 7\sqrt{3} = 0,$$

$$(Q_2): 2x + 3y + z + 3 - 7\sqrt{3} = 0.$$



ĐỀ SỐ 10

Câu 1: Đồ thị hàm số bậc 2 và đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có chung đặc điểm nào sau đây:

- A. Luôn tồn tại cả điểm cực đại và điểm cực tiểu
- B. Luôn có tâm đối xứng
- C. Đồ thị hàm số đều có dạng parabol
- D. Luôn có trục đối xứng

Câu 2: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$

- A. Đồng biến trên $(1; +\infty)$
- B. Nghịch biến trên $(-1; 1)$
- C. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$
- D. Nghịch biến trên $(-1; 0)$

Câu 3: Trên khoảng nào sau đây thì hàm số $y = x^3 - 2x - \ln x$ nghịch biến?

- A. $(-\infty; 1)$
- B. $(0; 1)$
- C. $(1; +\infty)$
- D. $(0; +\infty)$

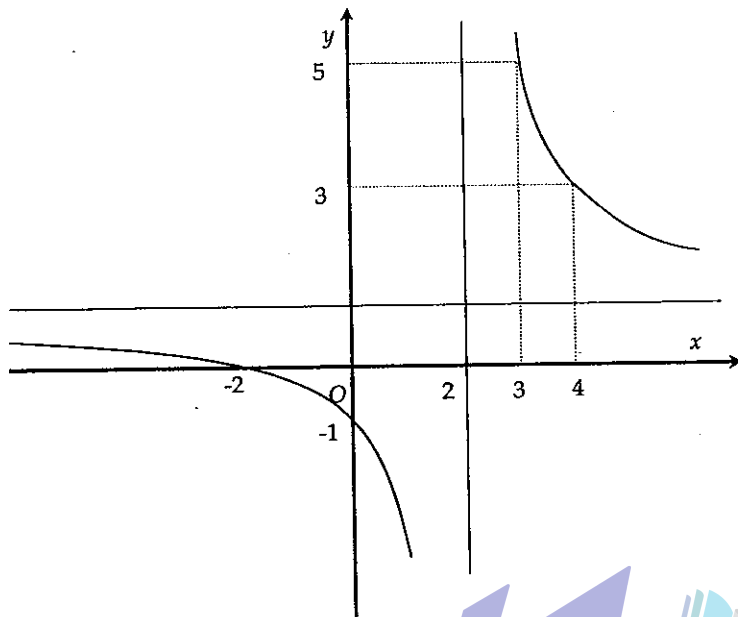
Câu 4: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm trên K ; $x_1, x_2 \in K$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $f'(x_1) \cdot f'(x_2) \geq 1$
- B. $f'(x_1) + f'(x_2) < 0$
- C. $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- D. Nếu $f(x_1) = 3; f(x_2) = -1$ thì phương trình $y = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(x_2; x_1)$

Câu 5: Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ là:

- A. -1
- B. 48
- C. -26
- D. 23

Câu 6: Hãy xác định a, b để hàm số $y = \frac{ax+2}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ:



- A. $a = 1; b = -2$
- B. $a = b = 2$
- C. $a = 1; b = 2$
- D. $a = b = -2$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2; x_3$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 7$

A. 3

B. 5

C. 7

D. 6

Câu 8: GTLN của hàm số $y = \sin x(1 + \cos x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là:

A. 0

B. $\frac{(\sqrt{3})^3}{4}$

C. 1

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 9: Đồ thị $f(x)$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là cặp số nguyên $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

A. 3

B. Không có

C. Vô số

D. 6

Câu 10: Tất cả các điểm cực đại của hàm số $y = \cos x$ là:

A. $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 11: Tìm GTNN của hàm số $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 21} - \sqrt{-x^2 + 3x + 10}$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3} - 1$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là:

A. $(2; 3)$

B. $[2; 3]$

C. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

D. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$

Câu 13: Cho hàm số $y = x.e^{-x}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\max_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; $\min_{x \in (0; +\infty)} y = -\frac{1}{e}$

B. $\max_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; $\min_{x \in (0; +\infty)} y = 0$

C. $\min_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; không tồn tại GTLN

D. $\max_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; không tồn tại GTNN trên $[0; +\infty)$

Câu 14: Giải bất phương trình $\log_2(x - 2) < 2$

A. $x \in (-\infty; 6)$

B. $x \in (2; 6]$

C. $x \in (2; 6)$

D. $x \in [-2; 6)$

Câu 15: Số nghiệm của phương trình $9^x + 2.3^x - 3 = 0$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô nghiệm

Câu 16: Cho $a > 0; b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\log_7 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_7 a + \log_7 b)$

C. $\log_3 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{7}(\log_3 a + \log_3 b)$

B. $\log_3 \frac{a+b}{7} = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$

D. $\log_7 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{3}(\log_7 a + \log_7 b)$

Câu 17: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$

A. $y' = \frac{2\ln x - \ln^2 x}{x^2}$

B. $y' = \frac{2\ln x \cdot x - \ln^2 x}{x^2}$

C. $y' = \frac{2\ln x + \ln^2 x}{x^2}$

D. $y' = \frac{2\frac{\ln x}{x} - \ln^2 x}{x^2}$

Câu 18: Cho $a > 0; b > 0; a \neq 1; b \neq 1; n \in \mathbb{R}^*$, một học sinh tính biểu thức

$P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_a b} + \dots + \frac{1}{\log_a b}$ theo các bước sau

I. $P = \log_b a + \log_b a^2 + \dots + \log_b a^n$

II. $P = \log_b a \cdot a^2 \dots a^n$

III. $P = \log_b a^{1+2+3+\dots+n}$

IV. $P = n(n+1)\log_b a$

Bạn học sinh trên đã giải sai ở bước nào



A. I

B. II

C. III

D. IV

Câu 19: Phương trình $4.3^x + 3.2^x = 12 + 6^x$ có tổng các nghiệm bằng:

A. 3

B. 6

C. -1

D. 5

Câu 20: Giải bất phương trình $2^{(\log_2 x)^2} + x^{\log_2 x} \leq 8$

Chọn nhật xét đúng?

A. Có duy nhất một nghiệm tự nhiên của x thỏa mãn bất phương trình.

B. Tập nghiệm của phương trình là tập con của tập $A = \left[\frac{2}{5}; 3 \right]$

C. Tổng các giá trị x bán nguyên thỏa mãn bất phương trình là 4,5

D. Giá trị nhỏ nhất của x thỏa mãn bất phương trình là một số hữu tỉ

Câu 21: Anh Sơn vay tiền ngân hàng mua nhà trị giá 1 tỉ đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 12 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0.5%/tháng thì sau bao lâu anh trả hết nợ?

A. 3 năm

B. 3 năm 1 tháng

C. 3 năm 2 tháng

D. 3 năm 3 tháng

Câu 22: Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

D. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

Câu 23: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x} + e^x}$

A. $\ln|e^x + e^{-x}| + C$

B. $\frac{1}{e^x - e^{-x}} + C$

C. $\ln|e^x - e^{-x}| + C$

D. $\frac{1}{e^x + e^{-x}} + C$

Câu 24: Cho D là miền phẳng giới hạn bởi các đường: $y = f(x) = \frac{1}{1+x^2}$; $y = g(x) = \frac{x^2}{2}$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được tạo thành khi quay D quanh trục Ox ? Thể tích được viết dưới dạng $T = n\pi^2 + m\pi$; $m, n \in \mathbb{R}$ thì tổng giá trị $m + n$ là?

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{13}{20}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

Câu 25: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ có giá trị bằng:

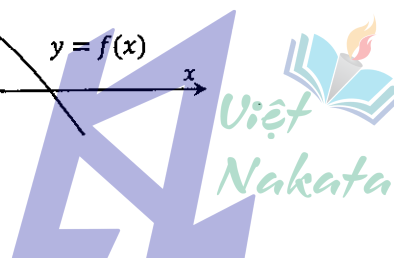
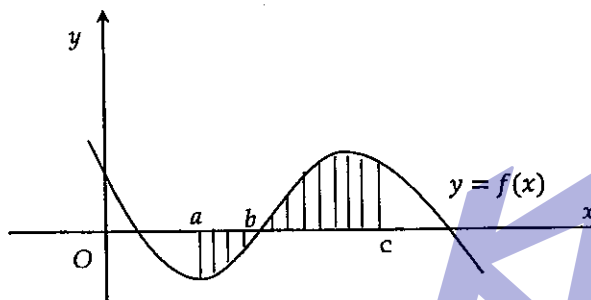
A. -1

B. 1

C. 7

D. 12

Câu 26: Diện tích hình phẳng phần bôi đen trong hình sau được tính theo công thức:



$$A. S = \left| \int_a^b f(x) dx \right| + \left| \int_b^c f(x) dx \right|$$

$$B. S = \left| \int_b^c f(x) dx \right| - \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

$$C. S = \int_a^c f(x) dx$$

$$D. S = \left| \int_a^c f(x) dx \right|$$

Câu 27: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^3 - 3x$; $y = x$. Vậy S bằng bao nhiêu?

A. 0

B. 4

C. 8

D. 2

Câu 28: Cho $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx = a(\ln 3 + 1) + \ln b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $T = 4a + 2b$

A. 4

B. 7

C. 5

D. 6

Câu 29: Thu gọn biểu thức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$ ta được:

A. $z = 11 - 6i$

B. $z = -1 - i$

C. $z = 4 + 3i$

D. $-7 + 6\sqrt{2}i$

Câu 30: Mô đun của số phức $z = 5 + 2i - (1 + i)^6$ là:

A. $5\sqrt{10}$

B. $\sqrt{61}$

C. 5

D. $5\sqrt{5}$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - 2 + 3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là:

A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$ bán kính $R = 1$

B. Đường thẳng có phương trình $x - 5y - 6 = 0$

C. Đường thẳng có phương trình $2x - 6y + 12 = 0$

D. Đường thẳng có phương trình $x - 3y - 6 = 0$

Câu 32: Cho các nhận định sau (giả sử các biểu thức đều có nghĩa):

1) Số phức và số phức liên hợp của nó có mô đun bằng nhau.

2) Với $z = 2 - 3i$ thì mô đun của z là: $|z| = 2 + 3i$

3) Số phức z là số thuần ảo $\Rightarrow z = -\bar{z}$

4) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 1| = 2$ là một đường tròn.

Số nhận định đúng là:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Câu 33: Cho các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự được biểu diễn bởi các số: $1 + i; 2 + 4i; 6 + 5i$

Tìm số phức biểu diễn điểm D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành:

A. $7 + 8i$

B. $-3 + 8i$

C. $5 + 2i$

D. $-3 + 2i$

Câu 34: Cho $z_1; z_2; z_3; z_4$ là bốn nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$

Tính giá trị biểu thức $T = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$.

A. $\frac{17}{9}$

B. $-\frac{17}{9}$

C. 425

D. -425

Câu 35: Một hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a; CD = 4a$, cạnh bên $AD = BC = 3a$. Hãy tính thể tích của khối nón xoay sinh bởi hình thang đó khi quay quanh trục đối xứng của nó.

A. $\frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{56a^3\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{14a^3}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{28a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tam giác vuông cân ABC tại B . Cạnh $AC = a\sqrt{2}$. Biết $SA = SB = SC = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 37: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (BDC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ lệ thể tích phần nhỏ so với phần lớn là:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{10}$

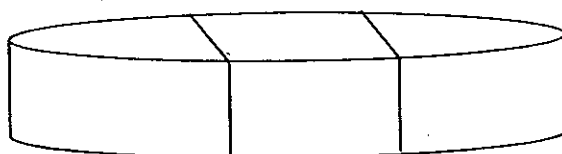
Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Nhận định nào sau đây không đúng:

- A. Hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau.
B. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng đáy là tâm của đáy.
C. $ABCD$ là hình thoi.
D. Hình chóp có các cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy cùng một góc.

Câu 39: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi diện tích S_1 , các tứ giác $ACC'A'$ và $BDD'B'$ có diện tích lần lượt là S_2, S_3 . Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tính theo S_1, S_2, S_3 là?

- A. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{S_1 S_2 S_3}$ C. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{3}}$ D. $\frac{\sqrt{S_1 S_2 S_3}}{2}$

Câu 40: Trong ngày trung thu, bố bạn Nam đem về cho bạn Nam một chiếc bánh trung thu. Nam rất vui vẻ vì điều đó, tuy nhiên để kích thích tinh thần toán học của bạn Nam, bố bạn Nam đưa ra một bài toán như sau: Giả sử chiếc bánh



có hình trụ đứng, đáy là hình tròn đường kính 12cm , chiều cao 2cm .

Bạn Nam phải cắt chiếc bánh thành 3 phần bằng nhau, cách cắt phải tuân thủ quy tắc. Nam chỉ được cắt đúng 2 nhát, mặt phẳng 2 nhát dao phải vuông góc với đáy và song song với nhau. Như vậy, theo cách cắt thì sẽ có 2 miếng giống nhau và một việc khác hình thù, 3 miếng có cùng chung thể tích. Hỏi khoảng cách giữa 2 mặt phẳng nhát cắt gần nhất với giá trị bao nhiêu?

- A. 3.5 cm B. 3 cm C. 3.2 cm D. 3.44 cm

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 42: Cho $\vec{m} = (1; 0; -1); \vec{n} = (0; 1; 1)$. Kết luận nào sau đây sai:

- A. $\vec{m} \cdot \vec{n} = -1$ B. $\vec{m}$ và $\vec{n}$ không cùng phương C. $[\vec{m}, \vec{n}] = (1; -1; 1)$ D. Góc giữa 2 vector $\vec{m}$ và $\vec{n}$ là 60°

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 2), B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 4 = 0$. Viết phương trình của mặt cầu (S) có tâm I nằm trên đường thẳng AB , bán kính bằng 4 và tiếp xúc với mặt phẳng (P) ; biết tâm I có hoành độ dương.

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$ B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$ C. $\left(x + \frac{9}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{14}{5}\right)^2 + \left(z - \frac{24}{5}\right)^2 = 16$ D. $\left(x + \frac{9}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{14}{5}\right)^2 + \left(z - \frac{24}{5}\right)^2 = 16$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$

D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình: $x+y-2z-6=0$. Mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với mặt phẳng (P) , H là tiếp điểm của (S) và (P) . Nhận xét nào sau đây đúng?

A. Mặt cầu (S) có bán kính bằng 6

B. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng $(Q): 2x+y+2z-5=0$ là 2

C. Với $\vec{a} = (2; 1; -2)$ thì $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{a} = 0$

D. Hoành độ của H nhận giá trị âm

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$ đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ có phương trình:

A. $d: \begin{cases} x=1 \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x=t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x=-t \\ y=-2t \\ z=-3t \end{cases}$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 6; 2), B(5; 1; 3), C(4; 0; 6), D(5; 0; 4)$, phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) :

A. $(S): (x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$

B. $(S): (x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$

C. $(S): (x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{16}{223}$

D. $(S): (x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{16}{223}$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng song song với hai đường thẳng

$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$

B. $\vec{n} = (5; -6; 7)$

C. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$

D. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình:

$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}; d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M , song song với

trục Ox , sao cho (P) cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB=1$.

A. $z=0$

C. $-4y+z+8=0$

B. $x+2y-z-4=0$

D. $x+2y+z-4=0$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-3=0$ và $(Q): x+y+z-1=0$. Phương trình chính tắc đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+4z+16=0$, đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-1}$ và điểm $M(2; 3; 1)$. Gọi A là điểm thuộc đường thẳng d , B là hình chiếu của A trên

mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ điểm A biết tam giác MAB cân tại M .

A. $A(3; 1; 3)$

B. $A(1; -3; 5)$

C. $A(2; -1; 4)$

D. $A(0; -5; 6)$

ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.D	5.A	6.A	7.D	8.B	9.D	10.C
11.A	12.A	13.D	14.C	15.B	16.A	17.A	18.D	19.A	20.C
21.B	22.A	23.A	24.B	25.C	26.A	27.C	28.A	29.D	30.D
31.D	32.A	33.A	34.A	35.A	36.B	37.D	38.C	39.A	40.C
41.B	42.D	43.D	44.B	45.D	46.B	47.D	48.C	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

Câu 2: Đáp án A

Những bài toán dạng này chúng ta nên kẻ bảng biến thiên để tránh nhầm lẫn.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x^2$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; \pm 1$

BBT:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên chúng ta có thể thấy đáp án A là chính xác.

Câu 3: Đáp án B

Chú ý điều kiện xác định của hàm số đã cho là

$D = (0; +\infty)$

$$y' = 3x^2 - 2 - \frac{1}{x} = \frac{3x^3 - 2x - 1}{x} = \frac{(x-1)(3x^2 + 3x + 1)}{x}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = 1$$

Kẻ bảng biến thiên ta thu được kết quả hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$

Nhận xét: Một số thí sinh khi đi thi không để ý đến điều kiện xác định của hàm số đã cho.

Câu 4: Đáp án D

A, B, C đều sai vì từ đề bài cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K ta có thể suy ra các điều sau:

$$\begin{cases} f'(x) > 0 \forall x \in K \\ x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2) \end{cases}$$

Câu 5: Đáp án A

Lưu ý bài toán bắt tìm tổng GTLN và GTNN chứ không phải tổng giá trị cực tiểu và giá trị cực đại, cần chú ý điều này để tránh sai sót không đáng có.

Giải: Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$

Phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [-4; 4] \\ x = -1 \in [-4; 4] \end{cases}$$

Tính các giá trị

$y_{(-4)} = -41; y_{(-1)} = 40; y_{(3)} = 8; y_{(4)} = 15$. So sánh các giá trị ta suy ra GLTN là 40 và GTNN là -41

Tổng cần tìm là -1

Câu 6: Đáp án A

Nhìn vào đồ thị ta có thể thấy tập giá trị của x là $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$. Suy ra đây chính là điều kiện xác định của hàm số, do đó b phải bằng -2.

Lại có đường tiệm cận ngang của đồ thị là $y = 1$ nên

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + 2}{x - 2} = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{2}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = 1 \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 7: Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3} - m\right)x^2 - \left(\frac{1}{3} - m\right)x - \left(m + \frac{2}{3}\right)x + m + \frac{2}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3} - m\right)x - m - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ \frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3} - m\right)x - m - \frac{2}{3} = 0(*) \end{cases}$$

Để m thỏa mãn điều kiện đề bài thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ đều khác 1 và $x_1^2 + x_2^2 < 6$

$$\text{Áp dụng Vi-et ta có } x_1 + x_2 = \frac{m}{3} - 1; x_1 x_2 = -\frac{m}{3} - 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - m - m - \frac{2}{3} \neq 0 \\ \Delta = \left(\frac{1}{3} - m\right)^2 + 4 \cdot \frac{1}{3} \left(m + \frac{2}{3}\right) > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + \frac{2}{3}m + 1 > 0 \\ \left(\frac{m}{3} - 1\right)^2 + 2\left(\frac{m}{3} + 2\right) < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-3; 3] \setminus \{0\}$$

Vậy các giá trị nguyên của m là $-3; -2; -1; 1; 2; 3$. Có tất cả 6 giá trị

Sai lầm thường gặp: Không chú ý đến điều kiện phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt nhưng phải khác 1.

Câu 8: Đáp án B

Viết lại $y = \sin x(1 + \cos x) = \sin x + \frac{\sin 2x}{2}$

Có: $y' = \cos x + \cos 2x = 2\cos^2 x + \cos x - 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \text{ . Trên đoạn } [0; \pi] \text{ thì phương}$$

trình $y' = 0$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{3}; x = \pi$

Tính các giá trị $y(0); y\left(\frac{\pi}{3}\right); y(\pi)$ ta được giá trị lớn nhất

của hàm số là $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ khi $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 9: Đáp án D

Ta có thể viết lại $f(x)$ dưới dạng

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2x - 2 + 4}{x + 1} = x - 2 + \frac{4}{x + 1}$$

Nhận thấy tọa độ điểm là cặp số nguyên thì x nguyên và $x + 1$ là ước của 4.

Suy ra số điểm chính là số nghiệm của 4. Vậy có 6 điểm thuộc đồ thị $f(x)$ có tọa độ là cặp số nguyên

Câu 10: Điều kiện để x là điểm cực đại của hàm số $y = \cos x$ là:

$$\begin{cases} y'(x) = 0 \\ y''(x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 11: Đáp án A

Đây là một bài toán tuy không quá khó nhưng đòi hỏi khả năng biến đổi chính xác.

Tập xác định $D = [-2; 5]$

$$f'(x) = -\frac{x-2}{\sqrt{-x^2+4x+21}} + \frac{2x-3}{2\sqrt{-x^2+3x+10}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{2\sqrt{-x^2+3x+10}} = \frac{x-2}{\sqrt{-x^2+4x+21}} (*)$$

Đến đây chúng ta có thể sử dụng chức năng **SHIFT** **SOLVE** của máy tính để tìm nghiệm. Dưới đây chúng tôi sẽ trình bày cả hướng sử dụng máy tính và cả giải đầy đủ.

SD Máy tính: Nhập màn hình biểu thức

$$\frac{2x-3}{2\sqrt{-x^2+3x+10}} = \frac{x-2}{\sqrt{-x^2+4x+21}} \text{ . Bấm } \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{SOLVE}}$$

sau đó ấn một số bất kì và ấn $=$. Màn hình

cho kết quả $x=0.3333333333$ tức $x = \frac{1}{3}$.

Thử với các giá trị khác nhau trên $D = [-2; 5]$ ta đều thu được kết quả $x=0.33333333$

Thử lại ta thấy $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

So sánh các giá trị $f(-2); f(5)$ và $f\left(\frac{1}{3}\right)$ ta thấy

$$\min f(x) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{2}$$

Tuy nhiên cách làm này còn nhiều hạn chế vì chúng ta chưa thể chắc chắn tìm được hết nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

Biến đổi thông thường:

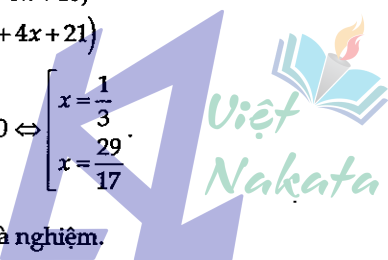
$$(*) \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 4}{-x^2 + 4x + 21} = \frac{4x^2 - 12x + 9}{4(-x^2 + 3x + 10)}$$

$$\Rightarrow 4(x^2 - 4x + 4)(-x^2 + 3x + 10)$$

$$= (4x^2 - 12x + 9)(-x^2 + 4x + 21)$$

$$\Leftrightarrow 51x^2 - 104x + 29 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{29}{17} \end{cases}$$

Thử lại chỉ có $x = \frac{1}{3}$ là nghiệm.



So sánh các giá trị $f(-2); f(5)$ và $f\left(\frac{1}{3}\right)$ ta thấy

$$\min f(x) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{2}$$

Câu 12: Đáp án A

$$\text{Điều kiện } -x^2 + 5x - 6 > 0 \Rightarrow 2 < x < 3$$

Câu 13: Đáp án D

Hàm số đã cho liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$.

Áp dụng công thức $(uv)' = u'v + uv'$ suy ra

$$y' = e^{-x} - x.e^{-x} = e^{-x}(1-x); y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ suy ra hàm số không tồn tại GTNN

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0; y_{(1)} = \frac{1}{e} \text{ suy ra } \max_{x \in [0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$$

Câu 14: Đáp án C

Đối với những câu dễ như thế này, thí sinh cần tránh sai sót không đáng có, ở bài toán này một vài thí sinh quên không để ý đến điều kiện xác định dẫn đến chọn đáp án A

Điều kiện $x > 2$

$$\Leftrightarrow x - 2 < 2^2 = 4 \Leftrightarrow \log_2(x - 2) < 2 \Leftrightarrow x < 6$$

Vậy $2 < x < 6$

Câu 15: Đáp án B

TXD: $D = \mathbb{R}$

Phương trình

$$9^x + 2.3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3^x + 3.3^x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x + 3) = 0$$

$$\begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = -3(\text{VN}) \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 16: Từ điều kiện ta suy ra

$$a^2 + b^2 + 2ab = 9ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 9ab$$

$$\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$$

$$\Leftrightarrow \log_7 \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_7 ab$$

$$\Leftrightarrow 2\log_7 \left(\frac{a+b}{3}\right) = \log_7 a + \log_7 b$$

Câu 17: Đáp án A

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ta có

$$y' = \frac{(\ln^2 x)' \cdot x - \ln^2 x \cdot x'}{x^2} \Leftrightarrow y' = \frac{2\ln x - \ln^2 x}{x^2}$$

Câu 18: Đáp án D

vì $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ nhưng theo biến đổi ý

D thì $1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1)$.

Câu 19: Đáp án A

Ta sử dụng phương pháp biến đổi tương đương:

$$4.3^x + 3.2^x = 12 + 6^x \Leftrightarrow 4.(3^x - 3) + 2^x(3 - 3^x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^x - 4)(3^x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Câu 20: Tập xác định $D = (0; +\infty)$

$$\text{Đặt } \log_2 x = t \Leftrightarrow x = 2^t \text{ suy ra } 2^{t^2} + (2^t)^t \leq 8$$

$$\Leftrightarrow 2^{t^2} + 2^t \leq 8 \Leftrightarrow 2^{t^2} \leq 2^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow t^2 \leq 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \log_2 x \leq \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 2^{-\sqrt{2}} \leq x \leq 2^{\sqrt{2}}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra tập nghiệm là $[2^{-\sqrt{2}}; 2^{\sqrt{2}}]$

Đáp án A sai vì có 2 giá trị tự nhiên của x là 1 và 2

Đáp án B sai vì $2^{-\sqrt{2}} < \frac{2}{5}$

Đáp án C đúng vì các giá trị x bán nguyên là 0,5; 1,5 và 2,5

Đáp án D sai vì $2^{-\sqrt{2}}$ là một số vô tỉ

Câu 21: Đáp án B

Gọi n là số tháng anh cần trả với n tự nhiên

Sau tháng thứ nhất anh còn nợ

$$S_1 = 10^9 \cdot \left(1 + \frac{0.5}{100}\right) - 30.10^6 = 10^9 \cdot 1.005 - 30.10^6 \text{ đồng}$$

Sau tháng thứ hai anh còn nợ

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 \cdot 1.005 - 12.10^6 = (10^9 \cdot 1.005 - 30.10^6) \cdot 1.005 - 30.10^6 \\ &= 10^9 \cdot 1.005^2 - 30.10^6 \cdot \frac{1.005^2 - 1}{0.005} \text{ đồng} \end{aligned}$$

Tiếp tục quá trình trên thì số tiền anh Sơn còn nợ sau n tháng sẽ là

$$\begin{aligned} S_n &= 10^9 \cdot 1.005^n - 30.10^6 \cdot \frac{1.005^n - 1}{0.005} = 0 \\ \Rightarrow 1.005^n &= 1.2 \Rightarrow n = \log_{1.005} 1.2 \approx 36,555 \end{aligned}$$

Do đó sau 37 tháng sẽ trả hết nợ tức 3 năm 1 tháng

Câu 22: Đáp án A

Chúng ta có thể thử bằng cách tính đạo hàm các đáp án và $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ tại cùng một giá trị để chọn đáp án đúng.

Đối với cách làm trực tiếp, đây là một dạng khá cổ điển của bài tập nguyên hàm.

Đặt $\sqrt{x^2+1} = t > 0 \Leftrightarrow x^2+1 = t^2 \Leftrightarrow xdx = tdt$

Nguyên hàm cần tính có thể viết lại bằng:

$$\int x\sqrt{x^2+1}dx = \int t \cdot tdt = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} = \frac{(\sqrt{x^2+1})^3}{3}$$

Câu 23: Đáp án A

Tương tự như bài toán trên, bài toán này cũng có cách thử tương tự, tuy nhiên đôi khi việc thử lại tốn thời gian hơn việc làm trực tiếp.

Sau đây là cách làm trực tiếp:

Đặt $e^x + e^{-x} = t \Rightarrow (e^x - e^{-x})dx = dt$

Nguyên hàm cần tính:

$$\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln|e^x + e^{-x}| + C$$

Câu 24: Đáp án B

$$\text{Xét phương trình } \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Như vậy, thể tích cần tìm sẽ được tính theo công

$$\text{thức: } V = \pi \int_{-1}^1 |f^2(x) - g^2(x)| dx$$

$$V = \pi \int_{-1}^1 \left| \left(\frac{1}{1+x^2} \right)^2 - \frac{x^4}{4} \right| dx = \pi \int_{-1}^1 \left| \frac{1}{(1+x^2)^2} dx - \int_{-1}^1 \frac{x^4}{4} dx \right| =$$

$$\pi \left| \int_{-1}^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx - \frac{x^5}{20} \right|_{-1}^1 = \pi \left| \int_{-1}^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx - \frac{1}{10} \right|$$

$$V = \pi \left| I - \frac{1}{10} \right| \text{ với } I = \int_{-1}^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$$

$$\text{Tính } I: \text{Đặt } x = \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Rightarrow dx = \frac{1}{\cos^2 t} dt = (1 + \tan^2 t) dt$$

Ta có thể viết I lại dưới dạng

$$I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 t}{(1 + \tan^2 t)^2} dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} V = \pi \left| \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} \right| = \frac{\pi^2}{4} + \frac{2\pi}{5}$$

Nhận xét: Đây là một bài toán khá khó, đòi hỏi thí sinh phải biết đúng công thức và việc sử dụng lý tích phân khéo léo.

Câu 25: Đáp án C

Đây là một bài toán khá đơn giản nhưng có thể gây khó khăn với một vài thí sinh không nhớ đúng công thức

Ở đây ta áp dụng công thức:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

Câu 26: Đáp án A

Câu 27: Đáp án C

Trước tiên ta phải tìm giao điểm của hai đồ thị $y = x^3 - 3x$ và $y = x$

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \end{cases}$$

Do đó

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_0^2 (4x - x^3) dx = 8$$

Câu 28: Đáp án A

Ở bài toán này máy tính đường như không giúp được nhiều trong việc giải quyết bài toán, đây là bài toán sử dụng phương pháp tích phân thành phần ở mức độ vận dụng.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 3 + \ln x \\ v = \frac{dx}{(x+1)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{-1}{x+1} + 1 = \frac{x}{x+1} \end{cases}$$

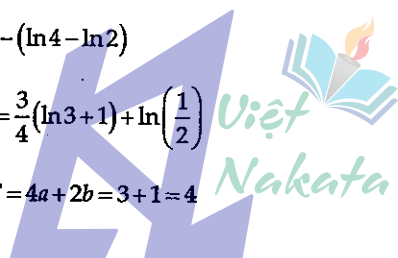
Áp dụng công thức tính tích phân thành phần

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du \text{ thì ta được}$$

$$I = \frac{(3 + \ln x)x}{x+1} \Big|_1^3 - \int_1^3 \frac{dx}{x+1} = \frac{(3 + \ln x)x}{x+1} \Big|_1^3 - \ln(x+1) \Big|_1^3$$

$$I = \left(\frac{3(3 + \ln 3)}{4} - \frac{3}{2} \right) - (\ln 4 - \ln 2) = \frac{3}{4}(\ln 3 + 1) - \ln 2 = \frac{3}{4}(\ln 3 + 1) + \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Vậy } a = \frac{3}{4}; b = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 4a + 2b = 3 + 1 = 4$$



Nhân xét: Điểm mấu chốt để xử lý nhanh bài toán nằm

ở việc đặt $v = \frac{-1}{x+1} + 1 = \frac{x}{x+1}$. Một số thí sinh chọn đáp

án B vì khi làm đến $I = \frac{3}{4}(\ln 3 + 1) - \ln 2$ không để ý dấu

nên suy ra luôn $a = \frac{3}{4}; b = 2$ dẫn đến kết quả sai.

Câu 29: Đáp án D

Sử dụng máy tính ở chế độ CMPLX. Nhập màn

hình biểu thức $(\sqrt{2} + 3i)^2$ và ấn "=" ta được kết quả

$$z = -7 + 6\sqrt{2}i.$$

Câu 30: Đáp án D

Nhiều thí sinh tỏ ra lúng túng trước biểu thức $(1+i)^6$, nếu như đây là bài tự luận thì các bước khai triển biểu này khá dài và phức tạp, tuy nhiên chúng ta có thể sử dụng máy tính để có kết quả chính xác.

Một lưu ý là máy tính không thể tính được lũy thừa bậc 4 trở lên của một số phức. Do đó ta phải tính gián tiếp qua 2 bước. Vì $(1+i)^6 = [(1+i)^3]^2$ nên ta sẽ tính $(1+i)^3$ trước rồi tính bình phương của giá trị vừa tìm được.

Sử dụng máy tính Casio ta tính được $(1+i)^3 = -2 + 2i \Rightarrow (1+i)^6 = (-2+2i)^2 = -8i$

$$\text{Vậy } z = 5 + 2i - (1+i)^6 = 5 + 2i - (-8i) = 5 + 10i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

Nhân xét: Một số sai lầm trong quá trình biến đổi có thể dẫn đến đáp án sai là B hoặc C. Nếu như sử dụng phương pháp khai triển trực tiếp ra nháp thì bài toán này tốn khá nhiều thời gian khi đi thi, thí sinh có thể sẽ bị không đủ thời gian làm những câu khác.

Câu 31: Đáp án D

Với $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thì theo đề bài ta sẽ có:

$$|a-1+bi| = |a-2+(b+3)i|$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = (a-2)^2 + (b+3)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 + b^2 = a^2 - 4a + 4 + b^2 + 6b + 9$$

$$\Leftrightarrow -2a + 6b + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3y - 6 = 0$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$

Câu 32: Đáp án A

Các nhận định đúng là 1,3

Đáp án A đúng vì cả số phức và số phức liên hợp đều có mô đun là $\sqrt{a^2 + b^2}$

Đáp án B sai vì mô đun của số phức $|z| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$, còn $2 + 3i$ là số phức liên hợp của z

Đáp án C đúng vì

$$z = bi; \bar{z} = -bi; bi = -(-bi) \Leftrightarrow z = -\bar{z}$$

Đáp án D sai. Với $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thì ta có

$$z + \bar{z} + 1 = a + bi + a - bi + 1 = 2a + 1$$

$$\Rightarrow |z + \bar{z} + 1| = |2a + 1| = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Như vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song chứ không phải một đường tròn.

Câu 33: Đáp án A

Từ dữ kiện đề bài ta suy ra

$$A(1;1); B(2;4); C(6;5) \Rightarrow \overline{AB} = (1;3)$$

Đặt số phức z biểu diễn điểm D là

$$z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \text{ thì } D(a;b) \quad \overline{CD} = (a-6; b-5)$$

Tứ giác ABDC là hình bình hành nên $\overline{AB} = \overline{CD}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-6=1 \\ b-5=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=8 \end{cases} \Leftrightarrow z=7+8i$$

Sai lầm thường gặp: Nhầm chiều vectơ: $\overline{AB} = \overline{DC}$ dẫn đến lựa chọn đáp án C.

Câu 34: Đáp án A

Đây là một bài toán phức ở mức độ vận dụng cao khá hay và khó. Để giải quyết cần sự tinh ý và cẩn thận trong từng bước giải.

Từ phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$, ta suy ra

$$(2z-i)^4 - (z-i)^4 = 0$$

$$\text{Đặt } f(z) = (2z-i)^4 - (z-i)^4$$

$$= 15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$$

$$\text{Vì } i^2 = -1 \Rightarrow z^2 + 1 = z^2 - i^2 = (z-i)(z+i)$$

$$\Rightarrow T = \frac{[(z_1 - i)(z_2 - i)(z_3 - i)(z_4 - i)]}{[(z_1 + i)(z_2 + i)(z_3 + i)(z_4 + i)]}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{[(i - z_1)(i - z_2)(i - z_3)(i - z_4)]}{[(-i - z_1)(-i - z_2)(-i - z_3)(-i - z_4)]}$$

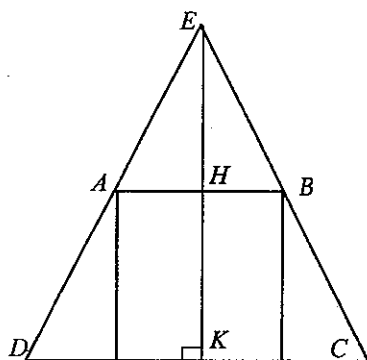
$$\Leftrightarrow T = \frac{f(i)}{15} \cdot \frac{f(-i)}{15} = \frac{f(i) \cdot f(-i)}{225}$$

Tính các giá trị $f(i); f(-i)$

$$\left. \begin{aligned} f(i) &= (2i - i)^4 - (i - 1)^4 = i^4 - (i - 1)^4 = 5 \\ f(-i) &= (-2i - i)^4 - (-i - 1)^4 = 85 \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = \frac{5 \cdot 85}{225} = \frac{17}{9}$$

Nhận xét: Đối với bài toán này, có lẽ Casio hay Vinacal cũng "bó tay". Một số bạn thì có hướng làm đúng nhưng lại chọn đáp án C vì ngay từ đầu khi đặt $f(z)$ đã không có hệ số 15 ở đầu.

Câu 35: Đáp án A



Gọi AD và BC cắt nhau tại E. $2AB = DC$ nên AB là đường trung bình $\triangle EDC \Rightarrow ED = 2AD = 6a$

Gọi H và K lần lượt là trung điểm AB và CD thì ta có EK vuông góc với CD và HK là trục đối xứng của ABCD.

$$EK = \sqrt{ED^2 - DK^2} = 4a\sqrt{2}; EH = \frac{EK}{2} = 2a\sqrt{2}$$

Khối nón xoay sinh bởi hình thang ABCD khi quay quanh trục của nó chính là phần thể tích nằm giữa 2 khối nón:

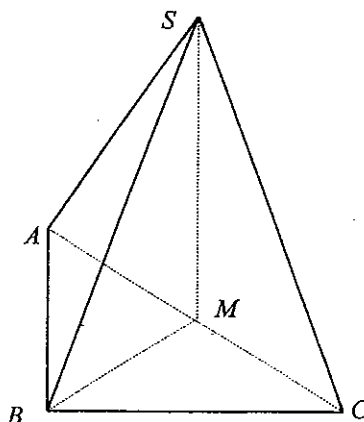
+ Khối nón 1: Có đáy là hình tròn tâm K, bán kính $KD = 2a$, đường cao $EK = 4a\sqrt{2}$

+ Khối nón 2: Có đáy là hình tròn tâm H, bán kính $HA = a$, đường cao $EH = 2a\sqrt{2}$

Do đó thể tích cần tìm là

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \pi \cdot 4a\sqrt{2} - \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \pi \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$$

Câu 36:



Gọi M là trung điểm AC thì M là trọng tâm, trực tâm tam giác ABC

$SA = SB = SC = a$ nên $SM \perp (ABC)$

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B, $AC = a\sqrt{2}$ nên

$BA = BC = a$

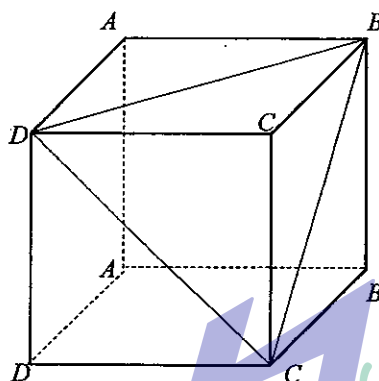
$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$$

$$SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = \sqrt{SB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Do đó thể tích cần tìm là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Câu 37: Đáp án D



Nhìn vào hình vẽ ta có thể thấy 2 phần của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ chia bởi mặt phẳng (BDC') gồm hình chóp $BCC'D'$ và phần lại

Tỉ lệ cần tính sẽ là $T = \frac{V_{BCC'D}}{V_{ABCD A'B'C'D'} - V_{BCC'D}}$

Giả sử hình lập phương có cạnh là 1

$$\Rightarrow V_{ABCD A'B'C'D'} = 1^3 = 1$$

Hình chóp $BCC'D$ có đáy là tam giác vuông cân DCC' , đỉnh B , đường cao BC

$$\Rightarrow V_{BCC'D} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{DCC'} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$T = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

Sai lầm thường gặp:

Tính nhầm giá trị $T = \frac{V_{BCC'D}}{V_{ABCD A'B'C'D'}}$ dẫn đến đáp án B.

Câu 38: Đáp án C

Nhắc lại kiến thức: Hình chóp đa giác đều: là hình chóp có đáy là đa giác đều và hình chiếu của đỉnh xuống đáy trùng với tâm của đáy. Như vậy hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ và hình chiếu của S xuống đáy là tâm hình vuông $ABCD$.

Câu 39: Đáp án A

Gọi đáy của hình hộp có độ dài 2 đường chéo là $AC = a; BD = b$ và đường cao hình hộp là $AA' = BB' = c$

Suy ra được $S_1 = \frac{1}{2}ab$; $S_2 = AC \cdot AA' = ac$;

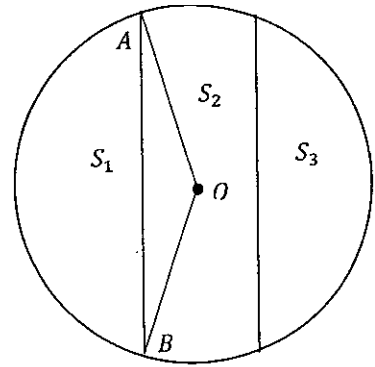
$$S_3 = BD \cdot BB' = bc \Rightarrow S_1 S_2 S_3 = \frac{a^2 b^2 c^2}{2}$$

Thể tích khối hộp là

$$V = S_1 \cdot c = \frac{1}{2}abc = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{a^2 b^2 c^2}{2}} = \sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$$

Nhận xét: Đây là một bài toán không khó nhưng dễ gây nản đối với những thí sinh lười biến đổi.

Câu 40: Đáp án C



Thực chất bài toán là chia hình tròn thành 3 phần bằng nhau như hình vẽ:

Vì các miếng bánh có cùng chiều cao nên diện tích đáy của các miếng bánh phải bằng nhau và bằng $\frac{1}{3}$ diện tích chiếc bánh ban đầu.

Trong hình vẽ thì ta có $OA = OB = 6$ và

$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{\pi \cdot OA^2}{3} = 12\pi$$

Đặt $AOB = \alpha \in (0; \pi)$ thì ta có:

$$S_1 + S_{\triangle OAB} = S_{OAB}$$

$$\Leftrightarrow 12\pi + \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \alpha = \frac{OA^2 \cdot \pi}{2\pi} \cdot \alpha$$

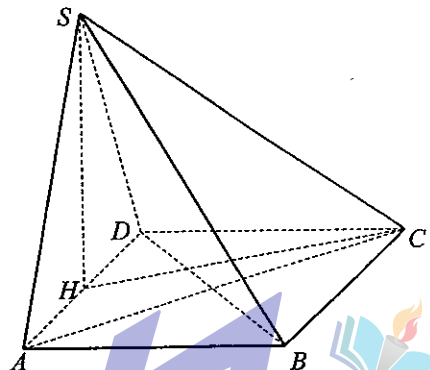
$$\Leftrightarrow 12\pi + 18 \sin \alpha = 18\alpha$$

Sử dụng chức năng **SHIFT** **SOLVE** trên máy tính ta tìm được giá trị $\alpha \approx 2,605325675$

Khoảng cách 2 nhát dao là

$$x = OA \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \approx 3,179185015$$

Câu 41: Đáp án B



Gọi H là chân đường cao hạ từ S của tam giác đều SAD

Suy ra: $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $SH \perp (ABCD)$

Trong tam giác vuông HSC có $HC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\cos HDC = \frac{DH^2 + DC^2 - CH^2}{2DH \cdot DC} = \frac{\frac{a^2}{4} + a^2 - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot a} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow HDC = 60^\circ$$

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = DA \cdot DC \cdot \sin ADC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} a^3$$

Câu 42: Đáp án D

Lưu ý rằng góc giữa hai vectơ nhỏ hơn hoặc bằng 180° còn góc giữa hai đường thẳng nhỏ hơn hoặc bằng 90° . Ở đây, góc giữa hai vectơ được tính theo

$$\text{công thức } \cos(\vec{m}; \vec{n}) = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{-1}{2} \Rightarrow (\vec{m}; \vec{n}) = 120^\circ$$

Câu 43: Đáp án D

Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{AB} = (1; 1; -1)$

Phương trình tham số của đường thẳng AB là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Gọi tâm $I(1+t; t; 2-t) \in AB; (t > -1)$

(S) tiếp xúc mp (P)

$$\Leftrightarrow d(I; (P)) = 4 \Leftrightarrow 5t + 2 = 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5t + 2 = 12 \\ 5t + 2 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (TM)} \\ t = -\frac{14}{5} \text{ (L)} \end{cases}$$

Phương trình mặt cầu (S) cần tìm :

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$$

Nhận xét: Đây là một bài toán không khó nhưng lại tốn thời gian trong quá trình làm bài.

Câu 44: Đáp án B

Ta có $O(0; 0; 0)$, do mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mp (P) nên ta có:

$$R = d_{(O; (P))} = \frac{|-6|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \sqrt{6}. \text{ Vậy đáp án A sai.}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mp (P),

H chính là tiếp điểm của mặt cầu (S) và mp (P)

Đường thẳng OH đi qua O và vuông góc mp (P)

nhận $\vec{n} = (1, 1, -2)$ là vectơ pháp tuyến của mp (P)

làm vectơ chỉ phương, pt đường thẳng OH có dạng

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}$$

$$H \in OH \Rightarrow H(t, t, -2t)$$

Ta lại có $H \in mp(P) \Rightarrow t + t - 2(-2t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $H(1, 1, -2)$

Vậy hoành độ của H có giá trị dương, $\vec{OH} \cdot \vec{a} \neq 0$ và khoảng cách từ H đến (Q): $2x + y + 2z - 5 = 0$ là 2

Câu 45: Đáp án D

Câu 46: Đáp án B

Câu 47: Đáp án D

Từ đề bài ta suy ra $\vec{u}_{x1} = (2; -3; 4); \vec{u}_{x2} = (1; 2; -1)$

Vì mặt phẳng cần tìm song song với hai đường đã cho nên tích có hướng của hai vectơ trên chính là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó
 $\Rightarrow \vec{n} = [\vec{u}_{x1}; \vec{u}_{x2}] = (-5; 6; 7)$

Câu 48: Đáp án C

Giả sử có mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu đề bài thì ta có:

$$A \in d_1 \Rightarrow A(1+2t; 2-2t; -1+t)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(3+2l; -1-2l; l)$$

$$\vec{AB} = (2(l-t)+2; -2(l-t)-3; (l-t)+1)$$

$$AB^2 = 9(l-t)^2 + 22(l-t) + 14 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} l-t = -1 \\ l-t = -\frac{13}{9} \end{cases}$$

Nếu $l-t = -1$ thì

$$\Rightarrow \vec{AB} = (0; -1; 0) \Rightarrow VTPT_{\vec{n}(P)} = [\vec{AB}; \vec{i}] = (0; 0; 1)$$

Phương trình mặt phẳng (P): $z = 0$ (loại vì (P) chứa Ox)

$$\text{Nếu } l-t = -\frac{13}{9} \Rightarrow \vec{AB} = \left(\frac{-8}{9}; \frac{-1}{9}; \frac{-4}{9}\right)$$

$$\Rightarrow VTPT_{\vec{n}(P)} = [\vec{AB}; \vec{i}] = \left(0; \frac{4}{9}; \frac{1}{9}\right)$$

Phương trình mặt phẳng (P): $-4y + z + 8 = 0$

(thỏa đề bài nhận)

Câu 49: Đáp án A

Gọi $\vec{u}$ là vector chỉ phương của đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_P \\ \vec{u} \perp \vec{n}_Q \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (2; -3; 1)$$

Như vậy đáp án chỉ có thể A và B

Một đường thẳng có thể có nhiều dạng phương trình chính tắc nên đến đây thử đáp án là tối ưu hết. Trên mỗi đường thẳng lấy một điểm và thử xem điểm đó có thuộc hai mặt phẳng không.

Lấy điểm $A(-1; 2; 1)$ thuộc đường thẳng

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1} \text{ thì } A \text{ không thuộc mặt phẳng } (P)$$

Lấy điểm $A(0; 2; -1)$ thuộc đường $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$ thì nhận thấy $A(0; 2; -1)$ thuộc cả hai mặt phẳng (P) và (Q)

Vậy đường thẳng cần tìm là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$

Câu 50: Đáp án A

Gọi H là trung điểm AB và A' là điểm đối xứng của A qua M .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} MH // A'B \\ MH \perp AB \end{cases} \Rightarrow A'B \perp AB \Rightarrow A' \in (P)$$

Vì M là trung điểm AA' nên $A'(-t+3; -2t+9; t-3)$

$$\text{Mà } A' \in (P) \Rightarrow t=2 \Rightarrow A(3; 1; 3)$$



ĐỀ SỐ 11

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$

và có bảng biến thiên như sau:

Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$
- B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$
- C. Tập giá trị của hàm số là $[1; +\infty)$
- D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1

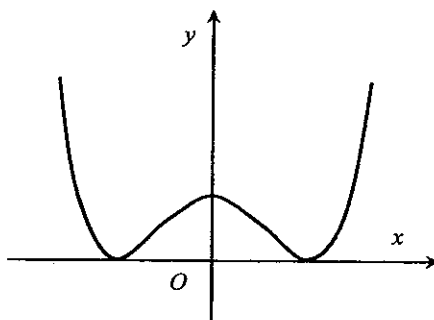
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$

Câu 2: Hàm số $y = x^3 + 3x + 2$ đồng biến trên tập nào sau đây?

- A. $\mathbb{R}$
- B. $(-\infty; -1)$
- C. $(1; +\infty)$
- D. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

Câu 3: Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$
- B. $y = x^2 - 2x + 1$
- C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$
- D. $y = -x^2 + 2x - 1$



Câu 4: Tìm tổng các giá trị cực trị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1$

- A. $\frac{17}{3}$
- B. $\frac{11}{2}$
- C. $\frac{67}{6}$
- D. $-\frac{17}{3}$

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4x^2 + \frac{1}{x} - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$

- A. $\frac{29}{2}$
- B. 1
- C. 3
- D. Không tồn tại

Câu 6: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-x) = -f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số chẵn là hàm số có đồ thị đối xứng qua trục tung.

C. Nếu hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có 2 đường tiệm cận là $x = m; y = n$ thì đồ thị hàm số đó có tâm đối xứng là $I(n; m)$

D. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì chắc chắn hàm $f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d) $y = -x + m$. Tìm m để (C) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho $AB = 2\sqrt{14}$

- A. -1
- B. 1
- C. -2
- D. 2

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m-2)x^2 + (2m+3)x + 1$. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $[0; 3]$ là?

- A. -1
- B. -2
- C. 1
- D. Không tồn tại

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 3\cos 3x + 2\cos 2x + 9\cos x - 1$

- A. -11
- B. 13
- C. 16
- D. -3

Câu 10: Trong các hình sau có cùng chu vi, hình nào có diện tích lớn nhất?

- A. Hình tam giác đều B. Hình vuông C. Hình chữ nhật D. Hình tròn

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = x^4 - mx^2 + 2m - 4$. Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

- A. $m > 2$ B. $m > 4$ C. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq 4 \end{cases}$ D. $2 < m < 4$

Câu 12: Nghiệm dương của phương trình $\log_2(x^2 - 2x) = 3$ là:

- A. $x = -2$ B. $x = 4$ C. $\begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$ D. Vô nghiệm

Câu 13: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x + \cos 3x$

- A. $y = \cos 2x - \sin 3x$ C. $y = -\cos 2x + \sin 3x$
B. $y = 2\cos 2x - 3\sin 3x$ D. $y = -2\cos 2x + 3\sin 3x$

Câu 14: Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln|x-2| + \log(x-5)^2 + \log \frac{1}{x-1}$

- A. $D = (1; +\infty)$ C. $D = [1; +\infty) \setminus \{2; 5\}$
B. $D = [1; +\infty)$ D. $D = (1; +\infty) \setminus \{2; 5\}$

Câu 15: Giải phương trình $3\log_3(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \leq 3$

- A. $x \in \left(\frac{-1}{2}; 2\right]$ B. $x \in (1; 2]$ C. $x \in (1; +\infty)$ D. $x \in \left[\frac{-1}{2}; 2\right]$

Câu 16: Cho bất phương trình $\log_{\frac{36}{25}}(x-3) \geq \log_{\frac{5}{6}} x^{(*)}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(*) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_{\frac{5}{6}}(x-3) \geq \log_{\frac{5}{6}} x$
B. $(*)$ có tập xác định là $D = (0; +\infty) \setminus \{3\}$
C. $(*) \Leftrightarrow x\sqrt{x-3} \geq 1$
D. $(*) \Leftrightarrow \log_{\frac{5}{6}}(x-3)^2 + \log_{\frac{5}{6}} x > 0$

Câu 17: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - x + \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$. Nhận xét đúng là:

- A. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$
C. Tập xác định của hàm số đã cho là $[0; +\infty)$ D. $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} - 1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Câu 18: Cho $\log_a x = m; \log_b x = n; \log_{abc} x = p$ với $a, b, c, m, n, p > 0; x > 1$. Giá trị của $\log_c x$ theo m, n, p là:

- A. $\log_c x = \frac{1}{p} - \frac{1}{m} - \frac{1}{n}$ C. $\log_c x = \frac{mnp}{mn - np - mp}$
B. $\log_c x = \frac{1}{p - m - n}$ D. $\log_c x = \frac{1}{\frac{1}{p} - \frac{1}{m} - \frac{1}{n}}$

Câu 19: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $e < a < b$. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\ln ab > 2$ C. $\ln b > \ln a$
B. $\ln \frac{a}{b} > 0$ D. $\log_a e + \log_b e < 2$

Câu 20: Cho hệ phương trình $\begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 5 \\ \frac{1}{2}\log_2 x + \log_4 y = 2 \end{cases}$. Chọn nhận xét đúng:



- A. Hệ phương trình có 2 nghiệm
 B. Hệ phương trình vô nghiệm
 C. Điều kiện xác định của hệ là $x; y \in [0; +\infty)$
 D. Giả sử hệ phương trình có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $x_0 = 2y_0 - 4$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 4x - 3)^{\frac{-3}{2}}$ là:

- A. R B. $[1; 3]$ C. $(1; 3)$ D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \cos \sqrt{x}$

- A. $2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} - 2 \cos \sqrt{x} + C$ C. $2\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x} + 2 \cos \sqrt{x} + C$
 B. $\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x} + C$ D. $\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x} + C$

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = (5x - 1)^5$. Hệ số của x^6 là:

- A. 3125 B. $\frac{3125}{5}$ C. $\frac{3125}{30}$ D. $\frac{3125}{6}$

Câu 24: Một bể nước có dung tích $1m^3$ nước. Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể. Ban đầu bề cạn. Trong giờ đầu, vận tốc nước chảy vào bể là 1 lit/phút. Trong các giờ tiếp theo, vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước?

- A. 5,14 giờ B. 14915 giây C. 350 phút D. 3,14 giờ

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \cos x$ và $y = \sin x; x = 0; x = \pi$.

- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $2 + \sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 26: Với $a, b, c \in R$. Đặt $I = \int_1^2 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx = a - \ln \frac{b}{c}$. Giá trị của tích abc là:

- A. $\sqrt{3}$ B. $-2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

Câu 27: Cho $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-2x} \sqrt{1-x^2} dx = a\pi + b$ với $a, b \in R$. Giá trị $a+b$ gần nhất với

- A. $\frac{1}{10}$ B. 1 C. $\frac{1}{5}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 28: Trên hệ tọa độ Oxy cho điểm $A(3;4)$ biểu diễn số phức z . Phần ảo của số phức $w = \frac{z}{|z|}$ là

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}i$ D. $\frac{4}{5}i$

Câu 29: Tìm số nghịch đảo của $z = 3 + 2i$

- A. $3 - 2i$ B. $-3 + 2i$ C. $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$ D. $\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$

Câu 30: Cho 3 số phức $z_1 = \frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i; z_2 = 3 + i$ và $z_3 = -1 + 2i$. Tìm môđun số phức $z = z_1 \cdot z_2 - z_3$

- A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $z + (1-i)(3-2i) = 2i + 2$. Điểm A là điểm biểu diễn số phức z trên hệ tọa độ. Khoảng cách từ A đến đường thẳng $(d): 2x - 2y + 5 = 0$ là:

- A. $\frac{7}{2\sqrt{2}}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{7\sqrt{2}}{8}$ D. $\frac{7}{\sqrt{2}}$

Câu 32: Giải phương trình $z^4 - 2z^3i + (-1+i)z^2 + 2z = i$ trên tập số phức. Tính tổng các nghiệm của phương trình.

- A. $2i$ B. 1 C. $1+i$ D. i

Câu 33: Gọi $z_1; z_2; z_3; z_4$ là 4 nghiệm của phương trình $z^4 - z^3 - 2z^2 - 2z + 4 = 0$

Tính $T = \frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2} + \frac{1}{|z_3|^2} + \frac{1}{|z_4|^2}$

- A. 5 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

Câu 34: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức thỏa mãn $(z + i - \bar{z})^2 = -9$

- A. Hình tròn C. Hai đường thẳng song song
B. Đường tròn D. Đường thẳng

Câu 35: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° .
Tính thể tích $SBCD$?

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình thoi cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{3a^3}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB; AC; AD$ tạo với nhau góc 60° . Biết $AB = 2a; AC = 3a; AD = 4a$.
Tính thể tích $ABCD$?

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ B. $a^3\sqrt{2}$ C. $2a^3\sqrt{2}$ D. $4a^3\sqrt{2}$

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Trên cạnh AA' kéo dài về phía A' lấy điểm M , trên cạnh BC kéo dài về phía C lấy điểm N sao cho MN cắt cạnh $C'D'$. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN ?

- A. $3a$ B. $2a\sqrt{2}$ C. $3a\sqrt{3}$ D. $2a\sqrt{3}$

Câu 39: Cho một khối lăng trụ (S) có bán kính đáy là a . Biết thiết diện của lăng trụ qua trục là hình vuông có chu vi 8. Tính thể tích lăng trụ

- A. 8π B. 2π C. 4π D. 16π

Câu 40: Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 1; BC = 3$. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng $ABCD$; d song song AD và cách AD một khoảng bằng 2; d không có điểm chung với hình chữ nhật $ABCD$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh D .

- A. 15π B. 27π C. 12π D. 10π

Câu 41: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều. Vậy tỉ lệ giữa diện tích toàn phần và diện tích xung quanh của hình nón đó:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{6}{5}$

Câu 42: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ các các mặt bên đều là hình vuông cạnh a . Gọi D là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và DC' theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 43: Phương trình mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1; 2; 3)$ qua điểm $A(2; 1; 0)$ là:

- A. $-x + 2y + 3z - 4 = 0$ C. $x - 2y - 3z - 4 = 0$
B. $x - 2y - 3z = 0$ D. $-x + 2y - 3z = 0$

Câu 44: Mặt cầu (S): $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ cắt mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$ theo thiết diện là đường tròn có bán kính:

- A. 3 B. $\sqrt{5}$ C. 1 D. $\sqrt{7}$

Câu 45: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình:
 $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}; (d_2): \frac{x-4}{6} = \frac{y-1}{9} = \frac{z-3}{3}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa 2 đường thẳng trên.

A. $x+y-5z=0$

C. $x+y-5z+12=0$

B. $x+y-5z+10=0$

D. $x+y-5z+8=0$

Câu 46: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$. Cho các điểm $A(1;2;0); B(0;4;0); C(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng từ C đến (P) .

A. $(P): 2x-y+3z=0$

C. $(P): 2x-y-3z=0$

B. $(P): 6x-3y+5z=0$

D. $(P): -6x+3y+4z=0$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;3;-2)$ cắt các tia Ox, Oy và Oz lần lượt tại A, B và C sao cho $OA:OB:OC=1:2:2$

A. $2x-y-z-1=0$

C. $2x-y+z+3=0$

B. $2x+y+z+3=0$

D. $2x+y+z-3=0$

Câu 48: Nhận xét nào sau đây đúng?

A. Góc giữa hai mặt phẳng luôn nhỏ hơn 90°

B. Góc giữa hai đường thẳng luôn nhỏ hơn 90°

C. Góc giữa hai vec tơ không lớn hơn 180°

D. Nếu khoảng cách từ 2 điểm A và B đến mặt phẳng (P) bằng nhau thì đường AB song song với mặt phẳng (P)

Câu 49: Phương trình mặt phẳng (P) có cặp vec tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;0;2)$ và $\vec{b}=(-1;3;1)$ và đi qua điểm $A(2;3;5)$ là

A. $2x+y-z-2=0$

C. $2x+y-z-12=0$

B. $x+2z-12=0$

D. $x-y+3z+14=0$

Câu 50: Tìm điểm M trên Oy cách đều 2 mặt phẳng $(P): 3x+y-2z+1=0$ và $(Q): -2x-y+3z-5=0$

A. $M(0;-3;0)$

B. $M(0;0;-3)$

C. $M(0;3;0)$

D. $M(0;0;3)$



ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.C	5.D	6.B	7.A	8.B	9.B	10.D
11.C	12.B	13.B	14.D	15.B	16.C	17.B	18.D	19.B	20.D
21.C	22.C	23.B	24.B	25.A	26.D	27.C	28.B	29.C	30.B
31.A	32.D	33.D	34.C	35.B	36.C	37.C	38.A	39.B	40.A
41.A	42.C	43.B	44.D	45.B	46.C	47.D	48.C	49.A	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

Giải thích:

A. Sai vì mặc dù tại $x=1$ hàm số có đạo hàm bằng 0 nhưng dấu của đạo hàm không đổi dấu qua $x=1$

B. Đúng vì $f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

C. Sai vì tập giá trị của hàm số đã cho là $\mathbb{R}$

D. Sai vì theo ý C tập giá trị là $\mathbb{R}$ thì không thể có giá trị nhỏ nhất

Câu 2: Đáp án A

Giải thích: Có $y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: Đáp án A

Giải thích: Dễ dàng nhận thấy tập giá trị của hàm số là nửa đoạn $[0; +\infty)$ do đó loại luôn đáp án C và D.

Mặt khác đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung nên hàm số phải là hàm số chẵn, do đó chọn A

Câu 4: Đáp án C

Ta có $y' = x^2 - 5x + 6$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$

$x=2 \Rightarrow y = \frac{17}{3}$; $x=3 \Rightarrow y = \frac{11}{2}$

$\rightarrow$ Giá trị tổng cần tìm là $\frac{17}{3} + \frac{11}{2} = \frac{67}{6}$

Câu 5: Đáp án D

Ta có $0 \in [-1; 2]$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} (4x^2 + \frac{1}{x} - 2) = +\infty$ do đó

không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số đã cho.

Sai lầm thường gặp: Tìm y' và giải phương trình $y' = 0$ mà không để ý đến điều kiện xác định. Dẫn đến kết quả sai là đáp án A

Câu 6: Đáp án B.

A sai vì $f(x)$ phải là hàm số lẻ

C sai vì tâm đối xứng phải là $I(m; n)$

D sai vì theo như câu 1 vẫn tồn tại trường hợp $f'(x_0) = 0$ nhưng $x = x_0$ lại không phải là điểm cực trị

Câu 7: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x+3} = -x+m$

(*); Điều kiện $x \neq -3$

(*) $\Leftrightarrow x^2 + (5-m)x - (3m+1) = 0$

$\Delta = m^2 + 2m + 29 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

Suy ra (*) có 2 nghiệm $x_1 = \frac{m-5+\sqrt{m^2+2m+29}}{2}$;

$x_2 = \frac{m-5-\sqrt{m^2+2m+29}}{2}$

Gọi $A(x_1; -x_1+m)$; $B(x_2; -x_2+m)$

$\rightarrow AB^2 = 2(x_1 - x_2)^2 = 2(m^2 + 2m + 29)$

$= (2\sqrt{14})^2 = 58 \rightarrow m = -1$

Câu 8: Đáp án B

Ta có $y' = x^2 + 2(m-2)x + 2m+3$

Kẻ bảng biến thiên thì ta thấy để hàm số nghịch biến đã cho nghịch biến trên $[0; 3]$ thì phương trình $y' = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 \leq 0 < 3 \leq x_2$.

Suy ra $\begin{cases} x_1 x_2 \leq 0 \\ (x_1 - 3)(x_2 - 3) \leq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Áp dụng Vi-et giải ta được $m \leq -\frac{3}{2}$.

Do đó chọn đáp án B

Câu 9: Đáp án B

Viết lại hàm $f(x)$ ta được

$f(x) = 3(4\cos^3 x - 3\cos x) + 2(2\cos^2 x - 1) + 9\cos x - 1$
 $= 12\cos^3 x + 4\cos^2 x - 3$

Đặt $\cos x = t \in [-1; 1] \Rightarrow f(x) = f(t) = 12t^3 + 4t^2 - 3$

Xét hàm $f(t)$ trên đoạn $[-1; 1]$ ta được

$$\max_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(1) = 13$$

Câu 10: Đáp án D

Giải thích:

Giả sử các hình ở 4 đáp án có cùng chu vi là 12 cm. Ta suy ra được:

- Tam giác đều có cạnh 4cm $\Rightarrow$ Diện tích tam giác

$$\text{đều là } 4^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

- Hình vuông có cạnh là 3cm $\Rightarrow$ Diện tích hình vuông là $9(\text{cm}^2)$

- Hình chữ nhật có kích thước a.b thì $a+b=6$

$$\Rightarrow S = ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = 9(\text{cm}^2)$$

- Hình tròn có bán kính là $r = \frac{12}{2\pi} = \frac{6}{\pi}(\text{cm})$ suy ra

$$\text{diện tích hình tròn là } S = \pi r^2 = \frac{36}{\pi}(\text{cm}^2)$$

So sánh ta được hình tròn có diện tích lớn nhất.

Câu 11: Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm là

$x^4 - mx^2 + 2m - 4 = 0 (*)$. Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm thì phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.

Đặt $x^2 = t \geq 0$.

$$(*) \Leftrightarrow t^2 - mt + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-m+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=m-2 \end{cases}$$

Nhận thấy với mỗi giá trị $t > 0$ sẽ cho 2 nghiệm x.

Do đó phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi và

$$\text{chỉ khi: } \begin{cases} m-2 > 0 \\ m-2 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \neq 4 \end{cases}$$

Câu 12: Đáp án B

Giải thích: Tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Phương trình đã cho tương đương

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2(tm) \\ x = 4(tm) \end{cases} \Rightarrow \text{Nghiệm dương}$$

của phương trình là 4

Sai lầm thường gặp: Một số quý độc giả đọc không kỹ đề bài dẫn đến chọn đáp án C là nghiệm của phương trình chứ không phải là nghiệm dương.

Câu 13: Đáp án B

Câu 14: Đáp án D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ |x-2| > 0 \\ (x-5)^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn đáp án D}$$

Nhân xét: Lưu ý điều kiện $\log_a f(x)$ xác định là $f(x) > 0$

Câu 15: Đáp án B

Điều kiện $x > 1$

Đối với những bài toán dạng này, chúng ta thường biến đổi các logarit về cùng một cơ số.

Phương trình đã cho tương đương

$$3\log_3(x-1) + 3\log_3(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(2x-1)] \leq 1$$

Do đó

$$(x-1)(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2.$$

Kết hợp với điều kiện ta suy ra tập nghiệm là $S = (1; 2]$

Sai lầm thường gặp: Giải các bước đúng nhưng lại không so sánh điều kiện xác định dẫn đến chọn đáp án D hoặc A

Câu 16: Đáp án C

Đáp án A sai vì

$$\log_{\frac{36}{25}}(x-3) = \frac{1}{2}\log_{\frac{6}{5}}(x-3) \neq \frac{1}{2}\log_{\frac{5}{6}}(x-3)$$

Đáp án B sai vì tập xác định là $D = (3; +\infty)$

Đáp án C đúng vì

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_{\frac{6}{5}}(x-3) + \log_{\frac{6}{5}}x > 0 \\ &\Leftrightarrow \log_{\frac{6}{5}}\sqrt{x-3} + \log_{\frac{6}{5}}x > 0 \Leftrightarrow x\sqrt{x-3} \geq 1 \end{aligned}$$

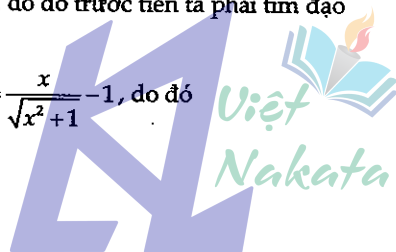
Cũng theo biến đổi như trên thì đáp án D sai.

Câu 17: Đáp án B

Dễ nhận thấy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$, do đó đáp án C sai

Nhận thấy các đáp án còn lại đều liên quan đến việc tìm đạo hàm, do đó trước tiên ta phải tìm đạo hàm của hàm số

$$\text{Có } (\sqrt{x^2+1}-x)' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1, \text{ do đó}$$



$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}-x}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x-1-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$$

Giải $y' = 0 \Leftrightarrow x-1-\sqrt{x^2+1} = 0$. Thử vào thấy $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình nên đáp án A sai.

Cũng theo biến đổi trên thì đáp án D sai.

Vậy đáp án cần chọn là đáp án B.

Câu 18: Đáp án D

Ta có $\log_x a = \frac{1}{m}; \log_x b = \frac{1}{n}; \log_x abc = \frac{1}{p}$ suy ra

$$\log_x c = \log_x abc - \log_x a - \log_x b = \frac{1}{p} - \frac{1}{m} - \frac{1}{n}$$

$$\text{Vậy } \log_x x = \frac{1}{\log_x c} = \frac{1}{\frac{1}{p} - \frac{1}{m} - \frac{1}{n}}$$

Câu 19: Đáp án B

$$\text{Vì } \frac{a}{b} < 1 \text{ nên } \ln \frac{a}{b} < \ln 1 = 0$$

Câu 20: Đáp án D

Điều kiện của hệ là $x, y \in (0; +\infty)$. Đáp án C sai

Hpt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 32 \\ \log_2 x + \log_2 y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - 2xy = 32 \\ xy = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=8 \\ xy=16 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=4$$

Vậy đáp án D đúng

Câu 21: Đáp án C

$$\text{Có thể viết lại } y \text{ dưới dạng } y = \frac{1}{\sqrt{(-x^2+4x-3)^3}}$$

Từ đây ta có thể suy ra điều kiện của y là $-x^2+4x-3 > 0$.

Vậy đáp án đúng là đáp án C.

Nhân xét: Những bài toán dạng như thế này, ta nên viết lại hàm số y dưới dạng "để xác định" hơn để xác định ĐKXĐ không bị nhầm.

Câu 22: Đáp án C

Đây là một bài tập khá hay trong sách bài tập mà các em cần chú ý.

Cách 1: Đặt $\sqrt{x} = t$, ta biến đổi nguyên hàm cần tính về dạng $2 \int t \cos t dt$ sau đó sử dụng phương pháp tích nguyên hàm từng phần.

Cách 2: Thử các đáp án bằng máy tính bằng cách tính đạo hàm từng đáp án và hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ tại cùng một giá trị.

Câu 23: Đáp án B

Ta có:

$$\int (5x-1)^5 dx = \frac{1}{5} \int (5x-1)^5 d(5x-1) = \frac{(5x-1)^6}{30} + C$$

Do đó hệ số của x^6 là $\frac{5^6}{30} = \frac{3125}{5}$

Câu 24: Đáp án B

Gọi n là số giờ vòi nước chảy để đầy bể

Vận tốc chảy giờ đầu là 60 lit/giờ

Trong giờ đầu vòi chảy được 60 lit

Trong giờ thứ hai vòi chảy được 60.2 lit

Trong giờ thứ ba vòi chảy được 60.2² lit

...

Trong giờ thứ n vòi chảy được 60.2 ^{$n-1$} lit

→ Tổng lượng nước chảy sau n giờ là

$$60(1+2+2^2+\dots+2^{n-1}) = 60(2^n-1) \text{ lit}$$

$$\rightarrow 60(2^n-1) = 1000 \Rightarrow 2^n = \frac{53}{3}$$

$$\Rightarrow n = \log_2 \left(\frac{53}{3} \right) \approx 4,142957(h)$$

Đổi đơn vị ta suy ra thời gian cần chảy xấp xỉ 14915 giây.

Câu 25: Đáp án A

Diện tích cần tính

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\cos x - \sin x| dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx = 2\sqrt{2}$$

Câu 26: Đáp án D

Đây là dạng toán tính tích phân để tránh tình trạng bấm máy tính nên chúng ta cần phải nhớ phương pháp làm. Có hai cách để làm bài toán bài toán này là chuyển về lượng giác hoặc phá căn. Dưới đây là một cách

$$\text{Đặt } t = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow t^2 = 4-x^2 \Rightarrow t dt = -x dx$$

$$I = \int_{\sqrt{3}}^0 \frac{t(-tdt)}{4-t^2} = \int_{\sqrt{3}}^0 \frac{t^2}{t^2-4} dt = \int_{\sqrt{3}}^0 \left(1 + \frac{4}{t^2-4}\right) dt = \left(t + \ln \left|\frac{t-2}{t+2}\right|\right) \Big|_{\sqrt{3}}^0$$

$$= -\sqrt{3} - \ln \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

$$\text{Suy ra } abc = -\sqrt{3} \cdot (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = -\sqrt{3}$$

Câu 27: Đáp án C

Cũng như câu 25, câu 26 cũng là một câu tích phân đòi hỏi khả năng biến đổi của các thí sinh. Đối với câu này, chúng ta sử dụng phương pháp đưa về lượng giác.

Đặt $x = \sin t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. I được viết lại là

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1-2\sin t \cdot \cos t} \cdot \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{(\cos t - \sin t)^2} \cos t dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\cos t - \sin t) \cdot \cos t dt$$

$$\Leftrightarrow I = -\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin t \cdot \cos t dt + \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt$$

$$= -\frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 2t d(2t) + \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\cos 2t + 1) d(2t)$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{\cos 2t}{4} \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} + \frac{\sin 2t + 2t}{4} \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}-1}{8}$$

Suy ra $\frac{1}{12} + \frac{\sqrt{3}-1}{8} \approx 0,175$. Chọn đáp án C

Nhận xét: Hai bài toán trên chính là cách hướng có thể ra để tránh tình trạng sử dụng máy tính Casio. Thí sinh hiểu bản chất và cách làm thực sự sẽ không gặp khó khăn nhiều khi giải quyết các bài toán này.

Câu 28: Đáp án B

Đây là một bài toán khá đơn giản, chỉ cần áp dụng các biến đổi thông thường

Do $A(3;4)$ biểu diễn z nên suy ra

$$z = 3+4i \Rightarrow |z| = 5 \Rightarrow w = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$$

Câu 29: Đáp án C

Chú ý rằng hai số nghịch đảo của nhau là hai số có tích bằng 1

Do đó số nghịch đảo của số phức $z = 3+2i$ là

$$z_1 = \frac{1}{z} = \frac{1}{3+2i}$$

Sử dụng máy tính Casio ta dễ dàng tính được

$$z_1 = \frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$$

Câu 30: Đáp án B

Đây là một bài toán đơn giản, chỉ cần thực hiện các thao tác bấm máy tính, chúng ta cần tránh mất điểm ở những câu dễ như thế này. Sử dụng máy tính thu được kết quả $z = -2+2i$. Do đó đáp án B là chính xác.

Câu 31: Đáp án A

Sử dụng máy tính casio ở chế độ CMPLX, bấm màn hình hiển thị $2i+2-(1-i)(3-2i)$ ấn = ta thu được kết quả $z = 1+7i$. Suy ra điểm A(1;7)

$$\text{Khoảng cách cần tìm là } d = \frac{|2.1-2.7+5|}{\sqrt{2^2+2^2}} = \frac{7}{2\sqrt{2}}$$

Câu 32: Đáp án D

Đây là một bài toán ở mức độ vận dụng cao, đòi hỏi kĩ năng biến đổi cũng như dự đoán của thí sinh. Điểm mấu chốt của bài toán là phải thay $i^2 = -1$ đúng lúc.

Phương trình đã cho

$$\Leftrightarrow z^2(z^2+i) - (z^2+i) - 2zi(z^2+i) = 0$$

(Thay $2z$ bằng $-2zi^2$)

$$\Leftrightarrow (z^2+i)(z^2-2zi+i^2) = 0 \quad (\text{Thay } -1 \text{ bằng } i^2)$$

$$\Leftrightarrow (z^2+i)(z-i)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -i(*) \\ z = i \end{cases}$$

Đến đây nhận thấy nếu phương trình (*) vô nghiệm thì tổng các nghiệm bằng i , nếu phương trình (*) có nghiệm thì sẽ có 2 nghiệm là đối hoặc liên hợp của nhau do đó tổng các nghiệm vẫn bằng i . Vậy đáp án D là chính xác.

Câu 33: Đáp án D

Đây là bài toán yêu cầu cả kĩ năng sử dụng máy tính casio và kĩ năng biến đổi.

Sử dụng chức năng **SHIFT** **SOLVE** của máy tính ta tìm được 2 nghiệm thực của phương trình là 1 và 2. Ta suy ra được phương trình sẽ có nhân tử là $(x-1)(x-2) = x^2-3x+2$.

Đến đây ta sử dụng kĩ thuật biến đổi, thêm bớt để tiếp tục

$$z^4 - z^3 - 2z^2 - 2z + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow z^4 - 3z^3 + 2z^2 + 2z^3 - 6z^2 + 4z + 2z^2 - 6z + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (z^2-3z+2)(z^2+2z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ z=2 \\ z=-1+i \\ z=-1-i \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{1} + \frac{1}{2^2} + \left| \frac{1}{(-1+i)^2} \right| + \left| \frac{1}{(-1-i)^2} \right| = \frac{9}{4}$$

Câu 34: Đáp án C

Một vài thí sinh có thể theo “quán tính” khoanh ý A vì hầu như những bài trước về tập hợp biểu diễn đều là đường tròn. Đây là một trường hợp khác các bạn cần cẩn thận kiểm tra.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$,

suy ra $z + i - \bar{z} = a + bi + i - a + bi = (2b + 1)i$

$$\Rightarrow (z + i - \bar{z})^2 = -(2b + 1)^2 = -9 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Suy ra tập hợp biểu diễn số phức z sẽ là hai đường thẳng $y = 1$ và $y = -2$. Chọn đáp án C

Câu 35: Đáp án B

Đây là một bài toán khá đơn giản, chúng ta cần tránh những sai sót không đáng có ở những câu hỏi như thế này.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$

$$\Rightarrow OA = \frac{\sqrt{2}}{2}a; SO \perp (ABCD)$$

Lại có $(SA; (ABCD)) = (SA; AO) = \angle SAO = 60^\circ$

$$\Rightarrow SO = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}a$$

$$S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CD = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{SBCD} = S_{\triangle ABCD} \cdot SO \cdot \frac{1}{3} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$$

Sai lầm thường gặp: Quý độc giả chưa đọc kĩ đề bài nên đi tìm thể tích $S.ABCD$

Câu 36: Đáp án C

Gọi M là trung điểm AD , suy ra SM vuông góc

mặt phẳng đáy. Dễ dàng tính được $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$SM \perp MC \Rightarrow SM^2 + MC^2 = SC^2$$

$$\Rightarrow MC = \sqrt{\frac{6}{4} - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\triangle DMC \text{ có } MD = \frac{a}{2}; MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}; DC = a$$

suy ra $\angle MDC = 60^\circ$

$$S_{ABCD} = DC \cdot DA \cdot \sin DCA = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SM = \frac{a^3}{4}$$

Câu 37: Đáp án C

Đây là một bài toán khá điển hình của hình học không gian. Mấu chốt của bài toán nằm ở việc lấy thêm điểm để tính toán.

Lấy 3 điểm M, N, P lần lượt thuộc AB, AC, AD sao cho $AM = AN = AP = a$. Suy ra tứ diện $AMNP$ là tứ diện đều có độ dài các cạnh là a . Đến đây bài toán trở về dạng đơn giản. Ta dễ dàng tính được

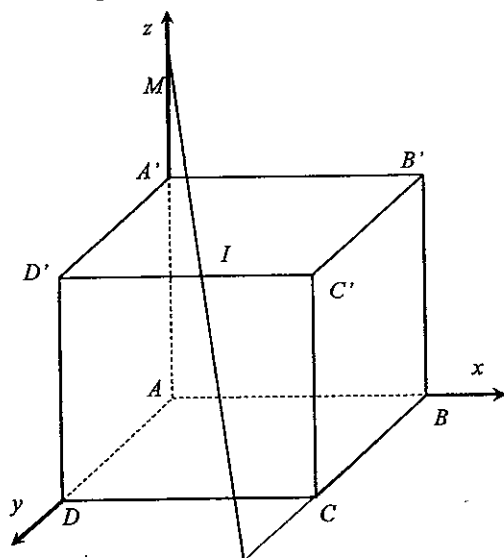
$$\text{thể tích } AMNP \text{ bằng } \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

Lại có

$$\frac{V_{ABCD}}{V_{AMNP}} = \frac{AB}{AM} \cdot \frac{AC}{AN} \cdot \frac{AD}{AP} = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = 24 V_{AMNP} = 2a^3 \sqrt{2}$$

Câu 38: Đáp án A



Đây là một bài toán sử dụng phương pháp tọa độ hóa. Đối với việc tọa độ hóa này việc quan trọng nhất đó là sự cẩn thận và chính xác.

Trọn hệ trục tọa độ $Axyz$ với

$$A(0;0;0); B(a;0;0); A'(0;0;a); D(0;a;0).$$

$$\text{Gọi } M(0;0;m) \text{ và } N(a;n;0)$$

$$\text{Ta có } (ADD'A') \parallel (BCC'B')$$

($MD'NC$) cắt ($ADD'A'$) theo giao tuyến MD' và cắt ($BCC'B'$) theo giao tuyến CN do đó $MD' \parallel CN$

Lại có $\overrightarrow{MD'} = (0; a; a - m)$; $\overrightarrow{NC'} = (0; a - n; a)$

$$\text{Suy ra } \frac{a}{a-n} = \frac{a-m}{a} \Rightarrow m = \frac{an}{n-a}$$

$$\text{Có } MN^2 = AB^2 + BN^2 + AM^2 = a^2 + m^2 + n^2$$

$$\Leftrightarrow MN^2 = \left(\frac{an}{n-a} \right)^2 + n^2 + a^2 = \left(\frac{n^2 - an + a^2}{n-a} \right)^2$$

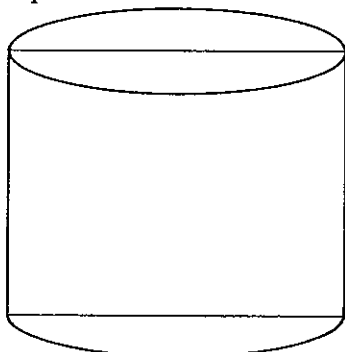
$$\Leftrightarrow MN = \frac{n^2 - an + a^2}{n-a}$$

Xét hàm số $f(n) = \frac{n^2 - an + a^2}{n-a}$ trên $[0; +\infty)$

Ta được MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng $3a$ khi $n = 2a$

Nhận xét: Đây là một câu hỏi hay và khá khó, đòi hỏi khả năng tư duy cao của thí sinh

Câu 39: Đáp án B

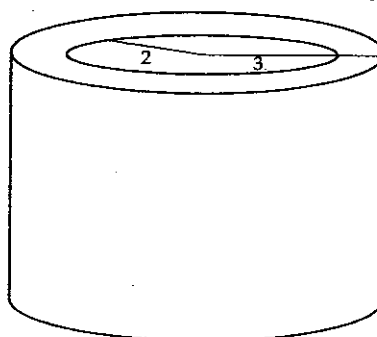


Bài toán yêu cầu khả năng tưởng tượng hình của thí sinh.

Thiết diện qua trục của một hình lăng trụ thông thường chính là một hình chữ nhật có độ dài một cạnh là đường kính đáy, một cạnh là chiều cao lăng trụ. Ở bài toán này thiết diện là hình vuông nên chiều cao h bằng đường kính đáy là $2a$

$$\Rightarrow h = 2a = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow V = a^2 \cdot h \cdot \pi = 2\pi$$

Câu 40: Đáp án A

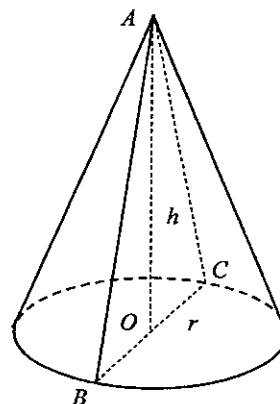


BC cách đường d một khoảng $d' = 2 + AB = 3$

Do đó khối tròn xoay là tập hợp các điểm nằm ở giữa hai hình trụ có bán kính lần lượt là 2 và 3, chiều cao của hai hình trụ đều là 3.

Thể tích khối tròn xoay bằng hiệu thể tích của hai khối trụ nêu trên $\Rightarrow V = 3^2 \cdot 3 \cdot \pi - 2^2 \cdot 3 \cdot \pi = 15\pi$

Câu 41: Đáp án A



Thiết diện của một hình nón bình thường sẽ là một hình tam giác cân có một cạnh bằng $2r$, 2 cạnh có độ dài là l . Ở bài toán này thiết diện là tam giác cân nên ta suy ra $l = 2r$

$$\text{Lại có } h = \sqrt{l^2 - r^2} = r\sqrt{3}$$

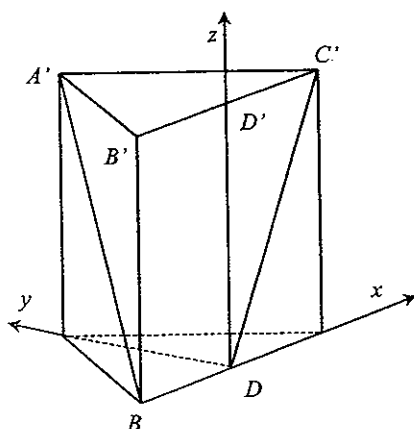
$$\Rightarrow S_{xq} = \pi r l = 2\pi r^2$$

$$S_{tp} = S_{xq} + \pi r^2 = 3\pi r^2$$

Vậy tỉ lệ là $\frac{3}{2}$

Câu 42: Đáp án C





Có 2 cách để tiếp cận một bài toán hình học không gian thông thường là kẻ thêm hình và tọa độ hóa. Ở bài toán này, phương pháp tọa độ có nhiều ưu điểm hơn hẳn.

Gọi D' là trung điểm $B'C'$ ta có DD' ; DC ; DA đôi một vuông góc với nhau

Ghép hệ tọa độ như hình vẽ với D là gốc tọa độ.

Ta có:

$$D(0;0;0), B\left(-\frac{a}{2};0;0\right), C'\left(\frac{a}{2};0;a\right), A'\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};a\right)$$

Gọi (α) là mặt phẳng qua DC' và $(\alpha) \parallel A'B$ suy ra phương trình $(\alpha): x - z = 0$

$$\Rightarrow d(A'B, DC') = d(B, (\alpha)) = \frac{|-\frac{a}{2}|}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

Nhận xét: Một số nhầm lẫn trong quá trình tọa độ hóa có thể dẫn đến đáp án đáp án A hoặc B

Câu 43: Đáp án B

Đây là một bài toán khá dễ, các thí sinh khi đi thi cần tránh mất điểm những câu như thế này!

Phương trình mặt phẳng (P) :

$$-1(x-2) + 2(y-1) + 3z = 0$$

$$\Leftrightarrow -x + 2y + 3z = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2y - 3z = 0$$

Câu 44: Đáp án D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-1); R=4$

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là

$$d_{(I,(P))} = \frac{|0 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$$

Bán kính thiết diện là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{7}$

Câu 45: Đáp án B

Dễ dàng nhận thấy hai đường thẳng đã cho song song.

Mặt phẳng (P) sẽ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2;3;1)$.

Ta chọn 2 điểm bất kì thuộc 2 đường thẳng đã cho để tìm vec tơ chỉ phương thứ hai

Lấy $A(1;-1;2)$ thuộc (d_1) ; $B(4;1;3)$ thuộc đường (d_2) . Suy ra vec tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = \vec{AB} = (3;2;1)$

(P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (1;1;-5)$ và

qua điểm $A(1;-1;2)$: $x - 1 + y + 1 - 5(z - 2) = 0$.

$$\Leftrightarrow x + y - 5z + 10 = 0$$

Câu 46: Đáp án C

Vì mặt phẳng (P) qua gốc tọa độ O nên gọi

$$(P): ax + by + cz = 0$$

(P) đi qua A suy ra $a + 2b = 0 \Leftrightarrow a = -2b$

$$d_{(B,(P))} = d_{(C,(P))} \Leftrightarrow |4b| = |3c|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4b = 3c = -2a \\ -4b = 3c = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6; b = -3; c = -4 \\ a = 6; b = -3; c = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (P): 6x - 3y - 4z = 0 \\ (P): 6x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (P): 6x - 3y - 4z = 0 \\ (P): 6x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$$

Câu 47: Đáp án D

Chú ý bài toán cho là cắt các tia nên ta có thể gọi phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{2a} = 1$$

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm M nên

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{2a} - \frac{2}{2a} = 1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

Suy ra mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$

Câu 48: Đáp án C

Đáp án A và B sai vì giá trị góc nhỏ hơn hoặc bằng 90° chứ không phải nhỏ hơn.

Đáp án D sai vì điều nhận định chỉ đúng khi A và B cùng phía so với mặt phẳng (P) , còn khi A và B khác phía so với mặt phẳng (P) thì đường AB cắt mặt phẳng (P) tại trung điểm AB.

Câu 49: Đáp án A

Nhắc lại kiến thức: Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) nếu giá của chúng song song hoặc nằm trên (P)

Từ đó ta suy ra mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = k \cdot [\vec{a}; \vec{b}]$

Sử dụng chức năng vector trong máy tính Casio ta tìm được $\vec{n} = (2; 1; -1)$

Vậy mặt phẳng

$$(P): 2(x-2) + (y-3) - (z-5) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 2 = 0$$

Câu 50: Đáp án A

Vì điểm M nằm trên Oy nên ta có thể gọi $M(0; b; 0)$

Ta có

$$d_{(M;(P))} = d_{(M;(Q))} \Leftrightarrow \frac{|b+1|}{\sqrt{3^2+1^2+2^2}} = \frac{|-b-5|}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}}$$

$$\Leftrightarrow |b+1| = |-b-5|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+1 = -b-5 \\ b+1 = b+5(VN) \end{cases} \Leftrightarrow b = -3 \Leftrightarrow M(0; -3; 0)$$



ĐỀ SỐ 12

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-x) = -f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số chẵn.
- B. Hàm số chẵn là hàm số có đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung.
- C. Nếu hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có 2 đường tiệm cận là $x = m; y = n$ thì đồ thị hàm số đó có tâm đối xứng là $I(n; m)$.
- D. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì chắc chắn hàm $f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$.

Câu 2: Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ có mấy điểm cực tiểu?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

Câu 3: Cho hàm số: $(C): y = 2x^3 - 6x^2 + 3$. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất là

- A. $y = 6x + 3$
- B. $y = -6x + 7$
- C. $y = -6x + 5$
- D. $y = 6x + 5$

Câu 4: Cho các hàm số: $(1): y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 4$; $(2): y = \frac{2x-1}{2x+1}$; $(3): y = \sqrt{x^2+4}$; $(4): y = x^3 + x - \sin x$;

$(5): y = x^4 + x^2 + 2$. Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của chúng?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. Kết quả khác

Câu 5: Cho hàm số: $y = f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$. Tính giá trị: $f'(\frac{\pi}{4}) + \frac{1}{4}f''(\frac{\pi}{4})$

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. Kết quả khác

Câu 6: Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-5; 2]$ là:

- A. -1
- B. 102
- C. 92
- D. 82

Câu 7: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2a+1)x^2 + 6a(a+1)x + 2$. Nếu gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của hàm số thì giá trị $|x_2 - x_1|$ là:

- A. $a-1$
- B. a
- C. $a+1$
- D. 1

Câu 8: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$ không có cực trị:

- A. $m=3$
- B. $m=3 \vee m=0$
- C. $m=0$
- D. $m \in \emptyset$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m-2)x^2 + (2m+3)x + 1$. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $[0; 3]$ là?

- A. -1
- B. -2
- C. 1
- D. Không tồn tại

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sin^4 x \cdot \cos^6 x$ là:

- A. $\frac{5}{8}$
- B. $\frac{108}{3125}$
- C. 0
- D. 1

Câu 11: Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) nhận điểm $I(1; 0)$ làm tâm đối xứng.

- A. 1
- B. -1
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 2

Câu 12: Logarit cơ số 3 của $\frac{1}{27\sqrt{3}}$ là

- A. -4,5
- B. 4,5
- C. 3,5
- D. -3,5

Câu 13: Cho $(a-1)^{\frac{-2}{3}} \leq (a-1)^{\frac{-1}{3}}$. Khi đó ta có thể kết luận về a là:



A. $\begin{cases} a < 1 \\ a \geq 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 1 \\ a \geq 2 \end{cases}$

C. $1 < a \leq 2$

D. $a \geq 2$

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ là :

A. $x \in [-1; 1]$

B. $x \in (-1; 1)$

C. $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$

D. $x \geq 1$

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{\ln 7x}$ bằng:

A. $\frac{1}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

B. $\frac{7}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

C. $\frac{1}{5\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

D. $\frac{1}{35x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

Câu 16: Cho phương trình $\log_3 x \cdot \log_5 x = \log_3 x + \log_5 x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình có nghiệm đúng với mọi $x > 0$

B. Nếu x là nghiệm của phương trình trên thì x nguyên.

C. Phương trình vô nghiệm.

D. Phương trình có 2 nghiệm hữu tỉ và 1 nghiệm vô tỉ.

Câu 17: Tìm giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của hàm số: $f(x) = 2^{x-1} + 2^{3-x}$

A. 2

B. 4

C. 8

D. 1

Câu 18: Chọn khẳng định đúng?

A. Nếu hàm số $f(x)$ xác định trên tập K thì ta luôn có $f'(x)$ cũng xác định trên tập K .

B. Đạo hàm của hàm đa thức bậc $n > 0$ cũng là một hàm đa thức bậc $n - 1$

C. Nếu hàm số $f(x)$ đơn điệu trên tập xác định của nó thì phương trình $f(x) = 0$ luôn có duy nhất một nghiệm

D. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ luôn có bậc lớn hơn hàm số $f(x)$

Câu 19: Tìm đạo hàm của hàm số sau: $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

A. $f'(x) = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}$

C. $f'(x) = e^x + e^{-x}$

B. $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x - e^{-x})^2}$

D. $f'(x) = \frac{-5}{(e^x - e^{-x})^2}$

Câu 20: Phương trình $2\ln x + \ln(2x-1)^2 = 0$ có số nghiệm là:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Câu 21: Chuyện kể rằng : " Ngày xưa, ở đất nước Ấn Độ có một vị quan dâng lên nhà vua một bàn cờ có 64 ô kèm theo cách chơi cờ. Nhà vua thích quá, bảo rằng: "Ta muốn dành cho khanh một phần thưởng thật xứng đáng. Vậy khanh thích gì nào?" Vị quan tâu " Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: " Bàn cờ có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận một hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ hai, ô sau nhận số hạt gạo đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Thoạt đầu nhà Vua rất ngạc nhiên vì phần thưởng quá khiêm tốn nhưng đến khi những người lính vét sạch đến hạt thóc cuối cùng trong kho gạo của triều đình thì nhà Vua mới kinh ngạc mà nhận ra rằng: " Số thóc này là một số vô cùng lớn, cho dù có gom hết số thóc của cả nước cũng không thể đủ cho một bàn cờ chỉ có vòn vẹn 64 ô!". Bạn hãy tính xem số hạt thóc mà nhà vua cần để ban cho vị quan là một số có bao nhiêu chữ số?

A. 19

B. 20

C. 21

D. 22

Câu 22: Biết $I = \int_1^a \frac{x^3 - 2\ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} + \ln 2$. Giá trị của a là:

A. 3

B. 2

C. $\ln 2$

D. $\frac{\pi}{4}$



Câu 23: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = a\pi + b$. Phần nguyên của tổng $a+b$ là?

- A. 0 B. -1 C. 1 D. -2

Câu 24: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$.

Xét các mệnh đề sau:

(I): $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$

(II): $k \cdot F(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$ ($k \in \mathbb{R}$)

(III): $F(x) \cdot G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot g(x)$

Mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. I B. I và II C. Cả ba D. II

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = |x^2 - 4x + 3|$ và $(d): y = x + 3$

- A. $\frac{109}{6}$ B. $\frac{105}{6}$ C. $\frac{103}{6}$ D. $\frac{127}{7}$

Câu 26: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^2 + x^3 - 4$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$ là

- A. $3x^2 + 4x$ B. $2x^3 - 4x^4$ C. $\frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 - 4x$ D. $x^3 - x^4 + 2x$

Câu 27: Tính thể tích các khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi $y = x^2 + 1; x = 0$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $A(1; 2)$ quanh trục Ox .

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{2}{5}$

Câu 28: Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - x - 2}$

- A. $I = -\frac{2}{3} \ln 2$ B. $I = -3 \ln 2$ C. $I = \frac{1}{2} \ln 3$ D. $I = 2 \ln 3$

Câu 29: Số đối của số phức $z = 2 + 5i$ là:

- A. $2 - 5i$ B. $-2 + 5i$ C. $-2 - 5i$ D. $\frac{2}{29} - \frac{5}{29}i$

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $(3+i)z - i\bar{z} = 7 - 6i$. Môđun của số phức z bằng:

- A. $2\sqrt{5}$ B. 25 C. 5 D. $\sqrt{5}$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn: $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2z|$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là:

- A. $20x - 16y - 47 = 0$ B. $20x + 16y + 47 = 0$ C. $20x + 16y - 47 = 0$ D. $20x - 16y + 47 = 0$

Câu 32: Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = -1 + 3i; z_2 = -3 - 2i; z_3 = 4 + i$. Chọn kết luận đúng nhất:

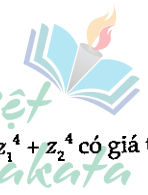
- A. Tam giác ABC cân B. Tam giác ABC vuông C. Tam giác ABC vuông cân D. Tam giác ABC đều.

Câu 33: Phần ảo của số phức $w = z^2 - 2z + 3$ biết $z = 3 - i$ là:

- A. -4 B. -4i C. 4 D. 4i

Câu 34: Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + 7 = 0$. Khi đó $A = z_1^4 + z_2^4$ có giá trị là:

- A. 23 B. $\sqrt{23}$ C. 13 D. $\sqrt{13}$



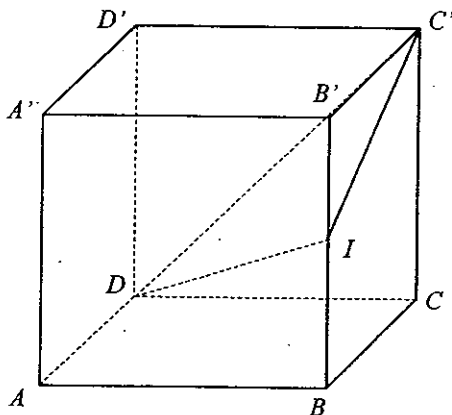
Câu 35: Cho hình chóp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , đường cao của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:

- A. 30° B. Đáp số khác C. 45° D. 60°

Câu 36: Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây là sai.

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8 C. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4
B. Khối bát diện đều là loại $\{4;3\}$ D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12

Câu 37: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. I là trung điểm BB' . Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng:



- A. 1:3 B. 7:17 C. 4:14 D. 1:2

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $AMND$ và $ABCD$ là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 39: Chọn khẳng định đúng:

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.
D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 40: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C , cạnh góc vuông bằng a , chiều cao bằng $2a$. G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Thể tích khối chóp $G.ABC$ là:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{2a^3}{3}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. a^3

Câu 41: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình tròn sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng 2 và $SAO = 30^\circ; SAB = 60^\circ$. Tính diện tích xung quanh hình nón?

- A. $4\pi\sqrt{3}$ B. $\frac{3\pi\sqrt{2}}{4}$ C. $2\pi\sqrt{3}$ D. $3\pi\sqrt{2}$

Câu 42: Cho một hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh a khi quay quanh một đường cao. Một khối cầu có thể tích bằng thể tích của khối nón thì có diện tích bề mặt bằng:

A. $\frac{a^2\pi\sqrt[3]{12}}{4}$

B. $\frac{a^2\pi\sqrt[3]{9}}{16}$

C. $\frac{a^2\pi\sqrt[3]{12}}{16}$

D. $a^2\pi\sqrt[3]{12}$

Câu 43 : Cho điểm $M(0;-1;3)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=-1+t \end{cases}$. Khoảng cách từ M đến d bằng:

A. $\sqrt{20}$

B. $\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{2}$

D. 3

Câu 44 : Bán kính của mặt cầu tâm $I(3;3;-4)$ tiếp xúc với trục Oy bằng:

A. $\sqrt{5}$

B. 4

C. 5

D. $\frac{5}{2}$

Câu 45 : Cho mặt phẳng $(\alpha): 4x-2y+3z+1=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z=0$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai:

A. (α) cắt (S) theo một đường tròn

B. (α) tiếp xúc với (S)

C. (α) có điểm chung với (S)

D. (α) đi qua tâm của (S)

Câu 46 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+z+5=0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{-3}$. Tọa độ giao điểm của d và (α) là:

A. $(4;2;-1)$

B. $(-17;9;20)$

C. $(-17;20;9)$

D. $(-2;1;0)$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;2;0), C(3;0;4)$. Tọa độ điểm M trên mặt phẳng Oyz sao cho MC vuông góc với (ABC) là:

A. $M\left(0; \frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$

B. $M\left(0; \frac{3}{2}; -\frac{11}{2}\right)$

C. $M\left(0; -\frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$

D. $\left(0; -\frac{3}{2}; -\frac{11}{2}\right)$

Câu 48 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định các cặp giá trị (l,m) để các cặp mặt phẳng sau đây song song với nhau : $2x+ly+3z-5=0; mx-6y-6z-2=0$

A. $(-3;3)$

B. $(3;-4)$

C. $(-4;3)$

D. $(3;-3)$

Câu 49 : Trong đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+4t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $(d) \parallel (P)$

B. (d) cắt (P) tại điểm $M(1;-1;-1)$

C. $(d) \subset (P)$

D. (d) cắt (P) tại điểm $M(-1;-2;2)$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y+mz=0$. Xét các mệnh đề sau :

I. (α) cắt (S) theo một đường tròn khi và chỉ khi $-4-5\sqrt{2} < m < -4+5\sqrt{2}$.

II. (α) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi $m = -4 \pm 5\sqrt{2}$.

III. (α) cắt (S) theo một đường tròn khi và chỉ khi $m < -4-5\sqrt{2}$ hoặc $m > -4+5\sqrt{2}$.

Trong ba mệnh đề trên, những mệnh đề nào đúng?

A. I và II

B. II và III

C. II

D. Không có mệnh đề nào.

ĐÁP ÁN

1B	2A	3C	4A	5C	6A	7D	8C	9B	10B
11A	12D	13D	14A	15B	16B	17B	18B	19A	20D
21B	22B	23B	24B	25D	26C	27A	28A	29C	30D
31A	32C	33A	34A	35B	36B	37B	38B	39B	40A
41A	42A	43C	44C	45D	46B	47C	48B	49D	50D

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

A sai vì $f(x)$ phải là hàm số lẻ

C sai vì tâm đối xứng phải là $I(m; n)$

D sai vì theo như câu 1 vẫn tồn tại trường hợp $f'(x_0) = 0$ nhưng $x = x_0$ lại không phải là điểm cực trị

Câu 2: Đáp án A

$$\text{Giải } y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Sử dụng máy tính Casio ta tính được $y''(0) = \frac{-1}{2} < 0$

. Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Như vậy hàm số không có cực tiểu.

Câu 3: Đáp án C

Nhắc lại kiến thức: Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ của đồ thị hàm số (C) cho trước là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 (*)$$

Suy ra hệ số góc của phương trình tiếp tuyến là

$$y'(x_0) = 6x^2 - 12x = 6(x-1)^2 - 6 \geq -6$$

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị

$$(C): y = 2x^3 - 6x^2 + 3 \text{ đạt nhỏ nhất là } -6 \text{ khi } x = 1.$$

Thay vào (*) ta được phương trình tiếp tuyến cần tìm.

Câu 4: Đáp án A

Các hàm số 1; 4

Câu 5: Đáp án C

Vì máy tính không có chức năng tìm đạo hàm cấp 2 mà chỉ tìm được đạo hàm cấp 1 nên ta phải tìm được đạo hàm cấp 1 của hàm số đã cho.

Có $f'(x) = 4.\sin^3 x \cos x - 4\cos^3 x \sin x$, suy ra

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

Bấm máy tính

$$\frac{d}{dx} \left(4.\sin^3 x \cos x - 4\cos^3 x \sin x \right) \Big|_{x=\frac{\pi}{4}}$$

$$\text{ta được } f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4$$

Vậy giá trị cần tìm là 1.

Câu 6: Đáp án A

Lưu ý bài toán bắt tìm tổng GTLN và GTNN chứ không phải tổng giá trị cực tiểu và giá trị cực đại, cần chú ý điều này để tránh sai sót không đáng có.

Giải: Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9$

Phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \in [-5; 2] \\ x = 1 \in [-5; 2] \end{cases}$$

Tính các giá trị

$$y_{(-3)} = 30; y_{(-3)} = 62; y_{(1)} = 30; y_{(2)} = 37.$$

So sánh các giá trị ta suy ra GTLN là 62 và GTNN là 30

Tổng cần tìm là 92

Câu 7: Đáp án D

Đối với dạng toán này, thí sinh rất dễ "hoang loạn" khi gặp phải vì hàm số đã cho khá dài và phức tạp. Tuy nhiên nếu để ý, ta có thể thấy rằng $|x_2 - x_1|$ bằng một giá trị nào đó theo biến a , do đó ta có thể thử giá trị của a sao đó tìm $|x_2 - x_1|$ rồi tìm mối liên hệ giữa hai giá trị phù hợp với đáp án nào. Nên thử nhiều hơn 2 giá trị của a để tính chính xác cao hơn.

Với $a = 1 \Rightarrow y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 2$. Khi đó

$$y' = 6x^2 - 18x + 12; y' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 1$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = 1$$

Như vậy đáp án chỉ có thể là B hoặc D

Với $a=2 \Rightarrow y=2x^3-15x^2+36x+2$. Khi đó

$$y'=6x^2-30x+36; y'=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=3$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = 1$$

Vậy đáp án D là chính xác

Câu 8: Đáp án C

Tập xác định $D=R$

$$\text{Có } y'=3(m-3)x^2-4mx$$

Hàm số đã cho không có cực trị khi

$$\begin{cases} y' \geq 0 \forall x \in R \\ y' \leq 0 \forall x \in R \end{cases} (*)$$

Nếu $m=3 \Rightarrow y'=-12x$ có tập giá trị là R

$\Rightarrow$ không thỏa mãn

Nếu $m \neq 3 \Rightarrow y'$ thỏa mãn điều kiện (*) khi và chỉ

$$\text{khi } -4mx=0 \forall x \in R \Rightarrow m=0$$

Thử lại thấy giá trị $m=0$ thỏa mãn

Câu 9: Đáp án B

$$\text{Ta có } y'=x^2+2(m-2)x+2m+3$$

Kẻ bảng biến thiên thì ta thấy để hàm số nghịch biến đã cho nghịch biến trên $[0;3]$ thì phương trình $y'=0$ phải có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 \leq 0 < 3 \leq x_2$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_1 x_2 \leq 0 \\ (x_1 - 3)(x_2 - 3) \leq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$$

Áp dụng vi-et giải ta được $m \leq \frac{-3}{2}$. Do đó chọn

đáp án B

Câu 10: Đáp án B

Hướng đi: Chuyển hàm đã cho về biến là $\cos^2 x$

$$f(x) = \sin^4 x \cdot \cos^6 x = (1 - \cos^2 x)^2 \cdot (\cos^2 x)^3$$

$$\text{Đặt } \cos^2 x = t \in [0;1] \Rightarrow f(x) = g(t) = (1-t)^2 \cdot t^3$$

$$\text{Suy ra } g'(t) = -t^3 \cdot 2 \cdot (1-t) + 3t^2(1-t)^2.$$

Phương trình

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2(1-t)[-2t+3(1-t)] = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2(1-t)(3-5t) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \in [0;1] \\ t=1 \in [0;1] \\ t=\frac{3}{5} \in [0;1] \end{cases} \text{ . Tính giá trị } g(t) \text{ tại } t=0;1;\frac{3}{5}$$

ta được GTLN của hàm số là $\frac{108}{3125}$

Câu 11: Đáp án A

Để đồ thị (C_m) nhận $I(1;0)$ làm tâm đối xứng thì

$I(1;0)$ phải là trung điểm của hai điểm cực trị

Suy ra hàm số đã cho đạt cực trị tại 2 điểm có tổng bằng 2 (Vì hoành độ điểm I là 1)

$$\text{Có } y' = -3x^2 + 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2m$$

$$\Rightarrow 0 + 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 12: Đáp án D

$$\text{Giá trị cần tìm là } \log_3 \left(\frac{1}{27\sqrt{3}} \right) = -\frac{7}{2} = -3,5$$

Câu 13: Đáp án D

Điều kiện $a \neq 1$

$$\text{Ta có thể viết lại } (a-1)^{\frac{-2}{3}} \leq (a-1)^{\frac{-1}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{(a-1)^2}} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{(a-1)^2} \geq \sqrt[3]{a-1} \\ \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-1)^2 \geq a-1 \\ a > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a-2) \geq 0 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 2$$

Kết hợp điều kiện suy ra $a \geq 2$

Sai lầm thường gặp: Không để ý đến điều kiện

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} > 0 \text{ khi biến đổi tương đương}$$

Câu 14: Đáp án A

$$\text{Đặt } 3^x = t > 0 \text{ suy ra } 3t^2 - 10t + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (3t-1)(t-3) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 3^{-1} \leq 3^x \leq 3^1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Câu 15: Đáp án B

Sử dụng công thức tính đạo hàm $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

$$\text{suy ra } y' = \left[(\ln 7x)^{\frac{1}{5}} \right]' = \frac{1}{5} \cdot (\ln 7x)^{\frac{4}{5}} \cdot (\ln 7x)'$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{\ln^4 7x}} \cdot \frac{7}{x} = \frac{7}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$$

Câu 16: Đáp án B

Từ phương trình đã cho ta suy ra:

$$\log_5 x \cdot \log_3 x - \log_5 x - \frac{\log_3 x}{\log_5 3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5 x \left(\log_3 x - 1 - \frac{1}{\log_5 3} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5 x (\log_3 x - \log_3 3 - \log_3 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5 x \cdot \log_3 \frac{x}{15} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 0 \\ \log_3 \frac{x}{15} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 15 \end{cases}$$

Vậy đáp án B là đáp án chính xác

Nhân xét: Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE của máy tính ta có thể dễ dàng tìm ra nghiệm $x=1$ do đó có thể loại luôn 2 đáp án A và C.

Câu 17: Đáp án B

Áp dụng BĐT Cô si ta có:

$$f(x) = \frac{2^x}{2} + \frac{2^3}{2^x} \geq 2\sqrt{\frac{2^x \cdot 2^3}{2 \cdot 2^x}} = 2\sqrt{4} = 4. \text{ Dấu "=" xảy ra}$$

$$\text{khí } \frac{2^x}{2} = \frac{2^3}{2^x} \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^4 \Rightarrow x = 2$$

Câu 18: Đáp án B

Câu 19: Đáp án A

Ở dạng bài toán tìm đạo hàm, ngoài cách đặt bút ra nháp và tính đạo hàm thì ta cũng có thể thử trực tiếp bằng máy tính. Cách thử là ta sẽ tính giá trị của $f'(x)$ tại 4 đáp án và giá trị đạo hàm $f(x)$ tại cùng một giá trị. Ví dụ tại giá trị $x=1$

$$\text{Bấm máy tính } \frac{d}{dx} \left(\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \right) \Big|_{x=1} \text{ cho kết quả -}$$

0,724061661

Tính giá trị tại các đáp án:

$$\text{Đáp án A } f'(1) = -0,724061661$$

$$\text{Đáp án B } f'(1) = 0,4920509139$$

$$\text{Đáp án C } f'(1) = 3,08616127$$

$$\text{Đáp án D } f'(1) = -0,9050770762$$

Câu 20: Đáp án D

$$\text{Điều kiện } x \in (0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\text{Phương trình } 2\ln x + \ln(2x-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\ln x + 2\ln|2x-1| = 0 \Leftrightarrow \ln(x|2x-1|) = \ln 1$$

$$\Leftrightarrow x|2x-1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \\ x(1-2x) = 1 \\ x > \frac{1}{2} \\ x(2x-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Nhân xét: Ở bài toán này việc chuyển $\ln(2x-1)^2 = 2\ln|2x-1|$ nếu bị nhầm thành

$\ln(2x-1)^2 = 2\ln(2x-1)$ không gây ảnh hưởng tới kết quả. Tuy nhiên ở một số bài toán tương tự, trong việc phá bình phương ở logarit chúng ta cần chú ý là cần có dấu giá trị tuyệt đối để tránh sai lầm không đáng có.

Câu 21: Đáp án B

Từ dữ kiện đề bài ta dễ dàng suy ra số thóc ở ô thứ n sẽ là 2^{n-1} hạt.

Tổng số thóc ở các ô là

$$S = \sum_{i=1}^{64} 2^n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = \frac{2^{64} - 1}{2 - 1} = 2^{64} - 1 \text{ hạt.}$$

Lưu ý rằng số chữ số của một số chính là giá trị nguyên nhỏ nhất lớn hơn log của số đó.

Sử dụng máy tính ta tính được

$$\log(2^{64} - 1) \approx 19,26591972 \text{ nên số thóc là một số có 20 chữ số.}$$

Câu 22: Đáp án B

Nếu với phương thức thi tự luận, đây có thể là câu gây khó dễ với nhiều thí sinh, tuy nhiên với phương thức thi trắc nghiệm ta có thể đơn giản thử từng đáp án để có được kết quả nhanh nhất.

Câu 23: Đáp án B

Đối với bài toán này, chúng ta sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \end{cases}$$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có:

$$I = (x \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x dx}{\cos x} = (x \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\cos x)}{\cos x}$$

$$\Leftrightarrow I = (x \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \ln(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} - \ln 2$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{1}{\sqrt{3}}; b = -\ln 2.$$

$$\text{Tổng } a + b = \frac{1}{\sqrt{3}} - \ln 2 \approx -0,1157969114$$

Lưu ý khái niệm phần nguyên của x là số nguyên lớn nhất không vượt quá x , vậy đáp án đúng là đáp án B

Nhân xét: Bài toán trên đòi hỏi khả năng biến đổi của thí sinh và nhắc lại kiến thức về khái niệm phần nguyên, sẽ có thí sinh khi đi thi đã tìm ra kết quả tích phân nhưng

lúng túng trong việc lựa chọn đáp án vì không nhớ rõ khái niệm phần nguyên.

Câu 24: Đáp án B

Câu 25: Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$|x^2 - 4x + 3| = x + 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty) \\ x^2 - 4x + 3 = x + 3 \\ x \in (1; 3) \\ x^2 - 4x + 3 = -x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \int_0^5 |x^2 - 4x + 3| - x - 3 dx = \frac{127}{7}$$

Câu 26: Đáp án C

Ta có họ nguyên hàm của $f(x) = 2x^2 + x^3 - 4$ là

$$\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^4}{4} - 4x + C$$

Vì $F(0) = 0$ nên C sẽ nhận giá trị 0, nguyên hàm

$$\text{cần tìm là } F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - 4x$$

Sai lầm thường gặp: Thí sinh đọc không kĩ đề bài nhầm lẫn chọn đạo hàm của hàm đã cho dẫn đến lựa chọn đáp án A.

Câu 27: Đáp án A

Để dàng tìm được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm A là: $y = 2x$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 |x^2 + 1 - 2x| dx = \frac{1}{3}$$

Câu 28: Đáp án A

Câu 29: Đáp án C.

Chú ý rằng hai số được gọi là đối của nhau nếu tổng của chúng bằng 0, do đó số đối của số phức $z = 2 + 5i$ phải là $-2 - 5i$

Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn giữa số đối và số phức liên hợp.

Câu 30: Đáp án D

Việc sử dụng máy tính Casio trong bài toán này duy nhất chỉ có thể ở bước thử lại đáp án. Để giải quyết bài toán chúng ta cần giải phương trình đã cho theo phương pháp “cổ điển”:

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Phương trình đã cho tương đương:

$$3z + i(z - \bar{z}) = 7 - 6i$$

$$\Leftrightarrow 3(a + bi) + i(2bi) = 7 - 6i$$

$$\Leftrightarrow 3a - 2b + 3bi = 7 - 6i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 7 \\ 3b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Suy ra mô đun số phức z là $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

Câu 31: Đáp án A

Ngoài cách biến đổi thông thường là đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) sau đó biến đổi tương đương, ta cũng có thể thử các đáp án bằng cách chọn một điểm trên mỗi đường rồi sau đó lấy số phức z mà điểm đó biểu diễn thay vào đề bài kiểm tra lại.

Câu 32: Đáp án C

Ta có tọa độ các điểm lần lượt là

$$A(-1; 3); B(-3; -2); C(4; 1)$$

Tiếp theo ta tính các vectơ tạo thành từ 3 điểm trên:

$$\overrightarrow{AB} = (-2; -5); \overrightarrow{AC} = (5; -2); \overrightarrow{BC} = (7; 3)$$

Để dàng thấy rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ và

$$AB = AC = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$

Do đó tam giác ABC vuông cân tại A

Câu 33: Đáp án A

Biến đổi ta được kết quả sau

$$w = z^2 - 2z + 3 = (3 - i)^2 - 2(3 - i) + 3 = 5 - 4i$$

Vậy phần ảo của số phức w là -4

Câu 34: Đáp án A

Sử dụng chức năng tìm nghiệm trên máy tính ta

$$\text{tính được } z_1 = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i; z_2 = \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{5}{2}i$$

Tuy nhiên máy tính không thể tính được lũy thừa bậc bốn của một số phức nên ta sẽ phải tính lần lượt

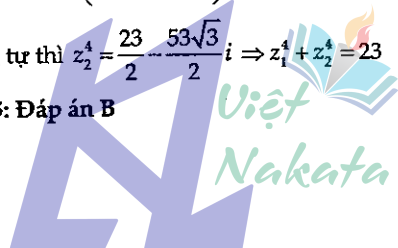
Ta có

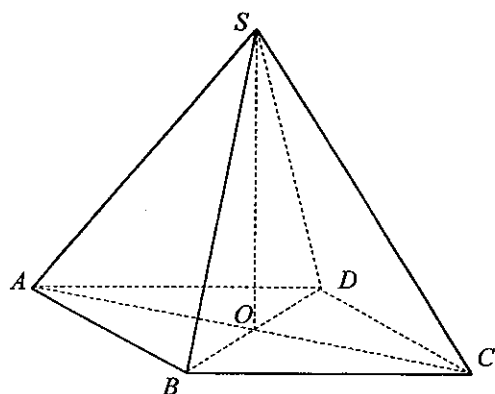
$$z_1^2 = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i \right)^2 = \frac{-11}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i$$

$$\Rightarrow z_1^4 = (z_1^2)^2 = \left(\frac{-11}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i \right)^2 = \frac{23}{2} + \frac{53\sqrt{3}}{2}i$$

$$\text{Tương tự thì } z_2^4 = \frac{23}{2} - \frac{53\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow z_1^4 + z_2^4 = 23$$

Câu 35: Đáp án B





Gọi O là tâm hình vuông ABCD

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD); SO = \frac{a\sqrt{3}}{2};$$

$$OA = OB = OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

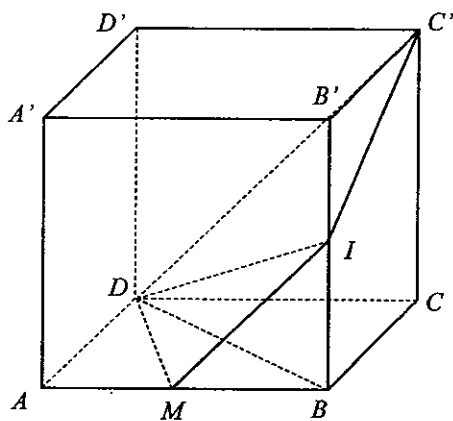
Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là:

$$(\angle SA; (ABCD)) = (\angle SA; OA) = \angle SAO$$

$$\tan \angle SAO = \frac{SO}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle SAO = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Câu 36: Đáp án B

Câu 37: Đáp án B



Coi như khối lập phương có cạnh bằng 1

Để giải bài toán này, ta phải xác định đúng thiết diện cắt bởi mặt phẳng (DIC')

Lấy M là trung điểm AB thì IM là đường trung bình tam giác ABB' nên $IM \parallel AB' \parallel DC'$

Suy ra bốn điểm I, M, C', D cùng thuộc một mặt phẳng (C'D)

Thiết diện cắt bởi mặt phẳng (DIC') là tứ giác C'DMI

Phần có thể tích nhỏ hơn là khối đa diện C'IBMDC

Để thuận tiện tính toán ta chia khối trên thành 2 phần là tứ diện IMBD và hình chóp DIBCC'.

$$V_{IMBD} = \frac{1}{3} \cdot IB \cdot S_{BDM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot IB \cdot DA \cdot MB = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

$$V_{D \cdot IBCC'} = \frac{1}{3} \cdot DC \cdot S_{IBCC'} = \frac{1}{3} \cdot DC \cdot \frac{1}{2} \cdot (IB + CC') \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \cdot \frac{1}{4}$$

Suy ra thể tích khối có thể tích nhỏ hơn là

$$V_n = V_{IMBD} + V_{DIBCC'} = \frac{1}{24} + \frac{1}{4} = \frac{7}{24}$$

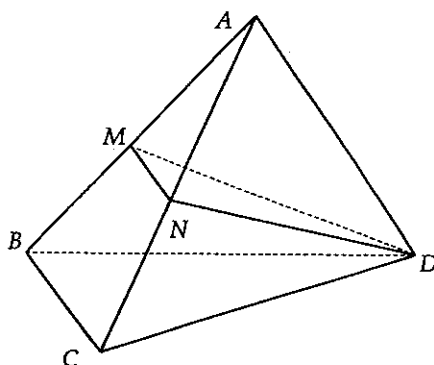
Thể tích phần lớn hơn là

$$V_l = V_{ABCD \cdot A'B'C'D'} - V_n = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

Vậy tỉ lệ cần tìm là $V_n : V_l = 7 : 17$

Nhận xét: Đây là một bài toán khá khó đòi hỏi khả năng dựng hình và xác định điểm phù hợp của thí sinh. Có một số bạn xác định đúng thiết diện nhưng gặp khó khăn trong việc tính thể tích các phần vì chưa chia được khối thể tích thành các hình nhỏ hơn để tính cho phù hợp.

Câu 38: Đáp án B



Vì đây là các khối tứ diện nên ta có thể áp dụng công thức tính tỉ lệ thể tích:

$$\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$$

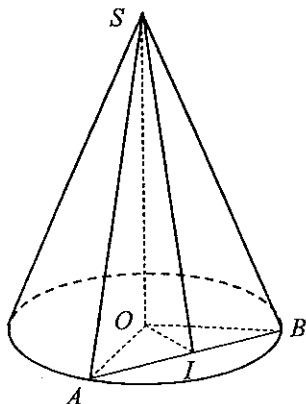
Câu 39: Đáp án B

Câu 40: Đáp án A

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CB = \frac{a^2}{2}$$

$G \in (A'B'C') \Rightarrow d_{(G;(ABC))} = 2a$. Suy ra thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot 2a = \frac{a^3}{3}$

Câu 41: Đáp án A



Gọi I là trung điểm của AB thì $OI \perp AB; SI \perp AB; OI = 2$

Lại có
$$\begin{cases} AO = SA \cdot \cos SAO = SA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ AI = SA \cdot \cos SAI = \frac{SA}{2} \end{cases}$$

Từ đó ta có $\frac{AI}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Mặt khác $\frac{AI}{AO} = \cos IAO$

$$\Rightarrow \sin IAO = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2}{OA} \Rightarrow OA = \sqrt{6}$$

$$\text{Mà } SA = \frac{OA}{\cos 30} = \sqrt{6} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

Diện tích xung quanh cần tính là:

$$S_{xq} = \pi \cdot OA \cdot SA = 4\pi\sqrt{3}$$

Nhận xét: Điểm mẫu chốt của bài toán nằm ở việc lấy thêm điểm I

Câu 42: Đáp án A

Hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh a khi quay quanh một đường cao thì sẽ có chiều cao bằng chiều cao của tam giác đó, tức là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; đường

kinh bằng cạnh tam giác $\Rightarrow 2r = a \Leftrightarrow r = \frac{a}{2}$

$$\text{Thể tích của khối nón đó là } V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{\pi^3 \sqrt{3}}{24}$$

Gọi R là bán kính khối cầu có cùng thể tích với

$$\text{khối nón trên thì ta có } V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi^3 \sqrt{3}}{24}$$

$$\Rightarrow R^3 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{32} \Leftrightarrow R = \frac{a \sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4} \Rightarrow \text{Diện tích khối cầu}$$

$$\text{là } S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2 \frac{\sqrt[3]{12}}{16} = \frac{a^2 \pi \sqrt[3]{12}}{4}$$

Câu 43: Đáp án C

Gọi $H(1+2t; 2t; -1+t)$ là hình chiếu của M trên d

$$\Rightarrow \overrightarrow{MH} = (1+2t; 2t+1; t-4)$$

Mà

$$\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (2t+1) \cdot 2 + (2t+1) \cdot 2 + (t-4) \cdot 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MH} = (1; 1; -4)$$

Vậy khoảng cách từ M đến d là

$$MH = \sqrt{1^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Câu 44: Đáp án C

$$\text{Phương trình trục } Oy \text{ là: } \begin{cases} x = 0 \\ y = t \text{ có vectơ pháp} \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{tuyến } \vec{u} = (0; 1; 0)$$

Gọi $M(0; t; 0)$ là hình chiếu của I trên Oy

$$\Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-3; t-3; 4)$$

$$\overrightarrow{IM} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-3; 0; 4) \Rightarrow IM = 5$$

Bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ I đến Oy hay IM

Câu 45: Đáp án D

$$\text{Mặt cầu } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -3)$

Khoảng cách từ I đến $(\alpha): 4x - 2y + 3z + 1 = 0$ là

$$d = \frac{|4 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 3 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 3^2}} = 0$$

Vậy mặt cầu (S) không tiếp xúc với (α) ; (α) đi qua I và (α) cắt (S) theo một đường tròn.

Câu 46: Đáp án B

Gọi điểm $M(3t+1; 3-t; 2-3t)$ thuộc d và là giao điểm của d và (α)

$$M(3t+1; 3-t; 2-3t)$$

$$\in (\alpha) \Rightarrow 2(3t+1) + (3-t) + (2-3t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -6$$

$$\text{Suy ra } M(-17; 9; 20)$$

Câu 47: Đáp án C

Nhận thấy rằng nếu MC vuông góc với (ABC) thì MC sẽ vuông góc với các đường nằm trong mặt phẳng (ABC) . Từ đó ta sẽ có 2 phương trình là

$$\overline{CM} \cdot \overline{AB} = 0; \overline{CM} \cdot \overline{AC} = 0$$

$$\text{Gọi } M(0; b; c) \Rightarrow \overline{CM} = (-3; b; c-4)$$

$$\text{Để dễ dàng tính được } \overline{AB} = (-1; 2; 0); \overline{AC} = (2; 0; 4)$$

$$\overline{CM} \cdot \overline{AB} = 0; \overline{CM} \cdot \overline{AC} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3.1 + 2b = 0 \\ -3.2 + 4(c-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = \frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(0; -\frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$$

Câu 48 : Đáp án B

Hai mặt phẳng song song với nhau khi vector pháp tuyến của chúng tỉ lệ với nhau.

Hai mặt phẳng đã cho đều đã biết hệ số của z nên ta có thể dễ dàng tính tỉ lệ của 2 vector pháp tuyến

$$\text{là } k = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\text{Do đó: } m = 2.(-2) = -4; l = \frac{-6}{-2} = 3 \Leftrightarrow (l; m) = (3; -4)$$

Câu 49 : Đáp án D

Ta có $\overline{u_d} = (2; 4; 1); \overline{n_p} = (1; 1; 1) \Rightarrow \overline{u_d} \cdot \overline{n_p} \neq 0$. Vậy (d) cắt (P) , loại đáp án A và C.

Thử hai giá trị điểm M ở hai đáp án B và D ta thấy đáp án D thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 50: Đáp án D

Từ phương trình mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \text{ ta suy ra được mặt cầu}$$

$$\text{có tâm } I(1; 0; 1); R = \sqrt{2}.$$

Nhận thấy hai mệnh đề I và III đối nhau, cả hai mệnh đề đều liên quan đến giá trị m để (α) cắt (S)

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng

$$(\alpha): 4x + 3y + mz = 0 \text{ là } d = \frac{|4 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + m^2}}$$

Để (α) cắt (S) theo một đường tròn thì khoảng

cách d phải nhỏ hơn bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{|4 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + m^2}} < \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{(m + 4)^2}{m^2 + 25} < 2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 50 - (m + 4)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 34 > 0$$

Do đó với mọi giá trị của m ta đều có: (α) cắt (S) .

Vậy cả hai mệnh đề I và III đều sai.

Sai lầm thường gặp: Đôi khi chúng ta lạm dụng quá nhiều phương pháp loại bỏ đáp án, ở bài toán này hai mệnh đề I và III đối nhau nên ta dễ bị "lầm tưởng" rằng 1 trong hai đáp án đúng.



ĐỀ SỐ 13

Câu 1: Có tất cả bao nhiêu hàm số trong các hàm số dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó:

(1). $y = \frac{2x+1}{x-1}$

(3). $y = -x^2 + 2x - 1$

(2). $y = -x^3 + 6x^2 - 14x + 3$

(4). $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

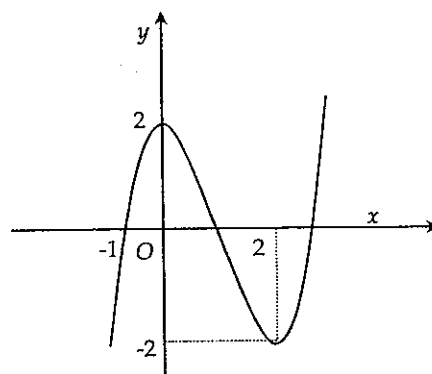
Câu 2: Đồ thị hàm số bên biểu diễn cho hàm số nào sau đây:

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

B. $y = x^3 - 3x + 2$

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

D. $y = -x^3 + 3x - 2$



Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ và có $f(1) = 4; f'(1) = 0$. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

A. $f(1) = 4$ hoặc là giá trị nhỏ nhất hoặc là giá trị lớn nhất của hàm số đã cho.

B. $y_0 = 4$ là giá trị cực đại của hàm số đã cho.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = 1$.

D. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$.

Câu 4: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - \frac{x^2}{8} + 8$ là:

A. $\frac{2047}{256}$

B. 8

C. 0

D. $\pm \frac{1}{4}$

Câu 5: Hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$ nghịch biến trên:

A. $\mathbb{R}$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(-1; +\infty)$

D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. 2

B. $\frac{2}{3}$

C. $-1 + \sqrt{5}$

D. $-4 + 2\sqrt{5}$

Câu 7: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 - (2m-1)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

Câu 8: Biết rằng đồ thị hàm số (1) $y = x^4 - x^2 - 1$ và đồ thị hàm số (2) $y = 2x^3 - 2x^2$ cắt nhau tại 2 điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Giá trị $x_1 + x_2$ là:

A. 1

B. -1

C. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Câu 9: Một vị khách đến yêu cầu một người thợ làm cho mình 1000 chiếc hộp (hình trụ, có nắp) với thể tích mỗi lon là $144\pi(\text{cm}^3)$. Để chi phí nhôm cần dùng cho sản xuất là thấp nhất thì người thợ cần làm sản phẩm tạo với bán kính đáy gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 6,6 cm B. 5,24 cm C. 12 cm D. 4,25 cm

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 3}{-x^2 + 4x - 3}$ và đường thẳng $y = x$ là:

- A. 4 (đvdt) B. 8 (đvdt) C. 6 (đvdt) D. 12 (đvdt)

Câu 11: Giá trị cực đại của hàm số $y = \frac{\sin^2 x + \cos x - 1}{\tan^2 x + 1}$ là:

- A. -2 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{27}{256}$ D. 0

Câu 12: Giải phương trình $\log_3(x+2) = 3$

- A. 24 B. 25 C. 7 D. 1

Câu 13: Tập xác định của D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + 4) + \log_3(x^2 - 1)$ là:

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ C. $D = [-1; 1] \cup \{2\}$
B. $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ D. $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \setminus \{2\}$

Câu 14: Đạo hàm của hàm số $y = 5^x + x^5$ là:

- A. $y' = 5^x \cdot \ln x + 5x^4$ C. $y' = 5^x \cdot \ln 5 + 5x^4$
B. $y' = 5^x + \ln 5 + 5x^4$ D. $y' = \frac{5^x}{\ln 5} + 5x^4$

Câu 15: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x+5) + \log_9(x-2)^2 - \log_{\sqrt{3}}(x-1) = \log_{\sqrt{3}}\sqrt{2}$ là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$

$$\text{Tính tổng } S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$$

- A. 2016 B. 2017 C. 1008 D. 1009

Câu 17: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x(x+1)}{x-1}$

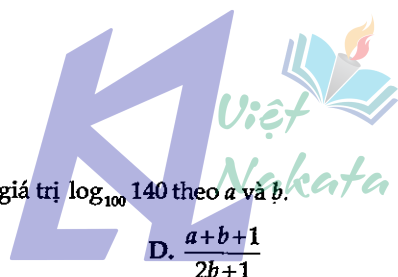
- A. $y' = \frac{e^x}{(x-1)^2}$ C. $y' = \frac{e^x(x^2 + 2x - 1)}{(x-1)^2}$
B. $y' = \frac{e^x(x^2 - 3)}{(x-1)^2}$ D. $y' = \frac{e^x(2x+3)}{(x-1)^2}$

Câu 18: Biểu thức nào sau đây đúng?

- A. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + uv'}{v^2}$ C. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{uv' - u'v}{v^2}$
B. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v}$ D. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v} - v' \cdot \frac{u}{v^2}$

Câu 19: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 5 = a$ và $\log_7 4 = b$. Tính giá trị $\log_{100} 140$ theo a và b .

- A. $\frac{a+b+1}{2a+1}$ B. $\frac{ab+a+b}{2ab+a}$ C. $\frac{ab+b+1}{2ab+b}$ D. $\frac{a+b+1}{2b+1}$



Câu 20: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Với mọi số thực $a; b; c$ thỏa mãn $a > 0; abc > 0$ ta luôn có $\log_a \frac{ab}{c} = 1 + \log b - \log c$
- B. Với mọi số thực dương $a; b$ và số nguyên dương n ta luôn có $\log_a b = \log_a \sqrt[n]{b}$
- C. $\ln x$ là logarit cơ số 10 của x .
- D. Với mọi số thực dương a, b, c ta luôn có $\log_a c = \log_a b \cdot \log_c b$

Câu 21: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng A với số tiền ban đầu là 100 triệu đồng với lãi suất mỗi quý là 2,1%. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi quý. Sau 2 năm người đó vẫn tiếp tục gửi tiết kiệm với số tiền thu được từ trên nhưng với mức lãi suất khác là 1,1% mỗi tháng. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi tháng. Hỏi sau 3 năm kể từ ngày gửi tiết kiệm vào ngân hàng A người đó thu được tất cả bao nhiêu tiền?

- A. 134,65 triệu đồng
- B. 175,08 triệu đồng
- C. 123,37 triệu đồng
- D. 140,12 triệu đồng

Câu 22: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+1}$ là $\int \sqrt{3x+1} dx = \dots$?

- A. $\frac{2}{3} \sqrt{(3x+1)^3} + C$
- B. $\frac{2}{3} (3x+1) \sqrt{3x+1} + C$
- C. $\frac{2}{9} \sqrt{3x+1} + C$
- D. $\frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C$

Câu 23: Một xe ô tô bắt đầu nổ máy và đi, quãng đường xe đi được kể từ khi nổ máy được tính bằng công thức $s = 5t^2 (m)$, trong đó là khoảng thời gian chuyển động, tính bằng giây. Hỏi đến lúc xe đi được quãng đường 80m thì vận tốc của xe khi đó là bao nhiêu?

- A. 20 m/s
- B. 40 m/s
- C. 10 m/s
- D. 80 m/s

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $x \cdot 3^x = x(3-x) + 2(3^x - 1)$

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

Câu 25: Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1, x=3$, xung quanh trục Ox . Giá trị của V gần nhất với?

- A. 3
- B. 20
- C. 10
- D. 6

Câu 26: Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{2x^2 + 3 \ln^2 x}{x} dx$

- A. 7,389
- B. $\frac{68}{25}e$
- C. $\frac{27}{10}e$
- D. e^2

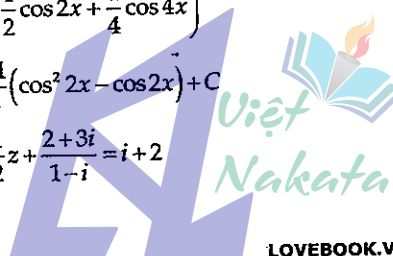
Câu 27: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - x$, đường thẳng $x=2$, trục tung và trục hoành

- A. $\frac{22}{5}$
- B. $\frac{344\pi}{9}$
- C. 5
- D. $\frac{44}{5}$

Câu 28: Tìm nguyên hàm sau $I = \int \sin 3x \cdot \cos x dx$

- A. $-\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x + C$
- B. $-\frac{1}{4} (\cos^2 2x + \cos 2x) + 1 + C$
- C. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos 4x \right)$
- D. $-\frac{1}{4} (\cos^2 2x - \cos 2x) + C$

Câu 29: Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $\frac{1}{2}z + \frac{2+3i}{1-i} = i+2$



A. Phần thực là $\frac{5}{2}$, phần ảo là $\frac{-3}{2}i$

C. Phần thực là 5, phần ảo là $-3i$

B. Phần thực là $\frac{5}{2}$, phần ảo là $\frac{3}{2}$

D. Phần thực là 5, phần ảo là -3

Câu 30: Trên hệ trục tọa độ Oxy , A, B, C, D lần lượt là 4 điểm biểu diễn 4 số phức $z_1 = 1 - 3i$; $z_2 = 2 - 4i$; $z_3 = 2 + 3i$; $z_4 = -3 + 3i$. Điểm nào trong bốn điểm đã cho có tổng khoảng cách đến hai trục là nhỏ nhất?

A. Điểm A

B. Điểm B

C. Điểm C

D. Điểm D

Câu 31: Giải phương trình $z^3 - 27 = 0$ trên tập số thực. Tích các nghiệm của phương trình là

A. 3

B. 9

C. 27

D. 11

Câu 32: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Tìm mô đun của số phức $z = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

A. $\sqrt{13}$

B. $\sqrt{17}$

C. 5

D. 17

Câu 33: Tìm số phức z có mô đun nhỏ nhất sao cho $|z| = |\overline{z} + 1 - i|$

A. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

B. $-i$

C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

D. i

Câu 34: Miêu tả tập số phức z trên hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng mà thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = 7$ là một:

A. Đường thẳng

C. Elip

B. Hình tròn

D. Đường tròn

Câu 35: Tính thể tích của khối bát diện đều có cạnh bằng 2

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{16}{3}$

D. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 2$, góc ABC bằng 60° . Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của BC . Góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Tính thể tích $S.ABC$

A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$

B. $4\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. 2

Câu 37: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng ABC trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng

$\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Câu 38: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng (ABC) . $SA = SB = 1$;

$ASB = BSC = CSA = 60^\circ$, tam giác ABC cân tại C . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 39: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 3\text{cm}$; $\angle ABC = 30^\circ$. Quay tam giác ABC quanh trục AB thu được một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón đó là?

A. $27\pi \text{ cm}^2$

B. $(27 + 18\sqrt{3})\pi \text{ cm}^2$

C. $18\pi \text{ cm}^2$

D. $18\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$

Câu 40: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều rộng là 20 cm, chiều dài là 60 cm, người ta gò tấm tôn thành mặt xung quanh của một chiếc hộp (hình hộp chữ nhật) sao cho chiều rộng của tấm tôn là chiều cao của chiếc hộp. Hỏi thể tích lớn nhất của chiếc hộp là bao nhiêu?

A. 18 lít

C. 4 lít

B. 4,5 lít

D. 9 lít

Câu 41: Cho khối nón (S) có đáy là hình tròn tâm O, bán kính R. Diện tích xung quanh của khối nón là $2\pi R^2$. Thể tích của khối trụ có một đáy là hình tròn tâm O và có cùng chiều cao với khối nón (S) là?

A. $2\pi R^3$

B. $2\pi\sqrt{3}R^3$

C. $\pi\sqrt{3}R^3$

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}R^3$

Câu 42: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại A; $AB=6$; $AC=8$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm M của đoạn BC. $SA=13$. Giá trị gần đúng diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. 510,6

B. 308,9

C. 623,1

D. 711,6

Câu 43: Nhận xét nào đúng trong các nhận xét sau?

A. Cho hai điểm A, B cố định, tập hợp các điểm M sao cho $\overline{MA}\overline{MB}=0$ là khối cầu đường kính AB

B. Mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y+3=0$, vậy vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) là $(1;-3;0)$

C. Mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$ cắt mặt phẳng (P): $x+2y-2z+2=0$ tạo thành đường tròn đường kính $2\sqrt{5}$

D. Điểm $A(2;2;0)$ nằm ngoài mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d): $x-1=\frac{y+2}{2}=\frac{3-z}{3}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là vectơ nào trong các vectơ sau:

A. $\overline{u}_1=(1;2;3)$

B. $\overline{u}_2=(-1;2;3)$

C. $\overline{u}_3=(-1;-2;3)$

D. $\overline{u}_4=(1;-2;3)$

Câu 45: Cho 2 vectơ $\overline{u}_1=(2;-3;-1)$ và $\overline{u}_2=(3;-5;1)$. Tìm $\left[\left[\overline{u}_1;\overline{u}_2\right]\right]=...$?

A. $(-8;-5;-1)$

B. $(8;5;1)$

C. 20

D. $3\sqrt{10}$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(5;-2;3)$, $B(1;2;3)$, $C(1;-2;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm trên. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;3)$ và tiếp xúc với (P).

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\frac{4}{3}$

C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\frac{4}{9}$

B. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{3}$

D. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$. Viết phương trình đường Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P):

A. $(\Delta): \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$

C. $(\Delta): \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$

B. $(\Delta): \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{2}$

D. $(\Delta): \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$

Câu 48: Cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{3}$ và $(d_2): \frac{x-5}{-2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-6}{-1}$. Khoảng cách từ giao điểm I của hai đường thẳng trên tới mặt phẳng (P): $y-3x+z+1=0$ là?

A. $\frac{12}{\sqrt{11}}$

B. 0

C. $\sqrt{11}$

D. $\frac{3}{\sqrt{11}}$

Câu 49: Trong không gian cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6z = 0$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S):

A. $I(-2; 0; 3); R = 5$

C. $I(-2; 0; 3); R = 25$

B. $I(2; 0; -3); R = 5$

D. $I(2; 0; -3); R = 25$

Câu 50: Số mặt phẳng cách đều 6 điểm $A(1; 6; 10); B(2; 5; 5); C(1; 0; -2); D(1; 3; 4); E(-2; 0; 7)$ và $F(-1; 1; 6)$ là:

A. 1 mặt phẳng

B. 12 mặt phẳng

C. 24 mặt phẳng

D. Vô số mặt phẳng



ĐÁP ÁN

1B	2A	3D	4A	5C	6A	7A	8D	9D	10B
11C	12B	13D	14C	15C	16C	17B	18D	19B	20B
21A	22D	23B	24C	25B	26D	27C	28B	29D	30A
31C	32B	33A	34D	35B	36A	37A	38B	39A	40B
41C	42C	43C	44C	45D	46A	47C	48B	49B	50D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

(1). $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Tuy nhiên hàm số (1) không nghịch biến trên D mà nó nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty) \rightarrow$ loại (2).

$D = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} y' &= -3x^2 + 12x - 14 \\ &= -3(x-2)^2 - 2 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Hàm số (2) nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ thỏa mãn

(3).

$$y' = -2x + 2; D = \mathbb{R}$$

$$y' \leq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

Hàm số (3) nghịch biến trên $[1; +\infty) \rightarrow$ loại (4).

$D = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} y' &= -4x^3 + 4x \\ y' \leq 0 &\Leftrightarrow 4x(1-x^2) \leq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [0; 1] \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B

Câu 2: Đáp án A.

Nhận thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$

$\Rightarrow$ dấu của x^3 là dấu dương

$\Rightarrow$ loại C; D

Hàm số đi qua $A(2; -2) \Rightarrow$ chọn đáp án A

Câu 3: Đáp án D

Ví dụ: hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

$D = \mathbb{R}$

$$f(1) = 4; f'(1) = 0$$

$$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ không tồn tại cực

trị

Tập giá trị của $y = f(x)$ là $(-\infty; +\infty)$

$\Rightarrow$ 3 ý A; B; C đều có thể sai

$\Rightarrow$ chọn đáp án D

Câu 4: Đáp án A.

Giá trị cực đại là y_{CD}

$$\begin{aligned} y' &= 4x^3 - \frac{x}{4} \\ y' = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Kẻ bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt cực đại tại

$$x = \pm \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y_{CD} = \frac{2047}{256}$$

Sai lầm thường gặp: Nhầm giá trị cực đại thành giá trị lớn nhất hoặc x_{CD}

Câu 5: Đáp án C.

$$y' = \frac{-4}{(x+1)^2} < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C

Sai lầm thường gặp: hàm số nghịch biến trên 2 khoảng khác nhau là $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ chứ không nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (-1; +\infty)$

Câu 6: Đáp án A.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x+1} \text{ xác định và liên tục trên } [0; 2]$$

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 4}{(x+1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = (-1 + \sqrt{5}) \in [0; 2] \\ x = (-1 - \sqrt{5}) \notin [0; 2] \end{cases}$$

$$f(0) = 2; f(-1 + \sqrt{5}) = -4 + 2\sqrt{5}; f(2) = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} = 2 \Rightarrow \text{đáp án A}$$

Câu 7: Đáp án A.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 + 2(m+2)x - (2m-1) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Delta' = (m+2)^2 + 3(2m-1) < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 10m + 1 < 0 \Leftrightarrow -5 - 2\sqrt{6} < m < -5 + 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow -9 \leq m \leq -1; m \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow$ có tất cả 9 giá trị thỏa mãn

Câu 8: Đáp án D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 - x^2 - 1 = 2x^3 - 2x^2$$

$$\Rightarrow (x^2 - x - 1)(x^2 - x + 1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ (TM)}$$

$$\Rightarrow \sum x_1 + x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} + \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1$$

Câu 9: Đáp án D.

Gọi $r(\text{cm})$ là bán kính đáy; $l(\text{cm})$ là đường cao

$$\Rightarrow \pi r^2 \times l = 144\pi \Rightarrow r^2 l = 144$$

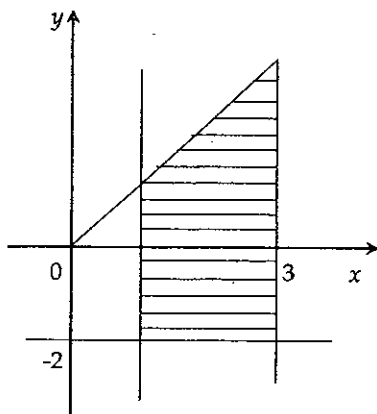
$$\Rightarrow l = \frac{144}{r^2}$$

Chi phí nhôm thấp nhất $\Rightarrow$ diện tích toàn phần hộp nhỏ nhất

$$S_{\text{tp}} \text{ nhỏ nhất khi } r^2 = \frac{72}{r} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{72} \approx 4,16$$

$\Rightarrow$ chọn đáp án D

Câu 10: Đáp án B.



Dễ dàng tìm 3 tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là $x=1; x=3; y=-2$

Hình phẳng sẽ là hình thang vuông như hình vẽ có chiều cao là 2; đáy lớn là 5; đáy nhỏ là 3

$$\Rightarrow S = 8$$

Câu 11: Đáp án C.

$$y = \frac{1 - \cos^2 x + \cos x - 1}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \cos^2 x (-\cos^2 x + \cos x)$$

$$\text{Đặt } \cos x = t \in [-1; 1]$$

$$\Rightarrow y = t^2 (-t^2 + t) = -t^4 + t^3$$

Xét hàm số $f(t) = -t^4 + t^3$ trên $[-1; 1]$

Ta có giá trị cực đại là $\frac{27}{256}$ tại $x = \frac{3}{4}$

Câu 12: Đáp án B.

$$\log_3(x+2) = 3 \Leftrightarrow x+2 = 3^3 \Leftrightarrow x = 25$$

Câu 13: Đáp án D.

Điều kiện:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 4 > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \setminus \{2\}$$

Sai lầm thường gặp: Để điều kiện là ≥ 0 dẫn đến đáp án C

Câu 14: Đáp án C.

Áp dụng công thức tính đạo hàm $a^x' = a^x \cdot \ln a$

và $x^n' = nx^{n-1}$ suy ra đạo hàm cần tìm là

$$y' = 5^x \cdot \ln 5 + 5x^4$$

Câu 15: Đáp án C.

Tập xác định $D = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

$$(2) \Leftrightarrow \log_3(x+5) + \log_3|x-2| - 2\log_3(x-1) = \log_3 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+5) \cdot |x-2|}{(x-1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x+5) \cdot |x-2| = 2(x-1)^2$$

Với $x > 2$ ta có:

$$(x+5)(x-2) = 2(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 2x^2 - 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Với $1 < x < 2$ ta có

$$(x+5)(2-x) = 2(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 3x + 10 = 2x^2 - 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{97}}{6} (t/m) \\ x = \frac{1 - \sqrt{97}}{6} (loại) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm

$$x = \left\{ \frac{1 + \sqrt{97}}{6}; 3; 4 \right\}.$$

Sai lầm thường gặp: Không loại nghiệm

$$x = \frac{1 - \sqrt{97}}{6} \text{ do không để ý đến điều kiện.}$$

Câu 16: Đáp án C.

(Có thể sử dụng casio)

Với $a+b=1; a, b > 0$ ta có

$$\frac{9^a}{9^a+3} + \frac{9^b}{9^b+3} = \frac{9^a(9^b+3) + 9^b(9^a+3)}{(9^a+3)(9^b+3)}$$

$$= \frac{9^{a+b} + 3 \times 9^a + 9^{a+b} + 3 \times 9^b}{9^{a+b} + 3 \times 9^a + 9^b + 3 \times 9}$$

$$= \frac{3 \times 9^a + 3 \times 9^b + 18}{3 \times 9^a + 3 \times 9^b + 18} = 1$$

$$\Rightarrow S = \left(f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) \right)$$

$$+ \left(f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1008}{2017}\right) \right) = 1008$$

Câu 17: Đáp án B.

$$y = \frac{e^x(x+1)}{x-1}$$

$$\left[e^x(x+1) \right]' = e^x(x+1) + e^x = e^x(x+2)$$

$$y' = \frac{\left[e^x(x+1) \right]'(x-1) - e^x(x+1)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{e^x(x+2)(x-1) - e^x(x+1)}{(x-1)^2} = \frac{e^x(x^2-3)}{(x-1)^2}$$

Câu 18: Đáp án D.

Theo công thức tính đạo hàm thì:

$$\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{u'}{v} - v' \cdot \frac{u}{v^2}$$

Câu 19: Đáp án B.

$$\log_{100} 140 = \frac{\log_4 140}{\log_4 100} = \frac{\log_4(5 \times 7 \times 4)}{\log_4(4 \times 5^2)} = \frac{1 + \log_4 5 + \log_4 7}{1 + 2\log_4 5}$$

$$= \frac{1 + a + \frac{1}{b}}{1 + 2a} = \frac{ab + b + 1}{2ab + b}$$

Câu 20: Đáp án B.

A. Sai vì $bc > 0 \Rightarrow$ có thể b và c âm nên không tồn tại

$$\log_c b; \log_b c$$

B. Đúng vì $\log_a nb = \frac{1}{n} \log_a b; \log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

C. Sai vì $\ln x$ là logarit cơ số e của x

D. Sai vì $\log_a c = \log_a b \times \log_b c = \frac{\log_a b}{\log_b b}$

Câu 21: Đáp án A.

Số tiền người đó nhận được sau 1 quý là

$$100 \times \left(1 + \frac{2,1}{100} \right) \text{ triệu đồng}$$

Sau 8 quý (2 năm) là $100 \times 1,021^8$ triệu đồng

Trong 1 năm liên tiếp, người đó gửi tính lãi theo tháng

Sau 3 năm kể từ khi gửi, số tiền

$$100 \times 1,021^8 \times 1,011^{12} \approx 134,65 \text{ triệu đồng}$$

Câu 22: Đáp án D.

$$\int \sqrt{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int \sqrt{3x+1} d(3x+1) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times (3x+1)^{\frac{1}{2}+1} + C$$

$$= \frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C$$

Câu 23: Đáp án B.

$$s = 5t^2 = 80(m) \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4s$$

$$\text{Gia tốc } a = 10m/s \Rightarrow v = 4 \times 10 = 40m/s$$

Câu 24: Đáp án C.

$$x \cdot 3^x = x(3-x) + 2(3^x - 1)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot 3^x = 3x - x^2 + 2 \cdot 3^x - 2$$

$$\Leftrightarrow (x-2)3^x + x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(3^x + x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 3^x + x = 1 (*) \end{cases}$$

Xét hàm $f(x) = 3^x + x$ trên $(-\infty; +\infty)$

$$f'(x) = 3^x \ln 3 + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Mà $f(0) = 1 \Rightarrow (*)$ có 1 nghiệm duy nhất

Vậy phương trình có 2 nghiệm là $x=0; x=2$

Câu 25: Đáp án B.

$$S = \pi \int_1^3 (x^2 - 3x) dx = \frac{32\pi}{5} \approx 20,1 \Rightarrow \text{đáp án B}$$

Câu 26: Đáp án D.

$$I = \int_1^e \left(2x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \right) dx = x^2 \Big|_1^e + \int_1^e \frac{3 \ln^2 x}{x} dx$$

$$\text{Đặt } \ln x = t; x=1 \Rightarrow t=0; x=e; t=1$$

$$\frac{1}{x} dx = dt$$

$$\Rightarrow I = e^2 - 1 + \int_0^1 3t^2 dt$$

$$= e^2 - 1 + t^3 \Big|_0^1 = e^2 - 1 + 1 = e^2$$

Câu 27: Đáp án C.

$$S = \int_0^2 |x^4 - x| dx = \int_0^1 |x^4 - x| dx + \int_1^2 |x^4 - x| dx$$

$$= \int_0^1 (x^4 - x) dx + \int_1^2 (x^4 - x) dx$$

$$= \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = 5$$

Sai lầm thường gặp:

$$+) S = \int_0^2 (x^4 - x) dx \text{ (không có dấu giá trị tuyệt đối)}$$

$\Rightarrow$ Phá giá trị tuyệt đối sai

Câu 28: Đáp án B.

$$I = \int \sin 3x \cos x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 4x + \sin 2x)$$

$$= \frac{1}{8} \int \sin 4x dx + \frac{1}{4} \int \sin 2x dx$$

$$= -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$$

$$= -\frac{1}{8} (2 \cos^2 2x - 1) - \frac{1}{4} \cos 2x + C$$

$$= -\frac{1}{4} (\cos^2 2x + \cos 2x) + \frac{1}{8} + C$$

$$= -\frac{1}{4} (\cos^2 2x + \cos 2x) + 1 + C$$

Câu 29: Đáp án D.

$$z = 5 - 3i \Rightarrow \text{chú ý phần ảo không có } i.$$

đáp án D

Câu 30: Đáp án A.

Biểu diễn các số phức trên hệ tọa độ, ta thấy tổng

khoảng cách 2 trục chính là $|a| + |b|$ với $z = a + bi$

Suy ra, đáp án A

Câu 31: Đáp án C.

$$z^3 - 27 = 0 \Leftrightarrow (z-3)(z^2 + 3z + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z=3 \\ z^2 + 3z + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=3 \\ z = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

Suy ra, đáp án C

Câu 32: Đáp án B.

$$\bar{z}_1 = 2 + i; \bar{z}_2 = 1 - 3i \Rightarrow z = 1 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{17}$$

Câu 33: Đáp án A.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$|z| = |\bar{z} + 1 - i| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = (a+1)^2 + (b-1)^2$$

$$\Leftrightarrow a + b + 1 = 0$$

$$|z|^2 = a^2 + b^2 = a^2 + (-a-1)^2$$

$$= 2a^2 + 2a + 1 = 2 \left(a + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi



$$a = \frac{-1}{2}; b = \frac{-1}{2} \Rightarrow z = \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}i$$

Câu 34: Đáp án B.

Đặt $z = a + bi$ $a, b \in \mathbb{R}$. Theo đề bài thì

$$|z - 2 + 3i| = 7 \Leftrightarrow |a + bi - 2 + 3i| = 7$$

$$\sqrt{a - 2^2 + b + 3^2} = 7$$

$$\Leftrightarrow a - 2^2 + b + 3^2 = 49$$

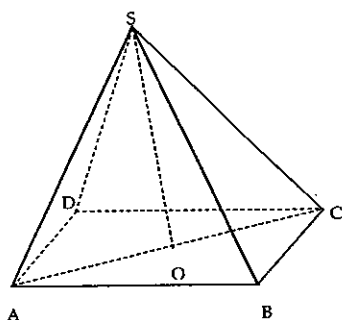
Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(2; -3)$ bán kính bằng 7

Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn giữa hình tròn và đường tròn.

- Hình tròn: Tập hợp các điểm cách đều một điểm cho trước.

- Đường tròn: Tập hợp các điểm có khoảng cách đến 1 điểm nhỏ hơn một giá trị cho trước.

Câu 35: Đáp án B



Khối bát diện đều chính là hai khối chóp có chung đáy hình vuông và ngược nhau, cách mặt bên là các tam giác đều.

Suy ra, thể tích khối bát diện đều = 2 lần thể tích khối chóp

Xét 1 khối chóp $S.ABCD$ có các cạnh bằng 2

$$\text{Có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 8 = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AO = \sqrt{2}$$

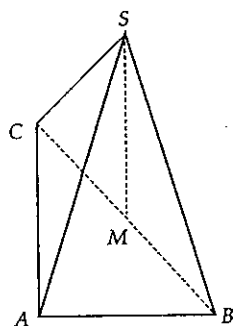
$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times 2^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Vậy thể tích khối bát diện đều} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

Câu 36: Đáp án A

$$AB = 2; \angle ABC = 60^\circ \Rightarrow BC = 4; AC = 2\sqrt{3}; AM = \frac{BC}{2} = 2$$

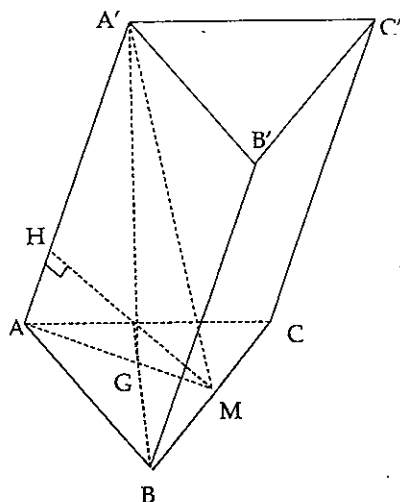


$$(\angle SA; ABC) = (\angle SA; AM) = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SAM = 45^\circ \Rightarrow SA = AM = 2$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \times S_{ABC} \times SA = \frac{1}{6} \times AB \times AC \times SA = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

Câu 37: Đáp án A



Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$; M là trung điểm BC

$$A'G \perp (ABC) \Rightarrow A'G \perp BC$$

$$\text{và } \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow AM \perp BC$$

$$\Rightarrow BC \perp (AMA')$$

Kẻ

$$MH \perp AA' \Rightarrow BC \perp MH \Rightarrow d(AA'; BC) = MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Đặt $AA' = x$

$$A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}}$$

$\triangle AA'M$ có

$$A'G \times AM = HM \times AA'$$

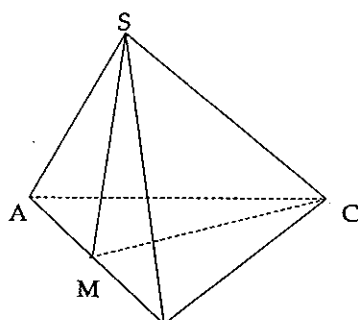
$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \times x$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9}a^2 \Rightarrow x = \frac{2a}{3}$$

$$\Rightarrow AG' = \frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow V = S_{\triangle ABC} \times AG' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 38: Đáp án B



B

Gọi M là trung điểm của AC

$$\Rightarrow SM \perp AB \Rightarrow SM \perp (ABC)$$

Đặt $SC = a$; $BC = b$

Xét $\triangle SCB$ có $\angle BSC = 60^\circ$

$$\Rightarrow SB^2 + SC^2 - 2 \cos BSC \times SB \times SC = BC^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 0 + 1 = b^2$$

$$\triangle SAB \text{ đều} \Rightarrow AB = 1; SM = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

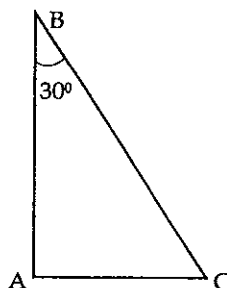
$$b^2 = BC^2 = MB^2 + MC^2 = MB^2 + SC^2 - SM^2$$

$$= a^2 + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = a^2 - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - a + 1 = b^2 \\ a^2 - \frac{1}{2} = b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{\sqrt{7}}{2} \end{cases} \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \times SM \times S_{ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

Câu 39: Đáp án A



$$AB = 3\sqrt{3} \text{ cm}; BC = 6 \text{ cm}$$

Hình nón sẽ có đường sinh $l = BC = 6 \text{ cm}$

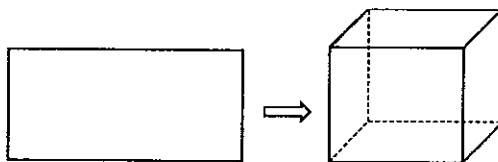
Đáy tâm A; bán kính $r = AC = 3 \text{ cm}$

$$\text{Diện tích xung quanh} = \pi r l = 18\pi (\text{cm}^2)$$

$$\text{Diện tích đáy} = \pi r^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$$

Vậy diện tích toàn phần là $27\pi (\text{cm}^2)$

Câu 40: Đáp án B



Hình hộp tạo thành sẽ có kích thước $a \times b \times 20$

Chu vi đáy bằng chiều dài tấm tôn

$$\Rightarrow 2(a + b) = 60 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow a + b = 30$$

$$30 = a + b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow ab \leq 225$$

$$\Rightarrow V = a \times b \times 20 \leq 4500 (\text{cm}^3) \Leftrightarrow 4,5 (\text{lít})$$

Câu 41: Đáp án C

$$S_{xq} = \pi R l = 2\pi R^2 \Rightarrow l = 2R$$

$$\Rightarrow \text{Chiều cao khối nón là } h = \sqrt{l^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

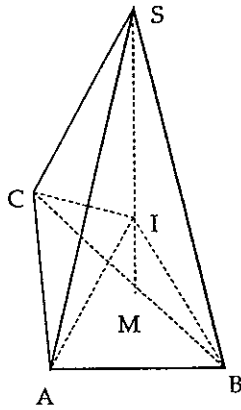
$\Rightarrow$ Thể tích khối trụ là

$$V = S_{\text{đáy}} \times h = \pi R^2 \times R\sqrt{3} = \pi R^3 \sqrt{3}$$

Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn l và h

Câu 42: Đáp án C





Gọi M là trung điểm của BC

$$BC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = 5$$

$$SM \perp (ABC) \Rightarrow SM \perp AM$$

$$\Rightarrow AM^2 + MS^2 = SA^2 \Rightarrow SM^2 = SA^2 - AM^2 = 144$$

$$\Rightarrow SM = 12$$

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp, suy ra hình chiếu I trên (ABC) là M

Dễ nhận thấy I thuộc đoạn SM

$$\text{Đặt } IA = IB = IC = IS = R$$

$$\Rightarrow IM = SM - SI = 12 - R$$

$$IA^2 = IM^2 + MA^2 = (12 - R)^2 + 5^2 = R^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{169}{24} \Rightarrow S_{xq} = 4\pi R^2 \approx 623,1$$

Câu 43: Đáp án C

A. Sai vì tập hợp các điểm M phải là mặt cầu đường kính AB chứ không phải khối cầu

B. Sai vì $\vec{n} = (1; -3; 0)$ là vectơ pháp tuyến

C. Đúng

D. Sai vì $IA = \sqrt{6} < 3 \Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu (S)

Câu 44: Đáp án C

$$\text{Viết lại (d): } \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$$

$\Rightarrow$ vectơ chỉ phương có thể trong 4 đáp án phải là đáp án C

Câu 45: Đáp án D

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-8; -5; -1) \Rightarrow \left\| [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \right\| = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

Câu 46: Đáp án A

Phương trình mặt phẳng $(P): x + y - z = 0$

Mặt cầu (S) có bán kính $R = d(I; (P)) = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow (S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{3}$$

Câu 47: Đáp án C

$$(\Delta) \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = (1; -1; 2)$$

$$(\Delta) \text{ qua } A \Rightarrow (\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$$

Câu 48: Đáp án B

Viết lại 2 đường thẳng

$$(d_1) \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -t \\ z = 3t - 2 \end{cases}; (d_2) \begin{cases} x = -2t + 5 \\ y = t - 4 \\ z = -t + 6 \end{cases}$$

Giao điểm $I(1; -2; 4)$

$$(P): -3x + y + z + 1 = 0$$

$$\Rightarrow I \in (P) \Rightarrow d(I; (P)) = 0$$

Câu 49: Đáp án B

$$(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$$

Suy ra, tâm $I(2; 0; -3): R = 5$

Câu 50: Đáp án D

6 điểm đã cho đều thuộc mặt phẳng

$$(P): 3x - 2y + z - 1 = 0$$

Suy ra, có vô số mặt phẳng cách đều 6 điểm trên.



ĐỀ SỐ 14

Câu 1: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 40$ trên đoạn $[-5; 5]$ lần lượt là

- A. 45; -115 B. 13; -115 C. 45; 13 D. 115; 45

Câu 2: Với $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$ ta có

- A. $\frac{\sin a}{a} < \frac{\sin b}{b}$ B. $\frac{\sin a}{a} \leq \frac{\sin b}{b}$ C. $\frac{\sin a}{a} > \frac{\sin b}{b}$ D. $\frac{\sin a}{a} = \frac{\sin b}{b}$

Câu 3: Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1024$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Đồ thị hàm số qua $A(0; -1024)$ B. Hàm số có 1 cực tiểu
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ D. Đồ thị có 2 điểm có hoành độ thỏa mãn $y'' = 0$.

Câu 4: Tìm GTLN của hàm số $y = x + \sqrt{5 - x^2}$ trên $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$?

- A. 5 B. $\sqrt{10}$ C. 6 D. Đáp án khác

Câu 5: Phương trình $x^3 - 3x = m^2 + m$ có 3 nghiệm phân biệt khi

- A. $-2 < m < 1$ B. $-1 < m < 2$ C. $-1 < m < 2$ D. $m > -21$

Câu 6: Phương trình tiếp tuyến của đường cong (C) $y = x^3 - 2x$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

- A. $y = -x - 2$ B. $y = x + 2$ C. $y = -x + 2$ D. $y = x - 2$

Câu 7: Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi giá trị của m là

- A. $m \geq 12$ B. $m \geq 0$ C. $m \geq 0$ D. $m \leq 0$

Câu 8: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định?

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 6$ B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ D. $y = \frac{x^2+3x+5}{x-1}$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.
B. Điểm A có tọa độ $A(1; f(1) - 1)$ không thuộc đồ thị hàm số.
C. Nếu tập $D = \mathbb{R}$ và hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thì đồ thị của hàm số $y = f(x)$ phải là một đường nét liền.
D. Hàm số $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và khoảng đồng biến của nó là $[0; 1] \cup [3; 5]$ thì hàm số phải nghịch biến trên $[1; 3]$.

Câu 10: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ mà có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$?

- A. $(0; 5)$ B. $(1; 3)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; 0)$

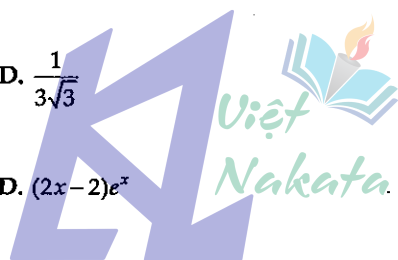
Câu 11: Logarit cơ số 3 của số nào bằng $-\frac{1}{3}$?

- A. $\sqrt[3]{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ C. $\frac{1}{27}$ D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

Câu 12: Đạo hàm $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ là

- A. xe^x B. x^2e^x C. $(x^2 - 4x)e^x$ D. $(2x - 2)e^x$

Câu 13: Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) + \sqrt{1 + x^2}$. Mệnh đề nào sai?



A. Hàm số có đạo hàm $y' = \frac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$

B. Hàm số tăng trên khoảng $(-1; +\infty)$

C. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$

D. Hàm số giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$

Câu 14: Hàm số $y = x^2 e^x$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; -2)$

B. $(-2; 0)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(-\infty; 1)$

Câu 15: Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2 (x_1 < x_2)$. Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là:

A. $4 \log_3 2$

B. 1

C. $3 \log_3 2$

D. Đáp án khác

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \ln(x^2 - 4)$ là

A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-2; 2)$

D. $(-2; +\infty)$

Câu 17: Phương trình $\log_2(3x-2) = 3$ có nghiệm

A. $\frac{10}{3}$

B. $\frac{16}{3}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{11}{3}$

Câu 18: Số nghiệm của phương trình $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$ là

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Câu 19: Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$. Tổng $x_1 + x_2$ là

A. 5

B. 3

C. 4

D. 2

Câu 20: Tìm logarit của $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ theo cơ số 3?

A. $-\frac{3}{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

Câu 21: Nguyên hàm của hàm số $\frac{1}{(2x-1)^2}$ là

A. $\frac{1}{2-4x} + C$

B. $\frac{-1}{(2x-1)^3} + C$

C. $\frac{1}{4x-2} + C$

D. $\frac{-1}{2x-1} + C$

Câu 22: Tính $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$ được kết quả

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

Câu 23: Đổi biến $x = 2 \sin t$ tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$

Câu 24: Cho $I = \int_1^2 x(x-1)^5 dx$ và $n = x-1$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. $I = \int_2^1 x(1-x)^5 dx$

B. $I = \frac{13}{42}$

C. $I = \left(\frac{n^6}{6} + \frac{n^5}{5} \right) \Big|_0^1$

D. $I = \int_0^1 (n+1)n^5 dn$

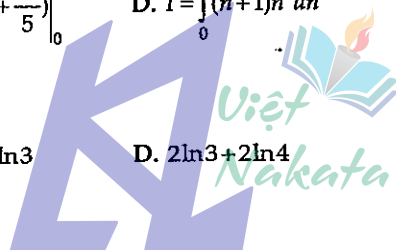
Câu 25: Kết quả của $I = \int_0^2 \frac{5x+7}{x^2+3x+2} dx$ là

A. $2 \ln 2 + 3 \ln 3$

B. $2 \ln 3 + 3 \ln 2$

C. $2 \ln 2 + \ln 3$

D. $2 \ln 3 + 2 \ln 4$



Câu 26: Cho $(P) y = x^2 + 1$ và $(d) y = mx + 2$. Tìm m để diện tích hình phẳng giới hạn (P) và (d) đạt giá trị nhỏ nhất ?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. 0

Câu 27: Cho $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$ B. $f(\frac{\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2}$
C. $f(\pi) = 3\pi$ D. $f(x) = 3x - 5\cos x$

Câu 28: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z = |z|^2 + \bar{z}$?

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 29: Modun của số phức $z = 5 + 2i - (1+i)^2$ bằng

- A. 7 B. 3 C. 5 D. 2

Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 2 - i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + z_1 z_2|$ là

- A. 0 B. 10 C. -10 D. 100

Câu 31: Modun của số phức z thỏa mãn phương trình $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 32: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Tính $|z_1|^2 + |z_2|^2$?

- A. 10 B. 7 C. 14 D. 21

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $\frac{\bar{z}}{z+i} = z - i$. Modun của số phức $w = z + 1 + z^2$ là

- A. 4 B. 9 C. 1 D. $\sqrt{13}$

Câu 34: Số số phức z thỏa mãn đồng thời 2 điều kiện $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 35: Phần ảo của số phức z thỏa mãn $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2(1 - \sqrt{2}i)$ là

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. -2

Câu 36: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 1; 4)$, $B(-2; 2; -6)$, $C(6; 0; -1)$. Tích $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$ bằng

- A. -67 B. 84 C. 67 D. -84

Câu 37: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình bình hành $OADB$ có $\overline{OA} = (-1; 1; 0)$ và $\overline{OB} = (1; 1; 0)$ (O là gốc tọa độ). Tọa độ tâm hình bình hành $OADB$ là

- A. $(0; 1; 0)$ B. $(1; 0; 0)$ C. $(1; 0; 1)$ D. $(1; 1; 0)$

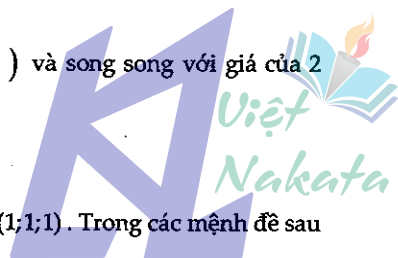
Câu 38: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(0; 2; 1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(1; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$ B. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$
C. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$ D. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$

Câu 39: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) đi qua $M(0; 0; -1)$ và song song với giá của 2 vecto $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (3; 0; 5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là

- A. $5x - 2y - 3z - 21 = 0$ B. $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$
C. $10x - 4y - 6z + 21 = 0$ D. $5x - 2y - 3z + 21 = 0$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ có ba vecto $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?



A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$

C. $\vec{a} \perp \vec{b}$

D. $\vec{b} \perp \vec{c}$

Câu 41*: Một nhà văn viết ra một tác phẩm viễn tưởng về người tí hon. Tại một ngôi làng có ba người tí hon sống ở một vùng đất phẳng. Ba người phải chọn ra vị trí để đào giếng nước sao cho tổng quãng đường đi là ngắn nhất. Biết ba người nằm ở ba vị trí tạo thành tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 3 km và 4 km và vị trí đào giếng nằm trên mặt phẳng đó. Hỏi tổng quãng đường ngắn nhất là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. 7km

B. 6,5km

C. 6,77km

D. 6,34km

Câu 42: Cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - 2z + 3 = 0$. Bán kính mặt cầu (S) là

A. 2

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{2}{9}$

Câu 43: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Cạnh đáy $a = 6$. Biết diện tích tam giác $A'BA$ bằng 9. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

B. $9\sqrt{3}$

C. $6\sqrt{3}$

D. $27\sqrt{3}$

Câu 44: Đáy của hình chóp $SABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $4a$. Thể tích khối tứ diện $SBCD$ bằng

A. $\frac{16a^3}{6}$

B. $\frac{16a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $2a^3$

Câu 45: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2A$. $SA \perp (ABC)$ và cạnh bên SB hợp với mặt phẳng (SAC) một góc 30° . Tính thể tích hình chóp $SABC$ theo a ?

A. $\frac{a^3}{12}$

B. $\frac{3a^3}{8}$

C. $\frac{4a^3}{3}$

D. $2a^3$

Câu 46: Cho hình chóp $SABC$ có $SA = SB = SC = 3a$ và lần lượt vuông góc với nhau. Tỉ số $\frac{V_{SABC}}{a^3}$ bằng

A. 2

B. 3

C. $\frac{9}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

Câu 47: Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều và $SA \perp (ABC)$. $SC = a\sqrt{3}$ và SC hợp với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $SABC$?

A. $V = \frac{a^3}{12}$

B. $V = \frac{9a^3}{32}$

C. $V = \frac{a^3}{6}$

D. $V = \frac{3a^3}{4}$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{a^3}{12}$

Câu 49: Cho hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là vuông cạnh $2a$, mặt bên (SAB) vuông góc với đáy $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $SABCD$?

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{5}$

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$

Câu 50: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh $BD = 2a$, mặt bên SAC là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $SABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

ĐÁP ÁN

1A	2C	3C	4B	5A	6B	7A	8B	9D	10A
11B	12B	13D	14A	15C	16A	17A	18C	19A	20A
21A	22B	23A	24C	25B	26D	27C	28A	29C	30B
31A	32C	33C	34D	35A	36D	37A	38C	39B	40D
41C	42A	43B	44B	45C	46C	47B	48C	49A	50C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Với bài toán này, ta xét tất cả giá trị của $f(x)$ tại các điểm cực trị và điểm biên.

Đầu tiên ta tìm điểm cực trị:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Xét:

$$f(-1) = 45$$

$$f(3) = 13$$

$$f(5) = 45$$

$$f(-5) = -115$$

Vậy ta có thể thấy GTLN và GTNN là 45 và -115.

Đáp án A.

Câu 2: Đáp án C

Phân tích:

Hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ xét trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ có:

$$f'(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} = \frac{h(x)}{x^2}$$

$$h(x) = x - \tan x$$

$$h'(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x} < 0$$

$$\Rightarrow h(x) < h(0) = 0 \Rightarrow f'(x) < 0$$

Do đó, $f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Vậy đáp số là C.

Câu 3: Đáp án C

Với bài này, ta không nhất thiết phải xét cả 4 đáp án.

Chỉ cần nhớ một chút tính chất của hàm bậc 4 là ta có thể có được đáp án nhanh chóng.

Tính chất đó là:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

Trong khi đó, ta dễ dàng nhìn ra được đáp án C có chi tiết không đúng là $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (tính chất chỉ xuất hiện với các hàm số bậc lẻ)

Vậy đáp án là C.

Câu 4: Đáp án B

Bài toán này ta có thể giải với 2 cách:

Cách 1: Cách kinh điển, cơ bản của hàm số

$$y = x + \sqrt{5 - x^2}$$

Ta xét trên miền xác định của hàm số $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$

$$\text{Ta có: } y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{5 - x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{5 - x^2}} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 = 5 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\text{Xét } y(-\sqrt{5}) \approx -2.2, y(\sqrt{\frac{5}{2}}) = \sqrt{10} \approx 3.2, y(\sqrt{5}) \approx 2.2$$

Vậy GTLN của hàm số là $\sqrt{10}$

Cách 2: Cách này tương đối nhanh nhưng nó không có một cách làm chung cho tất cả các bài toán.

Áp dụng BĐT Bunhiacopski cho 2 số ta có:

$$(x + \sqrt{5 - x^2})^2 \leq (1^2 + 1^2)(x^2 + 5 - x^2)$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{5 - x^2})^2 \leq 10$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{5 - x^2}) \leq \sqrt{10}$$

$$\text{Dấu '=' xảy ra khi } x = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

Câu 5: Đáp án A

Phân tích bài toán: Ta thấy số nghiệm của phương trình cũng chính là số giao điểm của 2 đồ thị

$$y = x^3 - 3x \text{ và } y = m^2 + m.$$

Xét đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$ có: $y' = 3x^2 - 3$

Để thấy $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt. Vì thế đồ thị cũng có 2 điểm cực trị là $(-1; 2)$ và $(1; -2)$

Vậy muốn có 3 nghiệm phân biệt thì đồ thị $y = m^2 + m$ phải cắt đồ thị $y = x^3 - 3x$ tại 3 điểm phân biệt.

Như vậy có nghĩa là $m^2 + m$ phải nằm trong khoảng từ -2 đến 2

$$\Leftrightarrow -2 < m^2 + m < 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 2 < 0 \\ m^2 + m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 1$$

$$\Leftrightarrow m \in (-2; 1)$$

Vậy đáp án là A.

Câu 6: Đáp án B

Ta nhắc lại một chút về kiến thức về tiếp tuyến của (C) tại một điểm $A(x_0, y_0)$

Phương trình tiếp tuyến tại A là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

Áp dụng với bài toán này, ta có

$$y' = 3x^2 - 2. y'(-1) = 1, y(-1) = 1$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là

$$y = (x + 1) + 1 = x + 2$$

Đáp án là B.

Câu 7: Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì:

$$y' \geq 0 \forall x > 0$$

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 12x + m$$

Ta thấy rằng đồ thị của y' là một parabol có đáy là một cực tiểu. Để $y' \geq 0 \forall x > 0$ điểm cực tiểu này phải có tung độ lớn hơn 0.

$$\text{Ta có: } y'' = 6x - 12$$

$$y'' = 0 \text{ khi } x = 2. \text{ Khi đó } y'(2) = -12 + m$$

$$\text{Để } y' \geq 0 \forall x > 0 \text{ thì } m \geq 12.$$

Đáp án là A.

Câu 8: Đáp án B

Ta không nên đi xét tất cả 4 đáp án đối với bài toán này.

Ta thấy ngay:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 - 6) = -\infty \text{ nên hàm số không có GTNN}$$

Tương tự, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$ nên hàm số cũng không có giá trị nhỏ nhất.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 5}{x - 1} = -\infty \text{ nên hàm số cũng không có GTNN.}$$

Lời khuyên là các bạn áp dụng cách xét lim này trước khi xét đến $f'(x)$ để tránh mất thời gian và đôi khi còn dễ gây sai lầm.

Đáp án là B.

Câu 9: Đáp án D

Các khẳng định A, B, C đều đúng. Tại sao khẳng định D lại sai? Lý do, ta hoàn toàn có thể cho đoạn $[1; 3]$ của hàm số là hằng số nên hiển nhiên nó cũng không đồng biến và nghịch biến trên đoạn đó!

Đáp án là D.

Câu 10: Đáp án A

Nhắc lại một chút về lý thuyết

Điểm uốn của đồ thị là điểm mà đạo hàm cấp hai đổi dấu, tức là ta phải xét đạo hàm của $f'(x)$

$$\text{Xét: } y' = 3x^2 - 3$$

$$\text{Ta có: } (y')' = y'' = 6x$$

$$y'' = 0 \text{ khi } x = 0. \text{ Và } y(0) = 5.$$

Ta có điểm thỏa mãn của đồ thị là $(0; 5)$

Đáp án là A.

Câu 11: Đáp án B

Ta có công thức sau: $\log_a b = c$ thì $b = a^c$

$$\text{Áp dụng vào bài này ta sẽ được: } 3^{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

Đáp án là B.

Câu 12: Cần lưu ý về 2 công thức sau:

$$- \text{ Đạo hàm phép nhân: } (u.v)' = u'.v + u.v'$$

$$- \text{ Đạo hàm của } e^x \text{ là } e^x.$$

Áp dụng, ta có:

$$\begin{aligned} [(x^2 - 2x + 2)e^x]' &= (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x \\ &= x^2 e^x \end{aligned}$$

Đáp án là B.

$$\text{Câu 13: Ta thấy rằng: } \begin{cases} x + \sqrt{1+x^2} > 0 \\ 1+x^2 > 0 \end{cases} \forall x \Rightarrow D = \mathbb{R}$$

nên C đúng.

$$\text{Ta xét đến } y': y' = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$$

nên A đúng.

$y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ nên hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$

nên B đúng.

Vậy đáp án là D vì hàm số tăng trên $(-1; +\infty)$ chứ không phải là giảm.

Câu 14: Để hàm số đồng biến trên khoảng xét thì $y' \geq 0$ trên khoảng xét đó.

Ta có: $y' = (x^2 e^x)' = x^2 e^x + 2xe^x = x(x+2)e^x$

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow x(x+2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

Trong 4 đáp án thì khoảng $(-\infty; -2)$ là đáp án đúng. Đáp án là A.

Câu 15: Nhận thấy: $9^x = (3^x)^2$

Đặt: $3^x = t (t > 0)$. Ta có phương trình:

$9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ trở thành phương trình bậc hai sau:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

Trở lại phép đặt ta được: $\begin{cases} x_1 = \log_3 1 = 0 \\ x_2 = \log_3 2 \end{cases}$ (do $x_1 < x_2$)

Vậy $A = 3 \log_3 2$. Đáp án là C.

Câu 16: Điều kiện để tồn tại hàm số $y = \ln(x^2 - 4)$ là:

$$x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$

Câu 17: Ta có: $\log_2(3x-2) = 3$

$$D = \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$$

Vậy đáp án là A.

Lưu ý: Với những bài toán như thế này, chúng ta không nhất thiết phải giải như thế này. Thay vào đó, các bạn có thể sử dụng công cụ máy tính thay trực tiếp 4 đáp án vào biểu thức.

Câu 18: Ta có:

$$2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 2^x - \frac{4}{2^x} = 15 \Leftrightarrow 4 \cdot (2^x)^2 - 15 \cdot 2^x - 4 = 0$$

$$2^x = t (t > 0) \Rightarrow 4t^2 - 15t - 4 = 0$$

$$\text{Đến đây ta thấy có 2 điều: } \begin{cases} \Delta = 15^2 + 4 \cdot 4 \cdot 4 > 0 \\ \frac{-4}{4} < 0 \end{cases}$$

nên phương trình với t có 2 nghiệm phân biệt và trái dấu. Mà $t > 0$ nên chỉ có 1 nghiệm thỏa mãn.

Vậy phương trình với x cũng có 1 nghiệm thỏa mãn. Đáp án là C.

Câu 19: $7^{x^2-5x+9} = 343$

Nhận thấy: $343 = 7^3$ nên ta có phương trình tương đương:

$$x^2 - 5x + 9 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = 5$. Đáp án A.

Ngoài ra khi ra được phương trình bậc hai như trên ta có thể áp dụng ngay định lý Viet để giải với công

$$\text{thức } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\text{Câu 20: Ta có: } \log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = \log_3 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{-3}{2}$$

Vậy đáp án là A.

$$\text{Câu 21: } \int \frac{dx}{(2x-1)^2}$$

Đổi biến $2x-1=t$. Ta có: $dt = 2dx$.

$$\text{Ta được: } \int \frac{dt}{2t^2} = \frac{-1}{2t} + C.$$

$$\text{Trở lại phép đổi biến ta được: } \frac{1}{2-4x} + C$$

Cần chú ý giữa phương án A và C bởi vì 2 phương án tương đối giống nhau, chỉ khác nhau về dấu. Đáp án ở đây là A.

Câu 22: Ta có thể dễ dàng nhận ra $(x^2 + 1)' = 2x$

nên ta đặt: $x^2 + 1 = t, dt = 2xdx$

Đổi cận với $x=0$ thì $t=1$, $x=1$ thì $t=2$

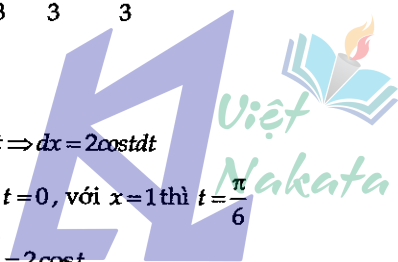
$$I = \int_1^2 \frac{\sqrt{t}}{2} dt = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_1^2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$$

Đáp án là B.

Câu 23: Đặt: $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$

Đổi cận: với $x=0$ thì $t=0$, với $x=1$ thì $t = \frac{\pi}{6}$

$$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2 \cos t$$



(do $\cos t \geq 0$ trong khoảng từ 0 đến $\frac{\pi}{6}$)

$$\text{Vậy } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$$

Đáp án là A.

Câu 24:

$$\text{Ta có: } I = -\int_2^1 x(x-1)^5 dx = \int_2^1 x(1-x)^5 dx \text{ nên A đúng}$$

Thay: $n = x - 1$, ta có: $dn = dx$, và $x = n + 1$.

$$\text{Ta có: } \int_0^1 (n+1)n^5 dn \text{ nên D đúng.}$$

$$I = \int_0^1 (n+1)n^5 dn = \left(\frac{n^7}{7} + \frac{n^6}{6} \right) \Big|_0^1 \text{ nên C sai}$$

Vậy đáp án là C.

Câu 25:

Phân tích: Đây là bài toán khá là khó, đòi hỏi áp dụng nhiều kỹ thuật phân tích cũng như tính tích phân. Với dạng tích phân với số $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ thì

phương pháp làm như sau:

Ta tách biểu thức thành 2 thành phần đó là:

$$\frac{k(2cx+d)}{cx^2+dx+e} = \frac{kd(cx^2+dx+e)}{cx^2+dx+e} \text{ và } \frac{k}{cx^2+dx+e}$$

Áp dụng ta tách biểu thức thành:

$$\frac{5(2x+3)}{2(x^2+3x+2)}; \frac{-1}{2(x^2+3x+2)} \text{ ta được:}$$

$$\begin{aligned} I &= \int_0^2 \frac{5(2x+3)}{2(x^2+3x+2)} dx - \int_0^2 \frac{1}{2(x^2+3x+2)} dx \\ &= \int_0^2 \frac{5}{2(x^2+3x+2)} d(x^2+3x+2) - \int_0^2 \frac{(x+2)-(x+1)}{2(x+2)(x+1)} dx \\ &= \frac{5}{2} \ln(x^2+3x+2) \Big|_0^2 - \frac{1}{2} [\ln(x+1) - \ln(x+2)] \Big|_0^2 \\ &= \frac{5}{2} \ln 12 - \frac{5}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3 + \frac{1}{2} \ln 4 - \frac{1}{2} \ln 2 \\ &= \frac{5}{2} \ln 3 + \frac{5}{2} \ln 4 - 3 \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 4 - \frac{1}{2} \ln 3 \\ &= 2 \ln 3 + 3 \ln 4 - 3 \ln 2 = 2 \ln 3 + 3 \ln 2 \end{aligned}$$

Vậy đáp án là B.

Câu 26: Hoàn chỉnh độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình: $x^2 - mx - 1 = 0$

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4 \geq 0 \forall m$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\text{Theo định lý Viet kết hợp yêu cầu: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \\ x_1 < x_2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} (mx + 2 - x^2 - 1) dx = \int_{x_1}^{x_2} (mx + 1 - x^2) dx \\ &= \left(\frac{mx^2}{2} - \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{mx_2^2}{2} - \frac{x_2^3}{3} + x_2 - \frac{mx_1^2}{2} + \frac{x_1^3}{3} - x_1 \\ &= (x_2 - x_1) \left[\frac{m^2}{2} + 1 - \frac{1}{3}(m^2 + 1) \right] \\ &= \sqrt{m^2 + 4} \left(\frac{m^2}{6} + \frac{2}{3} \right) \end{aligned}$$

S có GTNN khi $m = 0$. Đáp án là D.

Câu 27: Ta có:

$$f(x) = \int (3 - 5 \sin x) dx = 3x + 5 \cos x + C$$

$$f(0) = 10 \text{ nên ta có } 5 + C = 10 \Leftrightarrow C = 5$$

Vậy $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$. Vì thế A và D là sai.

$$\text{Lại có: } f(\pi) = 3\pi - 5 + 5 = 3\pi \text{ nên C đúng.}$$

Câu 28: Gọi $z = a + bi$; ($a, b \in \mathbb{R}$) thay vào biểu thức ta có:

$$a + bi = |z|^2 + a - bi \Leftrightarrow bi = |z|^2 - bi \Leftrightarrow 2bi = |z|^2$$

Ta thấy không thể nào tồn tại số phức z thỏa mãn điều kiện trên vì một bên là phần thực, một bên là phần ảo. Đáp án là A.

Câu 29:

Trước hết, ta rút gọn số phức:

$$5 + 2i - (1 + i)^2 = 5 + 2i - 2i = 5$$

Vậy modun của số phức là 5. Đáp án C.

Câu 30: Ta có:

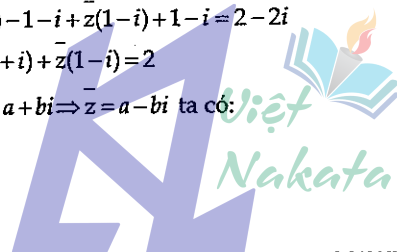
$$\begin{aligned} z_1 + z_1 z_2 &= 3 + i + (3 + i)(2 - i) \\ &= 3 + i + 6 + 2i - 3i - i^2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

Vậy $|z_1 + z_1 z_2| = 10$. Đáp án B.

Câu 31: Ta cần rút gọn biểu thức trước:

$$\begin{aligned} 2z(1+i) - 1 - i + \bar{z}(1-i) + 1 - i &= 2 - 2i \\ \Leftrightarrow 2z(1+i) + \bar{z}(1-i) &= 2 \end{aligned}$$

Đặt $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ ta có:



$$\begin{aligned} 2(a+bi)(1+i) + (a-bi)(1-i) &= 2 \\ \Leftrightarrow 2a-2b+2(a+b)i+a-b-(a+b)i &= 2 \\ \Leftrightarrow 3(a-b) + (a+b)i &= 2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ 3(a-b)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy modun của số phức cần tìm là:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Đáp án A.

Câu 32: Ta có:

$$\begin{aligned} z^2 + 4z + 4 &= -3 \Leftrightarrow (z+2)^2 = 3i^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 + i\sqrt{3} \\ z = -2 - i\sqrt{3} \end{cases} \\ \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 &= 2(\sqrt{4+3})^2 = 14 \end{aligned}$$

Với bài toán này, ta có thể sử dụng chức năng giải phương trình bậc 2 trên máy tính CASIO, ta có thể nhận được kết quả z_1 và z_2 một cách nhanh chóng hơn.

Đáp án là C.

Câu 33: Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

$$\begin{aligned} a - bi &= (a + bi)^2 + 1 \Leftrightarrow (a^2 - b^2 - a + 1) + (2ab + b)i = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - a + 1 = b^2 \\ (2a + 1)b = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Từ phương trình 2, ta có 2 trường hợp:

Nếu $b = 0$, $a^2 - a + 1 = 0$ (vô nghiệm)

$$a = \frac{-1}{2} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{7}{4}} \Rightarrow z^2 + z + 1 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i + \frac{1}{4} - \frac{7}{4} - \frac{\sqrt{7}}{2}i = -1$$

Vậy modun của số phức là 1

Đáp án là C.

Câu 34:

Phân tích bài toán: Nếu z^2 là số thuần ảo thì z phải có dạng là $a(1+i)$; $a(1-i)$ với a là số thực.

$$\text{Lại có: } |z| = \sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2} \Rightarrow \begin{cases} z = 1+i \\ z = 1-i \\ z = -1+i \\ z = -1-i \end{cases}$$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn.

Đáp án là D.

Câu 35:

Ta nên rút gọn về phải trước:

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} + i)^2 (1 - \sqrt{2}i) &= (1 + 2\sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) \\ &= (1 + \sqrt{2}i + 4) = 5 + \sqrt{2}i \end{aligned}$$

Ta có: $\bar{z} = 5 + \sqrt{2}i$.

Tới đây có rất nhiều bạn sẽ nhanh chóng chọn đáp án là $\sqrt{2}$ nhưng đây không phải là z . Ta phải thêm bước tìm z nữa

Đáp án đúng là $-\sqrt{2}$

Đáp án A.

Câu 36: Đáp án D.

$$\overline{AB} = (-4; 1; -10), \overline{BC} = (8; -2; 5)$$

Ta có tích vô hướng:

$$\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 8 \cdot (-4) + 1 \cdot (-2) + (-10) \cdot 5 = -84$$

Câu 37:

Phân tích: Hình bình hành có tâm là trung điểm 2 đường chéo nên tâm nó là trung điểm của AB .

$$\overline{OA} = (-1; 1; 0) \Rightarrow A(-1; 1; 0)$$

$$\overline{OB} = (1; 1; 0) \Rightarrow B(1; 1; 0)$$

Vậy trung điểm có AB có tọa độ là

$$\left(\frac{-1+1}{2}; \frac{1+1}{2}; \frac{0+0}{2} \right) = (0; 1; 0)$$

Đáp án là A.

Câu 38: Trước hết ta cần tìm vecto pháp tuyến của mp(ABC).

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \overline{AB} \\ \vec{n} \perp \overline{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overline{AB}; \overline{AC}]$$

Ta có: $\vec{n} = (2; 3; -4)$

Do A nằm trong mp(ABC) nên ta có phương trình:

$$2(x-0) + 3(y-2) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0$$

Đáp án là C.

Câu 39: Do (α) song song với giá của 2 vecto nên

vecto pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{a}; \vec{b}] \Rightarrow \vec{n} = (5; -2; -3)$

Lại có: $M(0; 0; -1) \in (\alpha)$ nên ta có phương trình sau:

$$5x - 2y - 3z - 3 = 0 \Leftrightarrow -5x + 2y + 3z + 3 = 0$$

Đáp án là B.

Câu 40: Ta có:

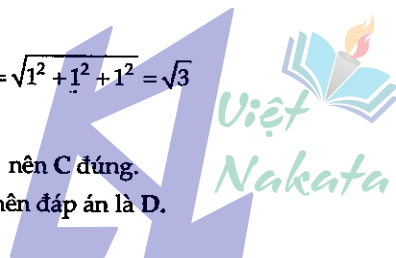
$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, |\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

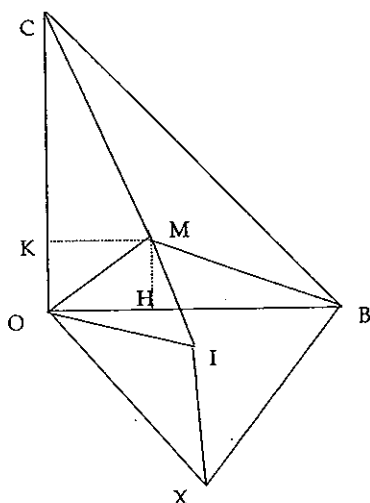
nên A, B đúng.

Lại có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ nên C đúng.

$\vec{c} \cdot \vec{b} = 2 \Rightarrow \vec{c} \perp \vec{b}$ là sai nên đáp án là D.

Câu 41: Ta có:





Trên mặt phẳng Oxy ta lấy hai điểm $B(3;0); C(0;4)$ thì ba người mà ta đang xét nằm ở ba vị trí là $O; B; C$ và ta cần tìm điểm M thỏa mãn: $MO + MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có hai cách làm:

+Một là gọi $H; K$ là hình chiếu của M lên OB, OC sau đó đặt $MH = x; MK = y$ rồi tiếp tục giải.

+Hai là ta dựng các tam giác đều $OBX; OMI$ như hình vẽ. Khi đó, ta có:

$\triangle OMB = \triangle OIX$ Dấu bằng $\Rightarrow MO + MB + MC = CM + MI + IX \geq CX$

xảy ra khi: C, M, I, X thẳng hàng.

Điểm M là giao điểm của CX và đường tròn ngoại tiếp $\triangle OBX$. Ta có: $X(x; y)$. Khi đó:

$XO = XB = OB = 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-3)^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

DO X nằm dưới trục hoành nên: $X\left(\frac{3}{2}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi

đó ta có:

$$CX: \frac{x-0}{\frac{3}{2}-0} = \frac{y-4}{-\frac{3\sqrt{3}}{2}-4} \Leftrightarrow x = \frac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4)$$

$$(OBX): \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$$

Do đó, điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = \frac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4) \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4) - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2 \left(y + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\left(y - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{\left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2 + 1}{\left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow M = X(\text{loại}) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{37^2 - 3(-24+9\sqrt{3})^2}{37^2}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{(-24+9\sqrt{3})^2 + 37^2}{37^2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(-1088 + 1296\sqrt{3})}{2188 - 432\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{486 - 136\sqrt{3}}{547 - 108\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-24+9\sqrt{3}}{37} \left(\frac{486 - 136\sqrt{3}}{547 - 108\sqrt{3}} - 4\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{-24+9\sqrt{3}}{37} \cdot \frac{-1702 + 296\sqrt{3}}{547 - 108\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{(-24+9\sqrt{3})(-46+8\sqrt{3})}{547 - 108\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1320 - 606\sqrt{3}}{547 - 108\sqrt{3}}$$

Do đó ta có điểm:

$$M\left(\frac{1320 - 606\sqrt{3}}{547 - 108\sqrt{3}}; \frac{486 - 136\sqrt{3}}{547 - 108\sqrt{3}}\right)$$

$$M(0,7512; 0,6958)$$

Nên:

$$OM + BM + CM \approx 6,77 \text{ km}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 42:

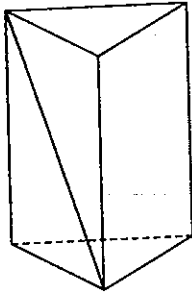


Nhân xét: (S) tiếp xúc với mặt phẳng thì bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ I tới mặt phẳng

$$\text{Ta có } R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2.2 - 2.1 + 1 + 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = 2$$

Vậy đáp án là A.

Câu 43:

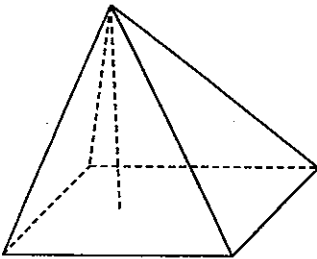


$$\text{Ta có } S_{ABA'} = 9 = \frac{AB \cdot AA'}{2} = 6 \frac{AA'}{2} \Rightarrow AA' = 3$$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot AA' = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

Đáp án là B.

Câu 44:

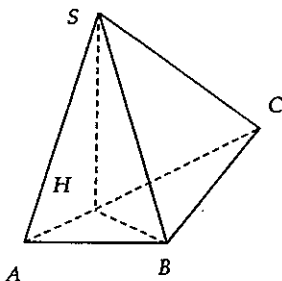


Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp khi đã biết diện tích và đường cao:

$$V = \frac{1}{3} S_h = \frac{1}{3} (2a)^2 \cdot 4a = \frac{16a^3}{3}$$

Đáp án là B.

Câu 45:



Kẻ HB vuông góc với AC .

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp HB$

$$\Rightarrow HB \perp (SAC) \Rightarrow HB \perp SH \Rightarrow HSB = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{HB}{SH} = \tan 30^\circ \Rightarrow SH = \frac{HB}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{6}$$

Xét tam giác SAH vuông tại A nên:

$$SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = 2a$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \frac{(2a)^2}{2} \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}$$

Đáp án là C

Câu 46:

Ta có:

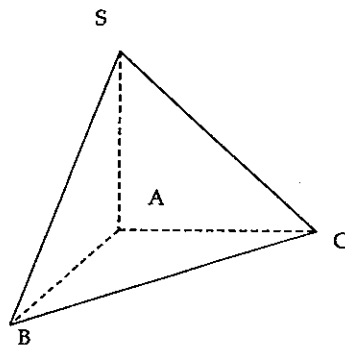
$$SA \perp SB \Rightarrow S_{SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot SB = \frac{9a^2}{2}$$

$$\begin{cases} SC \perp SA \\ SC \perp SB \end{cases} \Rightarrow SC \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} SC \cdot S_{SAB} = \frac{27a^3}{6} = \frac{9a^3}{2}$$

Đáp án là C.

Câu 47:



Ta có:

$$SCA = 30^\circ \Rightarrow \frac{AC}{SC} = \cos 30^\circ \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2} a\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$

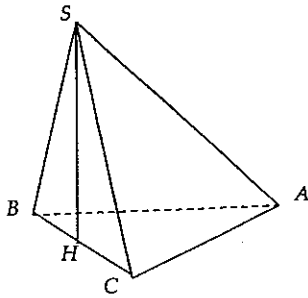
$$\frac{SA}{SC} = \sin 30^\circ \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} SA \cdot AC^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{32}$$

Vậy đáp án là B.

Câu 48:





Ta kẻ $SH \perp BC$

Do (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy nên mọi đường vuông góc với giao tuyến và nằm trên mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Do $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

hay SH chính là đường cao của hình chóp

Xét tam giác SBC đều và có cạnh $BC = a$ nên ta có:

$$SH = SC \cdot \sin 60^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Xét tam giác ABC vuông cân tại A có:

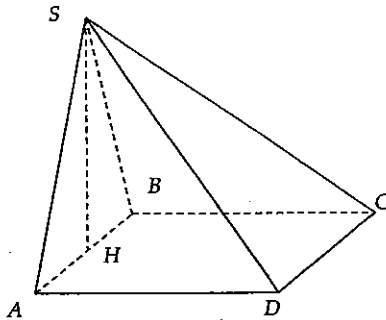
$$AC = AB = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Ta có: $S_{ABC} = \frac{a^2}{2(\sqrt{2})^2} = \frac{a^2}{4}$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Vậy đáp án là C.

Câu 49:



Xét tam giác SAB có:

$$SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 = AB^2$$

Theo định lý Pythagore đảo, tam giác SAB vuông tại S .

Kẻ $SH \perp AB$

Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

hay nói cách khác SH là đường cao của hình chóp.

Xét tam giác SAB vuông tại S , đường cao SH , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} &= \frac{1}{SH^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{SH^2} &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \\ \Rightarrow SH &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

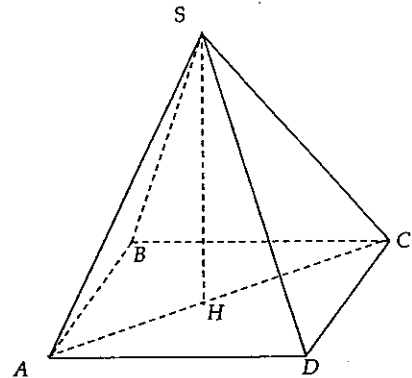
Tính diện tích $ABCD$, $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $2a$ nên ta có: $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$

Tính thể tích hình chóp:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Vậy đáp án là A.

Câu 50:



Kẻ $SH \perp AC$.

Do $(SAC) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

hay SH là đường cao của hình chóp

Lại có $ABCD$ là hình vuông nên $AC = BD = 2a$

Xét tam giác SAC vuông tại S , theo định lý Pythagore ta có:

$$SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$$

Xét tam giác SAC vuông tại S , đường cao SH . Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{SH^2} &= \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \\ \Rightarrow SH &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Tính diện tích $ABCD$

Xét tam giác ABC vuông cân tại B có: $AC = 2a$

$$AB = AC \cdot \sin 45^\circ = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

Tính thể tích: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Vậy đáp án là C

ĐỀ SỐ 15

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + (m+2)x + m + 3$. Gọi $A(m); B(m)$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1-2m; 2m-3]$. Xác định trung bình cộng của $A(m)$ và $B(m)$?

- A. 6 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. 1

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = 2f(2x+1)$ đồng biến trên $(0; 1)$

B. Hàm số $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ đồng biến trên $(1; 5)$

C. Hàm số $y = f(2x) + 1$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

D. Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên $(0; 2)$

Câu 3: Hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 4: Đồ thị của hai hàm số $y = 3x^3 - x^2 - x + 1$ và $y = x^3 + 3x - 2$ tiếp xúc với nhau tại điểm nào?

- A. $(1; 1)$ B. $(1; 2)$ C. $(1; -1)$ D. $(0; 0)$

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ trên $[0; 2]$?

A. $\min y = -3; \max y = 7$

B. $\min y = 3; \max y = 7$

C. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất; $\max y = 7$

D. Không tồn tại giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

Câu 6: Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. $m > 1$

B. $m = 1$

C. $m < 1$

D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 7: Hàm số nào sau đây không có tiệm cận?

A. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

B. $y = \sqrt[3]{x^2 + x} - \sqrt[3]{x^2}$

C. $y = x^3$

D. $y = \frac{(x^2 + x + 1)^2}{2x^3}$

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(\log_3(\log_4 x))$ trên tập xác định?

A. $y' = \frac{1}{\log_4 x \cdot \log_3(\log_4 x) \ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \ln 4}$

B. $y' = \frac{1}{x \cdot \log_4 x \cdot \log_3(\log_4 x) \ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \ln 4}$

C. $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \ln 4}$

D. $y' = \frac{x}{\ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \ln 4}$

Câu 9: Hàm số $y = x^5 + 4x^3 - 2017$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5

B. 4

C. 1

D. 3

Câu 10: (Hoang mạc Sahara) Theo kết quả của một trung tâm nghiên cứu về mức độ sa mạc hóa của hoang mạc Sahara cho biết mức độ sa mạc hóa của hoang mạc là một hàm phụ thuộc theo nhiệt độ môi trường:

$\Delta S = (t^2 - 2t - 1) \cdot e^{-2t+3}$. Giả sử nhiệt độ môi trường dao động từ 0°C đến 50°C . Hỏi rằng, nhiệt độ nào khiến cho mức độ sa mạc hóa là lớn nhất?

A. 3°

B. 1°

C. 2°

D. 0°

Câu 11: Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\log_2(x+1) + \log_{1/2}(3-x)}$

- A. $[1;3)$ B. $(-1;3)$ C. $(-1;1]$ D. $[-1;3)$

Câu 12: Giải phương trình: $\log_3\left(\frac{x^2-2x}{x+2}\right) = 1$

- A. $x = -1$ B. $x = 6$ C. $x = -1$ và $x = 6$ D. Vô nghiệm

Câu 13: Tính tổng các nghiệm của phương trình: $\log_3\left(\log_{1/2}^2 x^{\sqrt{2}} + 3\log_{1/2} x + 7\right) = 2$

- A. 4 B. $4 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $4 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 14: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln(x^4+1)}{x^3}$

- A. $\frac{4}{x^4+1}$ B. $\frac{4}{x^3}$ C. $\frac{\ln(x^4+1)}{x^6}$ D. $\frac{4}{x^4+1} - \frac{3\ln(x^4+1)}{x^4}$

Câu 15: Tính $a+b+c$ biết đồ thị hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ đi qua các điểm $(0;a); \left(b;\frac{2}{3}\right); \left(c;\frac{3}{2}\right)$.

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 16: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$:

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^{\log_{1/2} x}$ C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{\sqrt{x^2+1}-x}$ D. $y = \left(\sqrt{9-2\sqrt{14}}\right)^x$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = 3^x$ cắt đường thẳng $y = 2x+1$ tại mấy điểm phân biệt?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 18: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \log_2(x-1) \leq 1 \\ \log_3(x+1) + \log_{1/3}(2x) < 2 \end{cases}$ là:

- A. $\left[\frac{1}{17}; 3\right]$ B. $(1; 3]$ C. $(0; 1)$ D. $(0; 3]$

Câu 19: Cho $\log_2 3 = a; \log_5 4 = b; \log_3 7 = c$. Tính $\log_9 175$ theo $a; b; c$?

- A. $\frac{2}{ab} + \frac{c}{2}$ B. $\frac{a+b+c}{2}$ C. $\frac{2}{a+b} + \frac{c}{2}$ D. $\frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$

Câu 20: Một cây tre sau mỗi năm nó cao hơn 5% so với năm trước. Giả sử khi nó sống được 3 năm thì nó cao 3,7m. Hỏi sau 5 năm nữa thì nó cao bao nhiêu m? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. 4,05(m) B. 4,06(m) C. 4,079(m) D. 4,08(m)

Câu 21: Tìm các khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì một nguyên hàm của $2016f(x^2)$ là $2016F(x^2) + 2017$.
 - $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \int g(x)dx$.
 - $\int (f(x) \int f(x)dx)dx = \frac{1}{2}(\int f(x)dx)^2 + C$
 - Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì họ các nguyên hàm của nó là $cF(x)$?
- A. 1, 4 B. 2, 3 C. 3 D. Không có

Câu 22: Gọi S là diện tích giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} y = 3x^2 \\ y = mx \end{cases}$. Tìm m để diện tích $S = 4$?

A. $m=6$

B. $m=-6$

C. $m=\pm 6$

D. Không tồn tại m .

Câu 23: Cho hình phẳng (S) được giới hạn bởi các đường $x=\frac{1}{y}; y=1; y=4$ và trục Oy . Để xác định thể

tích vật tròn xoay khi cho (S) quay quanh trục Oy ; một học sinh đã làm như sau:

I. $V=\pi\left(\int_1^4 \frac{1}{y} dy\right)^2$

II. $V=-\left(\frac{\pi}{y}\right)\Big|_1^4$

III. $V=\frac{3\pi}{4}$

Hỏi học sinh đã làm sai từ bước nào?

A. Không có

B. I

C. II

D. III

Câu 24: Giả sử một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}+\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ có dạng $A\sqrt{1-x^3}+\frac{B}{1+\sqrt{x}}$. Hãy

tính $A+B$?

A. $\frac{8}{3}$

B. $-\frac{8}{3}$

C. 2

D. -2

Câu 25: Tìm m để $\int_0^1 (mx+1)e^x dx = e$?

A. 0

B. -1

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

Câu 26: Cho $f(x)=2x; g(x)=x^2-3$. Tính tích phân: $\int_1^4 (|f(x)+g(x)|+|f(x)-g(x)|) dx$?

A. 30

B. 24

C. -30

D. $\frac{104}{3}$

Câu 27: Tính tích phân $I=\int_{1/2}^1 \frac{x^2-1}{x^4+1} dx$?

A. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln\left(\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}\right)$

B. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln\left(\frac{6+\sqrt{2}}{6-\sqrt{2}}\right)$

C. $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}\right)$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln\left(\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}\right)$

Câu 28: Tính tích phân $I=\int_{-2017}^{2017} \ln(x+\sqrt{1+x^2}) dx$?

A. 1

B. 0

C. 2017

D. -2017

Câu 29: Trên mặt phẳng Oxy tìm biểu diễn số phức z thỏa mãn: $|z-2i|=|(1+i)z|$?

A. Hình tròn tâm $I(0;-2)$ bán kính $2\sqrt{2}$

B. Hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính $2\sqrt{2}$

C. Đường tròn tâm $I(0;-2)$ bán kính $2\sqrt{2}$

D. Đường tròn tâm $I(0;2)$ bán kính $2\sqrt{2}$

Câu 30: Tìm số phức z thỏa mãn: $(z-3i)(1+2i)+1=3i$?

A. $1+3i$

B. $1-3i$

C. $1+4i$

D. $1-4i$

Câu 31: Tìm phần ảo của số phức z biết $\frac{z-1}{z+1}$ là một số thực?

A. 1

B. 0

C. -1

D. 2

Câu 32: Các cặp số phức không là hai số phức liên hợp của nhau là:

A. $x+\bar{y}+1; \bar{x}+y+1$

B. $\bar{x}\bar{y}; \bar{x}y$

C. $x-\bar{y}-1; \bar{x}-y-1$

D. $\frac{x}{y+i}; \frac{\bar{x}}{\bar{y}+i}$

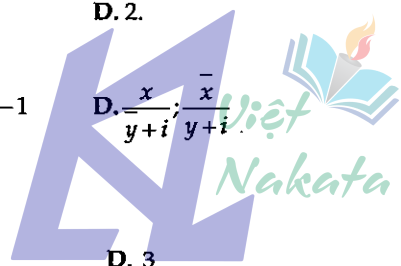
Câu 33: Tìm modun của số phức z biết: $(|z|+1)\bar{z}=\frac{(2a+4b)+(2b-4a)i}{(a+2b)+(b-2a)i}$?

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3



Câu 34: Tìm số phức z biết: $(2+3i)(z+2i-1)=(2i+1)z$?

- A. $-3+4i$ B. $3-4i$ C. $3+4i$ D. $-3-4i$

Câu 35: Trên mặt phẳng Oxy tìm biểu diễn số phức z thỏa mãn: $1 \leq |z-2i| < 2$?

- A. Hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính 2.
B. Hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính 1.
C. Hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính 2 trừ đi phần trong của hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính 1.
D. Hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính 2 trừ đi hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính 1.

Câu 36: Giải phương trình trên tập số phức: $z^4 + z^2 + 1 = 0$?

- A. $z_1 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}; z_2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}; z_3 = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}; z_4 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$
B. $z_1 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}; z_2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$
C. $z_1 = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}; z_2 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$
D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 37: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, góc $BAC=120^\circ$, cạnh bên $BB'=a$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$?

- A. $\cos\alpha = \sqrt{\frac{3}{5}}$ B. $\cos\alpha = \sqrt{\frac{3}{10}}$ C. $\cos\alpha = \sqrt{\frac{7}{10}}$ D. $\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}}$

Câu 38: Cho một hình trụ có độ dài trục $OO' = 2\sqrt{7}$. $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 8 có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho tâm của hình vuông là trung điểm đoạn OO' . Tính thể tích của khối lăng trụ?

- A. $25\pi\sqrt{7}$ B. $50\pi\sqrt{7}$ C. $\frac{50}{3}\pi\sqrt{7}$ D. $50\pi\sqrt{2}$

Câu 39: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $BC=2a$, AA' vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa $(AB'C')$ và $(BB'C')$ bằng 60° . Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $3a^3\sqrt{2}$ C. $a^3\sqrt{2}$ D. $a^3\sqrt{6}$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $\angle ABC=120^\circ$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S , mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy, mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 60° và cách đường thẳng AB một khoảng là a . Tính thể tích khối chóp theo a ?

- A. $\frac{8a^3}{9}$ B. $\frac{2a^3}{9}$ C. $\frac{4a^3}{9}$ D. $\frac{6a^3}{9}$

Câu 42: Hình chóp $S.ABC$ có $BC=2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại C ; SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi I là trung điểm cạnh AB . Biết mặt bên (SAC) hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $SABC$?

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 43: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $\varphi (0^\circ < \varphi < 90^\circ)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a, φ ?

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3 \tan \varphi$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3 \tan \varphi$

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3 \tan \varphi$

D. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 \tan \varphi$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x-2y+z-4=0 \\ x+2y-2z+4=0 \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2 ?

A. $(P): 2x-z=0$

B. $(P): 2x-z+1=0$

C. $(P): 2x-y=0$

D. $(P): 2y-z=0$

Câu 45: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d_k: \begin{cases} x+3ky-z+2=0 \\ kx-y+z+1=0 \end{cases}$. Tìm k để đường thẳng d_k vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z+5=0$?

A. $k=0$

B. $k=1$

C. $k=2$

D. $k=3$

Câu 46: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+9=0$. Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , biết Δ đi qua A và vuông góc với d ?

A. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=-4+t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=4+t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$

Câu 47: Trong không gian Oxyz cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-t \\ z=-1+4t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt và vuông góc với đường thẳng d ?

A. $(\Delta): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{1}$

B. $(\Delta): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$

C. $(\Delta): \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{-1}$

D. $(\Delta): \frac{x+4}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba đường thẳng:

$$d_1: \begin{cases} x=t \\ y=4-t \\ z=-1+2t \end{cases}; d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}; d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$$

Viết phương trình đường thẳng Δ , biết Δ cắt ba đường thẳng $d_1; d_2; d_3$ lần lượt tại các điểm $A; B; C$ sao cho $AB=BC$?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$

B. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$

Câu 49: Trong không gian Oxyz cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$

B. $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$

D. $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+10=0$. Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng (d) đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) ?

A. $(Q): 4x-y+z-14=0$

B. $(Q): 4x-y-z-14=0$

C. $(Q): 4x-y+z-4=0$

D. $(Q): 4x+y+z-14=0$



ĐÁP ÁN

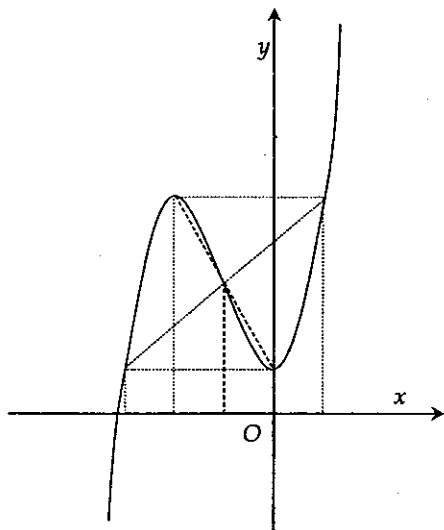
1A	2C	3B	4B	5D	6D	7C	8B	9C	10A
11A	12C	13B	14D	15C	16B	17B	18A	19A	20D
21C	22C	23B	24B	25D	26D	27A	28B	29C	30C
31B	32D	33B	34B	35D	36A	37B	38B	39C	40D
41A	42C	43C	44A	45B	46A	47B	48C	49A	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Phân tích: Bài toán này sẽ rất khó nếu cứ đi theo lối đường cũ. Tuy nhiên chỉ cần tính ý một chút ta sẽ thấy ngay!

Đây là hàm bậc ba nên rõ ràng điểm uốn là tâm đối xứng. Nếu miền đang xét là đối xứng thì hai điểm lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số sẽ đối xứng với nhau qua điểm uốn. (Tham khảo hình vẽ).



Đáp án đúng là C.

Câu 3:

$$\text{Ta có: } 0 \leq \left| \frac{\sin x}{x} \right| \leq \left| \frac{1}{x} \right|$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{x} \right| = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{\sin x}{x} \right| = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Lưu ý: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ nên hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có duy nhất 1 tiệm cận là tiệm cận ngang, và là đường thẳng $y=0$

Đáp án đúng là B.

Câu 4:

Đồ thị của hai hàm số $y=3x^3-x^2-x+1$ và $y=x^3+3x-2$ tiếp xúc với nhau khi:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3x^3-x^2-x+1=x^3+3x-2 \\ (3x^3-x^2-x+1)'=(x^3+3x-2)' \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3-x^2-4x+3=0 \\ 9x^2-2x-1=3x^2+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(2x+3)=0 \\ (x-1)(6x+4)=0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \end{aligned}$$

Vậy đồ thị của 2 hàm số tiếp xúc nhau tại điểm $(1;2)$

Đáp án đúng là B.

Nhận xét: Bài toán này đòi hỏi ta cần phải nắm được điều kiện để 2 hàm số $f(x)$ và $g(x)$ tiếp xúc

nhau đó là hệ phương trình $\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f'(x)=g'(x) \end{cases}$ có nghiệm.

Câu 5: Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+3}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+3}{x-1} = -\infty$

Do đó, ta có:

$$\begin{aligned} y &= x^3 + 3x^2 + (m+2)x + m + 3 \\ \Rightarrow y' &= 3x^2 + 6x + (m+2) \Rightarrow y'' = 6x + 6 \\ y'' &= 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 3 \end{aligned}$$

Dễ thấy:

$$(1-2m) + (2m-3) = -2 \Rightarrow \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{2.3}{2} = 3$$

Vậy đáp án đúng là B.

Nhận xét: Đôi khi bài toán chỉ cần chút tính tế có thể khiến việc tính toán phức tạp thành đơn giản rất nhiều!!!

Câu 2:

$\Rightarrow$ trên đoạn $[0;2]$ hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều bạn không để ý rằng trên đoạn $[0;2]$ có điểm $x=1$ bị gián đoạn mà sẽ tính luôn đạo hàm và ra đạo hàm đồng biến nên $\min y = y(0) = -3$ và $\max y = y(2) = 7$. Từ đó chọn ngay đáp án A.

Câu 6:

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-m\}$

Ta có:

$$y' = \frac{m(x+m) - (mx-2)}{(x+m)^2} = \frac{m^2+2}{(x+m)^2} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-m\}$$

Vậy $\forall m \in \mathbb{R}$ thì hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m}$ luôn đồng

biến trên từng khoảng xác định.

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 7:

Đáp án đúng là C.

Câu 8: Ta có:

$$y' = \frac{(\log_3(\log_4 x))'}{\log_3(\log_4 x) \ln 2} = \frac{(\log_4 x)'}{\log_4 x \cdot \log_3(\log_4 x) \ln 2 \cdot \ln 3} = \frac{1}{x \cdot \log_4 x \cdot \log_3(\log_4 x) \ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \ln 4}$$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: hàm số trong biểu thức logarit là khá cồng kềnh. Nếu không thuộc công thức đạo hàm của hàm logarit cơ bản và tính toán cẩn thận sẽ rất nhiều bạn ra sai kết quả.

Câu 9: Để thấy $x \leq 0$ sẽ không là nghiệm của phương trình.

Xét $f(x) = x^5 + 4x^3 - 2017$ trên $(0; +\infty)$

$$f'(x) = 5x^4 + 12x^2 > 0 \forall x \in (0; +\infty)$$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có tối đa 1 nghiệm trên $(0; +\infty)$

Lại có $f(1) = -2012$ và $f(5) = 1608$

$\Rightarrow f(1); f(5) < 0$

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên $(1; 5)$

Vậy nên phương trình $x^5 + 4x^3 - 2017 = 0$ có đúng một nghiệm.

Đáp án đúng là C.

Câu 10: Giả sử $f(t) = \Delta S = (t^2 - 2t - 1)e^{-2t+3}$

$$f'(t) = (2t-2)e^{-2t+3} - 2(t^2 - 2t - 1)e^{-2t+3}$$

$$f'(t) = (-2t^2 + 6t)e^{-2t+3}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow -2t^2 + 6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=3 \end{cases}$$

Ta thấy $\max f(t) = f(3) = 0, 10$

Đáp án đúng là A.

Câu 11:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 3-x > 0 \\ \log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ \log_2(x+1) - \log_2(3-x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ \log_2\left(\frac{x+1}{3-x}\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ \frac{x+1}{3-x} \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ x+1 \geq 3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq x < 3$$

Vậy tập xác định của hàm số

$$f(x) = \sqrt{\log_2(x+1) + \log_{1/2}(3-x)} \text{ là } [1; 3).$$

Đáp án đúng là A.

Nhận xét: Ở bất phương trình $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq 0$ chúng ta nên đưa về

logarit của cơ số 2 vì nếu đưa về logarit của cơ số $\frac{1}{2}$ thì hàm số sẽ nghịch biến và nếu không để ý

sẽ rất nhiều bạn bị nhầm kết quả sang đáp án C.

Câu 12:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+2 \neq 0 \\ \frac{x^2-2x}{x+2} > 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Ta có: } \log_3\left(\frac{x^2-2x}{x+2}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2-2x}{x+2} = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 3(x+2) \Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=6 \end{cases}$$

Thử lại với điều kiện (*) ta thấy cả $x=-1$ và $x=6$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1$ và $x = 6$
 Đáp án đúng là C.

Nhận xét: Khi làm bài thi trắc nghiệm chúng ta không nên giải điều kiện xác định của phương trình như thế sẽ mất thời gian mà chúng ta nên giải nhanh ra nghiệm rồi dùng máy tính thử lại với điều kiện. Như vậy sẽ tiết kiệm được nhiều thời gian hơn.

Câu 13:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x^{\sqrt{2}} + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 7 > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x^{\sqrt{2}} + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 7 \right) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} x^{\sqrt{2}} + 3\log_{\frac{1}{2}} x + 7 = 9$$

$$\Leftrightarrow 2\log_{\frac{1}{2}} x + 3\log_{\frac{1}{2}} x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(2\log_{\frac{1}{2}} x - 1 \right) \left(\log_{\frac{1}{2}} x + 2 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_{\frac{1}{2}} x - 1 = 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{2} \\ \log_{\frac{1}{2}} x = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = 4 \end{cases}$$

Kiểm tra lại điều kiện trên ta thấy $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và

$x = 4$ đều thỏa mãn.

Vậy $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và $x = 4$ là nghiệm của phương

trình. Tổng hai nghiệm là $4 + \frac{1}{\sqrt{2}}$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Khi giải bài toán này nhiều bạn thường giải cả điều kiện xác định của phương trình. Điều đó là không cần thiết và gây mất nhiều thời gian. Chúng ta nên giải ra nghiệm sau đó thử lại điều kiện sẽ nhanh hơn.

Câu 14:

Ta có:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{\frac{4x^3}{x^4+1} \cdot x^3 - 3x^2 \cdot \ln(x^4+1)}{x^6} \\ &= \frac{4x^4 - 3(x^4+1)\ln(x^4+1)}{x^4(x^4+1)} \\ &= \frac{4}{x^4+1} - \frac{3\ln(x^4+1)}{x^4} \end{aligned}$$

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Bài toán này là đạo hàm của hàm hợp nếu bạn nào không nắm chắc công thức đạo hàm của các hàm cơ bản sẽ rất dễ dẫn đến tính toán nhầm vì hàm số cũng khá cồng kềnh.

Câu 15:

Đồ thị hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ đi qua các điểm

$(0; a); \left(b; \frac{2}{3}\right); \left(c; \frac{3}{2}\right)$ nên ta có:

$$\begin{cases} a = \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \\ \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^b \\ \frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 1 + 1 - 1 = 1$$

Đáp án đúng là C.

Câu 16: Ta thấy hàm số a^x đồng biến khi $a > 1$

Mà dễ thấy $\frac{\pi}{3} > 1$ và $\sqrt{9-2\sqrt{14}} = \sqrt{7} - \sqrt{2} > 1$

$\Rightarrow$ hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ và $y = \left(\sqrt{9-2\sqrt{14}}\right)^x$ đồng biến.

$$\text{Lại có } \left(\left(\frac{e}{3}\right)^{\sqrt{x^2+1}-x} \right)' = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 \right) \ln \frac{e}{3} > 0$$

$\Rightarrow$ Loại các đáp án A, C, D.

Đáp án đúng là B.

Nhận xét: Để làm nhanh được dạng bài này cần phải thuộc điều kiện đồng biến nghịch biến của các hàm số cơ bản.

Câu 17: Hoành độ giao điểm của hàm số $y = 3^x$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ là nghiệm của phương trình: $3^x = 2x + 1 \Leftrightarrow 3^x - 2x - 1 = 0$

Xét $f(x) = 3^x - 2x - 1$ trên $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 3^x \ln 3 - 2$$

Do phương trình $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm là

$$x = \log_3 \left(\frac{2}{\ln 3} \right) \text{ nên phương trình } f(x) = 0 \text{ có tối}$$

đa 2 nghiệm.

Mà lại có $f(0) = f(1) = 0$ nên $x = 0$ và $x = 1$ là 2 nghiệm của phương trình $f(x) = 0$

Do đó đồ thị hàm số $y = 3^x$ cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại 2 điểm phân biệt.

Đáp án đúng là B.

Nhận xét: Với những bài toán hỏi về số nghiệm của phương trình thì bố đề sau được áp dụng rất hiệu quả đó là: Nếu phương trình $f'(x) = 0$ có n nghiệm thì phương trình $f(x) = 0$ sẽ có không quá $n + 1$ nghiệm.

Câu 18:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x + 1 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \\ 2x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_2(x - 1) \leq 1 \\ \log_3(x + 1) + \log_{1/3}(2x) < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \leq 2 \\ \log_3(x + 1) - \log_3(2x) < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ \log_3\left(\frac{x + 1}{2x}\right) < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ \frac{x + 1}{2x} < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x + 1 < 18x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > \frac{1}{17} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{17} < x \leq 3.$$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là

$$S = \left(\frac{1}{17}; 3 \right]$$

Đáp án đúng là A.

Câu 19: Ta có:

$$\log_9 175 = \log_9 5^2 \cdot 7 = 2\log_9 5 + \log_9 7$$

Lại có:

$$\log_7 3 = \frac{1}{\log_3 7} = \frac{1}{c} \Rightarrow \log_7 9 = 2\log_7 3 = \frac{2}{c}$$

$$\Rightarrow \log_9 7 = \frac{1}{\log_7 9} = \frac{c}{2}$$

$$\log_5 2 = \frac{\log_5 4}{2} = \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow \log_5 3 = \log_5 2 \cdot \log_2 3 = \frac{ab}{2}$$

$$\Rightarrow \log_5 9 = 2\log_5 3 = ab$$

$$\Rightarrow \log_9 5 = \frac{1}{ab}$$

$$\text{Do đó: } \log_9 175 = 2\log_9 5 + \log_9 7 = \frac{2}{ab} + \frac{c}{2}$$

Đáp án đúng là A.

Nhận xét: Bài toán này đòi hỏi chúng ta phải thuộc các công thức biến đổi cơ bản của hàm logarit và cần phải biến đổi các biểu thức đó thật linh hoạt.

Câu 20: Gọi x (mét) là chiều cao của cây tre.

Sau 1 năm chiều cao của cây tre là:

$$x + 0,05x = x(1 + 0,05)(m)$$

Sau 2 năm chiều cao của cây tre là:

$$x(1 + 0,05) + x(1 + 0,05) \cdot 0,05 = x(1 + 0,05)^2(m)$$

Sau 3 năm chiều cao của cây tre là:

$$x(1 + 0,05)^2 + x(1 + 0,05)^2 \cdot 0,05 = x(1 + 0,05)^3(m)$$

Do sau 3 năm chiều cao của cây tre là:

$$x(1 + 0,05)^3 = 3,7$$

$\Rightarrow$ Sau 5 năm chiều cao của cây tre là:

$$x(1 + 0,05)^5 = 3,7 \cdot (1 + 0,05)^2 = 4,08(m)$$

Đáp án đúng là D.

Nhận xét: Nếu không đọc kỹ đề bài đó là kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai thì rất nhiều bạn sẽ chọn ngay đáp án C.

Câu 21: Dễ thấy các khẳng định 1 và 4 là sai.

Bây giờ ta sẽ kiểm tra các khẳng định 2 và 3.

Khẳng định 2: Thay $f(x) = x$ và $g(x) = \frac{1}{x^2}$

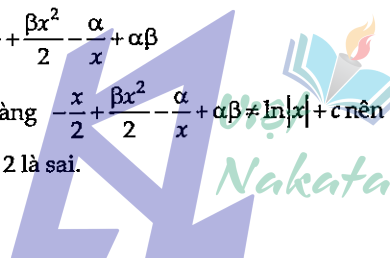
$$\text{Khi đó } \int f(x)g(x)dx = \int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + c$$

Và

$$\int f(x)dx \int g(x)dx = \int xdx \int \frac{1}{x^2}dx = \left(\frac{x^2}{2} + \alpha \right) \left(\frac{-1}{x} + \beta \right)$$

$$= -\frac{x}{2} + \frac{\beta x^2}{2} - \frac{\alpha}{x} + \alpha\beta$$

Rõ ràng $-\frac{x}{2} + \frac{\beta x^2}{2} - \frac{\alpha}{x} + \alpha\beta \neq \ln|x| + c$ nên khẳng định 2 là sai.



Khẳng định 3: Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của

$$f(x) \Rightarrow F(x) = \int f(x)dx$$

$$\Rightarrow \int (f(x) \int f(x)dx)dx = \int f(x)F(x)dx = \int F(x)d(F(x))$$

$$= F^2(x) - \int F(x)d(F(x)) + c = F^2(x) - \int f(x)F(x)dx + c$$

$$\Rightarrow 2 \int (f(x) \int f(x)dx)dx = F^2(x) + c = \left(\int f(x)dx \right)^2 + c$$

$$\Rightarrow \int (f(x) \int f(x)dx)dx = \frac{1}{2} \left(\int f(x)dx \right)^2 + C$$

$\Rightarrow$ khẳng định 3 đúng.

Đáp án đúng là C.

Nhân xét: Đây là một trong những câu khó đòi hỏi học sinh phải hiểu thật kĩ kiến thức về nguyên hàm của hàm số.

Câu 22:

$$\text{Xét phương trình } 3x^2 = mx \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{m}{3} \end{cases}$$

Xét $m > 0$, khi đó diện tích giới hạn bởi các

đường: $\begin{cases} y=3x^2 \\ y=mx \end{cases}$ là:

$$S = \int_0^{\frac{m}{3}} |3x^2 - mx| dx = \int_0^{\frac{m}{3}} (mx - 3x^2) dx$$

$$= \left(\frac{mx^2}{2} - x^3 \right) \Big|_0^{\frac{m}{3}} = \frac{m^3}{54}$$

$$\Rightarrow S = 4 \Leftrightarrow \frac{m^3}{54} = 4 \Leftrightarrow m = 6$$

Xét $m < 0$, khi đó diện tích giới hạn bởi các

đường: $\begin{cases} y=3x^2 \\ y=mx \end{cases}$ là:

$$S = \int_{\frac{m}{3}}^0 |3x^2 - mx| dx = \int_{\frac{m}{3}}^0 (mx - 3x^2) dx$$

$$= \left(\frac{mx^2}{2} - x^3 \right) \Big|_{\frac{m}{3}}^0 = -\frac{m^3}{54}$$

$$\Rightarrow S = 4 \Leftrightarrow -\frac{m^3}{54} = 4 \Leftrightarrow m = -6$$

Vậy $m = \pm 6$

Đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều bạn không để ý sẽ chỉ xét 1 trường hợp $m > 0$ hoặc $m < 0$ nên sẽ bị thiếu nghiệm và sẽ chọn đáp án A hoặc B.

Câu 23: Học sinh đó sai ngay bước I. Sửa đúng phải là:

$$V = \pi \int_1^4 \left(\frac{1}{y} \right)^2 dy$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 24: Với $F(x) = A\sqrt{1-x^3} + \frac{B}{1+\sqrt{x}}$ thì:

$$F'(x) = \frac{A \cdot -3x^2}{2\sqrt{1-x^3}} - \frac{B \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2}$$

$$= \frac{-3A}{2} \cdot \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} + \frac{-B}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$$

Lại có:

$$F'(x) = f(x) \Rightarrow \frac{-3A}{2} \cdot \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} + \frac{-B}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$$

$$= \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} + \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-3A}{2} = 1 \\ \frac{-B}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -\frac{2}{3} \\ B = -2 \end{cases} \Rightarrow A + B = -\frac{8}{3}$$

Đáp án đúng là B.

Câu 25: Ta có:

$$\int_0^1 (mx+1)e^x dx = \int_0^1 (mx+1)d(e^x)$$

$$= (mx+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x d(mx+1)$$

$$= (mx+1)e^x \Big|_0^1 - m \int_0^1 e^x dx$$

$$= [(mx+1)e^x]_0^1 - [me^x]_0^1$$

$$= (m+1)e - 1 - me + m = e + m - 1$$

Như vậy:

$$\int_0^1 (mx+1)e^x dx = e \Leftrightarrow e + m - 1 = e \Leftrightarrow m = 1$$

Đáp án đúng là D.

Câu 26: Ta có:

$$I = \int_1^4 (|f(x)+g(x)| + |f(x)-g(x)|) dx$$

$$= \int_1^4 (|x^2+2x-3| + |-x^2+2x+3|) dx$$

$$\text{Do } x^2+2x-3 \geq 0 \forall x \in [1;4]$$

$$-x^2+2x+3 \geq 0 \forall x \in [1;3]$$

$$-x^2+2x+3 < 0 \forall x \in (3;4]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \int_1^4 (x^2 + 2x - 3) dx + \int_1^3 (-x^2 + 2x + 3) dx \\ &+ \int_3^4 (x^2 - 2x - 3) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_1^4 + \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x \right) \Big|_3^4 \\ &= 27 + \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{104}{3} \end{aligned}$$

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Ở bài toán tích phân biểu thức trong dấu trị tuyệt đối này ta cần phải xét khoảng để biểu thức trong dấu trị tuyệt đối lớn hơn 0 hay nhỏ hơn 0 để phá dấu trị tuyệt đối ra. Vì thế có rất nhiều bạn sai ở bước xét khoảng này nên sẽ dễ ra kết quả sai như các phương án A, B, C.

Câu 27 : Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_{1/2}^1 \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1} dx = \int_{1/2}^1 \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{x^2 + \frac{1}{x^2}} dx \\ &\xrightarrow{t = x + \frac{1}{x}} I = \int_{5/2}^2 \frac{du}{u^2 - 2} = \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\sqrt{2} - u}{\sqrt{2} + u} \right| \right) \Big|_2^{5/2} \\ I &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2} - 5/2}{\sqrt{2} + 5/2} \cdot \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2} - 2} \right) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{6 - \sqrt{2}}{6 + \sqrt{2}} \right) \end{aligned}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 28 :

$$\begin{aligned} I &= \int_{-2017}^{2017} \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &= \int_{-2017}^0 \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &\quad + \int_0^{2017} \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &= \int_{2017}^0 \ln(-x + \sqrt{1 + (-x)^2}) d(-x) \\ &\quad + \int_0^{2017} \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &= -\int_{2017}^0 \ln(-x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &\quad + \int_0^{2017} \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &= \int_0^{2017} \ln(-x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &\quad + \int_0^{2017} \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx \\ &= \int_0^{2017} \ln \left[(-x + \sqrt{1 + x^2})(x + \sqrt{1 + x^2}) \right] dx = 0 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 29 : Đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$

Ta có : $|z - 2i| = |(1 + i)z|$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow |a + (b - 2)i| &= |(1 + i)(a + bi)| \\ \Leftrightarrow |a + (b - 2)i| &= |a - b + (a + b)i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b - 2)^2} &= \sqrt{(a - b)^2 + (a + b)^2} \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 4b + 4 &= 2a^2 + 2b^2 \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 4b &= 4 \\ \Leftrightarrow a^2 + (b + 2)^2 &= 8 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Tập biểu diễn các điểm M thỏa mãn đề bài là đường tròn tâm $I(0; -2)$ bán kính $2\sqrt{2}$

Đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp : Nếu không để ý kĩ sẽ rất nhiều bạn bị nhầm lẫn giữa đáp án A và đáp án C.

Câu 30 : Đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (z - 3i)(1 + 2i) + 1 &= 3i \\ \Leftrightarrow (a + bi - 3i)(1 + 2i) + 1 &= 3i \\ \Leftrightarrow (a - 2b + 7) + (2a + b - 3)i &= 3i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b + 7 = 0 \\ 2a + b - 3 = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z = 1 + 4i$

Đáp án đúng là C.

Câu 31 : Đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{z - 1}{z + 1} &= \frac{a - 1 + bi}{a + 1 + bi} = \frac{[a - 1 + bi][a + 1 - bi]}{(a + 1)^2 + b^2} \\ &= \frac{a^2 - 1 + b^2 + 2bi}{(a + 1)^2 + b^2} \end{aligned}$$

Do $\frac{z - 1}{z + 1}$ là số thực nên $\frac{2b}{(a + 1)^2 + b^2} = 0 \Leftrightarrow b = 0$

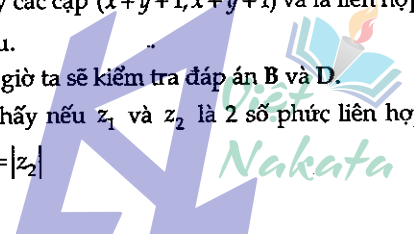
Đáp án đúng là B.

Câu 32 : Sử dụng công thức $\overline{a + b} = \bar{a} + \bar{b}$ ta thấy ngay các cặp $(x + \bar{y} + 1; \bar{x} + y + 1)$ và là liên hợp với nhau.

Bây giờ ta sẽ kiểm tra đáp án B và D.

Ta thấy nếu z_1 và z_2 là 2 số phức liên hợp thì

$$|z_1| = |z_2|$$



Ta có $\left| \frac{x}{y+i} \right| = \frac{|x|}{|y+i|}; \left| \frac{\bar{x}}{y+i} \right| = \frac{|\bar{x}|}{|y+i|} = \frac{|x|}{|y+i|}$

Rõ ràng:

$$\left| \frac{x}{y+i} \right| \neq \left| \frac{\bar{x}}{y+i} \right| \Rightarrow \left| \frac{x}{y+i} \right| \neq \left| \frac{\bar{x}}{y+i} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y+i}; \frac{\bar{x}}{y+i} \text{ không liên hợp}$$

Đáp án đúng là D.

Nhận xét: Có nhiều cách để kiểm tra 2 số phức liên hợp. Tùy từng biểu thức khác nhau ta sẽ dùng những cách khác nhau để làm cho hiệu quả.

Ví dụ ở cặp $\bar{xy}; \bar{xy}$ ta hoàn toàn có thể đặt phần thực phần ảo của các số phức x, y sau đó nhân

ra. Tuy nhiên nếu áp dụng cách này vào cặp $\frac{x}{y+i}$

và $\frac{\bar{x}}{y+i}$ thì rất mất thời gian để tính toán.

Câu 33: Ta có:

$$(|z|+1)\bar{z} = \frac{(2a+4b)+(2b-4a)i}{(a+2b)+(b-2a)i}$$

$$\Rightarrow (|z|+1)\bar{z} = \frac{(2a+4b)+(2b-4a)i}{(a+2b)+(b-2a)i}$$

$$= \frac{(2a+4b)+(2b-4a)i}{(a+2b)+(b-2a)i}$$

$$\Rightarrow \|z|+1\|\bar{z}\| = \frac{\sqrt{(2a+4b)^2+(2b-4a)^2}}{\sqrt{(a+2b)^2+(b-2a)^2}}$$

$$\Rightarrow (|z|+1)|z| = \frac{\sqrt{20a^2+20b^2}}{\sqrt{5a^2+5b^2}} = 2$$

$$\Rightarrow (|z|)^2 + |z| - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (|z|-1)(|z|+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow |z|-1=0 \Leftrightarrow |z|=1$$

Đáp án đúng là B.

Câu 34: Đặt $z = a+bi; (a; b \in \mathbb{R})$

$$\text{Ta có: } (2+3i)(z+2i-1) = (2i+1)z$$

$$\Leftrightarrow (2+3i)[a-1+(b+2)i] = (2i+1)(a+bi)$$

$$\Leftrightarrow (2a-3b-7)+(3a+2b+1)i = a-2b+(2a+b)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-3b-7=a-2b \\ 3a+2b+1=2a+b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=7 \\ a+b=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z = 3-4i$$

Đáp án đúng là B.

Câu 35: Đặt $z = a+bi; (a; b \in \mathbb{R})$

$$\text{Ta có } 1 \leq |z-2i| < 2 \Leftrightarrow 1 \leq |a+(b-2)i| < 2$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq \sqrt{a^2+(b-2)^2} < 2 \Leftrightarrow 1 \leq a^2+(b-2)^2 < 4$$

$\Rightarrow$ Tập biểu diễn số phức z thỏa mãn là hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính $(0;2)$ trừ đi phần trong của hình tròn tâm $I(0;2)$ bán kính 1.

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Nhiều bạn sẽ dễ bị nhầm giữa đáp án C và D.

Câu 36: Ta có: $z^4+z^2+1=0$

$$\Leftrightarrow (z^2+z+1)(z^2-z+1)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z^2+z+1=0 \\ z^2-z+1=0 \end{cases}$$

Xét phương trình: $z^2+z+1=0$ (1)

$$\text{Ta có } \Delta = 1-4 = -3 = 3i^2$$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm là:

$$z_1 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}; z_2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

Xét phương trình: $z^2-z+1=0$ (2)

$$\text{Ta có } \Delta = 1-4 = -3 = 3i^2$$

$\Rightarrow$ Phương trình (2) có 2 nghiệm là:

$$z_3 = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}; z_4 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm là:

$$z_1 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}; z_2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2};$$

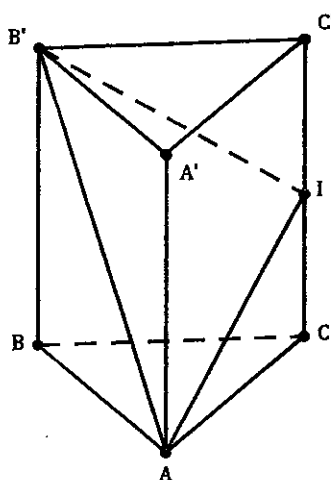
$$z_3 = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}; z_4 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 37: Ta có: $BC = a\sqrt{3}$. Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông $ACI, ABB', B'CI$:

$$\text{Suy ra } AI = \frac{\sqrt{5}}{2}a, AB' = \sqrt{2}a, B'I = \frac{\sqrt{13}}{2}a.$$

$$\text{Do đó: } AI^2 + AB'^2 = B'I^2.$$



Vậy tam giác $AB'I$ vuông tại A .

$$S_{AB'I} = \frac{1}{2} AI \cdot AB' = \frac{\sqrt{10}}{4} a^2, S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$S_{AB'I} = \frac{1}{2} AI \cdot AB' = \frac{\sqrt{10}}{4} a^2, S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$S_{AB'I} = \frac{1}{2} AI \cdot AB' = \frac{\sqrt{10}}{4} a^2, S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$. Tam giác ABC là hình chiếu vuông góc của tam giác $AB'I$.

Suy ra:

$$S_{AB'I} \cdot \cos \alpha = S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{4} \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$$

Đáp án đúng là B.

Câu 38: Giả sử: $A, B \in (O)$ và $C, D \in (O')$

Gọi H, K, J lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD, OO'

Vì $IO = \sqrt{7} \neq 4 = IH$ nên $O \neq H$.

Theo tính chất của hình trụ ta có ngay: OIH và OHA là các tam giác vuông lần lượt tại O và H .

Tam giác vuông OIH có: $OH = \sqrt{IH^2 - OI^2} = 3$

Tam giác vuông OHA có:

$$r = OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = 5$$

Vậy, thể tích hình trụ là:

$$V = B \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 2\sqrt{7} = 50\pi\sqrt{7} \text{ (đvtt)}$$

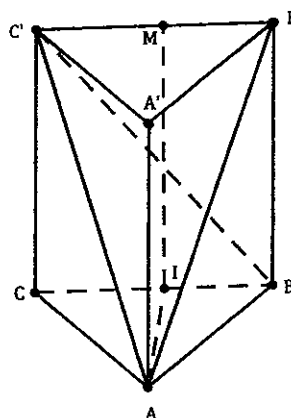
Vậy đáp án đúng là B.

Câu 39: Từ A kẻ $AI \perp BC \Rightarrow I$ là trung điểm BC .

$$\Rightarrow AI \perp (BCC'B') \Rightarrow AI \perp B'C \quad (1)$$

$$\text{Từ } I \text{ kẻ } IM \perp B'C \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Từ } (1), (2) &\Rightarrow B'C \perp (IAM) \\ &\Rightarrow B'C \perp AM \quad (3) \end{aligned}$$



Từ (2), (3) $\Rightarrow$ góc giữa $(AB'C)$ và $(B'CB)$ bằng góc giữa IM và $AM = \angle AMI = 60^\circ$ (do tam giác AMI vuông tại I)

$$\text{Ta có } AI = \frac{1}{2} BC = a; IM = \frac{AI}{\tan 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\triangle IMC \sim \triangle B'BC \Rightarrow \frac{IM}{BB'} = \frac{IC}{B'C} \Leftrightarrow BB' = \frac{IM \cdot B'C}{IC}$$

$$\Leftrightarrow BB' = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{a} \cdot B'C = \frac{1}{\sqrt{3}} B'C \Leftrightarrow BB' = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{B'B^2 + 4a^2}$$

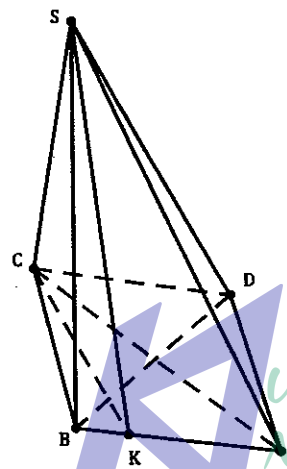
$$\Leftrightarrow 3B'B^2 = B'B^2 + 4a^2 \Leftrightarrow BB' = a\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AI \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot 2a = a^2$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = a\sqrt{2} \cdot a = a^3\sqrt{2}.$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 40: Kẻ $SK \perp AB$ thì:



$$CK \perp AB \Rightarrow ((SAB); (ABCD)) = (\angle SKC; \angle KCB) = \angle SKC = 45^\circ$$

$$\angle ABC = 120^\circ \Rightarrow \angle CBK = 60^\circ \Rightarrow CK = CB \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{2}$$

$$\Rightarrow SC = CK \cdot \tan 45^\circ = \frac{3a}{2} (1)$$

$$S_{\triangle ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SC \cdot S_{\triangle ABCD} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 41: Gọi H, I lần lượt là trung điểm AB và CD .

Do tam giác SAB cân tại S nên:

$SH \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABCD)$ do đó:

$$SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD, IH \perp CD$$

Do đó: $CD \perp (SHI)$, kẻ $HK \perp SI, CD \perp HK$

Do đó ta có:

$$HK \perp (SCD) \Rightarrow HK = d(h, (SCD)) = d(AB, (SCD)) = a$$

$$CD \perp (SHI) \Rightarrow \begin{cases} IH \perp CD \\ SI \perp CD \\ CD = (SCD) \cap (ABCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (IH, SI) = SHI = 60^\circ$$

$$\text{Trong tam giác } HKI \text{ có } HI = \frac{HK}{\sin 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}} = BC$$

$$\text{Trong tam giác } HSI \text{ có } SH = HI \cdot \tan 60^\circ = 2a$$

$$\text{Diện tích } ABCD \text{ là: } S_{ABCD} = BC^2 = \frac{4a^2}{3}$$

Thể tích của $S.ABCD$ là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{8a^3}{9}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 42: Do SAB vuông cân tại S có SI là trung tuyến nên $SI \perp AB$:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ AB = (SAB) \cap (ABC) \Rightarrow SI \perp (ABC) \\ AB \perp SI \subset (SAB) \end{cases}$$

Gọi K là trung điểm đoạn AC thì $IK \parallel BC$ nên $IK \perp AB$

Ta còn có, $AC \perp SI$ do đó $AC \perp SK$.

Suy ra, góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC)

là $SKI = 60^\circ$

$$\text{Ta có, } SI = IK \cdot \tan SKI = \frac{1}{2} BC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\text{Và } AB = 2SI = 2a\sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2a\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot SI \\ &= \frac{1}{6} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 43: Gọi giao điểm của AC và BD là O thì:

$$SO \perp (ABCD) \Rightarrow \angle SAO = \varphi$$

Gọi trung điểm của AB là M thì:

$$\begin{cases} OM \perp AB \\ SM \perp AB \end{cases} \Rightarrow \angle((SAB), (ABCD)) = \angle SMO$$

Tam giác OAB vuông cân tại O nên:

$$OM = \frac{a}{2}; OA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \tan \varphi$$

Do đó:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3 \tan \varphi$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 44: Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 có dạng:

$$\alpha(x - 2y + z - 4) + \beta(x + 2y - 2z + 4) = 0 \quad (\alpha^2 + \beta^2 \neq 0)$$

$$a(x - 2y + z - 4) + b(x + 2y - 2z + 4) = 0 \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow (a+b)x - (2a-2b)y + (a-2b)z - 4a + 4b = 0$$

Vậy $\vec{n}_P = (a+b; -2a+2b; a-2b)$. Ta có:

$$\begin{cases} \vec{u}_2 = (1; 1; 2) \parallel \Delta_2 \\ M_2(1; 2; 1) \in \Delta_2 \end{cases}$$

$$(P) \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_P \cdot \vec{u}_2 = 0 \\ M_2(1; 2; 1) \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ M_2 \notin (P) \end{cases}$$

Vậy $(P): 2x - z = 0$. Vậy đáp án đúng là A.

Câu 45: Ta có cặp vecto pháp tuyến của hai mặt

$$\text{phẳng xác định } d_k \text{ là: } \begin{cases} \vec{n}_1 = (1; 3k; -1) \\ \vec{n}_2 = (k; -1; 1) \end{cases}$$

Vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; -1; -2)$

Đường thẳng d_k có vecto chỉ phương là:

$$\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (3k-1; -k-1; -1-3k^2) \neq \vec{0} \forall k$$

Nên ta có:

$$d_k \perp (P) \Leftrightarrow \vec{u} \parallel \vec{n} \Leftrightarrow \frac{3k-1}{1} = \frac{-k-1}{-1} = \frac{-1-3k^2}{-2} \Leftrightarrow k=1$$

Vậy giá trị k cần tìm là $k=1$. Vậy đáp án đúng là B.

Câu 46: Vì $A \in d \Leftrightarrow A(1-t; -3+2t; 3+t)$

Lại có:

$$A \in (P) \Leftrightarrow 2(1-t) + (-3+2t) - 2(3+t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t=1$$

Vậy $A(0; -1; 4)$.

Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$

Đường thẳng d có vecto chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2; 1)$

$$\text{Vì } \begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}, \vec{u}_d] = (5; 0; 5)$$

Phương trình tham số của Δ :
$$\begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 47: Đường thẳng d có vecto chỉ phương

$$\vec{u} = (2; -1; 4)$$

$$B \in d \Leftrightarrow B(-3+2t; 1-t; -1+4t) \Rightarrow \vec{AB} = (1+2t; 3-t; -5+4t)$$

$$AB \perp d \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t) - (3-t) + 4(-5+4t) = 0 \Leftrightarrow t=1$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = (3; 2; -1) \Rightarrow (\Delta): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 48:

Xét ba điểm $A; B; C$ lần lượt nằm trên ba đường thẳng $d_1; d_2; d_3$. Ta có:

$$A(t, 4-t, -1+2t); B(u, 2-3u, -3u); C(-1+5v, 1+2v, -1+v)$$

A, B, C thẳng hàng và $AB=BC \Leftrightarrow B$ là trung điểm của AC:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t + (-1+5v) = 2u \\ 4-t + (1+2v) = 2(2-3u) \\ -1+2t + (-1+v) = 2(-3u) \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được: $t=1; u=0; v=0$.

Suy ra $A(1; 3; 1); B(0; 2; 0); C(-1; 1; -1)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A; B; C$ có phương trình

$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 49:

$$I(x; y; z) \text{ là tâm mặt cầu cần tìm } \Leftrightarrow \begin{cases} I \in (P) \\ IA = IB = IC \end{cases}$$

Ta có:

$$IA^2 = (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2;$$

$$IB^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2;$$

$$IC^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2$$

Suy ra hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ IA^2=IB^2 \\ IB^2=IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=2 \\ x+z=2 \\ y+z=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=z=1; z=0$$

$R=IA=1 \Rightarrow$ Phương trình mặt cầu là

$$(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1.$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 50:

+Tọa độ giao điểm A của (d) và (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1} \\ x+2y-2z+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \\ z=2 \end{cases} \Leftrightarrow A(-4; 1; -1)$$

+Đường thẳng (d) có vec tơ chỉ phương

$$\vec{u} = (1; 3; -1).$$

+Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = (1; 2; -2).$$

+Mặt phẳng (Q) qua A có vec tơ pháp tuyến

$$\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}; \vec{n}] = (-4; 1; -1).$$

+Mặt phẳng (Q) qua A có vec tơ pháp tuyến

$$\vec{n}_{(Q)} = (-4; 1; -1) \text{ là:}$$

$$(Q): 4x - y + z - 14 = 0$$

Vậy đáp án đúng là A.



ĐỀ SỐ 16

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 5$ có cực đại tại:

- A. $(3; -13)$ B. $\left(\frac{-1}{3}; \frac{149}{27}\right)$ C. $(0; 5)$ D. $\left(\frac{4}{3}; \frac{-101}{27}\right)$

Câu 2: Hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+2}$ đồng biến trên:

- A. $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; 2)$ C. $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Câu 3: Tìm tâm đối xứng của hàm số $y = x^3 - x^2 + 3x + 5$:

- A. $(0; 5)$ B. $(1; 8)$ C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{51}{8}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{160}{27}\right)$

Câu 4: Tính $\log_{2017} 1210200$, biết $\log_{2017} 5 = a$, $\log_{2017} 3 = b$, $\log_{2017} 2 = c$

- A. abc B. $1 + 2a + b + 3c$ C. $1 + a + 2b + 3c$ D. $2a - b - 3c$

Câu 5: Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5(x-2) < \log_{0,2} 3$:

- A. $x > 3$ hoặc $x < -1$ B. $-1 < x < 3$ C. $x > 3$ D. $x < -1$

Câu 6: Tìm nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{5}} x + 4\log_9 x + \log_{27} x = \frac{13}{3}$

- A. $x = 3$ B. $x = \sqrt{3}$ C. $x = 5$ D. $x = 9$

Câu 7: Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' - bi$. Số phức $\frac{z}{z'}$ có phần ảo là:

- A. $\frac{2ab}{a^2 + b^2}$ B. $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ C. $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ D. $\frac{2ab}{a^2 - b^2}$

Câu 8: Số phức nghịch đảo của số phức $3 - \sqrt{2}i$ là:

- A. $3 + \sqrt{2}i$ B. $-3 - \sqrt{2}i$ C. $\frac{3}{11} + \frac{\sqrt{2}}{11}i$ D. $\frac{3}{11} - \frac{\sqrt{2}}{11}i$

Câu 9: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = 2\left(\frac{z}{z}\right)^2$

- A. Điểm $(0; 0)$ B. Trục tung
C. Gồm cả trục hoành và trục tung D. Đường thẳng $y = 2x$

Câu 10: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ đạt cực đại tại $A(1; 3)$ và đạt cực tiểu tại $B(0; 1)$. Khi đó giá trị của a, b, c lần lượt là:

- A. $4, -2, 1$ B. $4, 2, 1$ C. $-4, 2, 1$ D. $-2, 4, 1$

Câu 11: Hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m+2)x + 2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện của m là:

- A. $\forall m \in \mathbb{R}$ B. $m \neq -2$ C. $m \geq -2$ D. $m \leq -2$

Câu 12: Hàm số $F(x) = e^x + e^{-x} + x$ có một nguyên hàm là:

- A. $f(x) = e^x + e^{-x} + 1$ B. $f(x) = e^x - e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$
C. $f(x) = e^x + e^{-x} + \frac{1}{2}x^2$ D. $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$

Câu 13: Tính $K = \int_1^2 (2x-1) \ln x dx$



A. $K=2\ln 2-\frac{1}{2}$ B. $K=\ln 2$ C. $K=2\ln 2+\frac{1}{2}$ D. $K=2\ln 2$

Câu 14: Một bể nước hình trụ, có đáy là hình tròn bán kính 2m, cao 3m. Người ta dùng gàu nước có hình chóp, đáy hình tròn bán kính 20cm, chiều cao 40cm để mức nước đổ vào bể. Hỏi cần ít nhất mức bao nhiêu gàu đầy để đầy bể.

A. 223 B. 222 C. 221 D. 232

Câu 15: Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn: $|z-i|+|z+i|=4$ là:

A. Elip $(E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. Hình tròn tâm $I(0;-1)$ bán kính 4
C. Đường tròn tâm $I(0;-1)$ bán kính 4 D. Đường tròn tâm $I(0;0)$ bán kính $\sqrt{2}$

Câu 16: Tính tổng: $A=1+i^1+i^2+\dots+i^{2016}$

A. -1 B. -i C. i D. 1

Câu 17: Tìm khoảng cách của hai mặt phẳng $(A): 2x-3y-6z+1=0$ và $(B): 2x-3y-6z-6=0$

A. 7 B. 1 C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ D. 0

Câu 18: Cho chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$ và lần lượt vuông góc với nhau. Chiều cao SH của chóp bằng:

A. a B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 19: Tính nguyên hàm $F=\int x^3 \sqrt{5x^2-1} dx$

A. $F(x)=\frac{x^5}{125}+\frac{x^3}{75}+c; c \in \mathbb{R}$ B. $F(x)=-\frac{(\sqrt{5x^2-1})^5}{125}+\frac{(\sqrt{5x^2-1})^3}{75}+c; c \in \mathbb{R}$
C. $F(x)=\frac{(\sqrt{5x^2-1})^5}{125}-\frac{(\sqrt{5x^2-1})^3}{75}+c; c \in \mathbb{R}$ D. $F(x)=\frac{(\sqrt{5x^2-1})^5}{125}+\frac{(\sqrt{5x^2-1})^3}{75}+c; c \in \mathbb{R}$

Câu 20: (Kim tự tháp Ai Cập) Kim tự tháp Ai Cập là một hình chóp đều với chiều cao là 139m và được xây dựng bởi những tầng đá hình lập phương cạnh bằng 1m. Trong quá trình đo đạc, người ta nhận thấy cạnh đáy của kim tự tháp có chiều dài đúng bằng 20 tầng đá ghép lại. Hỏi rằng, số tầng đá ít nhất là bao nhiêu mới có khả năng xây dựng kim tự tháp. (giả sử rằng, với mỗi tầng đá người ta có thể đập nát nó ra để xếp kín bên trong kim tự tháp mà không lãng phí đá và cũng không có kẻ hở trong kim tự tháp).

A. 18533 B. 18535 C. 18532 D. 18534

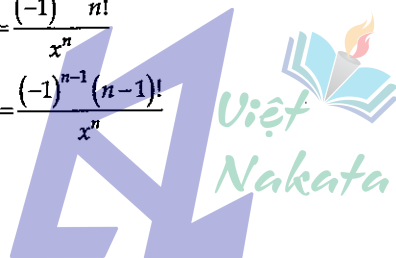
Câu 21: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}-x^2+5$ có hệ số góc $k=-1$ có phương trình là:

A. $y=-x+\frac{13}{3}$ B. $y=-x-\frac{16}{3}$ C. $y=-x$ D. $y=-x+\frac{16}{3}$

Câu 22: Tính đạo hàm cấp n của hàm số $y=\ln x$

A. $y^{(n)}=\frac{(-1)^n n!}{x^n}$ B. $y^{(n)}=\frac{(-1)^{n-1} n!}{x^n}$
C. $y^{(n)}=\frac{(-1)^n (n-1)!}{x^n}$ D. $y^{(n)}=\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$

Câu 23: Tìm nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{81}\right)^{x+\frac{1}{4}}=27^{x^2}$:



- A. $x = -\frac{1}{3}$ và $x = -1$ B. $x = 2$ C. $x = -2$ D. $x = \frac{1}{3}$ và $x = 1$

Câu 24: Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x}$. Tìm khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$
 B. Đồ thị hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$
 C. Đồ thị hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
 D. Đồ thị hàm số nghịch biến trên nửa khoảng $[2; +\infty)$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $SA=SB=SC=SD$, $AB=a$; $AD=2a$; $SA=a.M$ là điểm nằm trên SA sao cho $SA=3AM$. $V_{S.BCM}=?$

- A. $\frac{\sqrt{7}}{9}a^3$ B. $\frac{\sqrt{7}}{6}a^3$ C. $\frac{\sqrt{5}}{12}a^3$ D. $\frac{\sqrt{5}}{4}a^3$

Câu 26: Thể tích của khối lăng trụ đứng n -giác đều có các cạnh bằng a

- A. $\frac{1}{4}na^3 \cot \frac{\pi}{n}$ B. $\frac{1}{8}na^3 \cot \frac{\pi}{n}$ C. $\frac{1}{4}na^3 \cot \frac{\pi}{2n}$ D. $\frac{1}{8}na^3 \cot \frac{\pi}{2n}$

Câu 27: Phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm $A(-1,0,1); B(1,2,-1); C(-1,2,3)$

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$ B. $(x-3)^2 + (y-6)^2 + z^2 = 5$
 C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$ D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5$

Câu 28: Cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d') nằm trong (P) sao cho (d) cắt và vuông góc với đường thẳng (d) .

- A. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-9}{2} = \frac{z-1}{2}$ B. $\frac{x-4}{1} = \frac{y-9}{1} = \frac{z+1}{-2}$
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ D. $\frac{x-4}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+1}{2}$

Câu 29: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3, x=0, x=3$ và trục Ox

- A. $\frac{8}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 30: Người ta thí nghiệm đo sự phân bố của 1 loại tảo có hại cho cá trong 1 hồ rộng, và nhận thấy sự phân bố của loại tảo này là 1 hàm $f(h)$ theo độ sâu tính từ mực nước. Tức là ở độ sâu $h(m)$, sẽ có

$f(h)(kg/m^3)$ tảo. Cho $f(h) = \frac{h^4}{4} - 2h^2 + 7$, tìm độ sâu mà ở đó nồng độ của tảo là lớn nhất, biết hồ sâu nhất là $4m$.

- A. $7(kg/m^3)$ B. $3(kg/m^3)$ C. $39(kg/m^3)$ D. $45(kg/m^3)$

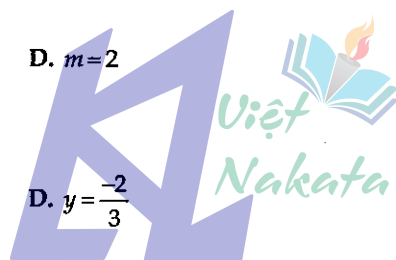
Câu 31: Tìm m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + mx + 5$ có cực đại tại $x = -2$

- A. $m=0$ B. Đáp án khác C. $m = \frac{1}{3}$ D. $m=2$

Câu 32: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-3}$ là:

- A. $x=3$ B. $y=3$ C. $x = -\frac{2}{3}$ D. $y = -\frac{2}{3}$

Câu 33: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ với $x \in (-\infty; 5]$



A. 216

B. 1

C. 323

D. Đáp án khác

Câu 34: Tìm nghiệm của phương trình $2^{3^x} = 5$

A. $x = \frac{\ln\left(\frac{\ln 3}{\ln 2}\right)}{\ln 5}$

B. $x = \frac{\ln\left(\frac{\ln 2}{\ln 5}\right)}{\ln 3}$

C. $x = \frac{\ln\left(\frac{\ln 5}{\ln 2}\right)}{\ln 3}$

D. Vô nghiệm

Câu 35*: Giả sử rằng khi xét hàm số $y = (a+1)(x+1)^4 + (-2a+b-1)(x+1)^2 + 8a-4b$ trên $(-\infty; 0)$ thì nó giá trị lớn nhất khi $x = -3$. Hỏi rằng, trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 12

B. 11

C. 10

D. 13

Câu 36: Tính giá trị đạo hàm của biểu thức $y = \log_x 3$

A. $\frac{1}{3\ln x}$

B. $\frac{\ln 3}{3x^2}$

C. $\frac{-\ln 3}{3x^2}$

D. $\frac{-\ln 3}{x \cdot \ln^2(x)}$

Câu 37: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-4}{(2x+1)(x+1)}$ là:

A. $7\ln|x+1| - \frac{11}{2}\ln|2x+1| + c$ với $c \in \mathbb{R}$

B. $7\ln(x+1) - \frac{11}{2}\ln(2x+1) + c$ với $c \in \mathbb{R}$

C. $7\ln|x+1| - 11\ln|2x+1| + c$ với $c \in \mathbb{R}$

D. $7\ln|x+1| - \frac{11}{2}\ln|2x+1|$

Câu 38: Tìm nghiệm của phương trình $(z+1)^2 = 9$?

A. $z=2$ hoặc $z=-4$

B. $z=3i-1$ hoặc $z=1-3i$

C. $z=1+i$ hoặc $z=1-i$

D. $z=i$ hoặc $z=-i$

Câu 39: Viết một phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x-6y+2z-2=0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(C): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$.

A. $3x-6y+2z=0$

B. $3x-6y+2z-27=0$

C. $x-6y+2z+31=0$

D. $3x-6y+2z-25=0$

Câu 40: Khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác đều cạnh a , A' cách đều A, B, C . Góc giữa AA' và (ABC) là 60° . Tính thể tích lăng trụ?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 41: Cho khối chóp có đáy n -giác. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Số mặt của khối chóp là $2n$

B. Số cạnh của khối chóp là $n+2$

C. Số đỉnh bằng số mặt và bằng $n+1$

D. Số đỉnh của khối chóp là $2n+1$.

Câu 42: Nếu ba kích thước của hình hộp chữ nhật tăng k lần thì thể tích tăng:

A. $3k$

B. $3k^3$

C. k^3

D. $\frac{k^3}{3}$

Câu 43: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{\sqrt{x^2+2}}$

A. $x = \frac{-5}{2}$

B. $y = 2$

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

D. $y = \pm 2$

Câu 44: Tìm m để phương trình $x^3+3x^2+m-2=0$ có đúng hai nghiệm:

A. $m=-2$

B. $m=0$ hoặc $m=-2$



C. $-2 \leq m \leq 0$

D. $m \leq 0$

Câu 45: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + 5$ tại điểm của hoành độ $x_0 = 2$ là:

A. 10

B. 15

C. $\frac{251}{15}$

D. 24

Câu 46: Tìm nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$

A. Phương trình vô nghiệm

B. $x = 1$ và $x = 2$

C. $x = -1$ và $x = -2$

D. $x = 0$ và $x = 1$

Câu 47: Viết phương trình đường thẳng (d') song song đường thẳng $M(0;1;1)$ một khoảng bằng 1.

$$(d): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \text{ cắt trục } Oz \text{ và}$$

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = \frac{7}{5} + 2t \end{cases}$

C. Cả A; B cùng đúng D. A sai, B sai

Câu 48: Mặt cầu có tâm $I(6,3,-4)$ tiếp xúc với trục Ox có bán kính là:

A. 5

B. $2\sqrt{5}$

C. 4

D. 6

Câu 49: Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau tại cùng một thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo đường thẳng từ điểm $A(0;0)$ đến điểm $B(0;100)$ với vận tốc $5m/s$. Con còn lại bay trên quỹ đạo đường thẳng từ $C(60;80)$ về A với vận tốc $10m/s$. Hỏi trong quá trình bay, thì khoảng cách ngắn nhất mà hai con đạt được là bao nhiêu?

A. $20(m)$

B. $50(m)$

C. $20\sqrt{10}(m)$

D. $20\sqrt{5}(m)$

Câu 50: Một quả trứng hình cầu lớn dần lên trong một cái hộp hình lập phương cạnh $10cm$. Hỏi thể tích lớn nhất mà quả trứng có thể đạt được?

A. $\frac{5}{3}\pi(dm^3)$

B. $\frac{1}{6}\pi(dm^3)$

C. $\frac{500}{3}(cm^3)$

D. $\frac{50}{3}\pi(cm^3)$



ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. D	4. B	5. A	5. A	7. A	8. C	9. A	10. D
11. C	12. B	13. A	14. B	15. A	16. D	17. B	18. C	19. D	20. D
21. D	22. D	23. A	24. D	25. A	26. A	27. C	28. B	29. A	30. C
31. D	32. B	33. A	34. C	35. A	36. D	37. A	38. A	39. D	40. A
41. C	42. C	43. D	44. B	45. D	46. D	47. C	48. A	49. D	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Cực trị là nghiệm của $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 8x - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{3}$$

Ta thấy với các giá trị cực trị, nếu $y'' < 0 \Rightarrow$ cực đại

mà $y''\left(-\frac{1}{3}\right) = -10 < 0$ nên $x = -\frac{1}{3}$ là giá trị hoành độ tại cực đại.

Vậy điểm cực đại là $\left(-\frac{1}{3}; \frac{149}{27}\right)$.

Do đó, đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhiều bạn không chắc về kiến thức cực trị sẽ rất dễ bị nhầm lẫn dấu của đạo hàm bậc hai của hàm số tại các điểm cực tiểu và cực đại. Vì thế sẽ rất dễ ra kết quả sai.

Câu 2:

ĐKXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có $y' = \frac{5}{(-x+2)^2} > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Vậy $y = \frac{2x+1}{-x+2}$ đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 2); (2; +\infty)$.

Do đó, đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều bạn sẽ kết luận đó là hàm số y đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Tuy nhiên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bị gián đoạn nên ta phải kết luận hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$. Do đó rất nhiều bạn sẽ chọn đáp án D.

Câu 3: Tâm đối xứng là nghiệm của phương trình

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Vậy tọa độ của tâm đối xứng của hàm số là:

$$y = x^3 - x^2 + 3x + 5 \text{ là } \left(\frac{1}{3}; \frac{160}{27}\right)$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhân xét: Học sinh cần phân biệt rõ ràng cách tìm cực trị và điểm uốn (tâm đối xứng) tránh nhầm lẫn giữa hai khái niệm.

Câu 4:

Ta có:

$$1210200 = 2017 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 2^3$$

$$\Rightarrow \log_{2017} 1210200 = \log_{2017} 2017 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 2^3$$

$$= \log_{2017} 2017 + 2 \cdot \log_{2017} 5 + \log_{2017} 3 + 3 \cdot \log_{2017} 2$$

$$= 1 + 2a + b + 3c$$

Do đó, đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn giữa các công thức của logarit.

Câu 5:

Phương trình tương đương với:

$$\log_{\frac{1}{5}} x - \log_5 (x-2) < \log_{\frac{1}{5}} 3$$

$$\Leftrightarrow -\log_5 x - \log_5 (x-2) < -\log_5 3$$

$$\Leftrightarrow \log_5 x + \log_5 (x-2) - \log_5 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5 \frac{x(x-2)}{3} > 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-2)}{3} > 1$$

$$\Leftrightarrow x > 3 \text{ hoặc } x < -1$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Nếu không nắm vững các phép biến đổi cơ bản của hàm logarit thì rất dễ gặp tình trạng loay hoay không biết biến đổi hàm logarit cơ sở $\frac{1}{5}$ về cơ sở 5

Câu 6: Phương trình tương đương với:

$$2\log_3 x + 2\log_3 x + \frac{1}{3}\log_3 x = \frac{13}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{3} \cdot \log_3 x = \frac{13}{3} \Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy $x = 3$

Do đó, đáp án đúng là A.

Nhân xét: Cần chuyển đổi một cách linh hoạt giữa các cơ sở để bài toán trở nên đơn giản hơn.

Câu 7: Ta có :

$$\frac{z}{z'} = \frac{a+bi}{a-bi} = \frac{(a+bi)^2}{(a+bi)(a-bi)} = \frac{a^2-b^2+2abi}{a^2+b^2}$$

$$= \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} + \frac{2abi}{a^2+b^2}$$

Vậy phần ảo của $\frac{z}{z'}$ là $\frac{2ab}{a^2+b^2}$

Do đó, đáp án đúng là A.

Nhân xét: cần nắm rõ quy tắc các phép tính về số phức.

Câu 8: Số phức nghịch đảo của z có dạng:

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{3-\sqrt{2}i} = \frac{3+\sqrt{2}i}{(3-\sqrt{2}i)(3+\sqrt{2}i)} = \frac{3+\sqrt{2}i}{9+2} = \frac{3}{11} + \frac{\sqrt{2}}{11}i$$

Do đó, đáp án đúng là C.

Câu 9: Đặt $z = a+bi$; ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có :

$$z^2 = 2(z')^2 \Leftrightarrow (a+bi)^2 = 2(a-bi)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = 2(a^2 - b^2 - 2abi)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - b^2 - 6abi = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 6ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy $z=0$

Do đó, đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Học sinh thường nhầm lẫn về cách biểu diễn số phức trên mặt phẳng phức.

Câu 10:

Hoàn đạo của cực trị là nghiệm của phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 2bx = 0$$

Thay $x=1$ vào ta có: $4a+2b=0(1)$

Vì A và B thuộc đồ thị hàm số nên:

$$\Rightarrow c=1 \text{ và } a+b+1=3(2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a=-2, b=4, c=1$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhân xét: Để chắc chắn kết quả là đúng chúng ta cần phải thử với y'' để kiểm tra xem các điểm A, B có thỏa mãn là cực trị của hàm số hay không. Rất có thể đề bài sẽ lừa cho A là cực tiểu B là cực đại.

Câu 11: Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + m + 2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

Điều này xảy ra khi và chỉ khi:

$$m+2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$$

Do đó, đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Học sinh thường đánh giá sai điều kiện tìm m để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 12: Ta có:

$$\left(e^x - e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 \right)' = e^x + e^{-x} + x$$

Do đó, đáp án đúng là B.

Nhân xét: cần nắm rõ các công thức đạo hàm của hàm số mũ.

$$\text{Câu 13: } K = \int_1^2 (2x-1) \ln x dx$$

$$= \int_1^2 \ln x d(x^2 - x) = \left(\ln x \cdot (x^2 - x) \right) \Big|_1^2 - \int_1^2 (x^2 - x) d \ln x$$

$$= 2 \ln 2 - \int_1^2 (x-1) dx = 2 \ln 2 - \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \Big|_1^2 = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$$

Do đó, đáp án đúng là A.

$$\text{Câu 14: Thể tích bể nước: } V_{\text{bể}} = 3\pi(2)^2 = 37.7 m^3$$

$$\text{Thể tích gàu nước: } V_{\text{gàu}} = \frac{1}{3}\pi(0,2)^2 \cdot 0,4 = 0,17 m^3$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{\text{bể}}}{V_{\text{gàu}}} = \frac{37.7}{0.17} = 221,76$$

Vậy phải mức ít nhất 222 gàu nước.

Do đó, đáp án đúng là B.

Câu 15: Đặt $z = x+iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có:

$$|z-i| + |z+i| = 4$$

$$\Leftrightarrow |x-(y-1)i| + |x+(y+1)i| = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2} + \sqrt{x^2 + (y+1)^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = 4 - \sqrt{x^2 + (y+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \leq 16 \\ 2\sqrt{x^2 + (y+1)^2} = y+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \leq 16 \\ 4x^2 + 4y^2 + 8y + 4 = y^2 + 8y + 16 \\ y \geq -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \leq 16 \\ \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1 \\ y \geq -4 \end{cases} (*)$$

Rõ ràng với:



$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{4} \leq 1 \Rightarrow y^2 \leq 4 \Rightarrow y \in [-2; 2]$$

$$\text{Và: } x^2 = 3 - \frac{3y^2}{4}$$

$$\Rightarrow 3 - \frac{3y^2}{4} + (y+1)^2 = \frac{y^2}{4} + 2y + 4 < 16 \forall y \in [-2; 2]$$

Như vậy (*) tương đương với $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$

Hay tập hợp điểm M biểu diễn z thỏa mãn đề bài

chính là elip có phương trình $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 16:

$$\text{Ta có } A = \frac{1-i^{2017}}{1-i} = \frac{1-i^{4 \cdot 504+1}}{1-i} = \frac{1-i}{1-i} = 1$$

Do đó, đáp án đúng là D.

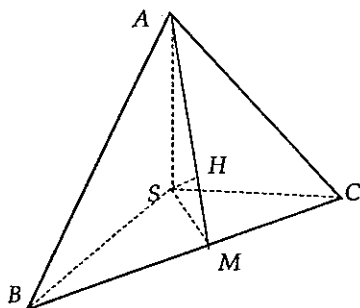
Nhân xét: Cần nhớ công thức cộng của dãy cấp số nhân.

Câu 17: Chọn một điểm M bất kì thuộc mặt phẳng (B) với $M(0,0,-1)$ (hai mặt phẳng song song) nên ta có:

$$d((A);(B)) = d(M;(A)) = \frac{|2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 6 \cdot (-1) + 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} = 1$$

Do đó, đáp án đúng là B.

Câu 18:



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SC \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3}{6} (1)$$

$AB = BC = CA = a$ (Pytago) nên ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} (a\sqrt{2})^2 \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} (2)$$

$$\Rightarrow SH = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Do đó, đáp án đúng là C.

Nhân xét: Cần nắm rõ công thức về tính thể tích của khối chóp.

Câu 19: Đặt $\sqrt{5x^2 - 1} = t \Leftrightarrow 5x^2 - 1 = t^2$

$$\Rightarrow 2x dx = \frac{2t}{5} dt$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} F &= \int x^3 \sqrt{5x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \int x^2 \sqrt{5x^2 - 1} \cdot 2x dx \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{t^2 + 1}{5} \cdot \frac{2t}{5} dt = \int \frac{t^4 + t^2}{25} dt = \frac{t^5}{125} + \frac{t^3}{75} + c \text{ với } c \in \mathbb{R} \\ &= \frac{(\sqrt{5x^2 - 1})^5}{125} + \frac{(\sqrt{5x^2 - 1})^3}{75} + c \end{aligned}$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Nếu không chú ý sẽ rất nhiều

bạn chỉ dừng lại ở khi ra kết quả $F = \frac{t^5}{125} + \frac{t^3}{75} + c$

và sẽ chọn đáp án A.

Câu 20: Độ dài cạnh đáy của Kim Tự Tháp là:

$$20.1 = 20(m)$$

Thể tích của 1 tầng đá hình lập phương cạnh $1(m)$

$$\text{là: } 1m^3$$

Thể tích của Kim Tự Tháp là:

$$\frac{1}{3} \cdot 139 \cdot 20 \cdot 20 = 18533,3333m^3$$

Do đó cần ít nhất 18534 tầng đá mới có khả năng xây Kim Tự Tháp.

Do đó, đáp án đúng là D.

Câu 21: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0)$, ta có

$$\text{phương trình } x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{13}{3}$$

Ta được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm

$$\text{số là } y = -1(x - 1) + \frac{13}{3} \Leftrightarrow y = -x + \frac{16}{3}$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhân xét: Cần nhớ rõ công thức về tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Câu 22: Ta có:

$$y' = \frac{1}{x} \Rightarrow y'' = \frac{-1}{x^2}, y^{(3)} = \frac{-1 \cdot (-2x)}{x^3} = \frac{2}{x^3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

Bằng qui nạp ta sẽ chứng minh:

$$y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n} \quad (*)$$

Để thấy (*) đúng với $n=1$ và $n=2$

Giả sử (*) đúng với $n \geq 1$

$$\text{Khi đó } y^{(n+1)} = \frac{(-1)^n n! \cdot (-n)x^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)!}{x^{n+1}}$$

$\Rightarrow (*)$ đúng với $n+1 \Rightarrow$ đpcm.

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhận xét: Nếu gặp bài toán này trong phòng thi mà ta không chứng minh được thì ta có thể thử 4 đáp án với những trường hợp nhỏ như $n=1; 2; 3$ để tìm ra đáp án.

Câu 23: Phương trình tương đương với:

$$(3^4)^{x+1} = (3^3)^{x^2} \Leftrightarrow 3^{4x+4} = 3^{3x^2}$$

Vậy ta có $3x^2 = -4x - 1 \Leftrightarrow (3x+1)(x+1) = 0$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ hoặc } x = -1$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 24:

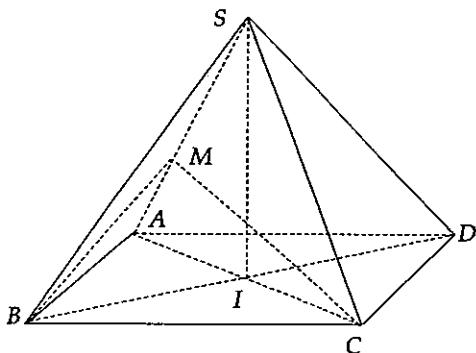
$$\text{Ta xét: } y' = (2x-4) \ln \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Với $x \geq 2 \Rightarrow y' \leq 0$. Tức đồ thị hàm số nghịch biến trên nửa khoảng $[2; +\infty)$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhận xét: cần nắm rõ kiến thức và cách xác định đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Câu 25:



Gọi I là tâm của hình chữ nhật ABCD. Vì chóp S.ABCD có 4 cạnh bên bằng nhau nên SI là

đường cao $\Rightarrow$ tam giác SAI vuông tại I. Mặt

$$\text{khác } AI = \frac{AC}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = a \frac{\sqrt{7}}{2}$$

Ta có:

$$\frac{V_{S.BCM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.BCM} = \frac{1}{3} V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABC}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot a \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{1}{2} a \cdot 2a = \frac{\sqrt{7}}{9} a^3$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 26:

Chia đáy của lăng trụ thành n tam giác cân IAB

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AB \cdot IH$$

$$\text{Mặt khác ta có: } AIB = \frac{2\pi}{n} \Rightarrow AIH = \frac{\pi}{n}$$

$$\Rightarrow IH = AH \cdot \cot AIH = \frac{a}{2} \cot \frac{\pi}{n}$$

$$\Rightarrow S_{ABI} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a}{2} \cot \frac{\pi}{n} = \frac{a^2}{4} \cot \frac{\pi}{n}$$

$$\Rightarrow S_{\text{đáy}} = n \frac{a^2}{4} \cot \frac{\pi}{n}$$

$$\Rightarrow V_{\text{lăng trụ}} = n \frac{a^3}{4} \cot \frac{\pi}{n}$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Nhận xét: Cần nắm rõ kiến thức về tính thể tích hình chóp

Câu 27: Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -2), \overrightarrow{AC} = (0; 2; 2)$

$\Rightarrow I(0, 1, 0), J(0, 2, 1)$ lần lượt là trung điểm của AB, AC

Mặt phẳng trung trực của AB qua I và có VTPT là $\overrightarrow{AB}$: $2x + 2(y-1) - 2z = 0$

$$\Leftrightarrow x + y - z - 1 = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 1 = 0$$

Tương tự phương trình mặt phẳng trung trực của (AC): $y + z - 3 = 0$

Suy ra giao của mặt phẳng trung trực của AB, AC là đường thẳng:

$$(d): \begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ y + z - 3 = 0 \end{cases}$$

Còn gọi là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC
Vectơ pháp tuyến của $mp(ABC)$ là:

$$\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (8; -4; 4)$$

$$\Rightarrow (ABC): 2x - y + z + 1 = 0$$

Tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là giao của (d) và (ABC) thỏa mãn:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ y + z = 3 \\ 2x - y + z = -1 \end{cases}$$

Suy ra tâm đường tròn: $I(0; 2; 1)$

Bán kính:

$$R = \sqrt{(-1-0)^2 + (0-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}$$

Do đó, đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: công thức tính cồng kênh, khó thuộc, học sinh thường mắc lỗi sử dụng sai công thức

Câu 28: Gọi $A = d \cap (P) \Rightarrow A(4; 9; -1)$

$$\vec{u}_d = (1; 3; -1); \quad \vec{n}_{(P)} = (3; -1; 1)$$

Đường thẳng d' sẽ cắt d ở A và có VTCP $\vec{u}_{d'} = [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}] = (-4; -4; 8)$ nên có phương

$$\text{trình: } \frac{x-4}{-4} = \frac{y-9}{-4} = \frac{z+1}{8}$$

Do đó, đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: học sinh thường nhầm lẫn về các khái niệm vị trí tương đối trong không gian.

Câu 29:

Giao của đồ thị hàm số y với trục Ox có hoành độ

$$\text{là nghiệm của phương trình } y=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng S được tính bởi công thức tích phân:

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_0^1 (-x^2 + 4x - 3) dx \right| + \left| \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx \right| \\ &= \left| \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} - 3x \right) \Big|_0^1 \right| + \left| \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} - 3x \right) \Big|_1^3 \right| \\ &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 30:

Phân tích: Bài toán đưa về tìm $\max f(h)$ với $h \in [0; 4]$.

Ta sẽ tìm cực trị và các điểm biên của $f(h)$ trong khoảng xét $h \in [0; 4]$ m. Và lấy điểm có $f(h)$ lớn nhất, đó chính là $\max f(h)$ cần tìm.

Cực trị là nghiệm của phương trình $f'(h) = 0 \Leftrightarrow$

$$h^3 - 4h = 0 \Leftrightarrow h = \pm 2 \text{ hoặc } h = 0$$

$$\text{Có: } f(0) = 7, f(2) = 3, f(4) = 39$$

Vậy $f(4) = 39$ là giá trị MAX cần tìm.

Do đó, đáp án đúng là C.

Nhận xét: cần nắm rõ kiến thức về cực trị, để làm bài toán nhanh gọn nhất, tránh việc phải vẽ bảng biến thiên hay đồ thị hàm số để xác định cực đại mất thời gian.

Câu 31: Để hàm số có cực đại tại $x = -2 \Leftrightarrow y'(-2) = 0$

$$\text{và } y''(-2) < 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + m = 0$$

$$\text{và } 2 \cdot (-2) + 3 < 0$$

Vậy $m = 2$ thì hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + mx + 5$ có cực đại tại $x = -2$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhận xét: Cần nắm rõ kiến thức về xác định cực trị và phân biệt giữa cực đại và cực tiểu

Câu 32:

$$\text{Ta có: } y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = 3$$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 3$

Do đó, đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Học sinh thường nhầm lẫn giữa các khái niệm tiệm cận ngang, xiên và dọc. Cần phân biệt rõ ràng khái niệm giữa các tiệm cận

Câu 33: Ta xét: $y' = 3x^2 + 6x + 3 = 3(x+1)^2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số đồng biến trên tập xác định $\Rightarrow \max y = y(5) = 216$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 34: Ta có: $2^{3^x} = 5 \Leftrightarrow \ln 2^{3^x} = \ln 5$

$$\Leftrightarrow 3^x \cdot \ln 2 = \ln 5 \Leftrightarrow \ln(3^x \ln 2) = \ln(\ln 5)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \ln 3 + \ln(\ln 2) = \ln(\ln 5)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(\ln 5) - \ln(\ln 2)}{\ln 3} = \frac{\ln\left(\frac{\ln 5}{\ln 2}\right)}{\ln 3}$$

$$\text{Vậy ta được } x = \frac{\ln\left(\frac{\ln 5}{\ln 2}\right)}{\ln 3}$$

Do đó, đáp án đúng là C.

Nhân xét: Với các phương trình hàm số mũ, việc sử dụng ln hay log sẽ khiến bài toán trở nên đơn giản hơn nhiều.

Câu 35: Đặt $x+1=t$

$$\text{Khi đó } y = (a+1)t^4 + (-2a+b-1)t^2 + 8a-4b$$

Do hàm số y đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $(-\infty; 0)$

khi $x=-3$ do đó hàm số y sẽ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $(-\infty; 1)$ khi $t=-2$ trên đoạn $(-\infty; 1)$

Mặt khác dễ thấy:

$f(t) = (a+1)t^4 + (-2a+b-1)t^2 + 8a-4b$ là hàm chẵn trên $\mathbb{R}$ nên rõ ràng $f(2)$ là max của $f(t)$ trên $(1; +\infty)$

Hay chính là hàm số y đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $(1; +\infty)$ tại $t=2 \Rightarrow y$ đạt giá trị lớn nhất trên

đoạn $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$ bằng:

$$y(2) = 16(a+1) + 4(-2a+b-1) + 8a-4b = 12$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 36: Ta có:

$$y = \log_x 3 = \frac{\ln 3}{\ln x} \Leftrightarrow y' = \frac{0 - \frac{1}{x} \ln 3}{(\ln x)^2} = \frac{-\ln 3}{x(\ln x)^2}$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Câu 37: Ta có:

$$\frac{3x-4}{(2x+1)(x+1)} = \frac{-11(x+1)+7(2x+1)}{(2x+1)(x+1)} = \frac{7}{x+1} - \frac{11}{2x+1}$$

$$\Rightarrow I = \int \frac{3x-4}{(2x+1)(x+1)} dx = \int \left(\frac{7}{x+1} - \frac{11}{2x+1} \right) dx$$

$$= \int \frac{7}{x+1} dx - \int \frac{11}{2x+1} dx$$

$$= 7 \ln|x+1| - \frac{11}{2} \ln|2x+1| + c \text{ với } c \in \mathbb{R}$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Nếu không để ý sẽ rất nhiều bạn quên dấu trừ tuyệt đối ở trong hàm ln nên thường chọn đáp án B. Ngoài ra cũng rất dễ có thể nhầm sang phương án C và D.

Câu 38: Ta có: $z+1=3$ hoặc $z+1=-3$

Vậy $z=2$ hoặc $z=-4$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 39: (C): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$.

$$\Leftrightarrow (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \text{Tâm } I(1, 2, 3), \text{ bán kính } R=4$$

Mặt phẳng (β) song song với (α) nên:

$$(\beta): 3x - 6y + 2z + m = 0$$

$$(\beta) \text{ tiếp xúc với } (C)$$

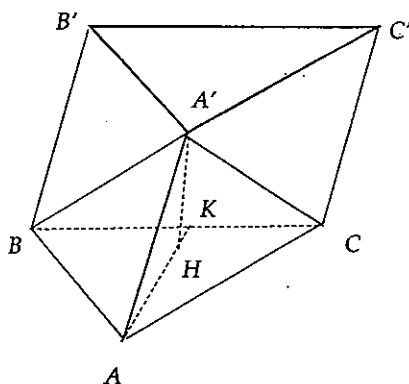
$$\Leftrightarrow d(I; (\beta)) = R = 4 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + m|}{\sqrt{3^2 + 6^2 + 2^2}} = 4$$

$$\Leftrightarrow |m-3| = 28 \Leftrightarrow m=31 \text{ hoặc } m=-25$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhân xét: Cần nắm rõ lý thuyết về phương trình mặt phẳng, các công thức về mối liên hệ giữa đường thẳng, mặt phẳng và mặt cầu.

Câu 40:



Kẻ đường cao $A'H$. Vì $A'A = A'B = A'C$ nên H là tâm tam giác đều ABC.

Góc giữa AA' và (ABC) là $60^\circ \Rightarrow A'H = 60^\circ$

Mặt khác ta có vì H là tâm tam giác đều ABC

$$\text{nên } AH = \frac{2}{3} AK = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow A'H = AH \tan 60^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = a$$

$$V_{\text{tăng trụ}} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 41: Số đỉnh bằng số mặt và bằng $n+1$.

Do đó, đáp án đúng là C.

Nhân xét: nắm rõ khái niệm về khối chóp.

Câu 42:

Gọi ba kích thước của hcn là a, b, c thì thể tích của nó là abc . Vậy nếu tăng mỗi kích thước lên k lần thì diện tích mới tăng k^3 lần. Do đó, đáp án đúng là C.

Nhân xét: cần nắm rõ kiến thức về tính thể tích.

Câu 43: Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \pm 2$

Do đó, đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: học sinh thường nhầm lẫn giữa các khái niệm tiệm cận ngang, xiên và dọc. Cần phân biệt rõ ràng khái niệm giữa các tiệm cận

Câu 44: Ta xét:

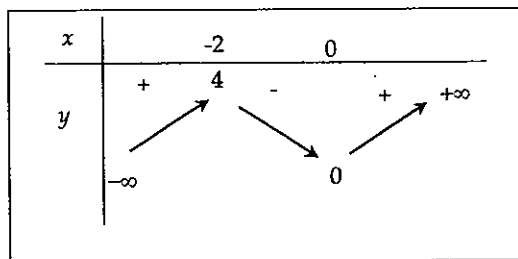
Hai đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ (1) và $y = 2 - m$ (2)

Để phương trình đề bài có đúng 2 nghiệm thì đồ thị của hai hàm số (1) và (2) giao nhau tại đúng 2 điểm.

Vẽ bảng biến thiên của $y = x^3 + 3x^2$

- Có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$.
- Vậy hai điểm cực trị là $(0;0)$ và $(-2;4)$

Ta có bbt:



Để thấy rằng để (2) giao (1) tại duy nhất 2 điểm thì $2 - m = 4$ hoặc $2 - m = 0$

Vậy $m = -2$ hoặc $m = 0$

Do đó, đáp án đúng là B.

Nhân xét: Với những bài toán tìm điều kiện của m để xác định số nghiệm, vẽ bảng biến thiên thường

là phương pháp dễ dàng và đơn giản nhất để làm bài toán.

Câu 45: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có dạng: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0)$ tại $x_0 = 2$

$$\text{Có } f'(x_0) = x^4 + 2x^2 \Rightarrow f'(2) = 24$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhân xét: cần nhớ rõ công thức về tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Câu 46: Phương trình tương đương với:

$$(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 1)(2^x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 1 \text{ hoặc } 2^x = 2 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Câu 47: Ta có:

$$d/d' \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{u}_{d'} = (1; 2; 2)$$

Giả sử đường thẳng d cắt Oz tại $A(0; 0; a)$

$$\Rightarrow (d'): \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = a + 2t \end{cases}$$

Ta có:

$$d(M, (d')) = \frac{|\vec{u}_{d'} \cdot \vec{AM}|}{|\vec{u}_{d'}|} = \frac{|\sqrt{5a^2 - 2a + 2}|}{3} = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{7}{5} \end{cases}$$

Vậy có hai đường thẳng cần tìm:

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}; \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = \frac{7}{5} + 2t \end{cases}$$

Do đó, đáp án đúng là C.

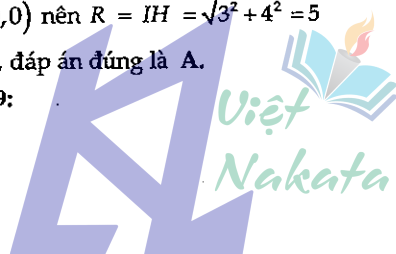
Câu 48: Bán kính của mặt cầu bằng khoảng cách của tâm I đối với trục Ox

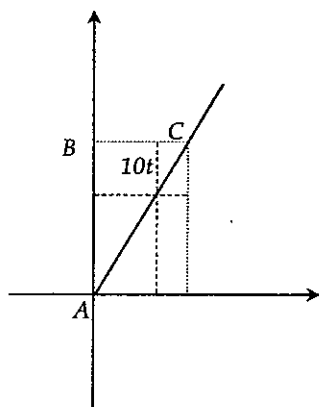
Mặt khác ta có hình chiếu của I xuống Ox là

$$H(6; 0; 0) \text{ nên } R = IH = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 49:





Câu 50: Do hình lập phương có cạnh là 10cm nên đường kính tối đa của quả trứng hình cầu sẽ là 10cm

$\Rightarrow$ bán kính tối đa của quả trứng sẽ là $R \leq 5$

$\Rightarrow$ thể tích lớn nhất của quả trứng là:

$$V_{\max} = \frac{4}{3}\pi R_{\max}^3 = \frac{500}{3}\pi (\text{cm}^3) = \frac{1}{6}\pi (\text{dm}^3)$$

Do đó, đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều bạn sẽ có thể nhầm khi đổi từ đơn vị cm^3 sang dm^3 và rất dễ chọn nhầm thành đáp án A.

Xét ở thời điểm t

Tọa độ của con chuồn chuồn bay từ B về A là $(0; 100 - 5t)$

Do con chuồn chuồn bay từ C về A trên đường thẳng AC có hệ số góc $k = \tan \alpha = \frac{4}{3}$ nên tọa độ của con chuồn chuồn này là:

$$\begin{cases} x = 60 - 10t \cdot \cos \alpha = 60 - 10t \cdot \frac{3}{5} = 60 - 6t \\ y = 80 - 10t \cdot \sin \alpha = 80 - 8t \end{cases}$$

Như vậy ở thời điểm t khoảng cách giữa 2 con chuồn chuồn sẽ là: $d = \sqrt{(60 - 6t)^2 + (20 + 3t)^2}$

Khoảng cách giữa 2 con chuồn chuồn nhỏ nhất khi và chỉ khi $(60 - 6t)^2 + (20 + 3t)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất với $t \in [0; 10]$

Xét $f(t) = (60 - 6t)^2 + (20 + 3t)^2$ trên $[0; 10]$

Ta có: $f'(t) = 90t - 600 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{20}{3}$

$$\Rightarrow \min f(t) = f\left(\frac{20}{3}\right) = 2000$$

$\Rightarrow$ khoảng cách ngắn nhất giữa 2 con chuồn chuồn trong quá trình bay là $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}(\text{m})$

Do đó, đáp án đúng là D.

Nhận xét: Đây là một bài toán cần khả năng tư duy thật nhanh khi làm bài thi trắc nghiệm. Và bài toán này cũng cần khả năng tính toán rất cẩn thận vì số liệu khá lớn. Ở bước sử lý đạo hàm của hàm số $f(t)$ nếu tính toán sai rất có thể các bạn sẽ chọn min ở 2 đầu của đoạn $[0; 10]$ nên sẽ chọn đáp án B hoặc C.



ĐỀ SỐ 17

Câu 1: Phương trình thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 - x + 1$ là

- A. $y = -\frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$ B. $y = \frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$ C. $y = \frac{38}{9}x - \frac{5}{9}$ D. Đáp án khác

Câu 2: Hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ khi x bằng

- A. -2 B. 2 C. 1 D. -1

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C) cắt trục hoành tại điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là

- A. $M(-1;0)$ B. $M(0;-1)$ C. $M(-1;-1)$ D. $M(0;1)$

Câu 4: Trong mặt phẳng $Oxyz$ cho $A(3,4,-1)$; $B(2,0,3)$; $C(-3;5;4)$. Khi đó diện tích tam giác ABC là

- A. 7 B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$ C. $\frac{29}{2}$ D. Đáp án khác

Câu 5: Cho $\log_a b > 0$ ($b > 0, 0 < a \neq 1$). Khi đó phát biểu đúng nhất là

- A. a, b là các số thực cùng lớn hơn 1
 B. a, b là các số thực cùng nhỏ hơn 1
 C. a, b là các số thực cùng lớn hơn 1 hoặc cùng thuộc khoảng $(0;1)$
 D. a là số thực lớn hơn 1 và b là số thực thuộc khoảng $(0;1)$

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = x^x$ là:

- A. $x^x(\ln x + 1)$ B. $x^x \ln x$ C. $x \ln x$ D. $x^x \ln x - 1$

Câu 7: Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu VNĐ lãi suất 5,17%/tháng (lãi tháng trước cộng vào lãi tháng sau). Tính số tiền người đó có được sau 6 tháng? (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy)

- A. 135,32 triệu B. 35,32 triệu C. 1,91 triệu D. 101,91 triệu

Câu 8: Cho số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Nhận xét đúng trong các nhận xét sau là

- A. bi là phần ảo của z
 B. $a^2 + b^2$ là mô đun của z
 C. Điểm $M(a,b)$ là điểm biểu diễn của số phức z trong một hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng.
 D. $a + bi$ và $a - bi$ là 2 số phức có mô đun khác nhau

Câu 9: Cho số phức z thỏa mãn: $|z + i + 1| = |z - 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là

- A. $|z| = \frac{1}{2}$ B. $|z| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $|z| = \sqrt{2}$ D. $|z| = 2$

Câu 10: Tính tổng $a + b + c$ biết:
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^2 - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$$

 $a, b \in \mathbb{Q}, c > 0$

- A. 4 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 11: Hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x}}{\ln(x-2)}$ có tập xác định D. Khi đó

- A. $D = [2;4]$ B. $D = (2;4]$ C. $D = (2;4)$ D. $D = (2;4] \setminus \{3\}$

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = 5x - 6$ là

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 13: Tọa độ điểm M là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-7}$ là

- A. $M(2;7)$ B. $M(-2;-7)$ C. $M(7;1)$ D. $M(1;7)$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là

- A. $(P): x+2y+3z-14=0$ B. $(P): x+2y+3z+14=0$
C. $(P): x-2y+3z-14=0$ D. $(P): x-2y-3z+14=0$

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$. Khi đó (S) có

- A. Tâm $I(-2;4;6)$; bán kính $R=\sqrt{58}$ B. Tâm $I(2;-4;6)$; bán kính $R=\sqrt{58}$
C. Tâm $I(-1;2;-3)$; bán kính $R=4$ D. Tâm $I(1;-2;3)$; bán kính $R=4$

Câu 16: Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 đều có mô đun bằng 1. Khi đó ta có:

- A. $|z_1+z_2+z_3|=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$ B. $|z_1+z_2+z_3|>|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$
C. $|z_1+z_2+z_3|<|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$ D. $|z_1+z_2+z_3|=-|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$

Câu 17: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{6}$ và $d_2: \frac{x+1}{3}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-2}{-7}$ có vị trí tương đối là

- A. Song song B. Chéo nhau C. Cắt nhau D. Trùng nhau

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA=a\sqrt{3}$. SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Góc tạo bởi 2 đường thẳng SB và CD là

- A. 60° B. 120° C. 30° D. 150°

Câu 19: Tích phân $I=\int_{-1}^2 x|x|dx$ có kết quả là

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

Câu 20: Một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc của tấm bìa một hình vuông có cạnh bằng $12cm$ rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không nắp. Nếu dung tích của hộp bằng $4800cm^3$ thì cạnh của tấm bìa có độ dài là

- A. $38cm$ B. $36cm$ C. $44cm$ D. $42cm$

Câu 21: Giá trị của m để phương trình $2^x+3=m\sqrt{4^x+1}$ có 2 nghiệm phân biệt là

- A. $m \leq \frac{1}{3}$ B. $m > \sqrt{10}$ C. $3 < m < \sqrt{10}$ D. $1 \leq m < 3$

Câu 22: Cho 2 số phức $z_1=3+4i$ và $z_2=4-3i$. Khi đó ta có:

- A. $|z_1|=|z_2|$ B. $|z_1|>|z_2|$ C. $|z_1|<|z_2|$ D. $|z_1|=-|z_2|$

Câu 23: Tập hợp các điểm M biểu diễn của số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+2-3i}{z+4-i} \right|=1$ là

- A. Đường thẳng $x+2y+1=0$ C. Đường tròn $(x-2)^2+y^2=1$
B. Đường thẳng $x-2y-1=0$ D. Đường tròn $(y-2)^2+x^2=1$

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi bởi các đường thẳng $y=x^2$ và $x=y^2$ là

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{-4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{-1}{3}$

Câu 25: Giá trị của m để hàm số $f(x)=mx^3-(2m+1)x^2+(m-2)x-2$ đồng biến trên R là

- A. $0 < m \leq -5+2\sqrt{6}$ B. $0 < m < -5+2\sqrt{6}$
C. $-5-2\sqrt{6} < m < -5+2\sqrt{6}$ D. Không có giá trị m thỏa mãn.



Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}(C)$. Giá trị của M thuộc (C) để tổng khoảng cách từ M đến 2 trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất là

- A. $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ B. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ C. $M\left(-2; \frac{5}{3}\right)$ D. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$

Câu 27: Số cặp giá trị (x, y) thỏa mãn phương trình $(x - yi - 1)^2 = -1$ là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 28: Cho $A(1; 4; -7)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$
C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-7}{-2}$ D. A, B, C đều sai

Câu 29: Số nghiệm trên tập C của phương trình $z^4 - z^3 + \frac{z^2}{2} + z + 1 = 0$ là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt đáy, tam giác SAB cân tại A . Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{4a^3}{3}$ (đvtt). Khi đó độ dài đoạn thẳng SC là

- A. $3a$ B. $2a$ C. $\sqrt{6}a$ D. Đáp án khác

Câu 31: Giá trị của x thỏa mãn phương trình $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11$ là

- A. 729 B. 243 C. 81 D. 27

Câu 32: Số đường thẳng đi qua điểm $A(0; 3)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 33: Cho phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tổng mô đun số phức của các nghiệm phức của phương trình là

- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. $2 + 2\sqrt{3}$ D. $4 + 2\sqrt{3}$

Câu 34: Cho $z = \frac{1-i}{1+i}$. Phần thực và phần ảo của số phức z^{2017} bằng

- A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 0. B. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1.
C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -i. D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1.

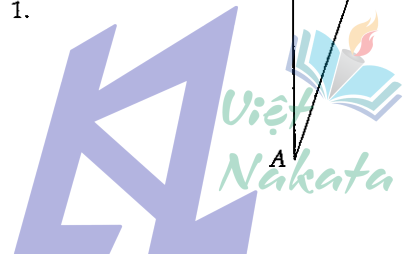
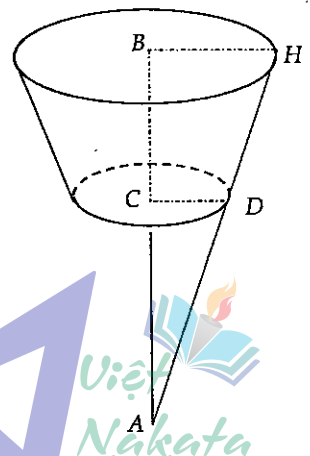
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc tạo bởi SB và (ABC) bằng 60° . Khoảng cách từ A đến (SBC) tính theo a là

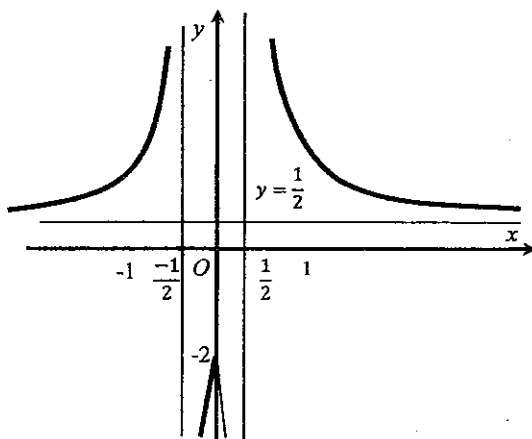
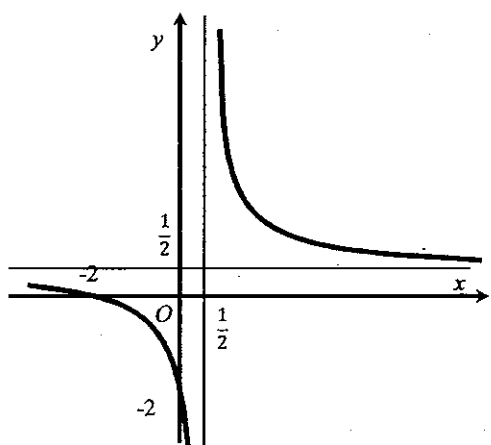
- A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ B. $\frac{3a}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$ D. $\frac{5a}{3}$

Câu 36: Một cái xô hình nón cụt có kí hiệu như hình vẽ với số liệu: $AC = 9; AB = 21$. Tính diện tích toàn phần của cái xô.

- A. $3645,54(cm^2)$ B. $3391,2(cm^2)$
C. $5030,28(cm^2)$ D. $4775,94(cm^2)$

Câu 37: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị hàm số là hình 1.





Hỏi hình 2 là đồ thị hàm số của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$ B. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$ C. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$ D. $y = \frac{x+2}{2x-1}$

Câu 38: Họ nguyên hàm của hàm số $y = (x^4 + 4x^3 + x^2)$ là

- A. $\frac{x^5}{5} + x^4 + \frac{x^3}{3}$ B. $\frac{x^5}{5} + x^4 + \frac{x^3}{3} + C$ C. $4x^3 + 12x^2 + 2x + C$ D. $x^4 + \frac{x^3}{3} + x^2 + C$

Câu 39: Giá trị của biểu thức $P = \frac{2^{-3} \cdot 5^{-2} + 5^{-3} \cdot 2^{-1}}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0}$ là

- A. -0,01 B. -0,001 C. -0,0001 D. 0,001

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ sao cho SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$.

Thể tích hình chóp đó là

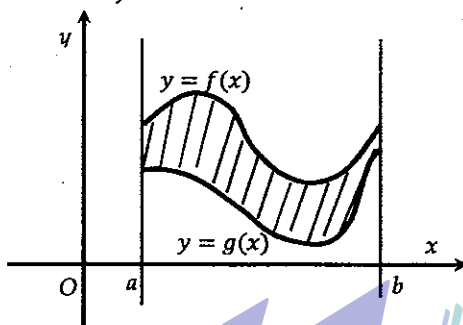
- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. a^3 D. $\frac{a^3}{4}$

Câu 41: Rút gọn biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}} : x^{\frac{13}{16}}$ ta được

- A. $\frac{5}{32}$ B. $\frac{27}{16}$ C. $\frac{31}{32}$ D. $\frac{15}{32}$

Câu 42: Diện tích hình phẳng bên được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$
 B. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$
 C. $S = \left| \int_a^b [g(x) - f(x)] dx \right|$
 D. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$



Câu 43: Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất

- A. 3 mặt B. 2 mặt C. 5 mặt D. 4 mặt

Câu 44: Độ giảm huyết áp của bệnh nhân được tính theo công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó $x > 0$ (miligam) là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần phải tiêm cho bệnh nhân liều lượng bằng bao nhiêu?

- A. 20mg B. 15mg C. 30 mg D. 40mg

Câu 45: Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(0;0;2), B(1;0;1), C(3;-1;0)$. Hỏi tọa độ trọng tâm của tam giác này là bao nhiêu?

- A. $\left(\frac{-4}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$ B. $\left(2; \frac{-1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(\frac{4}{3}; \frac{-1}{3}; 1\right)$ D. $\left(-2; \frac{1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ sao cho $SA=SB=SC=a$ và chúng đôi một vuông góc với nhau. Khoảng cách từ S đến mp(ABC) là

- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 47: Nếu $\log_2 3 = a; \log_2 5 = b$ thì

- A. $\log_2 \sqrt[3]{360} = \frac{1}{3} + \frac{a}{4} + \frac{b}{6}$ B. $\log_2 \sqrt[3]{360} = \frac{1}{2} + \frac{a}{6} + \frac{b}{3}$
C. $\log_2 \sqrt[3]{360} = \frac{1}{2} + \frac{a}{3} + \frac{b}{6}$ D. $\log_2 \sqrt[3]{360} = \frac{1}{6} + \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$

Câu 48: Nghiệm của phương trình $7^{x+7} = 8^x$ có thể viết dưới dạng $x = \log_a(7^7)$. Giá trị của a là

- A. $\frac{7}{15}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{8}{7}$ D. $\frac{15}{7}$

Câu 49: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua $A(0;-1;2); B(1;0;3)$ và tiếp xúc với $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$?

- A.1 B.2 C.3 D.4

Câu 50: Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \log_{225} x + \log_{64} y = 4 \\ \log_x 225 - \log_y 64 = 1 \end{cases}$ là $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$. Giá trị của

$\log_{30}(x_1 y_1 x_2 y_2)$ là

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13



BẢNG ĐÁP ÁN

1 A	2 B	3 A	4 D	5 C	6 A	7A	8 C	9 B	10 A
11D	12D	13C	14A	15 D	16 A	17 B	18 A	19 C	20 C
21 C	22A	23 A	24 C	25D	26 A	27 B	28B	29 D	30D
31A	32D	33 D	34 B	35 A	36A	37 C	38B	39 A	40 C
41A	42 D	43 A	44 A	45 C	46 B	47 C	48 C	49 B	50 C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Phương pháp giải:

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D

Bước 1: Tính đạo hàm cấp một của hàm số y .

Bước 2: Lấy y chia cho y' được thương là đa thức q và số dư là đa thức r . Khi đó ta có $y = y'.q + r$

Bước 3: Kết luận đa thức r chính là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu.

Tuy nhiên do chúng ta thì dưới hình thức trắc nghiệm nên tôi xin trình bày lời giải bằng phương pháp CASIO như sau:

$$y' = 3x^2 - 8x - 1$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4 + \sqrt{19}}{3} & \text{SHIFT STO A} \\ x = \frac{4 - \sqrt{19}}{3} & \text{SHIFT STO B} \end{cases}$$

Từ A tính được $y(A)$, B tính $y(B)$, sau đó ta gán $y(A)$ cho C và $y(B)$ cho D. Vậy ta có 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $(A; C), (B; D)$

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} Ax + y = C \\ Bx + y = D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-38}{9} \\ y = \frac{5}{9} \end{cases}$$

Vậy đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

$$y = \frac{-38}{9}x + \frac{5}{9}$$

Cách 3: Bấm máy tính:

Như trong video kèm theo sách thì ta có chứng minh công thức

Phương trình đi qua 2 điểm cực trị của hàm số

$$\text{bậc 3: } g(x) = y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$$

Chuyển máy tính sang chế độ tính toán với số phức **MODE** 2:CMPLX

Khi đó nhập biểu thức vào máy tính rồi gán x cho i ta được màn hình hiện:

$$\frac{5}{9} - \frac{38}{9}i$$

Thay i bằng x ta được phương trình:

$$y = \frac{-38}{9}x + \frac{5}{9}$$

Câu 2: Đáp án B

$$y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1 \geq 1 \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của y là 1 khi $x = 2$

Đến đây nhiều bạn sẽ chọn C tuy nhiên đề bài hỏi giá trị của x nên đáp án đúng là đáp án B.

Câu 3: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) với

$$Ox \text{ là } \frac{x+1}{x-1} = 0 \Rightarrow x = -1$$

Vậy $M(-1; 0)$

Câu 4: Đáp án D

Để tính diện tích tam giác ABC trong mặt phẳng $Oxyz$ ta làm như sau:

Bước 1: Tính $\overline{AB}, \overline{AC}$

$$\text{Bước 2: Tính } S_{ABC} = \frac{1}{2} [\overline{AB}, \overline{AC}]$$

Quay trở lại với bài toán ta có:

$$\overline{AB}(-1; -4; 4), \overline{AC}(-6; 1; 5)$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} [\overline{AB}, \overline{AC}] = \frac{\sqrt{1562}}{2}$$

Câu 5: Đáp án C

$$\log_a b > 0 \text{ với } (b > 0; 0 < a \neq 1)$$

$$\text{Với } a > 1 \text{ thì } b > a^0 = 1$$

$$\text{Với } 0 < a < 1 \text{ thì } 0 < b < a^0 = 1$$

Vậy: A chỉ là 1 trường hợp của bất phương trình ban đầu.

B sai do a, b cùng nhỏ hơn 1 thì a có thể âm suy ra $\log_a b$ không tồn tại.

C đúng nhất. Đặt $x = \log_a b \Rightarrow b = a^x, x > 0$ nếu $a > 1$ suy ra $b > 1$; nếu $a \in (0; 1)$ suy ra $b \in (0; 1)$

D sai tương tự câu C, nếu $a > 1$ thì $b > 1$

Câu 6: Đáp án A

$$y = x^x \Rightarrow \ln y = x \ln x \Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln x + 1$$

$$\Rightarrow y' = (\ln x + 1)y = (\ln x + 1)x^x$$

B sai do các bạn học sinh lầm tưởng đây là dạng đạo hàm của $(a^x)' = a^x \ln a$ hay $(x^x)' = x^x \ln x$

C sai do các bạn lầm tưởng đây là đạo hàm của $(x^a)' = ax^{a-1}$ hay $(x^x)' = x \cdot x^{x-1} = x^x$

Câu 7: Đáp án A

Đây là bài toán lãi kép có nghĩa là tính lãi tháng trước cộng vào lãi tháng sau nên ta có tổng số tiền nhận được sau 6 tháng sẽ là $100.1,0517^6 = 135,32$ triệu VNĐ.

Trong quá trình tính toán nếu đọc nhanh ta sẽ có thể bị nhầm tưởng thu mỗi tiền lãi sẽ khoanh đáp án B. Cũng có trường hợp không hiểu thế nào là lãi kép tính thành lãi đơn, dẫn đến sai lầm như C và D

Câu 8: Đáp án C

A sai do b là phần ảo của số phức, a là phần thực của số phức

B sai do $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

C đúng theo định nghĩa sách giáo khoa cơ bản trang 131.

D sai vì $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (-b)^2} = |z|$

Câu 9: Đáp án B

Gọi số phức cần tìm là $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó từ giả thiết ta có

$$|a + bi + i + 1| = |a - bi - 2i|$$

$$\Leftrightarrow (a+1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (b+2)^2$$

$$\Leftrightarrow 2a - 2b - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow a = b + 1$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (b+1)^2 + b^2 = 2b^2 + 2b + 1 \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow |z| \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2}$$

Câu 10: Đáp án A

$$\text{Đặt } \sin x = t, t \in [-1; 1] \Rightarrow \cos x dx = dt$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$$

Lúc đó:

$$I = \int_0^1 \frac{dt}{t^2 - 5t + 6} = \int_0^1 \frac{dt}{(t-2)(t-3)}$$

$$= (\ln|t-3| - \ln|t-2|) \Big|_0^1 = \ln \frac{4}{3}$$

Khi đó $a = 1, b = 0, c = 3$ hay $a + b + c = 1 + 3 + 0 = 4$

Câu 11: Đáp án D

A sai vì không tồn tại $\ln 0 (\exists \ln a \Leftrightarrow a > 0)$

B sai vì y là hàm phân thức nên mẫu số của y phải khác 0 hay $\ln(x-2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

C sai vì $\sqrt{4-x}$ tồn tại khi $4-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$

D đúng

Câu 12: Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng là:

$$x^2 = 5x - 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2; x = 3$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường

$$\text{thẳng là: } S = \int_2^3 |x^2 - 5x + 6| dx$$

Theo cách xét dấu tam thức bậc hai đã được học từ lớp 10 ta có:

$f(x) < 0$ trong khoảng hai nghiệm $(2; 3)$ nên

$$S = -\int_2^3 (x^2 - 5x + 6) dx = \frac{1}{6}$$

Nhiều bạn sẽ chọn A tuy nhiên đề bài hỏi diện tích mà bạn thấy có bao giờ diện tích âm đâu!

Từ (1) ta có $S = \frac{1}{6}$ nên đáp án đúng là D

Câu 13: Đáp án C

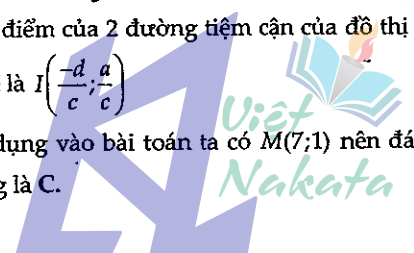
Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận

đứng là $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$ nên

giao điểm của 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm

số sẽ là $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

Áp dụng vào bài toán ta có $M(7;1)$ nên đáp án đúng là C.



Các em phải phân biệt và nhớ rõ $\left(\frac{-d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ và $\left(\frac{a}{c}; \frac{-d}{c}\right)$ để không bị nhầm lẫn.

Câu 14: Đáp án A

Ta có $d(O, (P)) \leq OA$ do đó $d(O, (P))_{\max} = OA$.

Điều đó xảy ra khi $OA \perp (P)$ nên mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng qua A và vuông góc với OA .

$\overline{OA}(1; 2; 3)$. Vậy $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$

Nhận xét: Bài toán trên kiểm tra các bạn kiến thức về hình học là chủ yếu (tính chất $d(O, (P)) \leq OA$) ngoài ra còn kiểm tra kĩ năng tính toán, nếu không cẩn thận bạn sẽ mắc vào đáp án bẫy đề ra (xác định sai $\overline{OA}$)

Câu 15: Đáp án D

Phương trình mặt cầu (S) bất kì có dạng

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

$S: (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4^2$ nên mặt cầu S

có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$

Câu 16: Đáp án A

Vì $|z_1 z_2 z_3| = 1$ nên

$$\begin{aligned} |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1| &= \left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 z_2 z_3} \right| \\ &= \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right| \end{aligned}$$

Ta có

$$\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right| = \left| \overline{z_1} + \overline{z_2} + \overline{z_3} \right| = \left| \overline{z_1 + z_2 + z_3} \right| = |z_1 + z_2 + z_3|$$

$$\text{hay } |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1| = |z_1 + z_2 + z_3|$$

Câu 17: Đáp án B

Ta có:

$$d_1 \begin{cases} \overline{u_1} = (1; 2; 3) \\ M_1(3; 6; 6) \end{cases} \quad d_2 \begin{cases} \overline{u_2} = (3; 3; -7) \\ M_2(2; -1; -5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\overline{u_1}; \overline{u_2} \right] = (-23; 16; -3)$$

$$\Rightarrow \overline{M_1 M_2}(-1; -7; -11)$$

$$\Rightarrow \left[\overline{u_1}; \overline{u_2} \right] \cdot \overline{M_1 M_2} = -56 \neq 0$$

Nên hai đường thẳng đã cho chéo nhau.

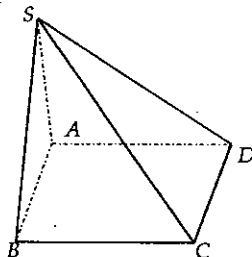
Câu 18: Đáp án A

$$CD \parallel AB \Rightarrow (SB, CD) = (SB, AB) = SBA$$

Xét tam giác SAB ta có

$$\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$$

$$\text{Vậy } (SB, CD) = 60^\circ$$



Câu 19: Đáp án C

Cách 1:

$$I = \int_{-1}^2 |x| dx = -\int_{-1}^0 x dx + \int_0^2 x dx = \frac{5}{2} \text{ nên chọn C}$$

Lời giải sai:

$$I = \int_{-1}^2 |x| dx = \int_{-1}^0 x dx + \int_0^2 x dx = \frac{3}{2} \text{ chọn B.}$$

Cách 2: Để phù hợp với thi trắc nghiệm các bạn có thể dùng máy tính CASIO cho các hàm nhỏ, gọn để tốc độ làm bài được nhanh hơn.

Lưu ý:

1. Dấu $| |$ trong máy tính CASIO được bấm bằng tổ hợp phím **SHIFT** + **hyp**

2. Trong khi làm các bài tập về tích phân mà các hàm có chứa dấu trị tuyệt đối, các bạn phải xét chiều biến thiên của hàm số đó để xét dấu của hàm số rồi tính nguyên hàm

Câu 20: Đáp án C

Gọi cạnh của hình vuông ban đầu là x (cm)

Theo đề bài ta có:

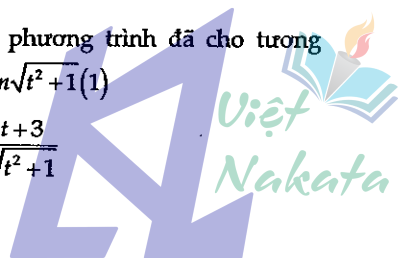
$$V_{\text{hình hộp sau khi cắt}} = (x-24)^2 \cdot 12 = 4800.$$

Suy ra $x = 44$ (cm)

Câu 21: Đáp án C

Đặt $2^x = t$ khi đó phương trình đã cho tương đương với $t + 3 = m\sqrt{t^2 + 1}$ (1)

$$\text{Từ (1) ta có } m = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}$$



Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}$ và đường thẳng $y = m$

Xét $f(t) = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}$ với $t \in (0; +\infty)$

Ta có: $f'(t) = \frac{1-3t}{(t^2+1)\sqrt{t^2+1}}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{10}$; $f(0) = 3$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 1$

Lập nhanh bảng biến thiên của hàm số ta thấy ngay được khi $3 < m < \sqrt{10}$ thì đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}$ cắt nhau tại 2 điểm.

Câu 22: Đáp án A

$$\left. \begin{aligned} |z_1| &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \\ |z_2| &= \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |z_1| = |z_2|$$

Câu 23: Đáp án A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Từ giả thiết ta có

$$\bar{z} = a - bi$$

$$\begin{aligned} |a+2+(b-3)i| &= |a+4-(b+1)i| \\ \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b-3)^2 &= (a+4)^2 + (b+1)^2 \\ \Leftrightarrow a+2b+1 &= 0 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x+2y+1=0$

Câu 24: Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng $y = x^2$ và $x = y^2$ là

$$x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = 0; x = 1$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y = x^2$ và $x = y^2$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 |x^2 - \sqrt{x}| dx = \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{2}} - x^2 \right) dx \\ &= \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Câu 25: Đáp án A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = 3mx^2 - 2(2m+1)x + (m-2)$$

Điều kiện để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ (Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm).

$$\Leftrightarrow 3mx^2 - 2(2m+1)x + m - 2 \geq 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m > 0 \\ \Delta_1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 + 10m + 1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset$$

Vì $-5 + 2\sqrt{6} < 0$

Nhiều bạn sẽ chọn ngay đáp án A khi giải bất phương trình (1) mà không để ý điều kiện để bất phương trình bậc hai xảy ra dẫn đến sai lầm. Qua bài này các em ghi nhớ thêm được điều kiện để $ax^2 + bx + c \geq 0$ là $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac \leq 0 \end{cases}$

Câu 26: Đáp án A

Giả sử ta tìm được điểm $M\left(m; \frac{2m-1}{m-1}\right)$ là điểm thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Ta có khoảng cách từ M đến 2 trục tọa độ là

$$P = |m| + \left| \frac{2m-1}{m-1} \right|$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của P

$$\text{Nếu } m > \frac{1}{2} \Rightarrow P = |m| + \left| \frac{2m-1}{m-1} \right| > |m| > \frac{1}{2}$$

$$\text{Nếu } m < 0 \Rightarrow P = |m| + \left| \frac{2m-1}{m-1} \right| > \left| \frac{2m-1}{m-1} \right| > 1$$

$$\text{Nếu } 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$$

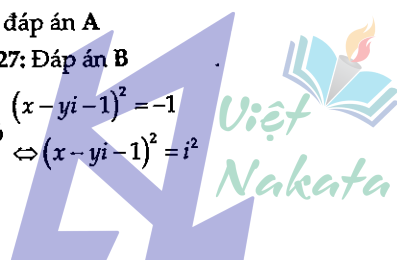
$$\begin{aligned} \Rightarrow P &= |m| + \left| \frac{2m-1}{m-1} \right| = \frac{m^2 + m - 1}{m - 1} \\ &= \frac{(2m-1)(m+1)}{2(m-1)} + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

So sánh các giá trị nhỏ nhất ta có giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1}{2}$ đạt được khi $m = \frac{1}{2}$ hay $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ nên

chọn đáp án A

Câu 27: Đáp án B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (x-yi-1)^2 &= -1 \\ \Leftrightarrow (x-yi-1)^2 &= i^2 \end{aligned}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-yi-1=i \\ x-yi-1=-i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+(-y)i=1+i \\ x+(-y)i=1-i \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x;y) \in \{(1,1);(1,-1)\}$$

Vậy có 2 cặp giá trị $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 28: Đáp án B

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;2;-2)$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên đường thẳng đó nhận $\vec{n}$ là vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng d là:

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$$

Câu 29: Đáp án D

Tôi muốn nhắc lại cho các bạn về phương pháp giải phương trình trên tập số phức!

Ta thấy $z=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho

Chia cả 2 vế của phương trình cho z^2 ta được:

$$\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right) - \left(z - \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(z - \frac{1}{z}\right)^2 + 2\right) - \left(z - \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(z - \frac{1}{z}\right)^2 - \left(z - \frac{1}{z}\right) + \frac{5}{2} = 0(3)$$

Giải phương trình (3) ta được 2 nghiệm phức, với mỗi nghiệm phức của phương trình (3) ta giải được 2 nghiệm phức khác nhau. Vậy phương trình đã cho có tất cả 4 nghiệm phức khác nhau

Câu 30: Đáp án D

Kẻ $SH \perp AB$

$$\left. \begin{array}{l} SH \perp AB \\ \text{Ta có: } AB = (ABCD) \cap (SAB) \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot 4a^2 = \frac{4a^3}{3}$$

$$\Rightarrow SH = a$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{3}a$$

$$\Rightarrow HC^2 = BC^2 + BH^2 = 4a^2 + (2 - \sqrt{3})^2 a^2$$

$$\Rightarrow SC = \sqrt{SH^2 + HC^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + 4a^2 + (2 - \sqrt{3})^2 a^2} = \sqrt{12 - 4\sqrt{3}}a$$

Câu 31: Đáp án A

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_3 x + \log_3 x + \log_3 x = 11$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + \log_3 x + \log_3 x = 11$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = 11$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \log_3 x = 11$$

$$\Rightarrow x = 729$$

Câu 32: Đáp án D

Với dạng bài này, tôi sẽ vẽ nhanh dạng đồ thị của hàm số sau đó dùng tương quan để đánh giá số đường thẳng đi qua điểm đã cho và tiếp xúc với đồ thị hàm số

Từ đồ thị hàm số trên ta thấy có tất cả 3 đường thẳng đi qua $A(0;3)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số đã cho.

Câu 33: Đáp án D

Đặt $t = z^2$ khi đó phương trình đã cho có dạng

$$t^2 - t - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -3 \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z_1 = 2; z_2 = -2 \\ z_3 = -i\sqrt{3}; z_4 = i\sqrt{3} \end{cases}$$

Do đề bài hỏi mô đun các nghiệm phức nên ta có $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 4 + \sqrt{3}$

Chú ý: Nhiều độc giả tính cả $z_1; z_2$ nên chọn D là sai.

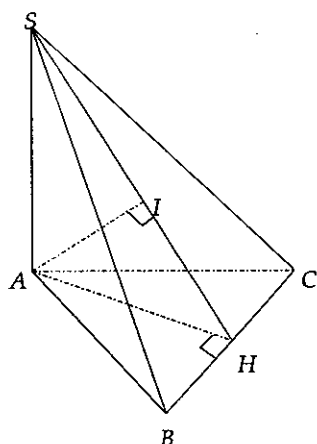
Câu 34: Đáp án D

$$\text{Ta có } z = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{1+i} = -i$$

$$\text{Suy ra: } z^{2017} = (-i)^{2017} = (-i)^{504 \cdot 4 + 1} = -i$$

Câu 35: Đáp án A





$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$$

$$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$$

$$\Rightarrow SBA = 60^\circ$$

$$AH \perp BC, AI \perp SH \Rightarrow AI \perp (SBC)$$

$$d_{A(SBC)} = \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{5}{3a^2}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{\sqrt{15}}{5}a$$

Câu 36: Chọn A

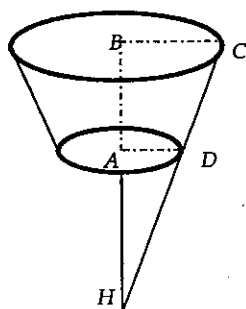
Các giao điểm ta lấy như trên hình vẽ.

Áp dụng định lý Ta-lét ta có

$$\frac{CD}{BH} = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow AC = 27 \Rightarrow AB = 63$$

$$S_{day xo} = \pi \cdot CD^2 = 254,34 (dvd)$$



$$S_{xq \text{ hình nón to}} = \pi \cdot BH \cdot AB = 4154,22 (dvd)$$

$$S_{xq \text{ hình nón nhỏ}} = \pi \cdot CD \cdot AC = 763,02 (dvd)$$

$$\Rightarrow S_{xq \text{ nón cut}} = S_{xq \text{ nón to}} - S_{xq \text{ nón nhỏ}} = 3391,2 (dvd)$$

$$\Rightarrow S_{tp \text{ của } xo} = S_{xq \text{ hình nón cut}} + S_{day xo} = 3645,54 (dvd)$$

Trong bài toán trên khối lượng tính toán nhiều dẫn đến nhiều sai lầm, có bạn quên không tính diện tích đáy mà tính mỗi diện tích xung quanh dẫn đến chọn đáp án B, không xác định rõ diện tích đáy với diện tích giới hạn bởi miệng xô nên chọn nhầm đáp án C và D, đó là điều đáng tiếc, các bạn nên tránh.

Câu 37: Đáp án C

A sai vì đây là dạng đồ thị $y = |f(|x|)|$ suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$.

B sai vì đây là đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$

C đúng vì đây là đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$

D sai vì đây là dạng đồ thị hàm số $y = \frac{P(x)}{|Q(x)|}$

được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$

Câu 38: Đáp án B

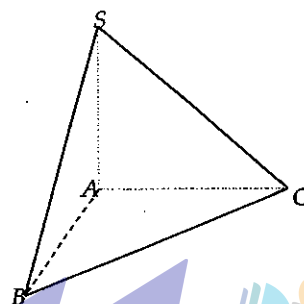
$$\int (x^4 + 4x^3 + x^2) dx = \frac{x^5}{5} + x^4 + \frac{x^3}{3} + C$$

Một số bạn quên họ nghiệm của nguyên hàm nên chọn A

Một số bạn lại tính nhầm thành tính đạo hàm của hàm số nên chọn C

Câu 39: Đáp án A

Câu 40: Đáp án C



$$\left. \begin{array}{l} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (SBC)$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{SBC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = a^3$$

Câu 41: Đáp án A

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}} : x^{\frac{13}{16}} = x^{\frac{31}{32}} : x^{\frac{13}{16}} = x^{\frac{5}{12}}$$

Nếu các bạn hiểu sai $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}} = (\sqrt{x})^5$ sẽ

chọn đáp án B

Câu 42: Đáp án D

Câu này chỉ kiểm tra kiến thức cơ bản của sách giáo khoa.

Câu 43: Đáp án A

Đa diện nhỏ nhất là tứ diện, có 4 mặt nên mỗi đỉnh sẽ là đỉnh chung của 3 mặt

Câu 44: Đáp án A

Xét hàm $G(x) = 0,025x^2(30-x) (x \in (0; 30])$

Ta có $G'(x) = 1,5x - 0,075x^2$

$G'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 20$

Lập nhanh bảng biến thiên ta có $x = 20$ thì lượng huyết áp giảm nhiều nhất

Câu 45: Đáp án C

Đây là câu kiểm tra công thức cơ bản.

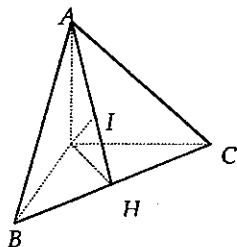
Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

Câu 46: Đáp án B

$$SH \perp BC \Rightarrow SH = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Kẻ $SI \perp AH$



Ta có $\left. \begin{matrix} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{matrix} \right\} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow BC \perp SA$

Lại có

$\left. \begin{matrix} SH \perp BC \\ BC \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SI$

$\left. \begin{matrix} SI \perp AH \\ SI \perp BC \end{matrix} \right\} \Rightarrow SI \perp (ABC)$

$$\frac{1}{SI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SA^2}$$

$$\Rightarrow SI = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Lưu ý: Tứ diện mà có $SA \perp SB \perp SC$ gọi là tứ diện vuông

$$\text{Khi đó } \frac{1}{d_{(S, (ABC))}^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$$

Câu 47: Đáp án C

Bài toán này là thuần túy là tính toán xử lý số liệu.

Câu 48: Đáp án C

Đặt $\log_a 7^7 = x \Rightarrow 7^7 = a^x$

$$\text{Ta có } 7^{x+7} = 8^x \Rightarrow 7^x \cdot a^x = 8^x \Rightarrow a = \frac{8}{7}$$

Câu 49: Đáp án B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$ax + by + cz + d = 0 (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$$

Ta có

$$\begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \\ d(I, (P)) = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b; c = -a - b; d = 2a + 3b (1) \\ 3a = -8b; c = -a - b; d = 2a + 3b (2) \end{cases}$$

Vậy có 2 mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 50: Đáp án C

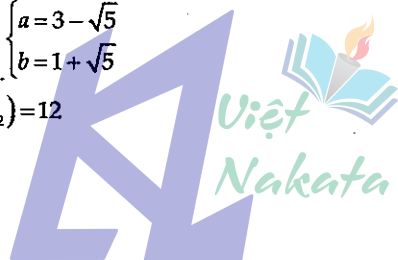
$$\text{Đặt } \begin{cases} \log_{225} x = a \\ \log_{64} y = b \end{cases}$$

Hệ phương trình đã cho tương đương với hệ

$$\text{sau } \begin{cases} a + b = 4 \\ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 - b \\ \frac{1}{4 - b} - \frac{1}{b} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 - b \\ b = 1 + \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + \sqrt{5} \\ b = 1 - \sqrt{5} \\ a = 3 - \sqrt{5} \\ b = 1 + \sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy $\log_{30}(x_1 x_2 y_1 y_2) = 12$



ĐỀ SỐ 18

Câu 1: Giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

- A. $-2 < m < 2$ B. $-2 < m \leq 1$ C. $-2 < m \leq -1$ D. $(-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 - 3ax + 4$ với a là tham số. Giá trị của a để hàm số đã cho đạt cực trị tại

2 điểm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2$ là

- A. -4 B. 0 C. 4 D. $\begin{cases} a=0 \\ a=-4 \end{cases}$

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{4-x}$ là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 4: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 12$ trên tập xác định của nó là

- A. 16 B. 12 C. -16 D. -12

Câu 5: Hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7$ đạt cực tiểu tại x_{CT} . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $x_{CT} = \frac{1}{3}$ B. $x_{CT} = -3$ C. $x_{CT} = -\frac{1}{3}$ D. $x_{CT} = 1$

Câu 6: Cho $y = 2x^4 - 4x^2$. Hãy chọn phát biểu sai trong bốn phát biểu sau:

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
 C. Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.
 D. Trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 12x + 12$. Giá trị của $f''(1)$ là

- A. 0 B. -6 C. 6 D. 3

Câu 8: TXĐ của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 3x + 1)}$ là

- A. $D = \left[-3; \frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}; 0\right]$ B. $D = \left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}; \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)$
 C. $D = [-3; 0]$ D. $D = \left[\frac{-3-\sqrt{5}}{2}; \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right]$

Câu 9: Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng 16 cm thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng

- A. $36cm^2$ B. $20cm^2$ C. $16cm^2$ D. $30cm^2$

Câu 10: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên R khi

- A. $\begin{cases} a=b=0, c>0 \\ a>0; b^2-3ac \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a=b=0, c>0 \\ a>0; b^2-3ac \geq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a=b=0, c>0 \\ b^2-3ac \leq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a=b=c=0 \\ a>0; b^2-3ac < 0 \end{cases}$

Câu 11: Nghiệm phương trình $\log_2(x^2 + 3x + 4) = 3$ là

- A. $x=1$ B. $x=-4$ C. $x=1, x=-4$ D. $x=3$

Câu 12: Số nghiệm của phương trình $3^x + x - 4 = 0$ là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 13: Chọn khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = 2^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

B. Hàm số $y = \log_a x (0 < a \neq 1)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = \log_a x (a \in (0, 1))$ đồng biến trên $(0, +\infty)$.

D. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c (0 < a \neq 1; b, c > 0)$.

Câu 14: Cho $0 < a \neq 1; b, c > 0$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

C. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

D. A, B, C đều đúng

Câu 15: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x - 3\sqrt{x} + 4) = 3$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 16: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2}{x}} = 15$ là

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 4$

D. $x = 3$

Câu 17: Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 0)$ sao cho khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ đến d lớn nhất là

A. $x = 2$

B. $y = -2$

C. $y = 2$

D. $x = -2$

Câu 18: Cho $\log 12, \log 75$ và $\log n$ là 3 cạnh của tam giác ($n \in \mathbb{N}^*$). Số giá trị của n thỏa mãn là

A. 895

B. 894

C. 893

D. 892

Câu 19: Đạo hàm cấp n của hàm số $y = \ln x$ là

A. $y^{(n)} = \frac{n!}{x^n}$

B. $y^{(n)} = (-1)^{n+1} \frac{(n-1)!}{x^n}$

C. $y^{(n)} = \frac{1}{x^n}$

D. $y^{(n)} = \frac{n!}{x^{n+1}}$

Câu 20: Chọn khẳng định đúng

A. $(uv)' = uv - u'v'$

B. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{uv' - u'v}{v^2}$

C. $(pqr)' = p'qr + pq'z + pqz'$

D. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v}$

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $\sqrt{2x-7}$ là

A. $\frac{2}{3}\sqrt{2x-7} + C$

B. $\frac{2}{3}\sqrt{(2x-7)^3} + C$

C. $\frac{2}{3}(2x-7)\sqrt{(2x-7)^3} + C$

D. $\frac{1}{\sqrt{2x-7}}$

Câu 22: Đạo hàm của hàm $y = (x+1)^{x+2}$ là

A. $(x+1)^{x+2} \ln(x+1)$

B. $(x+1)^{x+2} \cdot \frac{x+2}{x+1}$

C. $(x+2) \cdot (x+1)^{x+1}$

D. $(x+1)^{x+2} \left(\ln(x+1) + \frac{x+2}{x+1} \right)$

Câu 23: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ và $g(x) = 2x^2 + x + 1$ là

A. -8

B. 8π

C. 8

D. 0

Câu 24: Tích phân sau $f(x) = \int_0^4 |x-2| dx$ có giá trị là

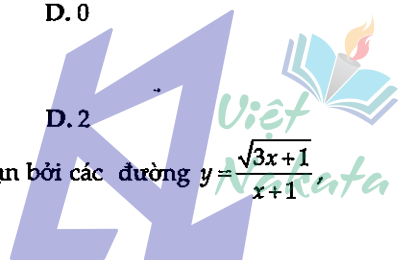
A. 0

B. 4

C. -4

D. 2

Câu 25: Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x+1}$ trục hoành, các đường thẳng $x=0, x=1$ quay xung quanh trục hoành là



- A. $\pi 3 \ln 3$ (đvtt) B. π (đvtt) C. $\pi(3 \ln 3 - 1)$ (đvtt) D. 2π (đvtt)

Câu 26: Cho số phức $z = 3 - 4i$ khi đó ta có $|z|$ là

- A. $|z| = 5$ B. $|z| = 3 + 4i$ C. -5 D. 3 đáp án trên

Câu 27: Rút gọn số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$, ta được

- A. $-i$ B. 2 C. i D. -2

Câu 28: Các số nguyên x, y sao cho $z = x + iy$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$ là

- A. $(-3; 1)$ B. $(1; 3)$ C. $(-1; -3)$ D. $(3; 1)$

Câu 29: Cho số phức $z = 6 + 7i$. Khi đó số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

- A. $(6; 7)$ B. $(-6; 7)$ C. $(6; -7)$ D. $(-6; -7)$

Câu 30: Cho $z_1 = 2 + 5i$ và $z_2 = -2 + 5i$. A, B là 2 điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng hệ tọa độ Oxy . Khẳng định nào sau đây đúng

- A. A, B đối xứng nhau qua gốc tọa độ
B. A, B đối xứng nhau qua trục tung
C. A, B đối xứng nhau qua trục hoành
D. A, B đối xứng nhau qua góc phần tư thứ nhất

Câu 31: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 32: Cho $\vec{u}(1, 2, 3)$ và $\vec{v}(4, 0, 2)$. Khi đó $[\vec{u}, \vec{v}] = ?$

- A. $(4; 10; -8)$ B. $6\sqrt{5}$ C. $(10; -8; 4)$ D. $5\sqrt{6}$

Câu 33: Gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại 3 điểm $M(8; 0; 0), N(0; -2; 0), P(0; 0; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là

- A. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1$ B. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ C. $x - 4y + 2z = 0$ D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$

Câu 34: Cho $A(1; 0; 2), B(2; 1; 3), C(3; 4; 5), D(1; 4; 6)$. Khoảng cách từ A đến mp (BCD) là

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{14}$ C. $2\sqrt{14}$ D. $\frac{2\sqrt{70}}{35}$

Câu 35: Cho $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $(d) \begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. Khoảng cách từ A đến (d) bằng:

- A. $\frac{7\sqrt{30}}{12}$ B. $\frac{7\sqrt{30}}{6}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{15\sqrt{7}}{6}$

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(\Delta) \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và $(\alpha): 2x - y - 2z = 0$. Viết

phương trình mặt phẳng (P) chứa (Δ) và tạo với (α) góc nhỏ nhất

- A. $(P): x + y - z + 3 = 0$ B. $(P): x - y - z - 3 = 0$
C. $(P): -x + y - z + 3 = 0$ D. $(P): x - y - z + 3 = 0$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(3; 1; 1), B(0; 1; 4), C(-1; -3; 1)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua A, B, C và có tâm nằm trên mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$ là

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$ B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 3 = 0$

C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 6 = 0$

D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 3 = 0$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng

(P): $2x + y - 2z - 1 = 0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

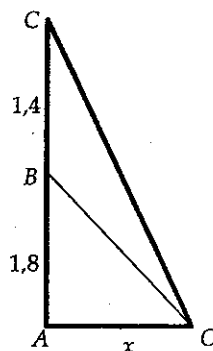
A. $(-1; -1; -1)$

B. $(1; 1; 1)$

C. $(1; 1; -1)$

D. $(-1; 1; -1)$

Câu 39: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4m$ đặt ở độ cao $1,8m$ so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó (BOC gọi là góc nhìn).



A. $AO = 2,4m$

B. $AO = 2m$

C. $AO = 2,6m$

D. $AO = 3m$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ (đáy $ABCD$ là hình chữ nhật). Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỷ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ là

A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 41: Hình lăng trụ đều là:

A. Lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều

B. Lăng trụ có tất cả các cạnh bằng nhau

C. Lăng trụ có đáy là tam giác đều và cạnh bên vuông góc với đáy

D. Lăng trụ có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau

Câu 42: Diện tích toàn phần hình lập phương có độ dài cạnh bằng 4 là

A. 16

B. 8

C. 64

D. 96

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy tam giác vuông tại A, $\angle ABC = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên (SBC) vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến (SAB) tính theo a là

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{16}, d(C; (SAB)) = \frac{a}{3}$

B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{8}, d(C; (SAB)) = \frac{a\sqrt{39}}{13}$

C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{16}, d(C; (SAB)) = \frac{a\sqrt{39}}{13}$

D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{8}, d(C; (SAB)) = \frac{a}{3}$

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° .

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$

B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$

C. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$

D. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$ đi qua điểm

$M(2; m; n)$. Khi đó giá trị của m, n lần lượt là

A. $m = -2; n = 1$

B. $m = 2; n = -1$

C. $m = -4; n = 7$

D. $m = 0; n = 7$

Câu 46: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $2\pi a^2$

B. πa^2

C. $\frac{\pi a^2}{2}$

D. $\frac{3\pi a^2}{4}$

Câu 47: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh có độ dài bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'H$

A. $2a$

B. a

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 48: Cho $a, b > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

B. $(a+b)^2 \geq 4ab$

C. $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \frac{a+b}{2}$

D. $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \geq \sqrt{ab}$

Câu 49: Muốn có 1000000 VNĐ trong tài khoản ngân hàng sau 15 tháng thì mỗi tháng phải gửi vào đó bao nhiêu tiền, biết lãi suất hàng tháng là 0,6%

A. 63530

B. 63531

C. 635310

D. 635300

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm A', B', C' khác S .

Khi đó $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$ được tính theo công thức

A. $\frac{SA}{SA'} + \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'}$

B. $\frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$

C. $\frac{SA'}{SA} + \frac{SB'}{SB} + \frac{SC'}{SC}$

D. $\frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$



ĐÁP ÁN

1B	2A	3A	4A	5A	6B	7B	8A	9C	10A
11C	12B	13A	14C	15B	16B	17D	18C	19B	20C
21B	22D	23C	24B	25C	26A	27B	28D	29C	30B
31C	32C	33A	34D	35B	36A	37A	38B	39A	40B
41A	42D	43C	44D	45C	46C	47B	48D	49B	50B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2} \text{ với } \forall x \neq -m$$

Điều kiện để hàm số đã cho thỏa mãn yêu cầu đề bài là

$$\begin{cases} y' < 0 \forall x \in (-\infty; -1) \\ -m \notin (-\infty; -1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 1$$

Sai lầm thường gặp nhiều bạn học sinh khi giải điều kiện và biện luận bất phương trình chứa tham số $(x + m)^2$ đã quên không đặt điều kiện $x \neq -m$ dẫn đến giải sai và chọn đáp án A.

Câu 2: Đáp án A

$y' = x^2 - 2ax - 3a$. Hàm số có 2 điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân

biệt khi $\Delta = 4a^2 + 12a > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < -3 \\ a > 0 \end{cases}$ Khi đó theo

hệ thức Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 2a, x_1 x_2 = -3a$

Ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + 2ax_2 + 9a &= x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 + 9a \\ &= 4a^2 + 12a > 0 \end{aligned}$$

Tương tự ta có:

$$\begin{aligned} x_2^2 + 2ax_1 + 9a &= x_2^2 + (x_1 + x_2)x_1 + 9a \\ &= 4a^2 + 12a > 0 \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có

$$\frac{4a^2 + 12a}{a^2} + \frac{a^2}{4a^2 + 12a} = 2 \rightarrow \frac{4a^2 + 12a}{a^2} = 1$$

$$\text{Hay } 3a(a + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -4 \end{cases}$$

Đến đây nhiều bạn sẽ chọn D tuy nhiên các bạn phải chú ý đến điều kiện để phương trình $y' = 0$

có 2 nghiệm phân biệt để tìm đáp án cuối cùng của bài toán.

$$\text{Vì } \begin{cases} a > 0 \\ a < -3 \end{cases} \text{ nên ta chọn } a = -4 \text{ hay chọn A}$$

Câu 3: Đáp án A

Đây là đồ thị hàm số dạng bậc nhất trên bậc

nhất $\left(y = \frac{ax + b}{cx + d}\right)$ ta nhận thấy rằng đồ thị hàm

số này luôn có TCD, TCN

Câu 4: Đáp án A

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$y' = 3x^2 - 12x + 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Lập nhanh bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 1$ hay giá trị cực đại của hàm số là $f(1) = 16$

Câu 5: Đáp án A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 8x - 3,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow y = 25 \\ x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{175}{27} \end{cases} \Rightarrow x_{CT} = \frac{1}{3}$$

Câu 6: Đáp án B

$$\text{Ta có } y' = 8x^3 - 8x = 8x(x^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Ta thấy hàm số đã cho có $a = 2 > 0$ và có 3 nghiệm phân biệt do đó đồ thị hàm số có dạng chữ W (như tôi đã nói ở các lời giải của các đề trước), từ đó ta có được:

+) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

+) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Vậy ta chọn B.

Câu 7: Đáp án B

Đây là câu dễ, mục đích kiểm tra kiến thức đạo hàm của các em.

$$y''(x) = 6x^2 - 12 \Rightarrow y''(1) = 6.1^2 - 12 = -6$$

Câu 8: Đáp án A

Để làm được những dạng bài này các bạn cứ làm bình tĩnh từ ngoài vào trong.

Nhìn vào bài toán ta thấy $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 3x + 1)}$ xác định khi $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 3x + 1) \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 3x + 1) \geq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 1 > 0 \\ x^2 + 3x + 1 \leq 1 \end{cases} \\ &\rightarrow \left[-3; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 0\right] \end{aligned}$$

Câu 9: Đáp án C

Gọi $a, b > 0$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật.

$$\text{Suy ra } 2(a+b) = 16 \Leftrightarrow a+b = 8$$

Diện tích hình chữ nhật là

$$S = ab \leq \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{8^2}{4} = 16 \text{ cm}^2$$

Vậy chọn C.

Câu 10: Đáp án A

-Trường hợp 1: Hàm số đã cho là hàm bậc nhất hay $(a=b=0)$ khi đó hàm số đã cho có dạng $y=cx+d$. Hàm số bậc nhất đồng biến trên tập xác định của nó khi $c > 0$.

-Trường hợp 2: $a \neq 0$. Ta có $y = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số đã cho đồng biến khi và chỉ khi $a > 0$ và phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm

Từ 2 trường hợp trên ta có điều kiện để hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định của nó là

$$\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0, b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$$

Câu 11: Đáp án C

$$\log_2(x^2 + 3x + 4) = 3$$

$$\rightarrow x^2 + 3x + 4 = 2^3 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Câu 12: Đáp án B

$$\text{Ta có } 3^x + x - 4 = 0 \rightarrow 3^x + x = 4$$

Dễ dàng nhận thấy $x=1$ là một nghiệm của phương trình.

Ta có các nhận xét sau

$$x > 1 \rightarrow \begin{cases} 3^x > 3^1 \\ x > 1 \end{cases} \rightarrow 3^x + x > 3 + 1 = 4$$

$$x < 1 \rightarrow \begin{cases} 3^x < 3^1 \\ x < 1 \end{cases} \rightarrow 3^x + x < 3 + 1 = 4$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 13: Đáp án A

A. Đúng, đây là các dạng đồ thị cơ bản đã được đề cập trong SGK.

B. Sai vì hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$ không xác định với $x < 0$.

C. Sai vì tính đơn điệu của hàm số $y = \log_a x$ phụ thuộc vào a và.

D. Sai vì nếu $a \in (0; 1)$ và $\log_a b > \log_a c \rightarrow b < c$.

Câu 14: Đáp án C

A. Sai vì nếu $a \in (0; 1)$ và $\log_a b > \log_a c \rightarrow b < c$

B. Sai vì $\log_a b < \log_a c \rightarrow b > c$ với $a \in (0; 1)$

C. Đúng

Câu 15: Đáp án B

Biến đổi phương trình thành:

$$x - 3\sqrt{x} + 4 = 8 \Leftrightarrow x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 16$.

Câu 16: Đáp án B

Với những câu hỏi như thế này ta dùng CASIO thử đáp án cho nhanh các em nhé!

Câu 17: Đáp án D

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = -1$$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $M(1; 0)$. Hạ $MH \perp d$.

Ta có $MH \leq MA, MH = MA$

$$\Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow d \perp MA \Leftrightarrow d \perp Ox$$

Mặt khác d đi qua $A(-2; 0)$ nên phương trình đường thẳng cần tìm là $d: x = -2$

Nhận xét: Cách làm trên là cách làm nhanh nhất cho dạng toán này. Ngoài ra các bạn còn có thể viết phương trình đường thẳng đi qua điểm cực

trị rồi áp dụng bất đẳng thức để tìm giá trị lớn nhất của hàm, tuy nhiên nó khá dài và lâu.

Câu 18: Đáp án C

Lưu ý: $\log a = \log_{10} a$

Điều kiện để tồn tại tam giác thỏa mãn đề bài là $\log 75 - \log 12 < \log n < \log 75 + \log 12$ (đây là bất đẳng thức tam giác)

Hay $6,25 < n < 900$ suy ra $n \in [7; 899]$

Câu 19: Đáp án B

Ta có: $y' = \frac{1}{x}$

Tiếp theo ta lần lượt có:

$$y'' = \frac{-1}{x^2}; y''' = \frac{2}{x^3}; y^{(4)} = \frac{-6}{x^4}; \dots$$

Ta dự đoán: $y^{(n)}(x) = (-1)^{n+1} \frac{(n-1)!}{x^n} (*)$

Để chứng minh (*) ta sử dụng quy nạp. Trong khuôn khổ đề thi này tôi xin phép không trình bày lời giải chi tiết.

Câu 20: Đáp án C

A. Sai vì theo công thức đạo hàm ta có

$$(uv)' = u'v + uv'$$

B. Sai vì theo công thức đạo hàm ta có

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

C. Đúng. Áp dụng 2 lần công thức

$(uv)' = u'v + uv'$ ta được

$$(pqr)' = (pq)'r + pqr' = p'qr + pq'r + pqr'$$

D. Sai.

Câu 21: Đáp án B

$$\int \sqrt{2x-7} dx = \int (2x-7)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{(2x-7)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{(2x-7)^3} + C$$

Câu 22: Đáp án D

Lấy ln 2 vế của $y = (x+1)^{x+2}$ ta được:

$$\ln y = (x+2) \ln(x+1)$$

Khi đó

$$\frac{y'}{y} = \ln(x+1) + \frac{x+2}{x+1} \rightarrow y' = y \left(\ln(x+1) + \frac{x+2}{x+1} \right)$$

$$\text{hay } y' = (x+1)^{x+2} \left(\ln(x+1) + \frac{x+2}{x+1} \right)$$

Nhận xét: Nhiều bạn học sinh khi làm câu này sẽ nghĩ đến các trường hợp đạo hàm dạng a^x, x^a nên làm ra các đáp án sai lần lượt là A, C.

Câu 23: Đáp án C

Hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình

$$x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 2x^2 + x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2; x = 0; x = 2$$

Do đó diện tích miền phẳng giới hạn bởi

$$S = \int_{-2}^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx$$

Ta có

$$S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx = 8$$

Nhận xét: Nhiều bạn khi tính đến

$$S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx \text{ đã tính luôn mà không bỏ dấu}$$

giá trị tuyệt đối dẫn đến mắc vào các đáp án bẫy đề bài cho.

Câu 24: Đáp án B

Cách 1: Sử dụng máy tính CASIO (các bước hướng dẫn bấm máy tôi nói ở các đề trước, bạn đọc tự kiểm tra lại)

$$\text{Cách 2: Ta có } \int_0^4 |x-2| = -\int_0^2 (x-2) + \int_2^4 (x-2) = 4$$

Câu 25: Đáp án C

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay ta có:

$$V = \pi \int_0^1 \frac{3x+1}{(x+1)^2} dx = \pi \int_0^1 \left(\frac{3}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx$$

$$= \pi \left(3 \ln|x+1| + \frac{2}{x+1} \right) \Big|_0^1 = \pi(3 \ln 3 - 1)$$

Câu 26: Đáp án A

$$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Câu 27: Đáp án B

$$\text{Ta có: } \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{1+1} = i \text{ và } \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{1+1} = -i$$

Suy ra

$$z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8 = i^{16} + (-i)^8 = 1 + 1 = 2.$$

Câu 28: Đáp án D

Cách 1: Dùng máy tính CASIO thử từng nghiệm của đáp án sẽ cho ta đáp án cần tìm

Cách 2: Ta có:

$$(x+yi)^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases}$$

$$\rightarrow 18(3x^2y - y^3) = 26(x^3 - 3xy^2)$$

Giải phương trình trên bằng cách đặt $y = tx$ ta

$$\text{được } t = \frac{1}{3} \rightarrow x = 3, y = 1$$

Nhận xét: Bạn có thể giải một trong 2 cách trên, tuy nhiên tôi khuyến khích các bạn nên làm theo cách 1 để tiết kiệm thời gian!

Câu 29: Đáp án C

Số phức liên hợp của số phức $z = 6 + 7i$ là số phức $\bar{z} = 6 - 7i$ nên điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là điểm $(6; -7)$

Nhận xét: Khi các bạn đọc lướt đề bài thì sẽ đọc thành "điểm biểu diễn của số phức z là" dẫn đến làm sai kết quả chọn đáp án A

Câu 30: Đáp án B

Điểm biểu diễn số phức $z_1; z_2$ trong hệ tọa độ Oxy lần lượt là $A(2; 5); B(-2; 5)$

Dễ thấy A, B đối xứng nhau qua trục tung

Câu 31: Đáp án C

Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Từ đề bài ta có

$$(a+bi)^2 = a^2 + b^2 + a - bi$$

$$\rightarrow a^2 + 2abi - b^2 = a^2 + b^2 + a - bi$$

$$\rightarrow 2b^2 + a - bi - 2abi = 0 \rightarrow \begin{cases} 2b^2 + a = 0 \\ b + 2ab = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{2}; b = \frac{1}{2} \\ b = 0; a = 0 \\ a = \frac{-1}{2}; b = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Vì $z = 0$ không phải là số phức nên có tất cả hai số phức thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 32: Chọn C

Ta có:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}; \bar{v} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 4 & 4 & 0 \end{pmatrix} = (4; 10; -8)$$

$$\text{Nên } \left\| \begin{bmatrix} \bar{u}; \bar{v} \end{bmatrix} \right\| = \sqrt{4^2 + 10^2 + (-8)^2} = 6\sqrt{5}$$

Câu 33: Đáp án A

$$\text{Ta có } (\alpha): \frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1$$

Nhận xét: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$ có dạng là $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ với $a, b, c \neq 0$.

Câu 34: Đáp án D

Ta có $\overline{BC} = (1; 3; 2); \overline{CD} = (-2; 0; 1)$. Khi đó vtpt của (BCD) được tính bằng công thức:

$$\vec{n} = [\overline{BC}, \overline{CD}] = (3; -5; 6)$$

$$(BCD): \text{qua } C(3; 4; 5) \text{ và có vtpt } \vec{n} = (3; -5; 6)$$

$$\Rightarrow (BCD): 3(x-3) - 5(y-4) + 6(z-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (BCD): 3x - 5y + 6z - 19 = 0$$

$$d(A; (BCD)) = \frac{|3 \cdot 1 - 5 \cdot 0 + 6 \cdot 2 - 19|}{\sqrt{3^2 + (-5)^2 + 6^2}} = \frac{2\sqrt{70}}{35}$$

Câu 35: Đáp án B

Gọi $M(-2; 0; -3)$. Ta có $\vec{n}(1; 1; -2)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng (d)

$$\text{Ta có } d(A, (d)) = \frac{|\overline{AM}; \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{7\sqrt{30}}{6}$$

Nhận xét: Nhiều bạn học sinh quên công thức tính khoảng cách giữa điểm và đường thẳng trong không gian lại tự nghĩ ra công thức mới như trong mặt phẳng Oxy sẽ làm như sau

$$d(A, (d)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 3 + 7|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{8}{3} \text{ dẫn đến chọn C.}$$

Câu 36: Đáp án A

Giả sử (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Ta có VTCP của Δ là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$, vtpt của mặt phẳng $(\alpha): \vec{n}_\alpha = (2; -1; -2)$

Vì (P) chứa Δ nên

$$\vec{n}_p, \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + c = 0(1)$$

Gọi ϑ là góc giữa (α) và (P) thì ta có

$$\cos(\vartheta) = \left| \cos(\vec{n}_P, \vec{n}_\alpha) \right|$$

$$\text{Ta có } \cos \vartheta = \frac{|2a - b - 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) ta có

$$(5\cos^2 \vartheta - 1)b^2 + 4bc\cos^2 \vartheta + 2c^2\cos^2 \vartheta = 0 \quad (3)$$

Đặt $x = \cos^2 \vartheta$ từ (3) ta có

$$(5x - 1)b^2 + 4bcx + 2c^2x = 0$$

$$\text{Với } c = 0 \rightarrow x = \frac{1}{5} \text{ hoặc } b = 0 \rightarrow a = 0$$

$$\text{Với } c \neq 0 \rightarrow (5a - 1)\left(\frac{b}{c}\right)^2 + 4a\left(\frac{b}{c}\right) + 2a = 0$$

Phương trình trên có nghiệm khi $\Delta' \geq 0$ hay

$$-3a^2 + a \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{1}{3} \rightarrow \vartheta_{\min} \Leftrightarrow \cos^2 \vartheta = \frac{1}{3}$$

$$\text{Thay } \cos^2 \vartheta = \frac{1}{3} \text{ vào (3) ta được}$$

$$a = 1, b = 1, c = -1 \text{ suy ra (P): } x + y - z + 3 = 0$$

Câu 37: Đáp án A

Phương trình mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

$$(S) \text{ đi qua } A(3; 1; 1), B(0; 1; 4), C(-1; -3; 1) \text{ và}$$

tâm $I \in (P)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 6a + 2b + 2c - d - 11 = 0 \\ 2b + 8c - d - 17 = 0 \\ 2a + 6b - 2c + d + 11 = 0 \\ a + b - 2c + 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$$

Câu 38: Chọn B

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của

$$\text{hệ } \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2} \\ 2x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \rightarrow A(1; 1; 1) \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 39: Chọn A

Đặt $AO = x (x > 0)$

$$\tan BOC = \tan(AOC - AOB)$$

$$= \frac{\tan AOC - \tan AOB}{1 + \tan AOC \cdot \tan AOB}$$

$$\text{Hay } \tan BOC = \frac{\frac{3,2}{x} - \frac{1,8}{x}}{1 + \frac{3,2 \cdot 1,8}{x^2}} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76} = \frac{1,4}{x + \frac{5,76}{x}}$$

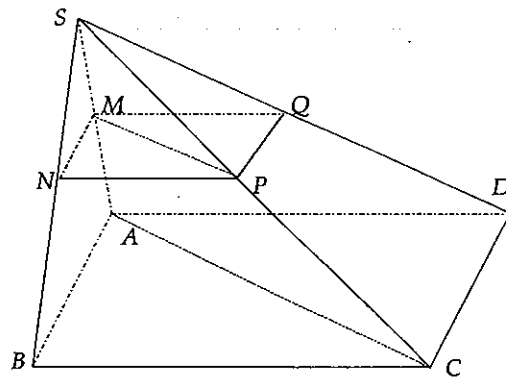
Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$x + \frac{5,76}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{5,76}{x}} = 4,8 \text{ nên}$$

$$\tan BOC \leq \frac{1,4}{4,8}$$

Vậy $x = 2,4$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 40: Chọn B



$$\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{V_{SMPQ}}{V_{SADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{SM}{SP} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{8}$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau thì:

$$\frac{1}{8} = \frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{V_{SMPQ}}{V_{SADC}} = \frac{V_{SMNP} + V_{SMPQ}}{V_{SABC} + V_{SADC}} = \frac{V_{SMNPQ}}{V_{SABCD}}$$

Nhận xét: Nhiều bạn học sinh khi làm bài này sẽ làm luôn như sau

$$\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

Tuy nhiên các bạn đã lầm, công thức tính tỉ số khối thể tích 2 khối đa diện

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \text{ chỉ đúng trong trường hợp}$$

hình chóp tam giác hay tứ diện.

Câu 41: Chọn A

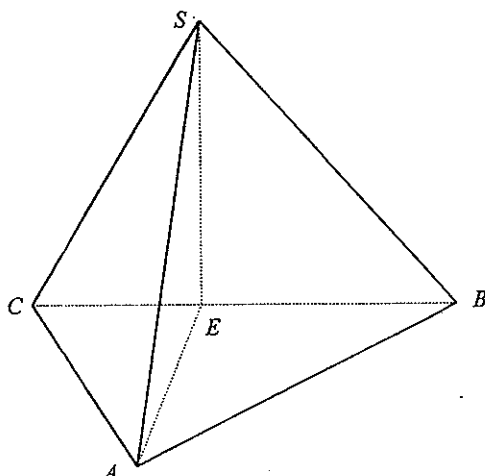
Câu 42: Chọn D

Diện tích xung quanh hình lập phương cạnh a được tính theo công thức: $S_{xq} = 4a^2$ (đvdt)

Diện tích toàn phần hình lập phương cạnh a được tính theo công thức:

$$S_{tp} = 6a^2 = 6 \cdot 4^2 = 96$$

Câu 43: Chọn C



Gọi E là trung điểm của BC, khi đó ta có

$$SE \perp (ABC) \text{ và } SE = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } BC = a \rightarrow AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AC = \frac{a}{2}$$

$$\rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{16}$$

Để tính khoảng cách từ C đến (SAB) ta cần tính được diện tích tam giác SAB để áp dụng phương pháp tính khoảng cách thông qua thể tích.

Xét trong tam giác SAB ta có

$$AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}; SB = a;$$

$$SA = \sqrt{SE^2 + EA^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a$$

Áp dụng công thức Heron ta có:

$$S_{SAB} = \sqrt{p(p-SA)(p-SB)(p-AB)} \text{ với}$$

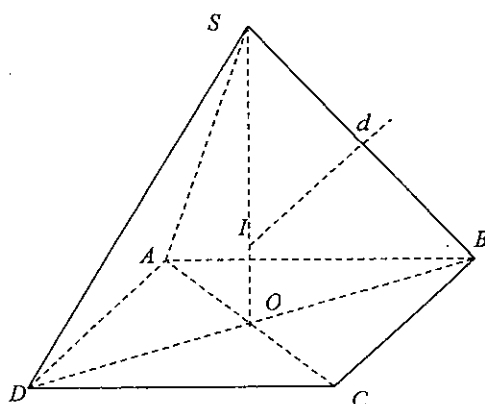
$$p = \frac{SA+SB+AB}{2} \rightarrow S_{SAB} = \frac{\sqrt{39}}{16} a^2$$

$$\rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{SAB}} = \frac{a\sqrt{39}}{13}$$

Câu 44: Chọn D.

Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $60^\circ = \angle SBO, \angle ABCD = \angle SBO, \angle O = \angle SBO$



Trong $\triangle SOB$, ta có $SO = OB \tan SBO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có SO là trục của hình vuông ABCD.

Trong mặt phẳng SOB, kẻ đường trung trực d của đoạn SB.

Gọi $I = SO \cap d$

$$\Rightarrow \begin{cases} I \in SO \\ I \in d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IA = IB = IC = ID \\ IS = IB \end{cases}$$

$$IA = IB = IC = ID = IS = R$$

$$\text{Xét } \triangle SBD \text{ có } \begin{cases} SB = SD \\ \angle SBD = \angle SDO = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle SBD \text{ đều}$$

Do đó d cũng là đường trung tuyến của $\triangle SBD$.

Suy ra I là trọng tâm $\triangle SBD$.

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = SI = \frac{2}{3} SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \text{ Suy ra}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$$

Câu 45: Chọn C

$$\text{Vì thuộc đường thẳng } \Delta \text{ nên } \frac{2}{1} = \frac{m+2}{-1} = \frac{n-1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2=-2 \\ n-1=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-4 \\ n=7 \end{cases}$$

Câu 46: Chọn C

Nhận xét: Với hình nón có chiều cao hạ từ đỉnh là h, đường sinh l, độ dài bán kính mặt đáy là r thì ta có

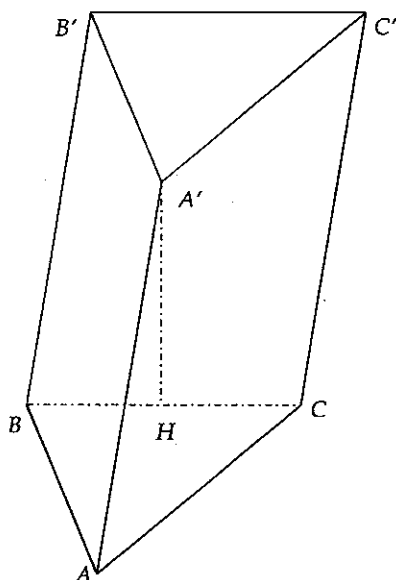
- Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$
- Diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$

- Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Với các dữ liệu của bài toán ta có $r = \frac{a}{2}, l = a$ nên

$$S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$$

Câu 47: Chọn B



Ta có: $AA' // BB'$

$$d(BB', AH) = d(BB', (AA'H)) = d(B, (AA'H))$$

Ta có:

$$\begin{cases} BH \perp AH \\ A'H \perp (ABC) = A'HBH \Rightarrow BH \perp (AA'H) \\ AH, A'H \subset (AA'H) \end{cases}$$

Vậy: $d(B, (AA'H)) = BH = a$.

Câu 48: Chọn D

A. Đúng $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ luôn

đúng với $\forall a, b > 0$

B. Đúng $(a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ luôn đúng

với $\forall a, b > 0$

C. Đúng vì

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \geq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow (a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \geq 0 \text{ luôn đúng với } \forall a, b > 0$$

D. Sai

Câu 49: Chọn B

Đọc đề ta nhận thấy đây là dạng toán lãi kép - tháng nào cũng gửi thêm tiền vào đầu mỗi tháng.

Dạng toán tổng quát: Mỗi tháng gửi a đồng, lãi suất hàng tháng là $r\%$ / tháng. Số tiền thu được

sau n tháng gửi là $A = \frac{a}{r}(1+r) \left[(1+r)^n - 1 \right] (1)$ (đồng)

$$\text{Từ (1) ta có } a = \frac{Ar}{(1+r) \left[(1+r)^n - 1 \right]}$$

Thay dữ liệu bài toán vào ta được

$$a = \frac{1000000.0.006}{(1+0.006) \left[(1+0.006)^{15} - 1 \right]} = 63530,146$$

Đến đây nhiều bạn sẽ chọn $a = 63530$ đồng (đáp án A) tuy nhiên nếu chọn đáp án đó thì sau 15 tháng ta mới được gần 1 000 000 đồng thôi, nên đáp số là $a = 63531$ đồng

(chỉ có thừa chứ không được thiếu)

Câu 50: Chọn B



Đề số 19

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x+7}{-x+1}$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$. Khi đó giá trị $m+M$ là

- A. $2 + \sqrt{2}$
- B. 2
- C. $2(1 + \sqrt{2})$
- D. $1 + \sqrt{2}$

Câu 3: Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có cực đại, cực tiểu và 3 điểm cực trị đó lập thành một tam giác vuông.

- A. 1
- B. -1
- C. 2
- D. -2

Câu 4: Cho hàm số $y = mx^4 + x^2 + 1$. Tìm m để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 1$

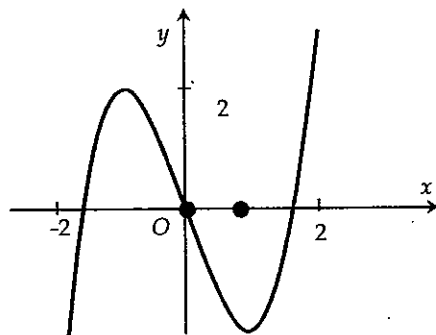
- A. $-\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D. -1

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ như hình vẽ. Từ đồ thị hàm số trên, số nghiệm của phương trình $|x^3 - 3x| - m = 0$ với $0 < m < 2$ là

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

Câu 6: Tọa độ điểm cực tiểu M của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ là

- A. $M(3; -4)$
- B. $M(-3; -4)$
- C. $M(1; 0)$
- D. $M(-1; 0)$



Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x + 1}{-x^2 + x + 1}$ là đường thẳng

- A. $x = 2$
- B. $y = -2$
- C. $y = -3$
- D. $x = 3$

Câu 8: Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x$ là

- A. $y_{CT} = 2y_{CD}$
- B. $y_{CT} = \frac{2}{3}y_{CD}$
- C. $y_{CT} = y_{CD}$
- D. $y_{CT} = -y_{CD}$

Câu 9: Hàm số nào sau đây có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?

- A. $y = x^4 + 2x^2 + 1$
- B. $y = 3x^4 - x^2 + 1$
- C. $y = -x^3 + 3x + 6$
- D. $y = \frac{2x-7}{7x-2}$

Câu 10: Cho n là số tự nhiên chẵn và a là số thực lớn hơn 3. Phương trình $(n+1)x^{n+2} - 3(n+2)x^{n+1} + a^{n+2} = 0$ có mấy nghiệm?

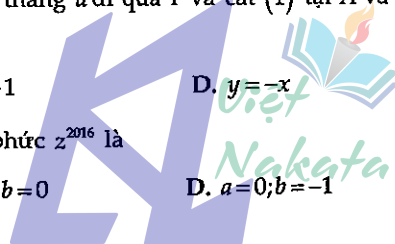
- A. 1
- B. 0
- C. 4
- D. 2

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ (1) và điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Đường thẳng d đi qua I và cắt (1) tại A và B sao cho AB có độ dài nhỏ nhất là

- A. $y = x$
- B. $y = x + 1$
- C. $y = x - 1$
- D. $y = -x$

Câu 12: Cho số phức $z = \frac{1+i}{1-i}$. Phần thực và phần ảo của số phức z^{2016} là

- A. $a = 1; b = 0$
- B. $a = 0; b = 1$
- C. $a = -1; b = 0$
- D. $a = 0; b = -1$



Câu 13: Số nào trong các số phức sau đây là số phức thuần ảo?

- A. $(\sqrt{2}+3i)(\sqrt{2}-3i)$ B. $(2+2i)^2$ C. $(\sqrt{2}+3i)+(\sqrt{2}-3i)$ D. $\frac{2-3i}{2+3i}$

Câu 14: Phần thực và phần ảo của số phức $z=1+i$ là

- A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-i$ C. Phần thực là 1 và phần ảo là i
B. Phần thực là 1 và phần ảo là -1 D. Phần thực là 1 và phần ảo là 1

Câu 15: Cho A, B, C trong mặt phẳng cho thứ tự lần lượt là điểm biểu diễn các số phức

$$z_1 = \frac{4i}{i-1}; z_2 = (1-i)(1+2i); z_3 = \frac{2+6i}{3-i}. \text{ Nhận xét nào sau đây đúng nhất?}$$

- A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng B. $\triangle ABC$ vuông C. $\triangle ABC$ cân D. $\triangle ABC$ vuông cân

Câu 16: Các căn bậc hai của số phức $z=8+6i$ là

- A. Kết quả khác B. $\begin{cases} \beta_1 = 3-i \\ \beta_2 = -3-i \end{cases}$ C. $\begin{cases} \beta_1 = 3+i \\ \beta_2 = 3-i \end{cases}$ D. $\begin{cases} \beta_1 = 3+i \\ \beta_2 = -3-i \end{cases}$

Câu 17: Số phức $z=1+i+i^2+\dots+i^{20}$ có phần ảo và phần thực lần lượt là

- A. 0 và -2 B. 0 và 1 C. 2 và 0 D. 1 và 0

Câu 18: Tập xác định D của hàm số $y = \log_3 x^2 + \log_3 (2^x)$

- A. $D=[0;+\infty)$ B. $D=(0;+\infty)$ C. $D=\mathbb{R}$ D. $D=\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 19: Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 2^{x+1}$ là

- A. $x < 0$ B. $x > 0$ C. $x \leq 0$ D. $x \geq 0$

Câu 20: Phương trình $\log_5(x-4)=5-x$ có số nghiệm là

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 21: Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì $\log_{30} 450$ bằng

- A. $a+b+1$ B. $2a+b+1$ C. $a+2b+1$ D. $a+b+2$

Câu 22: Hàm số $y = \log_x \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ có tập xác định D là

- A. $D=\mathbb{R} \setminus \{1\}$ B. $D=(0;+\infty)$ C. $D=\mathbb{R}$ D. $D=(0;+\infty) \setminus \{1\}$

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4^{\sin^2 x} + 4^{\cos^2 x}$ là

- A. 2π B. π C. 2 D. 4

Câu 24: Cho hàm số $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1, x > 0)$. Các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Đồ thị hàm số luôn đi qua 3 điểm $(1;0), (a;1), \left(\frac{1}{a};-1\right)$
B. Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=0$ là đường tiệm cận đứng
C. Hàm số luôn tăng.
D. $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

Câu 25: Tích các nghiệm của phương trình $4\log_4(x+2) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1)^2 = 2$ là

- A. 0 B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. -1

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\log_2(1+x^2) = \log_2 \frac{1}{x} + 1$ là

- A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x=3$ D. Kết quả khác

Câu 27: Anh A mua một căn nhà chung cư tại Hà Nội với giá 300 triệu đồng theo phương thức trả góp, nếu anh A muốn trả hết nợ trong vòng 5 năm và phải trả với mức lãi suất 6,0%/năm thì mỗi tháng anh phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn đến nghìn đồng)

- A. 5935000 đồng B. 71218920,13 đồng C. 71219000 đồng D. 5934910,011 đồng

Câu 28: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ là

- A. $\sin x - \cos x + C$ B. $\cos x + \sin x + C$ C. $\cos x - \sin x + C$ D. $\sin 2x + C$

Câu 29: Giá trị tích phân của $\int_0^1 \frac{2x-1}{2x+1} dx$ là

- A. $2 - 2\ln 3$ B. $2\ln 3$ C. $1 - \ln 3$ D. $3\ln 2$

Câu 30: Đạo hàm của hàm số $y = (2^x + 2^{-x})^2$ là

- A. $y' = (2^x + 2^{-x}) \cdot \ln 4$ B. $y' = (2^{2x} - 2^{-2x}) \cdot \ln 2$ C. $y' = (2^{2x+1} - 2^{1-2x}) \cdot \ln 2$ D. $(2^{-2x} - 2^{2x}) \cdot \ln 4$

Câu 31: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x$ và đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ là

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{19}{12}$ D. $\frac{13}{12}$

Câu 32: Đa thức $P(x)$ có bảng xét dấu trên đoạn $[-2; 4]$ như sau:

x	-2	-1	3	4		
$P(x)$		+	0	-	0	+

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = P(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -2; x = 4$. Khi đó nhận xét nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_{-2}^{-1} P(x) dx + \int_{-1}^3 P(x) dx - \int_3^4 P(x) dx$ B. $S = \int_{-2}^{-1} P(x) dx - \int_{-1}^3 P(x) dx - \int_3^4 P(x) dx$
 C. $S = \int_{-2}^{-1} P(x) dx - \int_{-1}^3 P(x) dx + \int_3^4 P(x) dx$ D. $S = \int_{-2}^{-1} P(x) dx + \int_{-1}^3 P(x) dx + \int_3^4 P(x) dx$

Câu 33: Trên $(P): y = x^2$ lấy 2 điểm $A(-1; 1), B(2; 4)$. Điểm $M \in AB$ sao cho diện tích tam giác ΔAMB lớn nhất là

- A. $M(\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$ B. $M(\frac{-1}{2}; \frac{1}{4})$ C. $M(\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{9}{8})$ D. $M(\frac{-3}{\sqrt{2}}; \frac{9}{8})$

Câu 34: Cho hàm $g(x) = (2a+1)\sin x + (3b-2)\sin 2x + (5c-7)\sin 3x$ và $f(x) = \cos 2x$. Các giá trị của a, b, c để $g(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là

- A. $a = \frac{1}{2}; b = \frac{5}{6}; c = \frac{7}{5}$ B. $a = \frac{-1}{2}; b = \frac{-5}{6}; c = \frac{-7}{5}$ C. $a = \frac{-1}{2}; b = \frac{5}{6}; c = \frac{7}{5}$ D. $a = \frac{1}{2}; b = \frac{-5}{6}; c = \frac{7}{5}$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; -1), B(3; 0; 3), C(-2; 2; 4)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C là

- A. $(P): 6x + 5y - 4z + 6 = 0$ B. $(P): 2x + 5y - 3z - 1 = 0$
 C. $(P): 3x - 2y + 4z + 6 = 0$ D. $(P): 2x + 7y - 4z + 6 = 0$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 1; 2), B(1; -1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và song song với d là

- A. $(P): x - y + 2x + 2 = 0$ B. $(P): x + y - 2z + 2 = 0$
 C. $(P): x + y + z - 4 = 0$ D. $(P): 2x + y - 3z + 4 = 0$

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 0; 4), B(7; 2; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 8 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. $M(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{13}{3})$ B. $M(\frac{-4}{3}; \frac{-7}{3}; \frac{-13}{3})$ C. $M(\frac{-4}{3}; \frac{-13}{3}; \frac{-7}{3})$ D. $M(\frac{4}{3}; \frac{-13}{3}; \frac{-7}{3})$

Câu 38: Phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ với $O(0; 0; 0), A(3; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 3)$ là

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$ B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y + 3z = 0$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y - 3z = 0$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 3y - 3z = 0$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{m^2} = \frac{y-2}{-n} = \frac{z}{4}$ và

$\Delta: \frac{x-m}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$ với $m, n \neq 0$. Tìm m, n để hai đường thẳng d, Δ song song với nhau.

A. $m=2; n=8$

B. $m=-2; n=8$

C. $m=-2; n=-8$

D. $\begin{cases} m=-2; n=8 \\ m=2; n=8 \end{cases}$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + (1-2m)y + 4mz - 4 = 0$ và $(Q): 2x + my - (2m+1)z - 8 = 0$. Điểm M cố định mà đường thẳng d luôn đi qua là

A. $M(4;0;0)$

B. $M(0;4;0)$

C. $M(0;0;4)$

D. $M(-4;0;0)$

Câu 41: Các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2z + 12m = 0$ là phương trình của một mặt cầu trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ là

A. $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

B. $m \in \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

C. $m \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$

Câu 42: Cho điểm $M(2;1;3)$. Điểm đối xứng của M qua mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$ là

A. $M'(1;2;2)$

B. $M'(0;3;1)$

C. $M'(1;0;3)$

D. $M'(2;1;2)$

Câu 43: Hình nón ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a có diện tích xung quanh là

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$

B. $S_{xq} = \frac{\pi \sqrt{2} a^2}{3}$

C. $S_{xq} = \frac{\pi \sqrt{3} a^2}{3}$

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{6}$

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$; $SA = a$. Khoảng cách giữa SC và AB tính theo a là

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

Câu 45: Hình bát diện đều thuộc loại

A. $\{3;4\}$

B. $\{4;3\}$

C. $\{3;5\}$

D. $\{3;3\}$

Câu 46: Khối lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, điểm A_1 cách đều ba điểm A, B, C . Cạnh bên A_1A tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Biết thể tích của khối lăng trụ là $2\sqrt{3}a^3$, khi đó α có giá trị là

A. $\alpha = 60^\circ$

B. $\alpha = 30^\circ$

C. $\alpha = 150^\circ$

D. $\alpha = 120^\circ$

Câu 47: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, AC = 5$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối trụ sinh ra khi quay hình chữ nhật quanh trục AB, BC . Khi đó $\frac{V_2}{V_1}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{9}{16}$

D. $\frac{16}{9}$

Câu 48: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của đoạn thẳng BC . Thể tích khối hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tính theo a là

A. a^3

B. $2\sqrt{2}a^3$

C. $2a^3$

D. $\sqrt{2}a^3$

Câu 49: Thể tích khối bát diện đều cạnh a bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$

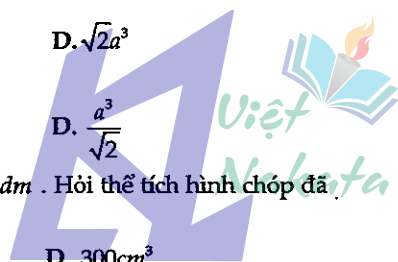
Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy là 10 cm^2 , đường cao là 3 dm . Hỏi thể tích hình chóp đã cho là bao nhiêu?

A. 10 cm^3

B. 100 cm^3

C. 30 cm^3

D. 300 cm^3



ĐÁP ÁN

1D	2A	3A	4A	5D	6A	7B	8D	9B	10B
11A	12A	13B	14D	15D	16D	17B	18D	19A	20D
21A	22D	23D	24C	25A	26A	27A	28A	29C	30C
31A	32D	33A	34C	35D	36B	37C	38A	39B	40A
41D	42B	43C	44A	45A	46A	47B	48B	49C	50B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{9}{(-x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in D$$

Nên hàm số luôn luôn đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2: Đáp án A

$$\text{TXĐ: } D = [-1; 1]$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} \rightarrow x = 0$$

Ta có bảng biến thiên:

x	-1	0	1
y'		+	0
y	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$

Từ bảng biến thiên trên ta thấy

$$y_{\min} = \sqrt{2}, y_{\max} = 2 \text{ hay}$$

$$m = \sqrt{2}; M = 2 \rightarrow m + M = \sqrt{2} + 2$$

Nhận xét: Bài toán trên có thể áp dụng bất đẳng thức AM-GM để tìm giá trị lớn nhất (xin dành cho bạn đọc) và tìm giá trị nhỏ nhất ta làm như

$$\begin{aligned} \text{sau: } \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} &= \sqrt{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})^2} \\ &= \sqrt{2 + 2\sqrt{(1-x)(1+x)}} \geq \sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 3: Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m),$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm hay $x^2 = m$ có 2 nghiệm phân biệt suy ra $m > 0$

$$\text{Với } m > 0 \text{ thì } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m} \\ x = \sqrt{m} \end{cases}$$

Gọi 3 điểm cực trị của hàm số lần lượt là $A(0; m), B(\sqrt{m}; m - m^2), C(-\sqrt{m}; m - m^2)$.

Vì đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung nên tam giác ABC cân tại A suy ra tam giác ABC phải vuông tại A.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (\sqrt{m}, -m^2), \overline{AC} = (-\sqrt{m}, -m^2).$$

$$\text{Do } \triangle ABC \text{ vuông tại A nên ta có } \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{m}(-\sqrt{m}) + (-m^2)(-m^2) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Do $m > 0$ nên $m = 1$

Câu 4: Đáp án A

$$\text{Ta có } y' = 4mx^3 + 2x \text{ và } y'' = 12mx^2 + 2$$

Điều kiện để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ là

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ y'(1) = 0 \Leftrightarrow 4m \cdot 1^3 + 2 \cdot 1 = 0 \rightarrow m = -\frac{1}{2} \\ y''(1) < 0 \Leftrightarrow 12m \cdot 1^2 + 2 < 0 \end{cases}$$

Nhận xét: Đối với bài toán xác định m để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) đạt cực trị ta có cách làm như sau:

$$\begin{aligned} - \text{Đạt cực đại tại } x = x_0 &\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases} \\ - \text{Đạt cực tiểu tại } x = x_0 &\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

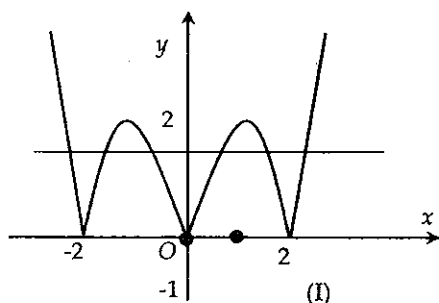
Câu 5: Đáp án D

Số nghiệm của phương trình $|x^3 - 3x| - m = 0$ là

số giao điểm của hai đồ thị $\begin{cases} y = |x^3 - 3x| \\ y = m \end{cases}$ với

$y = m$ là đường thẳng song song với trục hoành.

Từ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ ta suy ra được dạng đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 3x|$ như sau



Từ đồ thị hàm số trên ta thấy với $m \in (0; 2)$ thì ta thấy đường thẳng $y = m$ giao với đồ thị (I) tại 6 điểm hay phương trình $|x^3 - 3x| - m = 0$ có 6 nghiệm với $m \in (0; 2)$

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ như sau: Ta bỏ phần đồ thị nằm bên dưới trục hoành và lấy đối xứng phần đó qua trục hoành.

Câu 6: Đáp án A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 12x + 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta thấy y' đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi x đi qua điểm 3 nên $M(3; -4)$ là điểm cực tiểu của hàm số y

Câu 7: Đáp án B

Để dàng có được

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x + 1}{-x^2 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x + 1}{-x^2 + x + 1} = -2 \text{ nên } y = -2 \text{ là}$$

đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x^2 + x + 1}{-x^2 + x + 1}$$

Câu 8: Đáp án D

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y(3) = -2 \\ y(-1) = 2 \end{cases}$$

Do đó: $y_{CT} = y_{CD}$. Vậy chọn D.

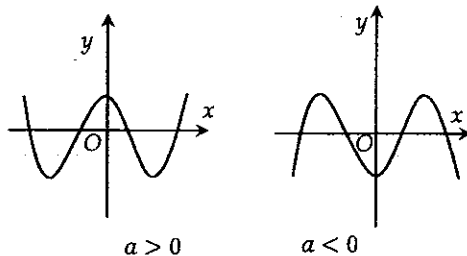
Câu 9: Đáp án B

Nhìn nhanh đáp án ta sẽ loại bỏ được 2 đáp án C, D. Đáp án C là đồ thị hàm số bậc 3 nên tồn tại nhiều nhất 2 điểm cực trị (1 cực đại và 1 cực tiểu), đáp án D là đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất nên đồ thị hàm số luôn luôn không có cực trị.

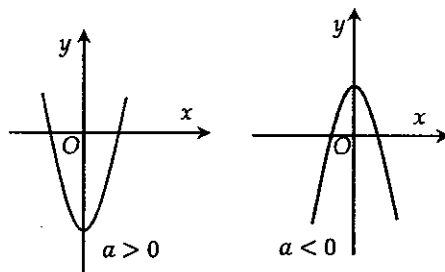
Xét đáp án A ta thấy $y' = 4x^3 + 4x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số này có một điểm cực trị.

Nhận xét: Đối với những câu hỏi như thế này là câu hỏi mà các bạn phải quan sát nhanh các đáp án để đưa ra các phương án loại trừ đáp án nhiều mà đề bài đã đưa ra cho ta.

Các dạng đồ thị hàm số trùng phương



Dạng 1: Hàm số có 3 cực trị nên $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt



Dạng 2: Hàm số có 1 cực trị nên $y' = 0$ có 1 nghiệm duy nhất $x = 0$

Câu 10: Đáp án B

$$\text{Đặt } f(x) = (n+1)x^{n+2} - 3(n+2)x^{n+1} + a^{n+2}$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = (n+2)(n+1)x^{n+1} - 3(n+1)(n+2)x^n = (n+1)(n+2)x^n(x-3)$$

$$\text{và } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

Do n chẵn nên $f'(x)$ không đổi dấu qua 0 (phương trình $y' = 0$ có nghiệm bội chẵn).

Ta có bảng biến thiên như sau



x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$+\infty$

a^{n+2}
 $f(3) > 0$

Ta thấy phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm

Nhận xét: Ngoài cách làm trên ta có thể làm cách "mò" như sau : từ đề bài ta có thể thấy rằng bài toán không phụ thuộc vào giá trị của n miễn là n chẵn là được, nên ta cho luôn $n=0, a=4$ khi đó ta được $x^2 - 6x + 16 = 0$ (vô nghiệm)

Câu 11: Đáp án A

Trường hợp 1: $d: x = \frac{1}{2} \Rightarrow$ cắt tại một điểm

Trường hợp 2: Phương trình đường thẳng d đi qua $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ có hệ số góc k là $d: y = k\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (1) là

$$\frac{x+1}{2x-1} = k\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \Leftrightarrow k(2x-1)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4kx^2 - 4kx + k - 3 = 0 \quad (2)$$

Để d và (1) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow k > 0$. Theo hệ thức Vi-et ta có

$$x_1 + x_2 = 1, x_1 x_2 = \frac{k-3}{4k}$$

$$\text{Ta có } A\left(x_1; k\left(x_1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\right); B\left(x_2; k\left(x_2 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow AB^2 = (k^2 + 1)\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2\right]$$

$$AB^2 = (k^2 + 1)\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2\right]$$

$$= \frac{3(k^2 + 1)}{k} = 3\left(k + \frac{1}{k}\right) \geq 6$$

Dấu "=" xảy ra

khi $k=1$ hay $y=x$.

Câu 12: Đáp án A

$$\text{Ta có } z = \frac{1+i}{1-i} = \frac{i-i^2}{1-i} = i \rightarrow i^{2016} = 1$$

Vậy phần thực của số phức i^{2016} là $a=1$ và phần ảo của số phức i^{2016} là $b=0$

Câu 13: Đáp án B

$$\text{A sai vì } (\sqrt{2}+3i)(\sqrt{2}-3i) = (\sqrt{2})^2 - (3i)^2 = 11$$

$$\text{B đúng vì } (2+2i)^2 = 8i$$

$$\text{C sai vì } (\sqrt{2}+3i) + (\sqrt{2}-3i) = 2\sqrt{2}$$

$$\text{D sai vì } \frac{2-3i}{2+3i} = -\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$$

Câu 14: Đáp án D

Câu 15: Đáp án D

$$\text{Ta có } z_1 = \frac{4i}{i-1} = 2-2i \rightarrow A(2; -2),$$

$$z_2 = (1-i)(1+2i) = 3+i \rightarrow B(3; 1),$$

$$z_3 = \frac{2+6i}{3-i} = 2i \rightarrow C(0; 2)$$

Ta thấy $AB = \sqrt{10}, BC = \sqrt{10}, AC = \sqrt{20}$ nên tam giác ABC vuông cân tại B

Câu 16: Đáp án D

Gọi số phức cần tìm là $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) theo bài ra ta có

$$(a + bi)^2 = 8 + 6i \Leftrightarrow a^2 + 2abi - b^2 = 8 + 6i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 8 \\ ab = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \\ a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$$

Câu 17: Đáp án B

$$\text{Ta có } z = 1 + i + i^2 + \dots + i^{20} = \frac{i^{21} - 1}{i - 1} = 1 \text{ nên số phức}$$

z có phần thực là 1 và phần ảo là 0

Nhận xét: Đề bài hỏi phần ảo và phần thực nhé các bạn, nếu không đọc kĩ đề các bạn sẽ chọn D dẫn đến đáp án sai.

Câu 18: Đáp án D

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x^2 > 0 \\ 2^x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 0 \text{ hay}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Câu 19: Đáp án A

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{1-x} > 2^{x+1} \Leftrightarrow 1-x > x+1 \rightarrow x < 0$$

Câu 20: Đáp án D

Nhắm thấy $x=5$ là nghiệm phương trình

Ta có

$$\log_5(x-4) = 5-x \Leftrightarrow \log_5(x-4) + x - 5 = 0 \quad (x > 4)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \log_5(x-4) + x - 5 \text{ với } (x > 4)$$

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x-4)\ln 5} + 1 > 0$ với mọi $x > 4$

Nên hàm số $f(x) = \log_5(x-4) + x - 5$ đồng biến trên $(4; +\infty)$ mà $f(5) = 0$ nên $x = 5$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Câu 21: Đáp án A

$$\log_{30} 450 = \log_{30} (3.5.30) \\ = \log_{30} 3 + \log_{30} 5 + \log_{30} 30 = a + b + 1$$

Nhận xét: Để xử lý bài toán này bạn cần nhớ công thức sau: Với điều kiện xác định ta có $\log_a(x_1 x_2 \dots x_n) = \log_a x_1 + \log_a x_2 + \dots + \log_a x_n$

Câu 22: Đáp án D

Hàm số $y = \log_x \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ xác định khi $\begin{cases} x > 0; x \neq 1 \\ (x-1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Câu 23: Đáp án D

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$4^{\cos^2 x} + 4^{\sin^2 x} \geq 2\sqrt{4^{\cos^2 x} \cdot 4^{\sin^2 x}} = 2\sqrt{4^{\cos^2 x + \sin^2 x}} = 2\sqrt{4} = 4$$

Câu 24: Đáp án C

A, B, D. Đúng theo SGK

C sai vì đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1, x > 0$) phụ thuộc vào a cụ thể như sau

- Nếu $a > 1 \rightarrow y' = \frac{1}{x \ln a} > 0 \rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$
- Nếu $0 < a < 1 \rightarrow y' = \frac{1}{x \ln a} < 0 \rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Câu 25: Đáp án A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+2 > 0 \\ (x+1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$PT \Leftrightarrow 2\log_2(x+2) - 2\log_2|x+1| = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+2) = \log_2(2|x+1|)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = 2|x+1| \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{4}{3} \end{cases}$$

Nên tích các nghiệm của phương trình là 0

Câu 26: Đáp án A

$$D = (0; +\infty).$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2(1+x^2) = \log_2 \frac{2}{x} \Leftrightarrow 1+x^2 = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x^3 + x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 27: Đáp án A

Đây là dạng toán lãi suất thường xuyên xuất hiện trong các đề thi CASIO các cấp. Trong khuôn khổ đề thi này tôi xin được giới thiệu bài toán tổng quát và các công thức tính hay được áp dụng trong quá trình tính toán.

Bài toán tổng quát: Vay A đồng, lãi hàng tháng $r\%$. Hỏi hàng tháng phải trả bao nhiêu tiền để sau n tháng thì hết nợ?

Trả lời: Số tiền hàng tháng phải trả là

$$a = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Gọi x là số tiền anh A phải trả mỗi năm. Áp dụng công thức trên ta được

$$x = \frac{300.10^6.0,06.1,06^5}{1,06^5 - 1} = 71218920,13$$

Suy ra số tiền mỗi tháng phải trả là

$$\frac{71218920,13}{12} = 5934910,011 \approx 5935000$$

Nhiều em không đọc kĩ đề bài, đề hỏi mỗi tháng trả bao nhiêu tiền thì lại chọn đáp án trả lời cho mỗi năm trả bao nhiêu (đáp án B, C), đề bài yêu cầu làm tròn lại không làm tròn (đáp án B, D).

Câu 28: Đáp án A

$$\int (\sin x + \cos x) dx = \sin x - \cos x + C$$

Câu 29: Đáp án C

$$\int_0^1 \frac{2x-1}{2x+1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{2x+1}\right) dx \\ = (x - \ln|2x+1|) \Big|_0^1 = 1 - \ln 3$$

Câu 30: Đáp án C

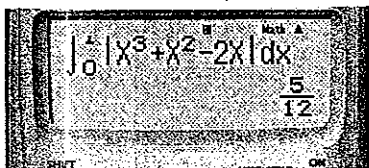
$$y = (2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 2 + 4^{-x} \\ \rightarrow y' = 4^x \ln 4 - 4^{-x} \ln 4 = (2^{2x+1} - 2^{1-2x}) \ln 2$$

Câu 31: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị

$$\text{hàm số là } x^3 + x^2 = 2x \Leftrightarrow x(x-1)^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số là $S = \int_0^4 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \frac{5}{12}$ (sử dụng máy tính CASIO như hình bên)



Câu 32: Đáp án D

Thông qua bảng xét dấu ta thấy rằng $P(x)$ lớn hơn 0 trong các khoảng $(-2; -1)$ và $(3; 4)$; $P(x)$ nhỏ hơn 0 trong khoảng $(-1; 3)$ nên ta có

$$S = \int_{-2}^{-1} P(x) dx - \int_{-1}^3 P(x) dx + \int_3^4 P(x) dx$$

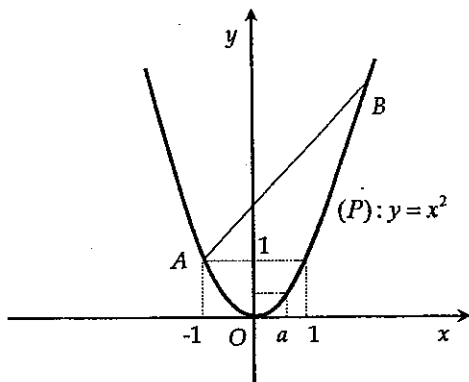
Nhiều bạn khi làm đến bước này rồi chọn luôn ý C tuy nhiên các bạn để ý kỹ ý C nhé

$$S = \int_{-2}^{-1} P(x) dx - \int_{-1}^3 P(x) dx + \int_3^4 P(x) dx \\ \neq \int_{-2}^{-1} P(x) dx - \int_{-1}^3 P(x) dx + \int_3^4 P(x) dx$$

Đáp án đúng phải là D nhé

$$-\int_{-1}^3 P(x) dx = + \int_3^{-1} P(x) dx$$

Câu 33: Đáp án A



Trên (P) lấy $M(a, a^2)$ với $a \in (-1; 2)$

Ta có $AB: \frac{x - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{y - 1}{4 - 1} \Leftrightarrow AB: y = x + 2$

$$d(M; AB) = \frac{|a - a^2 + 2|}{\sqrt{2}}$$

Ta có $S_{AMB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(M; AB)$. Mà AB cố định, nên để S_{AMB} đạt GTNN thì $d(M; AB)$ đạt GTNN.

$$4 \cdot d(M; AB) = 4 \cdot \frac{|(2-a)(a+1)|}{\sqrt{2}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (2-a+a+1)^2$$

Do đề không yêu cầu tìm GTNN đó nên ta không cần thiết phải giải tiếp, mà tìm dấu bằng

$$\text{xảy ra} \Leftrightarrow 2-a=a+1 \Leftrightarrow a=\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right).$$

Câu 34: Đáp án C

$$g'(x) = (2a+1)\cos x + 2(3b-2)\cos 2x + 3(5c-7)\cos 3x \\ = \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$$

Đến đây có 2 cách làm, một làm làm mò thử từng đáp án để cho vào ta được kết quả

$$a = -\frac{1}{2}; b = \frac{5}{6}; c = \frac{7}{5}$$

Tôi xin trình bày cách 2 như sau :

$$\text{Cho } \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} g'(0) = 2a+6b+15c-24=1 \\ g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -6b+4=-1 \\ g'\left(\frac{\pi}{3}\right) = a-3b-15c=-24 \end{cases}$$

$$a = -\frac{1}{2}; b = \frac{5}{6}; c = \frac{7}{5}$$

Thử lại với các giá trị trên ta có

$$g'(x) = (-1+1)\cos x + 2\left(\frac{5}{2}-2\right)\cos 2x + 3(7-7)\cos 3x \\ = \cos 2x$$

$$\text{Nên } a = -\frac{1}{2}; b = \frac{5}{6}; c = \frac{7}{5} \text{ thỏa mãn.}$$

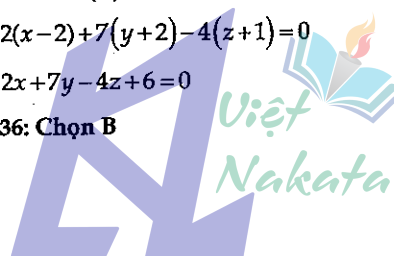
Câu 35: Đáp án D

Ta có $\overline{AB} = (1; 2; 4), \overline{AC} = (-4; 4; 5)$ và $\vec{u} = [\overline{AB}; \overline{AC}] = (-6; -21; 12)$ cùng phương với $\vec{v}(2; 7; -4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C nên

$$(P): 2(x-2) + 7(y+2) - 4(z+1) = 0 \text{ hay} \\ (P): 2x + 7y - 4z + 6 = 0$$

Câu 36: Chọn B



Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -1)$, $\overrightarrow{u_d} = (1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với d nên có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_p} = (1; 1; -2)$

Suy ra $(P): x + y - 2z + 2 = 0$

Câu 37: Đáp án C

Gọi $I(4; 1; 3)$ là trung điểm của AB

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có

$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2} \text{ nên } MA^2 + MB^2 \text{ đạt}$$

giá trị nhỏ nhất khi MI^2 đạt giá trị nhỏ nhất hay I là hình chiếu vuông góc của M lên (P)

Ta viết nhanh đường thẳng d đi qua $M(4; 1; 3)$

và nhận $\overrightarrow{n} = (1; 1; 1)$ là vectơ chỉ phương suy ra

$$d: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ thay } x, y, z \text{ thuộc } d \text{ vào } (P) \text{ ta}$$

$$\text{được } t = \frac{-16}{3} \text{ hay } M\left(\frac{-4}{3}; \frac{-13}{3}; \frac{-7}{3}\right)$$

Câu 38: Đáp án A

Giả sử mặt cầu (S) có dạng

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d &= 0 \\ (a^2 + b^2 + c^2 - d) &> 0 \end{aligned}$$

Vì $O, A, B, C \in (S)$

$$\rightarrow \begin{cases} d = 0 \\ 9 - 6a + d = 0 \\ 9 - 6b + d = 0 \\ 9 - 6c + d = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = b = c = \frac{3}{2} \\ d = 0 \end{cases}$$

Vì vậy $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$

Câu 39: Đáp án B

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và nhận

$\overrightarrow{a} = (m^2; -n; 4)$ là véc tơ chỉ phương

Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(m; 0; 1)$ và nhận

$\overrightarrow{b} = (1; -2; 1)$ là véc tơ chỉ phương

Do $d // \Delta$ nên ta có $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$ cùng phương và $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{b}$ không cùng phương

$$\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ cùng phương} \leftrightarrow \frac{m^2}{1} = \frac{-n}{-2} = \frac{4}{1} \rightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ n = 8 \end{cases}$$

$\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{b}$ không cùng phương

$$\leftrightarrow \frac{1-m}{1} \neq \frac{2}{-2} \neq \frac{-1}{1} \rightarrow m \neq 2$$

Vậy $m = -2, n = 8$

Nhận xét: Trong bài toán trên các bạn hay quên trường hợp xét $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{b}$ không cùng phương nên sẽ chọn đáp án B.

Câu 40: Đáp án A

Gọi điểm $M(x; y; z)$ là điểm cố định mà đường thẳng d luôn đi qua

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} x + (1-2m)y + 4mz - 4 = 0 \\ 2x + my - (2m+1)z - 8 = 0 \end{cases} \forall m$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} (x-4) + y + m(4z-2y) = 0 \\ 2x-8 + m(y-2z) - z = 0 \end{cases} \forall m$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x-4=0 \\ 2x-8=0 \\ y=0 \\ 4z-2y=0 \\ y-2z=0 \\ -z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \rightarrow M(4; 0; 0)$$

Câu 41: Đáp án D

Ta thấy:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2z + 12m = 0$$

$$\leftrightarrow (x-2m)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4m^2 - 12m + 5$$

Nên điều để phương trình đã cho là

$$4m^2 - 12m + 5 > 0 \text{ hay } x < \frac{1}{2} \text{ hoặc } x > \frac{5}{2}$$

Câu 42: Đáp án B

Giải bài toán tìm điểm đối xứng của một điểm qua một mặt phẳng đã biết thì ta phải thực hiện 2 bước như sau:

- Tìm hình chiếu của điểm đó trên mặt phẳng đã cho.

- Áp dụng công thức trung điểm của đoạn thẳng để tìm điểm đối xứng cần tìm.

Quay lại với bài toán ta có:

Gọi H là hình chiếu của M lên (P) . Gọi d là đường thẳng qua H và vuông góc với mặt phẳng (P) suy ra $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_p} = (1; -1; 1)$.

$$\text{Suy ra } d: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$$

$$\text{Vậy } H(1;2;2) \rightarrow M; (0;3;1)$$

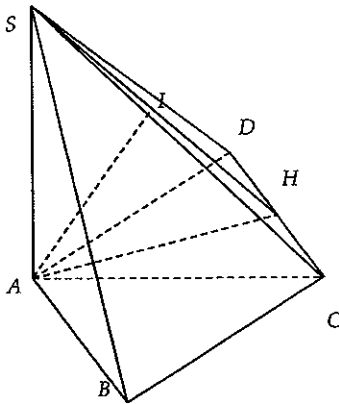
Câu 43: Đáp án C

Kẻ $AO \perp (BCD), BH \perp DC \rightarrow \overline{B, H, O}$ và

$$BO = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } S_{xy} = \pi r l = \pi BO \cdot AB = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$$

Câu 44: Đáp án A



Dựng hình bình hành $ABCD \rightarrow AB \parallel CD$

Ta có $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$

Kẻ $AH \perp DC, AI \perp SH$

$$\rightarrow \frac{1}{d^2(A, (SCD))} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SH^2} \quad (\text{bài toán tính})$$

khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đã quá quen thuộc ở các đề trước tôi xin phép không trình bày)

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SA = a \rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

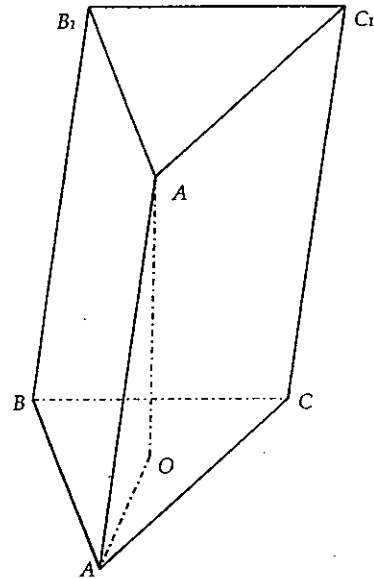
$$\rightarrow d(AB, SC) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Câu 45: Đáp án A

Theo định nghĩa trong SGK hình học lớp 12 thì ta có hình bát diện là hình có 6 đỉnh, 8 mặt, 12

cạnh và thuộc loại $\{3;4\}$ có nghĩa là có 3 cạnh ở mỗi mặt và 4 mặt gặp nhau ở một đỉnh.

Câu 46: Đáp án A



$$V = 2\sqrt{3}a^3 \rightarrow h = \frac{V}{S_{ABC}} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{a^2\sqrt{3}} = 2a \rightarrow A'O = 2a$$

$$\text{Mà } AO = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \text{ nên } \tan \alpha = \sqrt{3} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Câu 47: Đáp án B

$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4$$

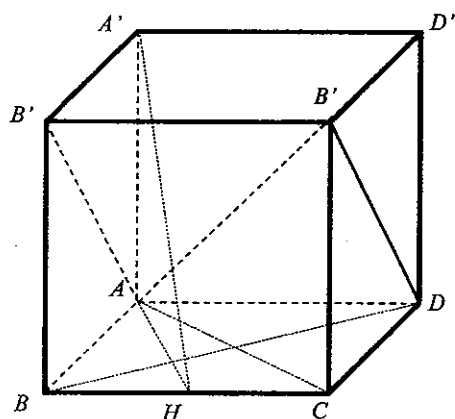
Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh trục AB thì ta được hình trụ có $h=3, r=4$ nên $V_1 = 48\pi$

Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh trục BC thì ta được hình trụ có $h=4, r=3$ nên $V_2 = 36\pi$

$$\text{Ta có } \frac{V_2}{V_1} = \frac{36\pi}{48\pi} = \frac{3}{4}$$

Câu 48: Đáp án B





$$\rightarrow h = \frac{a}{\sqrt{2}} \rightarrow V_{h/c} = \frac{1}{3\sqrt{2}} a^3$$

$$\rightarrow V_{\text{bát giác đều}} = 2V_{h/c} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

Câu 50: Đáp án B

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 30 = 100 (cm^3)$$

Nhận xét: Các em cần chú ý đường cao là $3dm = 30cm$ nhé, khi làm chúng ta phải thống nhất đơn vị giữa các đại lượng.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có $A'H \perp (ABCD)$

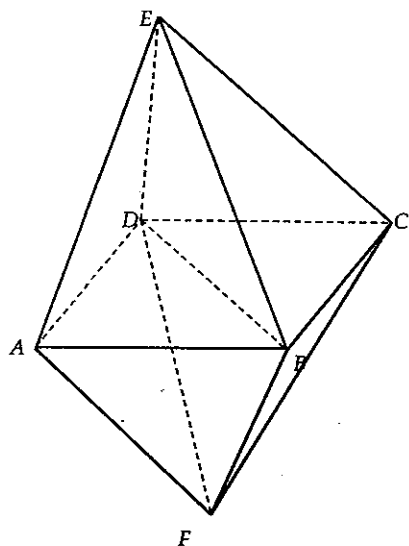
Tam giác ABH có $AH = \sqrt{AB^2 + BH^2} = a\sqrt{2}$

Tam giác vuông $AA'H$ có

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = A'H \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{2} \cdot a \cdot 2a = 2\sqrt{2}a^3$$

Câu 49: Đáp án C



Để tính được thể tích khối bát diện đều ta chia khối bát diện đều thành 2 khối chóp tứ giác đều cạnh a

Gọi h là chiều cao hình chóp tứ giác đều.



ĐỀ SỐ 20

Câu 1: Tìm m để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (2m+1)x - 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $m \geq \frac{-1}{3}$ B. $m > \frac{-1}{2}$ C. $m < 0$ D. $m > \frac{-1}{3}$

Câu 2: Tìm $a+b$ biết $A(0;a); B(b;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$?

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Câu 3: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 - 3$ có ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông?

- A. $m \in \left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$ B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 4: Xét trên đoạn $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$, hàm số nào sau đây có tập giá trị nhỏ nhất và lớn nhất trùng với tập các giá trị cực tiểu và cực đại của nó?

- A. $y = x^3 + 1$ B. $y = (x-1)(x^2 - 1)$ C. $y = x^3 - 3x$ D. $y = x^3 + 2x$

Câu 5: Số điểm cực tiểu của hàm số $y = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 1$ là:

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 6: Hai đường cong $f(x) = x^2 - x$ và $g(x) = \frac{1-x}{x+2}$ tiếp xúc với nhau tại mấy điểm?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 7: Để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + b$ nhận $I(1;1)$ là tâm đối xứng thì giá trị $a+b=?$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. 3

Câu 8: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$?

- A. $I(1;1)$ B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Câu 9*: Cho hàm số $y = \begin{cases} x^4 + x^2 + 1; x \geq 1 \\ x^3 + 2x; x < 1 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng?

- Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 khi xét trên khoảng $(0; \sqrt{2})$.
- Hàm số không có giá trị lớn nhất cũng như nhỏ nhất khi xét trên $\mathbb{R}$.

- A. 1; 4 B. 2; 4 C. 1; 2; 4 D. 1; 3; 4

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{3x-m}$. Tìm m để hàm số không đơn điệu trên tập xác định.

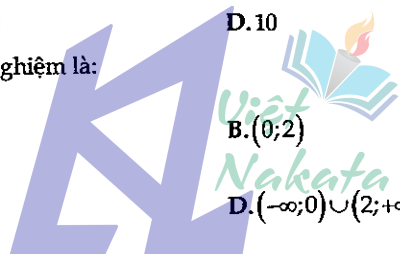
- A. $m < -6$ B. $m = -6$ C. $m > -6$ D. $m \in \emptyset$

Câu 11: Phương trình $\log_3(x^2 - 7x + 3) = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thì giá trị $(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)$ bằng:

- A. 1 B. 25 C. 50 D. 10

Câu 12: Bất phương trình $\log_{1/2}(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1)$ có nghiệm là:

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(1; \frac{1}{4}(3 - \sqrt{17})\right) \cup \left(0; \frac{1}{4}(3 + \sqrt{17})\right) \cup (2; +\infty)$
 B. $(0; 2)$
 C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 - \sqrt{17}); 0\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 + \sqrt{17}); 2\right)$
 D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$



Câu 13: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, được kí hiệu là $mmHg$) suy giảm so với độ cao x (đo bằng met), với công thức: $P = P_0 \cdot e^{-kx}$ trong đó, $P_0 = 760mmHg$ là áp suất ở mức nước biển ($x=0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000m$ thì áp suất của không khí là $673mmHg$. Hỏi rằng ở độ cao $5000m$ thì áp suất khí quyển là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

- A. $415mmHg$ B. $760mmHg$ C. $413,83mmHg$ D. $500mmHg$

Câu 14: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\log_x(x^2 + x + 1)}$?

- A. $x > 0; x \neq 1$ B. $0 < x < 1$ C. $x \geq 1$ D. $x > 1$

Câu 15: Cho hàm số logarit $f(x) = \log_a x$. Tìm các khẳng định đúng ?

1. Tập xác định của hàm số là $[0; +\infty)$.
2. Với mọi giá trị thực m , luôn tồn tại số thực dương x_0 sao cho $f(x_0) = m$.
3. a phải là số thực dương khác 1.
4. Hàm số luôn đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

- A. 2; 3; 4 B. 2; 3 C. 3; 4 D. 1; 3

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_x(x+2)$?

- A. $\frac{1}{(x+2)\ln x}$ B. $\frac{1}{(x+2)\ln x} - \frac{\log_x(x+2)}{x\ln x}$
C. $\frac{\ln(x+2)}{x}$ D. $\frac{1}{(x+2)\ln x} - \frac{\log_x(x+2)}{\ln x}$

Câu 17: Giải phương trình: $\log_{1-x}(x^3 - x^2 + x) = \sqrt{x^3 - x^2 + x} - 1$.

- A. $x \in \emptyset$ B. $x = 1$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

Câu 18: So sánh ba số: $3^{4^5}; 4^{5^3}; 5^{4^3}$?

- A. $5^{4^3} > 4^{5^3} > 3^{4^5}$ B. $5^{4^3} < 3^{4^5} < 4^{5^3}$ C. $5^{4^3} > 3^{4^5} > 4^{5^3}$ D. $5^{4^3} < 4^{5^3} < 3^{4^5}$

Câu 19: Tập nghiệm của phương trình $81^{x^2} = (\sqrt{27})^x$ là:

- A. $S = \{0\}$ B. $S = \left\{0; \frac{3}{8}\right\}$ C. $S = \{0; 2\}$ D. $S = \{1\}$

Câu 20: Biết $\log 2 = a$ thì $\log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}}$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a}{3} - \frac{7}{3}$ B. $\frac{2a}{3} + \frac{7}{3}$ C. $\frac{2}{3a} + \frac{7}{3}$ D. $\frac{2}{3a} - \frac{7}{3}$

Câu 21: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x + 1} dx$?

- A. $-\frac{1}{2} + 2\ln 2$ B. $\ln\left(\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}\right)$ C. $-\frac{1}{2} - 2\ln 2$ D. $-\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}$

Câu 22: Tính tích phân $I = \int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x(\ln x + 1)} dx$?

- A. $1 + \ln \frac{3}{2}$ B. $-1 + \ln \frac{3}{2}$ C. $1 - \ln \frac{3}{2}$ D. $1 + \ln \frac{3}{2}$

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x \sin(3x + 1)$?



A. $-\frac{2}{3}x\cos(3x+1)+\frac{2}{9}\sin(3x+1)+C$

B. $-\frac{2}{3}x\cos(3x+1)+\frac{2}{3}\sin(3x+1)+C$

C. $-\frac{2}{3}x\cos(3x+1)-\frac{2}{9}\sin(3x+1)+C$

D. $-\frac{2}{3}x\cos(3x+1)-\frac{2}{3}\sin(3x+1)+C$

Câu 24: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $y=x^3-2x^2+12x-1$ và $y=4x^2+x+5$

A. $S=\frac{16\pi}{105}$

B. $S=\frac{1}{2}$

C. $S=\frac{73\pi}{3}$

D. $S=1$

Câu 25: Cho hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $y=x^3-3x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0; x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox ?

A. $\frac{3}{7}\pi$

B. $\frac{309}{700}\pi$

C. $\frac{31}{70}\pi$

D. $\frac{3,02}{7}\pi$

Câu 26: Tìm khẳng định đúng?

1. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \geq 0$.

2. Nếu hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $[-a; a]$ thì $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$.

3. Nếu hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a; a]$ thì $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.

4. Hàm số $f(x)$ xác định trên K thì hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x) + C$ với mọi $x \in K; C \in \mathbb{R}$.

A. 1; 4

B. 1; 2; 3

C. 2; 3; 4

D. 2; 3

Câu 27*: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos 2x}} dx$?

A. $\frac{\pi}{3}$

B. π

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 28: Tìm phần thực của số phức z biết: $(1+3i)(z+1)+(2-3i)(\bar{z}-2)=0$?

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

Câu 29: Tìm $|z_1 + z_2|$ biết: $\begin{cases} (1+3i)z_1 + (3+i)z_2 = 4-7i \\ (4-i)z_1 + (2+i)z_2 = 3+2i \end{cases}$?

A. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{\frac{74}{29}}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Câu 30: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + (1+2i)z + (3-2i) = 0$. Tính $\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right|$?

A. $\sqrt{\frac{5}{3}}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{12}$

C. $\sqrt{\frac{5}{13}}$

D. $\sqrt{\frac{5}{12}}$

Câu 31*: Cho $|z_1| = |z_2| = 1$ và $z = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

1. $|z| = 1$.

2. z là số thực.

3. z là số thuần ảo.

A. 1

B. 2

C. 3

D. Không có

Câu 32: Số thực a thay đổi tùy ý thì các điểm của mặt phẳng phức biểu diễn các căn bậc hai của $z = a + 2i$ vạch nên đường:

A. Elip

B. Parabol

C. Đường tròn

D. Hypebol

Câu 33: Cho $z = \frac{1-i}{1+i}$. Tính z^{2017} ?

- A.1 B.-1 C.i D.-i

Câu 34: Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn trên mặt phẳng phức là tiếp điểm của một tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ $(0;0)$ với đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ trên mặt phẳng phức đó. Hỏi giá trị của $|z|$ là:

- A. $\sqrt{21}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{19}$ D. $3\sqrt{2}$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và nhận vector $u(3;2;1)$ là vector chỉ phương là:

- A. $3x = 2y = z$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ C. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ D. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{-z}{1}$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3); B(0;-1;1); C(1;2;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $3x - y - 1 = 0$ B. $3x - y + 1 = 0$ C. $3y - z - 1 = 0$ D. $3x - y - 2z - 1 = 0$

Câu 37*: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3); B(2;3;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z = 9$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. $M\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ B. $M\left(\frac{51}{55}; \frac{47}{29}; \frac{31}{55}\right)$ C. $M\left(\frac{518}{551}; \frac{47}{29}; \frac{311}{551}\right)$ D. $M\left(\frac{18}{51}; \frac{47}{29}; \frac{11}{55}\right)$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Tìm mặt phẳng (P) là mặt phẳng chứa cả A và (d) ?

- A. $(P): 5x - 4y + 2z - 3 = 0$ B. $(P): 5x - 4y - 2z - 3 = 0$
C. $(P): 5x + 4y + 2z - 3 = 0$ D. $(P): 5x - 4y + 2z + 3 = 0$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3); B(0;-1;1); C(1;2;0)$. Diện tích tam giác ABC là:

- A. $3\sqrt{10}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - 4z = 1$. Mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. (P) và (S) tiếp xúc với nhau. B. (P) đi qua tâm của (S)
C. (P) và (S) không cắt nhau. D. (P) và (S) cắt nhau theo một đường tròn

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3); B(0;0;1); C(0;1;0)$. Xác định thể tích của hình chóp $OABC$ trong đó O là gốc tọa độ ?

- A.1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(0;1;2); B(1;0;1); C(-1;-1;0); D(1;2;3)$. Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?

- A. $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{-7}{6}\right)$ B. $I(-1;1;-7)$ C. $I\left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{-7}{6}\right)$ D. $I\left(\frac{-1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{-7}{6}\right)$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(0;1;2); B(1;0;1); C(-1;-1;0); D(-1;2;-3)$. Mặt cầu có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng ABC là:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 18$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$

Câu 44: Khối đa diện lồi đều có số mặt nhiều nhất là?

A. 12

B. 30

C. 24

D. 20

Câu 45: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn (O) và (O') có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 1.

Trên đường tròn tâm O lấy một điểm A và trên đường tròn tâm O' lấy một điểm B sao cho $AB = 2$.

Tính thể tích khối chóp $OO'AB$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{1}{12}$

Câu 46: Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ cạnh 1 có tâm O . Thể tích khối tứ diện $AA'B'O$ là:

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{12}$

D. $\frac{1}{27}$

Câu 47: Cho hình chóp $SABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$?

A. $\frac{4}{3}\pi a^3$

B. $\frac{28}{27}\pi a^3$

C. $\frac{28\sqrt{21}}{27}\pi a^3$

D. $\frac{28\sqrt{3}}{27}\pi a^3$

Câu 48: Hình chóp tam giác đều cạnh a thì có diện tích toàn phần bằng?

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

B. $a^2\sqrt{3}$

C. a^2

D. $\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$

Câu 49: Cho hình cầu có bán kính $R = 2$ và một mặt phẳng cắt hình cầu theo thiết diện đường tròn có bán kính $r = 1$. Tính thể tích hình nón có đỉnh là tâm mặt cầu và đáy là thiết diện nói trên?

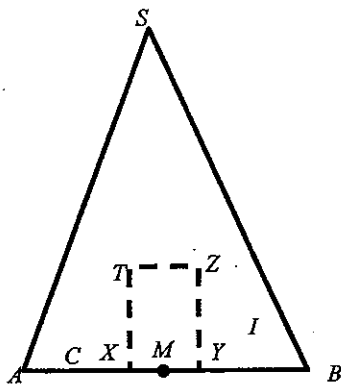
A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$

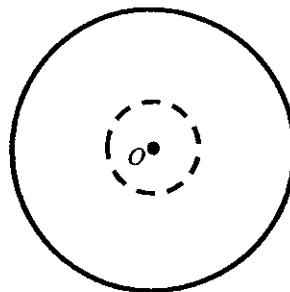
C. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

Câu 50: Tính thể tích của vật thể mà nó có các hình chiếu sau (đường nét liền là những đường nhìn thấy được, đường nét đứt là những đường bị che khuất).



Hình (A)



Hình (B)

Hình (A) là hình chiếu đứng của vật thể có M đồng thời là trung điểm XY và là trung điểm của AB . ΔSAB cân tại S với $SA = SB = 50(mm)$; $AB = 60(mm)$, $XYZT$ là hình chữ nhật có $XY = 20(mm)$; $YZ = 15(mm)$.

Hình (B) là hình chiếu nằm của vật thể.

A. $\frac{11\pi}{2}(cm^3)$

B. $1445\pi(mm^3)$

C. $1450\pi(mm^3)$

D. $\frac{21\pi}{2}(cm^3)$

ĐÁP ÁN

1A	2B	3B	4C	5D	6A	7C	8D	9A	10B
11C	12C	13C	14D	15C	16B	17A	18D	19B	20D
21A	22C	23A	24B	25B	26D	27D	28D	29C	30C
31B	32D	33D	34A	35C	36A	37C	38A	39D	40D
41D	42A	43C	44D	45A	46C	47C	48B	49B	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Phân tích: Ta có: $y' = 3x^2 + 6mx + 2m + 1$

Hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (2m+1)x - 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' = 3x^2 + 6mx + 2m + 1 \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \geq -\frac{3x^2 + 1}{2(3x + 1)}, \forall x \in (0; +\infty) (*)$$

Xét hàm số $f(x) = -\frac{3x^2 + 1}{2(3x + 1)}, \forall x \in (0; +\infty)$, ta có:

$$f'(x) = -\frac{3(3x^2 + 2x - 1)}{2(3x + 1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{1}{2}; f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\text{Do đó, } (*) \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} f(x) = -\frac{1}{3}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Hiểu sai lý thuyết nên có thể lấy đáp án D. Một số sai hoàn toàn lý thuyết có thể lấy đáp án C.

Câu 2: $y = x^3 + x^2 - 1$ (C)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A(0, a) \in (C) \\ B(b, 1) \in (C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ 1 = b^3 + b^2 - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b^3 + b^2 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = -1 + 1 = 0$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 3:

Phân tích:

$$y' = 4x^3 - 4(2m+1)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -3 \\ x = \sqrt{2m+1} \Rightarrow y = -(2m+1)^2 - 3 \\ x = -\sqrt{2m+1} \Rightarrow y = -(2m+1)^2 - 3 \end{cases}$$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân

$$\text{biệt} \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}.$$

Ba điểm cực trị của đồ thị là:

$$A(0; -3); B(\sqrt{2m+1}; -(2m+1)^2 - 3);$$

$$C(-\sqrt{2m+1}; -(2m+1)^2 - 3)$$

Ta có:

$$\overline{AB} = (\sqrt{2m+1}; -(2m+1)^2);$$

$$\overline{AC} = (-\sqrt{2m+1}; -(2m+1)^2)$$

Tam giác ABC vuông:

$$\Leftrightarrow AB \perp AC \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$$

$$\Leftrightarrow -(2m+1) + (2m+1)^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m > -\frac{1}{2}$ ta thu được $m = 0$.

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Thường học sinh quên đổi chiều điều kiện nên sẽ đánh đáp án A.

Câu 4: C

Đáp án A và D chắc chắn sai vì đó là hàm đồng biến và không có cực trị.

Đáp án B ta có:

$$y = (x-1)(x^2-1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2x - 1$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = -\frac{1}{3}$$

Tuy nhiên ta có:

$$y(-\sqrt{2}) = -(\sqrt{2}+1) < 0 = y(1) < \frac{32}{27} = y\left(\frac{-1}{3}\right)$$

Do đó, giá trị nhỏ nhất không phải là giá trị cực trị.

Bằng phương pháp loại trừ ta có thể khoanh ngay

C. Nhưng ở đây chúng ta hãy cứ tìm hiểu C xem sao?

$$y = x^3 - 3x \Rightarrow y' = 3x^2 - 3x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$y(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}; y(-1) = 2; y(1) = -2; y(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 5: Ta có:

$$y' = 60x^4 - 180x^3 + 120x^2$$

$$y'' = 240x^3 - 540x^2 + 240x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y'' = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y'' < 0 \\ x = 2 \Rightarrow y'' > 0 \end{cases}$$

Do đó, hàm số có một cực tiểu. Vậy đáp án đúng là D.

Câu 6: Ta có:

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$g'(x) = -\frac{3}{(x+2)^2}$$

Hai đường cong $f(x)$ và $g(x)$ tiếp xúc nhau:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = \frac{1-x}{x+2} \\ 2x-1 = -\frac{3}{(x+2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$$

Do đó, hai đường cong tiếp xúc tại một điểm, vậy đáp án đúng là A.

Nhân xét: Bài này cần nắm vững lý thuyết tiếp xúc của hai đồ thị.

Câu 7: Ta có:

$$y' = 3x^2 + 2ax + b$$

$$y'' = 6x + 2a$$

Để $I(1;1)$ là điểm đối xứng của đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + b$ thì:

$$\begin{cases} y''(1) = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2a = 0 \\ 1 + a + 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 8: Ta có:

+Tiệm cận đứng: $x = \frac{1}{2}$

+Tiệm cận ngang: $y = 1$

+Tâm đối xứng là giao điểm của hai tiệm cận nên ta có tâm đối xứng đồ thị là: $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 9:

+Khẳng định 1 đúng vì: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} y = 3$

+Khẳng định 2 sai vì:

$$y'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{y(x) - y(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^4 + x^2 + 1) - 3}{x - 1} = 6$$

$$y'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{y(x) - y(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^3 + 2x) - 3}{x - 1} = 5$$

$$\Rightarrow y'(1^+) \neq y'(1^-)$$

+Khẳng định 3 sai vì: $y(\sqrt{2}) = 7 > 6$ nên giá trị lớn nhất sẽ phải lớn hơn 6.

+Khẳng định 4 đúng vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 10: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m}{3} \right\}$

$$y' = -\frac{m+6}{(3x-m)^2}$$

$\Rightarrow m+6 < 0 \Leftrightarrow m < -6 \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D$.

Khi đó hàm đồng biến trên từng khoảng $\left(-\infty; \frac{m}{3}\right); \left(\frac{m}{3}; +\infty\right)$.

$\Rightarrow m+6 > 0 \Leftrightarrow m > -6 \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D$. Khi đó hàm nghịch biến trên từng khoảng $\left(-\infty; \frac{m}{3}\right); \left(\frac{m}{3}; +\infty\right)$.

Với $m = -6$ thì hàm số là hàm hằng, do đó hàm số không đơn điệu trên D thì $m = -6$.

Đáp án đúng là B.

Câu 11:

$$\log_3(x^2 - 7x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = (x_1x_2 - 1)^2 + (x_1 + x_2)^2$$

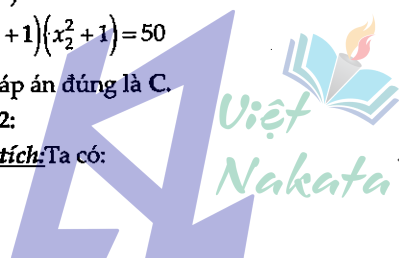
$$= (2 - 1)^2 + 7^2 = 50$$

$$\Rightarrow (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = 50$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 12:

Phân tích: Ta có:



$$\log_{1/2}(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow -\log_2(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x) + \log_2(-2x + 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x)(-2x + 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow 0 < (x^2 - 2x)(-2x + 1) < 1$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 - \sqrt{17}); 0\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 + \sqrt{17}); 2\right)$$

Vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Giải bất phương trình sai có thể ra các đáp án còn lại.

Câu 13: Ta có:

$$673 = 760.e^{1000.i} \Rightarrow i = -0.121573.10^{-3}$$

$$\Rightarrow P(5000) = 760.e^{5000(-0.121573.10^{-3})} = 413,83 \text{ mmHg}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 14: Hàm số $y = \sqrt{\log_x(x^2 + x + 1)}$ xác định:

$$\Leftrightarrow \log_x(x^2 + x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 + x + 1 - 1)(x - 1) > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x + 1)(x - 1) > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 15:

+Khẳng định 1 sai vì x phải dương.

+Khẳng định 2 đúng vì khi đó $x_0 = a^m$.

+Khẳng định 3 đúng vì đây là định nghĩa hàm logarit trong sách giáo khoa.

+Khẳng định 4 sai vì khi: $0 < a < 1$ hàm nghịch biến còn $a > 1$ hàm đồng biến.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 16: Ta có:

$$\begin{aligned} y &= \log_x(x + 2) = \frac{\ln(x + 2)}{\ln x} \\ \Rightarrow y' &= \frac{1}{x + 2} \cdot \ln x - \ln(x + 2) \cdot \frac{1}{x} \\ &= \frac{\ln^2 x}{(x + 2) \ln x} - \frac{\log_x(x + 2)}{x \ln x} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Có thể đánh đáp án A vì dùng cách tính đạo hàm của $\log_a(f(x))$. Cũng có thể

đánh đáp án C vì dùng cách tính đạo hàm của $\log_x A$.

Câu 17: $\log_{1-x}(x^3 - x^2 + x) = \sqrt{x^3 - x^2 + x - 1}$

Tập xác định:

$$\begin{cases} x^3 - x^2 + x - 1 \geq 0 \\ 1 - x > 0 \\ 1 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)(x^2 + 1) > 0 \\ 0 \neq x < 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 0 \neq x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy bài toán vô nghiệm. Đáp án đúng là A.

Câu 18: D

Cách đơn giản nhất ở đây là bấm máy tính © nhưng phải có nghệ thuật nhé! Không thể bấm trực tiếp vì số quá to! Hãy lấy logarit rồi so sánh chúng nhé.

$$\begin{cases} \ln(3^{4^5}) = 4^5 \ln 3 \approx 1124,979 \\ \ln(4^{5^3}) = 5^3 \ln 4 \approx 173,287 \\ \ln(5^{4^3}) = 4^3 \ln 5 \approx 103,004 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5^{4^3} < 4^{5^3} < 3^{4^5}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 19: Ta có:

$$81^{x^2} = (\sqrt{27})^x \Leftrightarrow (3^4)^{x^2} = \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^x$$

$$\Leftrightarrow 3^{4x^2} = 3^{\frac{3}{2}x} \Leftrightarrow 4x^2 = \frac{3}{2}x$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{8} \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 20: Ta có:

$$\log 2 + \log 5 = \log 10 = 1 \Rightarrow \log 5 = 1 - a$$

$$\Rightarrow \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{1 - a}{a}$$

$$\log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 \sqrt[3]{25} - \log_2 \sqrt[3]{32}$$

$$\Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 \sqrt[3]{5^2} - \log_2 \sqrt[3]{2^5}$$

$$\Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 5^{\frac{2}{3}} - \log_2 2^{\frac{5}{3}} = \frac{2}{3} \log_2 5 - \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1 - a}{a} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3a} - \frac{7}{3}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Nhận xét: Ý tưởng của bài toán là đưa về một biến!
Các câu 21;22 có thể sử dụng máy tính để đưa ra kết quả nhanh.

Câu 21:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x^2+1}{x+1} dx &= \int_0^1 \frac{(x^2-1)+2}{x+1} dx \\ &= \int_0^1 \left(x-1 + \frac{2}{x+1} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(x^2 - 2x + 4 \ln|x+1| \right) \Big|_0^1 = \frac{-1}{2} + 2 \ln 2 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 22: Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \int_1^2 \frac{u}{u+1} du = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{u+1} \right) du \\ \Rightarrow I &= \left(u - \ln|u+1| \right) \Big|_1^2 = 1 - \ln \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 23:

$$\begin{aligned} I &= \int f(x) dx = \int 2x \sin(3x+1) dx = 2 \int x \sin(3x+1) dx \\ &= 2 \left[\left(-\frac{1}{3} x \cos(3x+1) \right) + \frac{1}{3} \int \cos(3x+1) dx \right] \\ &= 2 \left[-\frac{1}{3} x \cos(3x+1) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \sin(3x+1) \right] + C \\ &= -\frac{2}{3} x \cos(3x+1) + \frac{2}{9} \sin(3x+1) + C \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 24: Xét phương trình giao điểm của hai đường cong ta được:

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 + 12x - 1 &= 4x^2 + x + 5 \\ \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases} \end{aligned}$$

Gọi diện tích hình phẳng cần tìm là S , thì:

$S = I_1 + I_2$, trong đó:

$$\begin{cases} I_1 = \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \\ I_2 = \int_2^3 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \end{cases}$$

Mà ta có:

$$\int (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x + C$$

Thay số ta thu được $S = \frac{1}{2}$.

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Áp dụng sai công thức và sử dụng công thức tính thể tích

$$S = \pi \int_1^3 \left(f^2(x) - g^2(x) \right) dx \text{ có thể thu được đáp án C}$$

hoặc có thể dùng công thức linh tính

$$S = \pi \int_1^3 \left(f(x) - g(x) \right)^2 dx \text{ có thể thu được đáp án A.}$$

Câu 25:

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 \left(x^3 - 3x + 1 \right)^2 dx$$

Ta thu được kết quả:

$$V = \pi \left(\frac{x^7}{7} - \frac{6x^5}{5} + \frac{x^4}{2} + 3x^3 - 3x^2 + x \right) \Big|_0^1$$

Thay cận ta được $V = \frac{31}{70} \pi$.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 26:

+Khẳng định 1 sai ví dụ ta lấy luôn:

$$f(x) = -1; a=1; b=0 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -1 < 0$$

+Khẳng định 2 đúng vì:

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a f(x) dx &= \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx \\ &= \int_a^0 f(-x) d(-x) + \int_0^a f(x) dx \\ &= \int_a^0 -f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \end{aligned}$$

+Khẳng định 3 đúng vì:

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a f(x) dx &= \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx \\ &= \int_a^0 f(-x) d(-x) + \int_0^a f(x) dx \\ &= \int_a^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 0 \end{aligned}$$

+Khẳng định 4 sai vì ta chỉ có:

$$F'(x) = f(x); \int f(x) dx = F(x) + C$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 27:

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos 2x}} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \frac{1}{1+e^{\cos u}} du \quad (u=2x)$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos u}} du + \frac{1}{2} \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{1}{1+e^{\cos u}} du$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos u}} du + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos(v-\pi/2)}} dv \quad \left(v = u - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos u}} du + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{-\cos v}} dv$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos x}} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{-\cos x}} dx$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+e^{\cos x}} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{e^{\cos x}}{1+e^{\cos x}} dx$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} 1 dx = \frac{\pi}{4}$$

án đúng là D.

Câu 28:

Đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

$$(1+3i)(z+1) + (2-3i)(\bar{z}-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+3i)(a+bi+1) + (2-3i)(a-bi-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a+1-3b) + (3a+3+b)i + (2a-4-3b) + (-3a+6-2b)i = 0$$

$$\Leftrightarrow (3a-6b-3) + (9-b)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-6b-3=0 \\ 9-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=19 \\ b=9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 19 + 9i \Rightarrow \text{Re}(z) = 19$$

Vậy đáp án là D.

Câu 29:

$$\begin{cases} (1+3i)z_1 + (3+i)z_2 = 4-7i \\ (4-i)z_1 + (2+i)z_2 = 3+2i \end{cases}$$

$$\Rightarrow (5+2i)z_1 + (5+2i)z_2 = (4-7i) + (3+2i)$$

$$\Rightarrow (5+2i)(z_1+z_2) = 7-5i$$

$$\Rightarrow (5+2i)(z_1+z_2) = 7-5i$$

$$\Rightarrow |z_1+z_2| = \left| \frac{7-5i}{5+2i} \right| = \left| \frac{7-5i}{5+2i} \cdot \frac{5-2i}{5-2i} \right| = \frac{\sqrt{74}}{\sqrt{29}} = \sqrt{\frac{74}{29}}$$

Vậy đáp án đúng là C.

$$\text{Câu 30: } z^2 + (1+2i)z + (3-2i) = 0$$

Thực ra định lý Viète vẫn đúng trong trường số phức nên ta có:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -(1+2i) \\ z_1 z_2 = 3-2i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} \right| = \left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \left| \frac{-(1+2i)}{3-2i} \right| = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{5}{13}}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 31: Ta có:

$$|z_1| = |z_2| = 1$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} = \frac{\frac{|z_1|}{z_1} + \frac{|z_2|}{z_2}}{1 + \frac{|z_1 z_2|}{z_1 z_2}} = \frac{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}}{1 + \frac{1}{z_1 z_2}}$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} = z$$

Do đó, z là số thực. Do đó khẳng định 2 đúng, 3 sai. Khẳng định 1 sai vì ví dụ:

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i; z_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}i$$

$$\Rightarrow |z| = \left| \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)i}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}i \right)} \right|$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)^2}{\left(1 + \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \right)^2}} \approx 1,546$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 32: Ta giả sử $w = x + yi$ là căn bậc hai của số phức $z = a + 2i$. Khi đó ta có:

$$w^2 = z \Leftrightarrow (x + yi)^2 = a + 2i$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = a + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ xy = 1 \end{cases}$$

Do đó, biểu diễn của số phức w là một Hyperbol

có phương trình: $y = \frac{1}{x}$.

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 33: Ta có:

$$z = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{1-i^2} = \frac{1-2i+i^2}{1-i^2}$$

$$z = \frac{1-2i+(-1)}{1-(-1)} = -i$$

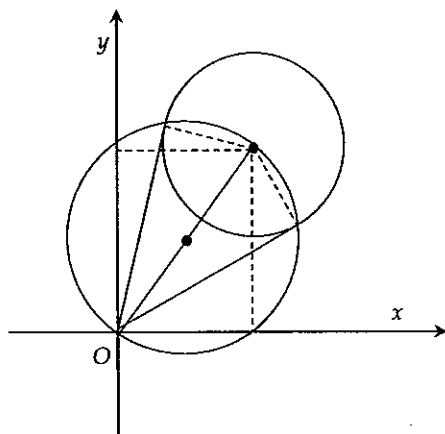
$$\Rightarrow z^{2017} = (-i)^{2017} = \left((-i)^2 \right)^{504} \cdot (-i) = -i$$

Như vậy, đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Không biết rút gọn $(-i)^{2017}$.

Câu 34:

Phân tích: Phương trình đường tròn (C): $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(3;4)$ và bán kính $R=2$. Tiếp điểm kẻ từ $O(0;0)$ tới đường tròn (C) được xác định là giao điểm của đường tròn (C) và đường tròn đường kính OI (như hình vẽ).



Trung điểm OI là: $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. Phương trình đường

tròn đường kính OI là: $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

Do đó, tọa độ các tiếp điểm là:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4 \\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{63-8\sqrt{21}}{25}; y = \frac{84+6\sqrt{21}}{25} \\ x = \frac{63+8\sqrt{21}}{25}; y = \frac{84-6\sqrt{21}}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{63-8\sqrt{21}}{25}\right)^2 + \left(\frac{84+6\sqrt{21}}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{13125}{625}}$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{21}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 35:

Phương trình đường thẳng cần tìm là:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$$

Đáp án đúng là C.

Câu 36: Giả sử phương trình mặt phẳng (ABC) là: $ax+by+cz+d=0$

Khi đó ta có:

$$\begin{cases} a.1+b.2+c.3+d=0 \\ a.0+b.(-1)+c.1+d=0 \\ a.1+b.2+c.0+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+3c=-d \\ -b+c=-d \\ a+2b=-d \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ b=d \\ a=-3d \end{cases} \xrightarrow{d=-1} \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow (ABC): 3x-y-1=0$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 37:

Phân tích: Ta thấy:

$$(2x_A+3y_A+4z_A-9)(2x_B+3y_B+4z_B-9)=88>0$$

Do đó, $A; B$ nằm cùng nửa không gian với mặt phân cách là mặt phẳng (P). Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P). Khi đó ta có:

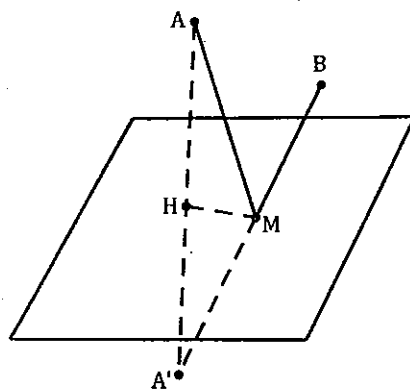
$$MA+MB=MA'+MB \geq A'B$$

Dấu "=" xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$. Công việc còn lại là tính toán:

+Phương trình đường thẳng AA' là:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

+H thuộc AA' nên: $H(2t+1; 3t+2; 4t+3)$

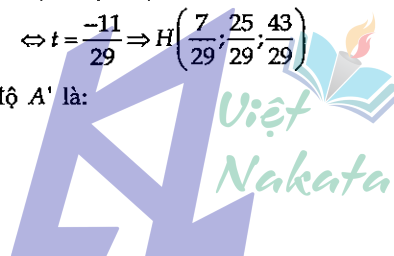


+H thuộc (P) nên:

$$2(2t+1)+3(3t+2)+4(4t+3)=9$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-11}{29} \Rightarrow H\left(\frac{7}{29}; \frac{25}{29}; \frac{43}{29}\right)$$

+Tọa độ A' là:



$$\begin{cases} x_A = 2x_H - x_A = -\frac{15}{29} \\ y_A = 2y_H - y_A = -\frac{8}{29} \Rightarrow A\left(-\frac{15}{29}; -\frac{8}{29}; -\frac{1}{29}\right) \\ z_A = 2z_H - z_A = -\frac{1}{29} \end{cases}$$

+Phương trình đường thẳng $A'B$ là:

$$\frac{x-2}{-\frac{15}{29}-2} = \frac{y-3}{-\frac{8}{29}-3} = \frac{z-1}{-\frac{1}{29}-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{73} = \frac{y-3}{95} = \frac{z-1}{30}$$

+Tọa độ M cần tìm:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{73} = \frac{y-3}{95} = \frac{z-1}{30} = \frac{-8}{551} \Leftrightarrow M\left(\frac{518}{551}; \frac{47}{29}; \frac{311}{551}\right) \\ 2x+3y+4z=9 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 38: Ta có:

$$M(1;0;-1) \in (d); \overline{AM} = (0; -2; -4); \overline{u_d} = (2; 3; 1)$$

Véc tơ pháp tuyến của (P) là:

$$\begin{aligned} n &= [\overline{AM}; \overline{u_d}] = (10; -8; 4) \\ \Rightarrow (P): 10(x-1) - 8(y-2) + 4(z-3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (P): 5x - 4y + 2z - 3 &= 0 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 39: Ta có:

$$\overline{AB} = (-1; -3; -2); \overline{AC} = (0; 0; -3)$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overline{AB}; \overline{AC}] \right| = \frac{1}{2} \left| (9; -3; 0) \right| = \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ (đvdt)}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 40:

$$\begin{aligned} (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - 4z &= 1 \\ (S): (x-1)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + (z-2)^2 &= \frac{33}{4} \\ \Rightarrow I: \left(1; \frac{3}{2}; 2\right); R &= \frac{\sqrt{33}}{2} \end{aligned}$$

Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là:

$$d_{I/(P)} = \frac{\left| 1 + 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot 2 - 6 \right|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{7} < \frac{\sqrt{33}}{2} = R$$

Do đó, (P) và (S) cắt nhau theo một đường tròn.

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 41:

$$A(1;2;3); B(0;0;1); C(0;1;0)$$

$$\overline{OA} = (1;2;3); \overline{OB} = (0;0;1); \overline{OC} = (0;1;0)$$

$$\Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6} \left| [\overline{OB}; \overline{OC}] \cdot \overline{OA} \right| = \frac{1}{6} \left| (-1; 0; 0) \cdot (1; 2; 3) \right| = \frac{1}{6}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 42:

Gọi tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

$I(a; b; c)$. Khi đó ta có: $IA = IB = IC = ID$

$$A(0;1;2); B(1;0;1); C(-1;-1;0); D(1;2;0)$$

$$\begin{cases} a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ (a+1)^2 + (b+1)^2 + c^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b-c = \frac{-3}{2} \\ 2b-c = \frac{3}{2} \\ 2a+b+c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = \frac{-7}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{-7}{6}\right)$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 43:

+Mặt phẳng (ABC) là: $ax+by+cz+d=0$ thì ta có:

$$A(0;1;2); B(1;0;1); C(-1;-1;0); D(1;2;3)$$

$$\begin{cases} 0.a + 1.b + 2.c + d = 0 \\ 1.a + 0.b + 1.c + d = 0 \\ (-1).a + (-1).b + 0.c + d = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b + 2c = -d \\ a + c = -d \\ a + b = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = -d \\ b = d \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d=1} \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow (ABC): y - z + 1 = 0$$

+ Mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC)

khí và chỉ khí bán kính của nó bằng với khoảng

cách từ D tới mặt phẳng (ABC) :

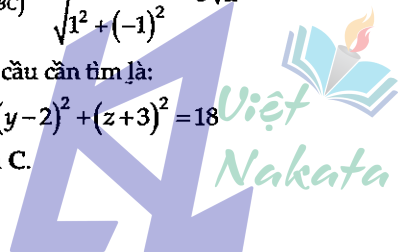
$$R = d_{D/(ABC)} = \frac{|2 - (-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2}$$

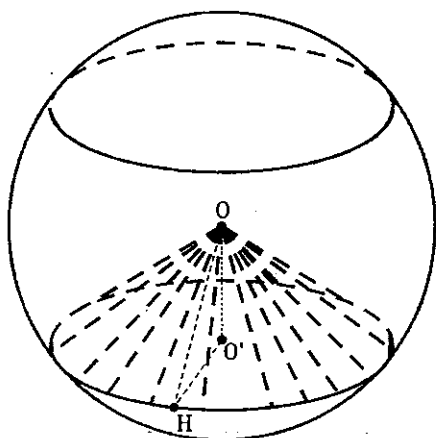
+Phương trình mặt cầu cần tìm là:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 18$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 44:





$$R=2; r=1 \Rightarrow OO' = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{\text{hình nón}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot OO' = \frac{\pi \sqrt{3}}{3}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 50:

Phân tích: Đây là hình nón bị khoét bởi một hình trụ. Ta có:

+ Thể tích hình nón là:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot MA^2 \cdot SM = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{AB}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{SA^2 - \left(\frac{AB}{2} \right)^2}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{60}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{50^2 - \left(\frac{60}{2} \right)^2} = 12000\pi (\text{mm}^3)$$

$$\Rightarrow V_1 = 12\pi (\text{cm}^3)$$

+ Thể tích khối lăng trụ là:

$$V_2 = \pi \cdot MX^2 \cdot XT = \pi \cdot \left(\frac{XY}{2} \right)^2 \cdot YZ$$

$$\Rightarrow V_2 = \pi \cdot \left(\frac{20}{2} \right)^2 \cdot 15 = 1500\pi (\text{mm}^3)$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{3}{2} \pi (\text{cm}^3)$$

+ Thể tích của vật thể là:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{21}{2} \pi (\text{cm}^3)$$

Vậy đáp án đúng là D.



ĐỀ SỐ 21

Câu 1: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m-1)x^2 - mx + \frac{1}{3}$ có cực tiểu là y_{ct} thỏa mãn: $y_{ct} = \frac{1}{3}$?

- A. $m=0$ B. $m \in \{0; -3\}$ C. $m = -\frac{1}{3}$ D. $m \in \left\{-3; -\frac{1}{3}; 0\right\}$

Câu 2: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ là:

- A. $(1; 0)$; $(-1; -4)$ B. $(1; 0)$ C. $(-1; -4)$ D. $(0; -2)$

Câu 3: Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{10}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

Câu 4: Giả sử rằng hai tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ cùng đường thẳng $y = 2x + 3$ đôi một cắt nhau tạo thành một tam giác. Diện tích tam giác đó là:

- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\sqrt{5}$ D. 1

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m(m+1)^2$ tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt?

- A. $m=1$ B. $m < 1$ C. $m = -1$ D. $m \neq -1$

Câu 6*: Xét hàm số $f(x) = \frac{x|x|}{2}$ trên $\mathbb{R}$. Tìm các khẳng định đúng?

- Hàm số có đạo hàm tại 0.
- Hàm số có đạo hàm cấp hai tại 0.
- Đồ thị hàm số có một điểm uốn là $M(0; 0)$.
- Hàm số đã cho luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 1; 4 B. 1; 2; 4 C. 3; 4 D. 1; 3; 4

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + 1|$ trên đoạn $[-2; 2]$?

- A. -1 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 8: Tìm m để hàm số $y = mx^3 + 2x^2 - x + 1$ nghịch biến với mọi $x < -1$?

- A. $m < -\frac{4}{3}$ B. Không tồn tại C. $m > 0$ D. $m < 0$

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m-1)x + 3m+1$ đi qua mấy điểm cố định?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

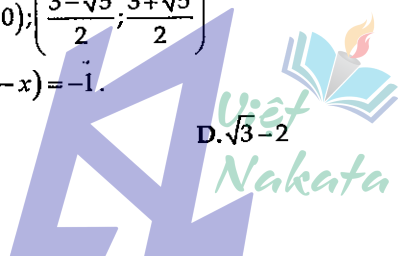
Câu 10: Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 1$ là:

- A. $\left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right]; \left[\frac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$ B. $\left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right); \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$
C. $(-\infty; 0]; \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$ D. $(-\infty; 0); \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

Câu 11: Giải phương trình: $\log_3(x+2) + \log_3(x+3) - \log_{\sqrt{3}}(7-x) = -1$.

- A. -1 B. $3\sqrt{3}$ C. 1 D. $\sqrt{3} - 2$

Câu 12: Giải bất phương trình: $\frac{2 \cdot 9^x - 3 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} < 2$.



A. $(0; \log_{3/2} 2)$ B. $(-\log_{3/2} 2; \log_{3/2} 2)$ C. $(-\infty; -\log_{3/2} 2) \cup (0; \log_{3/2} 2)$ D. $(\log_{3/2} \frac{1}{2}; 0) \cup (\log_{3/2} 2; +\infty)$

Câu 13: Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi x : $\log_m(x^2 + 2x + m + 1) > 0$?

- A. $m = 1$ B. $m < 1$ C. $m > 1$ D. Không tồn tại.

Câu 14*: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)$ biết: $\int_0^x te^{f(t)} dt = e^{f(x)}$?

- A. $f'(x) = x$ B. $f'(x) = x^2 + C$ C. $f(x) = x$ D. $f'(x) = 1$

Câu 15: Cho $a > 0; a \neq 1 + \sqrt{2}$ và các hàm $f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}; g(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$. Tìm số khẳng định đúng?

1. $f^2(x) - g^2(x) = 1$.
2. $g(2x) = 2g(x)f(x)$
3. $f(g(0)) = g(f(0))$
4. $g'(2x) = g'(x)f(x) - g(x)f'(x)$

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 16: Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi số thực x : $5^x + (m-1)2^x + (m-1) > 0$.

- A. $m = 1$ B. $m \geq 1$ C. $m > 1$ D. $\mathbb{R}$

Câu 17: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $3^x + 4^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = 2.5^x$?

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 18: Nếu $f(x) = 2017^x$ thì $\frac{f(x)f(x+1)f(x+2)}{f(3x)} = ?$

- A. 2017^3 B. 3.2017 C. 3 D. 2017

Câu 19: Phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = -\log x$ qua đường thẳng $y = x$ là đồ thị của hàm số:

- A. $y = -\log x$ B. $y = \frac{1}{10^x}$ C. $y = e^x$ D. $y = x^{-10}$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3+2^x} + \frac{1}{3+2^{-x}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

1. $f'(x) \neq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
2. $f(1) + f(2) + \dots + f(2017) = 2017$.
3. $f(x^2) = \frac{1}{3+4^x} + \frac{1}{3+4^{-x}}$.

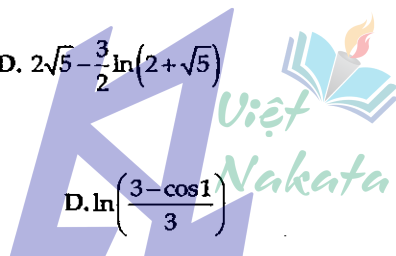
- A. Khẳng định 1 B. Khẳng định 2 C. Khẳng định 3 D. Không có

Câu 21: Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

- A. $2\sqrt{5} + \frac{3}{2}\ln(2+\sqrt{5})$ B. $\sqrt{5} + \frac{3}{2}\ln(2+\sqrt{5})$ C. $\sqrt{5} - \frac{3}{2}\ln(2+\sqrt{5})$ D. $2\sqrt{5} - \frac{3}{2}\ln(2+\sqrt{5})$

Câu 22: Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{1 - \sin x}{x + \cos x + 2} dx$

- A. $\ln\left(\frac{3+\cos 1}{3}\right)$ B. $\ln\left(3 + \frac{\cos 1}{3}\right)$ C. $\frac{1}{3}\ln(3 - \cos 1)$ D. $\ln\left(\frac{3 - \cos 1}{3}\right)$



Câu 23: Tính tích phân: $I = \int_{1/2}^1 \frac{5}{x^6 + x} dx$

A. $\ln \frac{3}{2}$

B. $\ln \frac{13}{2}$

C. $\ln \frac{23}{2}$

D. $\ln \frac{33}{2}$

Câu 24: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị: $y = 3^x$ và $y = 2x + 1$.

A. $2 - \frac{2}{\ln 3}$

B. $2 + \frac{2}{\ln 3}$

C. 2

D. $2 - \frac{\ln 3}{2}$

Câu 25*: Cho biết $\int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx = 4$; $\int_2^3 f(z)dz = 2$; $\int_9^{16} \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt = 3$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$?

A. 1

B. 10

C. 9

D. 11

Câu 26: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung hình phẳng D được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục tung và hai đường thẳng $y = 1$; $y = 2$ bằng:

A. $\frac{6\sqrt[3]{4}\pi}{5}$

B. $\frac{3(2\sqrt[3]{4} + 1)\pi}{5}$

C. $\frac{3(\sqrt[3]{4} + 1)\pi}{5}$

D. $\frac{3(2\sqrt[3]{4} - 1)\pi}{5}$

Câu 27: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln^2 x$ là:

A. $\int \ln^2 x dx = x \ln^3 x - \ln^2 x + 2 \ln x$

B. $\int \ln^2 x dx = x \frac{\ln^3 x}{3}$

C. $\int \ln^2 x dx = x(\ln^2 x - 2 \ln x + 2)$

D. $\int \ln^2 x dx = x + \ln(x + x^2 + x^3)$

Câu 28: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1)e^{x^3+x+2}$ là:

A. $\frac{e^{x^3+x+2}}{3x^2 + 1}$

B. $\frac{\ln(x^3 + x + 2)}{e^x}$

C. e^{x^3+x+2}

D. $e^{x^3+x+2} \ln(x^3 + x + 2)$

Câu 29: Tìm số phức z thỏa mãn: $\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{z}} = i$

A. $(1 + \sqrt{2})i$

B. $-(1 + \sqrt{2})i$

C. $i; (1 + \sqrt{2})i$

D. $\pm i; (1 + \sqrt{2})i$

Câu 30: Tìm số phức z thỏa mãn đồng thời điều kiện: $\left| \frac{z-4}{z-2} \right| = 1$; $\left| \frac{z-1-2i}{z-1+i} \right| = 2$

A. $3 + 2i$

B. $2 - 3i$

C. $3 - 2i$

D. $2 + 3i$

Câu 31: Cho số phức z có $|z| = 1$. Tìm biểu diễn của số phức $w = z^2$ trên mặt phẳng phức.

A. $x^2 = 1$

B. $y^2 = 1$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$

D. $x^2 + y^2 = 1$

Câu 32: Số phức z có phần thực gấp phần ảo hai lần và modun của z bằng 3. Tính $|z - \bar{z}|$?

A. $\frac{6}{\sqrt{5}}$

B. $\frac{5}{\sqrt{6}}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{6}$

Câu 33*: Các số phức $z_1; z_2; z_3$ có biểu diễn trên mặt phẳng phức là ba đỉnh của tam giác đều có đường tròn ngoại tiếp là $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$. Xác định số phức $w = z_1 + z_2 + z_3$.

A. $3 + 4i$

B. $9 + 12i$

C. $12 - 9i$

D. $4 - 3i$

Câu 34: Phương trình $z^4 + 1 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $z = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}i$

B. $z = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \pm \frac{1}{\sqrt{3}}i$

C. $z = \pm 1 \pm i$

D. $z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}i$

Câu 35: Phương trình $2015z^2 + 2016z + 2017 = 0$ có:

A. Hai nghiệm thực.

B. Một nghiệm thực, một nghiệm phức.

C. Hai nghiệm phức đối nhau.

D. Hai nghiệm phức liên hợp với nhau.

Câu 36: Giải phương trình trên tập số phức: $z^4 + 3z^3 + 5z^2 + 4z + 2 = 0$

A. $\begin{cases} z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z = -1 - i \end{cases}$

B. $\begin{cases} z = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z = -1 \pm i \end{cases}$

C. $\begin{cases} z = \frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z = 1 \pm i \end{cases}$

D. $\begin{cases} z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z = -1 + i \end{cases}$

Câu 37: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(1; -1; 1); N(0; -1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M; N$ và cắt mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 5$ một thiết diện đường tròn mà diện tích hình tròn sinh ra bởi đường đó có diện tích $S = \frac{\pi}{9}$.

A. $(P): ax + by - az + b = 0$

B. $(P): ax + by - az - b = 0$

C. $(P): ax - by + az + b = 0$

D. Không tồn tại (P)

Câu 38: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 2; 0); C(0; 0; 2); D(4; 0; 0)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OBCD$ biết $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(x-9)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 86$

B. $(x-1)^2 + (y-9)^2 + (z-2)^2 = 86$

C. $(x-2)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = 86$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-9)^2 = 86$

Câu 39: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 2; 2); B(-1; 2; -1); C(1; 6; -1); D(-1; 6; 2)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $8\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{8}$

C. $\frac{8}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{3}{\sqrt{8}}$

Câu 40: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 1); B(3; 2; 3); C(0; 1; 3)$. Xác định tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình thang cân với $AB // CD$.

A. $D\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; \frac{11}{3}\right)$

B. $D(2; 5; 11)$

C. $D\left(\frac{5}{3}; \frac{11}{3}; \frac{2}{3}\right)$

D. $D\left(\frac{11}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$

Câu 41*: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 1); B(1; 0; 0)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$. Tìm điểm M trên đường thẳng (d) sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{5 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{19}; \frac{67 - \sqrt{\frac{130}{7}}}{57}; \frac{-52 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{57}\right)$

B. $M\left(\frac{-52 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{57}; \frac{67 - \sqrt{\frac{130}{7}}}{57}; \frac{5 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{19}\right)$

C. $M\left(\frac{67 - \sqrt{\frac{130}{7}}}{57}; \frac{5 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{19}; \frac{-52 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{57}\right)$

D. $M\left(\frac{67 - \sqrt{\frac{130}{7}}}{57}; \frac{-52 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{57}; \frac{5 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{19}\right)$

Câu 42: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(0; 1; 0); B(2; 1; 8)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 17$

C. $(S): (x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 17$

B. $(S): (x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 17$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 17$

Câu 43: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1; 1; 2); B(1; -2; 1); C(0; 1; 3); D(1; 2; m)$. Tìm m để bốn điểm $A; B; C; D$ đồng phẳng.

A. $m = \frac{7}{3}$

B. $m = \frac{3}{7}$

C. $m = \frac{10}{3}$

D. $m = \frac{10}{7}$

Câu 44: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u} = (0; 1; 2); \vec{v} = (2; m; m+1)$. Có bao nhiêu giá trị của m để góc giữa hai vec tơ bằng 45° hoặc 135° .

A. 2

B. 3

C. 1

D. Không có

Câu 45: Trong hệ trục $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$.

Xác định vị trí tương đối của hai mặt cầu này?

A. Không giao nhau

B. Cắt nhau

C. Tiếp xúc trong

D. Tiếp xúc ngoài

Câu 46: Cho hình trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h thì thể tích khối trụ là:

A. $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{2} \pi R^2 h$

B. $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^3 h$

C. $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 h$

D. $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{2} \pi R^3 h$

Câu 47: Một khối cầu bán kính R bị khoét, phần bị khoét cũng là một khối cầu nhưng chỉ có bán kính $\frac{R}{3}$

Hỏi thể tích phần còn lại bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 - R_2^3) = \frac{4}{3} \pi \left(R^3 - \left(\frac{R}{3} \right)^3 \right) = \frac{81}{104} \pi R^3$

B. $V = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 - R_2^3) = \frac{4}{3} \pi \left(R^3 - \left(\frac{R}{3} \right)^3 \right) = \frac{104}{18} \pi R^3$

A. $V = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 - R_2^3) = \frac{4}{3} \pi \left(R^3 - \left(\frac{R}{3} \right)^3 \right) = \frac{104}{81} \pi R^3$

D. $V = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 - R_2^3) = \frac{4}{3} \pi \left(R^3 - \left(\frac{R}{3} \right)^3 \right) = \frac{401}{81} \pi R^3$

Câu 48*: Trong một khối cầu bán kính R , người ta tiến hành khoét hai phần, mỗi phần là một khối cầu sao cho tổng bán kính hai khối cầu bị khoét đúng bằng bán kính khối cầu ban đầu. Hỏi thể tích phần còn lại lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. πR^3

B. $2R^3$

C. $2\pi R^3$

D. $\frac{\pi R^3}{2}$

Câu 49: Cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại A và $AC = a, \hat{C} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $BB'C'C$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ theo a .

A. $3a^3 \sqrt{6}$

B. $a^3 \sqrt{6}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$

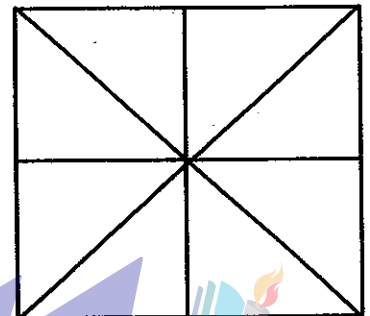
Câu 50: (Kiểu cắt truyền thống) Vào ngày tết ở Việt Nam, người ta thường chia một cái bánh chưng (coi như là một hình hộp với hai mặt trên dưới là hình vuông còn chiều cao bằng nửa cạnh hình vuông) thành 8 phần bằng nhau (bằng những lát cắt là những mặt phẳng vuông góc với đáy và chúng được trên mặt phẳng đáy chúng có vết cắt như hình vẽ sau). Hỏi tổng diện tích toàn phần của tất cả 8 phần so với diện tích toàn phần cái bánh thì tăng lên bao nhiêu lần?

A. $2 + \frac{2\sqrt{2}}{3}$

B. $3 + \frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{3 + \sqrt{2}}{2}$



ĐÁP ÁN

1A	2B	3B	4D	5A	6D	7C	8D	9B	10A
11C	12C	13C	14A	15D	16B	17B	18A	19B	20D
21B	22A	23D	24A	25B	26D	27C	28C	29A	30C
31D	32A	33B	34D	35D	36B	37D	38C	39B	40A
41C	42D	43A	44A	45B	46C	47C	48A	49B	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Phân tích: Ta có:

$$y' = x^2 - (m-1)x - m$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m-1)x - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = m \end{cases}$$

Khi đó, ta có:

$$y(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1)^3 - \frac{1}{2}(m-1) \cdot (-1)^2 - m \cdot (-1) + \frac{1}{3}$$

$$y(-1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}m$$

$$y(m) = \frac{1}{3}m^3 - \frac{1}{2}(m-1)m^2 - m \cdot m + \frac{1}{3}$$

$$y(m) = -\frac{1}{6}m^3 - \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{3}$$

+ Nếu $m < -1$ thì $y(-1) = y_{ct} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$

không thỏa mãn.

+ Nếu $m > -1$ thì $y(m) = y_{ct} = \frac{1}{3}$ nên:

$$-\frac{1}{6}m^3 - \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m^3 + 3m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được: $m = 0$.

Vậy chỉ có duy nhất $m = 0$ thỏa mãn và đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Không đối chiếu với điều kiện và đưa ra những kết quả sai.

Câu 2: Ta có:

$$y = -x^3 + 3x - 2$$

$$\Rightarrow y' = -3x^2 + 3; y'' = -6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$+ y''(1) = -6 < 0 \Rightarrow (1; 0) \text{ là một điểm cực đại.}$$

$$+ y''(-1) = 6 > 0 \Rightarrow (-1; -4) \text{ là một điểm cực tiểu.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng một điểm cực đại là $(1; 0)$. Vậy đáp án đúng là B.

Lý thuyết cần nhớ: $y' = 0; y'' < 0$ là cực đại.

Ngược lại là cực tiểu.

Câu 3: Đây là một bài toán khá dễ dàng.

$$y = x^3 + 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - 2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{\frac{5}{3}} \\ x = -1 + \sqrt{\frac{5}{3}} \end{cases}$$

Khi đó, nếu thay vào biểu thức để tìm tọa độ hai điểm, dù dùng máy tính Casio cũng chỉ đưa ra kết quả xấp xỉ nên có nhiều khả năng gây ra sai lầm. Do đó, ta phải thực hiện phép chia:

$$x^3 + 3x^2 - 2x + 1 = \left(\frac{x}{3} + \frac{1}{3}\right)(3x^2 + 6x - 2) + \frac{5}{3} - \frac{10x}{3}$$

Do đó, phương trình đường thẳng đi qua hai cực trị là: $y = -\frac{10}{3}x + \frac{5}{3}$. Do đó, hệ số góc là:

$$-\frac{10}{3}$$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh khi thực hiện phép chia xong hay nhầm thương

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \text{ là đường thẳng cần tìm thì đưa ra đáp}$$

án A.

Câu 4: Ta có:

+Tiệm cận ngang: $y = 3$;tiệm cận đứng: $x = 1$

+Giao điểm: $A(1;3); B(1;5); C(0;3)$

+Diện tích tam giác ABC : (dễ thấy $AB \perp AC$)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 5:

Phân tích: Ta có:

$$y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m(m+1)^2$$

$$\Rightarrow y' = 4x^3 - 4(m+1)x$$

$$\Rightarrow y' = 4x[x^2 - (m+1)]$$

Để đồ thị hàm số tiếp xúc trục hoành tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi hai điểm cực tiểu nằm trên trục hoành:

$$\begin{cases} m > -1 \\ y(\sqrt{m+1}) = y(-\sqrt{m+1}) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m+1)^2 - 2(m+1)(m+1) + m(m+1)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m+1)^2(-1+m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Không biết xử lý bài toán nên có nhiều cách làm "khó hiểu" như đặt $x^2 = t$ rồi tìm điều kiện để có hai nghiệm t phân biệt và đưa ra đáp án B.

Câu 6: Ta có: $y = \frac{x|x|}{2} \Leftrightarrow y = \begin{cases} \frac{x^2}{2}; x \geq 0 \\ -\frac{x^2}{2}; x < 0 \end{cases}$

Dùng định nghĩa đạo hàm ta có:

$$f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{x^2}{2} - 0}{x} = 0$$

$$f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\frac{x^2}{2} - 0}{x} = 0$$

Do đó hàm số có đạo hàm tại 0 nên khẳng định (1) luôn đúng. Ngoài ra ta thấy:

$$f(x) = g(x) = \begin{cases} x; x > 0 \\ 0; x = 0 \\ -x; x < 0 \end{cases}$$

Tiếp tục sử dụng định nghĩa đạo hàm ta có:

$$g'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x} = 1$$

$$g'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - 0}{x} = -1$$

Do đó, hàm số không có đạo hàm cấp hai tại 0 nên khẳng định (2) là sai.

Rõ ràng theo công thức $f''(x) = g'(x)$ ở trên thì $f''(x)$ đổi dấu qua điểm 0 nên hiển nhiên $M(0;0)$ là điểm uốn của đồ thị hàm số. Do đó, khẳng định (3) là đúng. Rõ ràng, theo công thức $f'(x)$ ở trên thì $f'(x) > 0; \forall x \neq 0; f'(0) = 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên khẳng định (4) đúng. Vậy đáp án đúng là D.

Câu 7:

Phân tích: Để tìm giá trị lớn nhất của hàm số này thì ta chỉ cần tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất

của hàm số trong dấu giá trị tuyệt đối. Do đó, ta cần xét đạo hàm:

$$f(x) = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Khi đó, ta có:

$$f(-2) = -1; f(-1) = 3; f(1) = -1; f(2) = 3$$

Do đó, $y = |f(x)|$ có giá trị lớn nhất bằng 3.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 8: Ta có: $y' = 3mx^2 + 4x - 1$

Muốn hàm số nghịch biến với mọi $x < -1$ thì ta phải có:

$$y' \leq 0; \forall x < -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 3m - 5 < 0 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 9:

Phân tích: Để tìm được điểm cố định ta phân tích thành: $Am + B = 0$. Khi đó, ta sẽ tìm số điểm cố định bằng số nghiệm của hệ phương trình: $A = B = 0$. Khi đó, ta có:

$$y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m-1)x + 3m + 1$$

$$\Leftrightarrow m(x^2 + 2x - 3) + (y - x^3 + x^2 - x - 1) = 0$$

Số điểm cố định bằng số nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 0 \\ y = x^3 - x^2 + x + 1 \end{cases}$$

Dễ thấy hệ trên có đúng hai nghiệm nên đáp án đúng là B.

Câu 10:

Phân tích nhanh:

Ta có:



$$y' = 4x^3 - 12x^2 + 4x$$

$$y' = 4x(x^2 - 3x + 1)$$

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ 0 \leq x \leq \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng:

$$\left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right]; \left[\frac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right). \text{ Vậy đáp án đúng là}$$

A.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh cho rằng $y' > 0$ nên sẽ ra đáp án B (nhưng điều này trái với định lý mở rộng trong sách giáo khoa).

Giải bất phương trình sai sẽ dẫn tới đáp án khác.

Câu 11: Điều kiện: $-2 < x < 7$

$$\log_3(x+2) + \log_3(x+3) - \log_3(7-x) = -1$$

$$\Rightarrow \log_3(x+2) + \log_3(x+3) - \log_3(7-x)^2 = \log_3 \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)(x+3)}{(7-x)^2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-31}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được: $x = 1$.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 12: Ta có:

$$\frac{2.9^x - 3.6^x}{6^x - 4^x} < 2 \Leftrightarrow \frac{3^x(2.3^x - 3.2^x)}{2^x(3^x - 2^x)} < 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\left(\frac{3}{2}\right)^x - 3}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^x} < 2 \Leftrightarrow \frac{2a - 3}{1 - \frac{1}{a}} < 2 \left(a = \left(\frac{3}{2}\right)^x \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2a^2 - 5a + 2}{a - 1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{1}{2} \\ 1 < a < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -\log_{3/2} 2 \\ 0 < x < \log_{3/2} 2 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 13: Điều kiện: $m \neq 1$

Phân tích: Bất phương trình dạng này cần chú ý:

$$\log_A B > 0 \Leftrightarrow (A-1)(B-1) > 0$$

Do đó, ta có:

$$\log_m(x^2 + 2x + m + 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)[(x+1)^2 + (m-1)] > 0 (*)$$

Bất đẳng thức (*) đúng với mọi x khi nào?

+Nếu $m < 1$ thì khi x đủ lớn ta thấy ngay (*) là sai.

+Nếu $m > 1$ thì ta có:

$$(m-1)[(x+1)^2 + (m-1)] > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy điều kiện cần và đủ là $m > 1$.

Đáp án đúng là C.

Câu 14: Ta có:

$$\int_0^x te^{f(t)} dt = F(x) - F(0); F'(x) = xe^{f(x)}$$

$$\int_0^x te^{f(t)} dt = e^{f(x)} \Rightarrow xe^{f(x)} = f'(x)e^{f(x)} \Rightarrow f'(x) = x$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 15: Ta có:

$$f^2(x) - g^2(x) = \left(\frac{a^x + a^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a^x - a^{-x}}{2}\right)^2 = 1$$

$$g(2x) = \frac{a^{2x} - a^{-2x}}{2} = 2 \cdot \left(\frac{a^x - a^{-x}}{2}\right) \cdot \left(\frac{a^x + a^{-x}}{2}\right) = 2g(x)f(x)$$

$$\begin{cases} f(g(0)) = f(0) = 1 \\ g(f(0)) = g(1) = \frac{a - a^{-1}}{2} = \frac{a^2 - 1}{2a} \Rightarrow f(g(0)) \neq g(f(0)) \end{cases}$$

$$g(2x) = 2f(x)g(x) \Rightarrow g'(2x) = g'(x)f(x) + g(x)f'(x)$$

$$f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}; g(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$$

Nhân xét: Để kiểm tra khẳng định 1,2 là đúng còn khẳng định 3,4 là sai. Khẳng định 3 rõ ràng là sai. Còn khẳng định 4 thì có thể nhìn nhanh thông qua khẳng định 2. Vậy đáp án đúng là D.

Câu 16: Bài này có phong cách giải khác bài 13 trong cùng đề, bởi vì ta có thể cô lập tham số:

$$5^x + (m-1)2^x + (m-1) > 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(2^x + 1) > -5^x$$

$$\Leftrightarrow m > 1 - \frac{5^x}{2^x + 1} = f(x)$$

Ta có:

$$f'(x) = \frac{5^x \ln 5 (2^x + 1) - (2^x \ln 2) 5^x}{(2^x)^2}$$

$$= \frac{10^x (\ln 5 - \ln 2) + 5^x \ln 5}{(2^x)^2} < 0; \forall x$$

Do đó, ta chỉ cần: $m \geq \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.

Vậy đáp án đúng là B.

Nhận xét: Ý tưởng cô lập tham số là ý tưởng chuẩn mực nhất mà chúng ta cần phải nắm vững.

Câu 17:

Phân tích: Ý tưởng của bài toán này là so sánh các hàm mũ! Ta có:

+Với $x \geq 0$ thì ta có:

$$3^x \leq 5^x; 4^x \leq 5^x; \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 0 \text{ nên:}$$

$$3^x + 4^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} < 2.5^x$$

+Với $x < 0$ thì ta có:

$$3^x < 1; 4^x < 1; \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2; 5^x > 0 \text{ nên:}$$

$$3^x + 4^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} < 0 < 2.5^x$$

Phương trình vô nghiệm. Vậy đáp án đúng là B.

Câu 18: Ta có:

$$\frac{f(x)f(x+1)f(x+2)}{f(3x)} = \frac{2017^x \cdot 2017^{x+1} \cdot 2017^{x+2}}{2017^{3x}} = 2017^3$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 19:

Phân tích: Đối xứng của đồ thị hàm số $y = -\log x$ qua đường thẳng $y = x$ là:

$$x = -\log y \Leftrightarrow y = 10^{-x} = \frac{1}{10^x}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Lưu ý: Khi giải bài toán này cần lưu ý $\log x$ là logarit cơ số tự nhiên hay chính là logarit cơ số 10.

Câu 20:

Kiểm tra nhanh:

Ta có thể nhìn thấy ngay:

$$f(x) = f(-x) \Rightarrow f'(x) = -f'(-x) \Rightarrow f'(0) = 0$$

Do đó, khẳng định 1 sai.

$$f(x) = \frac{1}{3+2^x} + \frac{1}{3+2^{-x}} = \frac{6+2^x+2^{-x}}{10+3(2^x+2^{-x})} < 1; \forall x$$

Do đó, khẳng định 2 sai.

Khẳng định 3 cũng sai bởi vì:

$$f(x^2) = \frac{1}{3+2^{x^2}} + \frac{1}{3+2^{-x^2}} \neq \frac{1}{3+4^x} + \frac{1}{3+4^{-x}}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh cố rút gọn biểu thức trong khẳng định 2 nên sẽ lúng túng.

Một số khác thì có nhầm lẫn: $2^{x^2} = 4^x$.

Nhận xét: Các câu 21, 22, 23 có thể sử dụng máy tính để ra kết quả nhanh.

Câu 21: Đáp án đúng là B. Nếu để ý thì tích phân này được tách thành hai tích phân cơ bản

$$\sqrt{x^2+1}; \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}. \text{ Do đó ta có:}$$

$$I = \int_0^2 \frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} dx = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{x^2+1} + 3\ln(x+\sqrt{x^2+1}) \right) \Big|_0^2$$

$$I = \sqrt{5} + \frac{3}{2} \ln(2+\sqrt{5})$$

Câu 22: Đáp án đúng là A. Ta chỉ cần để ý:

$$(x + \cos x + 2)' = 1 - \sin x$$

$$\Rightarrow I = \int_0^1 \frac{1 - \sin x}{x + \cos x + 2} dx = \int_0^1 \frac{(x + \cos x + 2)'}{x + \cos x + 2} dx$$

$$\Rightarrow I = \left(\ln|x + \cos x + 2| \right) \Big|_0^1 = \ln \left(\frac{3 + \cos 1}{3} \right)$$

Câu 23: Đáp án đúng là D. Ta có:

$$I = \int_{1/2}^1 \frac{5}{x^6 + x} dx = \int_{1/2}^1 \frac{5}{x^6 \left(1 + \frac{1}{x^5} \right)} dx$$

$$\frac{t=1+\frac{1}{x^5}}{dt=-\frac{5}{x^6}dx} \rightarrow I = \int_{33}^2 \left(-\frac{1}{t} \right) dt = \int_2^{33} \frac{1}{t} dt$$

$$I = \left(\ln|t| \right) \Big|_2^{33} = \ln \frac{33}{2}$$

Câu 24: Đáp án đúng là A.

+Phương trình $3^x = 2x+1$ có hai nghiệm là 0; 1.

+Diện tích giới hạn được tính bởi:

$$S = \int_0^1 |3^x - (2x+1)| dx = \int_0^1 (2x+1-3^x) dx$$

$$S = \left(x^2 + x - \frac{3^x}{\ln 3} \right) \Big|_0^1 = 2 - \frac{2}{\ln 3}$$

Câu 25: Đáp án đúng là B.

Phân tích:



$$\begin{aligned} \int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx &= 1 \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = \int_0^{\sqrt{2}} f(x^2)dx^2 \\ \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx &= 2 \int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx = 2 \\ \int_2^3 f(z)dz &= 2 \Rightarrow \int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 f(z)dz = 2 \\ \int_9^{16} \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt &= 12 \Rightarrow \int_3^4 f(x)dx = \int_9^{16} f(\sqrt{t})d(\sqrt{t}) \\ \Rightarrow \int_3^4 f(x)dx &= \frac{1}{2} \int_9^{16} \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}dt = 6 \\ \Rightarrow \int_0^4 f(x)dx &= \int_0^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx \\ \Rightarrow \int_0^4 f(x)dx &= 2 + 2 + 6 = 10 \end{aligned}$$

Nhận xét: Bài toán chủ kiểm tra phép đổi biến của hàm số nên không có gì đặc biệt ở đây cả.

Câu 26: Ta có:

$$y = x^3 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{y}$$

Áp dụng công thức thể tích ta có:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^2 \left(\sqrt[3]{y}\right)^2 dy = \pi \int_1^2 y^{2/3} dy \\ V &= \pi \left(\frac{y^{5/3}}{5/3}\right) \Big|_1^2 = \frac{3(2^{5/3} - 1)\pi}{5} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 27:

Cách giải quyết mà phù hợp nhất đối với bài toán này có lẽ là thử đạo hàm của các hàm số trong đáp án.

$$\int \ln^2 x dx = x(\ln^2 x - 2\ln x + 2) + C$$

Ta thu được đáp án đúng là C.

Câu 28: Bài toán này có vẻ dễ dàng hơn bởi vì:

$$\begin{aligned} (x^3 + x + 2)' &= 3x^2 + 1 \\ \int f(x)dx &= \int (3x^2 + 1)e^{x^3+x+2}dx \\ \int f(x)dx &= \int e^{x^3+x+2}d(x^3 + x + 2) = e^{x^3+x+2} + C \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 29: Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{(|z|-1)(1+iz)}{z-\frac{1}{z}} &= i \Leftrightarrow \frac{(|z|-1)(1+iz)\bar{z}.i}{z.z-1} = i^2 \\ \Leftrightarrow \frac{(|z|-1)(i\bar{z}-|z|^2)}{|z|^2-1} &= -1 \Leftrightarrow \begin{cases} i\bar{z}-|z|^2 = -(|z|+1) \\ |z| \neq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} i\bar{z} = |z|^2 - (|z|+1) \\ |z| \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = xi \\ x = |x|^2 - (|x|+1) \\ |z| \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ z = xi \\ x = x^2 - (x+1) \\ x \neq 1 \\ z = xi \\ x < 0 \\ x = (-x)^2 - (-x+1) \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}; z = (1 + \sqrt{2})i$$

Vậy $z = (1 + \sqrt{2})i$. Do đó, đáp án đúng là A.

Câu 30: Đặt $z = a + bi$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} \left| \frac{z-4}{z-2} \right| = 1, \left| \frac{z-1-2i}{z-1+i} \right| = 2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} |(a-4)+bi| = |(a-2)+bi| \\ |(a-1)+(b-2)i| = |2(a-1)+2(b+1)i| \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (a-4)^2 + b^2 = (a-2)^2 + b^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 = 4(a-1)^2 + 4(b+1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 3b^2 + 12b + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow z = 3 - 2i \end{aligned}$$

Do đó, đáp án đúng là C.

Câu 31:

Do $|z|=1$ nên nếu đặt $z = a + bi$ thì $a^2 + b^2 = 1$.

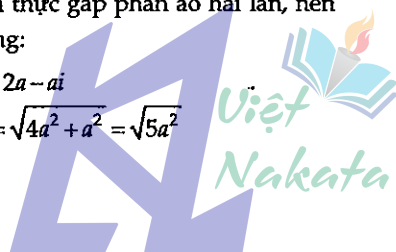
Do đó tồn tại góc θ để: $a = \cos\theta; b = \sin\theta$. Do đó, ta có:

$$\begin{aligned} z^2 &= (\cos\theta + i\sin\theta)^2 = (\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2\cos\theta.\sin\theta.i \\ \Leftrightarrow w = z^2 &= \cos 2\theta + i\sin 2\theta \end{aligned}$$

Do đó, tập các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức của số $w = z^2$ chính là đường tròn: $x^2 + y^2 = 1$. Vậy đáp án đúng là D.

Câu 32: Do phần thực gấp phần ảo hai lần, nên số phức z có dạng:

$$z = 2a + ai \Rightarrow \begin{cases} \bar{z} = 2a - ai \\ |z| = \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5a^2} \end{cases}$$

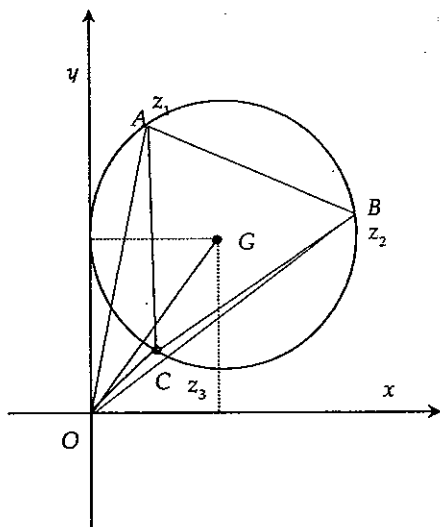


$$\Rightarrow \begin{cases} |z - \bar{z}| = |2ai| = \sqrt{4a^2} \\ \sqrt{5a^2} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z - \bar{z}| = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 33:



Với mỗi điểm z trên mặt phẳng phức sẽ có sự tương ứng với một vectơ (mà điểm đầu là gốc tọa độ và điểm cuối chính là điểm biểu diễn).

Khi đó, theo tính chất trọng tâm ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= 3\overrightarrow{OG} \\ \Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 &= 3(3 + 4i) = 9 + 12i \\ \Rightarrow w &= 9 + 12i \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 34: Ta có:

$$z^4 + 1 = 0 \Leftrightarrow z^4 - i^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = i \\ z^2 = -i \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a^2 - b^2) + 2abi = i \\ (a^2 - b^2) + 2abi = -i \end{cases} \quad (z = a + bi)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = 1 \\ a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{2}}; b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \\ z = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \\ z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \\ z = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 35: Đáp án đúng là D do biệt thức delta nhỏ hơn 0.

Câu 36: Ta có:

$$\begin{aligned} z^4 + 3z^3 + 5z^2 + 4z + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (z^2 + z + 1)(z^2 + 2z + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 + z + 1 = 0 \\ z^2 + 2z + 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z = -1 \pm i \end{cases} \end{aligned}$$

Đáp án đúng là B.

Câu 37: Ta có:

+Mặt cầu có tâm $I(-2; -1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

+Thiết diện là đường tròn có $S = \frac{\pi}{9} \Leftrightarrow r = \frac{1}{3}$.

+Khoảng cách của tâm I đến mặt phẳng (P) là:

$$d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{44}}{3}$$

+Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ đi qua hai điểm $M(1; -1; 1); N(0; -1; 0)$ nên có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a - b + c + d = 0 \\ -b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = b \\ c = -a \end{cases}$$

$\Rightarrow (P): ax + by - az + b = 0$

+ Khoảng cách từ $I(-2; -1; 1)$ đến (P) bằng $\frac{\sqrt{44}}{3}$ nên:

$$\begin{aligned} \frac{|-2a - b - a + b|}{\sqrt{a^2 + b^2 + (-a)^2}} &= \frac{\sqrt{44}}{3} \Leftrightarrow \frac{3|a|}{\sqrt{2a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{44}}{3} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} &= \frac{9}{\sqrt{44}} \Leftrightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{7}{44} \end{aligned}$$

Không tồn tại mặt phẳng (P) . Đáp án đúng là D.

Câu 38:

Phân tích: ABCD là hình bình hành nên trung điểm của AC cũng là trung điểm của BD. Ta có:

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \\ \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = x_A + x_C - x_D \\ y_B = y_A + y_C - y_D \\ z_B = z_A + z_C - z_D \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = 0 + 0 - 4 = -4 \\ y_B = 2 + 0 - 0 = 2 \\ z_B = 0 + 2 - 0 = 2 \end{cases} \Rightarrow B(-4; 2; 2)$$

Giả sử phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OBCD là:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

Khi đó ta có:

$$\begin{cases} 0^2 + 0^2 + 0^2 + 0.a + 0.b + 0.c + d = 0 \\ (-4)^2 + 2^2 + 2^2 + (-4).a + 2.b + 2.c + d = 0 \\ 0^2 + 0^2 + 2^2 + 0.a + 0.b + 2.c + d = 0 \\ 4^2 + 0^2 + 0^2 + 4.a + 0.b + 0.c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ b = -18 \\ c = -2 \\ a = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 18y - 2z = 0$$

$$\Leftrightarrow (S): (x-2)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = 86$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 39: Ta có:

$$\begin{cases} \overline{AB}(-2; 0; -3) \\ \overline{CD}(-2; 0; 3) \end{cases} \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{CD}] = (0; 12; 0)$$

$$\begin{cases} A \in AB \\ C \in CD \end{cases} \Rightarrow \overline{AC} = (0; 4; -3)$$

$$\Rightarrow d(AB; CD) = \frac{[\overline{AB}, \overline{CD}] \cdot \overline{AC}}{[\overline{AB}, \overline{CD}]} = \frac{48}{2\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 40: Gọi $D(a; b; c)$. Khi đó, ta gọi $I; J$ là trung điểm $AB; CD$, ta có điều kiện cần và đủ:

$$\begin{cases} AB // CD \\ IJ \perp AB \end{cases}$$

Ta có:

$$\overline{AB} = (2; 2; 2); \overline{CD} = (a; b-1; c-3)$$

$$I(2; 1; 2); J\left(\frac{a}{2}; \frac{b+1}{2}; \frac{c+3}{2}\right) \Rightarrow \overline{IJ} = \left(\frac{a-4}{2}; \frac{b-1}{2}; \frac{c-1}{2}\right)$$

$$\begin{cases} AB // CD \\ IJ \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{CD} = k \cdot \overline{AB} \\ \overline{IJ} \cdot \overline{AB} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b-1 = c-3 \\ \left(\frac{a-4}{2}\right) \cdot 2 + \left(\frac{b-1}{2}\right) \cdot 2 + \left(\frac{c-1}{2}\right) \cdot 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = a+1 \\ c = a+3 \\ a+b+c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{5}{3} \\ c = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; \frac{11}{3}\right)$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 41*: Đây là bài toán rất khó!

Do $M(a; b; c) \in (d)$ nên ta có:

$$\frac{a-1}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c+1}{1} = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2t+1 \\ b = 3t \\ c = t-1 \end{cases} \Rightarrow M(2t+1; 3t; t-1)$$

Chu vi tam giác MAB nhỏ nhất khi và chỉ khi:

$$(MA + MB)_{\min}$$

$$\Leftrightarrow (f(t) = \sqrt{14t^2 + 5} + \sqrt{14t^2 - 2t + 1})_{\min}$$

Đến đây nếu dùng phương pháp hàm thì rất bất tiện. Ta có thể nghĩ theo bất đẳng thức Mincopski:

$$f(t) = \sqrt{14t^2 + 5} + \sqrt{14t^2 - 2t + 1}$$

$$f(t) = \sqrt{(-t\sqrt{14})^2 + (\sqrt{5})^2} + \sqrt{\left(t\sqrt{14} - \frac{1}{\sqrt{14}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{14}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow f(t) \geq \sqrt{\left(-t\sqrt{14} + t\sqrt{14} - \frac{1}{\sqrt{14}}\right)^2 + \left(\sqrt{5} + \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{14}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow f(t) \geq \sqrt{\frac{1}{14} + \left(5 + 2\sqrt{\frac{65}{14} + \frac{13}{14}}\right)} = \sqrt{6 + 2\sqrt{\frac{65}{14}}}$$

Dấu "=" xảy ra khi:

$$(-t\sqrt{14})\left(\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{14}}\right) = \left(t\sqrt{14} - \frac{1}{\sqrt{14}}\right)(\sqrt{5})$$

$$\Leftrightarrow t(\sqrt{70} + \sqrt{13}) = \sqrt{\frac{5}{14}}$$

$$\Leftrightarrow t = \left(\frac{\sqrt{70} - \sqrt{13}}{57}\right)\sqrt{\frac{5}{14}} = \frac{5 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{57}$$

$$\Rightarrow M \left(\frac{67 - \sqrt{\frac{130}{7}}}{57}; \frac{5 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{19}; \frac{-52 - \sqrt{\frac{65}{14}}}{57} \right)$$

Đáp án đúng là C.

Câu 42: Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm đoạn AB nên ta có:

$$\begin{cases} I \left(\frac{0+2}{2}; \frac{1+1}{2}; \frac{0+8}{2} \right) \Rightarrow I(1;1;4) \\ R = IA = \sqrt{(1-0)^2 + (1-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 17$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 43: Ta có:

$$\begin{cases} \overline{AB}(0; -3; -1) \\ \overline{AC}(-1; 0; 1) \\ \overline{AD}(0; 1; m-2) \end{cases} \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (-3; 1; -3)$$

$A; B; C; D$ đồng phẳng khi:

$$\begin{aligned} [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} &= 0 \\ \Leftrightarrow (-3) \cdot 0 + 1 \cdot 1 + (-3) \cdot (m-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 44: Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{|m+2(m+1)|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2m^2+2m+5}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow 2|m+2(m+1)| &= \sqrt{2 \cdot 5 \cdot (2m^2+2m+5)} \\ \Leftrightarrow 4(3m+2)^2 &= 20m^2+20m+50 \\ \Leftrightarrow 16m^2+28m-34 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= \frac{-7 \pm \sqrt{185}}{8} \end{aligned}$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn. Đáp án đúng là A.

Câu 45: Ta dễ dàng thấy được:

$$\begin{aligned} (S): \begin{cases} I_1(1;1;0) \\ R_1=3 \end{cases}; (S'): \begin{cases} I_2(0;0;3) \\ R_2=1 \end{cases} \\ \Rightarrow I_1 I_2 = \sqrt{11} < 4 = R_1 + R_2 \end{aligned}$$

Vậy hai mặt cầu cắt nhau theo giai tuyến đường tròn. Đáp án đúng là B.

Câu 46:

Thể tích khối trụ: $V = S_{\text{day}} \cdot h = \pi R^2 h$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 47:

Thể tích phần còn lại bằng:

$$V = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 - R_2^3) = \frac{4}{3} \pi \left(R^3 - \left(\frac{R}{3} \right)^3 \right) = \frac{104}{81} \pi R^3$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 48: Đây là một bài toán khá khó!

Tuy nhiên thực chất của bài toán như sau:

Gọi $R_1; R_2$ là hai bán kính của hai phần bị khoét.

Khi đó, ta có: $R_1 + R_2 = R$ đồng thời thể tích hai

$$\text{quả cầu sẽ là: } V_1 + V_2 = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 + R_2^3)$$

Để phần thể tích quả cầu còn lại là lớn nhất thì tổng thể tích phần khoét là nhỏ nhất tức là:

$(R_1^3 + R_2^3)_{\min}$. Đến đây ta có hai phương pháp giải, một là dùng hàm số, hai là biến đổi tương đương ta có:

$$R_1^3 + R_2^3 \geq 2 \left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^3 \Leftrightarrow (R_1 + R_2)(R_1 - R_2)^2 \geq 0$$

Do đó ta có:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V - (V_1 + V_2) \leq \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi \cdot 2 \left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^3 \\ \Rightarrow \Delta V &\leq \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi \cdot 2 \left(\frac{R}{2} \right)^3 \quad (R_1 + R_2 = R) \\ \Rightarrow \Delta V &\leq \pi R^3 \end{aligned}$$

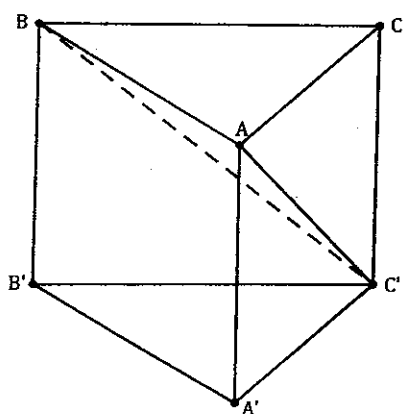
Dấu "=" xảy ra khi: $R_1 = R_2 = \frac{R}{2}$.

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 49: Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A')$, do

đó AC' là hình chiếu vuông góc của BC' lên $(ACC'A')$. Từ đó, góc giữa BC' và $(ACC'A')$ là $BC'A = 30^\circ$.





Trong tam giác vuông ABC ta có:

$$AB = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

Trong tam giác vuông ABC' ta có:

$$AC' = AB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$$

Trong tam giác vuông ACC' ta có:

$$CC' = \sqrt{AC'^2 + AC^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$$

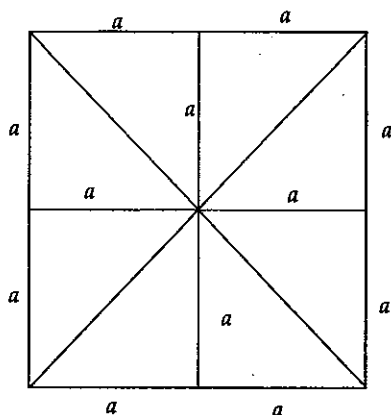
Vậy, thể tích lăng trụ là:

$$V = S.h = \frac{1}{2}.AB.AC.CC' = \frac{1}{2}.a\sqrt{3}.2\sqrt{2}a.a = a^3\sqrt{6}$$

Đáp án đúng là B.

Câu 50:

Phân tích:



+ 8 mảnh thu được là như nhau.

+Phần diện tích tăng lên là ranh giới của những nhất cắt tạo ra.

+Diện tích toàn phần ban đầu của cái bánh:

$$S_1 = 2(2a)^2 + 4.2a.a = 16a^2$$

+Diện tích mỗi phần miếng bánh sau khi cắt ra (bao gồm 2 mặt trên dưới, 2 mặt vuông góc, 1 mặt từ cạnh huyền):

$$s = 2 \cdot \frac{1}{2} a^2 + 2 \cdot (a \cdot a) + a \sqrt{2} \cdot (a) = (3 + \sqrt{2}) a^2$$

Do đó, với 8 phần ta có diện tích toàn phần lúc sau là:

$$S_2 = 8s = 8(3 + \sqrt{2})a^2$$

Do đó, diện tích đã tăng lên:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{8(3+\sqrt{2})a^2}{16a^2} = \frac{3+\sqrt{2}}{2}$$

Đáp án đúng là D.



ĐỀ SỐ 22

Câu 1: Cho hàm số $(C): y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $(d): y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt:

- A. $m < 0$ và $m > \frac{8}{9}$ B. $m = 1$ C. $0 < m < \frac{8}{9}$ D. $m \leq 0$ và $m \geq \frac{8}{9}$

Câu 2: Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $[-1; 1]$ B. $\mathbb{R}$ C. $\left(-4; \frac{2}{3}\right)$ D. $\emptyset$

Câu 3: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (với m là tham số) có ba điểm cực trị:

- A. $m = -1$ B. $m = 0$ C. $m = -1; m = 0$ D. $m > -1$

Câu 4: Cho $\log_{14} 7 = a$; $\log_{14} 5 = b$. Tính $\log_{35} 14$ theo a, b là

- A. $a - b$ B. $a + b$ C. $\frac{1}{a+b}$ D. ab

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(\sqrt[3]{3x+1})$ là

- A. $\frac{1}{\ln 2}$ B. $\frac{1}{3(3x+1)\ln 2}$ C. $\frac{1}{(3x+1)\ln 2}$ D. $\frac{\ln 2}{3x+1}$

Câu 6: Công thức nào dưới đây là sai?

- A. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ B. $\int e^{ax+b} dx = \frac{b}{a} e^{ax+b} + c$
C. $\log_a b = \log_a c \cdot \log_c b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

Câu 7: Tích phân $I = \int_1^e \ln x dx$ bằng

- A. 0 B. 1 C. e D. $\frac{1}{e}$

Câu 8: Tích phân $I = \int_0^3 \max\{x; x^2\} dx$ bằng

- A. 3 B. 9 C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{55}{6}$

Câu 9: Tìm điểm M thuộc $(C): y = \frac{3x+1}{x+2}$ sao cho khoảng cách từ M đến giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) là nhỏ nhất.

- A. $(-2+\sqrt{5}; 3-\sqrt{5})$ B. $(-2+\sqrt{5}; 3-\sqrt{5})$ và $(-2-\sqrt{5}; 3+\sqrt{5})$
C. $(2+\sqrt{5}; 3-\sqrt{5})$ và $(-2-\sqrt{5}; 3+\sqrt{5})$ D. $(-2+\sqrt{5}; 3-\sqrt{5})$ và $(-2-\sqrt{5}; -3+\sqrt{5})$

Câu 10: Cho hàm số $(C): y = \frac{2x+1}{x+1}$. Với giá trị nào của k thì đường thẳng $(d): y = kx + 1$ cắt hàm số (C) tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách từ 2 điểm đó đến trục hoành bằng nhau.

- A. $k = 0$ B. $k = 1$ C. $k = 3$ D. Không tồn tại k .

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$. Giải bất phương trình: $f'(x+1) > 0$

A. $1 < x < 3$

B. $x < 1; x > 3$

C. $0 < x < 2$

D. $x < 0; x > 2$

Câu 12: Tìm m để phương trình $\frac{\log(mx) - 2}{\log(x+1)} = 1$ có nghiệm duy nhất:

A. $m > 100; m < 0$

B. $0 < m < 100$

C. $m = 1$

D. Không tồn tại m .

Câu 13: Giải bất phương trình $\log_{2x+3} x^2 < 1$:

A. $S = \left(\frac{-3}{2}; 3 \right)$

B. $S = \left(\frac{-3}{2}; 3 \right) \setminus \{0\}$

C. $S = \left(\frac{-3}{2}; 3 \right) \setminus \{-1; 0\}$

D. Vô nghiệm

Câu 14: Thể tích khối tròn xoay khi $(D): \begin{cases} y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ y = 0 \\ x = -\frac{1}{2}; x = \frac{1}{2} \end{cases}$ quay quanh Ox là

A. π^2

B. $\frac{\pi^2}{2}$

C. $\frac{\pi^2}{3}$

D. $\frac{\pi^2}{4}$

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 4) + \log_{\frac{1}{3}}(2\sqrt{x} + 1) \geq \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ là

A. $[1; 2]$

B. $(0; 1)$

C. $[0; 1]$

D. $(1; 2)$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1, 1, 2)$ và $B(2, 0, 1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và B là:

A. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$

D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1, -1, 1)$ và $B(3, 1, 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x + y - z - 2 = 0$

B. $x + 2y - 2 = 0$

C. $2x + y - 2 = 0$

D. $x + 2y - z - 2 = 0$

Câu 18: Tìm số phức z biết $-(1+i)\bar{z} = -3+i$?

A. $z = 1 + 2i$

B. $z = 1 - 2i$

C. $z = -1 + 2i$

D. $z = -1 - 2i$

Câu 19: Tìm modun của số phức $z = \frac{(1+i)(3-2i)}{-1+2i}$?

A. $\frac{11}{5}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{\sqrt{126}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{130}}{5}$

Câu 20: Tính $z = (1-i)^{2017}$

A. $2017 - 2017i$

B. $(\sqrt{2})^{2017}$

C. $2^{1008}(1-i)$

D. $1-i$

Câu 21: Thể tích của tứ diện đều cạnh a là

A. $\frac{\sqrt{2}}{6} a^3$

B. $\frac{1}{3} a^3$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3} a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$

Câu 22: Bé An có một cốc nước hình trụ cao 15cm, đường kính đáy là 6cm. Lượng nước trong cốc cao 9cm. Bé thả hai viên đá hình lập phương có độ dài cạnh là 3cm vào trong cốc. Hỏi độ cao của nước trong cốc sau khi thả hai viên đá vào là bao nhiêu?

- A. 11 cm B. $9 + \frac{3}{\pi}\text{ cm}$ C. $\frac{6}{\pi}\text{ cm}$ D. $9 + \frac{6}{\pi}\text{ cm}$

Câu 23: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào là đúng?

- A. Khối đa diện đều là khối đa diện có tất cả các cạnh bằng nhau.
 B. Khối đa diện đều là khối đa diện có tất cả các mặt là các đa giác đều.
 C. Khối đa diện đều là khối đa diện có tất cả các mặt là các đa giác đều bằng nhau và các cạnh bằng nhau.
 D. Có vô số khối đa diện đều lồi không có cùng số cạnh.

Câu 24: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào là đúng:

- A. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng $x + y + 2z - 4 = 0$ bằng 1.
 B. Góc nhọn giữa hai mặt phẳng $x + y + z = 1$ và mặt phẳng $x = 0$ bằng 45° .
 C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $x - 1 = 0$ và $x + 2 = 0$ bằng 3.
 D. Góc nhọn tạo nên bởi hai mặt phẳng cắt nhau bằng góc giữa hai vectơ pháp tuyến của chúng.
 Câu 25: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) được xác định bằng công thức nào dưới đây:

- A. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ B. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}$
 C. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A + B + C}}$ D. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$; $(\beta): 2x + y - z - 2 = 0$ và $(\gamma): mx + ny + z - 1 = 0$. Để $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ có giao tuyến chung thì tổng của $m + n$ bằng

- A. 7 B. 12 C. 11 D. 9

Câu 27: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a, \angle ACB = 60^\circ$. Biết BC' hợp với $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích khối chóp:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\sqrt{6}a^3$

Câu 28: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B và M là trung điểm của đoạn SC . Tỉ số thể tích hai phần khối chóp bị chia bởi mặt phẳng (α) là

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{5}{8}$

Câu 29: Cho hai tích phân $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^2 dx$ và $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^2 dx$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. $I_1 = I_2$ B. $I_1 > I_2$
 C. $I_1 < I_2$ D. Không so sánh được

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm B', C', D' lần lượt thuộc các tia AB, AC, AD . Công thức nào dưới đây là đúng:

- A. $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{AD'}{AD}$ B. $\frac{AB'}{AB} + \frac{AC'}{AC} + \frac{AD'}{AD} = 3$
 C. $\frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD}$ D. $\frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB.AC.AD}{AB'.AC'.AD'}$

Câu 31: Một công ty X nhận 1 đơn hàng cần giao 2 sản phẩm X_1, X_2 . Để sản xuất sản phẩm X_1 cần 20 nguyên liệu và mất 5 giờ gia công. Để sản xuất sản phẩm X_2 cần 40 nguyên liệu và mất 2 giờ gia công. Giá bán của sản phẩm X_1, X_2 lần lượt là 100 \$ và 60\$. Biết trong kho công ty X có 400 nguyên liệu và có 40 giờ sản xuất trước khi giao hàng. Hỏi công ty đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm X_1 và bao nhiêu sản phẩm X_2 để thu được lợi nhuận cao nhất?

- A. 7 sản phẩm X_1 và 2 sản phẩm X_2 B. 6 sản phẩm X_1 và 5 sản phẩm X_2
C. 5 sản phẩm X_1 và 7 sản phẩm X_2 D. 6 sản phẩm X_1 và 6 sản phẩm X_2

Câu 32: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ biết SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=a, SB=b, SC=c$. Khi đó bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

- A. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ B. $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$ C. $\frac{a^2+b^2+c^2}{2}$ D. $a^2+b^2+c^2$

Câu 33: Hãy chọn khẳng định sai?

A. Đồ thị hàm số $y=a^x$ được suy ra từ đồ thị $y=a^x$ bằng cách vẽ thêm phần đối xứng của đồ thị $y=a^x$ qua trục Oy .

B. Đồ thị hàm số $y=a^x; y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục Oy .

C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn nằm phía trên trục Ox .

D. Đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn cắt trục tung tại điểm có tung độ 1.

Câu 34: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A. Với $m>1$ thì hàm số có hai điểm cực trị.
B. Hàm số luôn có hai điểm cực đại và cực tiểu.
C. Với $m<1$ thì hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m\neq 1$

Câu 35: Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $\left|\frac{z}{z-i}\right|=3$:

- A. Đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính 3. B. Đường tròn tâm $I\left(0;\frac{9}{8}\right)$ bán kính $\frac{8}{3}$.
C. Đường thẳng $y=x-3$. D. Đường tròn tâm $I\left(0;\frac{9}{8}\right)$ bán kính $\frac{3}{8}$.

Câu 36: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi M và N lần lượt là các trung điểm của các cạnh SB và SC . Tính theo a diện tích tam giác AMN , biết rằng $(AMN)\perp(SBC)$.

- A. $\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$ B. $\frac{a^2\sqrt{10}}{8}$ C. $\frac{a^2\sqrt{5}}{16}$ D. $\frac{a^2\sqrt{5}}{8}$

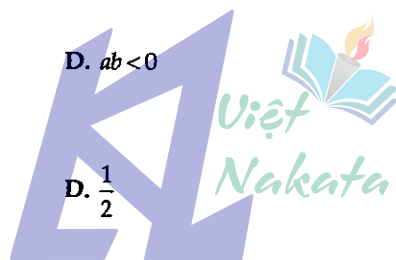
Câu 37: Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A. $b=0$ B. $b<0$ C. $ab\leq 0$ D. $ab<0$

Câu 38: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+1}{2x+1}$ trên $[1;2]$:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

Câu 39: Giải phương trình $z^2-6z+13=0$ trên tập hợp số phức:



A. $z_1 = 2 - 2i; z_2 = 2 + 2i$

B. $z_1 = -3 - 2i; z_2 = -3 + 2i$

C. $z_1 = 3 - 2i; z_2 = 3 + 2i$

D. $z_1 = 3 - i; z_2 = 3 + i$

Câu 40: Phương trình mặt cầu nào sau đây đi qua điểm $P(1; -1; 4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ:

A. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 9$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 6z = 27$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 9z = 18$

D. Cả ba đáp án A, B, C đều sai.

Câu 41: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Giá trị biểu thức $A = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{(z_1 + z_2)^2}$ là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 42: Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 6$. Giá trị cực đại của hàm số là

A. $y_{CD} = 0$

B. $y_{CD} = 6$

C. $y_{CD} = 2$

D. $y_{CD} \in \{2; 6\}$

Câu 43: Giải phương trình sau trên tập số thực: $2.5^{x^2-3} = 5.2^{x^2-3}$

A. $x = \pm 1$

B. $x = 0$

C. $x = \pm 2$

D. Vô nghiệm.

Câu 44: Giải phương trình sau trên tập số thực $3^{\log_2 x} + x = 2$

A. $x = 0$

B. $x = 2$

C. $x = \pm 1$

D. $x = 1$

Câu 45: Cho tích phân $I = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2}} dx$. Với $\alpha > 1$ thì I bằng

A. $\frac{2}{\alpha}$

B. 2α

C. 2

D. $\frac{\alpha}{2}$

Câu 46: Một người gửi vào ngân hàng 50.000.000 VNĐ với lãi suất hàng tháng là 0,5%. Hỏi sau ít nhất bao lâu thời gian thì số tiền lãi của người đó là 2.500.000 VNĐ ?

A. 7 tháng

B. 8 tháng

C. 9 tháng

D. 10 tháng

Câu 47: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 \sqrt{x^2 + x - 12}$

A. $(-4; 3)$

B. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

C. $(-4; 3]$

D. $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$

Câu 48: Tính đạo hàm cấp 2017 của hàm số $y = 2017^x + e^x$

A. $2017^x (\ln 2017)^{2017} + e^x$

B. $2017^x \ln 2017 + e^x$

C. $(\ln 2017)^{2017} (2017^x + e^x)$

D. $2017^x + e^x$

Câu 49: Giải phương trình sau trên tập số thực: $7^{x-1} = 6 \log_7 (6x-5) + 1$

A. $x = 1; x = 2$

B. $x = \pm 1$

C. $x = 2$

D. Vô nghiệm

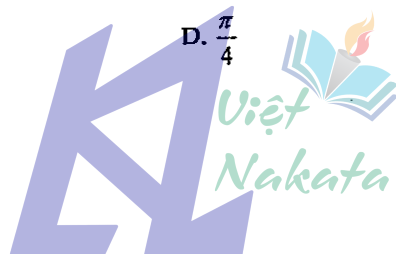
Câu 50: Tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^7 - x^5 + x^3 - x}{(\cos x)^4} dx$

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $-\frac{\pi}{2}$

C. 0

D. $\frac{\pi}{4}$



ĐÁP ÁN

1A	2C	3D	4C	5C	6B	7B	8D	9B	10D
11C	12A	13C	14C	15C	16B	17C	18A	19D	20C
21D	22D	23C	24C	25A	26B	27D	28A	29A	30C
31A	32B	33A	34B	35D	36A	37D	38B	39C	40A
41A	42B	43C	44D	45A	46D	47B	48A	49A	50C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Phân tích: Hoàn chỉnh giao điểm của (C) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1 = -x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 3mx^2 + mx = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x^2 - 3mx + m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 3mx + m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Đường thẳng (d): $y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9m^2 - 8m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{8}{9} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Vậy nên với $m < 0; m > \frac{8}{9}$ thì đường thẳng

(d): $y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt.

Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Nhiều bạn thường quên mất điều kiện phương trình $2x^2 - 3mx + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 nên sẽ lấy luôn nghiệm $m \leq 0$ nên sẽ chọn đáp án D.

Câu 2:

Phân tích: Ta có $y' = m - 3 + (2m+1)\sin x$

Hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (ở đây không xảy ra dấu bằng vì nếu có dấu bằng thì nó có vô số nghiệm, trái với định lý mở rộng trong sách giáo khoa).

$$\Leftrightarrow m - 3 + (2m+1)\sin x < 0 \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Nếu $2m+1=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ dễ thấy (1) luôn đúng

Nếu $2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$ khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow \sin x < \frac{-m+3}{2m+1} \forall x \in \mathbb{R} \quad (2)$$

Do $\max \sin x = 1$ nên (2) đúng:

$$\Leftrightarrow \frac{-m+3}{2m+1} > 1 \Leftrightarrow m < \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{1}{2} < m < \frac{2}{3}$$

Nếu $2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow \sin x > \frac{-m+3}{2m+1} \forall x \in \mathbb{R} \quad (3)$$

Do $\min \sin x = -1$ nên (3) đúng:

$$\Leftrightarrow \frac{-m+3}{2m+1} < -1 \Leftrightarrow m > -4 \Rightarrow -4 < m < -\frac{1}{2}$$

Như vậy tập giá trị m thỏa mãn là $\left(-4; \frac{2}{3}\right)$.

Đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh lúng túng khi gặp bất phương trình (1). Đôi khi chúng ta thường bị nhầm dấu khi giải bất phương trình trong trường hợp $2m+1 < 0$.

Câu 3: Ta có:

$$y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x^2 - m - 1 = 0 \quad (*)$$

Hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

Đáp án đúng là D.

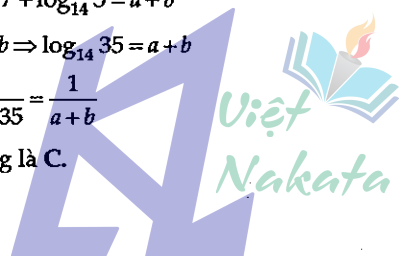
Câu 4: Ta có: $\log_{14} 7 + \log_{14} 5 = a + b$

$$\Rightarrow \log_{14} (7.5) = a + b \Rightarrow \log_{14} 35 = a + b$$

$$\Rightarrow \log_{35} 14 = \frac{1}{\log_{14} 35} = \frac{1}{a+b}$$

Do đó đáp án đúng là C.

Câu 5:



Phân tích: Ta có:

$$y' = \frac{\left(\sqrt[3]{3x+1}\right)'}{\sqrt[3]{3x+1} \ln 2} = \frac{1}{\sqrt[3]{(3x+1)^2} \cdot \sqrt[3]{3x+1} \ln 2} = \frac{1}{(3x+1) \ln 2}$$

Đáp án đúng là C.

Nhận xét: Để làm được bài này cần phải thuộc hai công thức đạo hàm của hàm số logarit và hàm số căn bậc 3. Chính điều này sẽ gây khó khăn cho khá nhiều bạn nếu không nắm vững các công thức đạo hàm của các hàm số cơ bản.

Câu 6: Đáp án đúng là B.

Câu 7: Đặt $\ln x = t \Rightarrow x = e^t$

$$\begin{aligned} \Rightarrow dx &= e^t dt \Rightarrow \int_1^e \ln x dx = \int_0^1 te^t dt \\ &= \int_0^1 t de^t = te^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - e^t \Big|_0^1 = e - e + e^0 = 1 \end{aligned}$$

Đáp án đúng là B.

Câu 8:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^3 \max\{x; x^2\} dx = \int_0^1 \max\{x; x^2\} dx + \int_1^3 \max\{x; x^2\} dx \\ &= \int_0^1 x dx + \int_1^3 x^2 dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 = \frac{1}{2} + 9 - \frac{1}{3} = \frac{55}{6} \end{aligned}$$

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Nếu không để ý cận của tích phân nhiều bạn sẽ chọn ngay x^2 là max từ đó dẫn đến việc ra kết quả $I = 9$ nên sẽ chọn đáp án B.

Câu 9:

Để thấy $(d_1): y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số; $(d_2): x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Do đó, giao điểm của hai đường tiệm cận có tọa độ là $(-2; 3)$. Giả sử M thuộc (C) có tọa độ là $\left(x_0; \frac{3x_0+1}{x_0+2}\right)$. Do đó, khoảng cách từ M đến

giao điểm của hai đường tiệm cận là:

$$\begin{aligned} &\sqrt{\left(x_0+2\right)^2 + \left(\frac{3x_0+1}{x_0+2} - 3\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(x_0+2\right)^2 + \left(\frac{5}{x_0+2}\right)^2} \geq \sqrt{2 \cdot 25} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow |x_0+2| = \left|\frac{5}{x_0+2}\right|$$

$$\Leftrightarrow (x_0+2)^2 = 5 \Leftrightarrow x_0 = -2 \pm \sqrt{5}$$

Như vậy ta có hai điểm M thỏa mãn đó là:

$$\left(-2+\sqrt{5}; 3-\sqrt{5}\right) \text{ và } \left(-2-\sqrt{5}; 3+\sqrt{5}\right)$$

Đáp án đúng là B.

Câu 10: Hoàn chỉnh giao điểm của (C) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$\frac{2x+1}{x+1} = kx+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 = kx^2+kx+x+1 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} kx^2 + (k-1)x = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(kx+k-1) = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình: $kx+k-1=0$ có nghiệm khác 0 và -1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0; k \neq 1 \\ x = \frac{1-k}{k} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0; k \neq 1 \\ x = \frac{1-k}{k} \end{cases}$$

Như vậy đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(0; 1)$ và $\left(\frac{1-k}{k}; 2-k\right)$.

Khoảng cách từ hai điểm này đến trục hoành bằng nhau khi và chỉ khi $2-k=1 \Leftrightarrow k=1$ (không thỏa mãn điều kiện).

Vậy nên không tồn tại k thỏa mãn. Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Bài toán này yêu cầu rất nhiều điều kiện của k ở mỗi bước tính toán. Nếu thiếu điều kiện rất có thể các bạn sẽ lấy ngay kết quả $k=1$ và chọn đáp án B.

Câu 11: Ta có: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

$$f'(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$$

$$f'(x+1) > 0 \Leftrightarrow 1 < x+1 < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

Đáp án đúng là C.

Câu 12: Điều kiện: $\begin{cases} mx > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$

$$\frac{\log(mx)-2}{\log(x+1)}=1 \Leftrightarrow \log(mx)=2+\log(x+1)$$

$$\Leftrightarrow mx=10^2(x+1)$$

$$\Leftrightarrow (m-100)x=100$$

Phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m-100 \neq 0 \\ x = \frac{100}{m-100} > -1 \Leftrightarrow \frac{m}{m-100} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m(m-100) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 100 \end{cases}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 13:

Phân tích:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \neq 0 \\ 2x+3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ 2x+3 \neq 1 \end{cases} \end{cases}$$

+ Nếu $2x+3 > 1 \Leftrightarrow x > -1$. Khi đó bất phương trình tương đương:

$$x^2 < 2x+3 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) < 0$$

$$\Leftrightarrow -1 < x < 3 \Rightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$+ \text{ Nếu } 0 < 2x+3 < 1 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < -1$$

Khi đó bất phương trình tương đương:

$$x^2 > 2x+3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra $-\frac{3}{2} < x < -1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là

$$S = \left(-\frac{3}{2}; -1\right) \cup \{ -1; 0 \}$$

Đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Nhiều bạn sẽ bị nhầm trường hợp $0 < 2x+3 < 1$ thì hàm logarit nghịch biến nên sẽ dẫn tới sai kết quả.

Câu 14: Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$

Khi đó:

$$V = \pi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \pi \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{\cos t} dt = \pi \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} dt = \pi t \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi^2}{3}$$

Đáp án đúng là C.

Câu 15: Điều kiện: $x \geq 0$

Bất phương trình tương đương:

$$\log_3(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 4) - \log_3(2\sqrt{x} + 1) \geq \log_3 2$$

$$\Leftrightarrow \log_3(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 4) \geq \log_3 2(2\sqrt{x} + 1)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 4 \geq 4\sqrt{x} + 2 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } \sqrt[3]{x} = t \Rightarrow t \geq 0 \quad (*) \Leftrightarrow 3t^3 - t^2 - 2 \leq 0.$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(3t^2 + 2t + 2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow t-1 \leq 0 \quad (t \geq 0 \Rightarrow 3t^2 + 2t + 2 \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt[3]{x} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là:

$$S = [0; 1]$$

Đáp án đúng là C.

Câu 16:

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (3; -1; -1)$$

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A; B là:

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhiều bạn đọc đề bài quá nhanh mà quên mất yêu cầu đề bài là viết phương trình chính tắc nên rất có thể các bạn sẽ khoanh nhầm đáp án A hoặc C đó là phương trình tham số của đường thẳng AB.

$$\text{Câu 17: Ta có: } \overline{AB} = (4; 2; 0) = 2(2; 1; 0)$$

Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là: $(1; 0; 1)$

→ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn

$$AB \text{ là: } 2(x-1) + (y-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2 = 0$$

Đáp án đúng là C.

$$\text{Câu 18: Giả sử } z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\text{Khi đó ta có: } -(1+i)(a-bi) = -3+i$$

$$\Leftrightarrow -(a+b) - (a-b)i = -3+i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ b-a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow z = 1+2i$$

Đáp án đúng là A.

Câu 19: Ta có:



$$z = \frac{(1+i)(3-2i)}{-1+2i} = \frac{5+i}{-1+2i}$$

$$= \frac{(5+i)(-1-2i)}{(-1+2i)(-1-2i)} = \frac{-3-11i}{5}$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2 + \left(\frac{-11}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{5}$$

Đáp án đúng là D.

Câu 20: Ta có :

$$1-i = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \sqrt{2} \cdot z$$

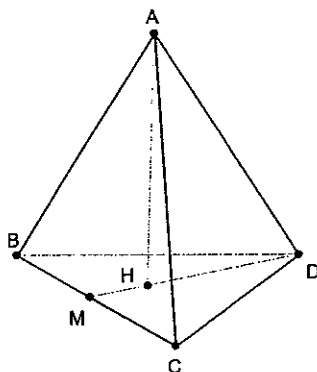
$$z = \frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow z^2 = -i \Rightarrow z^4 = -1$$

$$\Rightarrow (1-i)^{2017} = (\sqrt{2})^{2017} \cdot z^{2017}$$

$$= (\sqrt{2})^{2017} \cdot z^{4 \cdot 504 + 1} = \frac{(\sqrt{2})^{2017} (1-i)}{\sqrt{2}} = 2^{1008} (1-i)$$

Đáp án đúng là C.

Câu 21:



Giả sử có tứ diện ABCD đều cạnh a .

Gọi H là hình chiếu vuông góc hạ từ A xuống mp(BCD).

Khi đó, H là tâm của ABCD đều.

Kéo dài DH cắt BC tại M do đó M là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow DH = \frac{2}{3} DM = \frac{2}{3} \sin 60^\circ \cdot CD = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCD}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} a \cdot \frac{1}{2} \sin 60^\circ \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

Đáp án đúng là D.

Câu 22:

Phân tích: Thể tích của viên đá hình lập phương là $3^3 = 27 (cm^3)$

Như vậy sau khi thả 2 viên đá vào trong cốc thì thể tích chiếm chỗ của 2 viên đá là $54 cm^3$.

Do đó thể tích nước tăng lên cũng chính là thể tích chiếm chỗ của 2 viên đá là $54 cm^3$.

$\Rightarrow$ mực nước trong cốc sẽ tăng lên là :

$$h = \frac{54}{\pi \cdot 3^2} = \frac{6}{\pi} (cm)$$

$\Rightarrow$ độ cao của nước trong cốc sau khi thả hai viên

đá vào là : $9 + \frac{6}{\pi} (cm)$

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Do đọc không kĩ đề bài nên rất có thể khi tính đến mực nước trong cốc tăng

lên $\frac{6}{\pi} cm$ là nhiều bạn đã chọn ngay đáp án C mà

quên mất rằng người ta hỏi độ cao của nước trong cốc sau khi thả hai viên đá vào.

Câu 23: Đáp án đúng là C.

Câu 24: Đáp án đúng là C.

Câu 25: Đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp : Nếu bạn nào học vẹt công thức khoảng cách từ 1 điểm đến 1 mặt phẳng sẽ rất dễ gặp tình trạng phân vân giữa đáp án A và B.

Câu 26:

Phân tích: Giao tuyến của 2 mặt phẳng $(\alpha); (\beta)$ là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ 2x + y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2z + 3 \\ y = -3z - 4 \end{cases}$$

Do đó phương trình đường giao tuyến của 2 mặt

$$\text{phẳng } (\alpha); (\beta) \text{ là } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -4 - 3t \\ z = t \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}$$

Để $(\alpha); (\beta); (\gamma)$ có giao tuyến chung khi và chỉ khi:

$$m(3+2t) + n(-4-3t) + t - 1 = 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

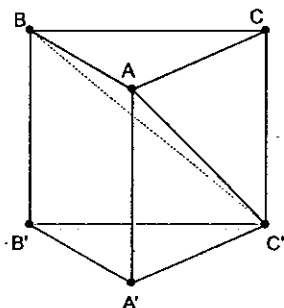
$$\Leftrightarrow (2m-3n+1)t + 3m-4n-1=0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3n+1=0 \\ 3m-4n-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=7 \\ n=5 \end{cases} \Rightarrow m+n=12$$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp : Nhiều bạn thường gặp lúng túng trong việc rút phương trình giao tuyến từ hai mặt phẳng sẽ dẫn đến việc tính toán sai kết quả.

Câu 27:



Do ΔABC vuông tại $A \Rightarrow AB \perp AC$

Mà $ABB'A'$ là hình chữ nhật nên:

$$AB \perp AA' \Rightarrow AB \perp mp(ACC'A')$$

Lại có: Góc giữa BC' và $mp(ACC'A')$ là 30° nên

$$AC'B = 30^\circ$$

Trong $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$AB = AC \cdot \tan ACB = \sqrt{3}a$$

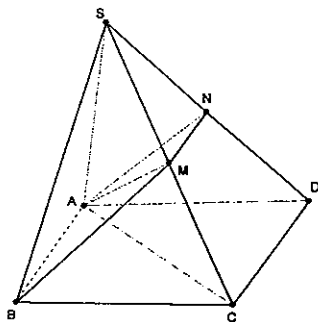
$$\Rightarrow CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = CC'.S_{ABC} = 2\sqrt{2}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{3}a = \sqrt{6}a^3$$

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Đây là bài toán khá cơ bản tuy nhiên rất dễ bị nhầm khi tính toán với các góc lượng giác $30^\circ; 60^\circ$

Câu 28:



Gọi N là giao điểm của (α) với SD

Dễ thấy $AB \parallel CD \rightarrow AB \parallel mp(ACD)$

Mà MN là giao tuyến của (α) với (ACD)

$$\Rightarrow MN \parallel CD \parallel AB$$

Do đó, N là trung điểm của SD

Ta có:

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{S.A.SM.SN}{S.A.SC.SD} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM.SA.SB}{SA.SB.SC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} + \frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.ABMN}}{V_{ABCDNM}} = \frac{3}{5}$$

Đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp : Sử dụng sai công thức :

$$\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SA.SB.SM.SN}{SA.SB.SC.SD} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.ABMN}}{V_{ABCDNM}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{đáp án B.}$$

Câu 29: Đặt $x = t + \frac{\pi}{2}$

$$\rightarrow \cos x = \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \sin t \rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^2 dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (\sin t)^2 dt$$

Do $(\sin t)^2$ là hàm chẵn:

$$\Rightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (\sin t)^2 dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t)^2 dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^2 dx \Rightarrow I_1 = I_2$$

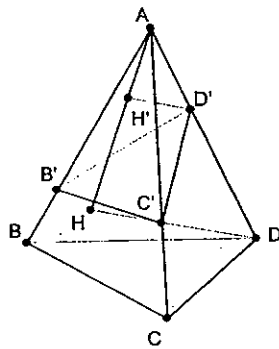
Đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều bạn khi đọc đề bài xong sẽ bắt tay ngay vào việc tính toán từng giá trị của I_1 và I_2 vì thế sẽ mất khá nhiều thời gian trong việc biến đổi tính toán.

Câu 30:

LOVEBOOK.VN | 330





Gọi $H; H'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $D; D'$ lên (ABC) . Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} \frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} &= \frac{\frac{1}{3} D'H' \cdot S_{AB'C'}}{\frac{1}{3} DH \cdot S_{ABC}} \\ &= \frac{AD'}{AD} \cdot \frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}} = \frac{AD'}{AD} \cdot \frac{\frac{1}{2} AB' \cdot AC' \cdot \sin \angle B'AC'}{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC} = \frac{AB' \cdot AC' \cdot AD'}{AB \cdot AC \cdot AD} \end{aligned}$$

Đáp án đúng là C.

Nhân xét: Đây là bổ đề được sử dụng rất nhiều trong việc tính thể tích trong hình học không gian. Vì vậy các bạn cần nắm thật chắc bổ đề này để sử dụng cho chuẩn xác trong các bài toán.

Câu 31: Giả sử công ty đó sản xuất x_1 sản phẩm X_1 và x_2 sản phẩm X_2 ($x_1; x_2 \in \mathbb{Z}^+$)

Theo đề bài thì ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 20x_1 + 40x_2 \leq 400 & (1) \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 40 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) dễ thấy $x_1 < 8; x_2 < 10$

$$\text{Như vậy ta sẽ có } \begin{cases} 1 \leq x_1 \leq 7 \\ 1 \leq x_2 \leq 9 \end{cases}$$

Để công ty thu lợi nhuận cao nhất thì $100x_1 + 60x_2$ phải đạt max và $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện trên

Nếu $x_1 = 7 \Rightarrow x_2 = 2$ khi đó lợi nhuận công ty đó thu được là 920 USD.

Nếu $x_1 = 6 \Rightarrow x_2 = 5$ khi đó lợi nhuận công ty đó thu được là 900 USD.

Nếu $x_1 = 5 \Rightarrow x_2 = 7$ khi đó lợi nhuận công ty đó thu được là 920 USD.

Nếu $x_1 = 4 \Rightarrow x_2 = 8$ khi đó lợi nhuận công ty đó thu được là 880 USD.

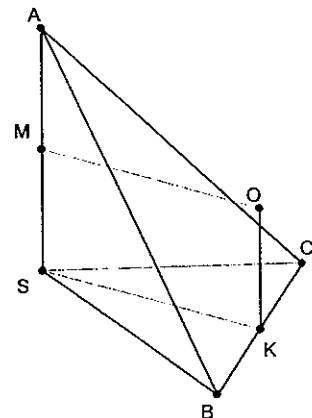
Nếu $x_1 = 3 \Rightarrow x_2 = 9$ khi đó lợi nhuận công ty đó thu được là 840 USD.

Rõ ràng 920 USD là lợi nhuận cao nhất mà công ty đó thu được tuy nhiên nếu sản xuất 7 sản phẩm X_1 và 2 sản phẩm X_2 thì sẽ tốn ít nguyên liệu hơn nên đây là phương án tốt nhất của công ty đó.

Đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều bạn sẽ chọn đáp án C vì cũng ra lợi nhuận thu được là 920USD tuy nhiên không để ý rằng nếu làm theo phương án này công ty đó sẽ phải tiêu tốn nhiều nguyên liệu hơn.

Câu 32:



Gọi $O; K$ lần lượt là tâm hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$

Để thấy $\triangle SBC$ vuông tại S nên K là trung điểm của BC

Gọi M là trung điểm của SA

$\Rightarrow OM$ là đường trung trực của SA

$$\Rightarrow OM \perp SA \quad (1)$$

$$\text{Mà } SA \perp mp(SBC) \Rightarrow SA \perp SK \quad (2)$$

$$\text{Do: } \begin{cases} OK \perp mp(SBC) \\ SA \perp mp(SBC) \end{cases} \Rightarrow SA \parallel OK \text{ hay } SM \parallel OK$$

$\Rightarrow O; K; M; S$ cùng thuộc 1 mặt phẳng

Kết hợp với (1) và (2) suy ra $OKSM$ là hình bình hành

$$\Rightarrow OK = \frac{1}{2} SA = \frac{1}{2} a$$

Lại có $BK = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2}$

$\Rightarrow OB = \sqrt{OK^2 + BK^2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$

Vậy bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp

$S.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$

Đáp án đúng là B.

Nhân xét: Bài toán này ta chỉ cần dựng được tâm hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Do đó cần nắm thật vững các tính chất của tâm hình cầu ngoại tiếp hình chóp để có thể dựng nhanh đảm bảo tốc độ làm bài.

Câu 33: Đáp án đúng là A.

Các khẳng định B, C, D đều đúng. Khẳng định A sai vì biến x nằm ở trên số mũ nên $|x|$ chỉ ứng với cách vẽ hàm số $y = a^x$ với $x \geq 0$ mà thôi!

Câu 34: Ta có: $y' = x^2 + 2mx + 2m - 1$

Xét phương trình:

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 1 = 0$

Có: $\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2$

Như vậy:

Nếu $m \neq 1$ thì:

$\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

Do đó đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi $m \neq 1$

Như vậy đáp án B là sai.

Đáp án đúng là B.

Câu 35: Giả sử $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$

Ta có: $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3 \rightarrow |z| = 3|z-i|$

$\Rightarrow |a+bi| = 3|a+(b-1)i|$

$\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 3\sqrt{a^2 + (b-1)^2}$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 9a^2 + 9(b-1)^2$

$\Rightarrow 8a^2 + 8b^2 - 18b + 9 = 0$

$\Rightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I\left(0; \frac{9}{8}\right)$ bán kính $\frac{3}{8}$.

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Chúng ta thường quên công

thức $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ mà lại đặt luôn $z = a + bi$ rồi

nhân liên hợp. Khi đó tính modun sẽ ra một công thức rất cồng kềnh khó tính toán.

Câu 36: Gọi K là trung điểm của BC và $I = SK \cap MN$.

Từ giả thiết $\Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}, MN \parallel BC \Rightarrow I$ là

trung điểm của SK và MN .

Ta có: $\triangle SAB = \triangle SAC \Rightarrow AM = AN \Rightarrow \triangle AMN$ cân tại $A \Rightarrow AI \perp MN$.

Mặt khác:

$$\begin{cases} (SBC) \perp (AMN) \\ (SBC) \cap (AMN) = MN \\ AI \subset (AMN) \\ AI \perp MN \end{cases} \Rightarrow AI \perp (SBC) \Rightarrow AI \perp SK$$

$\Rightarrow \triangle SAK$ cân tại $A \Rightarrow SA = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$SK^2 = SB^2 - BK^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$

$\Rightarrow AI = \sqrt{SA^2 - SI^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{SK}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$

Ta có: $S_{AMN} = \frac{1}{2}MN \cdot AI = \frac{a^2\sqrt{10}}{16} (đvdt)$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 37: Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $2ax^2 + b = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

khác 0: $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$

Đáp án đúng là D.

Câu 38: Ta có: $y' = \frac{2x^2 + 2x - 2}{(2x+1)^2} > 0 \forall x \in [1; 2]$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{2x + 1}$ đồng biến trên $[1; 2]$

$\Rightarrow \min y = y(1) = \frac{2}{3}$

Đáp án đúng là B.

Câu 39: Ta có : $\Delta' = 9 - 13 = -4 = 4i^2 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm là : $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 3 + 2i$

Đáp án đúng là C.

Câu 40:

Đáp án đúng là A.

Nhân xét: Để làm nhanh bài toán này ta sẽ dùng phương pháp loại trừ với điều kiện hình cầu tiếp xúc tất cả các mặt phẳng tọa độ ta sẽ loại trừ ngay được đáp án B và C. Và cuối cùng ta chỉ cần thử với đáp án A nếu chứa điểm P thì đó chính là đáp án.

Câu 41: Ta có:

$\Delta' = 1 - 2 = -1 = i^2 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm là:
 $z_1 = -1 - i$ và $z_2 = -1 + i$

Lại có: $\begin{cases} |z_1| = |z_2| = \sqrt{2} \\ z_1 + z_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{2+2}{(-2)^2} = 1$

Đáp án đúng là A.

Câu 42:

Phân tích:

Ta có: $y' = x^3 - 4x = x(x^2 - 4)$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Lại có $y'' = 3x^2 - 4$

Do $y''(\pm 2) = 8 > 0$ nên $x = -2$ và $x = 2$ là 2 điểm cực tiểu của đồ thị hàm số

$y''(0) = -4 < 0$ nên $x = 0$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và $y_{CD}(0) = 6$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhiều bạn có thể nhầm lẫn giữa dấu của y'' cực tiểu và y'' cực đại nên rất có thể sẽ chọn $x = \pm 2$ là điểm cực đại nên sẽ chọn đáp án C.

Câu 43: Ta có: $2.5^{(x^2-3)} = 5.2^{(x^2-3)} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2-3} = \frac{5}{2}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Đáp án đúng là C.

Câu 44: Điều kiện : $x > 0$

Đặt $\log_2 x = t \rightarrow x = 2^t$

Khi đó phương trình trở thành $3^t + 2^t = 2$ (*)

Để thấy VT của (*) là hàm đồng biến mà vế phải là hàm hằng nên (*) có nghiệm duy nhất là :
 $t = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Đáp án đúng là D.

Nhân xét: Bài toán này không nhất thiết cần phải giải cận kẽ từng bước mà để nhanh thì ta sẽ dùng phương pháp loại trừ. Để thấy điều kiện $x > 0$ nên ta sẽ loại trừ được ngay A và C còn B và D ta sẽ thử ra ngay kết quả.

Câu 45:

Đặt $\sqrt{1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2} = t$

$$\Rightarrow 1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2 = t^2$$

$$\Rightarrow 2\alpha \sin x dx = 2t dt$$

Do đó:

$$I = \int_0^\pi \frac{\sin x}{\sqrt{1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2}} dx = \int_{\alpha-1}^{\alpha+1} \frac{tdt}{\alpha t} = \int_{\alpha-1}^{\alpha+1} \frac{dt}{\alpha} \\ = \frac{t}{\alpha} \Big|_{\alpha-1}^{\alpha+1} = \frac{\alpha+1}{\alpha} - \frac{\alpha-1}{\alpha} = \frac{2}{\alpha}$$

Đáp án đúng là A.

Nhân xét: Bài toán này đòi hỏi cần phải có một phản xạ thật nhanh trong làm bài thi trắc nghiệm vì nhìn qua biểu thức trong dấu tích phân có căn thức. Yêu cầu các bạn học sinh cần rèn luyện thật kĩ các dạng toán của tích phân thì mới đảm bảo thời gian làm bài thi trắc nghiệm

Câu 46: Giả sử:

Sau ít nhất n tháng thì người đó lãi:

1.000.000 VNĐ

Sau tháng thứ 1 người đó có:

50.000.000.(1+0,005) VNĐ

Sau tháng thứ 2 người đó có:

50.000.000(1+0,005)(1+0,005)=50.000.000
(1+0,005)² VNĐ

.....

Sau tháng thứ n người đó có:

50.000.000(1+0,005) ^{n} VNĐ

$\Rightarrow$ Số tiền lãi sau tháng thứ n sẽ là:

$$50.000.000(1+0,005)^n - 50.000.000 \geq 2.500.000$$

$$\Leftrightarrow 1,005^n \geq \frac{21}{20} = 1,05$$

$$\Rightarrow n \geq 10$$

Vậy cần ít nhất 10 tháng thì người đó sẽ lãi:
2.500.000 VNĐ

Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều bạn không hiểu lãi suất kép mà sẽ nghĩ là lãi suất sẽ bằng $50.000.000 \times 0,005.n$

Câu 47: Điều kiện: $x^2 + x - 12 > 0$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+4) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-3 < 0 \\ x+4 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -4 \end{cases}$$

Do đó tập xác định của hàm số là $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Đôi khi có thể nhiều bạn thấy dễ nên thường nhầm nghiệm để giải nên dễ bị nhầm dấu bất phương trình nên sẽ ra nghiệm là $(-4; 3)$ nên sẽ chọn đáp án A

Câu 48: Ta có: $y' = 2017^x \ln 2017 + e^x$

$$\Rightarrow y'' = 2017^x (\ln 2017)^2 + e^x$$

....

$$\Rightarrow y^{(2017)} = 2017^x (\ln 2017)^{2017} + e^x$$

Đáp án đúng là A.

Câu 49:

Phân tích:

$$\text{Điều kiện: } 6x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{6}$$

$$\text{Đặt: } y - 1 = \log_7(6x - 5)$$

Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 7^{x-1} = 6(y-1) + 1 \\ 7^{y-1} = 6x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7^{x-1} = 6y - 5 \\ 7^{y-1} = 6x - 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 7^{x-1} + 6x = 7^{y-1} + 6y \quad (*)$$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = 7^{t-1} + 6t \text{ với } t > \frac{5}{6} :$$

$$f'(t) = 7^{t-1} \ln 7 + 6 > 0 \forall t > \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow f(t) \text{ đồng biến mà từ } (*) \text{ có:}$$

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

$$\text{Do đó ta có: } 7^{x-1} - 6x + 5 = 0$$

$$\text{Xét: } g(x) = 7^{x-1} - 6x + 5$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 7^{x-1} \ln 7 - 6 \rightarrow g^{(1)} = 7^{x-1} (\ln 7)^2 > 0$$

$\rightarrow g'(x)$ đồng biến $\rightarrow$ phương trình $g'(x) = 0$ có nhiều nhất 1 nghiệm $\rightarrow$ phương trình $g(x) = 0$ có nhiều nhất 2 nghiệm.

$$\text{Mà lại có } g(1) = g(2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1; x = 2 \text{ là 2 nghiệm của phương trình.}$$

Đáp án đúng là A.

Nhân xét: Đây là một phương trình không khó tuy nhiên đối với bài thi trắc nghiệm thì các bước tính toán như vậy là khá mất thời gian. Cách nhanh nhất đó là ta sẽ thử các nghiệm ở cả 4 đáp án.

Câu 50:

$$\text{Phân tích: Đặt: } f(x) = \frac{x^7 - x^5 + x^3 - x}{(\cos x)^4}$$

$$\text{Ta có: } f(-x) = \frac{-x^7 + x^5 - x^3 + x}{(\cos(-x))^4} = -f(x)$$

$\Rightarrow f$ là hàm lẻ, do đó:

$$I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^7 - x^5 + x^3 - x}{(\cos x)^4} dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = 0$$

Đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Thoạt nhìn ta thấy biểu thức trong dấu tích phân khá cồng kềnh và không có định hướng để biến đổi nên thường bỏ qua. Tuy nhiên chúng ta lại quên đi một định lý về tích phân của hàm số lẻ để áp dụng vào bài toán này là có thể ra ngay kết quả.



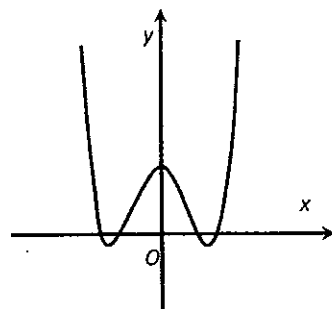
ĐỀ SỐ 23

Câu 1. Trong các phát biểu sau về hàm số, số phát biểu đúng là

- Tại điểm cực trị của hàm số $f(x)$ thì $f'(x) = 0$.
 - Việc tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số còn được nói gọn là "xét chiều biến thiên của hàm số đó".
 - Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$.
 - Điểm uốn của đồ thị hàm số là điểm mà tại đó, tiếp tuyến của đồ thị xuyên qua đồ thị
- A. 0 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 2. Quan sát đồ thị bên dưới và chọn phát biểu sai.

- Đây là dạng đồ thị của hàm trùng phương
- Đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng
- Các điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác cân.
- Hàm số có 2 cực đại



Câu 3. Tiếp tuyến tại điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, ($a = 0, b \neq 0$) có đặc điểm nào sau đây:

- Song song với trục hoành
- Không có điểm chung với trục tung
- Song song với trục tung
- Chỉ có 1 điểm chung với đồ thị hàm số. Điểm đó chính là tiếp điểm của tiếp tuyến

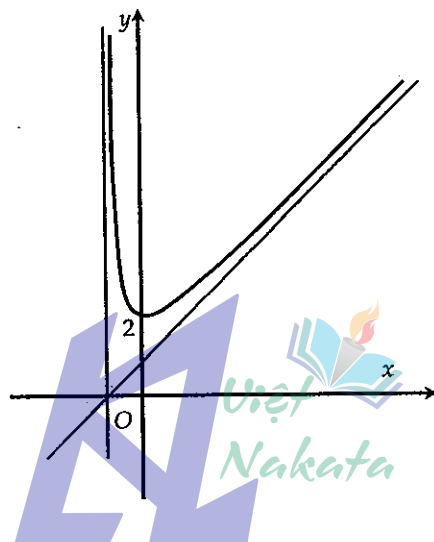
Câu 4. Trên $(0;2)$ hàm số nào sau đây nghịch biến.

- $y = x^3 + x^2 + x - 56$
- $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 5$
- $y = x^3 - x^2 + x - 56$
- $y = -x^3 - 13x^2 - 5x + 6$

Câu 5. Dưới đây là một phần của đồ thị một hàm số:

Cho biết phần đường cong là một trong hai nhánh của đồ thị, hai đường thẳng là hai tiệm cận của nó. Tìm tọa độ điểm M là điểm cực trị trên nhánh còn lại của đồ thị. Và cho biết M là cực đại hay cực tiểu?

- Cực đại $M(0;2)$
- Cực đại $M(-2;-2)$
- Cực tiểu
- Cực tiểu $M(-2;-2)$



Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{1 + \sqrt{3x-1}}{\sin x - \cos x - 1} - \sqrt{3-x}$.

- A. $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ B. $\left[\frac{1}{3}; 3\right] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
 C. $\left[\frac{1}{3}; 3\right] \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi; 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $\left[\frac{1}{3}; 3\right] \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi; (2k+1)\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{\sin x + \cos x}$ trên $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

- A. Không có giá trị nhỏ nhất B. $\sqrt[4]{2}$
 C. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$

Câu 8. Gọi a là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ trên $[-3; 1]$ và $f(b) = a$. Số nghiệm dương của phương trình $x^2 - ax + b = 0$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 1 hoặc 2

Câu 9. Số điểm có tọa độ nguyên của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^2 + 6x + 8}{x + 1}$:

- A. 4 B. 10 C. 16 D. 2

Câu 10. Phương trình tiếp tuyến của $(C): y = f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ tại $I(m; n)$ (với m là số cực trị của $f(x)$) là:

- A. $y = -2$ B. $y = x - 2$ C. $y = 21x + 43$ D. $y = 5x - 10$

Câu 11. Số cực trị của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{2} - 8x + 10 \ln(x+1)$ trên $\left(\frac{1}{2}; 15\right)$ là:

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 4

Câu 12. Xét hàm số $y = \sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$.
 B. Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$.
 D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $x = 1$, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$ khi $x = -1$.

Câu 13. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{x-2}$ bằng:

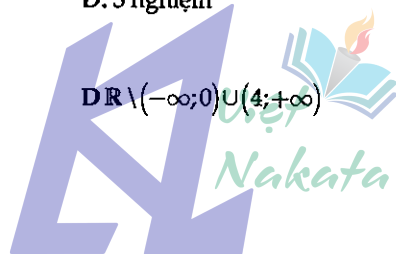
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 14. Số nghiệm của phương trình $\frac{(3^x + 4^x - 5^x)^{2016} (x^2 + 3x - 4)^{2017}}{\log_{x-1}(10)} = 0$ là:

- A. Vô nghiệm B. 1 nghiệm C. 2 nghiệm D. 3 nghiệm

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(3 + \sqrt{x}) > \log_4 x$ là:

- A. $(0; 4)$ B. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$ C. $\mathbb{R} \setminus [0; 4]$ D. $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$



Câu 16. Số nghiệm của phương trình $5^{2x} = 3^{2x} + 2.5^x + 2.3^x$ là:

- A. 3 nghiệm B. 2 nghiệm C. 1 nghiệm D. Vô nghiệm

Câu 17. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{2\lg(4x)-1} - 7^{\lg(4x)} = 7^{\lg(4x)-1} - 3.4^{\lg(4x)}$.

- A. 22 B. 23 C. 24 D. 25

Câu 18. Tập xác định của bất phương trình $\log_{(x-\sqrt{2})} \frac{x+7}{x-2} \leq \log_{(x-\sqrt{2})} (2x)$ là:

- A. $(2; 1+\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}; +\infty)$ B. $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 2]$
C. $(2; 1+\sqrt{2}) \cap (1+\sqrt{2}; +\infty)$ D. $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 2)$

Câu 19. Tập xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_8 \frac{x^2+x}{x+4} \right) < 0$ là:

- A. $(-4; -3) \cup (8; +\infty)$ B. $(-4; -2) \cup (2; +\infty)$
C. $\mathbb{R} \setminus (-\infty; -4) \cup (-2; 2)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 20. Cho $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b^2 = x$, $\log_{b^2} \sqrt{c} = y$ thì giá trị của $\log_c a$ bằng:

- A. $\frac{2}{xy}$ B. $2xy$ C. $\frac{1}{2xy}$ D. $\frac{xy}{2}$

Câu 21. Cho hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$. Giá trị của biểu thức $\frac{y''}{y'}$ là:

- A. $\frac{x^2-1}{x(x^2+1)}$ B. $\frac{1-x^2}{x^2+1}$ C. $-\frac{1-x^2}{x(x^2+1)}$ D. $-\frac{x^2-1}{x(x^2+1)}$

Câu 22. Cho các phát biểu sau:

- Với mọi số thực dương a, b, c ta luôn có $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$;
- Với mọi số thực $a > 1$, đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ có đúng một điểm chung;
- Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) và đồ thị hàm số $y = b^x$ ($0 < b < 1$) có đúng một điểm chung;
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($a > 1$) và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ ($0 < b < 1$) có đúng một điểm chung;
- Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ ($0 < b < 1$) có thể có hai điểm chung.

Số phát biểu đúng là:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 23. Cho tích phân $I = \int_2^5 \frac{e^x(3x-2) + \sqrt{x-1}}{e^x(x-1) + \sqrt{x-1}} dx = a + \ln \frac{b \cdot e^5 + 1}{e^2 + 1}$. Giá trị của $a + b$ là

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Câu 24. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x(3^x + 1)}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ xung quanh trục Ox gần nhất với giá trị nào sau đây:

- A. 15,3 B. 15,5 C. 15 D. 15,7

Câu 25. Cho tích phân $I = \int_0^a x \sin x \cdot \cos 2x dx = \frac{5}{9}$. Giá trị của a là:

- A. 0 B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 26. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{dx}{x+x^3} = a + b \ln \frac{1+e^2}{2}$. Giá trị của $2b + a^2$ là:



A. 1

B. 2

C. 0

D. -1

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $x=0, x=\frac{1}{\sqrt{2}}$, trục Ox và $y=\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$.

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{12}$

D. $\frac{\pi}{36}$

Câu 28. Tìm nguyên hàm sau $\int \frac{dx}{\sqrt{3}\cos x - \sin x}$.

A. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+1} \right| + C$

B. $\frac{-1}{4} \ln \left| \frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1}{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1} \right| + C$

C. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-1}{\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+1} \right| + C$

D. $\frac{-1}{2} \ln \left| \frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1}{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1} \right| + C$

Câu 29. Tìm nguyên hàm của $I = \int \frac{1}{\sin^3 x} dx$.

A. $\frac{-1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$

B. $\frac{-1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln |\tan x| + C$

C. $\frac{-1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \left| \cot \frac{x}{2} \right| + C$

D. $-\frac{1}{2} \cdot \frac{\sin x}{\cos^2 x} + \frac{1}{2} \ln \left| \cot \frac{x}{2} \right| + C$

Câu 30. Cho số phức $z = 1 + i$. Giá trị của số phức $w = z^6$ là:

A. $-8i$

B. $3i$

C. $4i$

D. $-i$

Câu 31. Quỹ tích của số phức z thỏa mãn $|z+i|=2$ trên mặt phẳng vuông góc là:

A. Một phần đường tròn $x^2 + (y+1)^2 = 4$.

B. Đường tròn $x^2 + (y+1)^2 = 4$.

C. Đường thẳng $x+y=1$.

D. Một phần đường thẳng $x+y=1$.

Câu 32. Thực hiện phép tính $Q = \frac{(2-3i)(4+5i)^2(6-7i)^3}{(1-i)^2}$ ta được:

A. $56694 + \frac{23741}{2}i$

B. $23741 + \frac{56694}{2}i$

C. $56694 - \frac{23741}{2}i$

D. $23741 - \frac{56694}{2}i$

Câu 33. Gọi z là nghiệm phức có phần thực dương của phương trình $z^2 + (1+2i)z - \frac{1}{2} - 8i = 0$. Khi đó,

giả sử $z^2 = a + bi$ thì giá trị của biểu thức $K = 27a - 2b - 1997ab$ là:

A. Vì phương trình vô nghiệm nên không tính được giá trị K

B. $K=0$

C. $K=1$

D. $K=-1$

Câu 34. Cho số phức $z = 24 + 2i$, chọn phát biểu đúng:

A. Môđun của số phức z là $\bar{z} = 24 - 2i$.

B. Số phức liên hợp của số phức z là $\frac{1}{z} = \frac{6}{145} - \frac{1}{290}i$.

C. Số phức liên hợp của số phức z là $|z| = 2\sqrt{145}$.



D. Môđun của số phức z là $|z| = 2\sqrt{145}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ tam giác đều cạnh a . Biết góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là 45° . Diện tích hình chóp $S.ABC$ là:

A. $V_{S.ABC} = \frac{1}{8}a^3$ B. $V_{S.ABC} = \frac{1}{12}a^3$ C. $V_{S.ABC} = \frac{1}{24}a^3$ D. $V_{S.ABC} = \frac{1}{64}a^3$

Câu 36. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h , đáy là ngũ giác đều nội tiếp trong một đường tròn bán kính r là:

A. $V = \frac{5}{2}\pi hr^2 \sin 72^\circ$ B. $V = \frac{5}{2}hr^2 \sin 72^\circ$ C. $V = \frac{2}{5}\pi hr^2 \sin 72^\circ$ D. $V = \frac{2}{5}hr^2 \sin 72^\circ$

Câu 37. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ theo a .

A. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ B. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ C. $d = \frac{a\sqrt{7}}{7}$ D. $d = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết rằng cạnh bên $SA = a$ và các cạnh còn lại đều bằng 1. Khẳng định nào sau đây là khẳng định không đúng?

A. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi.

B. Độ dài chiều cao của hình chóp bằng $\frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}$.

C. Hình chiếu của S lên mp($ABCD$) trùng với giao điểm của AC và BD .

D. Tam giác SAC vuông tại S .

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của AC , góc giữa mặt bên $(ABA'B')$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích hình lăng trụ đó theo a .

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$ B. $\frac{3a^3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ với tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Trên cạnh SB lấy điểm I sao cho $SI = \frac{1}{3}SB$. Tính thể tích tứ diện $SAIC$.

A. $V_{SAIC} = \frac{a^3}{9}$ B. $V_{SAIC} = \frac{a^3}{3}$ C. $V_{SAIC} = \frac{2a^3}{3}$ D. $V_{SAIC} = \frac{a^3}{6}$

Câu 41. Thể tích tứ diện đều có cạnh bằng a là:

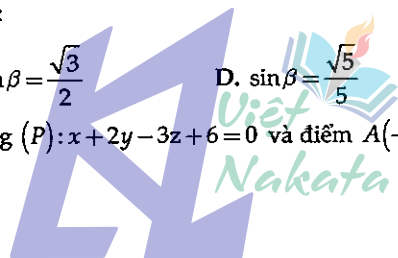
A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi β là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Giá trị của $\sin \beta$ là:

A. $\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 6 = 0$ và điểm $A(-1; 4; 3)$

Tọa độ hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (P) là:



A. $\left(-\frac{9}{7}; \frac{24}{7}; \frac{27}{7}\right)$

B. $\left(-\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{20}{9}\right)$

C. $\left(\frac{6}{7}; 2; \frac{10}{7}\right)$

D. $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{8}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ và

$\Delta': \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ và Δ' là:

A. Song song.

B. Chéo nhau nhưng không vuông góc.

C. Cắt nhau.

D. Chéo nhau và vuông góc.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với tọa độ bốn đỉnh là $A(2;1;0)$, $B(-3;2;-5)$, $C(1;2;4)$ và $D(6;1;9)$. Diện tích của hình bình hành gần với giá trị nào sau đây nhất:

A. 10,5

B. 12,3

C. 18,5

D. 24,2

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(5;0;-6)$ và $Q(-1;2;2)$. Tọa độ điểm I thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{IP} + 3\overrightarrow{IQ} = \vec{0}$ là:

A. $I(3;-1;0)$

B. $I(0;-2;-5)$

C. $I(-1;5;3)$

D. $I(2;6;0)$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$ và $A'(0;0;b)$ với $a>0, b>0$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' . Xác định tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau:

A. $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{a}{b} = 1$

C. $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$

D. $\frac{a}{b} = 2$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 11 = 0$.

Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(2;-1;3)$ và $R=5$.

B. $I(-2;1;-3)$ và .

C. $I(2;-1;3)$ và $R=\sqrt{11}$.

D. $I(-2;1;-3)$ và $R=\sqrt{11}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ và điểm $A(1;1;1)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với trục Oy có phương trình là:

A. $(Q): 2x - 5z + 3 = 0$

B. $(Q): x - z = 0$

C. $(Q): 4x - z - 3 = 0$

D. $(Q): 3x - 2z - 1 = 0$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 41$ và mặt phẳng $(P): 3y + 4z - 23 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Đường kính đường tròn giao tuyến là:

A. 4

B. 8

C. 2 D. 16



ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.D	5.B	6.B	7.D	8.D	9.A	10.D
11.A	12.D	13.C	14.A	15.A	16.C	17.D	18.A	19.B	20.C
21.D	22.A	23.B	24.A	25.D	26.C	27.C	28.B	29.A	30.A
31.B	32.C	33.D	34.D	35.C	36.B	37.C	38	39.A	40.A
41. B	42.D	43.A	44.B	45.C	46.D	47.B	48.A	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đáp án. B

- Sai. Vì điểm cực trị của hàm số là những điểm mà tại điểm đó: Nếu hàm số có đạo hàm thì đạo hàm phải bằng 0, hoặc đó là điểm mà hàm số không có đạo hàm tại điểm đó. (Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12, trang số 12).
- Đúng. Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12, trang số 5.
- Sai. Ta cần chú ý rằng, chỉ cần một trong hai điều $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$ thỏa thì ta đã có $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang của $y = f(x)$. (Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12, trang số 29).
- Đúng. Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12, trang số 39. Lưu ý, ta nên xem sách để biết rõ hơn tính chất của điểm uốn, từ đó biết cách ứng dụng điểm uốn để giải các bài toán có liên quan.

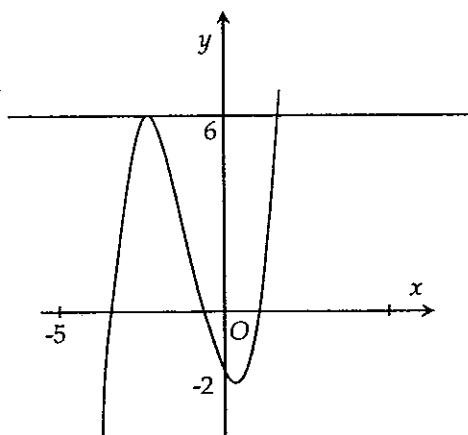
Câu 2. Đáp án. D

Nhận xét, đây là câu hỏi đơn giản, ở mức độ nắm vững các tính chất của hàm trùng phương quý đọc giả sẽ dễ dàng nhận thấy phát biểu sai.

Đây là dạng đồ thị của hàm trùng phương với hệ số đứng trước x^4 dương, do đó nó sẽ nhận trục Oy làm trục đối xứng và hàm số có 2 điểm uốn, 2 cực đại, 1 cực tiểu.

Câu 3. Đáp án. A

Đầu tiên, quý đọc giả có thể loại đi đáp án B và C vì chúng có nghĩa tương đương.



Sai lầm có thể mắc phải của câu này là ở công thức của hàm, thoạt nhìn có vẻ như đây là hàm bậc 4 với đầy đủ các hệ số, khi đó ta dễ rơi vào bẫy. Tuy nhiên, quan sát kĩ quý đọc giả có thể thấy điều kiện ban đầu đã cho $a=0$ nghĩa là hàm số trở thành hàm bậc 3 thông thường, lúc này ta dễ dàng được kết quả.

Khi quan sát đáp án D, nhìn có vẻ hợp lý, nhưng với loại hàm bậc 3 này thì tiếp tuyến tại điểm cực trị của đồ thị hàm số ngoài điểm chung là tiếp điểm, tiếp tuyến sẽ cắt đồ thị tại 1 điểm nữa.

Ví dụ như đồ thị sau:

Câu 4. Đáp án. D

Với bài này, ta có thể tính nhanh đạo hàm của từng hàm số, sau đó nhập vào phần giải phương trình bậc 2 của máy tính và tìm nghiệm của đạo hàm. Hàm số ở đáp án A và C đều có đạo hàm vô nghiệm, thêm hệ số trước x^3 dương nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, vì vậy ta loại đáp án A và C. Ở đáp án B, đạo hàm có hai nghiệm $x = -1$, $x = 3$ và hệ số trước x^3 âm. Do đó, hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$, vậy loại B ta chọn D.

Câu 5. Đáp án B

Nhận thấy trong hình, điểm cực trị ở nhánh trên của đồ thị có tọa độ là $(0;2)$ và dễ dàng xác định được đó là cực tiểu, vì trong khoảng $(-1;+\infty)$ thì tung độ của điểm đó (hay giá trị cực trị) đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt khác ta dễ dàng xác định được tọa độ giao điểm hai tiệm cận là $(-1;0)$, giao điểm ấy cũng chính là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho. Do đó ta suy ra điểm cực trị ở nhánh dưới (nhánh còn lại) của đồ thị là cực đại và có tọa độ là $M(-2;-2)$.

Câu 6. Đáp án. B

Nhận thấy ta cần tìm điều kiện cho hai biểu thức dưới căn và phân thức xác định. Với hai biểu thức dưới căn dễ thấy $\frac{1}{3} \leq x \leq 3$. Với phân thức ta cần

$$\text{tìm } x \text{ thỏa } \sin x - \cos x \neq 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq \sin \frac{\pi}{4},$$

$$\text{từ đó ta được } x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ và } x \neq \pi + k2\pi, \text{ với}$$

$$k \in \mathbb{Z}. \text{ Tuy nhiên vì đoạn } \left[\frac{1}{3}; 3\right] \text{ khá hẹp nên ta có}$$

thể xác định chính xác tập số cần loại bỏ bằng cách cho k chạy một vài giá trị nhỏ thích hợp. Phương

án A không thỏa vì thiếu điều kiện $x \neq \frac{\pi}{2}$; phương

án C và phương án D khi nhìn kĩ ta sẽ thấy sai sót một chi tiết nhỏ, chính xác phải là

$$\left[\frac{1}{3}; 3\right] \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi; (2k+1)\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}. \text{ Do đó đáp án}$$

chính xác nhất là B.

Câu 7. Đáp án. D

$$\text{Ta tính được } f'(x) = \frac{\cos x - \sin x}{2\sqrt{\sin x + \cos x}},$$

$$\text{suy ra } \begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right] \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Dễ thấy } f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt[4]{2}, f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}.$$

So sánh các giá trị ta suy ra

$$\min_{\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}.$$

Câu 8. Đáp án. D

Ta tính được $f'(x) = 3x^2 + 6x$, suy ra

$$\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in [-3; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Dễ thấy } f(-3) = f(0) = 1, f(1) = f(-2) = 5.$$

So sánh các giá trị ta suy ra

$$\max_{[-3; 1]} f(x) = f(1) = f(-2) = 5.$$

Do đó $a = 5, b = 1$ hoặc $b = -2$.

➤ Với $a = 5, b = 1 \Rightarrow x^2 - ax + b = 0$ có hai nghiệm dương

➤ Với $a = 5, b = -2 \Rightarrow x^2 - ax + b = 0$ có một nghiệm dương

Đây là một bài toán tuy không khó nhưng khá dài, mất nhiều thời gian để giải quyết trọn vẹn. Do đó các bạn học sinh cần luyện tập thường xuyên để nâng cao tốc độ!

Câu 9. Đáp án. A

$$\text{Gọi } M\left(a; \frac{a^2 + 6a + 8}{a+1}\right) \text{ là điểm có tọa độ nguyên,}$$

$$\text{suy ra } a \text{ nguyên và } \frac{a^2 + 6a + 8}{a+1} \text{ nguyên.}$$

$$\text{Mặt khác ta có } \frac{a^2 + 6a + 8}{a+1} = a + 5 + \frac{3}{a+1}.$$

$$\text{Do đó } \frac{a^2 + 6a + 8}{a+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 \text{ chia hết cho } a+1,$$

$$\text{suy ra } a \in \{-4; -2; 0; 2\}.$$

Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn, suy ra có 4 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 10. Đáp án. D

Ta tính được $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$, suy ra

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Hàm số có hai cực trị nên $m = 2 \Rightarrow n = 0 \Rightarrow I(2;0)$

Nhận thấy 4 phương án, các đường thẳng không có cùng hệ số góc, nên quý đọc giả chỉ cần tính $f'(2) = 5$ thì đã có thể chọn được phương án D.

Câu 11. Đáp án. A



Ta tính được $f'(x) = x - 8 + \frac{10}{x+1} = \frac{x^2 - 7x + 2}{x+1}$,

$$\text{suy ra } \begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in \left(\frac{1}{2}; 15\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 - \sqrt{41}}{2} \\ x = \frac{7 + \sqrt{41}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7 + \sqrt{41}}{2}$$

Kiểm tra lại $f''\left(\frac{7 + \sqrt{41}}{2}\right) \neq 0$. Do đó $x = \frac{7 + \sqrt{41}}{2}$

là điểm cực trị duy nhất của hàm số trong $\left(\frac{1}{2}; 15\right)$.

Câu 12: Đáp án D.

Ta thấy tất cả các phương án đề cập ở trong bài đều cần đến y' . Do đó ta có $y' = \frac{-3}{2\sqrt{4-3x}} < 0$ với

$$\forall x \in [-1; 1]$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $[-1; 1]$. Do đó

$$\begin{cases} \max_{[-1; 1]} y = y(-1) = \sqrt{7} \\ \min_{[1; 1]} y = y(1) = 1 \end{cases}$$

Câu 13: Đáp án C.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2} = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2} = +\infty \Rightarrow \text{TCD: } x = 2.$$

$$\text{Lại có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x-2} = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow \text{TCN: } y = 0.$$

Câu 14. Đáp án. A

Nhận thấy, vế trái là một phân thức với tử thức có thể đưa về dạng phương trình tích quen thuộc và mẫu thức là một biểu thức logarit có chứa ẩn, vế phải bằng 0.

Điều kiện để $\log_{x-1}(10) \neq 0$ và $\log_{x-1}(10)$ xác định là

$$\begin{cases} (x-1)^0 \neq 10 \\ x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 10 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Với $(3^x + 4^x - 5^x)^{2016} = 0$, chúng ta có thể tìm được nghiệm duy nhất $x = 2$ bằng phương pháp hàm số.

Với $(x^2 + 3x - 4)^{2017} = 0$, chúng ta dễ dàng suy ra hai nghiệm phân biệt $x = 1, x = -4$.

Kết hợp ĐK ta loại $x = 1, x = 2; x = -4$.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 15.

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Đặt } t = \log_4 x \Leftrightarrow x = 4^t.$$

Bất phương trình đã cho trở thành

$$\log_5(3 + 2^t) > t \Leftrightarrow 3 + 2^t > 5^t$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t + \left(\frac{2}{5}\right)^t > 1$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t + \left(\frac{2}{5}\right)^t \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

Ta tính được

$$f'(t) = 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t \ln \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^t \ln \frac{2}{5} < 0, \forall t \in \mathbb{R}$$

Do đó hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ngoài ra $f(1) = 1$, suy ra $t = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(t) = 1$.

Từ bất phương trình đã cho kết hợp với $f(1) = 1$ ta được $f(t) > f(1) \Leftrightarrow t < 1$

$$\text{Hay } \log_4 x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 4$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (0; 4)$.

Đáp án. A

Sai lầm thường gặp: Kết luận tập nghiệm sai. Khắc phục sai lầm này bằng cách cẩn thận kết luận khi đã giải ra được đáp số, nên vẽ trục số để dễ quan sát và nhận xét.

Câu 16.

Đây chính là một mở rộng của câu 12 đề số 1, tuy nhiên đã được nâng cấp làm đề bài phức tạp hơn,

đòi hỏi phải khéo léo xử lí đưa về dạng phương trình mũ cơ bản.

Vì $25^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên chia hai vế phương trình

$$\text{cho } 25^x \text{ được } 1 = \left(\frac{9}{25}\right)^x + 2\left(\frac{1}{5}\right)^x + 2\left(\frac{3}{25}\right)^x$$

Xét hàm số

$$f(x) = \left(\frac{9}{25}\right)^x + 2\left(\frac{1}{5}\right)^x + 2\left(\frac{3}{25}\right)^x, \forall x \in \mathbb{R}$$

Ta dễ dàng tính được $f'(x)$ theo công thức và nhận thấy $f'(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f(x)$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $f(1) = 1 \Rightarrow x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x = 1$.

Đáp án. C

Sai lầm thường gặp: Không nhận xét được vai trò của 5^{2x} , do đó không thực hiện được phép chia hai vế phương trình cho 25^x và không nhận thấy được sự xuất hiện của phương pháp hàm số trong bài toán.

Câu 17.

Mặc dù xuất hiện nhiều cơ sở nhưng nhìn chung có thể quy về hai cơ sở chính là 4 và 7 ở hai vế phương trình. Sau đó thực hiện phép chia sẽ chuyển về một cơ sở là $\frac{4}{7}$ hoặc $\frac{7}{4}$.

Với câu này có thể đặt ẩn phụ $t = \lg(4x)$ cho dễ nhìn và tránh sai sót trong quá trình xử lí.

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương

$$\frac{1}{2} \cdot 4^{\lg(4x)} + 3 \cdot 4^{\lg(4x)} = 7^{\lg(4x)} + 7^{\lg(4x)} \cdot \frac{1}{7}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7}\right)^{\lg(4x)} = \frac{1 + \frac{1}{7}}{\frac{1}{2} + 3} = \frac{16}{49} = \left(\frac{4}{7}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \lg(4x) = 2 \Leftrightarrow x = 25$$

So điều kiện ta nhận.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là 25.

Đáp án. D

Câu 18.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{x+7}{x-2} > 0 \\ x - \sqrt{2} > 0 \\ x - \sqrt{2} \neq 1 \\ x > 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy tập xác định của bất phương trình đã cho là

$$D = (2; +\infty) \setminus \{1 + \sqrt{2}\}.$$

Đáp án. A

Sai lầm thường gặp: Thông thường khi kết luận tập nghiệm hay tập xác định ta dùng dạng $(2; +\infty) \setminus \{1 + \sqrt{2}\}$, nhưng trong câu này ta cần nắm rõ cách chuyển đổi giữa các phép toán tập hợp và cần thận chọn đáp án chính xác. Nếu không phân biệt được $\cup$ và $\cap$ ta sẽ chọn nhầm C. Nếu không chú ý đến $1 + \sqrt{2}$ ta sẽ chọn nhầm B, D.

Câu 19.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq -4 \\ \log_6 \frac{x^2 + x}{x + 4} > 0 \\ \frac{x^2 + x}{x + 4} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + x}{x + 4} > 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4}{x + 4} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -2 \\ x > 2 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của bất phương trình đã cho là

$$D = (-4; -2) \cup (2; +\infty).$$

Đáp án. B

Sai lầm thường gặp: Đọc nhầm đề từ "tập xác định" thành "tập nghiệm" ta sẽ chọn nhầm A. Không nắm vững kiến thức tập hợp ta sẽ chọn nhầm C. Nếu giải thiếu trường hợp $(-4; -2)$ ta sẽ chọn nhầm D.

Câu 20.

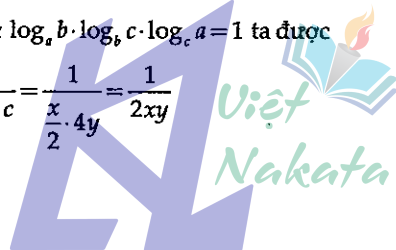
$$\text{Ta có } \log_a b^2 = x, \text{ suy ra } \log_a b = \frac{x}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } \log_b \sqrt{c} = y, \text{ suy ra } \log_b c = 4y.$$

Áp dụng công thức $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ ta được

$$\log_c a = \frac{1}{\log_a b \cdot \log_b c} = \frac{1}{\frac{x}{2} \cdot 4y} = \frac{1}{2xy}$$

Đáp án C



Sai lầm thường gặp: Sai sót trong quá trình biến đổi các đại lượng $\log, b^2$ hoặc $\log_p \sqrt{c}$ sẽ dẫn đến các đáp án khác hoặc không tìm được đáp án thích hợp.

Câu 21.

Trước hết ta tính $y' = \frac{2x}{(\ln 2) \cdot (x^2 + 1)}$

Tiếp theo ta tính $y'' = \frac{2}{\ln 2} \cdot \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$

Suy ra $\frac{y''}{y'} = \frac{1 - x^2}{x(x^2 + 1)}$.

Đáp án. D

Sai lầm thường gặp.

Không chú ý đến dấu ta sẽ chọn nhầm A hoặc C. Không cần thận quan sát ta sẽ chọn nhầm B. Chú ý rằng các đáp án được nêu ra trong câu trắc nghiệm về hình thức sẽ khác kết quả đầu tiên mà bạn đọc thường tìm được khi giải bài toán theo kiểu tự luận, cần cẩn thận biến đổi và lựa chọn chính xác.

Câu 22.

Phát biểu 1 sai, vì cần có thêm điều kiện $a \neq 1$.

Phát biểu 2 sai, ta có thể kiểm chứng bằng thực nghiệm với trường hợp $a = 2$.

Phát biểu 3 và phát biểu 4 đúng, vì một hàm số đồng biến và một hàm số nghịch biến có tối đa 1 điểm chung, ngoài ra ta nhận được $(0;1)$ là giao điểm được nhắc đến trong phát biểu 3 và $(1;0)$ là giao điểm được nhắc đến trong phát biểu 4.

Phát biểu 5 sai, vì một hàm số đồng biến và một hàm số nghịch biến có tối đa 1 điểm chung.

Đáp án. A

Sai lầm thường gặp.

Trong phát biểu 1, nếu không phát hiện ra điều kiện $a \neq 1$ bị thiếu, ta sẽ chọn nhầm A. Ngoài ra các phát biểu 2, 3, 4, 5 cần xem xét cẩn thận tính đồng biến, nghịch biến của hàm số đã cho, kỹ thuật nhỏ giúp cải thiện tốc độ: dựa vào giá trị a, b thuộc $(0;1)$ hay $(1;+\infty)$ để xác định.

Câu 23.

Nhận thấy tích phân này có thể tách dạng

$$I = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b \frac{g'(x)}{g(x)} dx.$$

Ta có $\frac{e^x(3x-2) + \sqrt{x-1}}{e^x(x-1) + \sqrt{x-1}} = 1 + \frac{e^x(2x-1)}{e^x(x-1) + \sqrt{x-1}}$.

Xét thấy $\frac{e^x(2x-1)}{e^x(x-1) + \sqrt{x-1}}$ vẫn chưa có dạng

$$\frac{g'(x)}{g(x)}.$$

Chia cả tử và mẫu cho $\sqrt{x-1}$ ta được

$$\frac{e^x(2x-1)}{\frac{\sqrt{x-1}}{e^x\sqrt{x-1}+1}}.$$

Đạo hàm của mẫu $(e^x\sqrt{x-1}+1)' = \frac{e^x(2x-1)}{2\sqrt{x-1}}$.

Ta có $I = \int_2^5 dx + \int_2^5 \frac{e^x(2x-1)}{e^x(x-1) + \sqrt{x-1}} dx$

➤ Tính $I_1 = \int_2^5 dx = x \Big|_2^5 = 5 - 2 = 3$

➤ Tính

$$I_2 = 2 \int_2^5 \frac{2\sqrt{x-1}}{e^x\sqrt{x-1}+1} dx = 2 \int_2^5 \frac{(e^x\sqrt{x-1}+1)'}{e^x\sqrt{x-1}+1} dx$$

$$= 2 \ln(e^x\sqrt{x-1}+1) \Big|_2^5 = 2 \ln \frac{2e^5+1}{e^2+1}$$

Vậy $I = I_1 + I_2 = 3 + \ln \frac{2e^5+1}{e^2+1}$.

Chọn đáp án B.

Câu 24.

Ta có $\sqrt{x(3^x+1)} \geq 0, \forall x \geq 0$ và

$$\sqrt{x(3^x+1)} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Do đó thể tích khối tròn xoay cần tính là

$$V = \pi \int_0^1 x(3^x+1) dx$$

$$= \pi \int_0^1 x3^x dx + \pi \int_0^1 x dx = \pi \int_0^1 x3^x dx + \frac{\pi}{2}$$

Tính $\int_0^1 x3^x dx$. Đặt $u = x; dv = 3^x dx$.

Suy ra $du = dx; v = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Theo công thức tích phân từng phần ta có

$$\int_0^1 x3^x dx = \frac{x3^x}{\ln 3} \Big|_0^1 - \frac{1}{\ln 3} \int_0^1 3^x dx$$

$$= \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln^2 3} 3^x \Big|_0^1 = \frac{3}{\ln 3} - \frac{2}{\ln^2 3}.$$

Vậy $V = \pi \left(\frac{3}{\ln 3} - \frac{2}{\ln^2 3} + \frac{1}{2} \right)$.

Chọn đáp án A.

Câu 25.

Trước tiên ta tìm nguyên hàm của $\sin x \cos 2x$, ta có:

$$\begin{aligned} \int \sin x \cos 2x dx &= \int \sin x (2 \cos^2 x - 1) dx \\ &= \int (1 - 2 \cos^2 x) d(\cos x) = \cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x \end{aligned}$$

Đặt $u = x, dv = \sin x \cos 2x dx$ suy ra

$$du = dx, v = \cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x$$

Theo công thức tích phân từng phần ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^a x \sin x \cos 2x dx \\ &= x \cdot \left(\cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x \right) \Big|_0^a - \int_0^a \left(\cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x \right) dx \\ &= x \cdot \left(\cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x \right) \Big|_0^a - \sin x \Big|_0^a + \frac{2}{3} \int_0^a (1 - \sin^2 x) \cos x dx \\ &= x \cdot \left(\cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x \right) \Big|_0^a - \sin x \Big|_0^a + \frac{2}{3} \int_0^a (1 - \sin^2 x) d(\sin x) \\ &= x \cdot \left(\cos x - \frac{2}{3} \cos^3 x \right) \Big|_0^a - \sin x \Big|_0^a + \frac{2}{3} \left(\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= a \left(\cos a - \frac{2}{3} \cos^3 a \right) - \sin a + 1 + \frac{2}{3} \left(\sin a - \frac{\sin^3 a}{3} \right) - \frac{4}{9} \end{aligned}$$

Theo đề bài ta có $I = \int_0^a x \sin x \cdot \cos 2x dx = \frac{5}{9}$

$$\Leftrightarrow a \left(\cos a - \frac{2}{3} \cos^3 a \right) - \sin a + 1 + \frac{2}{3} \left(\sin a - \frac{\sin^3 a}{3} \right) - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{\pi}{2}$$

Chọn đáp án D.

Câu 26.

Câu này nếu chỉ yêu cầu tính I thì chúng ta có thể dễ dàng bấm máy và chọn ngay được kết quả nhưng để khắc phục dùng Casio - Vinacal để lại yêu cầu ta tính $2b + a^2$ nên buộc ta phải tính I . Nhận xét thấy đây là tích phân hữu tỉ nên chúng ta cần phải phân tích đưa về dạng có thể lấy nguyên hàm được. Ta cần biến đổi $\frac{1}{x+x^3}$ về dạng có thể tìm được nguyên hàm.

$$I = \int_1^e \frac{dx}{x+x^3} = \int_1^e \frac{dx}{x(1+x^2)} = \int_1^e \frac{xdx}{x^2(1+x^2)} x dx$$

$$\begin{aligned} &= \int_1^e \frac{dx}{x} - \frac{1}{2} \int_1^e \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} \\ &= \ln|x| \Big|_1^e - \frac{1}{2} \ln|1+x^2| \Big|_1^e = 1 - \frac{1}{2} \ln \frac{1+e^2}{2} \end{aligned}$$

Suy ra $a = 1, b = \frac{-1}{2}$ từ đó tính được

$$2b + a^2 = 2 \cdot \left(\frac{-1}{2} \right) + 1^2 = 0.$$

Chọn đáp án C.

Câu 27.

Theo công thức

$$S = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left| \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} \right| dx = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

Đặt $x^2 = \sin t \Rightarrow 2x dx = \cos t dt$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$$\text{Do đó: } S = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{2\sqrt{1-\sin^2 t}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{2} = \frac{t}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{12}.$$

Chọn đáp án C.

Câu 28.

Mấu chốt bài toán nằm ở việc chia cả tử và mẫu cho 2 để đưa biểu thức $\sqrt{3} \cos x - \sin x$ về dạng quen thuộc.

Ta có

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3} \cos x - \sin x} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right)} = \frac{1}{2} \int \frac{\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right)}{1 - \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right)} dx$$

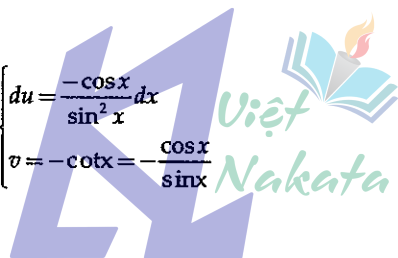
Đặt $t = \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow dt = \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) dx$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{3} \cos x - \sin x} &= \frac{-1}{2} \int \frac{dt}{t^2 - 1} = \frac{-1}{4} \int \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt \\ &= \frac{-1}{4} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| + C = \frac{-1}{4} \ln \left| \frac{\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - 1}{\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + 1} \right| + C \end{aligned}$$

Chọn đáp án B.

Câu 29.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \frac{1}{\sin x} \\ dv = \frac{1}{\sin^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{-\cos x}{\sin^2 x} dx \\ v = -\cot x = -\frac{\cos x}{\sin x} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{1}{\sin^3 x} dx &= \frac{-\cos x}{\sin^2 x} - \int \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x} dx \\ &= \frac{-\cos x}{\sin^2 x} - \int \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^3 x} dx \\ &= \int \frac{1}{\sin^3 x} dx = \frac{-\cos x}{\sin^2 x} - \int \frac{1}{\sin^3 x} dx + \int \frac{dx}{\sin x} \\ \Rightarrow 2I &= \frac{-\cos x}{\sin^2 x} + \int \frac{dx}{\sin x} \end{aligned}$$

Tính

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sin x} &= \int \frac{1}{2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}} dx = \int \frac{1}{2 \tan \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} dx \\ &= \int \frac{d\left(\tan \frac{x}{2}\right)}{\tan \frac{x}{2}} = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C \\ \Rightarrow I &= \frac{-1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C \end{aligned}$$

Chọn đáp án A.

Câu 30.

Đây là một câu thuộc mức độ dễ, không nên để mất quá nhiều thời gian.

Cách 1 (tính trực tiếp). Ta có

$$\begin{aligned} w = z^6 &= (1+i)^6 = \left[(1+i)^2 \right]^3 \\ &= (2i)^3 = 8 \cdot i^2 \cdot i = -8i \end{aligned}$$

Cách 2 (dùng máy tính). Sau khi chuyển máy tính qua chế độ **CMPLX** ta sẽ tiến hành tính z^6 với lưu ý nhỏ là các dòng máy tính cũ (trừ CASIO fx-570VN PLUS) "chỉ" tính được phép tính dạng $(a+bi)^2$ và $(a+bi)^3$ nên ta sẽ phân tích z^6 thành dạng $(z^2)^3$, tính z^2 bằng máy tính, sau đó lũy thừa ba kết quả vừa tìm được **Ans** ta sẽ nhận được giá trị cần tìm.

Đáp án A

Sai lầm thường gặp: Bài này thuộc mức độ cơ bản, chỉ làm "mất thời gian" nếu không biết kỹ thuật làm nhanh bằng máy tính, chỉ cần cẩn thận sẽ tìm được đáp án chính xác. Khuyến khích xài dòng máy CASIO fx-570VN PLUS vì có nhiều tính năng nổi bật, vượt trội hơn các dòng máy trước đó.

Câu 31.

Đây chính là một cách hỏi khác của câu 31 đề số 1.

Ta có $z = x + yi$, suy ra

$$|x + yi + i| = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 4.$$

Vậy quỹ tích cần tìm là đường tròn có phương trình $x^2 + (y+1)^2 = 4$.

Đáp án B

Câu 32.

Sau khi chuyển máy tính qua chế độ **CMPLX** ta sẽ nhập biểu thức cần tính trực tiếp vào và nhận được kết quả mong muốn. Với biểu thức này, chỉ chứa lũy thừa bậc 2 và bậc 3, nên hầu hết các dòng máy PLUS (kể cả CASIO và VINACAL) đều có thể tính được dễ dàng.

Đáp án. C

Câu 33.

Đây là một câu phức tạp nhưng cơ bản, cần làm nhiều bài tập tự luyện tương tự để tăng tốc độ và quan kỹ năng cũng như nhớ hướng xử lý.

$$\text{Xét phương trình } z^2 + (1+2i)z + \frac{1}{2} - 2i = 0$$

Ta tính được

$$\begin{aligned} \Delta &= (1+2i)^2 - 4\left(\frac{1}{2} - 2i\right) \\ &= -5 + 12i = (2+3i)^2 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } z_1 = \frac{-1-2i+2+3i}{2} = \frac{1+i}{2} \text{ (nhận)}$$

$$\text{và } z_2 = \frac{-1-2i-2-3i}{2} = \frac{-3-5i}{2} \text{ (loại)}$$

$$\text{Do đó } z^2 = \left(\frac{1+i}{2}\right)^2 = \frac{i}{2}. \text{ Vậy } a=0, b=\frac{1}{2}, \text{ hay}$$

$$K = -1.$$

Đáp án. D

Sai lầm thường gặp: Tính sai biệt thức Δ , sai công thức nghiệm, hoặc sai kết luận nghiệm đều dẫn đến chọn nhầm đáp án hoặc không tìm được đáp án thích hợp.

Câu 34.

Đọc kĩ đáp án ta dễ dàng nhận thấy A và D chắc chắn có ít nhất 1 đáp án sai, B và C chắc chắn có ít nhất 1 đáp án sai. Khi không còn thời gian suy nghĩ, học sinh có thể dựa vào phân tích trên để chọn đáp án D, cơ hội chọn đúng sẽ cao hơn các đáp án khác.

$$\text{Môđun của số phức } z \text{ là } |z| = \sqrt{24^2 + 2^2} = 2\sqrt{145}.$$

Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 24 - 2i$. Đây

là một câu hỏi mang tính chất tổng hợp các khái niệm của số phức và những liên quan, mức độ có thể nâng cao nếu đổi cách hỏi thành "chọn số phát biểu đúng".

Đáp án D

Sai lầm thường gặp: Đọc đề không cẩn thận và không nắm vững kiến thức cơ bản về số phức cũng như những khái niệm liên quan

Câu 35.

Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy trùng với trọng tâm G của tam giác ABC đều.

Gọi M là trung điểm cạnh BC. Khi đó

$$GM = \frac{1}{3}AM = \frac{\sqrt{3}}{6}a.$$

Ta có $\triangle SBC$ cân tại S nên $SM \perp BC$.

Mà $GM \perp BC$.

Nên $\widehat{(ABC);(SBC)} = \widehat{(GM;SM)} = \widehat{SMG} = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle SMG$ vuông cân tại G nên

$$SG = GM = \frac{\sqrt{3}}{6}a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SG = \frac{1}{24}a^3.$$

Chọn đáp án C.

Câu 36.

Chia đáy của lăng trụ đã cho thành năm tam giác cân có chung đỉnh O là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

Khi đó diện tích mỗi tam giác cân là $\frac{1}{2}r^2 \sin 72^\circ$.

Suy ra diện tích đáy bằng $\frac{5}{2}r^2 \sin 72^\circ$.

Do đó, thể tích lăng trụ là $V = \frac{5}{2}hr^2 \sin 72^\circ$.

Chọn đáp án B.

Câu 37.

Gọi N là trung điểm BB' . Do $B'C \parallel MN$ nên $B'C \parallel (AMN)$.

Suy ra

$$d(B'C, AM) = d(B'C, (AMN)) = d(B', (AMN)).$$

Vì N là trung điểm BB' nên

$$d(B', (AMN)) = d(B, (AMN)).$$

Hình chóp B.AMN có AB, BM, BN đôi một vuông góc.

Gọi H là hình chiếu của B lên (AMN) thì

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{7}{a^2}.$$

Suy ra $BH = \frac{a\sqrt{7}}{7}$. Vậy $d(B'C, AM) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Chọn đáp án C.

Câu 38.

Đáy của hình chóp đã cho là hình thoi ABCD. Vì $SC = SB = SD = 1$ nên chân đường cao H hạ từ S xuống $(ABCD)$ nằm trên đường trung trực của đoạn BD. Vì ABCD là hình thoi nên AC là đường trung trực của BD. Suy ra H thuộc đường thẳng AC. Vậy đường cao của hình chóp cũng là đường cao của tam giác SAC.

Để tính được đường cao SH ta tìm hiểu xem tam giác SAC có tính chất gì đặc biệt?

Gọi O là giao điểm của các đường chéo AC và BD. Vì $\triangle SBD = \triangle CBD$ (c.c.c), nên $SO = CO = AO$

Từ đó tam giác SAC vuông tại S.

$$\text{Vậy } SH.CA = SC.SA \Leftrightarrow SH = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

Câu 39.

Gọi H và I lần lượt là trung điểm của AC và AB, khi đó $A'H \perp (ABC)$ và $HI \perp AB$.

Suy ra $A'I \perp AB$. Do đó $\widehat{A'IH} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } HI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2};$$

$$A'H = HI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a.a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

Từ đó suy ra:

$$V_{ABC.A'B'C} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$$

Chọn đáp án A.

Câu 40.

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AC = 2a$ nên

$$AB = BC = a\sqrt{2}. \text{ Do đó } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = a^2.$$

Vì $SA \perp (ABC)$ nên SA là chiều cao của hình chóp

$$SABC. \text{ Suy ra } V_{SABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{a^3}{3}.$$

Ta có $\frac{V_{SAIC}}{V_{SABC}} = \frac{SI}{SB} = \frac{1}{3}$. Suy ra $V_{SAIC} = \frac{a^3}{9}$.

Chọn đáp án A.

Câu 41.

Đáy của một tứ diện đều là hình vuông cạnh a nên diện tích đáy bằng a^2

Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$, M là trung điểm cạnh AB .

Xét $\triangle SAM$ vuông tại M nên có

$$SM = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle SMH$ vuông tại H nên có

$$SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Chọn đáp án B.

Câu 42.

Giả sử $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AO , thì $MH \perp (ABCD)$.

Từ đó HN là hình chiếu vuông góc của MN lên $(ABCD)$, do đó $\widehat{MNH} = 60^\circ$.

Áp dụng định lý cosin cho tam giác HNC có

$$\begin{aligned} HN^2 &= CH^2 + CN^2 - 2CH \cdot CN \cdot \cos \widehat{HCN} \\ &= \left(\frac{3}{4}a\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{3}{4}a\sqrt{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\cos 45^\circ \\ &= \frac{5a^2}{8} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{10}}{4} \end{aligned}$$

Suy ra $MN = \frac{HN}{\cos \widehat{MNH}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Ta có $AC \perp BD$ và $AC \perp SO$ nên $AC \perp (SBD)$.

Góc α là góc giữa MN và AC thì góc giữa MN và (SBD) là $\beta = 90^\circ - \alpha$.

Gọi I là trung điểm của AB thì $IN \parallel AC$.

Do đó, $\widehat{(MN, AC)} = \widehat{(MN, IN)}$.

Ta có $MH = MN \cdot \sin \widehat{MNH} = \frac{a\sqrt{10}}{2} \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{4}$

$$IN = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

$$\begin{aligned} IM &= \frac{1}{2} SB = \frac{1}{2} \sqrt{SO^2 + OB^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{4MH^2 + OB^2} = a\sqrt{2} \end{aligned}$$

Mặt khác $\cos \widehat{INM} = \frac{IN^2 + MN^2 - IM^2}{2IN \cdot MN} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Suy ra $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án D.

Câu 43.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (1; 2; -3)$. Đường thẳng d qua A vuông góc với mặt phẳng (P) sẽ nhận véc-tơ $\vec{n}$ là VTCP. Suy ra phương trình

đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$. Tọa độ hình chiếu

của điểm A trên mặt phẳng (P) cũng là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Ta suy ra

$$(-1+t) + 2(4+2t) - 3(3-3t) + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{2}{7} \Rightarrow \left(-\frac{9}{7}; \frac{24}{7}; \frac{27}{7}\right)$$

Chọn đáp án A.

Câu 44.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -1; 5)$ và có

VTCP $\vec{a} = (2; 3; 1)$.

Đường thẳng Δ' đi qua điểm $M'(1; -2; -1)$ và có

VTCP $\vec{b} = (3; 2; 2)$.

Ta có $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b} = (4; -1; -5)$, $\overrightarrow{MM'} = (0; -1; -6)$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{MM'} = 0 + 1 + 30 \neq 0.$$

Nên Δ và Δ' là hai đường thẳng chéo nhau.

Mặt khác $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 + (-2) + 10 \neq 0$.

Do đó Δ và Δ' không vuông góc với nhau.

Vậy hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau nhưng không vuông góc.

Chọn đáp án B.

Câu 45.

Phương trình đường thẳng AB đi qua điểm

$A(2; 1; 0)$ có VTCP $\vec{AB} = (-5; 1; -5)$ là:

$$AB: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -5t \end{cases}$$

Gọi điểm $M(2 - 5m; 1 + m; -5m), m \in \mathbb{R}$ thuộc đường thẳng AB sao cho $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (đường thẳng MC vuông góc AB).

Ta tính được $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{51}$ và

$$\overrightarrow{MC} = (5m + 1; 1 - m; 5m + 4).$$

Ta có

$$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -5(5m + 1) + (1 - m) - 5(5m + 4) = 0 \\ \Rightarrow m = -\frac{8}{17}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MC} = \left(-\frac{23}{17}; \frac{25}{17}; \frac{28}{17}\right) \Rightarrow |\overrightarrow{MC}| = \sqrt{\frac{1938}{289}}.$$

Vậy $S_{ABCD} = AB \cdot MC \approx 18,49324201...$

Chọn đáp án C.

Câu 46.

Ta có

$$\overrightarrow{IP} + 3\overrightarrow{IQ} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OI} + 3(\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OI}) = \vec{0}.$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OP} + 3\overrightarrow{OQ} = 4\overrightarrow{OI}$$

$$\text{Hay } \begin{cases} 4x_I = x_P + 3x_Q \\ 4y_I = y_P + 3y_Q \\ 4z_I = z_P + 3z_Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 6 \\ z_I = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2; 6; 0).$$

Chọn đáp án D.

Câu 47.

Mặt phẳng $(A'BD)$ có VTPT là

$$\vec{n}_1 = \overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BA'} = (ab; ab; a^2).$$

Mặt phẳng (BDM) có VTPT là

$$\vec{n}_2 = \overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BM} = \left(\frac{ab}{2}; \frac{ab}{2}; -a^2\right).$$

Ta có

$$(A'BD) \perp (BDM) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2b^2}{2} + \frac{a^2b^2}{2} - a^4 = 0 \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Chọn đáp án B.

Câu 48.

Một cách tổng quát, mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

có tọa độ tâm là $I(a; b; c)$ và bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}.$$

Vậy mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 11 = 0$$

có tâm $I(2; -1; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án A.

Câu 49.

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n}_p = (2; -1; 3)$.

Mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với trục Oy nên nhận

$$\vec{n} = \vec{n}_p \wedge \vec{j} = (-3; 0; 2) \text{ làm một VTPT.}$$

Phương trình mặt cầu (Q) đi qua $A(1; 1; 1)$ và có

$$\text{một VTPT } \vec{n} = (-3; 0; 2) \text{ là } (Q): 3x - 2z - 1 = 0.$$

Chọn đáp án D.

Câu 50.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và bán kính

$$R = \sqrt{41}.$$

Gọi E, r lần lượt là tâm và bán kính đường tròn giao tuyến, M là một điểm nằm trên đường tròn đó.

$$\text{Khi đó } ME = 4, IE \perp (P) \text{ và } IE = d(I; (P)).$$

$$\text{Ta có } d(I; (P)) = \frac{|0 \cdot (1) + 3 \cdot (-2) + 4 \cdot (1) + 23|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5.$$

$$\text{Lại có } r^2 + IE^2 = R^2 \Leftrightarrow r^2 = (\sqrt{41})^2 - (5)^2 = 16 \text{ suy}$$

ra

$$r = 4.$$

Vậy đường kính đường tròn giao tuyến là 8.

Chọn đáp án B.



ĐỀ SỐ 24

Câu 1: Hàm số $y = x - \ln(x+1)$ đồng biến trên:

- A. $[0; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $x \geq 0; x < -1$ D. $(-\infty; -1]$

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có 2 điểm cực trị khi giá trị m là:

- A. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$ B. $0 < m < 2$ C. $0 < m < 8$ D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Giá trị $y'(0)$ bằng:

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 3

Câu 4: Hàm số $y = \cos(2x) - 2\cos(x) + 2$ có giá trị nhỏ nhất là:

- A. 1 B. 2 C. 1/2 D. -1

Câu 5: Phương trình $y''(x) = 0$ với $y = x + \sin 2x$ có một nghiệm là:

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$

Câu 6: Hàm số $y = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ 2x & -1 \leq x < 0 \\ -3x - 5 & x < -1 \end{cases}$

- A. Không có cực trị B. Có cực trị C. Có 2 cực trị D. Có 3 cực trị

Câu 7: Đặc điểm của đồ thị hàm số bậc 3 là:

- A. Luôn luôn có trục đối xứng.
B. Nhận đường thẳng nối hai cực trị làm trục đối xứng.
C. Luôn có tâm đối xứng.
D. Luôn luôn nhận điểm cực trị làm tâm đối xứng.

Câu 8: Hàm số $y = x^3 - 3x$ đạt GTNN trên $[-2; 2]$ khi x bằng:

- A. -2 B. 1 C. -1 hay 2 D. 1; -2

Câu 9: Cho hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$ có cực đại cực tiểu x_1, x_2 sao cho $x_1 < -1 < x_2$ thì giá trị của m là:

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m > -1$ D. $m < -1$

Câu 10: Hàm số $y = \sin x - 2x$

- A. Đồng biến trên R C. Nghịch biến $(-\infty; 0)$ và đồng biến $(0; +\infty)$
B. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$ D. Nghịch biến trên R

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

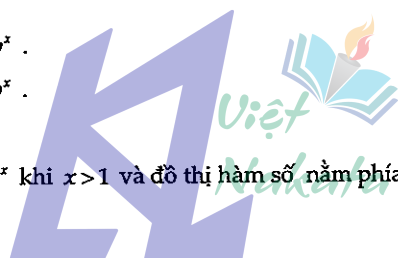
- A. e^2 B. $-2e$ C. $\frac{6}{e^3}$ D. $\frac{1}{e^2}$

Câu 12: Số nghiệm phương trình $\log_2(9^x - 4) = x \log_2 3 + \log_{\sqrt{e}} \sqrt{3}$ là:

- A. 2 B. 0 C. 1 D. Khác

Câu 13: Nếu $a > b > 1$ và $x > 0$ thì:

- A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = b^x$.
B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y = b^x$.
C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ cắt đồ thị hàm số $y = b^x$.
D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = b^x$ khi $x > 1$ và đồ thị hàm số nằm phía dưới đồ thị hàm số $y = b^x$ khi $0 < x < 1$



Câu 14: Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 3 nghiệm lớn hơn -1.

- A. $\frac{1}{2^9} < m < 1$ B. $\frac{1}{2^9} \leq m \leq 1$ C. Đáp án khác D. $\frac{1}{2^6} < m < 1$

Câu 15: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Cơ số logarit là một số dương khác 1.
B. Cơ số logarit là một số nguyên.
C. Cơ số logarit là một số thực bất kì.
D. Cơ số logarit là một số nguyên dương.

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

- A. $f'(x) = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$ B. $f'(x) = \frac{8}{(e^x + e^{-x})^2}$
C. $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x + e^{-x})^2}$ D. $f'(x) = \frac{-5}{(e^x + e^{-x})^2}$

Câu 17: Cho $(\sqrt{2} + 3)^m \leq (\sqrt{2} + 3)^n$ khi đó:

- A. $m \geq n$ B. $m \leq n$ C. $m = n$ D. $m < n$

Câu 18: Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Khi đó giá trị biểu thức $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}}$ là:

- A. $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{3(\sqrt{3}-2)}$ B. $\sqrt{3}-1$ C. $\sqrt{3}+1$ D. $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{3(\sqrt{3}+2)}$

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Gọi $f''(x)$ là đạo hàm cấp 2. Ta có $f''(0)$ bằng:

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 20: $\log 2 = a, \log 3 = b$. Thì $\log 45$ theo a và b bằng:

- A. $2b + a + 1$ B. C. $15b$ D. $a - 2b + 1$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $y' = x^2 y$ và $f(-1) = 1$ thì $f(2)$ bằng bao nhiêu:

- A. e^3 B. e^2 C. $2e$ D. $e + 1$

Câu 22: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$ B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$
C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$ D. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

Câu 23: Tính $K = \int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx$

- A. $\ln 2 - \frac{1}{2}$ B. $\ln 2 - \frac{1}{4}$ C. $\ln 2 + \frac{1}{2}$ D. $-\ln 2 + \frac{1}{2}$

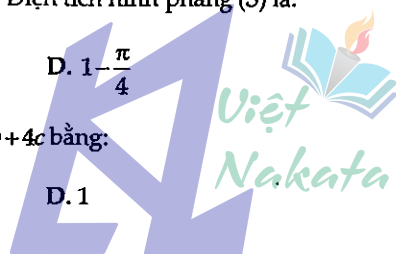
Câu 24: Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi Ox, Oy, $y = \cos x$ và $y = -\frac{2}{\pi}x + 1$. Diện tích hình phẳng (S) là:

- A. 2π B. $2 + \frac{3\pi}{2}$ C. π D. $1 - \frac{\pi}{4}$

Câu 25: Cho $\int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x^3} = a \ln 2 + b \ln 5 + c$, với $a; b; c$ là số hữu tỉ. Khi đó $a + 2b + 4c$ bằng:

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Câu 26: Một nguyên hàm của $f(x) = (2x - 1)e^{-x}$ là:



- A. xe^{-x} B. $-2(x+1)e^{-x}$ C. $x^2e^{\frac{1}{x}}$ D. $\frac{1}{e^x}$

Câu 27: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$ bằng

- A. $\frac{1}{n+1}$ B. $\frac{1}{n-1}$ C. $\frac{1}{2n}$ D. $\frac{1}{n}$

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $|2+z|=|1-i|$. Chọn phát biểu đúng:

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 đường thẳng
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 parabol
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 đường tròn
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 elip

Câu 29: Số phức z thỏa mãn $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z\bar{z}=25$ là:

- A. $z=4+3i$ B. $z=3-4i$ C. $z=4-3i$ D. $z=3+4i$

Câu 30: Modun của $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i}$ bằng:

- A. $6\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 31: Cho 2 số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = 1+i$. Giá trị của biểu thức $|z_1+3z_2|$ là:

- A. 5 B. 6 C. $\sqrt{61}$ D. $\sqrt{55}$

Câu 32: Phần thực của số phức z thỏa mãn $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z$

- A. -6 B. -3 C. 2 D. -1

Câu 33: Phần ảo của số phức z thỏa mãn $z+2\bar{z}=(2-i)^3(1-i)$ là:

- A. $-13i$ B. 13 C. -9 D. 9

Câu 34: Số phức z thỏa mãn $\bar{z}+3z=(3-2i)^2(2+i)$ là:

- A. $z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i$ B. $z = 11 - 19i$ C. $z = \frac{11}{2} + \frac{19}{2}i$ D. $z = 11 + 19i$

Câu 35: Rút gọn biểu thức $z=i(2-i)(3+i)$ ta được:

- A. $z=6$ B. $z=1+7i$ C. $z=2+5i$ D. $z=5i$

Câu 36: Tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(2; 0; 1)$ trên đường thẳng $(\Delta) \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = z-2$ là:

- A. $(2; 2; 3)$ B. $(1; 0; 2)$ C. $(0; -2; 1)$ D. $(-1; -4; -6)$

Câu 37: Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng (P) $2x-y+3z+5=0$ và (Q) $2x-y+3z+1=0$ bằng:

- A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$ B. 6 C. 4 D. $\frac{4}{\sqrt{14}}$

Câu 38: Cho 4 điểm $A(1; 1; 1)$ $B(1; 2; 1)$ $C(1; 1; 2)$ $D(2; 2; 1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tọa độ:

- A. $(3; 3; -3)$ B. $(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$ C. $(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$ D. $(3; 3; 3)$

Câu 39: Cho $A(0; -1; 3)$ và đường thẳng $(d) \begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases}$. Khoảng cách từ A đến (d) bằng

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{25}$ C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{6}$

Câu 40: Cho 3 mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+1=0$ $(\beta): x+y-z+2=0$ $(\gamma): x-y+5=0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai:

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$ B. $(\gamma) \perp (\beta)$ C. $(\alpha) // (\gamma)$ D. $(\alpha) \perp (\gamma)$

Câu 41: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$

Chọn mệnh đề đúng:

- A. $d \perp (\alpha)$ B. d cắt (α) C. $d // (\alpha)$ D. $d \subset (\alpha)$

Câu 42: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A. $\sqrt{17}$ B. $\sqrt{88}$ C. 2 D. 5

Câu 43: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy bằng a và cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 44: Cho lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy là a. AC' hợp với mặt phẳng (ABB'A') một góc 30° . Khi đó thể tích là

- A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 45: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông; $SA \perp (ABCD)$ cạnh SC hợp với mặt đáy một góc 45° và $SC = 2\sqrt{2}a$. Thể tích khối chóp là:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3 2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{4a^3}{3}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 46: Cho (H) là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích hình (H) là:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 47: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Thể tích của khối chóp SABCD theo a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 48: Cho hình chóp SABC có cạnh bên $SA=a$ vuông góc với đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc 60° . Tam giác ABC vuông cân tại A. Tính thể tích SABC:

- A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{18}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$

Câu 49: (Câu chuyện Cây khế): Giả sử rằng người anh trong câu chuyện cây khế được phép may tối đa hai cái túi (để xách lên hai vai) từ một mảnh vải chọn tùy ý nhưng chỉ có diện tích là $9m^2$. Hỏi người anh phải chọn vải và cách may như thế nào để đem được nhiều vàng nhất (tức là thu được thể tích lớn nhất), biết rằng, mỗi cái túi được coi như một hình hộp chữ nhật.

- A. $\left(\frac{3}{2}\right)$ B. $\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. 1

Câu 50: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình lập phương là đa diện lồi.
B. Tứ diện là đa diện lồi.
C. Hình hộp là đa diện lồi.
D. Hình tạo bởi hai tứ diện chung đáy ghép với nhau là một đa diện lồi.



ĐÁP ÁN

1A	2D	3A	4C	5B	6D	7C	8D	9B	10D
11B	12C	13A	14C	15A	16A	17B	18A	19B	20B
21A	22A	23A	24D	25D	26B	27A	28C	29D	30D
31C	32C	33B	34A	35B	36B	37D	38C	39B	40C
41D	42D	43A	44B	45C	46B	47A	48C	49B	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Tập xác định: $x > -1$. Ta có:

$$y' = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}; y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

Vậy đáp án cần tìm là A.

Câu 2:

Phân tích: Để hàm số có 2 điểm cực trị thì phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6mx + 6m$$

Để y' có 2 nghiệm phân biệt:

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow (3m)^2 - 3.6m > 0$$

$$\Leftrightarrow 9m(m-2) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

Đáp án là D.

Câu 3: Trước hết cần tính đạo hàm của hàm số.

Nhắc lại lý thuyết đạo hàm với phép chia.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

Áp dụng:

$$y'(x) = \frac{2(x-1) - (2x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow y'(0) = -3$$

Đáp án là A.

Lưu ý:

Với bài này, ta có thể dùng máy tính bỏ túi. Trên

CASIO FX 570MS ta bấm:

Shift	d/dx	(	2
ALPHA	X	+	1
)	÷	(	ALPHA
X	-	1	)
,	0	=	

Ta cũng được kết quả như trên.

Câu 4:

Phân tích:

Với bài toán này, trước hết ta biến đổi $\cos 2x$ về $\cos x$:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \text{ thay lại vào hàm số}$$

$$\text{Ta được } y = 2\cos^2 x - 2\cos x + 1$$

$$\text{Bài toán được đưa về tìm GTNN } y = 2t^2 - 2t + 1$$

$$\text{với } t = \cos x \quad t \in [-1; 1]$$

Ta làm với phương pháp xét giá trị $f(x)$ tại các điểm đặc biệt, các điểm cực trị và các điểm biên

Ta có:

$$y'(t) = 4t - 2$$

$$y'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$\text{Xét } y(-1) = 5; y(1) = 1; y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

Từ đó ta có GTNN của y là $\frac{1}{2}$.

Đáp án là C.

Câu 5: Ta có:

$$y' = 1 + 2\cos 2x$$

$$y''(x) = -4\sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Trong 4 đáp án chỉ có $\frac{\pi}{2}$ là thỏa mãn với $k = 1$.

Đáp án là B.

Câu 6: Ta có định nghĩa điểm cực trị là điểm đạo hàm đổi dấu.

Ta có:

$$+ x > 0 \quad y' = 2x - 1$$

$$\text{Đạo hàm đổi dấu tại } x = \frac{1}{2}$$

$$+ -1 < x < 0 \quad y' = 2$$

$$+ x < -1 \quad y' = -3$$



Ta có bảng xét dấu:

x	-1	0	$\frac{1}{2}$
y'	-	+	-
	-	+	+

Từ bảng trên ta thấy rõ ràng rằng đạo hàm đổi dấu 3 lần. Vậy hàm số có 3 điểm cực trị trên miền xác định.

Đáp án D.

Câu 7:

Phân tích các đáp án:

Đồ thị luôn có trục đối xứng: Đồ thị của đa thức có trục đối xứng thì nó phải là đa thức bậc chẵn. Đồ thị nhận đường nối 2 cực trị làm trục đối xứng và đồ thị nhận điểm cực trị làm tâm đối xứng; Không có tính chất đối xứng của đồ thị hàm số nào liên quan đến điểm cực trị.

Đồ thị luôn có tâm đối xứng: Điều này đúng vì đồ thị hàm số bậc 3 là hàm số lẻ. Mà tính chất của hàm số lẻ là đồ thị luôn có tâm đối xứng.

Đáp án là C.

Câu 8:

Phân tích: Dùng phương pháp cơ bản để tìm GTNN: Đó là so sánh giá trị hàm số ở các điểm cực trị và các điểm biên:

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Xét } y(1) = -2; y(-1) = 2; y(2) = 2; y(-2) = -2$$

Vậy $x = 1$ hoặc $x = -2$ thì hàm số đạt GTNN.

Đáp án là D.

Câu 9: Trước hết ta cần tìm điều kiện để y có 2 cực trị $\Leftrightarrow y'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình $3x^2 + 12x + 3(m+2) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt:

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow 36 - 9(m+2) > 0 \Leftrightarrow m < 2$$

Xét điều kiện để phương trình có 2 nghiệm:

$$x_1 < -1 < x_2$$

$$\text{Đặt } t = x+1 \Rightarrow x = t-1.$$

$$\Leftrightarrow 3(t-1)^2 + 12(t-1) + 3(m+2) = 0$$

Bài toán lúc này đưa về tìm m để phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

Để có 2 nghiệm trái dấu thì tích của 2 nghiệm phải mang dấu âm.

$$\Leftrightarrow m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$$

Đáp án là B.

Câu 10:

Nhắc lại lý thuyết, xét tính đơn điệu của hàm số, ta xét dấu của đạo hàm:

Nếu $f'(x) > 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng xét.

Nếu $f'(x) < 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng xét.

$$\text{Xét } y'(x) = \cos x - 2 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Đáp án là D.

Câu 11:

Phân tích: Cũng như với các hàm số khác, ta so sánh y tại các điểm cực trị và biên và tìm ra GTNN

$$\text{Xét } y'(x) = e^x(x^2 - 3) + e^x \cdot 2x$$

$$y'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Do -3 ngoài khoảng $[-2; 2]$. Ta chỉ cần xét 3 giá trị

$$\text{còn lại: } y(1) = -2e; y(-2) = e^{-2}; y(2) = e^2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của y là $-2e$.

Đáp án là B.

Câu 12: Ta biến đổi:

$$x \log_2 3 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = x \log_2 3 + \log_2 3$$

$$= (x+1) \log_2 3$$

$$= \log_2 (3^{x+1})$$

Trở lại vào phương trình ta có:

$$\Leftrightarrow 9^x - 4 = 3^x \cdot 3$$

$$\text{Đặt } 3^x = t \quad (t > 0).$$

$$\text{Ta có } t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$\text{Ta thấy } \begin{cases} \Delta = 9 + 4 \cdot 4 > 0 \\ \frac{-4}{1} < 0 \end{cases}$$

nên phương trình với t có 2 nghiệm phân biệt trái dấu. Mặt khác, ta có điều kiện $t > 0$ nên chỉ có 1 nghiệm thỏa mãn. Đồng nghĩa là phương trình với x cũng có 1 nghiệm duy nhất.

Đáp án là C.

Câu 13: Nhận xét rằng: $a > b > 1; x > 0 \Rightarrow a^x > b^x$

Do đó, đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = b^x$. Đáp án là A.

Câu 14: Đây là phương trình trùng phương nên phương pháp cơ bản là đưa về phương trình bậc 2.

Đặt $x^2 = t$ ta có $f(t) = t^2 - 6t - \log_2 m = 0$ (1)

Phân tích tiếp: Để phương trình có bốn nghiệm phân biệt trong đó có ba nghiệm lớn hơn $-1 \Leftrightarrow$

(1) có hai nghiệm thỏa mãn: $0 < t_1 < 1 \leq t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \\ f(1) = 0 \\ 0 < t_1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + \log_2 m > 0 \\ -\log_2 m > 0 \\ -5 - \log_2 m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2^9} \\ m < 1 \\ -5 - \log_2 m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2^5} \\ m < 1 \end{cases}$$

Đáp án C: Đáp án khác.

Câu 15:

Cơ sở phải dương và khác 1.

Trích dẫn định nghĩa sách giáo khoa Giải tích 12 như sau:

"Cho a là một số dương khác 1 và b là một số dương. Số thực α để $a^\alpha = b$ được gọi là logarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$ tức là:

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$$

Vậy đáp án là A.

Câu 16: Ta có:

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x} \Rightarrow f(x) = \frac{e^x - \frac{1}{e^x}}{e^x + \frac{1}{e^x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

Áp dụng đạo hàm cho phép chia:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{2e^{2x}(e^{2x} + 1) - 2e^{2x}(e^{2x} - 1)}{(e^{2x} + 1)^2}$$

$$= \frac{2e^{2x} + 2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{4}{\left(\frac{e^{2x}}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right)^2} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$$

Bài toán này cần chú ý:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}; (e^{ax})' = ae^{ax}$$

Một số bạn hay quên khi học thuộc rằng đạo hàm của e^x bằng chính nó. Nhưng e^{ax} là hàm hợp, đạo hàm của hàm hợp được tính như sau: $f'(x) = f'(u) \cdot u'$

Đáp án là A.

Câu 17: Ta cần chú ý điều sau đây:

$$0 < a \leq 1 \quad a^m \leq a^n \Leftrightarrow m \geq n$$

$$a > 1 \quad a^m \leq a^n \Leftrightarrow m \leq n$$

Do $3 + \sqrt{2} > 1 \Rightarrow m \leq n$

Vậy đáp án là B.

Câu 18:

$$\text{Ta có } \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3} \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b - \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a \right)$$

Ta cần xuất hiện $\log_a b$ nhưng với cơ số $\frac{\sqrt{b}}{a}$ nên

ta cần đổi $\frac{\sqrt{b}}{a}$ lên trên và đổi a, b xuống làm cơ

số. Ta nhớ đến công thức $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. Ta có:

$$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b = \frac{1}{\log_b \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \log_b a} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a = \frac{1}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{2} \log_a b - 1} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3} \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} - \frac{2}{\sqrt{3}-2} \right) = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2} \right)$$

Vậy đáp án là A.

Câu 19: Tính $f'(x)$ ta áp dụng công thức đạo hàm cho phép nhân:

$$(u \cdot v)' = u'v + uv'$$

$$f'(x) = xe^x + e^x$$

$$f''(x) = 2e^x + xe^x$$

$$\Rightarrow f''(0) = 2$$

Đáp án là B.

Câu 20: Với bài này thì cần phải tách 45 thành các tích của 2 và 3. Mà $45 = 3^2 \cdot 5 = 3^2 \cdot 2^0 \cdot 10$

Lưu ý: Ta nên phân tích 45 ra thành tích của các lũy thừa của 2, 3 và 10 vì $\log 10 = 1$.

Ta có:

$$\begin{aligned}\log 45 &= \log 3^2 + \log 2^{-1} + \log 10 \\ &= 2\log 3 - \log 2 + \log 10 \\ &= 2b - a + 1\end{aligned}$$

Đáp án B.

Câu 21: Với bài toán này, ta cần giải phương trình $y' = x^2 y$.

Trước hết đổi x, y về 2 vế ta có $\frac{y'}{y} = x^2$

$\frac{dy}{y} = x^2 dx$, Nguyên hàm hai vế:

$$\Leftrightarrow \ln|y| = x^3 + C$$

$$\Leftrightarrow y = C_1 e^{\frac{x^3}{3}}$$

Cần tìm C_1 , ta cần tận dụng hết dữ liệu bài cho $f(-1) = 1$.

$$\text{Ta có } 1 = C_1 e^{\frac{-1}{3}} \Rightarrow C_1 = e^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Vậy } f(x) = e^{\frac{1}{3}} \cdot e^{\frac{x^3}{3}}$$

$$\text{Thay } x = 2 \text{ vào } f(x) \text{ ta được } f(2) = e^{\frac{1}{3}} \cdot e^{\frac{8}{3}} = e^3.$$

Đáp án là A.

Câu 22: Đổi biến: $x^2 + 1 = t; dt = 2x dx$

Ta có:

$$\int \frac{\sqrt{t}}{2} dt = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} + C = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{3} + C$$

Trở lại biến x ta có đáp án là A.

Câu 23: Ta có:

$$K = \int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx$$

Tương tự: $x^2 + 1 = t$

Khác với nguyên hàm, tích phân ta cần chú ý đổi cận. Ở đây với $x = 0 \rightarrow t = 1; x = 1 \rightarrow t = 2$

Chưa hết $\int \ln x dx$ không phải hàm cơ bản. Nhận

thấy $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ta nghĩ ngay tới tích phân từng phần:

Công thức của tích phân từng phần:

$$\int u.v' = uv - \int u'v$$

Áp dụng ta có:

$$K = \frac{1}{2} \int_1^2 \ln t dt = \frac{t}{2} \ln t \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{dt}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 24: Nhớ lại định nghĩa (S) giới hạn bởi Ox,

$$\text{Oy}, y = f(x), y = g(x) \Rightarrow (S) = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Ta có hoành độ giao điểm $y = \cos x$ và

$$y = \frac{-2}{\pi}x + 1 \text{ là nghiệm của phương trình } \cos x +$$

$$\frac{2}{\pi}x - 1 = 0 \text{ dễ thấy có ba nghiệm là } \frac{\pi}{2}; 0; \pi.$$

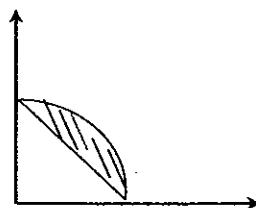
Ta có

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \cos x + \frac{2}{\pi}x - 1 \right| dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{x^2}{\pi} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

Đáp án D.

Giải thích: Do $\cos x + \frac{2}{\pi}x - 1 = 0$ có 3 nghiệm, nên bạn nghĩ tích phân từ $0 \rightarrow \pi$ nhưng do giới hạn bởi Ox, Oy nên chỉ từ $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ mà thôi. Phần diện tích giới hạn chính là phần gạch chéo như hình vẽ



Câu 25:

Đặt $x^2 = t$. Ta có:

Đổi cận:

$$x = 1, t = 1$$

$$x = 2, t = 4$$

Ta có

$$2I = \int_1^4 \frac{dt}{t^2(t+1)} = \int_1^4 \frac{t+1-t}{t^2(t+1)} dt = \int_1^4 \frac{dt}{t^2} - \int_1^4 \frac{dt}{t(t+1)}$$

$$= \frac{-1}{t} \Big|_1^4 - (\ln t - \ln(t+1)) \Big|_1^4 = \frac{-1}{4} + 1 - \ln 4 + \ln 5 - \ln 2$$

$$= \frac{3}{4} + \ln 5 - 3\ln 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-3}{2}; b = \frac{1}{2}; c = \frac{3}{8}$$

$$a + 2b + 4c = 1$$

Đáp án là D.



Nhân xét: Đây là bài toán khá khó bởi vì bạn phải áp dụng nhiều kỹ thuật, ẩn phụ cũng như tách hợp lý. Một cách tính tế, $1 = t + 1 - t$ được sử dụng nhằm mục đích hạ bậc dưới mẫu. Đây cũng là một phương pháp điển hình để hạ bậc ở mẫu, giúp ta tính tích phân được dễ dàng hơn rất nhiều.

Câu 26:

Phân tích: Với dạng dưới dấu nguyên hàm chứa e^x này thì phương pháp tích phân từng phần được ưu tiên hàng đầu.

Công thức: $\int u.v' = uv - \int u'v$

Áp dụng vào bài toán ta có

$$\begin{aligned} \int (2x-1)e^{-x} dx &= -(2x-1)e^{-x} + \int 2e^{-x} dx \\ &= -(2x-1)e^{-x} - 2e^{-x} + C = -2(x+1)e^{-x} + C \end{aligned}$$

Đáp án là B.

Câu 27: Dễ thấy ngay $(1 - \cos x)' = \sin x$

Ta nghĩ ngay đến đổi biến

Đặt $1 - \cos x = t$.

Đổi cận

$x=0 \Rightarrow t=0$

$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$$

Ta có

$$\int_0^1 t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1}.$$

Đáp án là A.

Câu 28: Đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có:

$$\begin{aligned} |2+z| &= |1-i| \\ \Leftrightarrow |2+a+bi| &= |1-i| \\ \Leftrightarrow (a+2)^2 + b^2 &= 1^2 + 1^2 \\ \Leftrightarrow (a+2)^2 + b^2 &= 2 \end{aligned}$$

Với $z = a + bi$ thì (a, b) là điểm biểu diễn z trên tọa độ Decac. Vì vậy quỹ đạo z chính là đường tròn.

Đáp án là C.

Câu 29: Cần chú ý rằng $\bar{z}.z = |z|^2 = 25$.

Ta đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$

Thay vào biểu thức ta có:

$$\begin{aligned} |z - (2+i)| &= \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow |a+bi - 2-i| &= \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow (a-2)^2 + (b-1)^2 &= 10 \end{aligned}$$

Kết hợp với $|z|^2 = 25 \Rightarrow a^2 + b^2 = 25$

$$\begin{aligned} \begin{cases} (a-2)^2 + (b-1)^2 = 10 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4b + 2a = 20 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases} \\ \text{Ta có:} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Đáp án là D.

Câu 30:

$$\begin{aligned} z &= \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i} = \frac{2+2i-i-i^2}{1+2i} \\ &= \frac{i+3}{1+2i} = \frac{(i+3)(1-2i)}{1+2^2} = \frac{5-5i}{5} \\ &= 1-i \end{aligned}$$

$$\text{modun} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Với những bài này, công cụ máy tính rất quan trọng. Các bạn chuyển qua CMPLX và bấm biểu thức ta được kết quả $1 - i$. Vậy modun = $\sqrt{2}$.

Đáp án là D.

Câu 31: Ta có, thay trực tiếp z_1 và z_2 vào biểu thức:

$$\begin{aligned} z_1 + 3z_2 &= 2 + 3i + 3i + 3 \\ &= 6i + 5 \end{aligned}$$

$$\text{mod} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}$$

Đáp án là C.

Câu 32: Ta dùng máy tính thu gọn các biểu thức phức tạp như $(1+i)^2(2-i)$ ta được

$$(1+i)^2(2-i) = (2-i).2i = 4i + 2$$

Thay vào biểu thức ta có

$$(2+4i)z - (1+2i)z = 8+i$$

$$z = \frac{8+i}{1+2i} = 2-3i$$

Đáp án là C.

Câu 33: Trước hết rút gọn biểu thức về phải:

$$\begin{aligned} (2-i)^3(1-i) &= (2-i)^2(2-i)(1-i) \\ &= (5-4i)(1-3i) = -9-13i \end{aligned}$$

ta được $z + 2\bar{z} = -9-13i$.

Một dạng cơ bản đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$ có:

$$a + bi + 2a - 2bi = -9 - 13i$$

$$\Leftrightarrow 3a - bi = -9 - 13i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -b = -13 \\ 3a = -9 \end{cases}$$

Vậy phần ảo của số phức z là 13.

Đáp án là B.

Câu 34: Thu gọn biểu thức về phải:

$$(3-2i)^2(2+i) = (5-12i)(2+i) \\ = 22-19i$$

Đặt $z = a+bi; (a; b \in \mathbb{R})$

Ta có: $4a+2bi = 22-19i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a=22 \\ 2b=-19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{11}{2} \\ b=-\frac{19}{2} \end{cases}$$

Vậy số phức là $z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i$.

Đáp án là A.

Câu 35: Ta có thể nhanh chóng dùng máy tính tính được kết quả:

Ở đây:

$$i(2-i)(3+i) = (2i+1)(3+i) = 6i+3+i-2 = 7i+1$$

Đáp án là B.

Câu 36: Gọi điểm cần tìm là $A(x, y, z)$. Ta có

$$\begin{cases} A \in (\Delta) \\ AM \perp (\Delta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = z-2 \\ (x-2).1 + (y-0).2 + (z-1).1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{2y}{4} = \frac{z-1}{1} \\ x+2y+z=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} = \frac{x-1+2y+z-2}{6} \\ x+2y+z=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y=0 \\ z-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases}$$

Đáp án là B.

Câu 37: Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng chính là khoảng cách từ 1 điểm thuộc mặt phẳng này tới mặt phẳng kia.

Để nhìn ra $A(-1; 0; -1) \in (P)$. Ta có

$$d((P); (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|-2-3+1|}{\sqrt{4+1+9}} = \frac{4}{\sqrt{14}}.$$

Đáp án là D.

Câu 38: Gọi $I(x; y; z)$

Do I là tâm mặt cầu qua cả 4 điểm nên ta có:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IB = ID \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-1)^2 = (y-2)^2 \\ (z-1)^2 = (z-2)^2 \\ (x-1)^2 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y+1 = -4y+4 \\ -2z+1 = -4z+4 \\ -2x+1 = -4x+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y=3 \\ 2z=3 \\ 2x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{3}{2} \\ z=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Đáp án là C.

Câu 39: Tìm M là hình chiếu của A ta có do M cũng nằm trên đường thẳng d nên M có dạng sau $M(1+2t; 2; -1)$

Và $\vec{u}(2; 0; 0)$ là vector chỉ phương của (d).

Ta có

$$\overrightarrow{MA} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{MA} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Đáp án là B.

Câu 40: Đáp án là C.

$$(\alpha) \vec{n}_1 = (1; 1; 2)$$

$$(\beta) \vec{n}_2 = (1; 1; -1)$$

$$(\gamma) \vec{n}_3 = (1; -1; 0)$$

Để thấy $(\alpha) \perp (\gamma)$ Do $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_3 = 0$

$(1.1 + 1.(-1) + 2.0 = 0)$ nên $(\alpha) \perp (\gamma)$ là đáp án sai.

Nhận xét: Ta thấy có 2 đáp án D, C cùng xét 2 mặt phẳng mà đáp án khác nhau. Khi đó ta chỉ cần xét quan hệ giữa 2 mặt phẳng đó là có thể giải quyết được bài toán.

Câu 41:

$$(\alpha) \vec{n} = (2; 1; 3)$$

$$(\delta) \vec{u} = (1; -2; 0)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 2.1 + 1.(-2) + 3.0$$

$$\begin{cases} d \subset (\alpha) \\ d \parallel (\alpha) \end{cases}$$



Lại có:

$$2x + y + 3z = -6 + 2t + 2 - 2t + 3 = -1 \Rightarrow d \subset (\alpha).$$

Đáp án là D.

Câu 42:

Biến đổi (S) $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 25$

Đây là phương trình mặt cầu dạng

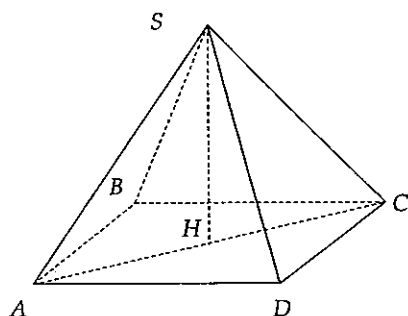
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

Với R là bán kính mặt cầu và (a;b;c) là tọa độ tâm của mặt cầu.

Theo đó ta có: $R^2 = 25$

nên $R = 5$. Đáp án là D.

Câu 43:



Kẻ $SH \perp AC$

Do hình chóp tứ giác đều nên $SH \perp (ABCD)$

Lại có SC hợp với đáy 1 góc 60° , mà H là hình chiếu của S trên đáy.

Ta có:

$$SCH = 60^\circ$$

$$CH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{SH}{CH} = \tan 60^\circ \Rightarrow SH = \tan 60^\circ \cdot CH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

- Tính diện tích đáy:

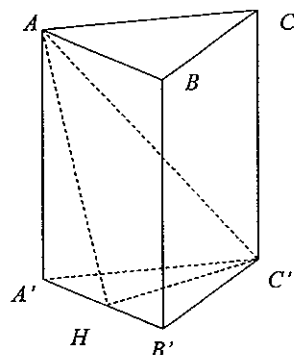
$$S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

- Tính thể tích:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

Đáp án là A.

Câu 44:



Gọi H là trung điểm $A'B'$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} C'H \perp A'B' \\ (A'B'C') \perp (ABB'A') \end{cases}$$

nên H là hình chiếu của C trên $(ABB'A')$

$$\Rightarrow C'AH = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{HC'} = \tan 60^\circ \Rightarrow AH = HC' \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$

Xét tam giác $AA'H$ vuông tại A' , theo định lý Pythagore:

$$AA' = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}.$$

- Tính diện tích đáy:

$$\text{Tam giác } A'B'C' \text{ là tam giác đều nên } C'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

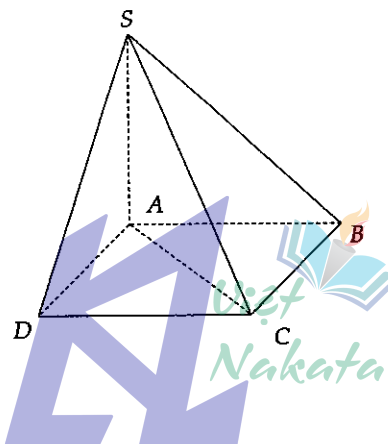
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- Tính thể tích

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$$

Đáp án là B.

Câu 45:



Ta có:

$SA \perp (ABCD)$ nên A chính là hình chiếu của S trên (ABCD)

Xét tam giác SAC vuông tại A có $\angle SCA = 45^\circ$

$$\frac{SA}{SC} = \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow SA = AC = SC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2a$$

- Tính diện tích đáy:

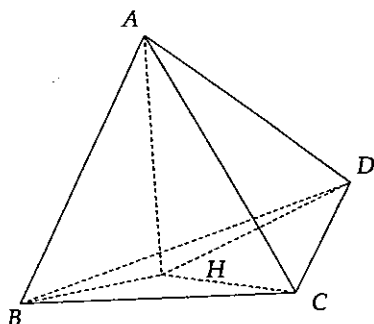
$$S_{ABCD} = AB^2 = \left(\frac{AC}{\sqrt{2}}\right)^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

- Tính thể tích

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}$$

Đáp án là C.

Câu 46:



Kẻ $AH \perp (BCD)$

Do ABCD là hình chóp đều nên H là trọng tâm tam giác BCD

$$HB = HC = HD = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Xét tam giác AHC vuông tại H. theo định lý Pythagore ta có

$$AH = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}$$

- Tính diện tích đáy:

Tam giác DCB đều có cạnh là a nên đường cao của tam giác là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

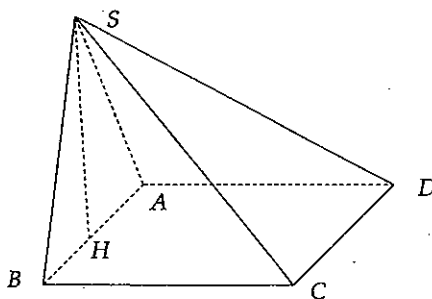
$$S_{BCD} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- Tính thể tích:

$$V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Đáp án là B.

Câu 47:



Kẻ $SH \perp AB$ Do $(SAB) \perp (ABCD)$ nên SH là đường cao của hình chóp.

Xét tam giác SAB đều có đường cao là SH:

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

- Tính diện tích đáy:

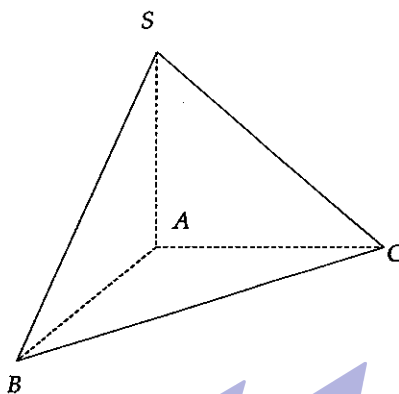
$$S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

- Tính thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

Đáp án là A.

Câu 48:



Do SA là đường cao của hình chóp nên $\angle SCA = 60^\circ$

Ta có

$$\frac{SA}{AC} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

- Tính diện tích đáy:

Xét tam giác ABC vuông cân tại A có $AC = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{a^2}{6}$$

- Tính thể tích:

$$V = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} .a. \frac{a^2}{6} = \frac{a^3}{18}$$

Đáp án là C.

Câu 49: Đáp án đúng là B.

Với một khối hình hộp chữ nhật có diện tích toàn phần không đổi thì thể tích của nó lớn nhất khi nó là hình lập phương. Thật vậy, gọi ba kích thước của hình hộp chữ nhật là $a; b; c$. Khi đó ta có:

$$S_p = 2(ab + bc + ca) = \text{const}$$

$$V = abc = \sqrt{(ab)(bc)(ca)} \leq \sqrt{\left(\frac{ab + bc + ca}{3}\right)^3}$$

$$\Rightarrow V \leq \sqrt{\left(\frac{S_p}{6}\right)^3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$.

Với nhận xét trên ta sẽ chỉ cần xét trong trường hợp hai túi đều là hình lập phương.

Gọi hai cạnh của hai hình lập phương lần lượt là:

$a; b$. Khi đó ta có:

$$6a^2 + 6b^2 = 9 \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{3}{2}$$

$$V_{\text{tổng}} = a^3 + b^3 = a^3 + \left(\frac{3}{2} - a^2\right)^{3/2}$$

$$f(x) = x^3 + \left(\frac{3}{2} - x^2\right)^{3/2}; 0 \leq x \leq \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Từ đây ta tìm được thể tích đạt giá trị lớn nhất

$$\text{khi: } x = 0; x = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ và bằng } \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} m^3.$$

Câu 50:

Mệnh đề sai là D.

Ta có được theo phương pháp loại trừ.

Hình lập phương chắc chắn là đa diện lồi.

Tứ diện cũng là đa diện lồi.

Hình hộp cũng là đa diện lồi.

Đa diện lồi là hình mà khi lấy một mặt bất kì làm bờ thì tất cả các đỉnh còn lại đều nằm trên một nửa không gian bờ là mặt đó.

Khi ta ghép 2 tứ diện vào nhau không thể đảm bảo điều đó.



ĐỀ SỐ 25

Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ là:

- A. $\frac{1}{e}$ B. e C. $\frac{\ln 3}{3}$ D. 24, 2

Câu 2. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8m/s^2$ và t tính bằng giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5s$ bằng:

- A. $49m/s$ B. $25m/s$ C. $10m/s$ D. $18m/s$.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ luôn:

- A. Đồng biến $\mathbb{R}$. B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Đồng biến trên từng khoảng xác định. D. Nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 4. Đâu là hàm số đồng biến trên đoạn $[2;5]$?

- A. $y = x$ B. $y = x(x+1)(x+2)$
C. $y = x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ D. Cả A, B và C đều đúng

Câu 5. Hàm số $y = (m-3)x^2 - 2mx^2 + 3$ không có cực trị khi:

- A. $m = 3$ B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ C. $m = 0$ D. $m \neq 3$

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x) = \frac{x^2 - mx + 1}{x^2 + x + 1}$ đồng biến trên đoạn $[10;28]$

- A. $m \geq -1$ B. $m > -1$ C. $m \leq -1$ D. $m < -1$

Câu 7. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 5x - 7$ là:

- A. $\frac{-3-2\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{-3+2\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{32\sqrt{6}}{9}$ D. $-\frac{32\sqrt{6}}{9}$

Câu 8. Hàm nào sau đây thỏa mãn tính chất: $\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, nếu $a > b$ thì $f(a) > f(b)$?

- A. $f(x) = x + x^2 + x^3$ B. $f(x) = -x$ C. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ D. $f(x) = |x|$

Câu 9. Giá trị gần đúng của $f''\left(\frac{\pi}{5}\right)$ với $f(x) = \log_2[\sin(\cos x)]$ là:

- A. -3 B. -2 C. 1 D. 2

Câu 10. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (2m^2+1)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$ khi

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. A và B đúng D. A và B sai

Câu 11. Giả sử rằng hàm số (C): $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3$ (m là tham số) luôn có điểm cực đại chạy trên đường thẳng cố định. Phương trình đường thẳng cố định ấy là

- A. $3x - y + 1 = 0$ B. $3x + y + 1 = 0$ C. $3x + y - 1 = 0$ D. $-3x + y + 1 = 0$

Câu 12. Gọi Q là giá trị lớn nhất và K là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$. Khi đó

giá trị của biểu thức $\frac{24Q+27K}{2} - 1997$ là:

A. $-\frac{3923}{2}$

B. $-\frac{3925}{2}$

C. $-\frac{3927}{2}$

D. $-\frac{3929}{2}$

Câu 13. Cho đồ thị sau:

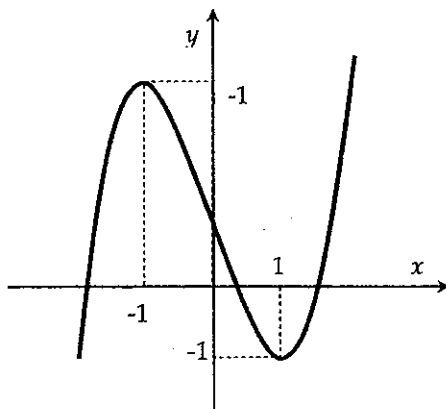
Đây là hàm số của đồ thị đã cho?

A. $y = x^3 - 3x + 1$

B. $y = -x^3 + 3x - 1$

C. $y = 2x^3 - 6x + 1$

D. $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$



Câu 14. Nghiệm của phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ là:

A. $x = 3, x = 9$

B. $x = 9, x = 27$

C. $x = 27, x = 81$

D. $x = 81, x = 3$

Câu 15. Cho $\log_2 x = 4, \log_3 y = 4, \log_5 z = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $x + y + z$ là:

A. 65808

B. 65880

C. 65088

D. 65080

Câu 16. Cho $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n$, khi đó:

A. $m > n$

B. $m < n$

C. $m = n$

D. $m \geq n$

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $(\lg(x^2(2-x)))^3 + (\lg x)^2 \cdot \lg(x(2-x)^2) = 0$ là:

A. vô nghiệm

B. nghiệm duy nhất

C. nghiệm kép

D. vô số nghiệm

Câu 18. Tập nghiệm của phương trình $36^{2x-m} = \sqrt{6^x}$ (với m là tham số) là:

A. $\frac{7m}{4}$

B. $\left\{\frac{7m}{4}\right\}$

C. $\frac{4m}{7}$

D. $\left\{\frac{4m}{7}\right\}$

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x) = (x+1)^x$ là:

A. $(x+1)^x \cdot \left[\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}\right]$

B. $(x+1)^x \cdot \left[\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]$

C. $x^{x+1} \cdot \left[\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}\right]$

D. $x^{x+1} \cdot \left[\ln x + \frac{x+1}{x}\right]$

Câu 20. Trong một cuộc thi toán học, Ban tổ chức công bố giải thưởng như sau:

Nếu bạn được giải Nhất, bạn chọn n bằng bao nhiêu để có số tiền lớn nhất?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 21. Cho $2^x = \sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}}$, khi đó giá trị của x là:

A. $\frac{1}{6!}$

B. $\frac{1}{5!}$

C. $\frac{1}{4!}$

D. Cả A, B và C đều sai

Giải Nhất
Được nhận $\sqrt[n]{n} \times 10^3 \$$.
Với n tùy ý chọn ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$)



Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)(3-x)}{\log_2|x-1|} > 0$ là:

- A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; 3)$ B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; 3)$ D. $S = (0; 3) \setminus \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

Câu 23. Giá trị của tích phân $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} |\sin 2x| dx$ là:

- A. -2 B. 1 C. 0 D. -1

Câu 24. Cho hình phẳng A giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 0, x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình A quanh trục hoành là:

- A. $\frac{32}{5}$ B. $\frac{35}{2}$ C. $\frac{23}{5}$ D. $\frac{25}{3}$

Câu 25. Giá trị của tích phân $\int_{-1}^1 \frac{x^4}{1+2^x} dx$ là:

- A. 0,5 B. 0,1 C. 0,2 D. 0,4

Câu 26. Giá trị gần đúng của tích phân $\int_0^1 \frac{3}{x^2 - 4x - 5} dx$ là:

- A. 1,5 B. -1,5 C. 0,5 D. -0,5

Câu 27. Chọn phát biểu đúng:

- A. $\int_1^2 \sin(\cos x) dx = \int_1^2 \cos(\sin x) dx$ B. $\int_1^2 (\sin x)(\cos x) dx = \int_1^2 \cos(\sin x) dx$
C. $\int_1^2 \sin(\cos x) dx = \int_1^2 (\cos x)(\sin x) dx$ D. Cả A, B và C đều sai

Câu 28. Một doanh nhân gửi tiết kiệm một số tiền lớn vào ngân hàng với hình thức lãi gộp vốn và mức lãi suất là 6,8%/năm. Sau 3 năm số tiền người đó nhận được cả vốn lẫn lãi lớn hơn 1000 USD. Giả sử rằng tỉ giá ngoại tệ là 1 USD = 20 000 VNĐ, hỏi cách đây 3 năm, số tiền doanh nhân đó đã gửi tiết kiệm có thể là:

- A. 12 triệu đồng B. 14 triệu đồng C. 16 triệu đồng D. 18 triệu đồng

Câu 29. Để tính $\int x^2 \cos x dx$ theo phương pháp nguyên hàm từng phần, ta đặt:

- A. $\begin{cases} u = x \\ dv = x \cos x dx \end{cases}$ B. $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases}$ C. $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = x^2 dx \end{cases}$ D. $\begin{cases} u = x^2 \cos x \\ dv = dx \end{cases}$

Câu 30. Bán kính của đường tròn biểu diễn số phức z thỏa mãn hệ thức $|z + 3 - 2i| = |2z + 1 - 2i|$ trong mặt phẳng phức là:

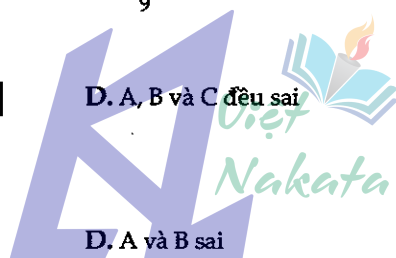
- A. $\sqrt{\frac{29}{9}}$ B. $\sqrt{\frac{29}{3}}$ C. $\frac{\sqrt{29}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{23}}{9}$

Câu 31. Cho các số phức z_1, z_2 . Giả sử rằng $|z_1 + z_2| = \sqrt{2}|z_1|$ khi đó:

- A. $|z_1 - z_2| < \sqrt{2}|z_2|$ B. $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}|z_2|$ C. $|z_1 - z_2| > \sqrt{2}|z_2|$ D. A, B và C đều sai

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $z + 1 = \frac{z-7}{z-2}$. Giá trị của $\left| \frac{z+2i}{z-i} \right|$ là:

- A. $\frac{\sqrt{170}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. A và B đúng D. A và B sai



Câu 33. Chọn phát biểu không đúng

- A. Số thực a âm hai căn bậc hai là $\sqrt{-ai}$ và $-\sqrt{-ai}$
 B. Phương trình bậc n (với n là số nguyên dương) luôn có ít nhất một nghiệm phức
 C. Phương trình bậc n (với n là số nguyên dương) có n nghiệm phức (không nhất thiết phân biệt)
 D. Với một phương trình bất kì, nếu $z_0 \in \mathbb{C}$ là một nghiệm của phương trình thì $\frac{1}{z_0}$ cũng là một nghiệm

của nó.

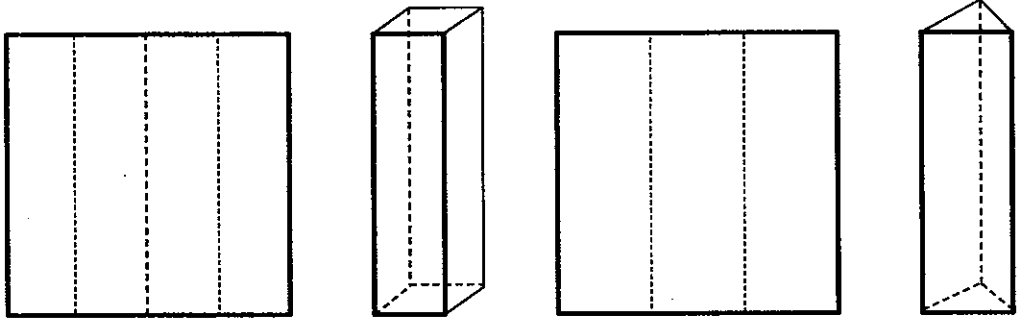
Câu 34. Cho các số phức $z_1 = 24 - i$, $z_2 = -i$, $z_3 = 27 - 2i$ và $z_4 = 6 - 4i$. Gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3, z_4 . Hình tứ giác $ABDC$ là hình gì?

- A. Hình vuông B. Hình chữ nhật C. Hình bình hành D. Hình thang

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Biết rằng $AS = 2a$, $AB = 2a$, $AC = 3a$. Thể tích hình chóp là:

- A. a^3 B. $2a^3$ C. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 36. Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh là a , người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều (như hình vẽ). Từ một mảnh giấy hình vuông khác cũng có cạnh là a , người ta gấp nó thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều (như hình vẽ). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của lăng trụ tứ giác đều và lăng trụ tam giác đều. So sánh V_1 và V_2 .



- A. $V_1 > V_2$ B. $V_1 = V_2$ C. $V_1 < V_2$ D. Không so sánh được

Câu 37. Thể tích hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2a$ và $AB = a$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{12}}{11}$ B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$ C. $a^3\sqrt{\frac{11}{12}}$ D. $a^3\sqrt{\frac{12}{11}}$

Câu 38. Cho khối cầu (S) tâm O , bán kính R ngoại tiếp khối lập phương (P) và nội tiếp khối trụ (T) .

Gọi $V_{(P)}, V_{(T)}$ lần lượt là thể tích của khối lập phương (P) và khối trụ (T) . Giá trị gần đúng của tỉ số $\frac{V_{(P)}}{V_{(T)}}$

là:

- A. 0,23 B. 0,24 C. 0,25 D. 0,26

Câu 39. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'.ABD$ là hình chóp đều, $AB = a$, $AA' = 2a$. Thể tích hình hộp là:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $a^2\sqrt{2}$ C. $a^3\sqrt{\frac{2}{3}}$ D. $a^3\sqrt{\frac{11}{2}}$

Câu 40. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , $BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ và $\cos \widehat{BA'C} = \frac{5}{6}$. Khi đó phân nửa thể tích hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó bình phương khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) là:

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 42. Cho tứ diện đều $S.ABC$ có thể tích là V , độ dài cạnh là a . Trên các cạnh SA, SB, SC lấy các điểm M, N, P sao cho $SM = 3MA$, $SN = \frac{1}{5}SB$, $\frac{SP}{2SP + PC} = \frac{1}{3}$. Gọi V' là thể tích của hình chóp $S.MNP$. Khi đó giá trị của V' tính theo a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{160}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{160}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 7 = 0$. Giả sử rằng mặt cầu (S) tâm M cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z + 11 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z - 11 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 4z + 11 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 4z - 11 = 0$

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $M(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $K(1;0;0)$, song song với đường thẳng d đồng thời cách điểm M một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

A. $(P): 17x + 5y - 19z + 17 = 0$

B. $(P): 17x + 5y - 19z - 17 = 0$

C. $(P): 17x - 5y - 19z + 17 = 0$

D. $(P): 17x - 5y - 19z - 17 = 0$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 3z + 1 = 0$ và điểm $I(3;-5;-2)$. Tọa độ tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu tâm I tiếp xúc (P) là:

A. $H\left(-\frac{3}{7}; -\frac{26}{7}; \frac{13}{7}\right)$

B. $H\left(\frac{3}{7}; -\frac{26}{7}; -\frac{13}{7}\right)$

C. $H\left(\frac{3}{7}; \frac{26}{7}; \frac{13}{7}\right)$

D. $H\left(\frac{3}{7}; -\frac{26}{7}; \frac{13}{7}\right)$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(3;0;-4)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Giả sử tồn tại mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng AB và vuông góc với mặt phẳng (P) . Số mặt phẳng (Q) thỏa mãn là:

A. Không tồn tại

B. 1

C. 2

D. Vô số

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-3;-3;2)$. Tọa độ điểm M nằm trên trục hoành sao cho M cách đều hai điểm A, B là:

A. $M(-1;0;0)$

B. $M(1;0;0)$

C. A và B đúng

D. A và B sai

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;2;3)$, $B(-5;3;2)$, $C(-7;4;2)$, $D(-2;0;1)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều cả 4 điểm đã cho?

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và

$(d_2): \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Kết luận gì về vị trí tương đối của hai đường thẳng nêu trên?

A. Vuông góc nhưng không cắt nhau

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc

C. Vừa cắt nhau vừa vuông góc

D. Không vuông góc và không cắt nhau

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(12;-5;8)$, $M(3;5;1)$ và $N(-1;1;3)$ Phương trình mặt phẳng (P) chứa MN và cách A một khoảng có độ dài lớn nhất là:

A. $(P): 11x+8y+6z+1=0$

B. $(P): 11x-8y-6z+1=0$

C. $(P): 11x-8y+6z+1=0$

D. $(P): 11x-8y+6z-1=0$



ĐÁP ÁN

1A	2A	3D	4D	5C	6B	7C	8A	9B	10D
11B	12C	13A	14D	15A	16B	17B	18D	19A	20C
21A	22A	23B	24A	25C	26D	27D	28D	29B	30A
31B	32C	33D	34D	35C	36A	37B	38C	39D	40D
41D	42A	43B	44B	45D	46B	47A	48D	49C	50C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Ta tính được $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = -\frac{\ln x - 1}{x^2}$.

Khi đó $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in [1; 3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 1 \\ x \in [1; 3] \end{cases} \Leftrightarrow x = e$.

Ta có $f(1) = 0$, $f(e) = \frac{1}{e}$ và $f(3) = \frac{\ln 3}{3}$.

Vậy $\max_{[1; 3]} f(x) = f(e) = \frac{1}{e}$.

Ta chọn phương án A.

Câu 2: Đáp án A.

Vận tốc của vật lúc t là: $v(t) = S' = \frac{1}{2}(gt^2)' = gt$. Do

đó $v(5) = 9,8 \cdot 5 = 49 \text{ m/s}$.

Câu 3: Đáp án D.

$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$. Vậy hàm số

nghiệch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Ta chọn phương án C.

Câu 4.

Ta chọn phương án D.

Câu 5: Đáp án C.

Nếu $m = 3$ thì $y = -6x^2 + 3$. Đây là một parabol có một cực trị.

Nếu $m \neq 3$ thì ta có $y' = 3(m-3)x^2 - 4mx$. Để hàm số không có cực trị khi $y' = 0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 4m^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 0$. Chọn C.

Câu 6.

Ta tính được $f'(x) = \frac{(1+m)(x^2-1)}{(x^2+x+1)^2}$.

$f(x)$ đồng biến trên đoạn $[10; 28] \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in [10; 28]$.

Mặt khác ta có $\frac{x^2-1}{(x^2+x+1)^2} > 0 \forall x \in [10; 28]$ nên

$1+m > 0 \Leftrightarrow m > -1$ (vì dấu đẳng thức chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm). Ta chọn phương án B.

Câu 7.

Ta tính được $y'(x) = 3x^2 + 6x - 5$.

Khi đó $y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{6}}{3}$. Kết hợp bảng

biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số là

$y_{\text{CD}} = y\left(\frac{-3-2\sqrt{6}}{3}\right) = \frac{32\sqrt{6}}{9}$.

Ta chọn phương án C.

Câu 8.

Nhận thấy hàm số ở phương án B và C luôn nghịch biến, hàm số ở phương án D khi đồng biến khi nghịch biến. Ta chọn phương án A (hàm số ở phương án A luôn đồng biến với mọi số thực x).

Câu 9.

Ta tính được

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{[\sin(\cos x)]'}{\sin(\cos x) \cdot \ln 2} = \frac{(\cos x)' \cos(\cos x)}{\sin(\cos x) \cdot \ln 2} \\ &= \frac{-\sin x \cdot \cos(\cos x)}{\sin(\cos x) \cdot \ln 2} = g(x) \end{aligned}$$

Dùng chức năng đạo hàm tại một điểm của

máy tính ta được $f''\left(\frac{\pi}{5}\right) = g'\left(\frac{\pi}{5}\right) \approx -2$.

Ta chọn phương án B.

Câu 10.

Ta tính được $y'(x) = x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 + 1$ và $y''(x) = 2x - 2(m+1)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2(m+1) + 2m^2 + 1 = 0 \\ 2 - 2(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 2m = 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \text{ (vô lý)} \\ m < 0 \end{cases}$$

Vậy không tồn tại giá trị m thỏa mãn.

Ta chọn phương án D.

Câu 11.

Đạo hàm $y'(x) = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$.

Biệt thức $\Delta' = 9m^2 - 9(m^2 - 1) = 9 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y'(x) = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt, hay hàm số (C) luôn có cực đại và cực tiểu. Gọi A, B lần lượt là cực đại và cực tiểu của hàm số (C).

Do đó $A(m-1; -3m+2)$; $B(m+1; -3m-2)$

Xét tọa độ điểm cực đại $A(m-1; -3m+2)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = m-1 \\ y = -3m+2 \end{cases}$

Suy ra $x+1 = m = \frac{2-y}{3} \Leftrightarrow 3x+y+1=0$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số (C) luôn chạy trên đường thẳng cố định có phương trình là $3x+y+1=0$. Ta chọn phương án B.

Câu 12.

Ta tính được

$$y'(x) = \frac{2x(x+1) - (x^2+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}.$$

Khi đó

$$\begin{cases} y'(x) = 0 \\ x \in [1; 2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-1=0 \\ x \in [1; 2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{2} \\ x \in [1; 2] \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 2]$$

Mặt khác ta có $y(1) = 1$ và $y(2) = \frac{5}{3}$.

Do đó $Q = \frac{5}{3}$ và $K = 1$.

$$\text{Vậy } \frac{24Q+27K}{2} - 1997 = -\frac{3927}{2}.$$

Ta chọn phương án C.

Câu 13.

Dựa vào tính biến thiên ta loại phương án B. Thay giá trị $x=1$ và $y=-1$, ta loại phương án C và D.

Ta chọn phương án A.

Câu 14.

Ta chọn phương án D.

Câu 15.

Ta có $\log_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4 = 16$,

$\log_x y = 4 \Rightarrow y = x^4 = 16^4 = 65536$

và $\log_y z = \frac{1}{2} \Rightarrow z = y^{\frac{1}{2}} = 65536^{\frac{1}{2}} = 256$.

Do đó $x+y+z = 16 + 65536 + 256 = 65808$.

Ta chọn phương án A.

Câu 16.

Ta có $\frac{1+\sqrt{13}}{3} > \frac{1+2\sqrt{3}}{3}$,

do đó $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m > \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^m$,

kết hợp với $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n$,

ta suy ra $\left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n$.

Vậy $m < n$. Ta chọn phương án B.

Câu 17.

Điều kiện $0 < x < 2$. Đặt $a = \lg x$, $b = \lg(2-x)$ ta suy ra $10^a + 10^b = x + (2-x) = 2$ (1)

Mặt khác phương trình đã cho tương đương

$$(\lg(x^2(2-x)))^3 + (\lg x)^2 \cdot \lg(x(2-x)^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow [2\lg x + \lg(2-x)]^3 + (\lg x)^2 \cdot [\lg x + 2\lg(2-x)] = 0$$

Thay $a = \lg x$, $b = \lg(2-x)$ vào phương trình trên ta được $(2a+b)^3 + a^2 \cdot (a+2b) = 0$

$$\Leftrightarrow 9a^3 + 14a^2b + 6ab^2 + b^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(9a^2 + 5ab + b^2) = 0 \Leftrightarrow b = -a \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được

$$10^a + 10^{-a} = 2 \Leftrightarrow 10^a + \frac{1}{10^a} = 2.$$

Vì $a = \lg x$ nên $x = 10^a$. Do đó

$$x + \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

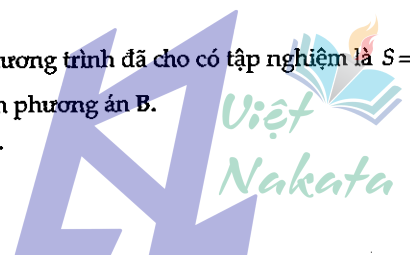
(nhận)

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{1\}$

Ta chọn phương án B.

Câu 18.

Ta có



$$36^{2x-m} = \sqrt{6^x} \Leftrightarrow 6^{2(2x-m)} = 6^{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 2(2x-m) = \frac{x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{4}x = m \Leftrightarrow x = \frac{4m}{7}$$

Ta chọn phương án D.

Câu 19.

Ta có $f(x) = (x+1)^x$, lấy logarit nepe hai vế ta được $\ln f(x) = \ln(x+1)^x \Leftrightarrow \ln f(x) = x \ln(x+1)$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1},$$

$$\text{hay } f'(x) = (x+1)^x \cdot \left[\ln(x+1) + \frac{x}{x+1} \right].$$

Ta chọn phương án A.

Câu 20.

Cách 1 (dành cho các bạn học sinh giỏi)

Trước hết, ta nhận xét $n=3$ là giá trị n thỏa mãn số tiền nhận được là lớn nhất, hay ta sẽ chứng minh mệnh đề sau: trong các số có dạng $\sqrt[n]{n}$ ($n \in \mathbb{N}, n > 1$)

, số $\sqrt[3]{3}$ có giá trị lớn nhất.

Dùng phép chứng minh quy nạp toán học.

Cách 2 (dành cho các bạn học sinh phổ thông)

Khảo sát hàm số theo ý tưởng tính đạo hàm của câu

19, hàm số trong câu này là $f(n) = \sqrt[n]{n} = n^{\frac{1}{n}}$.

Ta chọn phương án C.

Câu 21. Để thấy $x = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{1}{6!}$.

Ta chọn phương án A.

Câu 22.

Lời giải. ĐKXD: $x \neq 1$

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} \left(x - \frac{1}{2} \right) \cdot (3-x) > 0 \\ \log_2 |x-1| > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 3 \\ |x-1| > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 3 \\ x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{1}{2} \right) \cdot (3-x) < 0 \\ \log_2 |x-1| < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < \frac{1}{2} \\ |x-1| < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < \frac{1}{2} \\ 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \\ 0 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp ĐKXD, ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; 3)$.

Ta chọn phương án A.

Câu 23.

Ta có

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} |\sin 2x| dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin 2x| dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} |\sin 2x| dx$$

$$= -\frac{\cos 2x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\cos 2x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Vậy $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} |\sin 2x| dx = 1$. Ta chọn phương án B.

