



LỚP TOÁN THẦY TP HUẾ. SĐT: 0834 332133

CS1: Trung tâm MTC- 5 Ngô Thời Nhậm

CS2: Trung tâm DKĐ – 37 Lê Văn Hưu (11 ĐỒNG ĐA)

Bài giảng Toán 9

(Từ cơ bản đến nâng cao- đầy đủ dạng toán)



Ấn phẩm của toanthaycu.com

BÀI 1.**CĂN BẬC HAI****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Căn bậc hai số học:**

- ✦ Căn bậc hai của số không âm a là số x sao cho $x^2 = a$.
- ✦ Số dương a có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau: Số dương kí hiệu là $\sqrt{a}$ và số âm kí hiệu là $-\sqrt{a}$.
- ✦ Với số dương a , số $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a . Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0.

2. So sánh các căn bậc hai số học

Với $a \geq 0; b \geq 0$. Ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1: Tìm căn bậc hai số học của một số****1. Phương pháp giải:**

- ✦ Căn bậc hai số học của số dương a là $\sqrt{a}$ (giá trị dương của căn bậc hai).
- ✦ Với $a \geq 0$, ta có:
 - ☞ Nếu $x = \sqrt{a}$ thì $x \geq 0$ và $x^2 = a$.
 - ☞ Nếu $x \geq 0$ và $x^2 = a$ thì $x = \sqrt{a}$.

2. Bài tập minh họa.

Ví dụ 1: Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai của chúng: 64; 81; 100; 196.

Ví dụ 2: Dùng máy tính bỏ túi, tính giá trị gần đúng của nghiệm mỗi phương trình sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba):

- a) $x^2 = 4,5$. b) $x^2 = 5$.
- c) $x^2 = 7,5$. d) $x^2 = 9,12$.

Ví dụ 3: Tìm x sao cho :

- a. $x^2 = 16$
- b. $x^2 = \frac{9}{25}$
- c. $x^2 = -4$

Dạng 2: So Sánh Hai Số**1. Phương pháp giải:**

- ✦ Áp dụng: Với $a \geq 0, b \geq 0$ ta có: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

2. Ví dụ minh họa.**Ví dụ 1:** So sánh:

a) 3 và $\sqrt{5}$

b) 8 và $\sqrt{63}$

c) 9 và $\sqrt{79}$

Ví dụ 2: So sánh các số :

a. $2\sqrt{31}$ và 10

b. $2 + \sqrt{3}$ và $3 + \sqrt{2}$.

Dạng 3. Tìm x thỏa điều kiện cho trước**1. Phương pháp giải**

➤ Áp dụng: $\sqrt{x} = a (a \geq 0) \Leftrightarrow x = a^2$,

➤ Với $a, b \geq 0$: $\sqrt{a} < \sqrt{b} \Leftrightarrow a < b$.

2. Ví dụ minh họa.**Ví dụ 1.** (Bài 4 SGK trang 7) số x không âm, biết:

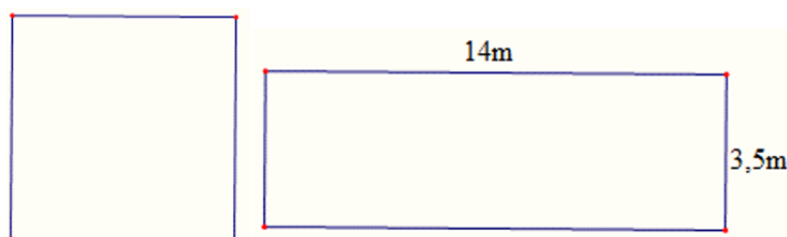
a) $\sqrt{x} = 15$;

b) $2\sqrt{x} = 14$;

c) $\sqrt{x} < \sqrt{2}$;

d) $\sqrt{2x} < 4$.

Ví dụ 2. