

PHẦN ĐẠI SỐ

BUỔI 1: ÔN TẬP CĂN BẬC HAI VÀ HĐT $\sqrt{A^2} = |A|$

Bài 1:

Tìm căn bậc hai số học của:

- a) 121 b) 324 c) 0,01 d) 0,25
e) 0,49 f) $\frac{1}{16}$ g) -81 g) $3 - 2\sqrt{2}$

Bài 2: Hãy viết các biểu thức sau thành bình phương của biểu thức khác:

- a) $4 - 2\sqrt{3}$ b) $7 + 4\sqrt{3}$ c) $13 - 4\sqrt{3}$

Bài 3: So sánh

- a) 9 và $\sqrt{81}$; b) 6 và $\sqrt{37}$;
c) $\sqrt{144}$ và $\sqrt{169}$; d) $\sqrt{225}$ và $\sqrt{289}$.

Bài 4: So sánh

- a) $\sqrt{17} + \sqrt{26}$ và 9; b) $\sqrt{48}$ và $13 - \sqrt{35}$;
c) $\sqrt{31} - \sqrt{19}$ và $6 - \sqrt{17}$; d) $9 - \sqrt{58}$ và $\sqrt{80} - \sqrt{59}$;

Bài 5: Tìm x không âm, biết.

- a) $\sqrt{x} = 15$; b) $2\sqrt{x} = 14$; c) $\sqrt{x} < \sqrt{2}$; d) $\sqrt{2x} < 4$.

Bài 6: Giải phương trình.

$$\sqrt{x^2 - x + 1} = 1; \quad \sqrt{x^2 + x + 1} = 1; \quad \sqrt{x^2 + 1} = 2; \quad \sqrt{(x + 5)^2} = 0;$$

Bài 7: Tìm điều kiện để biểu thức sau có nghĩa

- a) $\sqrt{3x - 1}$ b) $\sqrt{5 - 3x}$ c) $\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}$ d) $\sqrt{x - 2} + \frac{1}{x^2 - 4}$

Bài 8: Tính

- a) $\sqrt{64} - \sqrt{49} - \sqrt{81}$ b) $2\sqrt{16} - 3\sqrt{25} + 4\sqrt{(-7)^2}$
c) $\frac{3}{4}\sqrt{256} - \sqrt{625} - \frac{1}{2}\sqrt{423}$.

Bài 9: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$

b) $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$

c) $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$

d) $\sqrt{24 + 8\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

Bài 10: Tìm x biết

a) $\sqrt{4x^2} = 8$

b) $\sqrt{16x^2} = |-20|$

c) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 2$

d) $\sqrt{25x^2 - 10x + 1} = 4x - 9$

BTVN:

Bài 1: Tính:

a) $\sqrt{31 - 12\sqrt{3}} - \sqrt{31 + 12\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = 3 - 2\sqrt{2}$

c) $\sqrt{49 - 12\sqrt{5}} + \sqrt{49 + 12\sqrt{5}}$

Bài 2: Tìm điều xác định của các biểu thức sau:

a. $\frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 - 4}}$

b. $\sqrt{21 + 12\sqrt{3}} + \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$

c. $3 - \sqrt{16x^2 - 1}$

d. $\sqrt{x^2 - 5x + 6}$

e) $\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}$ (cộng trừ 1)

Bài 3: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{9x^2} = |-9|$

b) $\sqrt{x^4} = 9$

c) $\sqrt{9x^2} = 2x + 1$

BUỔI 2: ÔN TẬP LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG
LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG.

Bài 1: Tính

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{48}$ b) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{63}$ c) $\sqrt{54 \cdot 6}$ d) $\sqrt{108 \cdot 48}$

Bài 2: Tính

a) $\left(\sqrt{\frac{9}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \cdot \sqrt{2}$ b) $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}$
c) $\left(\sqrt{\frac{16}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \cdot \sqrt{3}$ d) $(\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$ e) $\left(\sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{6} + \sqrt{\frac{50}{3}}\right) \cdot \sqrt{6}$

Bài 3: Tính

a) $\sqrt{2}\sqrt{6} + 5\sqrt{5} - 2\sqrt{6}$; b) $(7\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \cdot (7\sqrt{2} + 2\sqrt{5})$ c) $(2 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (2 - \sqrt{3} - \sqrt{5})$.

Bài 4: Khai triển HĐT

a) $(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2$ b) $(\sqrt{11} - \sqrt{5})^2$ c) $(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2$ d) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$

Bài 5: Tính

a) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$ b) $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}}$ c) $\frac{x + \sqrt{xy}}{y + \sqrt{xy}}$ d) $\frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$

Bài 6: Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{\frac{16}{169}}$; b) $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}}$; c) $(7\sqrt{7} - 3\sqrt{28} + \sqrt{63}) : \sqrt{7}$ d) $\sqrt{\frac{19,6 \cdot 6,4}{1,69}}$

Bài 7: Rút gọn biểu thức

a) $\sqrt{\frac{81}{a^2}}$ với $a > 0$ b) $\sqrt{\frac{16}{49(a-3)^2}}$ với $a < 3$ c) $\sqrt{\frac{16a^2}{(a-1)^2}}$ với $a > 1$
d) $\sqrt{\frac{52a^2}{117(2-a)^4}}$ với $a < 0$ e) $\sqrt{\frac{16}{9-6a+a^2}}$ với $a < 3$

Bài 8: Giải phương trình

a) $\sqrt{3} \cdot x - \sqrt{27} = 0$ b) $x\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{27} - \sqrt{12}$

c) $\sqrt{5} \cdot x^2 - \sqrt{45} = 0$ d) $\frac{x^2}{\sqrt{11}} - \sqrt{99} = 0$

Bài 9: Giải phương trình

a) $\sqrt{3} \cdot x - \sqrt{48} = 0$ b) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 5$ c) $\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2$
 d) $\frac{9x-7}{\sqrt{7x+5}} = \sqrt{7x+5}$ e) $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

Bài 10: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x^2 + x + 3}}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$;

BTVN:

Bài 1:

Ia) $\sqrt{2,5.14,4}$ b) $\sqrt{2^4 \cdot (-3)^2}$ c) $\sqrt{4.1,44.225}$ d) $\sqrt{3^2 \cdot 5^4}$
 IIa) $\sqrt{\frac{169}{225}}$ b) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{208}}$ c) $(5\sqrt{7} + 7\sqrt{5}) : \sqrt{35}$ d) $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{3} + 1) : \sqrt{6}$.

Bài 2: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{\sqrt{27a^3}}{\sqrt{48a}} \quad (a > 0)$; c) $\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$;
 b) $\frac{\sqrt{150mn^2}}{\sqrt{294m^3}} \quad (m > 0; n \geq 0)$; d) $\sqrt{\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}} \quad (x \geq 0)$;

Bài 3: Tìm x

a) $\sqrt{9x} = 15$ b) $\sqrt{4x^2} = 8$ c) $\sqrt{9 \cdot (2-3x)^2} = 6$
 d) $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2x - 2$ e) $\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2$; f) $\sqrt{\frac{3x-2}{x+1}} = 3$ g) $\frac{\sqrt{5x-4}}{\sqrt{x+2}} = 2$

Bài 4: Thực hiện phép tính

a) $P = \frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$ b) $Q = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

Bài 5: Thực hiện phép tính: $A = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{7}} + \sqrt{\frac{5}{13}} + 1} + \frac{1}{\sqrt{\frac{7}{13}} + \sqrt{\frac{7}{5}} + 1} + \frac{1}{\sqrt{1\frac{6}{7}} + \sqrt{2\frac{3}{5}} + 1}$

BUỔI 3: ÔN TẬP BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

Bài 1 : Đưa một thừa số ra ngoài dấu căn

a) $\sqrt{32}$; $\sqrt{192}$

b) $\sqrt{7.x^2} (x \geq 0)$; $\sqrt{5.y^2} (y < 0)$

c) $\sqrt{27.(5-m)^2}$; $\sqrt{18.(m-1)^5} (m \geq 1)$

Bài 2: So sánh các số

a) $5\sqrt{2}$ và $4\sqrt{3}$;

b) $2\sqrt{29}$ và $3\sqrt{13}$;

c) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}$ và $6\sqrt{\frac{1}{37}}$

Bài 3. Sắp xếp các số:

a) $3\sqrt{5}$; $2\sqrt{6}$; $\sqrt{29}$; $4\sqrt{2}$, theo thứ tự tăng dần.

b) $4\sqrt{3}$; $5\sqrt{2}$; $\sqrt{47}$; $2\sqrt{13}$ theo thứ tự giảm dần.

Bài 4: Tính giá trị của biểu thức

a) $A = \sqrt{6-2\sqrt{5}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}$

b) $B = \sqrt{127-48\sqrt{7}} - \sqrt{127+48\sqrt{7}}$

Bài 5: Khử mẫu các biểu thức lấy căn (giả sử các biểu thức chứa chữ đều có nghĩa)

a) $\sqrt{\frac{7}{32}}$; $\sqrt{\frac{1}{200}}$; $\sqrt{\frac{5}{18}}$; $\sqrt{\frac{11}{128}}$

b) $\sqrt{\frac{1}{x-1}}$; $\sqrt{\frac{1+x}{x}}$

c) $\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$; $\sqrt{\frac{x^2}{5}}$

Bài 6: Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{-2}{3\sqrt{11}}$; $\frac{3}{\sqrt{7}+4}$

b) $\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}-3}$; $\frac{31}{\sqrt{47}}$

c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$; $\frac{1}{3-2\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{3}}$

d) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$; $\frac{2}{1+\sqrt{5}} + \frac{2}{1-\sqrt{5}}$

Bài 7: Tính $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

Bài 8 : Rút gọn biểu thức sau

a) $\frac{2}{\sqrt{5}-1} - \frac{2}{\sqrt{5}+1}$

b) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

c) $\frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$

d) $\frac{1}{4+\sqrt{4-2\sqrt{3}}} - \frac{1}{4-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$

Bài 9: Chứng minh các đẳng thức sau

$$\text{a) } \left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{2\sqrt{2} - 2} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{2\sqrt{3} - 2} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = 1 \quad \text{b) } \frac{4}{3 + \sqrt{5}} + \frac{8}{\sqrt{5} - 1} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = 7$$

Bài 10: Tìm x, biết

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{2x + 3} = 1 + \sqrt{2} & \text{b) } \sqrt{10 + \sqrt{3x}} = 2 + \sqrt{6} \\ \text{c) } \sqrt{3x - 2} = 2 - \sqrt{3} & \text{d) } \sqrt{x + 1} = \sqrt{5} - 3 \end{array}$$

Bài 11: Tìm x

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{4x - 20} + 3\sqrt{\frac{x - 5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = 4 & \text{b) } \frac{2}{3}\sqrt{9x - 9} - \frac{1}{4}\sqrt{16x - 16} + 27\sqrt{\frac{x - 1}{81}} = 4 \\ \text{c) } \text{Tìm } x, y, z \text{ biết } \sqrt{x + 1} + \sqrt{y - 3} + \sqrt{z - 1} = \frac{1}{2}(x + y + z). \end{array}$$

BTVN:

Bài 1: Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\text{a) } \sqrt{45} \quad \text{b) } \sqrt{2400} \quad \text{c) } \sqrt{50.6} \quad \text{d) } \sqrt{1,25}$$

Bài 2: Trục căn thức ở mẫu:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2} & \text{b) } \frac{5}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} & \text{c) } \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{8}} & \text{d) } \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \end{array}$$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27} & \text{b) } B = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} \\ \text{c) } C = \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}} & \text{d) } D = \sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{140} + \sqrt{84}} \end{array}$$

Bài 4: Rút gọn các biểu thức

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{2}{\sqrt{5} - 1} - \frac{2}{\sqrt{5} + 1} & \text{b) } \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \\ \text{c) } \frac{1}{7 + 4\sqrt{3}} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} & \text{d) } \frac{1}{4 + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} - \frac{1}{4 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} \end{array}$$

BUỔI 4: ÔN TẬP RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI.

Bài 1: Rút gọn biểu thức

a) $\frac{3}{2}\sqrt{32} - \frac{2}{5}\sqrt{50} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$.

b) $(\sqrt{20} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{45})(15\sqrt{2} + \sqrt{5})$.

c) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{80} + \sqrt{125}$

Bài 2: Tính

a) $2\sqrt{\frac{27}{4}} - \sqrt{\frac{48}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{75}{16}}$

b) $2\sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{49}{2}} + \sqrt{\frac{25}{18}}$

c) $5\sqrt{20} - 3\sqrt{12} + 15\sqrt{\frac{1}{5}} - 4\sqrt{27} + \sqrt{\sqrt{5^2 - 4^2}}$

d) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$

Bài 3: Chứng minh rằng:

a) $(1 + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = 1$

b) $(2 - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} + 1) \cdot \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = 2$

c) $(3 - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{10} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}} = 8$

Bài 4: Tính:

a) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2$.

b) $\left(3\sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{50}\right) : \left(\frac{1}{2}\sqrt{24,5} - \sqrt{4,5} + \frac{3}{4}\sqrt{12,5}\right)$

c) $\frac{2\sqrt{24} - \sqrt{120}}{4\sqrt{5} - 8} + \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{30}}{\sqrt{20} + \sqrt{12}}$

Bài 5: Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2 + 2} = x + 1$

b) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{4x^2 - 8x + 4} = 0$

c) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{4x - 8} + \sqrt{9x - 18} = \sqrt{25x - 50} + 9$

Bài 6: Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x - 3} = 0$

b) $\sqrt{x^2 - 4} - 2\sqrt{x + 2} = 0$

c) $x - \sqrt{x - 1} - 3 = 0$

d) $\sqrt{9x + 18} - (x + 2)\sqrt{\frac{1}{4x + 8}} = 5 - \sqrt{x + 2}$

Bài 7: Cho biểu thức:

$$A = \frac{x\sqrt{2x+1}}{x-1} - \frac{x+\sqrt{2x}}{x-1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1; B = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

a) Rút gọn A và B

b) Tính giá trị của biểu thức A khi x = B

c) Tìm x để A = B

Bài 8: Cho $M = \left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2} + \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} - \frac{4a}{4-a} \right) : \frac{3a+4}{\sqrt{a}+2}$

a) Rút gọn M

b) Tìm a để M < -1

c) Tìm a nguyên để M có giá trị nguyên

Bài 10: Cho biểu thức $P = \frac{3x+5\sqrt{x}-11}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} - 1$.

a) Rút gọn P. Tìm x để |P| = 2.

b) Tìm các giá trị x để P nhận giá trị nguyên.

BTVN:

Bài 1: Rút gọn

a) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{80} + \sqrt{125}$ b) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{12}{\sqrt{6}}$

c) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ d) $\left(3 + \frac{\sqrt{5}-5}{1-\sqrt{5}} \right) \cdot \left(3 - \frac{\sqrt{5}+5}{1+\sqrt{5}} \right)$

Bài 2: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} + \frac{x-1}{2x-\sqrt{x}-1} \cdot \left(\frac{2x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1} - \frac{x-\sqrt{x}}{x-1} \right)$.

a) Rút gọn A. Tìm giá trị của A với $x = 7 - 4\sqrt{3}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài 3: Cho biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}$.

a. Tìm điều kiện để biểu thức A có nghĩa.

- b. Rút gọn
 c. Tính giá trị của A tại $x = 9 - 4\sqrt{5}$.
 d. Tìm x để $A = \frac{1}{5}$.

Bài 4: Cho biểu thức: $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{x + 2}{x\sqrt{x} + 1}$.

- a. Tìm điều kiện để biểu thức A có nghĩa.
 b. Rút gọn.
 c. Tìm giá trị nhỏ nhất của B .
 d. Tìm x để $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$.

BUỔI 5: ÔN TẬP CHƯƠNG I

Bài 1: Tính

- a) $\sqrt{(4 + \sqrt{10})^2} - \sqrt{(4 - \sqrt{10})^2}$
 b) $\sqrt{35 - 12\sqrt{6}} - \sqrt{30 - 12\sqrt{6}}$
 c) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$
 d) $\frac{2}{2\sqrt{2} + 3} - \frac{2}{2\sqrt{2} - 3}$

Bài 2:

- a) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{27} - \sqrt{300}$
 b) $(2\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) : \sqrt{3}$
 c) $(3\sqrt{50} - 5\sqrt{18} + 3\sqrt{8}) \cdot \sqrt{2}$
 d) $2\sqrt{32} - 5\sqrt{27} - 4\sqrt{8} + 3\sqrt{75}$

Bài 3: Tính

- a) $\frac{8 + 2\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} - \frac{2 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$
 b) $\frac{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}$
 c) $\frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$

Bài 4: Tính

- a) $(8\sqrt{2} + \sqrt{30}) \cdot \sqrt{8 - \sqrt{15}}$
 b) $(\sqrt{10} + \sqrt{6})(\sqrt{15} - 4)\sqrt{4 + \sqrt{15}}$

Bài 5: Cho biểu thức $P = \frac{3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} - 3}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3(3\sqrt{x} - 5)}{x - 2\sqrt{x} - 3}$.

- Rút gọn P ;
- Tìm giá trị của P , biết $x = 4 + 2\sqrt{3}$;
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Bài 6: Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{5\sqrt{x} + 2}{4 - x} \right) : \frac{3\sqrt{x} - x}{x + 4\sqrt{x} + 4}$

- Rút gọn Q ;
- Tìm x để $Q = 2$;
- Tìm các giá trị của x để Q có giá trị âm.

Bài 7: Tính

a) $2\sqrt[3]{24} - 5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{192}$

b) $\frac{\sqrt[3]{384}}{\sqrt[3]{3}} + 3\sqrt[3]{-54} + \sqrt[3]{432}$

c) $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$

Bài 8 : Cho biểu thức $A = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} + \frac{1 + 2x - 2\sqrt{x}}{x^2 - \sqrt{x}}$

(Với $x > 0, x \neq 1$)

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm x để biểu thức A nhận giá trị là số nguyên

Bài 9: Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 3} - \frac{3}{\sqrt{a} + 3} - \frac{a - 2}{a - 9}$

với $a \geq 0; a \neq 9$

- Rút gọn B .
- Tìm các số nguyên a để B nhận giá trị nguyên

Bài 10: Cho $M = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 4}{x - 5\sqrt{x} + 6}\right)$

a) Rút gọn M

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M nhận giá trị là số nguyên

BTVN:

Bài 1: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

b) $\frac{10 + 2\sqrt{10}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{8}{1 - \sqrt{5}}$

c) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

d) $B = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$

Bài 2: Cho biểu thức $P = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right)$ với $0 \leq x \neq 1$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị biểu thức P khi $x = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$

Bài 3: Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 1$

a) Tìm điều kiện xác định của x để P xác định

b) Rút gọn P.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P

Bài 4: Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2}\right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$

a) Tìm điều kiện xác định của x để P xác định. Rút gọn P.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P > \frac{1}{2}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $Q = \frac{7}{3}P$ đạt giá trị nguyên

BUỔI 6: ÔN TẬP HÀM SỐ BẬC NHẤT (01)

Bài 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3}{2}x - 2$. Tính :

a) $f(-6); f(-4); f(-1); f(0); f\left(\frac{1}{2}\right);$

b) $f\left(\frac{3}{4}\right); f(3); f(a); f(a^2); f(2a + 2).$

Bài 2:

a) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3}{4}x - 2$ với $x \in \mathbb{R}$. chứng minh hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Cho hàm số $y = g(x) = \frac{-1}{2}x + 4$ với $x \in \mathbb{R}$. chứng minh hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Bài 3: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định các hệ số a, b và xét xem hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến?

a) $y = 1, 2x$ b) $y = \frac{2x - 5}{4}$ c) $y = 3 - 2x^2$

d) $y = 2(x + 3) - 4$ e) $y = (\sqrt{3} - 2)x - 1$ f) $y - 3 = x - \sqrt{2}$

Bài 4: Cho hàm số bậc nhất $y = mx + 5 + 2x - 2$.

a) Tìm giá trị của m để hàm số y là hàm số đồng biến.

b) Tìm giá trị của m để hàm số y là hàm số nghịch biến.

c) Tìm giá trị của m để hàm số y là hàm hằng.

Bài 5: Cho các hàm số sau: $y = 2x - 3$ và $y = -3x + 4$.

a) Vẽ đồ thị các hàm số đó.

b) Điểm nào sau đây thuộc đồ thị các hàm số trên? $A\left(-\frac{1}{3}; 5\right); B\left(\frac{5}{2}; 2\right).$

Bài 6:

a) Vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ: $y = \frac{3}{4}x - 3$ và

$y = -\frac{1}{2}x + 2.$

b) Gọi giao điểm của đường thẳng $y = \frac{3}{4}x - 3$ với các trục Ox, Oy lần lượt là A, B . Gọi giao điểm của đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2$ với trục Oy là C . Tính các góc của tam giác ABC .

Bài 7: (Trích đề TS vào 10)

a) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = 3x + m$ đi qua điểm $A(1;2)$.

b) Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $B(0;3)$

Bài 8 :

Tìm m để các hàm số:

a) $y = (2m - 5)x - 13$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) $y = (4m^2 - 9)x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Bài 9: Cho đường thẳng $(d_1) : y = 2x - 3$ và $(d_2) : y = -3x + 7$.

a) Vẽ $(d_1), (d_2)$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của d_1, d_2 .

Bài 10: Cho ba đường thẳng $(d_1) : y = 4x - 3$; $(d_2) : y = 3x - 1$ và $(d_3) : y = x + 3$

Chứng minh (d_1) , (d_2) và (d_3) đồng quy.

BTVN:

Bài 1: Hãy xét xem trong các hàm số sau đây, đâu là hàm số bậc nhất? Hãy chỉ rõ các hệ số a và b trong trường đó là hàm số bậc nhất.

$$\mathbf{a}, \quad y = \frac{1}{2}x$$

$$\mathbf{b}, \quad y = -3x + 3(x - 1)$$

$$C, y = \frac{2x - 3}{4}$$

$$\mathbf{d}, y = (x + 1)(x - 3) - x^2$$

Bài 2: Tìm m để hàm số sau :

a, $y = (2m - 5)x - 13$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b, $y = (4m^2 - 9)x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chứng minh khi m thay đổi thì đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 7: Cho đường thẳng d là đồ thị của hàm số bậc nhất: $y = mx - m + 1$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi m thay đổi.

b) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d bằng $\sqrt{2}$.

Bài 8 : Cho 2 đường thẳng $d : y = (m - 2)x + 3$ ($m \neq 2$) và $d' : y = -m^2x + 1$ ($m \neq 0$).

a) Tìm m để $d \parallel d'$.

b) Tìm m để d cắt Ox tại A , cắt Oy tại B sao cho $\widehat{BAO} = 60^\circ$.

Bài 9: Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$.

a) Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

c) Tìm m để các đồ thị của các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ và $y = (m - 2)x + m + 3$ đồng quy.

Bài 10: Cho hàm số $y = (m - 1)x + m + 3$.

a) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đồ thị hàm số $y = -2x + 1$.

b) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm $(1; -4)$.

c) Tìm điểm cố định mà đồ thị của hàm số luôn đi qua với mọi m .

BTVN:

Bài 1: Cho đường thẳng

$$d_1 : y = (2m + 1)x - (2m + 3) \text{ với } m \neq -\frac{1}{2}$$

$$d_2 : y = (m - 1)x + m \text{ với } m \neq 1$$

Tìm giá trị của m để:

a) (d_1) cắt (d_2)

b) (d_1) song song với (d_2)

c) (d_1) vuông góc với (d_2)

Bài 2 : Viết phương trình đường thẳng (d) trong các trường hợp sau:

a) (d) đi qua điểm A nằm trên Ox có hoành độ bằng -3 và song song với đường thẳng $d_1 : y = -5x + 4$

b) (d) vuông góc với đường thẳng $d_2 : y = -\frac{1}{2}x + 2018$ và đi qua giao điểm của $d_3 : y = -x + 3$ với trục tung

Bài 3: Viết phương trình đường thẳng (d) trong các trường hợp sau:

a) Cắt $d_1 : y = x + 4$ tại một điểm nằm trên trục Ox và cắt $d_2 : y = 5x - 3$ tại một điểm nằm trên trục Oy

b) Đi qua điểm $M(2; -3)$ và chắn trên hai trục tọa độ những đoạn bằng nhau.

c) Song song với $d_3 : y = x + 6$ và khoảng cách từ O đến (d) bằng $2\sqrt{2}$

Bài 4: Cho đường thẳng (d) có phương trình là $y = mx - m + 1$.

Chứng tỏ rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định ấy.

(ĐS: Điểm cố định cần tìm là $M(1;1)$)

Bài 5: Cho các đường thẳng $d_1 : y = -2x + 3$; $d_2 : y = 3x - 2$; $d_3 : y = k(x + 1) - 5$

Xác định k để ba đường thẳng đồng quy tại một điểm.

BUỔI 8: ÔN TẬP CHƯƠNG II

Bài 1: Các hàm số sau đồng biến hay nghịch biến trên R ? Tại sao?

a) $y = (\sqrt{5} - 3)x + 2$

b) $y = 2 + 3x$

Bài 2: Cho hai hàm số: $y = 3x$ (d) và $y = 3 - x$ (d')

a) Vẽ (d) và (d') trên cùng hệ trục tọa độ Oxy

b) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (d') bằng phép toán.

c) Tìm m để đường thẳng $y = (2m - 1)x + 5$ song song với đường thẳng (d).

Bài 3: Tìm giá trị của k để hai đường thẳng $y = (k - 1)x + 2014$ và $y = (3 - k)x + 1$ song song với nhau.

Bài 4: a) Tìm m để hàm số $y = \sqrt{\frac{m+2}{m-2}}x + 3$ là hàm số bậc nhất.

b) Các hàm số sau đồng biến hay nghịch biến:

i) $y = (2 - \sqrt{3})x + 1$

ii) $y = 3 - 2x$

Bài 5:

Cho hai hàm số: $y = 2x$ (d_1) và $y = -x + 3$ (d_2)

a) Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Xác định tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép toán.

c) Viết phương trình đường thẳng (d_3) biết (d_3) song song với (d_1) và (d_3) cắt (d_2) tại N có hoành độ bằng 2.

Bài 6: Cho hàm số: $y = 3x - 2m + 1$ (d_1) và $y = (2m - 3)x - 5$ (d_2)

a) Tìm m để (d_1) song song (d_2) .

b) Tìm m để (d_1) cắt (d_2) tại một điểm nằm trên trục hoành

Bài 7 : Cho hai hàm số $y = \frac{x}{2} - 3$ (d_1) và $y = -3x + 4$ (d_2)

- Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Xác định tọa độ giao điểm A của (d_1) và (d_2) bằng phép toán.
- Gọi B và C lần lượt là giao điểm của (d_1) và (d_2) với trục tung Oy . Tính chu vi và diện tích $\triangle ABC$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là cm)

Bài 8: Cho đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số bậc nhất $y = \frac{-m+2}{m-1}x + 1$ (m là tham số)

- Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy khi $m = -1$
- Xác định m biết đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2
- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất

BTVN:

Bài 1: (4điểm)

- Tìm m biết đồ thị hàm số $y = (2m+1)x - 1$ đi qua điểm $A(-2;1)$.
- Tìm m để hàm số $y = (2m+1)x + 2$ luôn nghịch biến.
- Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(2;1)$ và vuông góc với $d: y = -\frac{1}{2}x + 3$.
- Tính góc giữa đường thẳng $y = 2x + 5$ với trục Ox .

Bài 2: (2điểm)

- Tìm m để góc giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{m-1}x + 2$ tạo với trục Ox một góc 45° .
- Cho điểm $A(4;1)$ và đường thẳng $d: y = 2x + 3$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để độ dài đoạn thẳng AM là nhỏ nhất.

Bài 3: (3điểm) Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : y = -\frac{1}{2}x + 3$; $\Delta_2 : y = 2x - 2$:

- Vẽ hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng Oxy .
- Tính diện tích tam giác tạo bởi hai đường thẳng với trục tung.
- Chứng tỏ hai đường thẳng đã cho vuông góc với nhau.

Bài 4: (1điểm) Trong mặt phẳng toạ độ cho điểm $M(2;3)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt tia Ox tại A, cắt tia Oy tại B sao cho diện tích tam giác $S_{\Delta OAB} = 12$.

BUỔI 9: ÔN TẬP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 9x - y = 7 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 4x + y = -1 \\ 6x - 2y = 9 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x - 6y = 12 \end{cases} \end{array}$$

Bài 2: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 3y = m \\ 25x - 3y = 3 \end{cases}$.

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $x > 0; y < 0$.

Bài 3: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 4 \\ nx + y = -3 \end{cases}$

a/ Tìm m, n để hệ phương trình có nghiệm : $(x; y) = (-2; 3)$.

b/ Tìm m, n để hệ phương trình có vô số nghiệm.

Bài 4: Giải hệ phương trình bằng PP cộng

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x - 2y = 2 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 7x + 4y = 74 \\ 3x + 2y = 32 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 1 \\ \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = \sqrt{3} \end{cases} \end{array}$$

Bài 5: Xác định a, b của đồ thị hàm số $y = ax + b$ để đồ thị của nó đi qua:

- $A(2;1)$ và $B(1;2)$
- $A(3;-6)$ và $B(-2;4)$

Bài 6: a) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases}$. Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 10$

Bài 7: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 2m + 3 \\ x + 2y = 3m + 1 \end{cases}$ (m là tham số).

a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 5$

Bài 8 : Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y+1} = 4 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y+1} = 3 \end{cases}$

Bài 9: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases}$.

Bài 10: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + ay = 3a \\ -ax + y = 2 - a^2 \end{cases}$ (I) với a là tham số.

a) Giải hệ phương trình (I) khi $a = 1$;

b) Tìm a để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{2y}{x^2 + 3}$ là số nguyên.

Bài 11: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3(x + 1) + 2(x + 2y) = 4 \\ 4(x + 1) - (x + 2y) = 9 \end{cases}$

BTVN:

Bài 1: Giải hệ phương trình

a. $\begin{cases} \frac{3x}{4} + \frac{7y}{3} = 41 \\ \frac{5x}{2} - \frac{3y}{5} = 11 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ 5\sqrt{2}x - 4\sqrt{3}y = 8 \end{cases}$

c. $\begin{cases} \frac{2x - 5y - 1}{11} + \frac{x - 2y}{3} = 16 \\ \frac{7x + y}{5} + \frac{2x - 2}{3} = 31 \end{cases}$

d. $\begin{cases} (x - 2)(y + 3) = xy \\ (x + 2)^2 - (y - 4)^2 = (x - y)(x + y) \end{cases}$

Bài 2: Giải hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 9 \\ 5(x+y) - 7(x-y) = 8 \end{cases};$$

$$c) \begin{cases} 4(x+y) - 7(x-y) = 31 \\ 2(x+y) - (x-y) = 3 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases};$$

$$d) \begin{cases} x+y = \frac{4x-3}{5} \\ x+3y = \frac{y-1}{2} \end{cases}.$$

Bài 3: Giải hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 4 \\ \frac{2}{x-1} - \frac{1}{y+2} = 1 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = 4,5 \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}.$$

Bài 4: Cho hệ PT: $\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$

a) Giải hpt khi $m = 1$.

b) Tìm giá trị nguyên của m để hpt có nghiệm duy nhất (x,y) sao cho biểu thức $A=3x-y$ nhận giá trị nguyên.

BUỔI 9: ÔN TẬP KIỂM TRA 8 TUẦN

Bài 1: (2đ) Tính

a) $A = \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{27} + 5) - \sqrt{75}$

b) $B = 2\sqrt{45} + \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} - \frac{8}{\sqrt{5} + 1}$

Bài 2: (2đ)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{x + 9\sqrt{x}}{x - 9}$ với $x > 0, x \neq 4, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm giá trị nguyên x để biểu thức $M = A : B$ có giá trị nguyên.

Bài 3: (2đ) Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{2}\sqrt{x-2} - \sqrt{4x-8} + \sqrt{9x-18} - 5 = 0$

b) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 1$

Bài 4: (4đ)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , ($AB < AC$), đường cao AH . Gọi D và E lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ H xuống AB và AC .

a) Cho $BH = 4cm, CH = 9cm$. Tính AH, DE .

b) Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$

c) Đường phân giác của $\widehat{BAH}$ cắt BC tại K . Gọi I là trung điểm của AK . Chứng minh tam giác AKC cân và $CI \perp AK$.

d) Dựng $IM \perp BC$ tại M . Chứng minh $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{4CI^2}$

Đề 2:

Bài 1 : (2đ)

Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $3\sqrt{20} + \sqrt{45} + \frac{1}{2}\sqrt{80} - \frac{3}{2}\sqrt{5}$

b) $\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}} + 3\sqrt{2}$

Bài 2: (2đ) Giải phương trình

a) $4\sqrt{x+5} = 16$

b) $\sqrt{4x-12} + \frac{1}{3}\sqrt{9x-27} - 4 = \frac{1}{2}\sqrt{16x-48}$

c) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 1 - x$

Bài 3: (2đ)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < A$

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , $(\widehat{A} < 90^\circ)$, đường cao AH , kẻ $HK \perp AC$, $(K \in AC)$.

a) Biết $AH = 20cm, AC = 25cm$. Tính $HC, HK, \widehat{C}$.

b) Qua B kẻ đường thẳng song song AH , đường thẳng này cắt AC tại điểm E . Kẻ

$BD \perp AC, (D \in AC)$. Chứng minh $BH^2 = \frac{CD \cdot CE}{4}$

c) Gọi O là giao điểm BD và AH . Chứng minh $\frac{BO}{DO} = \frac{AE}{AD}$

d) Kẻ $KF \perp BC, (F \in BC)$. Chứng minh $CF = AC \cdot \sin^3 E$

BTVN:

Bài 1: (1,5 điểm) Tính:

a) $A = (\sqrt{99} - \sqrt{18} - \sqrt{11}) \cdot \sqrt{11} + 3\sqrt{22}$

b) $B = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

c) $C = \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} - \frac{7 - \sqrt{7}}{\sqrt{7} - 1} + 6 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$

Bài 2. (2,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+1}$

b) $\sqrt{4-x^2} - x + 2 = 0$

Bài 3: (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}$ và

$B = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} - \frac{\sqrt{a}}{3-\sqrt{a}} - \frac{3a+3}{a-9}, \quad (a \geq 0; a \neq 9)$

a) Tính giá trị của A khi $a = 16$

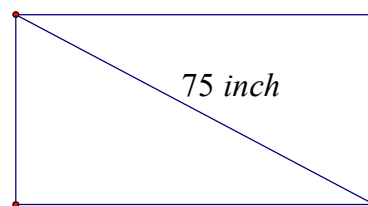
b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{A}{B}$.

c) So sánh P với 1

Bài 4: (3,5 điểm)

1. (1 điểm) Một chiếc tivi hình chữ nhật màn hình phẳng

75 inch (đường chéo tivi dài 75 inch) có góc tạo bởi chiều rộng và đường chéo là $53^\circ 08'$. Hỏi chiếc tivi ấy có chiều dài, chiều rộng là bao nhiêu cm? Biết $1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



2. (2,5 điểm) Cho tam giác EMF vuông tại M , đường cao MI . Vẽ $IP \perp ME, (P \in ME)$ và $IQ \perp MF, (Q \in MF)$.

a) Cho biết $ME = 4cm$, $\sin \widehat{MFE} = \frac{3}{4}$. Tính độ dài các đoạn EF, EI, MI .

b) Chứng minh $MP \cdot PE + MQ \cdot QF = MI^2$

Bài 5 (0,5 điểm) Tìm GTNN của biểu thức: $A = \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

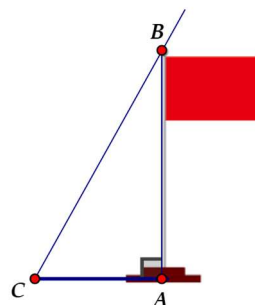
BUỔI 11: ÔN TẬP LUYỆN ĐỀ KIỂM TRA KÌ I

Bài 1:

1) Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} - 5\sqrt{45}$

b) $\frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 2\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} - 5\sqrt{2}$



2) Một cột cờ vuông góc với mặt đất có bóng dài 12m, tia nắng của mặt trời tạo với mặt đất một góc là 35° (hình vẽ bên). Tính chiều cao của cột cờ?

Bài 2:

Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$ và $B = \frac{x}{x - 4} - \frac{1}{2 - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$

(ĐK: $x \geq 0; x \neq 4$).

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 3: Cho hàm số bậc nhất $y = (m + 1)x + 2$ có đồ thị (d) (m là tham số và $m \neq -1$)

a) Vẽ (d) khi $m = 0$

b) Xác định m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x + 1$

c) Xác định m để (d) cắt hai trục Ox, Oy tại A và B sao cho tam giác AOB có diện tích bằng 2 (đơn vị diện tích).

Bài 4 : a) Thực hiện phép tính $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \frac{26}{3\sqrt{3}-1} - \sqrt{12}$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 2x - 1$

Bài 5: Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{9-x} + \frac{1}{3+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(3-\sqrt{x})}{\sqrt{x}+3}$

với $x \geq 0; x \neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

b) Cho $Q = A.B$. Chứng minh $Q = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3}$

c) Tìm số thực x để Q có giá trị nguyên.

Bài 6: Cho hàm số bậc nhất: $y = (m-1)x + 2$ (m là tham số) có đồ thị là đường thẳng (d) .

a) Vẽ đồ thị hàm số trên khi $m = 2$?

b) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y = (m^2 - 1)x + m$ c) Tìm m để đường thẳng (d) cắt đường $y = -2x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng -1 .

Bài 7:

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Kẻ hai tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn (O) tại A và B (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B ; cung AM nhỏ hơn cung BM), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt tia Ax và By theo thứ tự tại C và D .

1) Chứng minh tam giác COD vuông tại O .

2) Chứng minh: $AC.BD = R^2$.

3) Biết: $R = 2cm, OD = 4cm$. Tính các cạnh của tam giác MBD .

4) Kẻ $MH \perp AB (H \in AB)$. Chứng minh rằng BC đi qua trung điểm của đoạn MH .

Bài 8: Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ hai tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn đó. Trên tia Ax lấy điểm M sao cho $AM > R$. Từ M kẻ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Tia MC cắt By tại D .

- Chứng minh $MD = MA + BD$ và $\triangle OMD$ vuông.
- Cho $AM = 2R$. Tính BD và chu vi tứ giác $ABDM$.
- Tia AC cắt tia By tại K . Chứng minh $OK \perp BM$.

BTVN:

Bài 1. Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Rút gọn biểu thức $P = A \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$ với $x > 0; x \neq 4$.

3) Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{3}$.

Bài 2: 1) Thực hiện phép tính: $\sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{32}$

2) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 1$

b) $\sqrt{x^2 - 3x} - \sqrt{x - 3} = 0$

Bài 3: Cho hàm số $y = (m - 1)x + 3$ có đồ thị là đường thẳng (d)

1) Vẽ đường thẳng (d) khi $m = 2$.

2) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x + 1$.

3) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng được vẽ ở câu 1.

Bài 4: Cho điểm E thuộc nửa đường tròn tâm O , đường kính MN . Kẻ tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn tâm O , tiếp tuyến này cắt đường thẳng ME tại D .

1) Chứng minh rằng: $\triangle MEN$ vuông tại E . Từ đó chứng minh $DE \cdot DM = DN^2$

2) Từ O kẻ OI vuông góc với ME ($I \in ME$). Chứng minh rằng: 4 điểm $O; I; D; N$ cùng thuộc một đường tròn.

3) Vẽ đường tròn đường kính OD , cắt nửa đường tròn tâm O tại điểm thứ hai là A .

Chứng minh rằng DA là tiếp tuyến của nửa đường tròn tâm O .

4) Chứng minh rằng: $\widehat{DEA} = \widehat{DAM}$.

PHẦN HÌNH HỌC

BUỔI 1: ÔN TẬP MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$ và đường cao AH .

Tính độ dài đoạn thẳng BH và CH

Bài 2: Đường cao của một tam giác vuông chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có

độ dài $BH = 3\text{cm}$, $CH = \frac{16}{3}\text{cm}$. Tính độ dài AB, AC, AH

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH có $AB = 12$, $BH = 6$. Tính AH, AC, BC, CH.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A, $AB = 30\text{cm}$, $AC = 40\text{cm}$, đường cao AH, trung tuyến AM.

a) Tính BH, HM, MC .

b) Tính AH .

Bài 5: Tam giác ABC vuông tại A, gọi M là trung điểm của BC. Biết tam giác ABM là tam giác đều có cạnh là $\sqrt{3}\text{ cm}$.

a) Tính độ dài AC và đường cao AH của tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A với hai đường cao AH, BK. Chứng minh rằng:

a) $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$

b) $BC^2 = 2CK.AC$

Bài 7 : Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 36\text{cm}$, $AD = 24\text{cm}$. E là trung điểm của AB, đường thẳng DE cắt AC ở F, cắt CB ở G.

a) Chứng minh $FD^2 = EF.FG$.

b) Tính độ dài đoạn DG.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường trung tuyến AM và đường cao AH .

Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

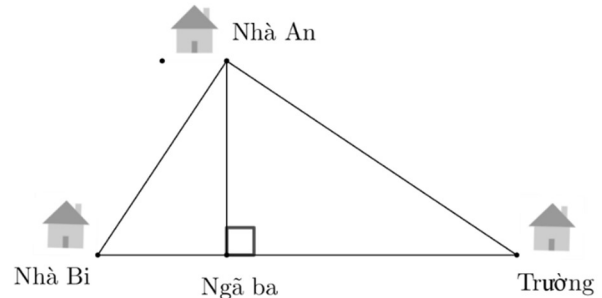
a) Chứng minh rằng $DE^2 = BH.HC$.

b) Chứng minh $DE \perp AM$.

Bài 9: Cho hình vuông ABCD. Kẻ đường thẳng qua A cắt cạnh BC tại E và đường

thẳng CD tại F. Chứng minh rằng: $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2}$

Bài 10: Từ nhà bạn Bi đến trường cách 500 m. Nhưng hôm nay khi đi đến ngã ba thì đường đang sửa chữa nên Bi phải đi sang nhà bạn An rồi từ nhà An (cách trường 400 m) mới tới trường. Hỏi hôm nay Bi mất bao lâu để đến trường , biết rằng con đường từ nhà Bi đến nhà An và con đường từ nhà An đến trường vuông góc với



nhau, và vận tốc trung bình của Bi là 5 km/h .

BTVN:

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , $AB = 30cm$, $AC = 40cm$, đường cao AH , trung tuyến AM .

- a) Tính BH , HM , MC . b) Tính AH .

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , đường cao AH . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, AC . Biết $HM = 15\text{cm}$, $HN = 20\text{cm}$. Tính HB, HC, AH .

Bài 3: Cho hình thang ABCD, $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ hai đường chéo vuông góc với nhau tại O.
Cho biết AD = 12cm; CD = 16cm. Tính các độ dài OA, OB, OC, OD.

Bài 4: Cho hình thang cân ABCD, $AB \parallel CD$, $AD \perp AC$. Biết $AB = 7\text{cm}$, $CD = 25\text{cm}$. Tính diện tích hình thang.

Bài 5: Cho hình thang $ABCD$, $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ Hai đường chéo vuông góc với nhau tại O.
Biết $OB = 5,4cm$; $OD = 15cm$.

- a) Tính diện tích hình thang;
- b) Qua O vẽ một đường thẳng song song với hai đáy, cắt AD và BC lần lượt tại M và N.
Tính độ dài MN .

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH. Gọi M, N là hình chiếu của H trên AB, AC. Chứng minh: $AB \cdot AM = AC \cdot AN$

BUỔI 2: ÔN TẬP TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 4cm$, $AC = 3cm$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc A.

Bài 2: Cho ΔABC vuông tại A, Chứng minh rằng: $\frac{AC}{AB} = \frac{\sin B}{\sin C}$.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Biết $AB = 7,5cm$; $AH = 6cm$.

a) Tính AC, BC;

b) Tính $\cos B$, $\cos C$.

Bài 4: Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào số đo góc nhọn α

a) $A = \cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$

b) $B = \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$

c) $C = \frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha} - 2 \tan^2 \alpha$

Bài 5: Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần.

a) $\sin 70^\circ, \cos 30^\circ, \cos 40^\circ, \sin 51^\circ$

b) $\cos 34^\circ, \sin 57^\circ, \cot 32^\circ$.

Bài 6: Tính số đo của góc nhọn α biết :

a) $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$

b) $7 \sin^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha = \frac{13}{2}$.

Bài 7: Biết $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức : $A = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 3 \cos^2 \alpha$.

Bài 8: a) Rút gọn biểu thức : $S = \cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha \cos^2 \alpha$

b) Chứng minh rằng: $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{\sin \alpha \cos \alpha} = 4$

Bài 9: Cho tam giác nhọn ABC, độ dài các cạnh BC, CA, AB lần lượt bằng a, b, c.

a) Chứng minh rằng $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

b) Chứng minh rằng nếu $a + b = 2c$ thì $\sin A + \sin B = 2 \sin C$.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ nhọn, 2 đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Biết $HD : HA = 1 : 2$
 Chứng minh rằng : $\tan B \cdot \tan C = 3$

Bài 11: Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c}$.

BTVN:

Bài 1: Cho α là góc nhọn, biết $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính $\cos \alpha$; $\tan \alpha$; $\cot \alpha$

Bài 2: Một tam giác vuông có một góc bằng 60° và cạnh huyền bằng 8. Hãy tìm độ dài của cạnh đối diện với góc 60°

Bài 3: Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào góc nhọn α

$$C = \tan^2 \alpha (2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha$$

Bài 4: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $A = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$

Bài 5 : Cho α là góc nhọn tính giá trị của biểu thức $E = \sin^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^6 \alpha$

Bài 6: Tính $M = \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Bằng tỉ số lượng giác của các góc nhọn trong $\triangle ABC$. Hãy chứng minh $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Bài 8: Cho tam giác ABC có trung tuyến $AM = AB$. Chứng minh rằng $\tan B = 3 \tan C$

BUỔI 3: ÔN TẬP MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A , giải tam giác ABC biết:

- a) $\widehat{B} = 35^\circ$ và $BC = 40$ cm b) $AB = 70$ cm và $AC = 60$ cm

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $HB = 25\text{cm}, HC = 64\text{ cm}$.
 Tính số đo góc B và góc C.

Bài 3: Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 20^\circ; \hat{C} = 30^\circ; BC = 60cm$. Tính diện tích tam giác ABC .

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông ở A , có $AC = 15\text{cm}$, $\widehat{B} = 50^\circ$. Hãy tính độ dài:

- a) $AB; BC$. b) Phân giác CD .

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC > AB$ và đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC .

- 1) Chứng minh $AD.AB = AE.AC$ và tam giác ABC đồng dạng với tam giác ADE .

- 2) Cho biết $BH = 2cm, HC = 4.5cm$:

- a. Tính độ dài đoạn DE .

- b. Tính số đo góc $\widehat{ABC}$.

- c. Tính diện tích tam giác ADE .

Bài 6 : Cho hình chữ nhật $ABCD$. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường chéo AC tại H . Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của AH, BH, CD :

- a, Chứng minh tứ giác $EF CG$ là hình bình hành.

- b, Chứng minh: $\widehat{BEG} = 90^\circ$

- c, Cho biết $BH = 4cm, \widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính S_{ABCD} và S_{EFGH}

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AC = 16$ cm và

$$\widehat{\sin CAH} = \frac{4}{5}. \text{ Tính độ dài các cạnh } BC, AB.$$

BTVN:

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A biết $\widehat{B} = 50^\circ$, $AC = 5\text{cm}$. Tính AB .

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A . có $AB = 30\text{cm}$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Giải tam giác vuông ABC .

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 20$, $AC = 13$. Giải tam giác vuông ABC .

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A ; $AB = AC = 17$; $BC = 16$. Tính đường cao AH và $\widehat{A}$; $\widehat{B}$ của tam giác ABC .

Bài 5: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$, các hình chiếu vuông góc của AB và AC lên BC theo thứ tự bằng 12 và 18. Tính các góc và đường cao của tam giác ABC .

Bài 6: Cho tam giác ABC có $BC = 6\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$, $\widehat{C} = 40^\circ$. Hãy tính:

a, Chiều cao CH và cạnh AC ;

b, Diện tích tam giác ABC .

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , $AB = 4\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$.

1) Giải tam giác vuông ABC

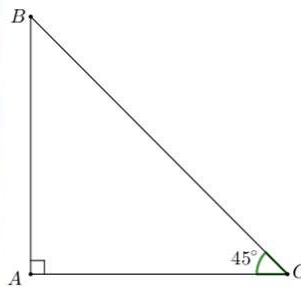
2) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên cạnh AB và AC :

a) Tính độ dài AH và chứng minh: $EF = AH$.

b) Tính: $EA.EB + AF.FC$

BUỔI 4: ÔN TẬP ỨNG DỤNG THỰC TẾ CÁC TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

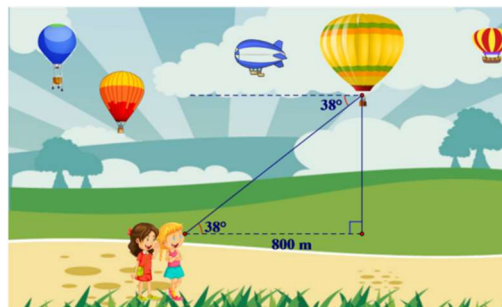
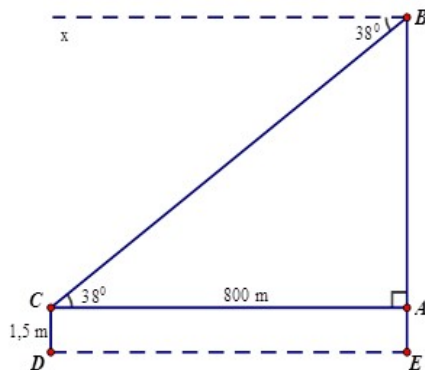
Bài 1: Một du khách đếm được 645 bước chân khi đi từ ngay dưới chân tòa nhà BITEXCO (Thành phố Hồ Chí Minh) thẳng ra phía ngoài cho đến vị trí có góc nhìn lên đỉnh là 45° . Tính chiều cao của tháp, biết rằng khoảng cách trung bình của mỗi bước



chân là 0,4 m.

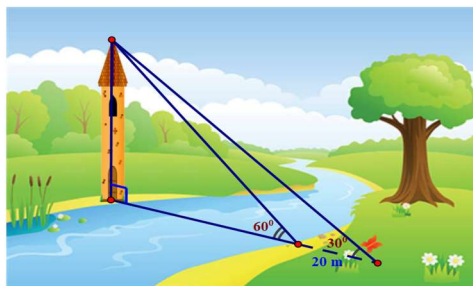
Bài 2:

Một người đứng cách nơi thả khinh khí cầu 800 m nhìn thấy nó với góc nghiêng 38° . Tính độ cao của khinh khí cầu. Cho biết khoảng cách từ mặt đất đến mắt người đó là



1,5 m

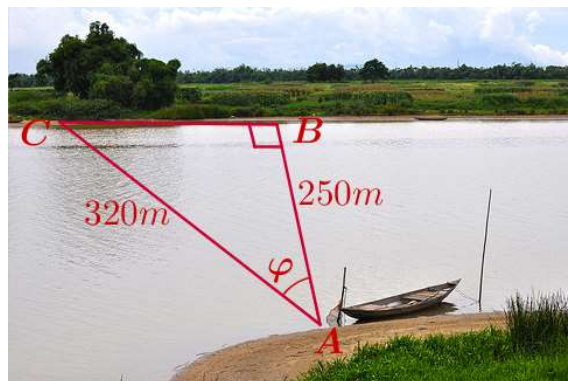
Bài 3: Một cái tháp được dựng bên bờ một con sông, từ một điểm đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Từ một điểm khác cách điểm ban đầu 20 m người ta cũng nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 30° . Tính chiều cao của tháp và bề rộng của sông.



Bài 4: Một cái cây cao 6m có bóng dài 3,2m. Tính góc hợp bởi tia nắng với thân cây.

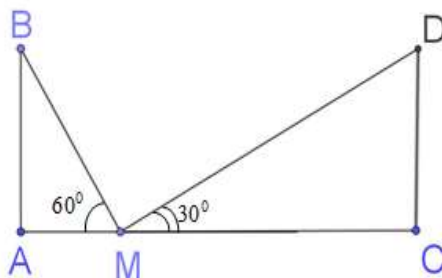
Bài 5: Một cái cây có bóng trên mặt đất dài 20m. Cho biết tia nắng qua ngọn cây nghiêng một góc 31° so với mặt đất. Tính chiều cao của cây.

Bài 6: Một con sông rộng 250m. Một chiếc đò ngang chèo vuông góc với dòng nước, nhưng vì nước chảy nên phải bơi 320m mới sang được đến bờ bên kia. Hãy xác định xem, dòng nước đã làm chiếc đò bơi lệch đi một góc bao nhiêu độ?



Bài 7 : Một cái thang dài 4,8m dựa vào tường làm thành một góc 58° so với mặt đất. Tính chiều cao của thang so với mặt đất (làm tròn đến mét).

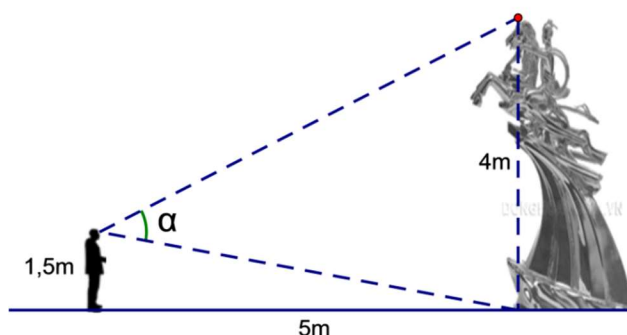
Bài 8: Hai trụ điện cùng chiều cao được dựng thẳng đứng hai bên lề đối diện một đại lộ rộng 80m ($AC = 80m$). Từ một điểm M trên mặt đường giữa hai trụ người ta nhìn thấy đỉnh hai trụ điện với các góc nâng lần lượt là 60° và 30° . Tính chiều cao của trụ điện và khoảng cách từ điểm M đến gốc mỗi trụ điện.



BTVN:

Bài 1: Một khúc sông rộng khoảng 250m. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy lệch đi một góc 40° . Hỏi con đò phải đi thêm bao nhiêu mét nữa so với dự định ban đầu để qua khúc sông ấy?

Bài 2: Một chiếc thang dài 4 mét. Cần đặt chân thang cách chân tường bao nhiêu mét để nó tạo với mặt đất một góc “an toàn” là 66° (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Bài 3: Một bức tượng mỹ thuật có chiều cao 4m. Một người đang đứng cách chân tượng 5m và mắt người ấy cách mặt đất 1,5m (hình bên). Hỏi người đó nhìn toàn bộ bức tượng dưới góc bao nhiêu? (“góc nhìn”, làm tròn đến độ).

BUỔI 5: ÔN TẬP CHƯƠNG I

Bài 1:

a) Tính giá trị biểu thức $A = \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \cos 23^\circ - \cos 55^\circ$.

Bài 2:

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3cm$; $BC = 5cm$. AH là đường cao. Tính BH, CH, AC, AH .

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH , $BH = 10cm$; $CH = 42cm$.

Tính BC, AH, AB, AC .

Bài 4:

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Biết $BH = 4cm$; $CH = 9cm$. Tính các cạnh và các góc của tam giác ABC .

Bài 5: Cho tứ giác $ABCD$ có các đường chéo cắt nhau tại O . Cho biết

$AC = 4\text{cm}, BD = 5\text{cm}, \widehat{AOB} = 50^\circ$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Bài 6: Cho $\triangle DEF$ biết $DE = 6\text{cm}, DF = 8\text{cm}, EF = 10\text{cm}$.

- Chứng minh $\triangle DEF$ vuông.
- Vẽ đường cao DK . Hãy tính DK, EK .
- Giải tam giác vuông EDK
- Vẽ phân giác trong DM của $\triangle DEF$. Tính độ dài các đoạn thẳng ME, MF .
- Tính $\sin F$ trong các tam giác vuông $\triangle DFK, \triangle DEF$. Từ đó suy ra $ED \cdot DF = DK \cdot EF$.

Bài 7: Cho tam giác nhọn ABC , đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên AB và AC .

a) Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$

b) Chứng minh $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \sin^2 B \cdot \sin^2 C$

Bài 8: Cho $\triangle BCM$ vuông tại C , đường cao CA . Gọi H, E là hình chiếu của A xuống BC, CM .

- Chứng minh $HC \cdot BC = CE \cdot CM$.
- Đường thẳng AC cắt đường thẳng HE tại O . Chứng minh $AB \cdot AM = 4OH \cdot OE$.
- Cho $CM = 20\text{cm}, AB = 9\text{cm}$. Tính BC, BM .

(Chú ý: độ dài cạnh làm tròn đến số thập phân thứ 2, góc làm tròn đến phút)

BTVN:

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH , biết $AB = 27\text{cm}, AC = 36\text{cm}$. Tính BC, AH, BH, HC .

Bài 2: Giải $\triangle DEF$ vuông tại D , biết $\widehat{E} = 60^\circ, EF = 3\sqrt{3}\text{cm}$.

Bài 3: Hình thang cân $ABCD$ có đáy lớn $AB = 30\text{cm}$, đáy nhỏ $CD = 10\text{cm}$ và góc A là 60°

- Tính cạnh BC .
- Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD . Tính MN .

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}$.

- Tính góc B .

- b) Phân giác trong góc B cắt AC tại I . Tính AI . c) Vẽ $AH \perp BI$ tại H . Tính AH .

BUỔI 6: ÔN TẬP ĐƯỜNG TRÒN 01

Bài 1: Cho tam giác ABC có các đường cao BD, CE . Chứng minh bốn điểm B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn. Chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Bài 2: Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M, N, H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

- Chứng minh rằng tứ giác $MNHK$ là hình chữ nhật.
- Chứng minh rằng bốn điểm M, N, H, K cùng thuộc một đường tròn.
- Tính bán kính đường tròn đó khi biết $AC = 12cm$ và $BD = 16cm$.

Bài 3: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O , đường kính AD . Gọi H là giao điểm hai đường cao BE và CF của tam giác ABC .

- Chứng minh rằng: tứ giác $BHCD$ là hình bình hành.
- Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh $AH = 2OI$.
- Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh G cũng là trọng tâm tam giác AHD .

Bài 4: Cho đường tròn (O) đường kính AK , dây MN không cắt đường kính AK . Gọi I, P lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ A và K đến MN . Chứng minh rằng: $MI = NP$

Bài 5: Cho đường tròn (O) đường kính AB , dây CD cắt đường kính AB tại I . Gọi H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD . Đường thẳng đi qua O và vuông góc với CD tại M cắt AK tại N . Chứng minh rằng:

- $AN = NK$
- $MH = MK$
- $CH = DK$

Bài 6: Cho nửa đường tròn (O) , đường kính MN , dây CD . Các đường vuông góc với CD tại C và D tương ứng cắt MN tại H và K . Chứng minh $MH = NK$.

Bài 7:

Cho đường tròn (O) đường kính AD , dây AB . Qua B vẽ dây BC vuông góc với AD tại H . Biết $AB = 10cm; BC = 12cm$

- Tính độ dài đoạn AH .
- Tính bán kính đường tròn (O) .

Bài 8: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AD . Trên nửa đường tròn lấy hai điểm B và C . Biết $AB = BC = 2\sqrt{5}cm, CD = 6cm$. Tính bán kính đường tròn

Bài 9:

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Gọi M là một điểm nằm giữa A và B . Qua M vẽ dây CD vuông góc với AB . Lấy điểm E đối xứng với A qua M .

a) Tứ giác $ACED$ là hình gì? Vì sao?

b) Giả sử $R = 6,5cm, MA = 4cm$. Tính CD .

c)* Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên CA và CB . Chứng minh:

$$MH.MK = \frac{MC^3}{2R}.$$

BTVN:

Bài 1: Tứ giác $ABCD$ có $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$.

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.

b) So sánh độ dài AC và BD . Nếu $AC = BD$ thì tứ giác $ABCD$ là hình gì?

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB = 5cm, AC = 12cm$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 3: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $2cm$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 4: Cho đường tròn (O) bán kính $5cm$, dây $AB = 8cm$. dây CD vuông góc với dây AB tại I . Tính độ dài của IC và ID biết khoảng cách từ O đến CD bằng $3cm$.

Bài 5: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB dây CD không cắt AB . Các đường vuông góc với CD tại C và D cắt AB tại E và F .

a) Chứng minh rằng E và F đối xứng nhau qua O

b) Tính S_{CDFE} biết $AB = 50cm; CD = 14cm$.

BUỔI 7: ÔN TẬP ĐƯỜNG TRÒN (02)

Bài 1: Đường tròn (O) , đường kính AB , tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B lần lượt tại C và D . Vẽ đường tròn tâm I có đường kính CD .

- Chứng minh $OI \perp AB$
- Chứng minh AB tiếp tuyến với đường tròn (I) tại O .

Bài 2: Trên tiếp tuyến của đường tròn (O, R) tại A , Lấy điểm P sao cho $AP = R\sqrt{3}$

- Tính các cạnh và các góc của $\triangle PAO$
- Kéo dài đường cao AH của $\triangle PAO$ cắt đường tròn (O) tại B . Chứng tỏ PB là tiếp tuyến của (O)

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A và đường cao AH . Đường tròn tâm I đường kính BH cắt AB tại M . Đường tròn tâm K đường kính HC cắt AC tại N . Gọi O là giao điểm của AH và MN

Chứng minh MN là tiếp tuyến của (I) tại M , tiếp tuyến của (K) tại N .

Bài 4: Cho hình vuông $ABCD$. Trên đường chéo BD lấy $BH = BA$ (H nằm giữa hai điểm B và D). Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với BD và đường này cắt AD tại O .

- So sánh OA , OH và HD .
- Xác định vị trí tương đối của đường thẳng BD với đường tròn $(O; OA)$.

Bài 5: Cho đường tròn $(O; 15\text{cm})$, dây $AB = 24\text{ cm}$. Một tiếp tuyến của đường tròn song song với AB cắt các tia OA , OB theo thứ tự ở E , F . Tính độ dài EF .

Bài 6 : Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$) có I là trung điểm của AB và góc $\widehat{CID} = 90^\circ$. Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB

Bài 7: Cho đường tròn $(O; 5\text{cm})$, đường kính AB , tiếp tuyến Bx . gọi C là một điểm thuộc đường tròn sao cho $\widehat{BAC} = 30^\circ$, tia AC cắt Bx tại E

- Chứng minh $BC^2 = AC.CE$
- Tính độ dài BE

Bài 8: Cho đường tròn $(O; R)$, bán kính OA , dây $BC \perp OA$ tại trung điểm M của OA

- Tứ giác $OCAB$ là hình gì?

- b) Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại B, cắt đường thẳng OA tại điểm E . tính độ dài BE theo R.

BTVN:

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A ; $AB = 8, AC = 15$. vẽ đường cao AH . Gọi D là điểm đối xứng với B qua H. Vẽ đường tròn đường kính CD, cắt AC tại E.

a) Chứng minh HE là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Tính HE .

Bài 2: Cho (O) , dây AB khác đường kính. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AB , cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn tại điểm C .

a) Chứng minh CB là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Cho bán kính của đường tròn là 15cm ; $AB = 24\text{cm}$. Tính độ dài OC

Bài 3: Cho đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm M thuộc (O) sao cho $MA < MB$. Vẽ dây MN vuông góc với AB tại H . Đường thẳng AN cắt BM tại C . Đường thẳng qua C vuông góc với AB tại K và cắt BN tại D .

a) Chứng minh A, M, C, K cùng thuộc đường tròn.

b) Chứng minh BK là tia phân giác của góc MBN .

c) Chứng minh $\triangle KMC$ cân và KM là tiếp tuyến của (O) .

d) Tìm vị trí của M trên (O) để tứ giác $MNKC$ trở thành hình thoi.

BUỔI 8: ÔN TẬP VỀ ĐƯỜNG TRÒN (03)

Bài 1: Từ điểm A ở ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C thuộc (O)). Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với OB cắt AC tại D .

a) Chứng minh $DA = DO$.

b) Nếu $OA = 2R$ và I là giao điểm của (O) với OA . Chứng minh DI là tiếp tuyến của (O) .

Bài 2: Từ điểm A ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho $OA = 2R$, kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C thuộc (O)).

a) Chứng minh tam giác ABC đều.

b) Số đo góc BOC là bao nhiêu?

Bài 3: Từ điểm A ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho $OA = 3R$, kẻ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M, N thuộc (O)). Qua E thuộc cung nhỏ MN, kẻ tiếp tuyến thứ ba với đường tròn (O) cắt AM và AN lần lượt tại H và K. Tính chu vi tam giác AHK theo R.

Bài 4: Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài MN, $M \in (O)$ và $N \in (O')$. Tiếp tuyến chung ngoài tại A cắt MN tại I. Chứng minh :

a) $\widehat{MAN} = 90^\circ$ và $\widehat{OIO'} = 90^\circ$. b) $MN = 2\sqrt{RR'}$

Bài 5: Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$) có $\widehat{B} = 2\widehat{C}$ và có các cạnh tiếp xúc với một đường tròn tâm (O) .

- Chứng minh rằng chu vi hình thang bằng hai lần tổng hai đáy.
- Chứng minh rằng $\triangle AOD$ vuông cân.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A, các đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE.

- Chứng minh : $ED = \frac{1}{2}BC$
- Chứng minh rằng DE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
- Tính độ dài DE biết rằng $DH = 2cm$, $HA = 6cm$.

Bài 7: Cho đường tròn tâm O bán kính $3cm$. Từ một điểm A cách O là $5cm$ vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm)

- Chứng minh AO vuông góc với BC
- Kẻ đường kính BD . Chứng minh rằng DC song song với OA
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC
- Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BD , đường thẳng này cắt tia DC tại E. Đường thẳng AE và OC cắt nhau ở I, đường thẳng OE và AC cắt nhau ở G.

Chứng minh IG là trung trực của đoạn thẳng OA

BTVN:

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6cm$, $AC = 8cm$. Đường tròn tâm O đường kính AB cắt BC tại H. Kẻ $OM \perp AH$.

- Chứng minh CA là tiếp tuyến của (O)
- Tính BH và CH
- Tia OM cắt AC ở N. Chứng minh N là trung điểm của AC.
- Tính diện tích tứ giác OANH

Bài 2: Cho đường tròn (O; R) cố định. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB.

- Chứng minh OM vuông góc với AB và $OH \cdot OM = R^2$
- Từ M kẻ cát tuyến MNP với đường tròn (N nằm giữa M và P), gọi I là trung điểm của NP (I khác O). Chứng minh 4 điểm A, M, O, I cùng thuộc một đường tròn và tìm tâm của đường tròn đó
- Qua N kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O), cắt MA và MB theo thứ tự ở C và D. Biết $MA = 5cm$, tính chu vi tam giác MCD.
- Qua O kẻ đường thẳng d vuông góc với OM, cắt tia MA và MB lần lượt tại E và F. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác MEF nhỏ nhất.

Bài 3: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R). Gọi MA, MB là hai tiếp tuyến với đường tròn (O) (A và B là hai tiếp điểm). Kẻ đường kính AD của đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của OM và AB, I là trung điểm của đoạn thẳng BD.

- Chứng minh tứ giác OHBI là hình chữ nhật.
- Cho biết OI cắt MB tại K, chứng minh KD là tiếp tuyến của (O).
- Giả sử $OM = 2R$, tính chu vi tam giác AKD theo R.
- Đường thẳng qua O và vuông góc với MD cắt tia AB tại Q. Chứng minh K là trung điểm của DQ.

Bài 4: Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa đường tròn, vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Trên nửa đường tròn, lấy điểm C bất kì. Vẽ tiếp tuyến của (O) tại C cắt Ax, By lần lượt tại D và E.

- Chứng minh rằng: $AD + BE = DE$
- AC cắt DO tại M; BC cắt OE tại N. Tứ giác CMON là hình gì? Vì sao?

- 3) Chứng minh rằng: $MO.DM + ON.NE$ không đổi
- 4) AN cắt CO tại điểm H. Khi C di chuyển trên nửa đường tròn (O; R) thì điểm H di chuyển trên đường nào? Vì sao?

Bài 5: Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và điểm C thuộc nửa đường tròn đó. Từ C kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Gọi M là hình chiếu của H trên AC, N là hình chiếu của H trên BC.

- a) Chứng minh tứ giác $HMCN$ là hình chữ nhật
- b) Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BH
- c) Chứng minh $BH \perp MN$ vuông góc với CO
- d) Xác định vị trí của điểm C trên nửa đường tròn đường kính AB để đoạn thẳng MN có độ dài lớn nhất?