Câu 24. Thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big|_0^2 = \frac{32}{5} \text{ (đvtt)}.$$

Ta chọn phương án A.

Câu 25.

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$.

Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=-1$; $x=-1 \Rightarrow t=1$.

Suy ra

$$I = \int_{-1}^1 \frac{x^4}{1+2^x} dx = - \int_1^{-1} \frac{t^4}{1+2^{-t}} dt = \int_{-1}^1 \frac{t^4 dt}{1+2^{-t}}$$

$$= \int_{-1}^1 \frac{t^4 \cdot 2^t}{1+2^t} dt = \int_{-1}^1 \frac{t^4 \cdot 2^t + t^4 - t^4}{1+2^t} dt$$

Do đó $I = \int_{-1}^1 \frac{x^4}{1+2^x} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 t^4 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^5}{5} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{5}$. Vậy

$$\int_{-1}^1 \frac{x^4}{1+2^x} dx = \frac{1}{5}. \text{ Ta chọn phương án C.}$$

Câu 26.

Ta có

$$\int_0^1 \frac{3}{x^2 - 4x - 5} dx = \int_0^1 \frac{3}{(x-5)(x+1)} dx$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{\frac{1}{2}}{x-5} - \frac{\frac{1}{2}}{x+1} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln|x-5| - \ln|x+1|) \Big|_0^1$$

Vậy $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-5}{x+1} \right| \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln \frac{2}{5}$.

Ta chọn phương án D.

Câu 27. Ta chọn phương án D.

Câu 28.

Gọi x là số tiền mà doanh nhân đó đã gửi tiết kiệm cách đây 3 năm.

Sau 1 năm, số tiền doanh nhân nhận được là $x + \frac{6,8}{100} \cdot x$.

Sau 2 năm, số tiền doanh nhân nhận được là

$$\left(x + \frac{6,8}{100} \cdot x\right) + \frac{6,8}{100} \left(x + \frac{6,8}{100} \cdot x\right) = x \left(1 + \frac{6,8}{100}\right)^2$$

Sau 3 năm, số tiền doanh nhân nhận được là

$$x \left(1 + \frac{6,8}{100}\right)^3$$

Nhận thấy

$$x \left(1 + \frac{6,8}{100}\right)^3 > 1000 \text{ USD} \Rightarrow x > 821 \text{ USD.}$$

Do đó $x > 16\,420\,000$ VNĐ.

Ta chọn phương án D.

Câu 29: Đáp án B.

Khi đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases}$ thì $\begin{cases} du = 2x dx \\ v = \sin x \end{cases}$ (đúng).

Câu 30.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức

$$z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

$$\text{Ta có } |z + 3 - 2i| = |2z + 1 - 2i|$$

$$\Leftrightarrow |(x+3) + (y-2)i| = |(2x+1) + (2y-2)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-2)^2 = (2x+1)^2 + (2y-2)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{29}{9}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{29}{9}, \text{ có tâm } \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \text{ và bán kính}$$

$$\text{là } \frac{\sqrt{29}}{3}.$$

Ta chọn phương án A.

Câu 31.

Gọi $z_1 = a + bi, z_2 = x + yi, (a, b, x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } |z_1 + z_2| = \sqrt{2}|z_1|$$

$$\Leftrightarrow |(a+x) + (b+y)i| = \sqrt{2}|a+bi|$$

$$\Leftrightarrow (a+x)^2 + (b+y)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = a^2 + b^2 - 2ax - 2by$$

$$\Leftrightarrow (a-x)^2 + (b-y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow |(a-x) + (b-y)i| = \sqrt{2}|x+yi|$$

$$\Leftrightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{2}|z_2|$$

Ta chọn phương án B.

Câu 32.

Điều kiện $z \neq 2, \bar{z} \neq i$

Ta có

$$z+1 = \frac{z-7}{z-2} \Leftrightarrow (z+1)(z-2) = z-7$$

$$\Leftrightarrow z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1+2i \\ z = 1-2i \end{cases}$$

Với $z = 1+2i$, suy ra

$$\left|\frac{z+2i}{z-i}\right| = \left|\frac{1+4i}{1-3i}\right| = \left|-\frac{11}{10} + \frac{7}{10}i\right| = \frac{\sqrt{170}}{10}.$$

Với $z = 1-2i$, suy ra

$$\left|\frac{z+2i}{z-i}\right| = \left|\frac{1}{1+i}\right| = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ta chọn phương án C.

Câu 33.

Ta chọn phương án D. Chính xác là "Với một phương trình bất kì, nếu $z_0 \in \mathbb{C}$ là một nghiệm của phương trình thì $\bar{z}_0$ cũng là một nghiệm của nó".

Tham khảo trang 194 và 195 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Câu 34.

Vì $AC \parallel BD$ nên $ACDB$ là hình thang.

Ta chọn phương án D.

Câu 35.

Nhận thấy $SA = 2a$ và là đường cao của hình chóp $S.ABC$. Tam giác ABC vuông tại B có $AB = 2a, AC = 3a$, suy ra $BC = a\sqrt{5}$.

$$\text{Do đó } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a\sqrt{5} = a^2\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{5} = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}.$$

Ta chọn phương án C.

Câu 36.

$$\text{Ta có } V_1 = a \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a^3}{16}$$

$$\text{và } V_2 = a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}. \text{ Do đó } V_1 > V_2.$$

Ta chọn phương án A.

Câu 37.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC cạnh a .

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABC)$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAO ta có

$$SO^2 = SA^2 - AO^2 = 4a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{11}{3}a^2 \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$$

Ta chọn phương án B.

Câu 38.

Ta có đường chéo của hình lập phương chính là đường kính của khối cầu. Mặt khác ta lại có công thức: Bình phương độ dài đường chéo của hình lập phương bằng ba lần bình phương của độ dài cạnh

hình lập phương. Do đó $(2R)^2 = 3a^2 \Rightarrow a = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$,

suy ra

$$V_{(P)} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}R\right)^3 = \frac{8\sqrt{3}}{9}R^3.$$

Vì khối cầu có bán kính R nên ta dễ dàng tính được bán kính và chiều cao của khối trụ ngoại tiếp ngoài khối cầu lần lượt là R và $2R$, suy ra $V_{(T)} = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$.

$$\text{Do đó } \frac{V_{(P)}}{V_{(T)}} = \frac{\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3}{2\pi R^3} = \frac{4\sqrt{3}}{9\pi} \approx 0,245.$$

Ta chọn phương án C.

Câu 39.

Gọi H là tâm của tam giác đều ABD thì $A'H$ là đường cao của hình chóp $A'.ABD$.

Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và

$$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}. \text{ Ta tính được}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy}$$

$$V = \frac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{11}}{2}.$$

Ta chọn phương án D.

Câu 40.

Đặt $AB = x$, thì $A'B^2 = A'C^2 = x^2 + 2a^2$. Áp dụng định lý cosin trong tam giác $A'BC$ ta được

$$\begin{aligned} \cos \widehat{BA'C} &= \frac{A'B^2 + A'C^2 - BC^2}{2 \cdot A'B \cdot A'C} \\ \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 4a^2 - a^2}{2(x^2 + 2a^2)} &= \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = a \end{aligned}$$

Suy ra tam giác ABC đều, nên $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Do đó phân nửa thể tích hình lăng trụ

$$ABC.A'B'C' \text{ là: } \frac{V}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Ta chọn phương án D.

Câu 41.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên SB .

Dễ thấy $CB \perp (SAB)$, suy ra $CB \perp AK$, kết hợp với $SB \perp AK$ ta được $AK \perp (SBC)$ hay $d(A; (SBC)) = AK$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2},$$

suy ra $AK = \sqrt{2}$. Vậy $d(A; (SBC)) = \sqrt{2}$.

Vì M là trung điểm AB nên

$$d(M; (SBC)) = \frac{1}{2}d(A; (SBC)) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } [d(M; (SBC))]^2 = \frac{1}{2}.$$

Ta chọn phương án D.

Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn $d(M; (SBC))$ và

$d(A; (SBC))$ ta sẽ chọn nhầm phương án B. Quên bình

phương khoảng cách ta sẽ chọn nhầm phương án C.

Nhầm lẫn $d(M; (SBC))$ và $d(A; (SBC))$ cùng với

quên bình phương khoảng cách ta sẽ chọn nhầm phương

án A. Do đó các bạn học sinh khi giải toán trắc nghiệm

cần chú ý yêu cầu của đề bài, tránh trường hợp làm ra hơn 90% bài toán nhưng lại kết luận sai!

$$\text{Câu 42. Ta có } V = V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Mặt khác, nhận thấy } SM = 3MA \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{3}{4},$$

$$SN = \frac{1}{5}SB \Rightarrow \frac{SN}{SB} = \frac{1}{5} \text{ và } \frac{SP}{2SP+PC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2}.$$

Kết hợp với

$$\frac{V'}{V} = \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{40}.$$

Do đó $V' = \frac{3}{40} \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{160}$.

Ta chọn phương án A.

Câu 43. Ta có $d(M;(\alpha)) = \frac{|-6+2+2-7|}{3} = 3$. Suy ra

bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Ta chọn phương án B.

Câu 44.

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 1)$, qua $H(-2; 4; -1)$. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$, ($A^2 + B^2 + C^2 > 0$).

Ta có

$$d \parallel (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ H(-2; 4; -1) \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2A - 3B + C = 0 \\ -3A + 4B - C \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = -2A + 3B \\ C \neq 3A - 4B \end{cases} (*)$$

Mặt khác (P) qua $K(1; 0; 0)$ suy ra

$$(P): Ax + By + (3B - 2A)z - A = 0.$$

Ngoài ra

$$d(M; (P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|-5A + 8B|}{\sqrt{A^2 + B^2 + (3B - 2A)^2}} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 5A^2 - 22AB + 17B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ 5A = 17B \end{cases}$$

➤ Với $A = B \Rightarrow C = B$ không thỏa mãn (*).

➤ Với $5A = 17B$, chọn $A = 17$, suy ra $B = 5$, do đó $C = -19$ (nhận)

Vậy (P): $17x + 5y - 19z - 17 = 0$.

Ta chọn phương án B.

Câu 45.

Tiếp điểm chính là hình chiếu vuông góc H của I xuống mặt phẳng (P).

Đường thẳng IH qua I và nhận vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; -3)$ của mặt phẳng (P) làm vector chỉ phương có phương trình là:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -5 - t \\ z = -2 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Tọa độ H cần tìm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -5 - t \\ z = -2 - 3t \\ 2x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{9}{7}, x = \frac{3}{7}, y = -\frac{26}{7}, z = \frac{13}{7}$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{3}{7}; -\frac{26}{7}; \frac{13}{7}\right).$$

Ta chọn phương án D.

Câu 46.

Ta chọn phương án B.

Phương trình mặt phẳng (Q) là $2x + 2y + z - 2 = 0$.

Câu 47.

Vì M nằm trên trục hoành nên $M(x; 0; 0)$. Ta tính được $\overline{MA} = (1 - x; 2; 3)$ và $\overline{MB} = (-3 - x; -3; 2)$.

Vì M cách đều A, B nên $MA^2 = MB^2$, hay $(1 - x)^2 + 2^2 + 3^2 = (-3 - x)^2 + (-3)^2 + 2^2 \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy $M(-1; 0; 0)$. Ta chọn phương án A.

Câu 48.

Dễ thấy A, B, C, D đồng phẳng, nên có vô số mặt phẳng cách đều cả 4 điểm đã cho, chính là những mặt phẳng song song với (ABCD).

Ta chọn phương án D.

Câu 49.

Vector chỉ phương của (d_1) và (d_2) lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; 3; 4)$ và $\vec{u}_2 = (1; 2; -2)$.

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $d_1 \perp d_2$.

Mặt khác ta tìm được một điểm chung của (d_1) và (d_2) là $Q(1; 2; 3)$.

Ta chọn phương án C.

Câu 50.

Gọi I, H lần lượt là hình chiếu của A lên MN và (P). Ta tính được $I(1; 3; 2)$. Suy ra tam giác AIH

vuông tại H. Khi đó $d(A; (P)) = AH \leq AI$. Dấu

bằng xảy ra khi $I \equiv H$. Do đó (P) đi qua I và có

vector pháp tuyến $\vec{IA} = (11; -8; 6)$, suy ra

$$(P): 11x - 8y + 6z + 1 = 0.$$

Ta chọn phương án C.



ĐỀ SỐ 26

Câu 1: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 10$ trên đoạn $[-3; 3]$ lần lượt là:

- A. $\frac{274}{27}; 10$ B. 12; 9 C. 22; -38 D. 22; 10

Câu 2: Đồ thị hàm số nào sau đây luôn nằm phía trên trục hoành:

- A. $y = x^2 + 2x - 3$ B. $y = x^4 + 3x^2 - 1$
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 3$

Câu 3: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại x_1, x_2 nằm hai phía trục tung khi và chỉ khi:

- A. $a > 0, b < 0, c > 0$ B. $b^2 - 12ac > 0$ C. a và c trái dấu D. $b^2 - 12ac \geq 0$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Tìm khẳng định sai?

- A. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Hiệu số $F(a) - F(b)$ được gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$.
B. Tích phân của hàm số $f(x)$ đi từ a đến b là một đại lượng chỉ phụ thuộc vào hàm f và hai cận $a; b$ mà không phụ thuộc vào biến số.
C. Tích phân của hàm số $|f(x)|$ từ a đến b là một giá trị dương nếu $f(x)$ không phải là hàm hằng và $a < b$.
D. Tích phân của hàm số $f(x)$ từ a đến b là diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $f(x)$; trục Ox và hai đường thẳng $x = a; x = b$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{3x+2}$ là:

- A. $y = -\frac{1}{3}$ B. $x = -\frac{1}{3}$ C. $y = \frac{1}{3}$ D. $x = \frac{1}{3}$

Câu 6: Tìm m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-1; +\infty)$ C. $[1; +\infty)$ D. $[-1; +\infty)$

Câu 7: Cho hàm số: $y = f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$. Tính giá trị $S = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{4}f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$

- A. -1 B. 1 C. 0 D. Kết quả khác

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0, 2)$
B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$
C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Câu 9: Cho bảng biến thiên của một hàm số $f(x)$ như sau:



x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
y'		-	0	-	0	+	0	-
y	4		2		0		5	

Tìm số khẳng định đúng?

- Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số có đúng ba cực trị.
- Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.
- Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.
- Đạo hàm của hàm số có bốn lần đổi dấu.
- Đồ thị hàm số không phải là đường nét liền.
- Phương trình $y=2$ và phương trình $y=3$ có cùng số nghiệm và mỗi phương trình có ít nhất một nghiệm nguyên.
- Đường thẳng $y=4$ là tiệm cận ngang duy nhất của đồ thị hàm số.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Câu 10: Đồ thị của hàm số: $y = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 1}$

A. Không có tiệm cận

B. Có tiệm cận ngang

C. Có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên

D. Có tiệm cận đứng

Câu 11: Một người gửi ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất kép theo quý là 3%. Hỏi sau 3 năm người đó có được tổng bao nhiêu tiền?

A. 701,4 triệu đồng

B. 712,9 triệu đồng

C. 821,4 triệu đồng

D. 696,9 triệu đồng

Câu 12: Phương trình $5^{x+1} - 3^x = 4$ có bao nhiêu nghiệm.

A. Vô nghiệm

B. 1 nghiệm

C. 2 nghiệm

D. Vô số nghiệm

Câu 13: Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì:

A. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$

B. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$

C. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$

D. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$

Câu 14*: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{x(x+1)^3}{(x+3)(x^2+x-6)^2}$ tại điểm $x=1$ bằng:

A. 0

B. $-\frac{1}{9}$

C. $\frac{29}{4}$

D. $\frac{9}{4}$

Câu 15: Nhận xét nào dưới đây là đúng?

A. $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \quad \forall a, b, c > 0; a, b, c \neq 1$

B. Hàm số e^{2017x} nghịch biến trên $\mathbb{R}$

C. Hàm số $\ln x$ là hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$

D. $\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b, \forall a, b, c > 0$

Câu 16: Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$

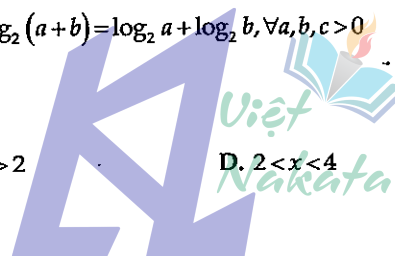
A. $x < 3$

B. $-1 < x < 0$

C. $x > 2$

D. $2 < x < 4$

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \ln \frac{5x}{3x-6}$ là:



- A. $D = (0; 2)$ B. $D = [0; 2]$ C. $D = (2; +\infty)$ D. $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = e^x (x-2)^2$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

- A. 0 B. e C. e^2 D. e^3

Câu 19: Với giá trị nào của m , phương trình $9^x - 3^x + m = 0$ có nghiệm:

- A. $m < 0$ B. $m \leq \frac{1}{4}$ C. $m > 0$ D. $m \geq -\frac{1}{4}$

Câu 20: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{|x|}$ trên $[-2; 2]$ lần lượt là:

- A. $4; \frac{-1}{4}$ B. $4; \frac{1}{4}$ C. $1; \frac{1}{4}$ D. $4; 1$

Câu 21: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị: $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + x$ có kết quả là:

- A. $\frac{10}{3}$ B. 9 C. $\frac{9}{8}$ D. 12

Câu 22: Tìm một nguyên hàm của $F(x)$ của $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$ biết $F(1) = 0$

- A. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$ B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{3}{2}$
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$ D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$

Câu 23: Tốc độ sinh sản trung bình sau thời gian t năm của loài hươu Krata được mô tả bằng hàm số: $v(t) = 2.10^3 \cdot e^{-t} \cdot t$. Hỏi rằng, sau 20 năm số lượng tối thiểu sẽ là bao nhiêu biết rằng ban đầu có 17 con hươu Krata và số lượng hươu $L(t)$ con được tính qua công thức: $dL(t)/dt = v(t)$?

- A. 2017 B. 1000 C. 2015 D. 1002

Câu 24: Họ nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ là:

- A. $F(x) = \ln|x(x+1)| + c$ B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c$
C. $F(x) = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c$ D. $F(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + c$

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong (C): $f(x) = \frac{-3x-1}{x+1}$ và hai trục tọa độ

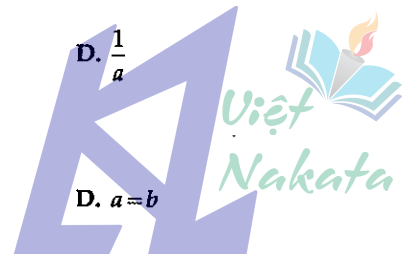
- A. $1 - \ln \frac{9}{4}$ B. $-1 + 2 \ln 2$ C. $-1 + \ln 7$ D. $-1 + \ln \frac{5}{3}$

Câu 26: Với $a < 0$. Tích phân $\int_a^1 \frac{2x}{(a-x^2)^2} dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{a+1}{a-1}$ B. $\frac{a^2+1}{a(a-1)}$ C. $\frac{a+1}{a(1-a)}$ D. $\frac{1}{a}$

Câu 27: Cho $\int_0^1 e^{3x} dx = \frac{e^a - 1}{b}$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a = -b$ B. $a < b$ C. $a > b$ D. $a = b$



Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$. Mô đun của số phức $w = z+i+1$ là:

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 29: Xét các câu sau:

1. Nếu $z = \bar{z}$ thì z là một số thực
2. Mô đun của một số phức z bằng khoảng cách OM, với M là điểm biểu diễn z trong hệ tọa độ phức.
3. Mô đun của một số phức z bằng số $\sqrt{z \cdot \bar{z}}$

Trong 3 câu trên:

- A. Cả ba câu đều sai B. Chỉ có 1 câu đúng
C. Chỉ có 2 câu đúng D. Cả ba câu đều đúng

Câu 30: Tính số phức $(1+4i)(2-5i)$ có giá trị bằng

- A. $22+3i$ B. $22-3i$ C. $-18+3i$ D. $-18-3i$

Câu 31: Cho $w = z^2 + z - 1$ tìm phần thực của số phức w biết $z = \frac{(1-3i)(3+i)}{1+i}$

- A. 7 B. -50 C. 15 D. -10

Câu 32: Tìm số phức z để $z - \bar{z} = z^2$ ta được:

- A. $z=0$ hay $z=1$ B. $z=1$ hay $z=-i$
C. $z=0$ hay $z=i$ D. $z=0, z=1+i$ hay $z=1-i$

Câu 33: Một căn bậc hai của số phức $z=15+8i$ là:

- A. $15+4i$ B. $4-i$ C. $4+i$ D. $15-4i$

Câu 34*: Nếu $|z|=1$ thì $\frac{z^2-1}{z}$

- A. Bằng 0 B. Là số thuần ảo C. Lấy mọi giá trị phức D. Lấy mọi giá trị thực

Câu 35: Cho số phức $z=9-2i$. Mô đun của số phức z là:

- A. $\sqrt{85}$ B. $\sqrt{77}$ C. 11 D. 7

Câu 36: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, hình chiếu của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

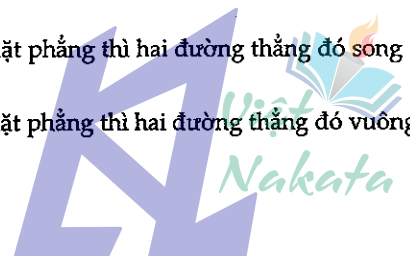
Câu 37: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất:

- A. Hai mặt B. Ba mặt C. Bốn mặt D. Năm mặt

Câu 38: Chọn khẳng định đúng:

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau

Câu 39: Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là:



A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{a^3}{6}$

D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 40: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc ABC bằng 60° , cạnh bên SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy góc 60° . Thể tích khối chóp S.ABCD là:

A. $\frac{a^3}{2}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{5}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 41: Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng 11, 13, 15, chiều cao khối lăng trụ bằng trung bình cộng của các cạnh đáy. Tính thể tích khối lăng trụ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất):

A. 905,2

B. 806,6

C. 715,7

D. 696,6

Câu 42: Một tứ diện đều (A) nội tiếp một hình cầu (S) và ngoại tiếp một hình cầu (Q). Khẳng định đúng là:

A. $S_{(A)} > S_{(S)}$

B. $V_{(A)} > V_{(Q)}$

C. $\frac{V_{(S)}}{V_{(Q)}} = \frac{1}{2}$

D. Khẳng định A và B.

Câu 43: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, đường cao của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Góc giữa mặt bên và đáy bằng:

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Câu 44: Cho điểm A(1;2;3) và đường thẳng: (d): $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+2t \\ z=4-t \end{cases}$. Hình chiếu của A trên (d) có tọa độ là:

A. $\left(\frac{7}{9}; \frac{20}{9}; \frac{35}{9}\right)$

B. $\left(\frac{10}{9}; \frac{20}{9}; \frac{25}{9}\right)$

C. $\left(\frac{3}{9}; \frac{6}{9}; \frac{10}{9}\right)$

D. $\left(\frac{2}{9}; -\frac{5}{9}; \frac{15}{9}\right)$

Câu 45: Cho đường thẳng d đi qua M(2;0;-1) và có vectơ chỉ phương $\vec{a}(4;-6;2)$. Phương trình tham số của đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6-3t \\ z=2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$

Câu 46: Cho A(1;1;3); B(-1;3;2); C(-1;2;3). Khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. 3

Câu 47: Cho mặt cầu (S) có tâm I(1;2;-1) và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $-2x+2y-z+3=0$. Bán kính của mặt cầu (S) là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 48: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm B(1;2;-1) và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất:

A. $x+y-2z-5=0$

B. $2x+y-z-5=0$

C. $x+2y-2z-7=0$

D. $x+2y-z-6=0$

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+6y-3=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là:

A. I(-4;6;0); R=4

B. I(-4;6;0); R=16

C. I(2;-3;0); R=4

D. I(2;-3;0); R=16

Câu 50: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α): $x-2y+z+1=0$ và (β): $x-2y+z-5=0$ là:

A. $\sqrt{3}$

B. $\sqrt{4}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\sqrt{6}$

ĐÁP ÁN

1C	2D	3C	4D	5C	6A	7B	8C	9D	10A
11B	12B	13C	14C	15A	16B	17D	18A	19B	20D
21C	22D	23A	24C	25A	26C	27D	28C	29D	30A
31B	32D	33C	34B	35A	36C	37B	38C	39A	40A
41A	42B	43C	44A	45C	46D	47B	48D	49C	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Ta có:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(-3) = -38; f(3) = 22; f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{274}{27}; f(1) = 10$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 2: Điều kiện đồ thị nằm phía trên trục hoành là: $y = f(x) > 0; \forall x$.

Ta có:

+Với A ta có: $y(0) = -3 < 0$

+Với B ta có: $y(0) = -1 < 0$

+Với C ta có: $y(0) = -2 < 0$

+Với D ta có: $y = (x^2 - 1)^2 + 2 > 0; \forall x$

Do đó đáp án đúng là D.

Câu 3:

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

x_1, x_2 nằm hai phía trục tung tức là x_1, x_2 trái dấu hay suy ra: $3ac < 0$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 4: Khẳng định A hiển nhiên đúng, khẳng định B cũng đúng, có thể thấy được điều này từ khẳng định A. Khẳng định C cũng đúng, vì nếu $f(x)$ không đồng nhất với 0 thì rõ ràng tồn tại giá trị để $f(x) \neq 0 \Rightarrow |f(x)| > 0$ nên hiển nhiên tích phân đó dương. Khẳng định D sai, bởi vì nó chỉ đúng khi $f(x)$ ngoài là hàm liên tục nó còn phải là hàm không âm!

Do đó, đáp án đúng là D.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị:

$$y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{3x+2} = \frac{1}{3}$$

Do đó, đáp án đúng là C.

Câu 6: Ta có:

$$y = \frac{x+1}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-1}{(x+m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên $(3; +\infty)$ khi:

$$\begin{cases} m-1 > 0 \\ x+m \neq 0; \forall x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 7: Ta có:

$$f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4 \cos x \sin^3 x - 4 \sin x \cos^3 x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4 \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \sin 2x (-\cos 2x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\sin 4x \Rightarrow f''(x) = -4 \cos 4x$$

$$\Rightarrow S = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{4} f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sin \pi - \cos \pi = 1$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 8: Ta có:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0, 2)$

+Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và $(-\infty; 0)$.

Do đó đáp án đúng là C.

Câu 9: Kiểm tra:

+Khẳng định 1 và 6 là sai do hàm số không xác định tại $x=0$.

+Khẳng định 2 đúng! Rất nhiều em sai lầm chỉ nhớ là tại điểm x_0 nếu $f'(x)$ đổi dấu thì tại đó là cực trị và cho rằng hàm số có bốn cực trị tại $x = -1; 0; 1; 2$ nhưng lưu ý định nghĩa trang 13 sách giáo khoa thì điều kiện đầu tiên là $f(x)$ ngoài liên tục thì phải xác định trên khoảng $(a; b)$

+Khẳng định 3 đúng! Do hàm số không xác định tại $x=0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty!$

+Khẳng định 4 sai ! Ta nhận thấy ngay không tồn tại giá trị nào mà thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow x_0} y = \infty$ nên không có tiệm cận đứng! Sai lầm học sinh hay mắc phải là cho rằng: $\lim_{x \rightarrow 0} y = 5$ nên cho rằng $x=0$ là tiệm cận đứng.

+Khẳng định 5 đúng do rõ ràng ta thấy đạo hàm hàm số đổi dấu tại $x = -1; 0; 1; 2$.

+Khẳng định 7 đúng vì bằng cách nhìn vào bảng biến thiên tại các nút thì thấy mỗi phương trình đó có đúng 5 nghiệm.

+Khẳng định 8 đúng vì rõ ràng thấy:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$$

Đáp án đúng là D.

Câu 10:

$$\text{Ta có: } y = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(3x-1)}{x-1} = 3x - 1$$

Do đó y là phương trình đường thẳng nên không có tiệm cận. Vậy đáp án đúng là A.

Câu 11: Lãi kép phát sinh khi lãi được thêm vào số tiền gốc, do đó, từ thời điểm đó trở đi, lãi mà đã được thêm vào cũng kiếm được tiền lãi.

Nếu gọi V_0 là vốn ban đầu, n là số lần trả lãi, I là lãi suất và V là số tiền vốn gộp lãi hàng kỳ. Thì ta có như sau:

$$\text{Lần nhận lãi 1: } V = V_0(1+I) = V_0 + IV_0$$

$$\text{Lần nhận lãi 2: } V = V_0(1+I).(1+I)$$

....

$$\text{Lần nhận lãi } n: V = V_0(1+I)^n$$

Công thức lập ra được là:

$$V = V_0(1+I)^n$$

Áp dụng vào bài tập ta có:

$$500.(1+0,03)^{12} = 712,9$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 12:

Ta có:

$$5^{x+1} - 3^x = 4 \Leftrightarrow 5^{x+1} = 3^x + 4$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + 4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x = 5(*) \Leftrightarrow x = 0$$

Phương trình (*) có nghiệm duy nhất là $x=0$ vì về trái của nó là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 13: Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì:

$$\text{Ta có: } \log_{30} 1350 = \log_{5 \cdot 3 \cdot 2} 5^2 \cdot 3^3 \cdot 2 = b + 2a + 1$$

Vậy đáp án đúng là C.

$$\text{Câu 14: Ta xét hàm số } y = \frac{x(x+1)^3}{(x^2+x-6)^2} \text{ trên } \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

ta có:

$$y = \frac{x(x+1)^3}{(x+3)(x^2+x-6)^2} = \frac{x(x+1)^3}{(x-2)^2(x+3)^3} > 0; \forall x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln x + 3\ln(x+1) - 2\ln(2-x) - 3\ln(x+3)$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x} + \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x+3} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{y'' \cdot y - (y')^2}{y^2} = \frac{-1}{x^2} + \frac{-3}{(x+1)^2} - \frac{-2}{(2-x)^2} - \frac{-3}{(x+3)^2} \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } y(1) = \frac{1}{2} \xrightarrow{(1)} y'(1) = \frac{15}{8} \xrightarrow{(2)} y''(1) = \frac{29}{4}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 15: Ta có:

+Khẳng định B,C,D sai ngay từ cái nhìn đầu tiên nếu như bạn đọc nắm rõ kiến thức.

+Khẳng định A đúng vì:

$$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = \frac{\ln b}{\ln a} \cdot \frac{\ln c}{\ln b} \cdot \frac{\ln a}{\ln c} = 1$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 16: Ta có:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x+1}} > 12$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} - 12 > 0$$

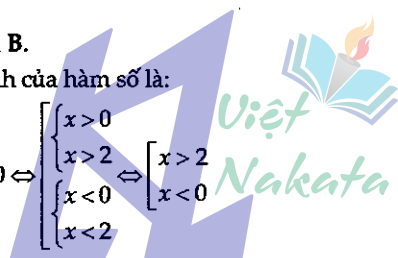
$$\Leftrightarrow \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} - 3\right)\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} + 4\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} > 3 \Leftrightarrow 0 > x > -1$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 17: Tập xác định của hàm số là:

$$\frac{5x}{3x-6} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$$



Vậy đáp án đúng là D.

Câu 18: Ta có:

$$\begin{aligned} y &= e^x (x-2)^2 \\ y' &= 2e^x (x-2) + e^x (x-2)^2 = (x-2)xe^x \\ y' &= 0 \Leftrightarrow x = 2 (1 \leq x \leq 3) \\ \begin{cases} y(2) = 0 \\ y(1) = e \\ y(3) = e^3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 19:

$$\begin{aligned} 9^x - 3^x + m &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= 3^x - 9^x = t - t^2 \quad (t = 3^x > 0) \\ \Leftrightarrow f(t) &= t - t^2; t > 0 \\ f'(t) &= 1 - 2t \\ \lim_{t \rightarrow 0} f(t) &= 0; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}; \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = -\infty \Rightarrow m \leq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 20: Ta có: $y = 2^{|x|} \geq 2^0 = 1; y = 2^{|x|} \leq 2^2 = 4$

Do đó, đáp án đúng là D.

Câu 21: Ta có:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= -x^2 + x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow S &= \int_0^{\frac{3}{2}} |x^2 - 2x + x^2 - x| dx = \frac{9}{8} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 22: Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x^3 - 1}{x^2} &= x - \frac{1}{x^2} \\ \Rightarrow F(x) &= \int \left(x - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + c \\ F(1) &= 0 \Rightarrow c = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 23: Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= v(t) = 2 \cdot 10^3 e^{-t} t \Rightarrow L(x) - L(0) = \int_0^x 2 \cdot 10^3 e^{-t} t dt \\ \Rightarrow L(x) &= L(0) - 2 \cdot 10^3 \left(\left(te^{-t} \right) \Big|_0^x - \int_0^x e^{-t} dt \right) \\ \Rightarrow L(x) &= L(0) - 2 \cdot 10^3 \left(xe^{-x} - \left(-e^{-t} \right) \Big|_0^x \right) \\ \Rightarrow L(x) &= L(0) - 2 \cdot 10^3 (xe^{-x} + e^{-x} - 1) \\ x = 20; L(0) &= 17 \Rightarrow L(20) = 2017 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 24: Ta có:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \\ \int \frac{1}{x(x+1)} dx &= \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx \\ &= \ln|x| - \ln|x+1| + C = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 25: Giao hai trục tọa độ là:

$$A(0; -1); B\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$$

Vậy diện tích hình phẳng là:

$$\int_{-1/3}^0 |f(x)| dx = \int_{-1/3}^0 \frac{3x+1}{x+1} dx = 1 - \ln \frac{9}{4}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 26: Ta có:

$$\begin{aligned} \int_a^1 \frac{2x}{(a-x^2)^2} dx &= \int_a^1 \frac{d(x^2)}{(a-x^2)^2} = \int_a^1 \frac{dt}{(a-t)^2} = \frac{-1}{a-t} \Big|_a^1 \\ \int_a^1 \frac{2x}{(a-x^2)^2} dx &= \frac{a+1}{a(1-a)} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 27: Ta có:

$$\int_0^1 e^{3x} dx = \frac{e^{3x}}{3} \Big|_0^1 = \frac{e^3 - 1}{3} = \frac{e^a - 1}{b} \Rightarrow a = b = 3$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 28: Ta có:

$$\begin{aligned} z &= \frac{7+8i - \frac{2(1+2i)}{1+i}}{2+i} = 3+2i \\ w &= z+i+1 = 4+3i \\ \Rightarrow |w| &= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 29:

Khẳng định A đúng vì:

$$z = a+bi; \bar{z} = \bar{z} \Rightarrow a+bi = a-bi \Rightarrow b=0$$

Khẳng định B đúng vì:

$$z = a+bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = OM$$

Khẳng định C đúng vì:

$$\begin{aligned} z &= a+bi \\ |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} \\ z \cdot \bar{z} &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 30:

Bấm máy tính hoặc tính tay ta có:

$$(1+4i)(2-5i) = 22+3i$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 31:

Ta có:

$$z = \frac{(1-3i)(3+i)}{1+i} = \frac{6-8i}{1+i} = \frac{(6-8i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = -1-7i$$

$$\Rightarrow w = -1+z+z^2 = -1+(-1-7i)+(-1-7i)^2 = -50+7i$$

$$\Rightarrow \text{Re}(w) = -50$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 32: Ta có:

$$z - \bar{z} = z^2 \Leftrightarrow (a+bi) - (a-bi) = (a+bi)^2$$

$$\Leftrightarrow 2bi = (a^2 - b^2) + 2abi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2b = 2ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ b = 1; a = \pm 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 0; z = 1 \pm i$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 33: Ta có:

$$z = 15+8i = (a+bi)^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 15 \\ 2ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4; b = -1 \\ a = 4; b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow w_1 = -4-i; w_2 = 4+i$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 34: Ta có:

$$z = a+bi; |z|=1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{z^2 - 1}{z} = \frac{(a+bi)^2 - 1}{a+bi} = \frac{(a^2 - b^2 - 1) + 2abi}{a+bi}$$

$$\Rightarrow \frac{z^2 - 1}{z} = \frac{[(a^2 - b^2 - 1) + 2abi](a-bi)}{(a+bi)(a-bi)}$$

$$\Rightarrow \frac{z^2 - 1}{z} = \frac{a(a^2 - b^2 - 1) + 2ab^2 + [2a^2b - (a^2 - b^2 - 1)b]i}{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow \frac{z^2 - 1}{z} = \frac{a(a^2 + b^2 - 1) + b(a^2 + b^2 + 1)i}{a^2 + b^2}$$

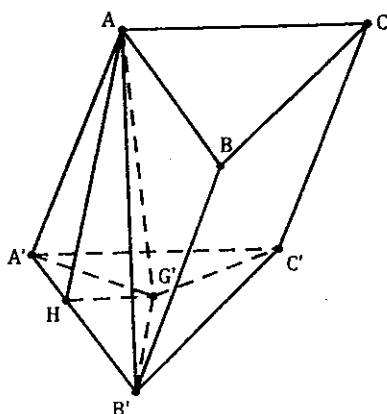
$$\Rightarrow \frac{z^2 - 1}{z} = 2bi \quad (a^2 + b^2 = 1)$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 35: Công thức modun là: $z = \sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85}$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 36:



Ta có: $AH \perp A'B'; AG' \perp (A'B'C')$

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle AHG' = ((AA'B); (A'B'C')) = 60^\circ \\ CH \perp A'B' \end{cases}$$

$$\Rightarrow AG' = HG' \cdot \tan 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot HC' \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AG' = \frac{1}{3} \cdot \left(2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \sqrt{3} = a$$

$$\Rightarrow V = AG' \cdot S_{ABC} = a \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (2a) \cdot (2a) \cdot \sin 60^\circ \right)$$

$$\Rightarrow V = a^3 \sqrt{3}$$

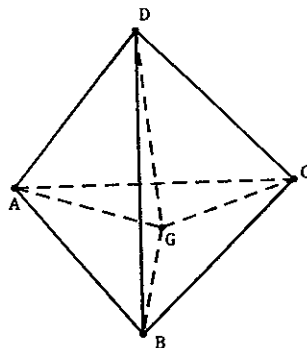
Vậy đáp án đúng là C.

Câu 37: Xem lại sách giáo khoa!

Đáp án đúng là B.

Câu 38: Hiển nhiên đáp án đúng là C.

Câu 39: Ta có:



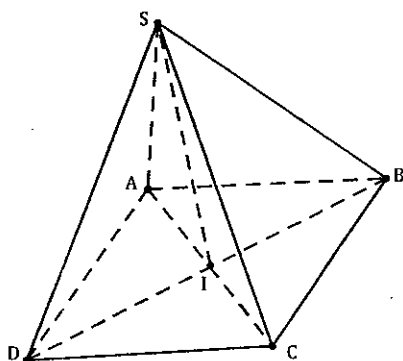
$$AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ \right) \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 40:



Ta có: $AC = a \Rightarrow SA = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$BD = 2BI = 2 \cdot BC \sin 60^\circ = 2 \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 41: Ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

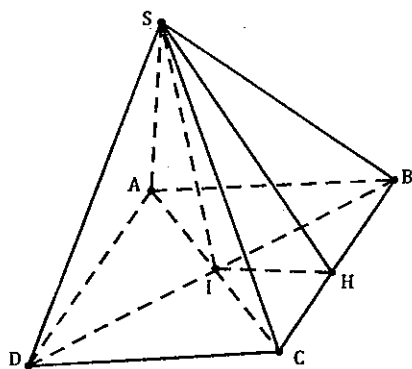
$$S = \sqrt{\frac{39}{2} \left(\frac{39}{2} - 11 \right) \left(\frac{39}{2} - 13 \right) \left(\frac{39}{2} - 15 \right)} = \frac{39\sqrt{51}}{4}$$

$$h = \frac{11+13+15}{3} = 13$$

$$V = hS = 13 \cdot \frac{39\sqrt{51}}{4} = 905,2$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 43:



$$\text{Ta có: } SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; IH = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \tan IHS = \frac{SI}{HI} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow ((SBC); (ABCD)) = IHS = 60^\circ$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 44: Ta có:

$$H \in (d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases} \Rightarrow H(1 - 2h; 2 + 2h; 4 - h)$$

$$AH \perp (d) \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2h) \cdot (-2) + (2h) \cdot 2 + (1 - h) \cdot (-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{1}{9} \Rightarrow H\left(\frac{7}{9}; \frac{20}{9}; \frac{35}{9}\right)$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 45: Áp dụng công thức ta có ngay phương

$$\text{trình đường thẳng: } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 46: Ta có: $\overrightarrow{AB}(-2; 2; -1); \overrightarrow{AC}(-2; 1; 0)$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 2; 2)$$

$$\Rightarrow (ABC): (x-1) + 2(y-1) + 2(z-3) = 0$$

$$\Rightarrow (ABC): x + 2y + 2z - 9 = 0$$

$$\Rightarrow d(O, (ABC)) = \frac{9}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 47: Ta có:

$$R = d_{I(\alpha)} = \frac{|1 \cdot (-2) + 2 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 48: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm

$B(1; 2; -1)$ và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất

khi và chỉ khi mặt phẳng (P) đó vuông góc với

$\overrightarrow{OB}$:

$$\overrightarrow{OB} = (1; 2; -1) \Rightarrow (P): (x-1) + 2(y-2) - (z+1) = 0$$

$$\Rightarrow (P): x + 2y - z - 6 = 0$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 49: Ta có:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 3 = 0$$

$$(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow I(2; -3; 0); R = 4$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 50: Do hai mặt phẳng song song nên ta có:

$$A(1, 2, 2) \in (\alpha)$$

$$d(A, (\beta)) = d((\alpha), (\beta)) = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

Vậy đáp án đúng là D.

ĐỀ SỐ 27

Câu 1. Số nghiệm của phương trình $(x^3 + x) \cdot e^x \cdot \sqrt{x} = 2e$ là:

- A. Vô nghiệm B. 1 nghiệm C. 2 nghiệm D. Vô số nghiệm

Câu 2. Số giá trị cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. Vô số

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 4$ là:

- A. -4 B. $-\frac{104}{27}$ C. 100 D. Không tồn tại

Câu 4. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 6$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 5. Chọn phát biểu đúng khi nói về hàm số $f(x) = |x|$ tại $x = 0$.

- A. Có đạo hàm và đạt cực trị B. Không có đạo hàm và đạt cực trị
C. Có đạo hàm và không đạt cực trị D. Không có đạo hàm và không đạt cực trị

Câu 6. Chọn phát biểu đúng khi nói về tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

- A. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -2$ B. Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$
C. Tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 2$ D. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$

Câu 7. Chu vi của một tam giác là 16cm , độ dài một cạnh tam giác là 6cm . Tích độ dài hai cạnh còn lại của tam giác trong trường hợp tam giác có diện tích lớn nhất là:

- A. $44\sqrt{10}$ B. 25 C. 9 D. 16

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Biết rằng $\max_x f(x) = f(x_0)$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x = x_0$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$ B. $y = 0$
C. Không tồn tại GTLN D. Không tồn tại tiếp tuyến

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ B. $\frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$ C. $\frac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$ D. $\frac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Câu 10. Giả sử rằng hàm số $(C): y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3$ (m là tham số) luôn có điểm cực tiểu chạy trên đường thẳng cố định. Phương trình đường thẳng cố định ấy là:

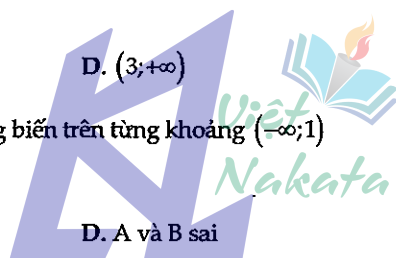
- A. $3x - y + 1 = 0$ B. $3x + y + 1 = 0$ C. $3x + y - 1 = 0$ D. $-3x + y + 1 = 0$

Câu 11. Khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$ là:

- A. $(-\infty; 3)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(1; 3)$ D. $(3; +\infty)$

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+m^2+m+1}{x-1}$ đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. A và B đúng D. A và B sai



Câu 13. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$ có tọa độ là:

- A. $I\left(-2; \frac{1}{3}\right)$ B. $I\left(2; -\frac{1}{3}\right)$ C. $I\left(2; \frac{1}{3}\right)$ D. $I\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $5.9^{x-1} + 4.3^x - \frac{41}{9} \leq 0$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus [0; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; 0]$ D. $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 0)$

Câu 15. Cho $a = \log_7 11$ và $b = \log_{\frac{1}{11}} 49$. Khi đó giá trị của $\log_{\frac{1}{7}} 121$ tính theo a và b là:

- A. $-2a$ B. $\frac{4}{b}$ C. A và B đúng D. A và B sai

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + 2\log_2 x + 2} + \sqrt{\log_2^2 x - 4\log_2 x + 13} = 5$ là:

- A. Vô nghiệm B. 1 nghiệm C. 2 nghiệm D. Vô số nghiệm

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\log_2 x + m \geq x$ với mọi $x \in [1; 3]$.

- A. $m \geq \frac{1}{\ln 2} + \log_2(\ln 2)$ B. $m \geq 3 - \log_2 3$ C. $m \geq 1$ D. Cả A, B và C đều sai

Câu 18. Chọn phát biểu đúng:

- A. Đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ và đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
 B. Công thức lãi kép là $C = A(1+r)^N$, trong đó C là số tiền nhận được sau N kì gửi tiết kiệm với số vốn là A và mức lãi suất r .
 C. Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và $b > 0$. Số thực α để $a^\alpha = b$ được gọi là logarit cơ số a của b .
 D. A và B đúng.

Câu 19. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $2^{2\lg(4x)-1} - 7^{\lg(4x)} = 7^{\lg(4x)-1} - 3.4^{\lg(4x)}$ là:

- A. 25 B. 1 C. 625 D. 125

Câu 20. Cho $\log_3(\log_2 x) + \log_{\frac{1}{3}}\left(\log_{\frac{1}{2}} y\right) = 1$ và $xy^2 = 4$. Giá trị gần đúng của $126x^2 + y^3$ là:

- A. 25402 B. 27002 C. 190097 D. 516096

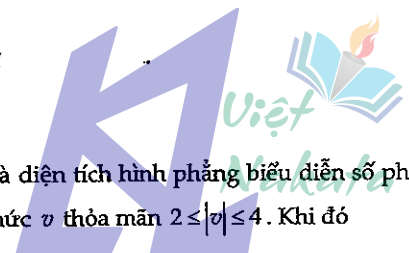
Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho tồn tại $x \in [1; 3]$ thỏa mãn $\log_2 x + m \geq \frac{1}{2}x^2$.

- A. $m \geq \frac{9}{2} - \log_2 3$ B. $m \geq \frac{1}{2}$
 C. $m \geq \frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{2}\log_2(\ln 2)$ D. Cả A, B và C đều sai

Câu 22. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\sqrt{\ln x + 2} - 2}{\sqrt{6((\ln x)^2 + 2\ln x + 4)} - 2(\ln x + 2)} \geq \frac{1}{2}$. Khi đó:

- A. Tập S có hữu hạn phần tử
 B. Tồn tại ít nhất một phần tử thuộc tập S là số nguyên tố
 C. Tồn tại vô số phần tử thuộc tập S là số vô tỉ
 D. Tập S là tập hợp rỗng

Câu 23. Trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng, gọi Q là diện tích hình phẳng biểu diễn số phức k thỏa mãn $|k| \leq 2$ và S là diện tích hình phẳng biểu diễn số phức v thỏa mãn $2 \leq |v| \leq 4$. Khi đó



A. $\frac{Q}{S} > 1$

B. $S - Q > 0$

C. $S = Q$

D. Cả A, B và C đều sai

Câu 24. Cho số phức $x = (2-i)^2$, $y = \frac{24+2i}{x}$ và $z = \frac{27+2i}{y}$ và $A = x^2 + y^2 + z^2$. Giá trị gần đúng phần thực

của số phức A là:

A. -16

B. 16

C. -26

D. 26

Câu 25. Cho các phát biểu về phép so sánh lớn hơn, bé hơn và bằng ($>$, $<$ và $=$) như sau:

1. Ta có thể so sánh hai số thực bất kì
2. Ta có thể so sánh hai số phức bất kì
3. Ta có thể so sánh hai số thuần ảo bất kì
4. Ta có thể so sánh môđun của hai số phức bất kì

Số phát biểu không đúng là:

A. 0

B. 4

C. 2

D. 1

Câu 26. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng thỏa mãn $|z+2+3i| \leq 4$ với phần thực không âm là:

A. Một hình tròn

B. Một hình viên phân

C. Một hình vành khăn

D. Một hình quạt

Câu 27. Giả sử rằng nếu $w \neq 0$ thì các căn bậc n ($n \geq 3$ cho trước) của w được biểu diễn trên mặt phẳng phức bởi các đỉnh của một n -giác đều nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Giá trị của R là:

A. $\sqrt[n]{|w|}$

B. Bình phương phần thực của $\sqrt[n]{w}$

C. Giá trị tuyệt đối phần ảo của $\sqrt[n]{w}$

D. A, B và C đều sai

Câu 28. Cho tích phân $I = \int_e^{e^2} \frac{(x^2+1)\ln x + 1}{x \ln x} dx = \frac{ae^4 + be^2}{2} + c + d \ln 2$. Chọn phát biểu đúng nhất:

A. $a = b = c = d$

B. $a = b^2 = \sqrt{c} = \frac{1}{d}$

C. A và B đúng

D. A và B sai

Câu 29. Cho tích phân $I = \int_1^{e^2} \frac{x+1}{x^2} \ln x dx = \frac{a}{2} - \frac{b}{e}$. Số nghiệm của phương trình $ax + b = 0$ là:

A. Vô nghiệm

B. 1 nghiệm

C. Vô số nghiệm

D. Không tìm được a và b

Câu 30. Giá trị gần đúng của lập phương diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$ và $x = e$ là:

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 31. Một xe tải đang chạy với vận tốc 60 km/h thì tài xế đạp thắng (đạp phanh). Sau khi đạp thắng, xe tải chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -27t + 24$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp thắng. Hỏi từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn, xe tải còn di chuyển khoảng bao nhiêu mét?

A. 2 mét

B. 5 mét

C. 8 mét

D. 11 mét

Câu 32. Nguyên hàm của $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$ là:

A. $\frac{t^3}{3} + C$

B. $\frac{x^3}{3} + C$

C. $\frac{(\sqrt{x^2+1})^3}{3} + C$

D. A và C đúng

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là:

A. $\frac{4}{15}$

B. $\frac{15}{4}$

C. 4,15

D. Cả A, B và C đều sai

Câu 34. Cho các phát biểu sau:

- Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên K ; a và b là hai số thuộc K ($b < a$). Khi đó diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b f(x) dx$.
- Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian $v = f(t)$. Khi đó quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm a đến thời điểm b là $\int_a^b f(t) dt$.
- [Định lý cơ bản của tích phân] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi S_n là tổng tích phân cấp $n-1$ của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Khi đó $\lim S_n = \int_a^b f(x) dx$.

Số phát biểu đúng là:

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-2)$, $B(1;1;-5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 11 = 0$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $M(3;7;-2)$

B. $M(1;\frac{1}{2};-\frac{7}{2})$

C. $M(-\frac{1}{2};\frac{21}{4};-3)$

D. $M(0;\frac{11}{2};-1)$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ_m là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): mx + y - mz - 1 = 0$ và $(\beta): x - my + z - m = 0$. Tập hợp các giao điểm M của đường thẳng Δ_m và mặt phẳng (Oxy) khi m thay đổi là:

A. Đường tròn tâm O , bán kính bằng 1 trong mặt phẳng (Oxy) .

B. Đường tròn tâm $I(1;1;0)$, bán kính bằng 1 trong mặt phẳng (Oxy) .

C. Đường thẳng $d: x = y - 1$ trong mặt phẳng (Oxy) .

D. Không xác định được.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;5;3)$, $B(3;7;4)$ và $C(x;y;6)$ thẳng hàng. Giá trị của biểu thức $x + y$ là:

A. 14

B. 16

C. 18

D. 20

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$.

Khoảng cách từ điểm $M(-2;4;-1)$ đến mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là:

A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$

B. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$

C. $\frac{\sqrt{30}}{15}$

D. $\frac{2\sqrt{30}}{15}$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và $(P_2): (m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$ vuông góc với nhau. Giá trị của m gần nhất với:

A. -0,5

B. -0,4

C. -0,7

D. -0,6

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases} \text{ chéo nhau. Gọi khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho là } h, \text{ giá trị của biểu thức } \frac{1}{h}$$

gần nhất với:

- A. 6,5 B. 9,8 C. 10,1 D. 11,0

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm M_0 và có vector chỉ phương là $\vec{u}$; d' đi qua điểm M_0' và có vector chỉ phương là $\vec{u}'$. Chọn phát biểu **không đúng**

A. d và d' trùng nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] = [\vec{u}, \overrightarrow{M_0 M_0'}] = \vec{0}$.

B. d và d' song song $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{M_0 M_0'}] \neq \vec{0} \end{cases}$

C. d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M_0'} = 0 \end{cases}$

D. d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M_0'} \neq 0$

Câu 42. Cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) vuông góc với nhau. Số mặt phẳng cách đều hai đường thẳng đó có thể là:

- A. Duy nhất 1 mặt phẳng B. Vô số mặt phẳng
C. A và B đúng D. A và B sai

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{42}}{12}$ C. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều và độ dài 9 cạnh đều bằng a . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là:

- A. $R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$ B. $R = \frac{a\sqrt{21}}{3}$ C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 45. Gọi V_1 là thể tích khối cầu có bán kính R , V_2 là thể tích khối trụ có bán kính R và chiều cao R , V_3 là thể tích khối lập phương có cạnh R . Chọn đáp án **đúng nhất**

- A. $V_1 > V_3 > V_2$ B. $V_1 > V_2 > V_3$ C. $V_2 > V_1 > V_3$ D. $V_3 > V_2 > V_1$

Câu 46. Cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$. Khi xoay elip (E) quay quanh trục tung ta thu được:

- A. Mặt cầu B. Mặt trụ C. Mặt nón D. Cả A, B và C đều sai

Câu 47. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Gọi V_1, V_2, V_3 là thể tích các khối tròn xoay sinh bởi tam giác đó khi lần lượt quay quanh AB, CA, BC . So sánh $\frac{1}{V_3}$ và $\frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$ ta được:

- A. $\frac{1}{V_3} < \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$ B. $\frac{1}{V_3} = \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$

C. $\frac{1}{V_3^2} > \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$

D. Cả A, B và C đều sai

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2\sqrt{15}}{3}a^2$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}a^3$

C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}a^3$

D. $2\sqrt{\frac{15}{3}}a^3$

Câu 49. Cho đường thẳng $d: 24x - 2y = 1997$. Khi xoay đường thẳng d quay quanh trục tung ta thu được:

A. Hai mặt cầu

B. Hai mặt trụ

C. Hai mặt nón

D. Cả A, B và C đều sai

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) ,

$SA = AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{ASC} = \widehat{ABC} = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D. Cả A, B và C đều sai



ĐÁP ÁN

1B	2C	3D	4A	5B	6D	7B	8A	9B	10C
11D	12D	13C	14C	15C	16B	17B	18B	19C	20D
21C	22A	23B	24C	25C	26B	27A	28B	29B	30D
31D	32C	33A	34D	35B	36A	37B	38D	39A	40C
41C	42C	43C	44A	45B	46D	47B	48C	49C	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Nhận thấy $x^3 + x, e^x, \sqrt{x}$ là các hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}^+$ nên $f(x) = (x^3 + x) \cdot e^x \cdot \sqrt{x} - 2e$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}^+$, suy ra phương trình đã cho có tối đa 1 nghiệm.

Mặt khác $f(x) = (x^3 + x) \cdot e^x \cdot \sqrt{x} - 2e$ liên tục trên $\mathbb{R}^+$ và $f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) < 0$ nên phương trình đã cho có

ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, ta cũng có thể nhầm chính xác nghiệm $x=1$, hay $f(1)=0$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=1$. Ta chọn phương án B.

Câu 2.

Ta tính được $y'(x) = 4x^3 - 4x$.

Khi đó $y'(x) = 0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\pm 1$.

Nhận thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. Tuy nhiên chỉ có 2 giá trị cực trị là $y(1) = y(-1) = -4$ và $y(0) = -3$. Tham khảo tại trang 10 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Ta chọn phương án C.

Câu 3.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty$ nên không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số đã cho.

Ta chọn phương án D.

Câu 4.

Ta tính được $y'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Tham khảo cách giải thích tương tự với hàm số $y=x^3$ tại trang 11 và 12 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Ta chọn phương án A.

Câu 5: Tham khảo tại trang 12 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Ta chọn phương án B.

Câu 6.

Ta chọn phương án D.

Câu 7.

Áp dụng công thức Héron: Nếu tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c thì diện tích nó là:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

với $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác.

Ta có $a+b+c=16$. Giả sử $a=6 \Rightarrow b+c=10$.

Do đó áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{8(8-6)(8-b)(8-c)} \\ &= 4\sqrt{8-b}\sqrt{8-c} \leq 4 \cdot \frac{8-b+8-c}{2} = 4 \cdot \frac{8+8-10}{2} = 12 \end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b=c=5$.

Suy ra $b \cdot c = 25$. Ta chọn phương án B.

Câu 8.

Với $x \leq 0$ thì $f(x) \leq 0$.

$$\text{Với } x > 0 \text{ thì } f(x) = \frac{x}{x^2+1} \leq \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x=1, \text{ hay } x_0=1.$$

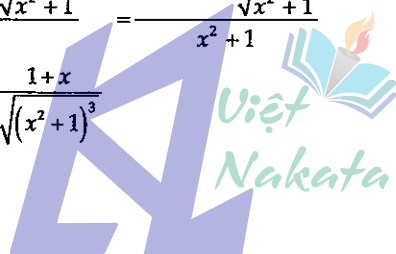
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại $x=1$ là $y=\frac{1}{2}$. Ta chọn phương án A.

Câu 9: Đáp án B.

$$y' = \frac{(x-1)' \cdot \sqrt{x^2+1} - (x-1)(\sqrt{x^2+1})'}{(\sqrt{x^2+1})^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{x^2+1} - (x-1) \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x^2-x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} \\ &= \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}} \end{aligned}$$

Câu 10



Đạo hàm $y'(x) = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$. Biệt thức $\Delta' = 9m^2 - 9(m^2 - 1) = 9 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y'(x) = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt, hay hàm số (C) luôn có cực đại và cực tiểu. Gọi A, B lần lượt là cực đại và cực tiểu của hàm số (C).

Do đó $A(m-1; -3m+2)$; $B(m+1; -3m-2)$

Xét tọa độ điểm cực tiểu $B(m+1; -3m-2)$

là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = m+1 \\ y = -3m-2 \end{cases}$

Suy ra $x-1 = m = \frac{-2-y}{3} \Leftrightarrow 3x+y-1=0$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (C) luôn chạy trên đường thẳng cố định có phương trình là $3x+y-1=0$.

Ta chọn phương án C.

Câu 11.

Ta tính được $y'(x) = x^2 - 4x + 3$.

Khi đó $y'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$. Kết hợp bảng biến thiên

suy ra hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

Ta chọn phương án D.

Câu 12.

Ta tính được $y'(x) = \frac{-1-m^2-m-1}{(x-1)^2}$. Hàm số đã

cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi

$-m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow m^2 + m + 2 < 0 \Leftrightarrow \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} < 0$

(vô lí). Ta chọn phương án D.

Câu 13.

Ta tính được $y'(x) = x^2 - 4x + 3$ và $y''(x) = 2x - 4$.

Khi đó $y''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$, suy ra $y(2) = \frac{1}{3}$.

Vậy tọa độ điểm uốn của đồ thị hàm số đã cho là

$I\left(2; \frac{1}{3}\right)$.

Ta chọn phương án C.

Câu 14.

Đặt $t = 3^x$, suy ra $\frac{5}{9}t^2 + 4t - \frac{41}{9} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{41}{5} \leq t \leq 1$.

Do đó $3^x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Ta chọn phương án C.

Câu 15.

Ta chọn phương án C.

Câu 16.

Đặt $t = \log_2 x$.

Áp dụng bất đẳng thức $|a| + |b| \geq |\bar{a} + \bar{b}|$ ta được

$5 = \sqrt{(t+1)^2 + 1^2} + \sqrt{(2-t)^2 + 3^2} \geq \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{t+1}{1} = \frac{2-t}{3} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}$,

suy ra $x = 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. Thử lại thỏa.

Ta chọn phương án B.

Câu 17.

Ta có $\log_2 x + m \geq x, \forall x \in [1; 3]$ khi và chỉ khi $m \geq x - \log_2 x = f(x), \forall x \in [1; 3]$, hay

$m \geq \max_{[1; 3]} f(x)$

Ta tính được $f'(x) = 1 - \frac{1}{x \ln 2}$.

Khi đó $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in [1; 3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\ln 2} \\ x \in [1; 3] \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2}$.

Ta có

$f(1) = 1, f\left(\frac{1}{\ln 2}\right) = \frac{1}{\ln 2} + \log_2(\ln 2), f(3) = 3 - \log_2 3$

Vậy $\max_{[1; 3]} f(x) = f(3) = 3 - \log_2 3$, hay

$m \geq 3 - \log_2 3$. Ta chọn phương án B.

Câu 18.

Phương án A sai, chính xác là đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ và đồ thị hàm số $y = 2^x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Phương án C sai, chính xác là $a^a = b$. Tham khảo tại trang 83 SGK Giải Tích 12 - Nâng Cao.

Ta chọn phương án B. Tham khảo tại trang 80 SGK Giải Tích 12 - Nâng Cao.

Câu 19.

Điều kiện $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương

với $\frac{1}{2} \cdot 4^{\lg(4x)} + 3 \cdot 4^{\lg(4x)} = 7^{\lg(4x)} + 7^{\lg(4x)} \cdot \frac{1}{7}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7}\right)^{\lg(4x)} = \frac{1+\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}+3} = \frac{16}{49} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow \lg(4x) = 2 \Leftrightarrow x = 25$$

So ĐKXĐ ta được nghiệm duy nhất $x = 25$.

Suy ra $x^2 = 25^2 = 625$. Ta chọn phương án C.

Câu 20.

Điều kiện $x, y > 0$.

Ta có $\log_3(\log_2 x) + \log_{\frac{1}{3}}\left(\log_{\frac{1}{2}} y\right) = 1$ tương đương

với $\log_3(\log_2 x) - \log_3(-\log_2 y) = 1$

$$\Leftrightarrow \log_3(\log_2 x) - \log_3\left(\log_2 \frac{1}{y}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{y}}\right) = 1 \Leftrightarrow \log_2 x = 3 \log_2 \frac{1}{y}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{y^3} \Leftrightarrow xy^3 = 1$$

$$\text{Kết hợp với } xy^2 = 4 \text{ được } \begin{cases} xy^3 = 1 \\ xy^2 = 4 \end{cases}$$

Vì $x, y > 0$ nên chia theo từng vế ta được

$$\frac{1}{y} = 4 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}, \text{ do đó } x = 64.$$

$$\text{Suy ra } 126x^2 + y^3 = 126 \cdot 64^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 \approx 516096,0156$$

Ta chọn phương án D.

Câu 21.

Ta có $\exists x \in [1; 3]: \log_2 x + m \geq \frac{1}{2}x^2$ khi và chỉ khi

$$m \geq \min_{x \in [1; 3]} f(x), \text{ với } f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \log_2 x.$$

$$\text{Ta tính được } f'(x) = x - \frac{1}{x \ln 2}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in [1; 3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{\frac{1}{\ln 2}} \\ x \in [1; 3] \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{\ln 2}}.$$

Ta có

$$f(1) = \frac{1}{2}, f\left(\sqrt{\frac{1}{\ln 2}}\right) = \frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{2} \log_2(\ln 2),$$

$$f(3) = \frac{9}{2} - \log_2 3$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in [1; 3]} f(x) = f\left(\sqrt{\frac{1}{\ln 2}}\right) = \frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{2} \log_2(\ln 2),$$

$$\text{hay } m \geq \frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{2} \log_2(\ln 2).$$

Ta chọn phương án C.

Câu 22.

Điều kiện $x \geq \frac{1}{e^2}$. Ta có

$$\begin{aligned} & \sqrt{6((\ln x)^2 + 2 \ln x + 4)} - 2(\ln x + 2) \\ &= \frac{2((\ln x)^2 - 2 \ln x + 4)}{\sqrt{6((\ln x)^2 + 2 \ln x + 4)} + 2(\ln x + 2)} > 0, \forall x \geq \frac{1}{e^2} \end{aligned}$$

Do đó bất phương trình đã cho trở thành

$$2(\sqrt{\ln x + 2} - 2) \geq \sqrt{6((\ln x)^2 + 2 \ln x + 4)} - 2(\ln x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{\ln x + 2} + 2 \ln x \geq \sqrt{12(\ln x + 2) + 6(\ln x)^2} \quad (1)$$

Nhận xét $x = \frac{1}{e^2}$ không là nghiệm của bất phương trình.

Khi $x > \frac{1}{e^2}$, chia hai vế bất phương trình (1) cho

$\sqrt{\ln x + 2} > 0$, ta được

$$2 + \frac{2 \ln x}{\sqrt{\ln x + 2}} \geq \sqrt{12 + 6 \left(\frac{\ln x}{\sqrt{\ln x + 2}} \right)^2}$$

Đặt $t = \frac{\ln x}{\sqrt{\ln x + 2}}$, bất phương trình trở thành

$$2 + 2t \geq \sqrt{12 + 6t^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2t \geq 0 \\ 4 + 8t + 4t^2 \geq 12 + 6t^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ 2(t-2)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$$

$$\text{Với } t = 2 \text{ thì } \frac{\ln x}{\sqrt{\ln x + 2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln x > 0 \\ (\ln x)^2 - 4 \ln x - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \ln x = 2 + 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = e^{2+2\sqrt{3}} \text{ (nhận)}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$S = \{e^{2+2\sqrt{3}}\}.$$

Phương án B sai vì không có phần tử nào là số nguyên tố, phương án C sai vì "tồn tại duy nhất"

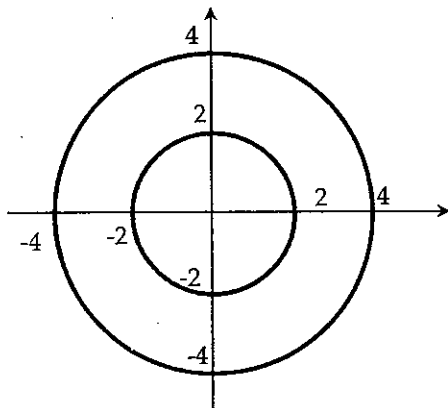
chứ không phải “vô số”, phương án D sai vì phương trình có nghiệm.

Ta chọn phương án A.

Câu 23.

Giả sử $k = x + yi$, suy ra $|x + yi| \leq 2$, do đó $x^2 + y^2 \leq 4$.

Tương tự với $v = a + bi$ ta được $4 \leq a^2 + b^2 \leq 16$.



Nhận thấy Q là diện tích phần hình tròn được tô màu xám (như hình minh họa), tức là diện tích hình tròn tâm O , bán kính 2 và S là diện tích phần hình vành khăn không màu (như hình minh họa), tức là diện tích phần còn lại sau khi lấy hình tròn tâm O , bán kính 4 loại đi hình tròn tâm O , bán kính 2.

Khi đó $Q = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$

và $S = \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 16\pi - 4\pi = 12\pi$.

Suy ra $Q < S$ hay $S - Q > 0$.

Ta chọn phương án B.

Câu 24.

Ta tính được $x = 3 - 4i$, $y = \frac{64}{25} + \frac{102}{25}i$,

$z = \frac{483}{145} - \frac{1313}{290}i$ và $A \approx -26,5 - 33,3i$.

Ta chọn phương án C.

Câu 25.

Phát biểu 1 đúng, phát biểu 2 sai vì ta chỉ xét được hai số phức có bằng nhau hay không chứ không xét được số nào lớn hơn hay bé hơn, phát biểu 3 sai vì lí do tương tự, phát biểu 4 đúng vì môđun của hai số phức bất kì là hai số thực dương và ta hoàn toàn so sánh chúng được.

Ta chọn phương án C.

Câu 26.

Giả sử $z = x + yi$, suy ra $|(x+2) + (y+3)i| \leq 4$, do đó $(x+2)^2 + (y+3)^2 \leq 16$. Vậy tập hợp điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là phần hình giao nhau giữa hình tròn tâm $I(-2; -3)$, bán kính 4 và nửa mặt phẳng bờ là trục ảo chứa các điểm có phần thực không âm. Do đó ta thu được một hình viên phân.

Ta chọn phương án B.

Câu 27.

Ta chọn phương án A. Tham khảo tại trang 207 và 208 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Câu 28.

Ta có

$$I = \int_e^{e^2} \frac{(x^2 + 1) \ln x + 1}{x \ln x} dx = \int_e^{e^2} \frac{x^2 \ln x + 1 + \ln x}{x \ln x} dx$$

$$= \int_e^{e^2} \left(x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x \ln x} \right) dx = \int_e^{e^2} \left(x + \frac{1}{x} \right) dx + \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$\text{Xét } M = \int_e^{e^2} \left(x + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x| \right) \Big|_e^{e^2} = \frac{e^4 - e^2}{2} + 1.$$

$$\text{Xét } N = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx, \text{ đặt } t = \ln x, \text{ suy ra } dt = \frac{1}{x} dx.$$

Đổi cận $x = e \Rightarrow t = 1$ và $x = e^2 \Rightarrow t = 2$ ta được

$$N = \int_1^2 \frac{dt}{t} = (\ln|t|) \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{e^4 - e^2}{2} + 1 + \ln 2.$$

Do đó $a = -b = c = d = 1$. Ta chọn phương án B.

Câu 29.

$$\text{Ta có } I = \int_1^e \frac{x+1}{x^2} \ln x dx = \int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx + \int_1^e \frac{1}{x^2} \ln x dx.$$

$$\text{Xét } A = \int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \frac{1}{2} \ln^2 x \Big|_1^e = \frac{1}{2}$$

$$\text{và } B = \int_1^e \frac{1}{x^2} \ln x dx, \text{ đặt } u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$$

$$\text{và } dv = \frac{1}{x^2} d\xi \Rightarrow v = -\frac{1}{x}, \text{ suy ra}$$

$$B = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^e + \int_1^e \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{x} \Big|_1^e$$

$$= -\frac{1}{e} - \left(-\frac{1}{e} - 1 \right) = \frac{2}{e} + 1$$

$$\text{Vậy } I = A + B = \frac{1}{2} - \frac{2}{e} + 1 = \frac{3}{2} - \frac{2}{e}. \text{ Do đó } a = 3 \text{ và}$$

$b=2$, hay phương trình $3x+2=0$ có nghiệm duy nhất là $x=-\frac{2}{3}$.

Ta chọn phương án B.

Câu 30.

Xét phương trình $\ln x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Diện tích hình phẳng là

$$S = \left| \int_1^e \ln x dx \right| = \left| x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx \right| = \left| e - \int_1^e dx \right| = \left| e - x \Big|_1^e \right| = 1$$

Ta chọn phương án D.

Câu 31.

Lấy mốc thời gian là lúc xe tải bắt đầu được thẳng.

Gọi T là thời điểm xe tải dừng hẳn. Ta có $v(T)=0$

suy ra $-27T+24=0 \Leftrightarrow T=\frac{24}{27}$. Như vậy, khoảng

thời gian từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn của xe

tải là $\frac{24}{27}$ giây. Trong khoảng thời gian đó, xe tải di

chuyển được quãng đường là

$$S = \int_0^{\frac{24}{27}} (24-27t) dt = \left(24t - \frac{27}{2} t^2 \right) \Big|_0^{\frac{24}{27}} = \frac{32}{3} \text{ (mét)}$$

Ta chọn phương án D. Tham khảo tại ví dụ 2 trang 150 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Câu 32.

Ta có nguyên hàm của $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$

là $I = \int x\sqrt{x^2+1} dx$. Đặt $t=\sqrt{x^2+1}$, suy ra

$t^2=x^2+1$ hay $t dt = x dx$.

Do đó $I = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C$, với $t=\sqrt{x^2+1}$.

Trả biến được $I = \frac{(\sqrt{x^2+1})^4}{4} + C$.

Ta chọn phương án C.

Câu 33.

Cho

$$x^2+x-1=x^4+x-1 \Leftrightarrow x^2-x^4=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\pm 1$$

Khi đó diện tích cần tìm là $S = \int_{-1}^1 |x^2-x^4| dx$, hay

$$S = \left| \int_{-1}^0 (x^2-x^4) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2-x^4) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{4}{15}$$

Ta chọn phương án A.

Câu 34.

Phát biểu 1 sai, chính xác phải là " $a < b$ ". Tham khảo tại trang 150 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Phát biểu 2 sai, chính xác phải là " $\int_a^b f(t) dt$ ". Tham

khảo tại trang 150 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Phát biểu 3 sai, chính xác phải là "cấp n ". Tham khảo tại trang 156 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.

Ta chọn phương án D.

Câu 35.

Ta dễ dàng kiểm tra được A và B nằm khác phía so với mặt phẳng (α) . Suy ra $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi A, M, B thẳng hàng, hay M là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α) .

Ta xác định được tọa độ thỏa mãn là $M\left(1; \frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$.

Ta chọn phương án B.

Câu 36.

Cách 1. Tọa độ giao điểm M của Δ_m và (Oxy) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (\alpha): mx+y-mz-1=0 \\ (\beta): x-my+z-m=0 \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx+y=1 \\ x-my=m \\ z=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2x^2+2mxy+y^2=1 \\ x^2-2mxy+m^2y^2=m^2 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$$

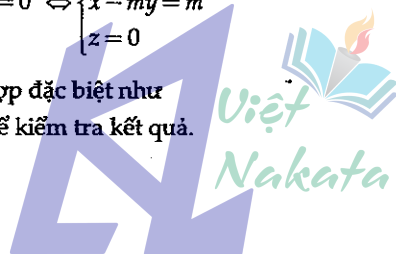
Vậy tập hợp các giao điểm M là đường tròn tâm O , bán kính bằng 1 trong mặt phẳng (Oxy) .

Ta chọn phương án A.

Cách 2. Tọa độ giao điểm M của Δ_m và (Oxy) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (\alpha): mx+y-mz-1=0 \\ (\beta): x-my+z-m=0 \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx+y=1 \\ x-my=m \\ z=0 \end{cases}$$

Xét một số trường hợp đặc biệt như $m=0$, $x=0$, $y=0$ để kiểm tra kết quả.



Xét $m \neq 0, x \neq 0, y \neq 0$ ta thấy hệ trên tương đương

$$\text{với } \begin{cases} \frac{1-y}{x} = m = \frac{x}{y+1} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Vậy tập hợp các giao điểm M là đường tròn tâm O , bán kính bằng 1 trong mặt phẳng (Oxy) .

Ta chọn phương án A.

Đây là một câu khá khó trong phần hình học $(Oxyz)$, chủ yếu là dựa vào kỹ năng biến đổi các phương trình trong hệ để tìm ra biểu thức biểu diễn tập hợp điểm M

Câu 37.

Ta có A, B, C thẳng hàng

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=k \\ y-5=2k \\ 3=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=11 \\ k=3 \end{cases}$$

Vậy $x+y=5+11=16$.

Ta chọn phương án B.

Câu 38.

Nhận thấy $d_1 \perp d_2$. Gọi (α) là mặt phẳng cách đều d_1 và d_2 nên cả hai đường thẳng đều song song với mặt phẳng (α) . Khi đó, vector pháp tuyến $\vec{a}$ của mặt phẳng (α) cùng phương với vector $[\vec{u}_1, \vec{u}_2]$ (với $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là các vector chỉ phương của hai đường thẳng d_1, d_2). Chọn $\vec{a} = (1; 5; 2)$, suy ra phương trình mặt phẳng (α) có dạng $(\alpha): x+5y+2z+d=0$.

Chọn $A(2; 1; 0)$ và $B(2; 3; 0)$ lần lượt thuộc đường thẳng d_1 và d_2 , ta có $d(A; (\alpha)) = d(B; (\alpha))$ ta tìm được $d = -12$ nên mặt phẳng (α) có phương trình là $(\alpha): x+5y+2z-12=0$.

Khoảng cách từ điểm $M(-2; 4; -1)$ đến mặt phẳng

$$(\alpha) \text{ bằng } d(M; (\alpha)) = \frac{2\sqrt{30}}{15}.$$

Ta chọn phương án D.

Câu 39.

Hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) (có hai vector chỉ phương lần lượt là $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$) vuông góc với nhau

khi và chỉ khi $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$, suy ra $m = -\frac{9}{19}$, gần nhất

với giá trị $-0,5$.

Ta chọn phương án A.

Câu 40.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau (với Δ đi qua điểm M_0 và có vector chỉ phương $\vec{u}$, Δ' đi qua điểm M_0' và có vector chỉ

$$\text{phương } \vec{u}') \text{ là } d(\Delta; \Delta') = \frac{|\vec{[u, u']} \cdot \overrightarrow{M_0 M_0'}|}{|\vec{[u, u']}|}. \text{ Tham khảo}$$

tại trang 109 SGK Hình Học 12 – Nâng Cao.

Áp dụng công thức trên ta tính được giá trị của biểu thức $\frac{1}{h} = \sqrt{102} \approx 10,1$.

Ta chọn phương án C.

Câu 41.

Ta chọn phương án C, chính xác là $[\vec{u}, \vec{u'}] \cdot \overrightarrow{M_0 M_0'} = 0$. Tham khảo tại trang 99 SGK Hình Học 12 – Nâng Cao.

Câu 42.

Trường hợp hai đường thẳng không cắt nhau, có duy nhất 1 mặt phẳng cách đều chúng, đó chính là mặt phẳng trung trực của đoạn vuông góc chung nối hai đường thẳng ấy.

Trường hợp hai đường thẳng cắt nhau, tức là chúng tạo nên một mặt phẳng và sẽ có vô số mặt phẳng cách đều chúng, đó chính là những mặt phẳng song song với mặt phẳng mà chúng tạo ra.

Ta chọn phương án C.

Câu 43.

Trong mặt phẳng (ABC) , qua A kẻ đường thẳng d song song với BC . Kẻ $HI \perp d$, dễ thấy $AI \perp (SHI)$. Trong tam giác vuông SHI kẻ $HK \perp SI$, nhận thấy $HK \perp (SIA)$.

$$\text{Ta có } d(SA, BC) = d(B, (SIA)) = \frac{3}{2}d(H, (SIA)) = \frac{3}{2}HK$$

$$\text{Ta tính được } HI = HA \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \widehat{SCH} = \widehat{(SC; (ABC))} = 60^\circ, \text{ suy ra } SH = a \cdot \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Từ } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \text{ ta thu được } HK = \frac{a\sqrt{42}}{12}.$$

$$\text{Suy ra } d(SA, BC) = \frac{3}{2} HK = \frac{a\sqrt{42}}{8}.$$

Ta chọn phương án C.

Sai lầm thường gặp.

Công đoạn khó khăn nhất câu này là tìm được đoạn HK từ đó ta dễ dàng tính được $d(SA, BC)$. Nhiều bạn

thường tính được $HK = \frac{a\sqrt{42}}{12}$ và vội vàng chọn

phương án B.

Câu 44.

Gọi I, I' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác $ABC, A'B'C'$. Như vậy I và I' đồng thời cũng là tâm của hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác ấy và nằm trong hai mặt phẳng cùng vuông góc với đường thẳng II' . Suy ra trung điểm O của đoạn II' chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp đi qua 6 đỉnh của lăng trụ đã cho, hay OA chính là bán kính R cần tìm.

Ta có

$$OA = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a \frac{\sqrt{21}}{6} \text{ Ta}$$

chọn phương án A.

Câu 45.

Ta có $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3, V_2 = \pi R^3$ và $V_3 = R^3$.

Do đó $V_1 > V_2 > V_3$. Ta chọn phương án B.

Câu 46.

Ta chọn phương án D.

Câu 47.

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{1}{3}\pi b^2 c, V_2 = \frac{1}{3}\pi c^2 b$$

$$\text{và } V_3 = \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH + \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot CH$$

$$= \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BC = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{b^2 c^2}{a^2} \cdot a = \frac{1}{3}\pi \frac{b^2 c^2}{a}$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{V_3^2} = \frac{1}{\frac{1}{3}\pi} \cdot \frac{a^2}{b^4 c^4}$$

$$\text{và } \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2} = \frac{1}{\frac{1}{3}\pi} \left(\frac{1}{b^4 c^2} + \frac{1}{b^2 c^4} \right).$$

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $a^2 = b^2 + c^2$.

Mặt khác

$$\frac{1}{b^4 c^2} + \frac{1}{b^2 c^4} = \frac{1}{b^2 c^2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = \frac{1}{b^2 c^2} \cdot \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} = \frac{a^2}{b^4 c^4}.$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{V_3^2} = \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}.$$

Ta chọn phương án B.

Tham khảo tại bài tập 5 trang 63 SGK Hình Học 12 – Nâng Cao

Câu 48

Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra AC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$, do đó $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Mặt khác ta tính được $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{5}$ và

$$SA = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{15}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot SA = \frac{2\sqrt{15}}{3} a^3.$$

Ta chọn phương án C.

Câu 49.

Ta chọn phương án C.

Câu 50.

Kẻ SH vuông góc với AC (với $H \in AC$), suy ra

$$SH \perp (ABC) \Rightarrow SC = BC = a\sqrt{3}, SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{và } S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{4}.$$

Ta chọn phương án D.



ĐỀ SỐ 28

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$:

- A. $y = -x^3 + 3x - 4$ B. $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ D. Đáp án B và C.

Câu 2: Đồ thị hàm số nào sau đây luôn nằm dưới trục hoành:

- A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$ B. $y = -x^3 - 2x^2 + x - 1$
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$

Câu 3: Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 6$:

- A. $y_{\text{CD}} = 2$ B. $y_{\text{CD}} = 6$ C. $y_{\text{CD}} \in \{2; 6\}$ D. $y_{\text{CD}} = 0$

Câu 4: Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} -2x; & \forall x \geq 0 \\ \sin\left(\frac{x}{2}\right); & \forall x < 0 \end{cases}$. Các khẳng định đúng là

- Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số có đạo hàm tại 0.
- Hàm số đạt cực tiểu tại 0.
- Đồ thị hàm số là một đường nét liền.

- A. 1, 3, 4 B. 1, 3 C. 2, 3 D. 1, 2, 3, 4

Câu 5: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số: $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. Không có

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Khẳng định đúng là

- A. Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ B. Nghiệm của bất phương trình $y'' < 0$ là $(1; +\infty)$.
C. Nghiệm của bất phương trình $y'' < 0$ là $(-\infty; 1)$. D. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(-1; 1)$.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{2}{x} - (1 + \sqrt{2})^2$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

- A. $-1 + \sqrt{2}$ B. -3 C. 0 D. Không tồn tại

Câu 8: Hai đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại đúng một điểm thuộc góc phần tư thứ ba.

Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng một nghiệm âm.
B. Với x_0 thỏa mãn $f(x_0) - g(x_0) = 0$ thì $f(x_0) > 0$
C. Phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm trên $(0; +\infty)$
D. A và C

Câu 9: Tìm m để hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

- A. $[-1; +\infty)$ B. $(2; +\infty)$ C. $(-1; +\infty)$ D. $(-\infty; -2)$

Câu 10: Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được quãng đường $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) theo quy tắc sau: $s(t) = e^{t^2+3} + 2te^{3t+1}$ (km). Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian).

- A. $5e^4$ (km/s) B. $3e^4$ (km/s) C. $9e^4$ (km/s) D. $10e^4$ (km/s)

Câu 11: Tìm giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (2m+1)x - 2$ đạt cực trị tại $x = 1$.

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. Không tồn tại m

Câu 12: Phương trình: $4^x - 3^x = 1$ có bao nhiêu nghiệm:

- A. Vô nghiệm B. 1 nghiệm C. 2 nghiệm D. Vô số nghiệm

Câu 13: Cho $a; b > 0; ab \neq 1$ và thỏa mãn $\log_{ab} a = 2$ thì giá trị của $\log_{ab} \sqrt{\frac{a}{b}}$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 3 D. 1

Câu 14: Tìm số khẳng định sai:

- $\log ab = \log a + \log b$ với $ab > 0$.
- $\log_2(x^2 + 1) \geq 1 + \log_2|x|; \forall x \in \mathbb{R}$.
- 2^{1000} có 301 chữ số trong hệ thập phân.
- $\log_{2a} 2b = \log_a b; \forall a > 1 > b > 0$.
- $x^{\ln y} = y^{\ln x}; \forall x > y > 2$

- A. 3 B. 2 C. 5 D. 4

Câu 15: Giải bất phương trình: $\log_3 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < 1$.

- A. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \left(-\frac{3}{2\sqrt{2}}; \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)$ B. $\left(-\sqrt{2}; -\frac{3}{2\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{3}{2\sqrt{2}}; \sqrt{2}\right)$
C. $|x| > \sqrt{2}; |x| < \frac{3}{2\sqrt{2}}$ D. $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup \left(\frac{3}{2\sqrt{2}}; +\infty\right)$

Câu 16: Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng với lãi suất kép theo quý là 2%. Hỏi sau 2 năm người đó lấy lại được tổng là bao nhiêu tiền?

- A. 17,1 triệu B. 16 triệu C. 117, 1 triệu D. 116 triệu

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là:

- A. $(0; 2)$ B. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ C. $[0; 2]$ D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{(x^2 + 1)4^x}{x}$ trên $(0; +\infty)$.

- A. $\left(1 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)4^x \ln 4$ B. $\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)4^x + \left(x + \frac{1}{x}\right)4^x$
C. $\left(\frac{x^3 \ln 4 + (\ln 4 + 1)x^2 - 1}{x^2}\right)4^x$ D. $\left(\frac{x^3 + (\ln 4 + 1)x^2 - \ln 4}{x^2}\right)4^x$

Câu 19: Tính đạo hàm bậc hai của hàm số $y = 10^x$.

- A. 10^x B. $10^x \ln 10^2$ C. $10^x (\ln 10)^2$ D. $10^x \cdot \ln 20$

Câu 20: Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx$.

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. 0 C. π D. 1



Câu 21: Tính tích phân: $I = \int_0^1 (x^3 + 3x)^{1000} \cdot (x^2 + 1) dx$

A. $\frac{4^{1001}}{3003}$

B. $-\frac{4^{1001}}{3003}$

C. $\frac{4^{1001}}{2002}$

D. 0

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định và đồng biến trên $[0; 1]$ và có $f(1/2) = 1$, công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các hàm số: $y_1 = f(x); y_2 = (f(x))^2; x_1 = 0; x_2 = 1$ là

A. $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)(1 - f(x)) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)(f(x) - 1) dx$

B. $\int_0^1 \left\{ f(x) - (f(x))^2 \right\} dx$

C. $\int_0^1 \left\{ (f(x))^2 - f(x) \right\} dx$

D. $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)(1 - f(x)) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)(f(x) - 1) dx$

Câu 23: Công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $a; b (a < b)$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$

D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 24: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0; x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\sin x}$

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

C. $2\sqrt{3}$

D. 2π

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là:

A. $\int f(x) dx = (3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\sqrt[3]{3x+1} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C$

D. $\int f(x) dx = \sqrt[3]{3x+1} + C$

Câu 26: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = e^x \cos x$

A. $\frac{1}{2}e^x (\cos x + \sin x) + C$

B. $-e^x \sin x + C$

C. $\frac{e^x}{\cos x} + C$

D. $\frac{1}{2}e^x (\cos x - \sin x) + C$

Câu 27: Tìm số phức z thỏa mãn: $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$

A. $\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$

B. $\frac{22}{25} - \frac{4}{25}i$

C. $\frac{22}{25}i + \frac{4}{25}$

D. $-\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$

Câu 28: Tìm phần thực của số phức z biết: $z + \frac{|z|^2}{z} = 10$

A. 10

B. 5

C. -5

D. $\sqrt{10}$

Câu 29: Tìm số phức z có $|z| = 1$ và $|z+i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. 1

B. -1

C. i

D. $-i$

Câu 30*: Cho số phức z thỏa mãn: $z^3 = \bar{z}$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. $|z| = 1$

B. z có thể nhận giá trị là số thực hoặc số thuần ảo.

C. Phần thực của z không lớn hơn 1.

D. Đáp án B và C đều đúng.

Câu 31: Miêu tả tập số phức z trên hệ tọa độ phức mà thỏa mãn $|z+3i-2|=10$ là

A. Đường thẳng $3x-2y=100$

B. Đường thẳng $2x-3y=100$

C. Đường tròn $(x-2)^2+(y+3)^2=100$

D. Đường tròn $(x-3)^2+(y+2)^2=100$

Câu 32: Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $z+2i\bar{z}=3+3i$. Tính giá trị biểu thức: $P=a^{2016}+b^{2017}$.

A. 0

B. 2

C. $\frac{3^{4032}-3^{2017}}{5^{2017}}$

D. $-\left(\frac{3^{4032}-3^{2017}}{5^{2017}}\right)$

Câu 33: Cho hình nón có chiều cao h ; bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l . Tìm khẳng định đúng:

A. $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

B. $S_{xy}=\pi rh$

C. $S_{\pi}=\pi r(r+l)$

D. $S_{xy}=2\pi rh$

Câu 34: Hình chóp $SABC$ có tam giác ABC đều có diện tích bằng 1, SA hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Biết khoảng cách từ S tới mặt phẳng (ABC) là 3. Tính thể tích khối chóp $SABC$.

A. $\frac{3}{8}$

B. 1

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 3

Câu 35: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông, $AB=BC=1$; $AA'=\sqrt{2}$. M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM ; $B'C$.

A. $d=\frac{1}{\sqrt{7}}$

B. $d=\frac{2}{\sqrt{7}}$

C. $d=\sqrt{7}$

D. $d=\frac{1}{7}$

Câu 36: Đường kính của một hình cầu bằng cạnh của một hình lập phương. Thể tích của hình lập phương gấp thể tích hình cầu:

A. $\frac{4}{3}\pi$

B. $\frac{1}{6}\pi$

C. $\frac{6}{\pi}$

D. $\frac{3}{4\pi}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ACBD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ACBD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB , AC .

A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=1$, $ASB=90^\circ$, $BSC=120^\circ$, $CSA=90^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 39: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ($BA=BC$), cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $a\sqrt{3}$, cạnh bên SB tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

A. $\frac{3+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}\cdot a^2$

B. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}\cdot a^2$

C. $\frac{3+\sqrt{6}}{2}\cdot a^2$

D. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}\cdot a^2$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 48 và $ABCD$ là hình thoi. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là các điểm trên các đoạn SA, SB, SC, SD thỏa mãn: $SA=2SM$; $SB=3SN$; $SC=4SP$; $SD=5SQ$. Tính thể tích khối chóp $S.MNPQ$?

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{6}{5}$

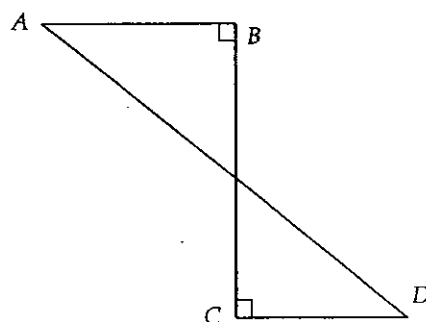
D. $\frac{8}{5}$

Câu 41: Hình $ABCD$ khi quay quanh BC thì tạo ra:

- A. Một hình trụ B. Một hình nón
C. Một hình nón cụt D. Hai hình nón

Câu 42: Cối xay gió của Đôn ki hô tê (từ tác phẩm của Xéc van téc), phần trên của cối xay gió có dạng một hình nón. Chiều cao của hình nón là 40 cm và thể tích của nó là 18000 cm^3 . Tính bán kính của đáy hình nón gần đúng nhất là

- A. 12 cm B. 21 cm C. 11 m D. 20 cm



Câu 43: Cho $\vec{a} = (0; 0; 1)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$; $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ B. $\cos(\vec{b}; \vec{c}) = \sqrt{2/3}$ C. $|\vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}|$ D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (-2; 1; 1)$. Xác định tích có hướng $[\vec{a}; \vec{b}]$:

- A. $(1; 7; -5)$ B. $(-1; -7; 3)$ C. $(1; 7; 3)$ D. $(-1; -7; 5)$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 2; 3)$; $B(0; 0; 2)$; $C(1; 0; 0)$; $D(0; -1; 0)$. Chứng minh bốn điểm không đồng phẳng và xác định thể tích V_{ABCD} ?

- A. 1 B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 3y - 5z + 2 = 0$. Tìm khẳng định đúng:

- A. Vec tơ chỉ phương của mặt phẳng (P) là $\vec{u} = (2; 3; -5)$.
B. Điểm $A(-1; 0; 0)$ không thuộc mặt phẳng (P)
C. Mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - 5z = 0$ song song với mặt phẳng (P)
D. Không có khẳng định nào là đúng.

Câu 47*: Trong không gian $Oxyz$ cho 5 điểm $A(1; 2; 3)$; $B(0; 0; 2)$; $C(1; 0; 0)$; $D(0; -1; 0)$; $E(2015; 2016; 2017)$.

Hỏi từ 5 điểm này tạo thành bao nhiêu mặt phẳng:

- A. 5 B. 3 C. 4 D. 10

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$; $B(2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

- A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$ B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$
C. $(P): 3x + y - z = 0$ D. $(P): 2x + y - z + 1 = 0$

Câu 49: Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1; d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó:

$$(d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{3}; (d_2): \frac{-x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}; (P): 2x + 4y - 4z - 3 = 0$$

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $\frac{13}{6}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = 19$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu:

- A. $I(1; -2; 1); R = \sqrt{19}$ B. $I(-1; 2; -1); R = \sqrt{19}$ C. $I(1; -2; 1); R = 5$ D. $I(-1; 2; -1); R = 5$

ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.B	4.A	5.C	5.C	7.B	8.D	9.C	10.D
11.D	12.B	13.A	14.A	15.B	16.C	17.B	18.C	19.C	20.C
21.A	22.D	23.A	24.C	25.C	26.A	27.B	28.B	29.C	30.D
31.C	32.B	33.C	34.B	35.A	36.C	37.B	38.B	39.A	40.D
41.D	42.B	43.B	44.D	45.B	46.C	47.D	48.A	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Phân tích: Rất nhiều học sinh cho rằng: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) < 0$ trên tập xác định. Nhưng các em lưu ý rằng khi đọc kỹ quyển sách giáo khoa toán của bộ giáo dục ta thấy:
-Theo định lý trang 6 sách giáo khoa: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K thì ta có:

a) Nếu $f'(x) > 0; \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .

b) Nếu $f'(x) < 0; \forall x \in K$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K .

Như vậy có thể khẳng định chỉ có chiều suy ra từ $f'(x) < 0$ thì $f(x)$ nghịch biến chứ không có chiều ngược lại.

-Tiếp tục đọc thì ở chú ý trang 7 sách giáo khoa ta có định lý mở rộng: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K . Nếu $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$); $\forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên K .

Như vậy, đối với các hàm đa thức bậc ba, bậc bốn (ta chỉ quan tâm hai hàm này trong đề thi) thì đạo hàm cũng là một đa thức nên có hữu hạn nghiệm do đó ta có khẳng định:

Hàm đa thức khác hằng $y = f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi đạo hàm $f'(x) \leq 0; \forall x \in \mathbb{R}$.

Từ đó ta đi đến kết quả:

A) $y = -x^3 + 3x - 4 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3$
 $= 3(x-1)(x+1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ (loại).

B) $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$
 $\Rightarrow y' = -3x^2 + 2x - 2 = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} < 0; \forall x \in \mathbb{R}$
 (chọn).

C) $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$
 $\Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0; \forall x \in \mathbb{R}$ (chọn).

Vậy đáp án đúng ở đây là đáp án D.

Nhận xét: Rất nhiều em khi không chắc kiến thức hoặc quá nhanh ẩu đoán cho rằng y' phải nhỏ hơn 0 nên sẽ khoanh đáp án B và đã sai!!!

Câu 2:

Phân tích:

Trước tiên muốn làm được bài toán này ta cần phải hiểu đồ thị hàm số luôn nằm dưới trục hoành khi và chỉ khi:

$$y = f(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

Lưu ý rằng: hàm số bậc ba bất kì luôn nhận được mọi giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$ nên ta có thể loại ngay hàm này, tức là đáp án B sai. Tiếp tục trong ba đáp án còn lại, ta có thể loại ngay đáp án A vì hàm bậc bốn có hệ số bậc cao nhất x^4 là 1 nên hàm này có thể nhận giá trị $+\infty$.

Trong hai đáp án C và D ta cần làm rõ:

C) $y = -x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 < 0; \forall x \in \mathbb{R}$

D) $y = -x^4 - 4x^2 + 1 = -(x^2 + 2)^2 + 5$. Thấy ngay tại $x = 0$ thì $y = 1 > 0$ nên loại ngay đáp án này.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 3:

Ở đây, mình sử dụng định lý 2 trang 16 sách giáo khoa.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$y' = x^3 - 4x = x(x^2 - 4);$$

$$y'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -2.$$

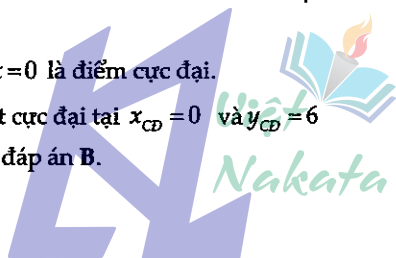
$$y'' = 3x^2 - 4.$$

$y''(\pm 2) = 8 > 0$ nên $x = -2$ và $x = 2$ là hai điểm cực tiểu.

$y'(0) = -4 < 0$ nên $x = 0$ là điểm cực đại.

Kết luận: hàm số đạt cực đại tại $x_{\text{CD}} = 0$ và $y_{\text{CD}} = 6$

Vậy đáp án đúng là đáp án B.



Sai lầm thường gặp: Nhiều em không biết định lý 2 trang 16 sách giáo khoa nên thường tính đến $y' = 0$ rồi vẽ bảng biến thiên và dự đoán có thể gây nhầm lẫn tới kết quả A. Một số em lại hoặc đọc nhầm đề là tìm cực trị hoặc hỏng kiến thức chỉ cho rằng $y' = 0$ là cực tiểu cũng có thể nhầm sang kết quả C. Đối với nhiều em làm nhanh do quá vội vàng, lại tưởng tìm x_{CB} và cũng có thể cho là đáp án D.

Câu 4:

Khẳng định 1 và 4 là hai khẳng định tương đương, đồng thời ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 0$$

Do đó, khẳng định 1 và 4 là đúng.

Hàm số có đạo hàm tại 0 không? Câu trả lời là không, bởi vì:

$$f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x}{x} = -2$$

$$f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

Khẳng định 2 là sai.

Hàm số có đạt cực tiểu tại 0 không? Câu trả lời là có, bởi vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời đạo hàm của nó đổi dấu khi đi qua điểm 0.

$$f'(x) = \begin{cases} -2; x > 0 \\ \frac{1}{2} \cos x; x < 0 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 5:

Nhận xét: Khi $x \rightarrow 1$ hoặc $x \rightarrow -1$ thì $y \rightarrow \infty$ nên ta có thể thấy ngay $x=1; x=-1$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ngoài ra ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{-x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -1$$

Như vậy $y=1$ và $y=-1$ là hai tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đáp án là có 4 tiệm cận và là đáp án C.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh chỉ nhìn được hai tiệm cận đứng và cho đáp án A. Nhiều học sinh phát hiện ra tiệm cận ngang nhưng thường bỏ sót $y=-1$ do quên khai căn $\sqrt{A^2} = |A|$ và cho đáp án B. Học sinh mất gốc hay khoan đáp án lại là D.

Câu 6:

Đáp án A sai vì khẳng định đúng phải là: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ là tập xác định của hàm số.

Đáp án D sai vì tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao hai tiệm cận và điểm đó phải là $(1;1)$.

Bây giờ, ta chỉ còn phân vân giữa đáp án B và C. Ta có:

$$y' = -\frac{2}{(x-1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$$

$$y'' < 0 \Leftrightarrow x < 1$$

Vậy đáp án đúng là đáp án C.

Câu 7:

Ở đây ta có hai hướng tìm giá trị nhỏ nhất:

+Một là dùng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương ta có:

$$y = x + \frac{2}{x} - (1 + \sqrt{2})^2 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} - (3 + 2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -3$$

Dấu "=" xảy ra khi: $x = \sqrt{2}$.

+Hai là tính đạo hàm và vẽ bảng biến thiên và nhận xét.

Như vậy, rõ ràng đáp án cần tìm là B.

Câu 8:

Với bài toán này ta cần biết góc phần tư thứ ba trên hệ trục tọa độ Oxy là những điểm có tung độ và hoành độ âm. Từ đó, đáp án đúng ở đây là đáp án D. (Lưu ý cách xác định góc phần tư, ta xác định góc phần tư theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ và thỏa mãn góc phần tư thứ nhất là các điểm có tung độ và hoành độ dương: $x; y > 0$).

Câu 9:

$$y = \frac{x-1}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m+1}{(x+m)^2}$$

Điều kiện cần tìm là:

$$\begin{cases} m+1 > 0 \\ -m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$$

Như vậy đáp án cần tìm là: C.

Câu 10: Ta có công thức vận tốc:

$$\begin{aligned} v(t) &= s'(t) = (e^{t^2})' + (2t.e^{3t+1})' \\ &= 2t.e^{t^2+3} + (6t+2)e^{3t+1} \end{aligned}$$

Với $t=1$ ta có: $10e^4 (km/s)$. Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp:

$$\begin{aligned} v(t) &= s'(t) = (e^{t^2})' + (2t.e^{3t+1})' \\ &= e^{t^2} + (6t+2).e^{3t+1} \end{aligned}$$

(do không biết đạo hàm $e^{t^2} \rightarrow$ đáp án C)

$$v(t) = s'(t) = (e^{t^2})' + (2t.e^{3t+1})' = e^{t^2} + 2.e^{3t+1}$$

(do học vẹt đạo hàm e^x luôn không đổi) $\rightarrow$ đáp án B

Câu 11:

Đối với hàm đa thức, điều kiện cần để hàm số đạt cực trị là: $y' = 0$. Do đó ta có:

$$y' = 3x^2 - 6mx + (2m+1)$$

$$y'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - 6m + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Thử lại với $m=1$ ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

$\Rightarrow y' = 3(x-1)^2$ không đổi dấu khi qua điểm 1 nên

1 không là cực trị của hàm số. Vậy đáp án của bài toán này là không tồn tại m và đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh chỉ dùng lại là đáp án $m=1$ và thiếu bước thử lại nên cho đáp án A là sai.

Câu 12:

Đây là phương trình mũ dạng cơ bản. Ta có:

$$4^x - 3^x = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x = 1$$

Dễ thấy các hàm $\left(\frac{3}{4}\right)^x; \left(\frac{1}{4}\right)^x$ là các hàm nghịch biến

nên phương trình có tối đa 1 nghiệm mà $x=1$ là một nghiệm nên phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. Vậy đáp án đúng là B.

Câu 13:

Bài này yêu cầu nhớ các công thức biến đổi của hàm logarit:

$$\log_{ab} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{2} \log_{ab} \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \log_{ab} \frac{a^2}{ab}$$

$$= \frac{1}{2} (\log_{ab} a^2 - \log_{ab} ab) = \frac{1}{2} (2\log_{ab} a - 1)$$

Do đó, với $\log_{ab} a = 2$ thì ta có:

$$\log_{ab} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{2} \cdot (2.2 - 1) = \frac{3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 14:

Khẳng định 1 sai. Cần phải sửa lại thành:

$$\log ab = \log|a| + \log|b|$$

Khẳng định 2 đúng. Do $\log_2 x$ là hàm đồng biến và ta có: $x^2 + 1 \geq 2|x|$ nên ta có khẳng định đúng.

Khẳng định 3 sai. Do sử dụng máy tính ta có: $1000 \cdot \log 2 = 301,02999 \dots$ nên 2^{1000} có 302 chữ số.

Khẳng định 4. Sai rõ ràng.

Khẳng định 5. Đúng do:

$$x^{\ln y} = (e^{\ln x})^{\ln y} = e^{\ln x \cdot \ln y} = y^{\ln x}$$

Vậy đáp án của bài toán này là 3 khẳng định sai.

Đáp án A.

Câu 15:

Bài này yêu cầu nhớ tính đồng biến, nghịch biến của hàm logarit:

$$\log_3 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < 1 \Leftrightarrow \log_3 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < 3 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} 1 < \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow 1 > x^2 - 1 > \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2 > x^2 > \frac{9}{8} \Leftrightarrow \sqrt{2} > |x| > \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

Với biểu thức cuối thì ta suy ra đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Do quên các kiến thức về đồng biến nghịch biến nên có thể ra đáp án ngược lại là đáp án C hoặc D. Nếu học sinh làm nhanh cũng có thể nhầm ngay ở đáp án A, muốn đáp án A là đúng thì phải sửa lại thành:

$$(-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \left[-\frac{3}{2\sqrt{2}}; \frac{3}{2\sqrt{2}} \right]$$

Câu 16:

Lưu ý rằng một năm có 4 quý và lãi suất kép được hiểu là lãi quý sau bằng 2% so với tổng số tiền quý trước. Do đó, ta có ngay số tiền thu được sau 2 năm (8 quý) là:

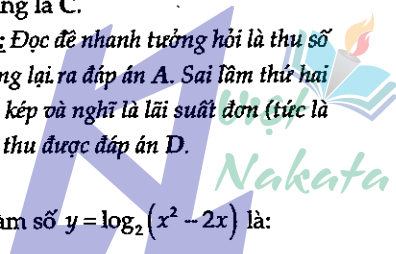
$$1,02^8 \cdot 100 \approx 117,1 \text{ triệu}$$

Như vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Đọc đề nhanh tưởng hỏi là thu số tiền lãi và khi làm đúng lại ra đáp án A. Sai lầm thứ hai là không hiểu lãi suất kép và nghĩ là lãi suất đơn (tức là 2% của 100 triệu) và thu được đáp án D.

Câu 17:

Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là:



$$x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 18:

Bài này yêu cầu kiểm tra cách tính đạo hàm, ta có thể sử dụng thêm một chút kĩ thuật để đơn giản:

$$\begin{aligned} y &= \frac{(x^2+1)4^x}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot 4^x \\ \Rightarrow y' &= \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot 4^x + \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot 4^x \ln 4 \\ \Leftrightarrow y' &= 4^x \cdot \frac{x^2 - 1 + (x^3 + x^2) \ln 4}{x^2} \\ &= \left(\frac{x^3 \ln 4 + (\ln 4 + 1)x^2 - 1}{x^2}\right) \cdot 4^x \end{aligned}$$

Như vậy đáp án đúng là đáp án C.

Sai lầm thường gặp: Tính toán sai dấu sau khi rút gọn, có thể nhầm sang đáp án D. Không nhớ công thức có thể sai sang A. Sai lầm đạo hàm 4^x bằng 4^x (giống hàm e^x) có thể sang đáp án B.

Câu 19:

Đạo hàm cấp hai của hàm số:

$$y = 10^x \Leftrightarrow y' = 10^x \ln 10 \Leftrightarrow y'' = 10^x \ln^2 10$$

Vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: $\ln 10^2$; $\ln 20$; $(\ln 10)^2$ sai lầm giữa các đại lượng này.

Câu 20:

Ta có:

$$\begin{aligned} \int x \sin x dx &= -\int x d(\cos x) = -x \cos x + \int \cos x dx \\ &= -x \cos x + \sin x \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I = (-x \cos x + \sin x) \Big|_0^\pi = \pi$$

Bài này có thể bấm máy tính. Đáp án đúng là C.

Câu 21:

Đổi biến:

$$u = x^3 + 3x \Rightarrow du = 3(x^2 + 1)dx$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} \int_0^4 u^{1000} du = \frac{1}{3} \cdot \frac{u^{1001}}{1001} \Big|_0^4 = \frac{4^{1001}}{3003}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 22:

Công thức tổng quát ứng với $y_1 = f(x); y_2 = g(x);$

$x_1 = a; x_2 = b (a < b)$ là:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Do $f(x)$ đồng biến nên ta có:

$$f(x) < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2}; f(x) \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= \int_0^1 |f(x) - (f(x))^2| dx = \int_0^1 |f(x)(f(x) - 1)| dx \\ &= \int_0^{\frac{1}{2}} |f(x)(1 - f(x))| dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 |f(x)(f(x) - 1)| dx \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Lưu ý: Cách phá dấu trị tuyệt đối. Đáp án A sai do biểu thức đầu chưa khẳng định được $f(x) > 0$ nên không thể viết như thế được mà đáp án D mới đúng.

Câu 23:

Công thức đúng là đáp án A.

Câu 24:

Bài này yêu cầu nắm vững công thức: $V = \int_a^b S(x) dx$

Trong đó, a, b, S là cái gì thì bạn đọc xin xem thêm ở sách giáo khoa nhé. Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện đã cho thì:

$$S(x) = (2\sqrt{\sin x})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \sin x$$

Thể tích vật thể là:

$$V = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \sin x dx = 2\sqrt{3}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 25: Ta có:

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \sqrt[3]{3x+1} dx = \int (3x+1)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{d(3x+1)}{3} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \int (3x+1)^{\frac{1}{3}} d(3x+1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{(3x+1)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C \\ &= \frac{1}{4} (3x+1)^{\frac{4}{3}} + C \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \frac{1}{4} (3x+1)^{\frac{4}{3}} + C$$

Vậy đáp án cần tìm là C.

Câu 26:

Ta có:

$$\int e^x \cos x dx = e^x \sin x - \int e^x \sin x dx$$

$$\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$$

Do đó ta có:

$$\int e^x \cos x dx = e^x \sin x + e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$$

$$\Rightarrow \int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\cos x + \sin x)$$

Vậy đáp án đúng là A.

Lỗi sai thường gặp: Một số học sinh do không chắc kiến thức nên cứ có e^x thì cứ coi tích phân và đạo hàm không đổi nên nhầm ngay ra đáp án B. Đáp án D cũng có một số học sinh nhầm bởi phép thế không đổi dấu hoặc sai cơ bản về tích phân lượng giác.

Câu 27:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{2+i}{1-i}z &= \frac{-1+3i}{2+i} \Rightarrow z = \frac{(-1+3i)(1-i)}{(2+i)^2} \\ &= \frac{(-1+3i)(1-i)(2-i)^2}{25} = \frac{22}{25} + \frac{4}{25}i \end{aligned}$$

Vậy đáp án cần tìm là B.

Sai lầm cơ bản: Ra đáp án của z mà khoanh luôn đáp án A, do không đọc kĩ đề bài là tìm $\bar{z}$.

Câu 28: Ta có:

$$z + \frac{|z|^2}{z} = z + \bar{z} = 2\operatorname{Re}(z) = 10 \Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 5$$

Vậy đáp án là B.

Câu 29:

$$\text{Đặt } z = a+bi \text{ thì: } |z| = \sqrt{a^2+b^2}; |z+i| = \sqrt{a^2+(b+1)^2}$$

$$\text{Khi đó ta có: } |z|=1 \Leftrightarrow a^2+b^2=1 \Rightarrow b \leq 1$$

$$\begin{aligned} |z+i| &= \sqrt{a^2+(b+1)^2} \\ &= \sqrt{a^2+b^2+2b+1} = \sqrt{2b+2} \leq \sqrt{2 \cdot 1 + 2} = 2 \end{aligned}$$

Do đó, giá trị lớn nhất đạt được bằng 2 khi:

$$a=0; b=1 \text{ và } z=i$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 30:

Ta có:

$$z^3 = \bar{z} \Leftrightarrow |z|^3 = |\bar{z}| = |z| \Leftrightarrow \begin{cases} |z|=0 \\ |z|=1 \end{cases}$$

Như vậy khẳng định A sai.

Ta nhận thấy $z=1$ và $z=i$ đều thỏa mãn phương trình nên B là đúng.

Rõ ràng từ $|z|=0; |z|=1$ thì ta thấy ngay phần thực của z không lớn hơn 1 nên khẳng định C cũng đúng.

Vậy đáp án cần tìm là D.

Câu 31:

Mỗi số phức $z = x+yi$ được biểu diễn bởi một điểm $(x;y)$. Do đó ta có tập số phức z thỏa mãn là:

$$|x+3i+yi-2|=10 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 100$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 32:

$$\bar{z} = a-bi \Rightarrow i\bar{z} = ia+b$$

$$\Rightarrow z + 2i\bar{z} = a+bi + 2(ia+b) = (a+2b) + (b+2a)i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+2b=3 \\ b+2a=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b=1 \end{cases} \Rightarrow P = 1^{2016} + 1^{2017} = 2$$

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp:

$$\bar{z} = a-bi \Rightarrow i\bar{z} = ia-b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-2b=3 \\ b+2a=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{9}{5} \\ b=-\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \text{đáp án C.}$$

Câu 33:

Đáp án đúng ở đây là đáp án C. Câu hỏi này nhằm kiểm tra lại các công thức của hình nón.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h; S_{xq} = \pi r l; S_{tp} = \pi r^2 + \pi r l$$

Câu 34: Đáp án đơn thuần của bài toán là:

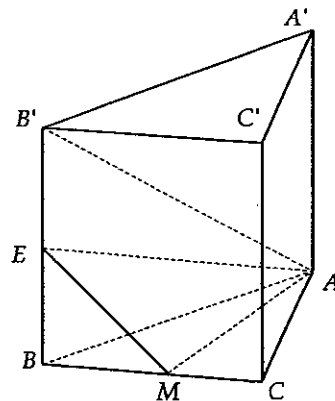
$$V = \frac{1}{3} S h = \frac{1}{3} \cdot 1.3 = 1$$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nếu không đọc kĩ đề bài có thể ra bất cứ đáp án nào trong ba đáp án còn lại.

Câu 35:

Gọi E là trung điểm của BB' . Khi đó $(AME) // B'C$ nên ta có:



$$d_{(B;(AME))} = d_{(B'C;(AME))} = d(B'C; AM)$$

$$\text{Ta có: } d_{(B;(AME))} = h$$

Tứ diện $BEAM$ có các cạnh $BE; BM; BA$ đôi một vuông góc nên là bài toán quen thuộc:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{BE^2} + \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} = 7 \Rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 36:

Ta có công thức:

$$V_{\text{hình lập phương}} = a^3;$$

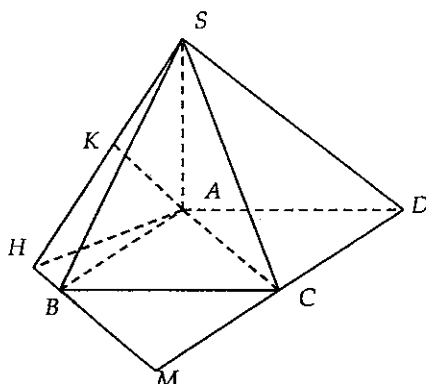
$$V_{\text{hình cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6}a^3$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\text{hình lập phương}}}{V_{\text{hình cầu}}} = \frac{6}{\pi}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Cho rằng bán kính bằng đường kính nên thường ra đáp án D. Ngoài ra cũng có thể nhầm lấy thể tích hình cầu chia cho thể tích hình lập phương.

Câu 37:



Gọi M sao cho ABMC là hình bình hành

Vẽ AH vuông góc với BM tại H, AK vuông góc SH tại K

Suy ra, AK vuông góc (SBM)

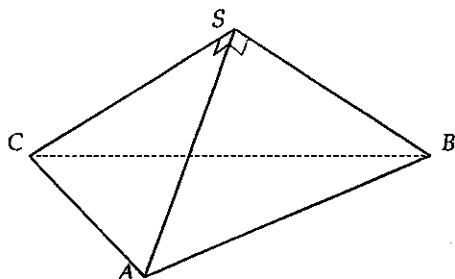
$$\text{Ta có: } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{2a^2} = \frac{5}{2a^2}$$

Vì AC song song (SBM) suy ra

$$d(AC, SB) = d(A, (SBM)) = AK = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 38:



Chứng minh: $SA \perp mp(SBC)$

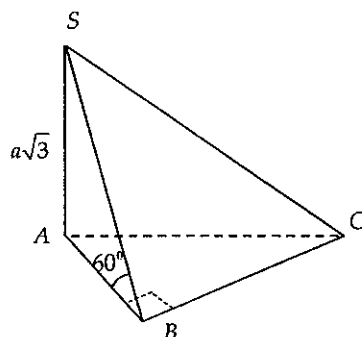
$$\Rightarrow V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3}S_{SBC} \cdot SA$$

$$S_{SBC} = \frac{1}{2}SB \cdot SC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Vậy: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 39:



• Ta có: $SA \perp AB$, $SA \perp AC$, $BC \perp AB$, $BC \perp SA$

Suy ra, $BC \perp (SAB)$ nên: $BC \perp SB$

Do đó, tứ diện S.ABC có 4 mặt đều là các tam giác vuông.

• Ta có: AB là hình chiếu của SB lên (ABC) nên $SBA = 60^\circ$

$$\tan SBA = \frac{SA}{AB} \Rightarrow AB = \frac{SA}{\tan SBA} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a (= BC)$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$$

• Do đó ta có:

$$S_{TP} = S_{ASB} + S_{ASBC} + S_{ASAC} + S_{AABC}$$

$$= \frac{1}{2}(SA \cdot AB + SB \cdot BC + SA \cdot AC + AB \cdot BC)$$

$$= \frac{1}{2}(a\sqrt{3} \cdot a + 2a \cdot a + a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2} + a \cdot a) = \frac{3 + \sqrt{3} + \sqrt{6}}{2} \cdot a^2$$

Vậy đáp án cần tìm là A.

Câu 40:

Lưu ý công thức tỉ lệ thể tích chỉ dùng cho chóp tam giác chung đỉnh và tương ứng tỉ lệ cạnh. Ta có:

$$\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} + \frac{V_{SMQP}}{V_{SADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} + \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SQ}{SD} \cdot \frac{SP}{SC}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SMNPQ}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} + \frac{V_{SMQP}}{V_{SADC}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \right)$$

$$\Rightarrow V_{SMNPQ} = 1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

Vậy đáp án cần tìm là D.

Sai lầm thường gặp: Sử dụng công thức sai:

$$\frac{V_{SMNPQ}}{V_{SABCD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} \rightarrow \text{đáp án A.}$$

Câu 41:

Gọi O là giao điểm của BC và AD. Khi quay hình ABCD quanh BC tức là tam giác vuông OBA quanh OB và tam giác vuông OCD quanh OC. Mỗi hình quay sẽ tạo ra một hình nón nên hình tạo ra sẽ tạo ra 2 hình nón.

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 42:

Theo đề bài ta có: $V = 18000 \text{ cm}^3, h = 40 \text{ cm}$.

Do đó, ta có:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 18000}{40\pi}}$$

$$\Rightarrow r \approx 20,72 \text{ cm.}$$

Vậy bán kính của hình tròn là $r = 21 \text{ cm}$.

Câu 43:

Đáp án A sai vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0.1 + 0.1 + 1.0 = 0$

Đáp án B đúng vì:

$$\cos(\vec{b}; \vec{c}) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| |\vec{c}|}$$

$$= \frac{1.1 + 1.1 + 0.1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Đáp án C sai vì: $|\vec{b}| = \sqrt{2}, |\vec{c}| = \sqrt{3}, |\vec{a}| = 1$. Không thỏa mãn đẳng thức.

Đáp án D sai vì: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 2; 2)$.

Câu 44: Công thức tích có hướng:

$$\vec{u} = (x; y; z); \vec{v} = (x'; y'; z')$$

$$\Rightarrow [\vec{u}; \vec{v}] = \begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x & z \\ x' & z' \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \vec{k}$$

Do đó ta có:

$$[\vec{a}; \vec{b}] = (2.1 - 1.3; 3.(-2) - 1.1; 1.1 - (-2).2) = (-1; -7; 5)$$

Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Tính sai định thức và dẫn tới đáp án A.

Câu 45: Bài này đơn thuần dùng công thức:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\overline{BC}; \overline{BD}] \cdot \overline{BA}$$

Ta có: $\overline{BC} = (1; 0; -2); \overline{BD} = (0; -1; -2); \overline{BA} = (1; 2; 1)$.

Do đó ta có:

$$[\overline{BC}; \overline{BD}] = (-2; 2; -1)$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot |(-2; 2; -1) \cdot (1; 2; 1)| = \frac{1}{6} \cdot |-2 + 4 - 1| = \frac{1}{6}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Tùy do thiếu hệ số $\frac{1}{6}$ hay nhớ

nhầm sang $\frac{1}{3} S.h$ ở công thức thể tích mà đưa ra kết quả sai.

Câu 46:

Dễ thấy chỉ có khẳng định C là đúng.

Câu 47:

Bài này ta cần kiểm tra có bốn điểm nào đồng phẳng hay không? Và câu trả lời là không? Bạn đọc tự suy ngẫm. Do đó, có 3 điểm tạo thành 1 mặt phẳng và có tất cả: $C_3^3 = 10$ mặt phẳng. Vậy đáp án đúng là D

Câu 48:

Ta có: $\overline{AB} = (3; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P)

nhận $\overline{AB}$ là vecto pháp tuyến nên ta có:

$$(P): 3(x - x_A) + (y - y_A) - (z - z_A) = 0$$

$$(P): 3x + y - z + 4 = 0$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 49: Giao điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ của $d_1; d_2$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} \frac{x_0 + 1}{2} = \frac{y_0}{3} = \frac{z_0 - 1}{3} \\ \frac{-x_0 + 1}{2} = \frac{y_0}{1} = \frac{z_0 - 1}{1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-x_0 + 1}{2} = 3 \cdot \frac{x_0 + 1}{2} \Rightarrow x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_0 = \frac{3}{4}; z_0 = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{7}{4}\right)$$

$$\Rightarrow d_{(P)} = \frac{|-1 + 3 - 7 - 3|}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2}} = \frac{4}{3}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 50:

Ta có: $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Do đó, đáp án đúng là C.

ĐỀ SỐ 29

Câu 1: Với các giá trị nào của a thì hàm số $y = x^4 + 4(m+1)x^3 + 2(m+2)x^2 - 1$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại?

A. $\frac{-7-2\sqrt{10}}{9} \leq m \leq \frac{-7+2\sqrt{10}}{9}$

B. $\left(-\infty; \frac{-7-2\sqrt{10}}{9}\right) \cup \left(\frac{-7+2\sqrt{10}}{9}; +\infty\right)$

C. $\frac{-7-2\sqrt{10}}{9} < m < \frac{-7+2\sqrt{10}}{9}$

D. $\left[\frac{-7-2\sqrt{10}}{9}; \frac{-7+2\sqrt{10}}{9}\right] \cup \{-2\}$

Câu 2: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + 2m - 3$ là:

A. $y = \frac{-2m^2x}{3} + 2m - 3$

B. $y = \frac{-2m^2x}{9} + 2m - 3$

C. $y = \frac{2m^2x}{9} + 2m - 3$

D. $y = \frac{2m^2x}{3} + 2m - 3$

Câu 3: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m^2 - 2m)x + m - 2}{x - 1}$ không có tiệm cận.

A. Không tồn tại m .

B. $m = 0$

C. $m = 2$

D. $m \in \{-1; 2\}$

Câu 4: Cho hàm số $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. Hàm số có $D = \mathbb{R} \setminus \{x_0 : x_0^3 - 3x_0 + 1 \neq 0\}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[a; b]$ và có duy nhất một cực tiểu tại điểm $x = c \in (a; b)$.

Khẳng định nào sau đây là đúng khi xét hàm số trên $[a; b]$?

A. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = c$.

B. Hàm số có $f'(c) = 0$.

C. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

D. Kết luận A và B đúng.

Câu 6: Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + x^2 - 2x}{(x - 1)(x^2 - 5x + 6) + 2} + 1$?

A. $\left(1; \frac{1}{2}\right)$

B. $(2; 1)$

C. $\left(3; \frac{5}{2}\right)$

D. $(0; -1)$

Câu 7: Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị của hàm số nào tại bốn điểm phân biệt?

A. $y = x^3 - 2x + 1$

B. $y = -x^4 + 2x^2$

C. $y = -3x^3 + x^2 - 2$

D. $y = 2x^4 - 5x^2 + 3$

Câu 8: Với giá trị nào của m thì phương trình $x^2|x^2 - 2| = m$ có đúng 6 nghiệm phân biệt?

A. $\mathbb{R} \setminus (0; 1)$

B. $\mathbb{R} \setminus [1; +\infty)$

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right)$

D. $[0; 1]$

Câu 9: Xác định phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+2}$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.

A. $y = 1$

B. $x = 1$

C. $y = \frac{-2x_0^2 - 2x_0 + 4}{(x_0 + 2)^2}(x - x_0) + y_0$

D. $y + 1 = 0$

Câu 10: Giả sử rằng ở rãnh Mariana ở Tây Bắc Thái Bình dương (nơi sâu nhất của đại dương), nồng độ muối trong nước biển $C(\text{mol/l})$ là một hàm phụ thuộc vào độ sâu $s(\text{km})$ có phương trình:

$$C(s) = \frac{e^{s-s^2}}{\sqrt{s+1}} + 0,1 (\text{mol/l}). \text{ Tìm độ sâu } s_0 (\text{km}) \text{ để nồng độ muối nơi đó là lớn nhất.}$$

- A. $s_0 = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} (\text{km})$ B. $s_0 = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} (\text{km})$ C. $s_0 = 1,182 (\text{mol/l})$ D. Không tồn tại s_0 .

Câu 11: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. Khi xét lũy thừa với số mũ thực thì ta luôn phải có cơ số là số thực dương.
 B. Cách xác định lũy thừa với số mũ vô tỉ ta phải sử dụng thông qua giới hạn dãy số.
 C. Với số nguyên dương n lẻ và số thực a cho trước thì có đúng một căn bậc n của a .
 D. Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = x^a$ là $(0; +\infty)$.

Câu 12: Cho các hàm số $f(x) = x^2$; $g(x^3) = x^4 + 1$; $h(x^5) = x^6 + 2$. Xác định hàm số $h(g(f(x)))$?

- A. $(x^2 \sqrt[3]{x^2} + 1)^6 + 2$ B. $(x^2 + 1)^{6/5} + 2$ C. $5\sqrt{(x^2 \sqrt[3]{x^2} + 1)^6} + 2$ D. $(x^{8/3} - 1)^{6/5} + 2$

Câu 13: Cho các hàm số $f(x) = x^2 + x + 1$; $g(x) = x^4 + x^2 + 1$; $h(x) = f(g(x))$; $k(x) = g(f(x))$. So sánh hai giá trị $h'(1)$; $k'(1)$ ta có:

- A. $h'(1) > k'(1)$ B. $h'(1) < k'(1)$ C. $h'(1) = k'(1)$ D. $9h'(1) < k'(1)$

Câu 14: Cho $a = \log_2 20$. Tính $b = \log_{20} 5$ theo a ?

- A. $b = \frac{a}{a-2}$ B. $b = 1 + \frac{2}{a}$ C. $b = \frac{a-2}{a}$ D. $b-1 = \frac{2}{a-2}$

Câu 15: Giải phương trình: $\log_3 x + 2\log_9 x^2 + 3\log_{27} x^3 = 6$.

- A. $x = \frac{1}{3}$ B. $x \in \{1; 3\}$ C. $x = 3$ D. $x = 1$

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{\log_{2017} x}{x}$.

- A. $y' = \frac{1}{x^2 \ln 2017} - \frac{\log_{2017} x}{x^2}$ B. $y' = \frac{1 - \log_{2017} x}{x^2}$
 C. $y' = \frac{1}{\ln 2017} - \frac{\log_{2017} x}{x^2}$ D. $y' = \frac{1}{x^2 \log_{2017} 2017} - \frac{\log_{2017} x}{x^2}$

Câu 17: Tập xác định của hàm số: $y = \ln|2 - x^2|$ là:

- A. $(-2; 2)$ B. $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$ C. $\mathbb{R} \setminus [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ D. $\mathbb{R}$

Câu 18: Giải bất phương trình: $\log_x (5x - 6) > 2$.

- A. $(0; 1)$ B. $(0; 1) \cup (2; 3)$ C. $(2; 3)$ D. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$

Câu 19: Đạo hàm cấp 100 của hàm số $y = e^{3x}$ là:

- A. e^{3x} B. $\frac{e^{3x}}{3^{100}}$ C. $3^{100} \cdot e^{3x}$ D. $\frac{e^{3x}}{x^{100}}$

Câu 20*: Một vi sinh vật đặc biệt X có cách sinh sản vô tính kì lạ (sinh sản vô tính tức là sinh sản không cần thông qua sự giao phối giữa hai con), tại thời điểm 0h có đúng 2 con X. Với mỗi con X, sống được tới giờ thứ n (với n là số nguyên dương) thì ngay lập tức thời điểm đó nó đẻ một lần ra 2^n con X khác, tuy

nhân do chu kì của con X ngắn nên ngay sau khi đẻ xong lần thứ 4, nó lập tức chết. Hỏi rằng, lúc 7h có bao nhiêu con sinh vật X đang sống?

A. 19328

B. 14336

C. 19264

D. 20170

Câu 21: Tính tích phân: $I = \int_0^{2\pi/3} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

C. $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

D. $\frac{\pi-1}{2}$

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = 2\cos 2x + 3^{\sin x - 1} \cos x + x$.

A. $\int f(x) dx = \sin 2x + 3^{\sin x - 1} + \frac{x^2}{2} + C$

B. $\int f(x) dx = 2\sin x \cos x + \frac{3^{\sin x - 1}}{\ln 3} + \frac{x^2}{2} + C$

C. $\int f(x) dx = \sin 2x + 3^{\sin x - 1} \ln 3 + \frac{x^2}{2} + C$

D. $\int f(x) dx = -\sin 2x + \frac{3^{x-1}}{\ln 3} + \frac{x^2}{2} + C$

Câu 23: Trong chương trình toán cơ bản đã học, công thức $\int_a^b u(x)v'(x)dx = (u(x)v(x))\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$ đúng khi nào?

A. Hai hàm $u(x); v(x)$ chỉ cần có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$.

B. Hai hàm $u(x); v(x)$ chỉ cần có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$.

C. Hai hàm $u(x); v(x)$ phải có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$.

D. Hai hàm $u(x); v(x)$ phải có đạo hàm liên tục trên khoảng $(a; b)$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và thỏa mãn: $\int_0^1 x(f'(x) - 2)dx = f(1)$. Tính giá trị của $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. -1

B. 1

C. 0

D. Không tính được

Câu 25: Tính thể tích khối chóp cắt tạo bởi khối chóp đỉnh S có diện tích hai đáy lần lượt là B; B' và chiều cao bằng h.

A. $V = \frac{h}{3}(B - B')$

B. $V = \frac{h}{3}\sqrt{BB'}$

C. $V = \frac{h}{3}(B + \sqrt{BB'} + B')$

D. $V = h(B + B' - \sqrt{BB'})$

Câu 26: Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính $\sqrt{3}$ thành hai phần. Tìm tỉ số diện tích của phần nhỏ đối với phần lớn.

A. $\frac{\frac{\sqrt{2}}{3} + 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{3\pi - 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{\sqrt{2}}{3}}$

B. $\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} + 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{3\pi - 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{2\sqrt{2}}{3}}$

C. $\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} + 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{3\pi - 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{2\sqrt{2}}{3}}$

D. $\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} + 3\arcsin\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)}{3\pi - 3\arcsin\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right) - \frac{2\sqrt{2}}{3}}$

Câu 27: Người ta đổ nước vào một cái giếng hình trụ có chiều cao $h = 3,5(m)$ và đường kính đáy bể là $d = 1m$. Hỏi người ta cần đổ xuống bao nhiêu mét khối nước để nước ngập đến chính giữa giếng.

A. $\frac{7}{16}\pi$

B. $\frac{7}{48}\pi$

C. $\frac{7}{4}\pi$

D. $\frac{7}{12}\pi$

Câu 28: Cho $f(x)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$, các công thức sau, công thức nào đúng?

- A. $\int_0^1 f(x) - \left[f^2(x) + \frac{1}{4} \right] dx = \left(\int_0^1 f(x) - \frac{1}{2} dx \right)^2$ B. $\int_0^{1/2} |f'(x)| dx = \left| f\left(\frac{1}{2}\right) - f(0) \right|$
 C. $\int_0^1 f(|x|) dx = 2 \int_0^{\sqrt{2}/2} xf(x^2) dx - \int_{-1}^{1/2} f(x) dx$ D. $\int_0^1 \left[f(x) - f\left(\frac{x}{2}\right) \right] dx = \int_0^1 \left[f(x) - f\left(\frac{x}{2}\right) \right] dx$

Câu 29: Tìm phần thực của số phức z biết: $z + 2\bar{z} = 3 + 4i$.

- A. 1 B. -1 C. 0 D. -4

Câu 30: Tìm modun của số phức z biết z không phải là số thực và thỏa mãn: $z^2(|z| + z\bar{z}) = 12\bar{z}$.

- A. $z = x \pm i\sqrt{2-x^2}$ B. $|z| \in \{0;2\}$ C. Không tồn tại z D. $|z| = 2$

Câu 31: Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z mà cả phần thực và phần ảo của nó đều thuộc đoạn $[-2;2]$ là:

- A. Tập các điểm nằm trên biên và bên trong hình tròn có tâm $(0;0)$ và bán kính $R = 2$.
 B. Tập các điểm nằm trên đoạn thẳng $y + x = 0$ với $x \in [-2;2]$.
 C. Tập các điểm nằm trên biên và bên trong hình vuông có bốn đỉnh $(2;2); (2;-2); (-2;2); (-2;-2)$.
 D. Tập các điểm $(x;y)$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 \leq 4$.

Câu 32*: Cho hai số phức $a; b$ thỏa mãn: $|a| = |b| = 1$. So sánh hai số $x = |a + b + i|; y = |ab + i(a + b)|$ ta có khẳng định sau:

- A. $x = y$ B. $x < y$ C. $x > y$ D. Không so sánh được.

Câu 33: Giải phương trình trên tập số phức: $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.

- A. $S = \{-1; i\}$ B. $S = \{-1; \pm i\}$ C. $S = \{0\}$ D. $S = \{1; \pm i\}$

Câu 34: Gọi $z_1; z_2; z_3; z_4$ là các nghiệm phức của phương trình $z^4 + 5z^2 + 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$S = \frac{1}{1-z_1} + \frac{1}{1-z_2} + \frac{1}{1-z_3} + \frac{1}{1-z_4}$$

- A. $\frac{7}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. 1 D. 2

Câu 35: Cho $z = a + bi$. Các công thức sau, công thức nào sai:

- A. $\bar{z} = a - bi$ B. $z^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$
 C. $\frac{1+i}{z} = \frac{(a+b) + (a-b)i}{|z|}$ D. $z(1+i)^2 = -2b + 2ai$

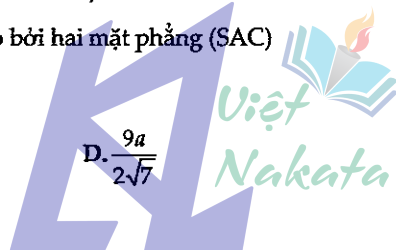
Câu 36: Điền vào chỗ trống để khẳng định sau là đúng: Số cạnh của một đa diện lồi luôn số mặt của nó.

- A. Nhỏ hơn B. Lớn hơn hoặc bằng C. Lớn hơn D. Tùy từng trường hợp

Câu 37: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a . Góc $BAC = 60^\circ$, hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trọng tâm tam giác ABC, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (ABCD) là 60° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) theo a .

- A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$ B. $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$ C. $\frac{a}{2\sqrt{7}}$ D. $\frac{9a}{2\sqrt{7}}$

Câu 38: Cho một bát diện đều. Các khẳng định đúng là:



1. Bát diện đều có đúng 12 cạnh.
 2. Bát diện đều có đúng 8 đỉnh.
 3. Bát diện đều nếu có cạnh bằng a thì sẽ nội tiếp một mặt cầu có bán kính bằng $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 4. Ghép hai khối tứ diện đều ta được một khối bát giác đều.
- A. 1;2 B. 3;4 C. 1;3 D. 1;3;4

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi ; hai đường chéo $AC = 2\sqrt{3}a$, $BD = 2a$ và cắt nhau tại O ; hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}a^3}{3}$ D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 40: Cho lăng trụ tam giác đều có diện tích mặt bên và mặt đáy lần lượt là $2cm^2$ và $\sqrt{3}cm^2$. Xác định thể tích lăng trụ trên.

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 41: Cho hình chóp lục giác đều $SABCDEF$ có $SA = 5$; $AB = 3$. Tính thể tích khối chóp $SABCDE$.

- A. $45\sqrt{3}$ B. $18\sqrt{3}$ C. $54\sqrt{3}$ D. $15\sqrt{3}$

Câu 42: Cho A' ; B' ; C' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA ; SB ; SC của hình chóp $SABC$. Xác định tỉ số $\frac{V_{A'B'C'ABC}}{V_{SABC}}$.

- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên (SAB) là tam giác đều và vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB . Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $H(2;3;4)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) qua H và cắt ba trục tọa độ tại các điểm A ; B ; C sao cho H là trọng tâm $\triangle ABC$.

- A. $2x+3y+4z-29=0$ B. $4x+3y+2z-29=0$
C. $2x+3y+4z-9=0$ D. $4x+3y+2z-9=0$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;1;1)$; $B(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z=4$. Tìm tọa độ giao điểm M của AB với mặt phẳng (P) .

- A. $M\left(\frac{-1}{9}; \frac{8}{9}; \frac{7}{9}\right)$ B. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{-5}{6}; \frac{11}{6}\right)$ C. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}; \frac{13}{18}\right)$ D. $M\left(\frac{-1}{6}; \frac{5}{6}; \frac{2}{3}\right)$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;1;2)$; $B(-1;1;4)$; $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ nếu có.

- A. $G(0;1;2)$ B. $G(1;-2;0)$ C. $G(0;1;2)$ D. $G(0;1;3)$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;-2;1)$; $B(0;2;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm A ; B và có tâm nằm trên trục Oz .

- A. $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ B. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$

C. $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$

D. $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ cho bốn vec tơ $\vec{a} = (0; 1; 3); \vec{b} = (-1; 2; 1); \vec{c} = (2; 1; 3); \vec{d} = (1; 1; -1)$. Cặp vec tơ vuông góc với nhau là:

A. $(\vec{a}; \vec{d})$

B. $(\vec{b}; \vec{d})$

C. $(\vec{b}; \vec{c})$

D. $(\vec{b}; \vec{d}); (\vec{c}; \vec{d})$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 4)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z = 5$. Tìm tọa độ hình chiếu H của A lên mặt phẳng (P) .

A. $H\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{10}{7}\right)$

B. $H\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{4}{7}\right)$

C. $H(0; 1; 1)$

D. $H\left(1; 1; \frac{2}{3}\right)$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 3; 1)$ và đi qua tâm của mặt cầu (S) có phương trình: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 3 = 0$.

A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$

B. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{2-z}{-1}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$



ĐÁP ÁN

1D	2B	3D	4D	5A	6D	7D	8C	9A	10A
11D	12C	13B	14C	15C	16A	17B	18B	19C	20C
21A	22B	23C	24A	25C	26B	27A	28C	29A	30D
31C	32A	33D	34A	35C	36C	37B	38C	39A	40B
41D	42A	43A	44A	45A	46D	47B	48D	49A	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Phân tích: Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi và chỉ khi dấu của $f'(x_0)$ chuyển từ âm sang dương (đối với cực đại thì ngược lại chuyển từ dương sang âm). Với lý thuyết này, ta có:

$$y' = 4x^3 + 4(m+1).3x^2 + (m+2)x$$

$$\Rightarrow y' = 4x[x^2 + 3(m+1)x + (m+2)]$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 3(m+1)x + m+2 = 0 (*) \end{cases}$$

Như vậy, để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại thì chỉ xảy ra một trong hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

$$\Delta = 9(m+1)^2 - 4(m+2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 9m^2 + 14m + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-7-2\sqrt{10}}{9} \leq m \leq \frac{-7+2\sqrt{10}}{9}$$

Trường hợp 2: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, đồng thời một trong hai nghiệm đó phải bằng 0.

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 0^2 + 3(m+1) \cdot 0 + m+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

Vậy đáp án đúng phải là đáp án D.

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh chỉ nhìn ra trường hợp 1 của bài toán và sẽ thu được kết quả là A. Một số khác vừa không nhìn được trường hợp 2, lại còn nhầm dấu của bất phương trình (trong trường hợp 1) nên sẽ nhầm sang đáp án B. Có nhiều em do quá vội vàng sẽ chỉ cho chỉ cần (*) vô nghiệm là đủ và cho ngay đáp án C. Bài toán này "lừa" học sinh ở chỗ là rất ít người nghĩ được trường hợp 2.

Câu 2: Đây là một câu cơ bản đối với học sinh lớp 12. Tuy nhiên vẫn cần nhắc qua kiến thức.

Nói ngắn gọn thì ta dùng phép chia đa thức y cho y' rồi được số dư chính là đường thẳng đi qua hai cực trị. (Ở bài toán tự luận hoặc bài toán trắc nghiệm mà có đáp số không tồn tại đường thẳng, thì ta cần phải tìm điều kiện của m để hàm số có hai cực trị, vì có nhiều khả năng là không tồn tại m để hàm số có hai cực trị, đồng nghĩa là không tồn tại đường thẳng đã cho). Với bài này, do đáp án không có đáp án nào là không tồn tại đường thẳng nên ta chỉ cần chia $y = x^3 - mx^2 + 2m - 3$ cho $y' = 3x^2 - 2mx$ ta được:

$$\begin{aligned} & x^3 - mx^2 + 2m - 3 \\ &= \left(\frac{x}{3} - \frac{m}{9}\right)(3x^2 - 2mx) - \frac{2m^2x}{9} + 2m - 3 \end{aligned}$$

Do đó, đường thẳng cần tìm là:

$$y = -\frac{2m^2x}{9} + 2m - 3$$

Vậy đáp án cần tìm là B.

Sai lầm thường gặp: Do tính thiếu cẩn thận trong khi thực hiện phép chia đa thức.

Câu 3: Bài toán này dựa vào nhận xét sau:

$$y = \frac{(m^2 - 2m)x + m - 2}{x - 1} = \frac{f(x)}{x - 1};$$

$$f(x) = (m^2 - 2m)x + m - 2$$

Nếu $f(1) \neq 0$ thì rõ ràng, đồ thị hàm số đã cho có ít nhất một tiệm cận đứng là $x = 1$. Do đó, tối thiểu ta phải có: $f(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x-3}{x-1} = 3; (\forall x \neq 1) \\ y = \frac{0}{x-1} = 0; (\forall x \neq 1) \end{cases}$$

Do đó, cả hai giá trị $-1; 2$ đều thỏa mãn. Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh sẽ khẳng định $x = 1$ là tiệm cận đứng nên không tồn tại m và cho đáp án A.

Câu 4:

Nhân xét: Ta có thể loại trừ ngay đáp án A, B, C.

Ta có:

$$y' = \frac{3x^2 - 3}{3\sqrt[3]{(x^3 - 3x + 1)^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 5:

Khẳng định A là đúng bởi vì ta hoàn toàn có thể vẽ bảng biến thiên và nhận ra rằng $f(c)$ là giá trị nhỏ nhất trên $[a; b]$.

Khẳng định B là sai vì hàm số đã cho mới chỉ cho là xác định trên đoạn $[a; b]$ chứ chưa cho là có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$. Ví dụ minh họa mà bạn đọc có thể dễ thấy là ta xét hàm số $y = |x|$ trên đoạn $[-1; 1]$. Khi đó hàm số này đạt cực tiểu tại $x = 0$ nhưng lại không có đạo hàm tại $x = 0$.

Khẳng định C là sai vì ta chẳng có mối liên hệ gì giữa giá trị cực tiểu với nghiệm của hàm số. Dĩ nhiên, ta có thể lấy minh họa bằng hàm số $y = x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ thì hàm này có duy nhất một cực tiểu là $x = 0$ nhưng lại vô nghiệm.

Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh sẽ chọn đáp án D bởi vì thường cho $f'(c) = 0$. Đây là lỗi rất khó nhìn, cần phải xem lại khái niệm cực tiểu hàm số trong sách giáo khoa.

Câu 6: Hàm số đã cho rất phức tạp nên việc bấm máy tính cũng gặp chút khó khăn. Nhưng chỉ với một lưu ý nhỏ thì ta có thể thấy ngay.

$$y = \frac{(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + x^2 - 2x}{(x - 1)(x^2 - 5x + 6) + 2} + 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{x(x - 1)(x - 2)(x - 3) + x^2 - 2x}{x(x - 1)(x - 2)(x - 3) + 2} + 1$$

Nên ta có thể thấy ngay:

$$y(1) = \frac{1}{2}; y(2) = 1; y(3) = \frac{5}{2}; y(0) = 1$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Câu 7: Số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x); y = g(x)$ bằng với số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = g(x)$.

Rõ ràng hàm bậc ba thì chỉ có tối đa ba nghiệm nên ta có thể loại trừ ngay phương án A và C.

Đối với phương án B và D ta trực tiếp thử:

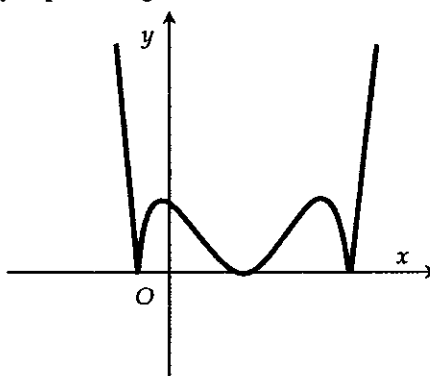
$$-x^4 + 2x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ nên có thể loại B.}$$

$$2x^4 - 5x^2 + 3 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Do đó, đáp án đúng là D.

Câu 8: Bài toán này thực chất cũng là một bài toán tìm số giao điểm của đồ thị $y = x^2|x^2 - 2|$ và đường thẳng $y = m$. Ta quan sát một chút, hàm số có thể viết lại thành: $y = |x^4 - 2x^2|$. Như vậy hàm số này thực chất là vẽ đồ thị hàm bậc bốn sau đó, tất cả những phần nằm dưới trục hoành thì được bỏ đi và lấy đối xứng qua trục hoành, còn những phần trên đồ thị thì được giữ nguyên. Khi đó, ta thu được đồ thị hàm số và chỉ cần tìm m để thu được đúng 6 giao điểm.

Vậy đáp án đúng là C.



Sai lầm thường gặp: Sai trong cách biểu thị kết quả dưới dạng tập hợp.

Câu 9: Đây là dạng toán tìm tiếp tuyến cơ bản của hàm số. Công thức đã biết:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

Tại $x = 1$ ta có: $y = 1$ và ta có:

$$y' = \frac{2(x^2 + 2) - (2x + 1) \cdot 2x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{-2x^2 - 2x + 4}{(x^2 + 2)^2}$$

Do đó ta có: $y'(1) = 0$. (Lưu ý việc sử dụng máy tính ở đây có vẻ nhanh và chính xác hơn). Khi đó, tiếp tuyến là: $y = 1$.

Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Một số học sinh do học vẹt công thức nên sẽ khoanh đáp án C.

Câu 10: Bản chất bài toán này là tìm giá trị lớn nhất của hàm số, ta có:

$$C(s) = \frac{e^{s-s^2}}{\sqrt{s+1}} + 0,1 \Rightarrow C'(s) = -\frac{e^{s-s^2}(4s^2 + 2s - 1)}{2(s+1)^{3/2}}$$

$$C(s) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} s = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} \text{ (loại)} \\ s = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} \text{ (chọn)} \end{cases}$$

Vì s là độ sâu nên ta chỉ cần xét trong trường hợp $s \geq 0$. Do đó, dễ dàng nhận thấy giá trị lớn nhất khi $s = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Một số học sinh vì không đọc kĩ đề bài mặc dù đã xác định được s_0 nhưng lại tính thêm nồng độ tại s_0 nên ra đáp án C.

Câu 11: Các khẳng định A, B, C là hiển nhiên đúng do kiến thức trong sách giáo khoa đã ghi. Riêng khẳng định D là sai bởi vì tập xác định của hàm số lũy thừa phụ thuộc vào giá trị của số mũ. (xem thêm trong sách giáo khoa, ví dụ với số mũ nguyên dương thì hiển nhiên tập xác định là $\mathbb{R}$). Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh không chắc kiến thức sẽ phân vân là đáp án B với D. Nếu em nào còn phân vân thì xem lại sách giáo khoa nhé.

Câu 12: Câu này cần chắc về kiến thức hàm hợp:

$$f(x) = x^2; g(x) = x^{4/3} + 1; h(x) = x^{6/5} + 2$$

$$\Rightarrow h(g(f(x))) = h(g(x^2)) = h(x^{8/3} + 1)$$

$$\Rightarrow h(g(f(x))) = (x^{8/3} + 1)^{6/5} + 2$$

Vậy đáp án đúng là C.

Lưu ý: Rất dễ nhầm lẫn trong việc hợp của các hàm số.

Câu 13: Với bài toán này ta lại cần lưu ý đạo hàm của hàm hợp. Ta có:

$$h'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)); k'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x));$$

$$f(1) = 3; g(1) = 3; f'(x) = 2x + 1; g'(x) = 4x^3 + 2x;$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h'(1) = g'(1) \cdot f'(3) = 42 \\ k'(1) = f'(1) \cdot g'(3) = 342 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh cho rằng $h'(1) = k'(1)$.

Câu 14: Bài toán này chỉ kiểm tra công thức của hàm logarit. Ta có:

$$a = \log_2 20 = \log_2 (2^2 \cdot 5) = 2 + \log_2 5;$$

$$b = \log_{20} 5 = \frac{1}{\log_5 20} = \frac{1}{\log_5 (5 \cdot 2^2)} = \frac{1}{1 + 2\log_5 2};$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{1}{\log_2 5}} = \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{1}{a-2}} = \frac{a-2}{a}$$

Vậy đáp án cần tìm là C.

Công thức cần nhớ: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. Về ý tưởng

giải dạng toán này là phải đưa về cùng một biến. Và bài toán này chọn biến trung gian là $c = \log_2 5$.

Câu 15: Nhìn vào cơ sở thì ta có thể rút ra ngay bài toán: (lưu ý điều kiện $x > 0$):

$$\log_3 x + 2\log_9 x^2 + 3\log_{27} x^3 = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + 2\log_3 x^2 + 3\log_3 x^3 = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + 2\log_3 x + 3\log_3 x = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy đáp án đúng là đáp án C.

Công thức cần nhớ:

$$\log_a x = \frac{1}{m} \cdot \log_{|a|} x; \log_a x^n = n \log_a |x|$$

Câu 16: Đây là câu mức độ trung bình, kiểm tra công thức đạo hàm:

$$y = \frac{\log_{2017} x}{x} \Rightarrow y' = \frac{x(\log_{2017} x)' - \log_{2017} x}{x^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{x \cdot \frac{1}{x \ln 2017} - \log_{2017} x}{x^2} = \frac{1 - \ln 2017 \cdot \log_{2017} x}{x^2 \ln 2017}$$

Đối chiếu với các kết quả ta thấy chỉ có đáp án A là thỏa mãn.

Sai lầm thường gặp: Rõ ràng đây là hàm số ít gặp trong chương trình (đạo hàm của hàm logarit). Vì thế có rất nhiều học sinh nhớ nhầm công thức:

$$(\log_{2017} x)' = \frac{1}{x} \text{ thì sẽ ra đáp án B.}$$

$$(\log_{2017} x)' = \frac{x}{\ln 2017} \text{ thì sẽ ra đáp án C.}$$

$(\log_{2017} x)' = \frac{1}{x \log_{2017} 2017}$ thì sẽ ra đáp án D.

Vậy cách để nhớ công thức là gì???? Ta có thể sử dụng bằng cách nhớ đạo hàm của hàm $\ln x$ bằng $\frac{1}{x}$. Từ đó ta suy ra:

$$(\log_a x)' = \left(\frac{\ln x}{\ln a} \right)' = \frac{1}{\ln a} \cdot (\ln x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

Câu 17: Tập xác định của hàm $\log_a f(x)$ là: $f(x) > 0$. Do đó, với bài toán này, tập xác định sẽ là: $|2 - x^2| > 0 \Leftrightarrow |x| \neq \sqrt{2}$. Do đó, đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh nắm rõ bản chất nhưng vẫn quên dấu giá trị tuyệt đối ở phía trong nên hiểu sai thành $2 - x^2 > 0$ và đưa ra đáp án A. Một số học sinh lại cho điều kiện có nghĩa là biểu thức không âm mà giá trị tuyệt đối của một số luôn không âm nên sẽ khoanh ngay đáp án D.

Câu 18: Về mặt nguyên tắc ta cần nhớ khẳng định "quy" sau:

$$\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow (a-1)(b-c) > 0$$

Khi đó áp dụng vào bài toán một cách nhanh chóng: (điều kiện $x > 0; x \neq 1$)

$$\log_x (5x-6) > 2 \Leftrightarrow \log_x (5x-6) > \log_x x^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(5x-6-x^2) > 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x-3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ 2 < x < 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $x > 0; x \neq 1$ ta có: $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 2 < x < 3 \end{cases}$

Vậy đáp án cần tìm là B.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều học sinh do chỉ xét tới một trường hợp là $x > 1$ hoặc $x < 1$ nên có thể gây ra đáp án A hoặc C. Một số em không biết cách giải bất phương trình cuối hoặc nhầm dấu và đưa tới kết quả D.

Câu 19: Câu này khá lạ đối với học sinh và được đánh giá ở mức độ khá. Thay vì tính đạo hàm cấp 100 ta cứ thử tính toán với một số cái nhỏ nhỏ để rút ra:

$$y' = 3e^{3x} \Rightarrow y'' = 9e^{3x} \Rightarrow y^{(3)} = 27e^{3x} = 3^3 \cdot e^{3x}$$

$$y^{(4)} = 3^3 \cdot 3e^{3x} = 3^4 \cdot e^{3x} \Rightarrow y^{(5)} = 3^5 \cdot e^{3x}$$

Từ đó, dễ dàng dự đoán được $y^{(100)} = 3^{100} \cdot e^{3x}$ (công việc chứng minh ở đây chỉ là quy nạp đơn thuần). Vậy đáp án C đúng.

Sai lầm thường gặp: Hay sai $(e^{3x})' = e^{3x}$ hoặc

$$(e^{3x})' = \frac{e^{3x}}{3}$$

Câu 20: Đây là một câu suy luận khá thú vị và hơi trừu tượng đối với học sinh, cần phân tích kĩ. Ta sẽ vẽ thành một cái bảng với các hàng thì biểu thị số con sống được 0, 1, 2, 3, 4 tiếng còn các cột thì biểu thị số con từng thời điểm 0h, 1h, 2h, 3h, ..., 7h.

	0t	1t	2t	3t	4t
0h	2				
1h	4	2			
2h	16	4	2		
3h	64	16	4	2	
4h	256	64	16	4	2
5h	960	256	64	16	4
6h	3712	960	256	64	16
7h	14336	3712	960	256	64

Ta sẽ mô tả như sau: tại hàng một, có đúng 2 con sống được 0 tiếng tại thời điểm 0h. Tại hàng hai tức là thời điểm 1h, 2 con này sống được 1 tiếng và mỗi con sinh ra $2^1 = 2$ con nên có tổng 4 con mới được sinh ra, hay là 4 con sống được 0 tiếng tại thời điểm này. Tại hàng thứ ba tức là thời điểm 2h, 4 con sống được 1 tiếng và 2 con sống được 2 tiếng khi đó, chúng đẻ ra: $4 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 = 16$ con và 16 con này sống được 0 tiếng tại thời điểm này. Cứ tiếp tục như vậy ta có bảng trên và thu được, tại thời điểm 7h ta có tổng số con đang sống là:

$$14336 + 3712 + 960 + 256 = 19264$$

Vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Chỉ dừng lại ở số con sống được 0 tiếng tại thời điểm 7h và ra đáp án A. Một số học sinh lại cộng cả 64 con sau khi đẻ lần 4 (tức là cả hàng cuối) và ra đáp án B.

Câu 21: Học sinh có thể bấm máy tính là nhanh nhất, thế nhưng vẫn nên hiểu bản chất vấn đề:

$$I = \int_0^{2\pi/3} \sqrt{1 - \cos 2x} dx = \int_0^{2\pi/3} \sqrt{2 \sin^2 x} dx$$

Do trên đoạn $[0; 2\pi]$ thì $\sin x \geq 0$ nên:

$$I = \sqrt{2} \int_0^{2\pi/3} \sin x dx = -\sqrt{2} \cos x \Big|_0^{2\pi/3} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 22: Công thức nguyên hàm:

$$\begin{aligned} \int f(x)dx &= \int (2\cos 2x + 3^{\sin x-1} \cos x + x)dx \\ \Rightarrow \int f(x)dx &= \int 2\cos 2x dx + \int 3^{\sin x-1} d(\sin x) + \int x dx \\ \Rightarrow \int f(x)dx &= \sin 2x + \frac{3^{\sin x-1}}{\ln 3} + \frac{x^2}{2} + C \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Học sinh hay nhầm:

$$\int \cos x dx = -\sin x; \int 3^x dx = 3^x \ln 3$$

Câu 23: Đáp án đúng là C. Xem thêm định lý trong sách giao khoa.

Câu 24: Đây là một câu khó trong đề thi.

Do xuất hiện $f'(x); f(x)$ trong dấu tích phân nên ta có thể nghĩ tới phương pháp tích phân từng phần.

$$\begin{aligned} \int_0^1 x(f'(x) - 2)dx &= f(1) \Rightarrow \int_0^1 xf'(x)dx = \int_0^1 2xdx + f(1) \\ \Rightarrow \int_0^1 xd(f(x)) &= x^2 \Big|_0^1 + f(1) = 1 + f(1) \\ \Rightarrow xf(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx &= 1 + f(1) \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = -1 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 25: Ta có:

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b B \frac{x^2}{b^2} dx = \frac{B}{3b^2} (b^3 - a^3) \Rightarrow V = B \cdot \frac{b-a}{3} \cdot \frac{a^2 + ab + b^2}{b^2} \\ h &= b-a; B' = B \cdot \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow V = \frac{h}{3} (B + \sqrt{BB'} + B') \end{aligned}$$

Đáp án đúng là C.

Câu 26: Phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 3$.
Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 + \frac{x^4}{4} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ \frac{x^2}{2} + 1 = 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow A(-\sqrt{2}; 1); B(\sqrt{2}; 1) \end{aligned}$$

Diện tích được giới hạn bởi parabol với đường tròn là:

$$S_1 = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left(\sqrt{3-x^2} - \frac{x^2}{4} \right) dx = \frac{2\sqrt{2}}{3} + 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

Diện tích đường tròn là:

$$S = S_1 + S_2 = \pi R^2 = 3\pi$$

$$\Rightarrow S_2 = 3\pi - 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó, } S_1 < S_2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} + 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{3\pi - 3\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 27: Có thể sử dụng ngay công thức tính thể tích hình trụ. Lưu ý, bài toán này chỉ tính mức nước ở giữa cái giếng hay nửa thể tích hình trụ:

$$V = \frac{1}{2} S \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{16} \pi$$

Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Nhớ sai công thức tính thể tích hình trụ: $V = \frac{1}{3} Sh$ hoặc coi d là bán kính thì

sẽ ra ba đáp án còn lại.

Câu 28: Kiểm tra tổng quát các công thức tích phân, lưu ý rằng nếu với mọi hàm $f(x)$ thì hầu hết những khẳng định sau xảy ra:

$$\begin{aligned} \int_a^b |f(x)|dx &\neq \left| \int_a^b f(x)dx \right| (1); \int_a^b (f(x))^2 dx \neq \left(\int_a^b f(x)dx \right)^2 (2) \\ \int_a^b |f(x)|dx &\neq \int_a^b f(x)dx (3) \end{aligned}$$

Khẳng định (1) xảy ra dấu "=" khi khi $f(x)$ không đổi dấu.

Khẳng định (3) xảy ra dấu "=" khi khi $f(x) \geq 0$.

Khẳng định (2) xảy ra dấu "=" khi điều kiện phức tạp không muốn nêu (ai thích tìm hiểu có thể tìm trên internet là bất đẳng thức Bunhiacopski dạng tích phân), nhưng thực sự nó không cần thiết cho kì thi đại học. Vấn đề ở đây là ta có thể lấy ví dụ $f(x) = x^2$ thì rõ ràng không xảy ra dấu "=".

Khi đó dễ dàng kiểm tra chỉ có khẳng định C là đúng bởi vì:

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(|x|)dx &= \int_0^1 f(x)dx = \int_0^{1/2} f(x)dx + \int_{1/2}^1 f(x)dx \\ &= 2 \int_0^{1/2} xf(x^2)dx - \int_{1/2}^1 f(x)dx \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 29: Đặt $z = a + bi$. Khi đó ta có:

$$z + 2\bar{z} = (a + bi) + 2(a - bi) = 3a - bi$$

$$z + 2\bar{z} = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ -b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

Do đó, phần thực của số phức z là 1. Vậy đáp án đúng là A.

Sai lầm thường gặp: Không phân biệt được đâu là phần thực của số phức z và có thể ghi đáp án D.

Câu 30: Bài toán này chỉ cần lưu ý một số tính chất sau của số phức: $|z^m| = |z|^m$; $|z| = |\bar{z}|$; $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

Khi đó ta có ngay:

$$\begin{aligned} z^2(|z| + z\bar{z}) &= 12\bar{z} \Rightarrow |z|^2(|z| + |z|^2) = 12|z| \\ \Rightarrow |z|(|z|^3 + |z|^2 - 12) &= 0 \Rightarrow |z|(|z|^2 + 3|z| + 6) = 0 \\ \Rightarrow |z| &= 0 \Leftrightarrow z = 0 \text{ (loại; } z \notin \mathbb{R}) \\ \Rightarrow |z| &= 2 \end{aligned}$$

Do đó, $|z| = 2$ và đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Đáp án A người ta không yêu cầu tìm z . Đáp án B sai do không loại trường hợp z thực.

Câu 31: Rõ ràng tập hợp các điểm là tập hợp các điểm nằm trên cạnh và nằm bên trong hình vuông có bốn đỉnh là:

$(2; 2); (2; -2); (-2; 2); (-2; -2)$. Do đó, đáp án đúng là C.

Câu 32: Do $|a| = |b| = 1$ nên ta có thể đặt:

$$a = \cos A + i \sin A; b = \cos B + i \sin B$$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B + 1)^2} \\ y &= \sqrt{(\cos A \cos B - \sin A \sin B - \sin A - \sin B)^2 + (\cos A \sin B + \sin A \cos B + \cos A + \cos B)^2} \end{aligned}$$

Rút gọn ta có:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3 + 2\cos(A - B) + 2(\sin A + \sin B)}; \\ y &= \sqrt{3 + 2\cos(A - B) + 2(\sin A + \sin B)} \end{aligned}$$

Do đó, $x = y$ nên đáp án đúng là A.

Câu 33: Ta có:

$$z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)(z^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = i \\ z = -i \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 34: Giải phương trình ta được bốn nghiệm: $\pm i; \pm 2i$. Do đó ta có:

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i} \right) + \left(\frac{1}{1-2i} + \frac{1}{1+2i} \right) \\ S &= \frac{2}{(1+i)(1-i)} + \frac{2}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{2}{2} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 35:

Kinh nghiệm: Với dạng toán này ta thực hiện từ những đáp án theo hình thức từ đơn giản đến phức tạp.

Ta thấy ngay khẳng định A, B là đúng. Thử với khẳng định D ta có:

$z(1+i)^2 = (a+bi)(2i) = -2b+2ai$ nên khẳng định D là đúng. Đến đây ta có thể khoanh C ngay, ta thử kiểm chứng xem???

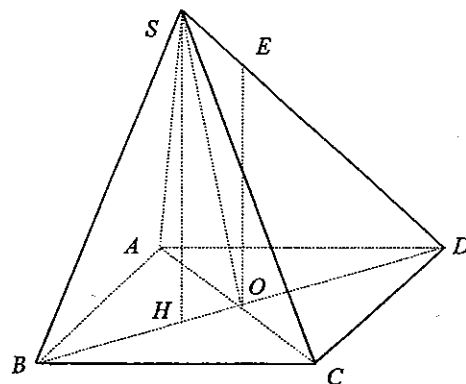
$$\frac{1+i}{z} = \frac{1+i}{a+bi} = \frac{(1+i)(a-bi)}{a^2+b^2} = \frac{(a+b) + (a-b)i}{|z|^2}$$

Như vậy mẫu số sai. Do đó, đáp án đúng là C.

Câu 36: Đáp án đúng là C (bạn đọc xem lại sách giáo khoa).

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh nhầm đáp án B hoặc D.

Câu 37:



Trong mặt phẳng (SBD) kẻ OE song song SH và cắt SD tại E. Khi đó ta có tứ diện OECD vuông

tại O và $OC = \frac{a}{2}; OD = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OE = \frac{3a}{8}$

$$\frac{1}{d^2(O; (SCD))} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OE^2}$$

$$\Rightarrow d(O; (SCD)) = \frac{3a}{4\sqrt{7}}$$



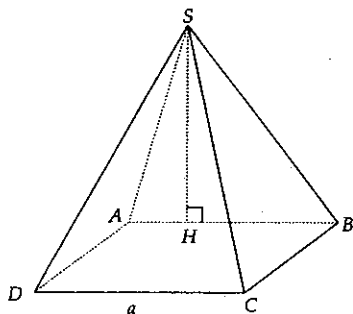
$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Do đó ta có:

$$\frac{V_{A'B'C'ABC}}{V_{SABC}} = 1 - \frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 43:



Ta có: $(SAB) \perp (ABCD); (SAB) \cap (ABCD) = AB$
 $SH \subset (SAB); SH \perp AB$ (là đường cao của ΔSAB đều). Suy ra: $SH \perp (ABCD)$

Tính $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (vì ΔSAB đều cạnh a)

$$S_{ABCD} = a^2$$

$$\text{Do đó, } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 44: Một trong những tính chất cơ bản của bài toán này là: H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $OH \perp (ABC)$. (Nếu em nào chưa biết có thể hỏi thêm trong group). Ta có:

$\vec{OH} = (2; 3; 4)$ nên phương trình mặt phẳng (P)

là:

$$2(x-2) + 3(y-3) + 4(z-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y + 4z - 29 = 0$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 45: Phương trình đường thẳng AB là:

$$\frac{x-0}{1-0} = \frac{y-1}{2-1} = \frac{z-1}{3-1}$$

Khi đó, ta có:

$$M(x_0; y_0; z_0) \in AB \Leftrightarrow \exists t: M(t; t+1; 2t+1)$$

M là giao điểm AB và mặt phẳng (P) khi:

$$1t + 2(t+1) + 3(2t+1) = 4 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow M\left(-\frac{1}{9}; \frac{8}{9}; \frac{7}{9}\right)$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 46: Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

là:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{0 + (-1) + 1}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1 + 1 + 1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2 + 4 + 3}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0; 1; 3)$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 47:

Tâm nằm trên trục Oz nên có tọa độ: $I(0; 0; z_0)$.

Do mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A; B$ nên ta có:

$$IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(1-0)^2 + (-2-0)^2 + (1-z)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (2-0)^2 + (0-z)^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 + (z_0^2 - 2z_0 + 1) = z_0^2 \Leftrightarrow z_0 = 1 \Leftrightarrow I(0; 0; 1)$$

$$\Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 48:

Vì theo đáp án ta chỉ cần kiểm tra:

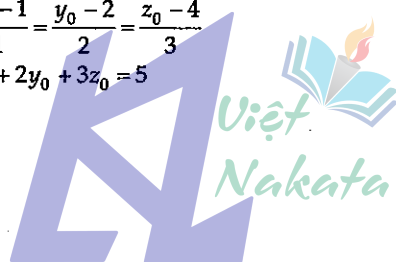
$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 5 \neq 0 \\ \vec{a} \cdot \vec{c} &= 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 10 \neq 0 \\ \vec{a} \cdot \vec{d} &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = -2 \neq 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{c} &= (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 3 \neq 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} &= (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 0 \\ \vec{c} \cdot \vec{d} &= 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = 0 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 49:

Điểm $H(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) khi:

$$\begin{cases} AH \perp (P) \\ H \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_0-1}{1} = \frac{y_0-2}{2} = \frac{z_0-4}{3} \\ x_0 + 2y_0 + 3z_0 = 5 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \frac{x_0 - 1}{1} = \frac{2y_0 - 4}{4} = \frac{3z_0 - 12}{9}$$

$$= \frac{(x_0 - 1) + (2y_0 - 4) + (3z_0 - 12)}{1 + 4 + 9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_0 - 1}{1} = \frac{y_0 - 2}{2} = \frac{z_0 - 4}{3} = \frac{-12}{14} = \frac{-6}{7}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{1}{7} \\ y_0 = \frac{2}{7} \\ z_0 = \frac{10}{7} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{10}{7}\right)$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 50: Tâm của mặt cầu (S) là:

$$(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 8$$

$$\Rightarrow I(0; 1; 2)$$

Do đó, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A và I là:

$$\frac{x - 0}{2 - 0} = \frac{y - 1}{3 - 1} = \frac{z - 2}{1 - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 2}{-1}$$

Vậy đáp án đúng là B.



ĐỀ SỐ 30

Câu 1. Trong ba hàm số :

I. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$

II. $y = \frac{x^3}{x-1}$

III. $y = \frac{x^2+x+1}{x-1}$

Đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang?

A. Chỉ I và II.

B. Chỉ I và III.

C. Chỉ II và III.

D. Cả ba I, II, III.

Câu 2. Số phát biểu đúng về hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ là:

(1) Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$;

(2) Hàm số đã cho là hàm chẵn;

(3) Hàm số đã cho có đạo hàm cấp 2 và $f''(1) < 0$;

(4) Đồ thị hàm số đã cho là một parabol;

(5) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = +\infty$.

A. 0

B. 2

C. 3

D. 5

Câu 3. Hàm số $y = \frac{\cos x}{2\sin^2 x}$ có đạo hàm bằng:

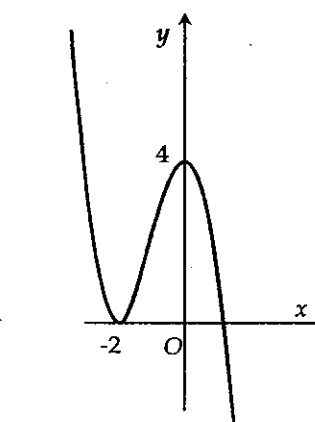
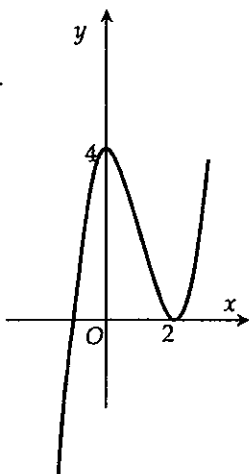
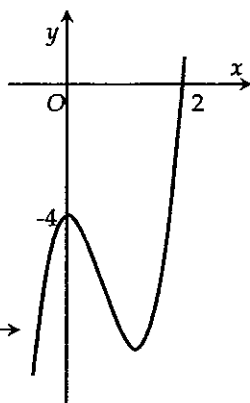
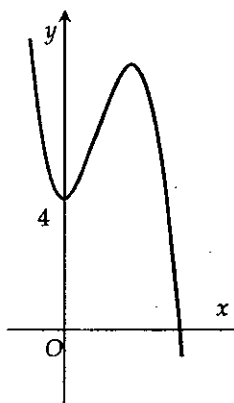
A. $\frac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$

B. $\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$

C. $-\frac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$

D. $-\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$

Câu 4. Hình nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$?



A.

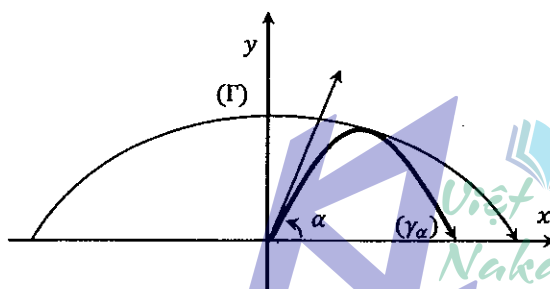
B.

C.

D.

Câu 5. Một viên đạn được bắn ra với vận tốc ban đầu $v_0 > 0$ từ một nòng súng đặt ở gốc tọa độ O nghiêng một góc α với mặt đất (nòng súng nằm trong mặt phẳng thẳng đứng Oxy và tạo với trục hoành Ox góc α). Biết quỹ đạo chuyển động của viên đạn là parabol

$(\gamma_\alpha): y = -\frac{g}{2v_0^2}(1 + \tan^2 \alpha)x^2 + x \tan \alpha$ (với g là



gia tốc trọng trường) và giả sử rằng quỹ đạo ấy luôn tiếp xúc với parabol an toàn $(\Gamma): y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + \frac{v_0^2}{2g}$.

Tọa độ tiếp điểm khi $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $M\left(-\frac{v_0^2}{g \tan \alpha}; \frac{v_0^2}{2g}(1 - \cot^2 \alpha)\right)$

B. $M\left(\frac{v_0^2}{g \tan \alpha}; \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}\right)\right)$

C. $M\left(\frac{v_0^2}{\tan \alpha}; \frac{v_0^2}{2}\left(\frac{-g}{\tan^2 \alpha} + \frac{1}{g}\right)\right)$

D. $M\left(\frac{v_0^2}{\tan \alpha}; \frac{1}{2}\left(\frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{\tan^2 \alpha}\right)\right)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đơn điệu trên khoảng (a, b) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$.

B. $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a, b)$.

C. $f'(x) \neq 0, \forall x \in (a, b)$.

D. $f'(x)$ không đổi dấu trên (a, b) .

Câu 7. Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^2 - 3x + 2$.

A. $y_{CD} = 4$

B. $y_{CD} = 1$

C. $y_{CD} = 0$

D. $y_{CD} = -1$

Câu 8. Chọn phát biểu đúng:

A. Giá trị cực đại của hàm số luôn lớn hơn giá trị cực tiểu của hàm số.

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$.

C. Hàm số đa thức bậc 3 có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

D. Nếu $f''(x_0) < 0$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = x_0$.

Câu 9. Sau những ngày mưa lớn, Thành phố Hồ Chí Minh thường xuyên bị ngập. Mức nước ngập trung bình tại một vị trí bất kì (nếu có) được tính theo hàm số $y = -3x^4 + 2\sqrt{5}x^3 - 6x^2 + 6\sqrt{5}x + 7$, với $|x|$ là khoảng cách tính từ cổng trường Đại học Y Dược Tp. Hồ Chí Minh đến điểm đó (tính theo đơn vị km). Nhà bạn Trần ở nơi có mức nước ngập cao nhất thành phố, mỗi ngày bạn Trần đến trường bằng cách đi bộ với vận tốc 60 mét/phút. Hỏi bạn Trần phải bắt đầu đi học muộn nhất từ mấy giờ để đến trường trước 7 giờ?

A. 6 giờ 50 phút

B. 6 giờ 45 phút

C. 7 giờ kém 20 phút

D. 7 giờ kém 14 phút

Câu 10. Hàm số $y = 5\ln|x+3| - \frac{9}{2}\ln|2x+5|$ đồng biến trên từng khoảng:

A. $\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và $\left(-\frac{5}{2}; 2\right)$

B. $\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và $(2; +\infty)$

C. $(-\infty; -3)$ và $\left(-\frac{5}{2}; 2\right)$

D. $(-\infty; -3)$ và $(2; +\infty)$

Câu 11. Điểm cố định của đồ thị hàm số $(C_m): y = \frac{x-4m}{2(mx-1)}$ là:

A. $M\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{2}; 2\right)$ và $N(-3; 1)$

B. $N(-3; 1)$

C. $M\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{2}; 2\right)$

D. $P(-2; 1)$ và $Q(2; -1)$

Câu 12. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(0; 3)$?

A. $y = |x - x^2 - 1|$ B. $y = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4x + 3}$ C. $y = \frac{\ln(x+5)}{x^2 - 5x + \ln 3}$ D. $y = \sqrt{15 - x^2} + 3x - 2x - 6$

Câu 13. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + 4}{x^2 + 1}$ trên đoạn $[-1; 1]$ là:

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 14. Tìm giá trị gần đúng tổng các nghiệm của bất phương trình sau:

$$\left(\sqrt{2 \log_x \frac{22}{3} - 2 \log_x \frac{22}{3} + 5 - \sqrt{13}} + \sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}} x} - \frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x} + 4} \right) (24x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 1997x^2 + 2016) \leq 0$$

- A. 12 B. 12,1 C. 12,2 D. 12,3

Câu 15. Cho $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$ thỏa mãn $\log_b \sqrt{c} = x^2 + 1$ và $\log_a \sqrt{b^3} = \log_{\sqrt{c}} a = x$. Tính giá trị gần đúng của biểu thức $Q = 24x^2 - 2x - 1997$.

- A. $Q \approx -1982$ B. $Q \approx -1979$ C. A và B đúng D. A và B sai

Câu 16. Tập xác định của bất phương trình $\log_x \frac{\sqrt{8x^2 - 12}}{\ln \frac{1}{x}} \geq \frac{1995}{\sin x - \cos x}$ là

- A. $(0; 1) \cup \left[\sqrt{\frac{3}{2}}; +\infty \right)$ B. $\left[-\sqrt{\frac{3}{2}}; 0 \right) \cup \left[1; \sqrt{\frac{3}{2}} \right)$ C. $\mathbb{R} \setminus \left[-\sqrt{\frac{3}{2}}; \sqrt{\frac{3}{2}} \right] \cup (0; 1)$ D. $\emptyset$

Câu 17. Phương trình $5^{x-1} + 5 \cdot 0,2^{x-2} = 26$ có tích các nghiệm là:

- A. 3 B. 4 C. 625 D. A, B và C đều sai

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^x$ là:

- A. $f'(x) = x^{x-1}(x + \ln x)$ B. $f'(x) = x^x(\ln x + 1)$
C. $f'(x) = x^x \ln x$ D. Không tính được

Câu 19. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$ và

$$[a + b + c]^m > \left[(a^3 + b^3 + c^3) + 6abc + 3(ab^2 + bc^2 + ca^2) + 3(a^2b + b^2c + c^2a) \right]^n.$$

- A. $m < n$ B. $m > n$
C. $m = n$ D. Không đủ dữ kiện so sánh

Câu 20. Cho $\log \frac{10 + \pi \sqrt{5}}{[3 - \ln 11] \left[(\log_2 5)^{7^2 - 9\sqrt{26}} \right] \log 11} a < \log \frac{10 + \pi \sqrt{5}}{[3 - \ln 11] \left[(\log_2 5)^{7^2 - 9\sqrt{26}} \right] \log 11} b$. Khi đó

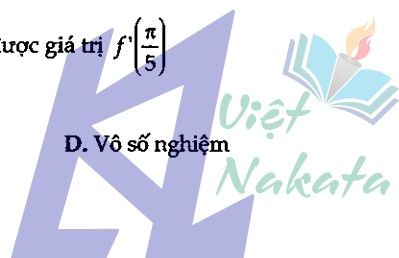
- A. $a < b$ B. $a > b$
C. $a = b$ D. Không đủ dữ kiện so sánh

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \log |\sin(\cos x)|$. Đạo hàm $f'\left(\frac{\pi}{5}\right)$ có giá trị gần đúng là:

- A. 0 B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{2}$ D. Không thể tính được giá trị $f'\left(\frac{\pi}{5}\right)$

Câu 22. Cho hàm số $y = 24 \log_2 x$. Số nghiệm của phương trình $y'' = 0$ là:

- A. Vô nghiệm B. Hai nghiệm phân biệt C. Nghiệm kép D. Vô số nghiệm



Câu 23. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=0, x=2, y=e^x$ và $y=e^{-x+2}$ quanh trục Ox gần nhất với giá trị nào sau đây:

- A. 128,23 B. 128,24 C. 128,25 D. 128,26

Câu 24. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x^3} = a \ln \frac{5}{8} + b$. Khi đó $a+2b$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{5}{16}$

Câu 25. Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $q(x) = \frac{3x^2 - 8x - 1}{(x^2 + x - 1)^2}$?

- A. $\frac{3x^2 + 1}{x^2 + x - 1}$ B. $\frac{-3x + 4}{x^2 + x - 1}$ C. $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + x - 1}$ D. $\frac{4x^2 - x}{x^2 + x - 1}$

Câu 26. Tính $\int e^x \cdot e^{x+1} dx$ ta được kết quả nào sau đây?

- A. $e^x \cdot e^{x+1} + C$ B. $\frac{1}{2} e^{2x+1} + C$ C. $2e^{2x+1} + C$ D. Kết quả khác.

Câu 27. Gọi α là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{3} + \sin 2x}$; $x=0$; $x=\frac{\pi}{2}$ và trục Ox . Tìm giá trị của $\cos \alpha$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 0 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 28. Tìm nguyên hàm của $I = \int \frac{1}{x^2 + 4} dx$

- A. $\frac{1}{2} t + C$ B. $\frac{1}{2} x + C$ C. $\frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$ D. $\frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} + C$

Câu 29. Tìm nguyên hàm của $I = \int \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) \cdot e^x dx$

- A. $e^x \ln x + C$ B. $(e^x + 1) \ln x + C$ C. $e^x \ln x + x + C$ D. $e^x + C$

Câu 30. Cho số phức $z = (3+i)^2$. Môđun của số phức $w = \frac{1}{z} + \bar{z}$ là:

- A. $\frac{202}{25} - \frac{303}{50}i$ B. $\frac{303}{25} - \frac{202}{50}i$ C. $\frac{101}{10}$ D. $\frac{10201}{100}$

Câu 31. Biết rằng $|z - (i+1)| = 1$ và $z - 2i$ là một số thực khác 0, số phức liên hợp của số phức z là:

- A. $1+2i$ B. $1-2i$ C. Không tồn tại z D. Không tồn tại $\bar{z}$

Câu 32. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = (z_1 - 1)^{2011} + (z_2 - 1)^{2011}$ là:

- A. 1 B. -1 C. 2^{1006} D. -2^{1006}

Câu 33. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $|-2 - 3i + \bar{z}| = |z - i|$.

- A. $\frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$ B. $\frac{6}{5} - \frac{3}{5}i$ C. $\frac{9}{5}$ D. $\sqrt{\frac{9}{5}}$

Câu 34. Tìm phần ảo của số phức $z = \left(\frac{2 - 2\sqrt{3}i}{\sqrt{3} - i} \right)^n$, với n là số nguyên dương thỏa mãn



$$\log_4(n-3) + \log_2 \sqrt{n+9} = 3.$$

A. $-64\sqrt{3}$

B. 64

C. 64i

D. Không tồn tại phần ảo

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = AB = a$, biết các tam giác ACD và BCD vuông tại A và B . Thể tích hình chóp $ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên gấp đôi diện tích mặt đáy. Khi đó, thể tích của hình chóp là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $2a^3 \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 37. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, BC=2a, AA'=a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM=3MD$. Thể tích khối chóp $MABC'$ là:

A. $\frac{a^3}{2}$

B. $\frac{2a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\frac{a^3}{4}$

Câu 38. Một khối trụ có bán kính đáy bằng r và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi V, V' lần lượt là thể tích khối trụ và thể tích của hình lăng trụ đều nội tiếp bên trong hình trụ đã cho. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ là:

A. π

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{1}{\pi}$

D. $\frac{2}{\pi}$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, các mặt (SAD) và (SAB) vuông góc với đáy. Góc giữa mặt (SBC) và đáy bằng 45° , $AB=2a, BC=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC là:

A. $2\sqrt{5}a$

B. $a \frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $2a$

D. $2a \frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 40. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\frac{\sqrt{3}b^2}{2\sqrt{3b^2-a^2}}$

B. $\frac{\sqrt{3}b^2}{2\sqrt{b^2-3a^2}}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2\sqrt{3a^2-b^2}}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2\sqrt{a^2-3b^2}}$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA=HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là:

A. $\frac{3a\sqrt{3}}{13}$

B. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$

C. $\frac{3a\sqrt{13}}{13}$

D. $\frac{3a\sqrt{13}}{26}$

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là hình tam giác đều cạnh a , biết diện tích xung quanh của lăng trụ là $6a^2$. Thể tích hình lăng trụ đó là:

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$

B. $V = 3\sqrt{3}a^2$

C. $V = \frac{1}{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+6y-3z+2=0$ và đường thẳng

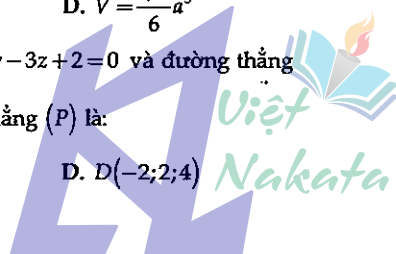
$d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Tọa độ giao điểm D của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

A. $D(-5;3;6)$

B. $D(1;3;7)$

C. $D(4;0;0)$

D. $D(-2;2;4)$



Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 12 = 0$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (α) là:

- A. $M\left(-\frac{67}{9}; \frac{29}{9}; -\frac{58}{9}\right)$ B. $M\left(-\frac{63}{7}; \frac{23}{7}; \frac{19}{7}\right)$ C. $M\left(\frac{26}{5}; -\frac{47}{5}; 5\right)$ D. $M\left(-4; \frac{23}{7}; \frac{17}{7}\right)$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 3x + y - z + 4 = 0$ và $(P_2): 3x + y - z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) là:

- A. $(P): 3x + y - z - 1 = 0$ B. $(P): 3x + y - z = 0$
C. $(P): 3x + y - z + 1 = 0$ D. $(P): 3x + y - z + 2 = 0$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là:

- A. $(Q): x - y + 2z - 2 = 0$ B. $(Q): 2x - 2y + z - 2 = 0$
C. $(Q): \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ D. $(Q): x - y + 2 + 6 = 0$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 3 - 2t' \\ z = 1 \end{cases}$

Phương trình đường vuông góc chung a của d và d' là:

- A. $a: \begin{cases} x = 2 + \frac{2}{3}t \\ y = 1 + \frac{8}{3}t \\ z = 1 \end{cases}$ B. $a: \frac{x-6}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ C. $a: \begin{cases} x = \frac{2}{3} + 2t \\ y = \frac{8}{3} + t \\ z = 1 \end{cases}$ D. $a: \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(2; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng mà khoảng cách từ A và B đến mặt phẳng đó bằng nhau?

- A. Một mặt phẳng B. Hai mặt phẳng
C. Không có mặt phẳng nào D. Vô số mặt phẳng

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là:

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. 3

Câu 50. Mặt cầu được tạo ra khi:

- A. Xoay một hình tròn quanh một đường kính bất kì của hình tròn đó một góc 180° .
B. Xoay nửa đường tròn quanh đường kính của nửa đường tròn đó một góc 180° .
C. Xoay nửa hình tròn quanh đường kính của nửa đường tròn đó một góc 180° .
D. Xoay một đường tròn quanh một đường kính bất kì của đường tròn đó một góc 180° .



ĐÁP ÁN

1C	2B	3D	4C	5B	6.D	7A	8C	9C	10B
11D	12D	13C	14B	15C	16.D	17A	18B	19B	20A
21A	22A	23B	24B	25D	26B	27A	28D	29A	30C
31B	32D	33A	34B	35B	36A	37D	38D	39D	40A
41C	42A	43D	44A	45C	46B	47C	48D	49C	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

$$\text{Ta có } y = \frac{3x^2}{x^2 - x} = \frac{3x^2}{x(x-1)} = \frac{3x}{x-1}.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x}{x-1} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$$

$$\Rightarrow \text{TCD: } x = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow \text{TCN: } y = 3.$$

Câu 2.

Dễ thấy (1) đúng, (2) sai vì hàm số đã cho là hàm không chẵn không lẻ, (3) đúng (qua tính toán trực tiếp), (4) sai vì đồ thị có dạng chuẩn của hàm đa thức bậc 3, (5) sai vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = -\infty$.

Ta chọn phương án B.

Câu 3: Đáp án D.

Vì

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(\cos x)' \cdot 2\sin^2 x - \cos x \cdot (2\sin^2 x)'}{(2\sin^2 x)^2} \\ &= \frac{-\sin x \cdot 2\sin^2 x - \cos x \cdot (2 \cdot 2\sin x \cdot \cos x)}{4\sin^4 x} \\ &= \frac{-2\sin^3 x - 4\sin x \cos^2 x}{4\sin^4 x} = -\frac{\sin^2 x + 2\cos^2 x}{2\sin^3 x} \\ &= -\frac{(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x}{2\sin^3 x} = -\frac{1 + \cos^2 x}{2\sin^3 x}. \end{aligned}$$

Câu 4.

Dựa vào tính đồng biến – nghịch biến (tính biến thiên) ta loại hai phương án A và D.

Với $x = 0$, suy ra $y = 4$, hay đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; 4)$ ta loại phương án B.

Vậy ta chọn phương án C.

Câu 5.

$$\text{Xét } (\gamma_\alpha): f(x) = -\frac{g}{2v_0^2}(1 + \tan^2 \alpha)x^2 + x \tan \alpha.$$

$$\text{và } (\Gamma): g(x) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + \frac{v_0^2}{2g}.$$

Nhận thấy (γ_α) tiếp xúc với (Γ) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases} \quad (2)$$

Ta có

$$(2) \Leftrightarrow -\frac{g}{v_0^2}(1 + \tan^2 \alpha)x + \tan \alpha = -\frac{g}{v_0^2}x$$

$$\Leftrightarrow -\frac{g}{v_0^2}[\tan^2 \alpha]x + \tan \alpha = 0 \Leftrightarrow x = \frac{v_0^2}{g \tan \alpha}$$

Ta chọn phương án B. (Ta cũng có thể tính được

$$y = \frac{v_0^2}{2g}(1 - \cot^2 \alpha) = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}\right).$$

Câu 6: Đáp án D.

Do hàm $f(x)$ đơn điệu trên (a, b) tức là luôn đồng

biến hoặc luôn nghịch biến trên (a, b) . Do vậy

$f'(x)$ không đổi dấu trên (a, b) .

Câu 7: Đáp án A.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \Rightarrow y = 4. \\ x = 1 \Rightarrow y = -1. \end{cases}$$

Do đó giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 4$.

Câu 8.

Phương án A sai, giá trị cực đại của hàm số có thể nhỏ hơn giá trị cực tiểu của hàm số.

Phương án B sai, vì đây chỉ là điều kiện cần, tham khảo SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao – trang 11.

Phương án D sai, vì điều này chỉ đúng khi kèm thêm điều kiện $f'(x_0) = 0$.

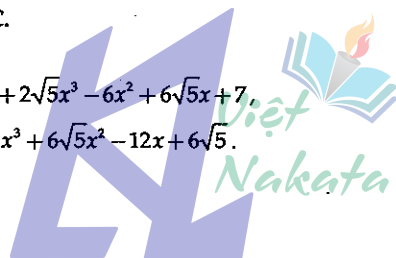
Ta chọn phương án C.

Câu 9.

$$\text{Xét hàm số } y = -3x^4 + 2\sqrt{5}x^3 - 6x^2 + 6\sqrt{5}x + 7.$$

$$\text{ta tính được } y' = -12x^3 + 6\sqrt{5}x^2 - 12x + 6\sqrt{5}.$$

Khi đó



$$y' = 0 \Leftrightarrow -12x^3 + 6\sqrt{5}x^2 - 12x + 6\sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow -6(2x - \sqrt{5})(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Vận dụng bảng biến thiên ta suy ra hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Do đó khoảng cách từ cổng trường Đại học Y Dược

Tp. Hồ Chí Minh đến nhà bạn Trần là $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (km).

Suy ra thời gian Trần đi từ nhà đến trường là

$$t = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 1000}{60} \approx 18,63 \text{ (phút)}.$$

Ta chọn phương án C.

Câu 10.

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -3; -\frac{5}{2} \right\}.$$

$$\text{Ta tính được } y'(x) = 5 \cdot \frac{1}{x+3} - 9 \cdot \frac{1}{2x+5}.$$

$$\text{Khi đó } y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vận dụng bảng biến thiên ta suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng $\left[-3; -\frac{5}{2} \right]$ và $(2; +\infty)$.

Ta chọn phương án B.

Câu 11.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định. Vì M là điểm cố định nên với mọi giá trị của m thì M vẫn thuộc (C_m) .

$$\text{Chọn } m = 2, \text{ suy ra } (C_2): y = \frac{x-8}{2(2x-1)},$$

$$\text{hay } y_0 = \frac{x_0-8}{2(2x_0-1)}.$$

$$\text{Chọn } m = 3, \text{ suy ra } (C_3): y = \frac{x-12}{2(3x-1)},$$

$$\text{hay } y_0 = \frac{x_0-12}{2(3x_0-1)}.$$

Do đó

$$\frac{x_0-8}{2(2x_0-1)} = \frac{x_0-12}{2(3x_0-1)} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -1 \\ y_0 = 1 \end{cases}.$$

Ta chọn phương án D.

Câu 12.

Như ta đã biết " $f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ " $\Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$ (dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm)"

Do đó, dùng chức năng tính đạo hàm tại một điểm của hàm số trong máy tính Casio - Vinacal ta thu được kết quả như sau: với phương án A: $y'(1) > 0$, với phương án B: $y'(2) > 0$ và với phương án C: $y'(1) > 0$. Ta loại cả ba phương án A, B và C.

Ta chọn phương án D.

Lưu ý rằng bài toán này vẫn có thể giải được theo phương pháp thông thường nhưng mất rất nhiều thời gian. Với một tí tính ý cùng chiếc máy tính trong tay học sinh có thể xử lý câu này chỉ trong vài "nốt nhạc".

Câu 13.

Ta tính được

$$y'(x) = \frac{(3x^2 + 2x) \cdot (x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + 4) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}.$$

Khi đó

$$\begin{cases} y'(x) = 0 \\ x \in [-1; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 + 3x^2 - 6x = 0 \\ x \in [-1; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 + 3x - 6 = 0 \\ x \in [-1; 1] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{Mặt khác } y(0) = 4, y(1) = 3, y(-1) = 2.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-1; 1]} y(x) = y(-1) = 2. \text{ Ta chọn phương án C.}$$

Câu 14*.

Điều kiện xác định $x > 0, x \neq 1$. Ta có

$$\begin{aligned} & 24x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 1997x^2 + 2016 \\ &= x^4(24x^2 - 2x + 1) + x^2(26x^2 - 2x + 1) \\ & \quad + 1996x^2 + 2016 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Mặt khác, đặt $y = \log_x \frac{22}{3}$ và kết hợp với

$$\log_x \frac{22}{3} = \frac{1}{\log_{\frac{22}{3}} x}, \text{ ta được}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2y^2 - 2y + 5} + \sqrt{2y^2 - 4y + 4} \\ &= \sqrt{(\sqrt{2y})^2 - 2\sqrt{2y} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{9}{2}} \\ & \quad + \sqrt{(\sqrt{2y})^2 - 2\sqrt{2y} \cdot \sqrt{2} + 2 + 2} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{2y} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{(\sqrt{2y} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2}$$

$$\text{Đặt } \vec{a} = \left(\sqrt{2y} - \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right); \vec{b} = (\sqrt{2} - \sqrt{2y}; \sqrt{2})$$

Suy ra

$$(\vec{a} + \vec{b}) = \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{13}$$

Ta có bất đẳng thức (bổ đề) sau $|\vec{a}| + |\vec{b}| \geq |\vec{a} + \vec{b}|$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

Do đó

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(\sqrt{2y} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{2y})^2 + (\sqrt{2})^2} \\ & \geq \sqrt{\left(\sqrt{2y} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} - \sqrt{2y}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{2y^2 - 2y + 5} - \sqrt{13} + \sqrt{2y^2 - 4y + 4} \geq 0$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2y} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} - \sqrt{2y}} = \frac{3}{\sqrt{2}} > 0 \Leftrightarrow 2\left(\sqrt{2y} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 3(\sqrt{2} - \sqrt{2y})$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2y} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2y} \Leftrightarrow 5\sqrt{2y} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow y = \frac{4}{5}$$

(nhận)

Từ đó ta được

$$(\sqrt{2y^2 - 2y + 5} - \sqrt{13} + \sqrt{2y^2 - 4y + 4})$$

$$(24x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 1997x^2 + 2016) \leq 0$$

Kết hợp đề suy ra

$$(\sqrt{2y^2 - 2y + 5} - \sqrt{13} + \sqrt{2y^2 - 4y + 4})$$

$$(24x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 1997x^2 + 2016) = 0$$

Nhận thấy $y = \frac{4}{5}$ là nghiệm duy nhất.

Từ đó suy ra

$$\log_x \frac{22}{3} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x^{\frac{4}{5}} = \frac{22}{3} \Leftrightarrow \ln x^{\frac{4}{5}} = \ln \frac{22}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5} \ln x = \ln \frac{22}{3} \Leftrightarrow \ln x = \frac{\ln \frac{22}{3}}{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow x = e^{\frac{5}{4} \ln \frac{22}{3}}$$

Vậy giá trị tổng các nghiệm cần tìm là

$$e^{\frac{5}{4} \ln \frac{22}{3}} \approx 12,1. \text{ Ta chọn phương án B.}$$

Câu 15.

Với $\log_b \sqrt{c} = x^2 + 1$, ta suy ra

$$\frac{1}{2} \log_b c = x^2 + 1 \Rightarrow \log_b c = 2x^2 + 2.$$

Với $\log_a \sqrt{b^3} = x$, ta suy ra

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \log_a b = x \Rightarrow \log_a b = \frac{4}{3} x.$$

Với $\log_{\frac{1}{c}} a = x$, ta suy ra $3 \log_c a = x \Rightarrow \log_c a = \frac{x}{3}$.

Mặt khác ta có đẳng thức $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$, do đó

$$\frac{4}{3} x \cdot (2x^2 + 2) \cdot \frac{x}{3} = 1 \Leftrightarrow x^4 + x^2 - \frac{9}{8} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{-2 + \sqrt{22}}{4} \\ x^2 = \frac{-2 - \sqrt{22}}{4} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-2 + \sqrt{22}}{4}}$$

Vậy $Q \approx -1982$ hoặc $Q \approx -1979$.

Ta chọn phương án C.

Câu 16.

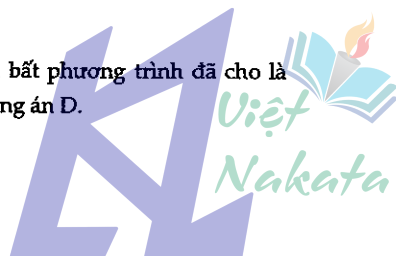
$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ \frac{\sqrt{8x^2 - 12}}{\ln \frac{1}{x}} > 0 \\ 8x^2 - 12 > 0 \\ \ln \frac{1}{x} > 0 \\ x \neq 0 \\ \sin x - \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \sqrt{\frac{3}{2}} \\ x < -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ x < 1 \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

(vô lý).

Vậy tập xác định của bất phương trình đã cho là $D = \emptyset$. Ta chọn phương án D.

Câu 17.

Ta có



$$5^{x-1} + 5 \cdot 0,2^{x-2} = 26 \Leftrightarrow \frac{1}{5} \cdot (5^x)^2 - 26 \cdot (5^x) + 125 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 5 \\ 5^x = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Do đó $x_1, x_2 = 3$. Ta chọn phương án A.

Sai lầm thường gặp: Không tính đại lượng x_1, x_2 mà tính $5^{x_1} \cdot 5^{x_2}$, ta sẽ chọn nhầm phương án C. Nhầm tổng và tích ta sẽ chọn nhầm B.

Câu 18.

Ta có $f(x) = x^x$, suy ra $\ln f(x) = \ln(x^x) = x \ln x$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được $\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln x + 1$, hay

$$f'(x) = f(x)[\ln x + 1] = x^x(\ln x + 1).$$

Ta chọn phương án B.

Sai lầm thường gặp: Dùng công thức $(a^x)' = a^x \ln a$,

suy ra $(x^x)' = x^x \ln x$; ta sẽ chọn nhầm C.

Không biết cách dùng công thức logarit nepe hai vế sẽ khó tìm được đáp án, ta sẽ chọn nhầm A hoặc ưu tiên chọn D!

Câu 19.

Vì $a, b, c > 0$ và $abc = 1$ nên áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta được $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3$.

Do đó $a + b + c < (a + b + c)^3$.

Mặt khác ta có

$$(a + b + c)^3 = (a^3 + b^3 + c^3) + 6abc + 3(ab^2 + bc^2 + ca^2) + 3(a^2b + b^2c + c^2a)$$

(dễ dàng chứng minh bằng khai triển hằng đẳng thức).

Suy ra

$$\begin{aligned} a + b + c &< (a + b + c)^3 \\ &= (a^3 + b^3 + c^3) + 6abc + 3(ab^2 + bc^2 + ca^2) \\ &\quad + 3(a^2b + b^2c + c^2a) \end{aligned}$$

hay

$$[a + b + c]^n < \left[(a^3 + b^3 + c^3) + 6abc + 3(ab^2 + bc^2 + ca^2) + 3(a^2b + b^2c + c^2a) \right]^n = \pi(e^2 - 1)^2.$$

Kết hợp với giả thiết đã cho ta được

$$[a + b + c]^m > [a + b + c]^n, \text{ với } a + b + c \geq 3 > 1.$$

Vậy $m > n$. Ta chọn phương án B.

Câu 20.

Nhận thấy

$$\frac{10 + \pi^e \sqrt{5}}{[3 - \ln 11] \cdot \left\{ (\log_2 5)^{[7^2 - 9\sqrt[3]{26}]} \right\} \cdot \log 11} > 1$$

nên $a < b$. Ta chọn phương án A.

Câu 21.

Cách 1. Tính $f'(x)$ bằng công thức, sau đó tính giá

$$\text{trị } f'\left(\frac{\pi}{5}\right).$$

Cách 2. Dùng chức năng tính đạo hàm của máy tính Casio - Vinacal.

Dễ dàng tính được $f'\left(\frac{\pi}{5}\right) \approx -0,2435$. Ta chọn

phương án A.

Câu 22.

Điều kiện $x > 0$. Ta có $y = 24 \log_2 x$, suy ra

$$y' = \frac{24}{x \ln 2}, \text{ do đó } y'' = -\frac{24}{x^2 \ln 2} < 0 \text{ với mọi } x > 0.$$

Ta chọn phương án A.

Câu 23.

Ta có công thức quen thuộc từ sách giáo khoa:

$$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$$

Chỉ cần áp dụng công thức và dùng máy tính cầm tay, ta có thể nhanh chóng giải ra câu này.

Ta có

$$V = \pi \int_0^2 [(e^x)^2 - (e^{-x+2})^2] dx = \pi \int_0^2 [e^{2x} - e^4 \cdot e^{-2x}] dx$$

$$\text{Và } f(x) = e^{2x} - e^4 \cdot e^{-2x} = \frac{e^{4x} - e^4}{e^{2x}}, f(x) > 0$$

với $x > 1$ và $f(x) < 0$ với $x < 1$ nên

$$\begin{aligned} V &= \pi \left[\int_0^1 (e^{2x} - e^4 \cdot e^{-2x}) dx + \int_1^2 (e^{2x} - e^4 \cdot e^{-2x}) dx \right] \\ &= \pi \left[\frac{-e^{-2x+4} - e^{2x}}{2} \Big|_0^1 + \frac{e^{2x} + e^{-2x+4}}{2} \Big|_1^2 \right] \\ &= \pi \left[\frac{-e^2 - e^2 + e^4 + 1}{2} + \frac{e^4 + 1 - e^2 - e^2}{2} \right] \end{aligned}$$

$$= \pi(e^2 - 1)^2.$$

Ta chọn phương án B.

Câu 24.

Ta có



$$I = \int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x^3} = \int_1^2 \frac{dx}{x^3 \cdot (x^2 + 1)} = \int_1^2 \frac{x}{x^4 \cdot (x^2 + 1)} dx$$

Đặt $t = x^2 + 1$, suy ra $dt = 2xdx \Leftrightarrow \frac{1}{2}dt = xdx$.

Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=2$, $x=2 \Rightarrow t=5$.

Suy ra $I = \int_2^5 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(t-1)^2 \cdot t} dt$.

Ta cần tách tiếp $\frac{1}{(t-1)^2 \cdot t}$ về dạng $\frac{mt+n}{(t-1)^2} + \frac{k}{t}$

để có thể lấy nguyên hàm được. Dễ dàng tìm được m, n, k bằng phương pháp đồng nhất hệ số. Ta tìm được $m=-1$, $n=2$, $k=1$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } I &= \frac{1}{2} \int_2^5 \left[\frac{1}{t} + \frac{2-t}{(t-1)^2} \right] dt \\ &= \frac{1}{2} \int_2^5 \frac{1}{t} dt + \frac{1}{2} \int_2^5 \frac{1}{(t-1)^2} dt - \frac{1}{2} \int_2^5 \frac{1}{t-1} dt \\ &= \frac{1}{2} \ln|x| \Big|_2^5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{t-1} \Big|_2^5 - \frac{1}{2} \ln|t-1| \Big|_2^5 \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - 1 \right) - \frac{1}{2} \ln 4 = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Suy ra $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{8} \Rightarrow a + 2b = \frac{5}{4}$.

Ta chọn phương án B.

Câu 25.

Cách 1. Ta tính đạo hàm của từng hàm số trong các phương án A, B, C, D.

Cách 2. Ta tính đạo hàm của hàm số trong phương án A. Nếu kết quả vừa tính được không trùng với $q(x)$, ta chọn ngay phương án A. Nếu kết quả vừa

tính được trùng với $q(x)$, ta sẽ thực hiện quy trình sau:

- Chẳng hạn với phương án B: Xác định xem tồn tại hay không hệ số m nguyên duy nhất sao cho $3x^2 + 1 + m(x^2 + x - 1) = -3x + 4$

với mọi x , hay $m = \frac{(-3x+4) - (3x^2+1)}{x^2+x-1}$.

Ta dễ dàng thực hiện quy trình này với sự hỗ trợ của Casio - Vinacal.

- Thực hiện tương tự với phương án C và D cho đến khi «không tồn tại hệ số m nguyên

duy nhất» thỏa mãn quy trình, và đó chính là đáp án của bài toán.

Ta chọn phương án D, chính xác phải là $\frac{4x^2+x}{x^2+x-1}$

Câu 26: Đáp án B.

Ta có

$$\int e^x \cdot e^{x+1} dx = \int e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x+1} d(2x+1) = \frac{1}{2} e^{2x+1} + C.$$

Câu 27.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng, ta có

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{3 + \sin 2x}} \right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{3 + \sin 2x}} \right) dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{4 - (\sin x - \cos x)^2}} \right) dx \end{aligned}$$

Đặt

$$\sin x - \cos x = 2 \sin t \Rightarrow (\cos x + \sin x) dx = 2 \cos t dt$$

Đổi cận $x=0 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

Suy ra

$$\alpha = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{\sqrt{4 - 4 \sin^2 t}} = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t}{2 \sqrt{\cos^2 t}} dt = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} dt = t \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{3}$$

Vậy $\cos \alpha = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$. Ta chọn phương án A.

Đây là một dạng toán khá mới lạ, là sự kết hợp của ứng dụng tích phân và lượng giác.

Ngoài ra quý độc giả có thể bấm máy tính cũng đi đến kết quả như tôi đã phân tích ở trên.

Câu 28.

Đặt $x = 2 \tan t \Rightarrow dx = 2(1 + \tan^2 t) dt$, $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$

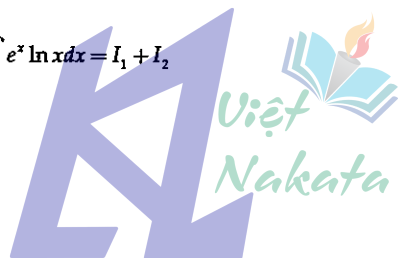
Suy ra $I = \int \frac{2(1 + \tan^2 t)}{4 \tan^2 t + 4} dt = \frac{1}{2} \int dt = \frac{1}{2} t + C$.

Trà biến ta được $I = \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} + C$.

Ta chọn phương án D.

Câu 29.

Ta có $I = \int \frac{1}{x} e^x dx + \int e^x \ln x dx = I_1 + I_2$



Xét $I_2 = \int e^x \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = e^x \end{cases}$

$$\Rightarrow I_2 = (e^x \ln x) - \int \frac{1}{x} e^x dx = e^x \ln x - I_1.$$

Suy ra $I = e^x \ln x + C$. Ta chọn phương án A.

Câu 30.

Ta có $z = (3+i)^2 = 8+6i$, suy ra

$$w = \frac{1}{z} + \bar{z} = \frac{1}{8+6i} + 8-6i = \frac{202}{25} - \frac{303}{50}i.$$

$$\text{Do đó } |w| = \sqrt{\left(\frac{202}{25}\right)^2 + \left(\frac{303}{50}\right)^2} = \frac{101}{10}.$$

Ta chọn phương án C.

Câu 31.

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), suy ra $z-2i = a+(b-2)i$ là số thực khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ b-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow z = a+2i, a \neq 0$$

Mặt khác,

$$|z - (i+1)| = 1 \Leftrightarrow |a-1+i| = 1$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 0 \Leftrightarrow a=1 \text{ (nhận)}$$

Vậy $z = 1+2i \Rightarrow \bar{z} = 1-2i$. Ta chọn phương án B.

Câu 32.

Cách 1: Bấm máy tính ta được $\begin{cases} z_1 = 2+i \\ z_2 = 2-i \end{cases}$.

Cách 2:

Xét phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$.

Ta có $\Delta' = -1 = i^2$, suy ra $z_1 = 2+i, z_2 = 2-i$.

Suy ra

$$\begin{aligned} P &= (z_1 - 1)^{2011} + (z_2 - 1)^{2011} = (1+i)^{2011} + (1-i)^{2011} \\ &= (1+i) \left[(1+i)^2 \right]^{1005} + (1-i) \left[(1-i)^2 \right]^{1005} \\ &= (1+i)(2i)^{1005} + (1-i)(-2i)^{1005} \\ &= 2^{1005} (1+i)i - 2^{1005} (1-i)i = 2^{1005} (i - i - i - i) = -2^{1006} \end{aligned}$$

Ta chọn phương án D.

Câu 33.

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Ta có

$$\begin{aligned} |-2-3i+\bar{z}| &= |z-i| \Leftrightarrow |a-2-(b+3)i| = |a+(b-1)i| \\ &\Leftrightarrow (a-2)^2 + (b+3)^2 = a^2 + (b-1)^2 \Leftrightarrow a = 2b+3 \end{aligned}$$

Ta cần tìm z sao cho $\sqrt{a^2+b^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có

$$a^2 + b^2 = (2b+3)^2 + b^2 = 5\left(b + \frac{6}{5}\right)^2 + \frac{9}{5} \geq \frac{9}{5}.$$

Do đó

$$\min(\sqrt{a^2+b^2}) = \sqrt{\frac{9}{5}} \Leftrightarrow b = -\frac{6}{5} \wedge a = \frac{3}{5} \Rightarrow z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$$

Vậy $z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$. Ta chọn phương án A.

Câu 34.

Ta có

$$\log_4(n-3) + \log_2\sqrt{n+9} = 3 \quad (n > 3)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \log_4(n-3) + 2 \log_2\sqrt{n+9} = 6$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2(n-3) + \log_2(n+9) = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_2[(n-3)(n+9)] = 6$$

$$\Leftrightarrow (n-3)(n+9) = 64 \Leftrightarrow n^2 + 6n - 27 - 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n=7 \\ n=-13 \end{cases}$$

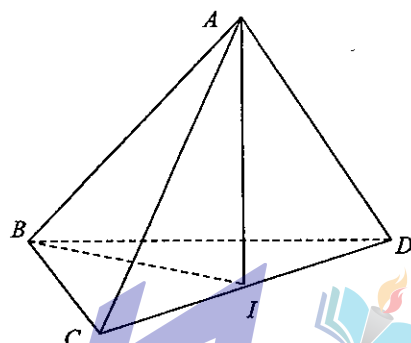
Suy ra $n=7$.

Ta có

$$\begin{aligned} z &= \left(\frac{2-2\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i} \right)^7 = (\sqrt{3}-i)^7 = \left[2 \left(\cos \frac{-\pi}{6} + i \sin \frac{-\pi}{6} \right) \right]^7 \\ &= 128 \left(\cos \frac{-7\pi}{6} + i \sin \frac{-7\pi}{6} \right) = -64\sqrt{3} + 64i \end{aligned}$$

Ta chọn phương án B.

Câu 35.



Vì $AC = AD = BC = BD = AB = a$ nên hai tam giác ACD và BCD lần lượt vuông cân tại A và B . Đây là một yếu tố mà đề bài muốn che giấu.

Gọi I là trung điểm cạnh CD . Ta có

$$AI = BI = \frac{a\sqrt{2}}{2}, AB = a \text{ nên tam giác } ABI \text{ vuông cân tại } I.$$

Suy ra $AI \perp BI$ mà $AI \perp CD$ nên $AI \perp (BCD)$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} AI \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Ta chọn phương án B.

Sai lầm thường gặp.

Không nhận ra hai tam giác ACD và BCD lần lượt vuông cân tại A và B nên việc xác định đường cao gặp khó khăn dẫn đến không tìm được thể tích hình chóp.

Câu 36.

Giả sử xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ và các mặt bên là các tam giác cân tại S , hình chiếu của S lên mặt đáy trùng với giao điểm F của AC và BD .

Vì tổng diện tích các mặt bên gấp đôi diện tích mặt đáy nên $4S_{SAB} = 2S_{ABCD}$.

Hay $4 \cdot \frac{1}{2} l \cdot a = 2a^2$, suy ra $l = a$ (với l là độ dài đường cao AL của tam giác SAB)

Ta tính được độ dài đường cao

$$SF = \sqrt{SL^2 - LF^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_{SABCD} = \frac{1}{3} SF \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Ta chọn phương án A.

Sai lầm thường gặp: Nhầm lẫn hình chóp tứ giác đều và hình chóp đều nên tính nhầm độ dài đường cao của hình chóp hoặc biến đổi nhầm hệ thức $4S_{SAB} = 2S_{ABCD}$ dẫn đến việc chọn đáp án B hay D.

Câu 37.

Ta có $V_{MAB'C} = V_{B'AMC}$

$$(\text{với } S_{AMC} = \frac{3}{4} S_{ADC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a^2 = \frac{3a^2}{4})$$

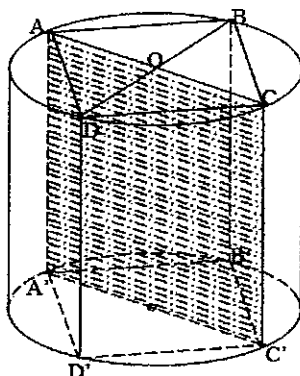
$$\text{Do đó } V_{MAB'C} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot a = \frac{a^3}{4}.$$

Ta chọn phương án D.

Sai lầm thường gặp.

Không nhận ra $V_{MAB'C} = V_{B'AMC}$ để chọn đường cao ứng với đáy cho dễ dàng trong việc tính toán.

Câu 38.



Vì thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông nên đường cao h và bằng $2r$ (với r là bán kính)

$$\text{Do đó } V = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3.$$

Lăng trụ đều nội tiếp trong hình trụ đã cho có đáy là hình vuông nội tiếp trong đường tròn đáy nên độ dài cạnh hình vuông bằng $r\sqrt{2}$. Ta tính được thể tích của hình trụ nội tiếp trong hình trụ đã cho là:

$$V' = (r\sqrt{2})^2 \cdot 2r = 4r^3.$$

$$\text{Vậy } \frac{V'}{V} = \frac{4r^3}{2\pi r^3} = \frac{2}{\pi}. \text{ Ta chọn phương án D.}$$

Sai lầm thường gặp: Tính ngược tỉ số $\frac{V'}{V}$ thành $\frac{V}{V'}$

dẫn đến việc khoanh nhầm câu B. Tính nhầm độ dài cạnh hình vuông nội tiếp đường tròn đáy dẫn đến việc khoanh đáp án A hoặc C. Nguồn: Bài tập HÌNH HỌC – Nguyễn Mộng Hy (Chủ biên).

Câu 39.

Vì các mặt (SAD) và (SAB) vuông góc với đáy nên $SA \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

$$\Rightarrow \widehat{(SBC); (ABCD)} = \widehat{SBA} = 45^\circ$$

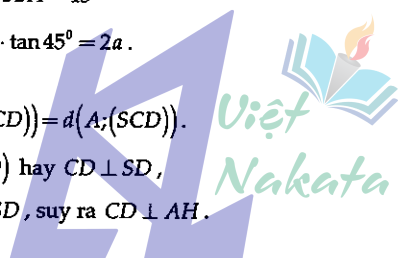
$$\text{Ta tính được } SA = 2a \cdot \tan 45^\circ = 2a.$$

Vì $CD \parallel AB$ nên

$$d(AB; SC) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)).$$

Để ý thấy $CD \perp (SAD)$ hay $CD \perp SD$,

kết hợp dựng $AH \perp SD$, suy ra $CD \perp AH$.

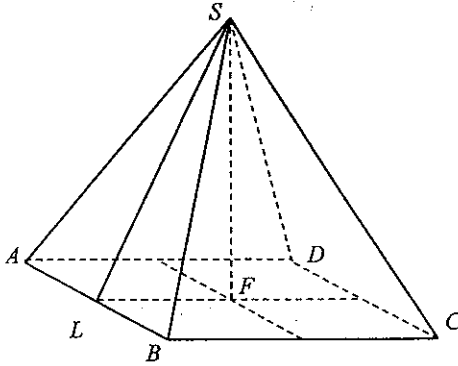


Do đó $AH \perp (SCD)$. Do đó $d(AB; SC) = AH$.

Ta có $AH \cdot SD = SA \cdot AD \Rightarrow AH = 2a \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Ta chọn phương án D.

Câu 40.



Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên tâm O của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó nằm trên đường cao SH , trong đó H là trọng tâm của tam giác đều ABC .

Gọi I là trung điểm của cạnh SA . Ta có $OI \perp SA$. Khi đó hai tam giác vuông SIO và SHA đồng dạng.

Từ đó ta suy ra $\frac{SO}{SA} = \frac{SI}{SH} = \frac{SA}{2SH}$.

Do đó $SO = \frac{SA^2}{2SH} = r$ (với r là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp).

Để ý rằng $SH^2 = SA^2 - AH^2 = b^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2$

Ta tính được $SH = \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{3b^2 - a^2}$.

Vậy $r = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{b^2}{\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{3b^2 - a^2}} = \frac{\sqrt{3}b^2}{2\sqrt{3b^2 - a^2}}$.

Ta chọn phương án A.

Câu 41.

Trong mặt phẳng (ABC) , qua A kẻ đường thẳng d song song với BC . Kẻ $HI \perp d$. Ta thấy $AI \perp (SHI)$.

Trong tam giác vuông SHI kẻ $HK \perp SI$. Dễ thấy $HK \perp (SLA)$.

Ta có $d(SA, BC) = d(B, (SLA)) = 2d(H, (SLA)) = 2HK$.

Ta tính được $HI = HA \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Dễ thấy $SH = HC \cdot \tan 60^\circ = \frac{3}{2}a$.

Từ $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2}$ ta tính được $HK = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$.

Suy ra $d(SA, BC) = 2HK = \frac{3\sqrt{13}}{13}a$.

Ta chọn phương án C.

Sai lầm thường gặp.

Công đoạn khó khăn nhất bài này là tìm được đoạn HK từ đó ta dễ dàng tính được $d(SA, BC)$. Nhiều bạn thường tính được HK và vội vàng khoanh đáp án D.

Câu 42.

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đã cho là

$$S_{xq} = 3ha = 6a^2$$

Suy ra $h = 2a$. Thể tích hình lăng trụ là

$$V = h \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \left(\frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3.$$

Ta chọn phương án A.

Sai lầm thường gặp.

Nhầm lẫn $S_{xq} = ha$ hay $V = \frac{1}{3}h \cdot S_{ABC}$ dẫn đến chọn nhầm đáp án là B hay D.

Câu 43.

Phương trình tham số của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi $D(1 - 3t; 1 + t; 2 + 2t)$ thuộc đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Do đó $(1 - 3t) + 6(1 + t) - 3(2 + 2t) + 2 = 0$ suy ra $t = 1$ nên $D(-2; 2; 4)$. Ta chọn phương án D.

Ta cũng có thể dùng máy tính bỏ túi dò các đáp án. Thế tọa độ điểm D vào phương trình đường thẳng d và phương trình mặt phẳng (P) và kiểm tra xem tọa độ nào thỏa cả hai phương trình.

Câu 44.



Phương trình tham số đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) là

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

Ta sẽ tìm hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (α) , khi đó H là trung điểm của MM' , từ đó ta có thể dễ dàng tìm được tọa độ điểm M' thông qua điểm H và M .

Gọi điểm $H(1+2t; -1-t; 2+2t)$ thuộc đường thẳng d và mặt phẳng (α) .

Do đó $2(1+2t) + (1+t) + 2(2+2t) + 12 = 0$ suy ra $t = -\frac{19}{9}$ nên $H\left(-\frac{29}{9}; \frac{10}{9}; -\frac{20}{9}\right)$.

Vì H là trung điểm MM' suy ra

$$M'\left(-\frac{67}{9}; \frac{29}{9}; -\frac{58}{9}\right). \text{ Ta chọn phương án A.}$$

Câu 45.

Ta có $M(x; y; z) \in (P)$ suy ra

$$|3x + y - z + 4| = |3x + y - z - 2|$$

$$\Rightarrow 3x + y - z + 1 = 0.$$

Ta chọn phương án C.

Dễ dàng nhận ra rằng $\frac{4+(-2)}{2} = 1$ nên ta có thể

chọn ngay được đáp án C.

Câu 46.

Hình chiếu của điểm $A(1; -1; 2)$ lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt là $A_1(1; 0; 0), A_2(0; -1; 0)$ và $A_3(0; 0; 2)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua ba điểm A_1, A_2, A_3 nên (Q) có phương trình theo đoạn chắn là

$$(Q): \frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1 \text{ hay } (Q): 2x - 2y + z - 2 = 0.$$

Ta chọn phương án B.

Sai lầm thường gặp.

Không nhớ hay nhầm lẫn phương trình đoạn chắn của mặt phẳng cắt các trục tọa độ.

Câu 47.

Gọi MM' là đường vuông góc chung của hai đường thẳng đã cho với $M \in d$ và $M' \in d'$.

Khi đó ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MM'} \perp \vec{m} \\ \overrightarrow{MM'} \perp \vec{n} \end{cases}$ với $\vec{m}, \vec{n}$ lần lượt là VTCP

của hai đường thẳng d và d' .

Ta tính được $M\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}; 1\right)$ và $M'\left(\frac{16}{15}; \frac{43}{15}; 1\right)$. Phương

$$\text{trình đường thẳng } a \text{ qua } M, M' \text{ là: } a: \begin{cases} x = \frac{2}{3} + 2t \\ y = \frac{8}{3} + t \\ z = 1 \end{cases}$$

Ta chọn phương án C.

Câu 48.

Ta chọn phương án D. Vì có vô số mặt phẳng song song với đường thẳng AB .

Câu 49.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$\text{suy ra } d(O, (ABC)) = \frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2} = 3.$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} \geq \sqrt{3}.$$

$$\text{Do đó } d(O, (ABC)) \leq \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy d lớn nhất bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Ta chọn phương án C.

Câu 50.

Ta chọn phương án D.

Sai lầm thường gặp. Ta cần phân biệt mặt cầu và khối cầu, phân biệt nửa đường tròn và đường tròn.



Cuối cùng, toàn thể anh chị em ĐẠI GIA ĐÌNH LOVEBOOK muốn gửi riêng tới các em học sinh:

Nhất định các em sẽ làm được
Đừng bao giờ nản chí các em nhé!

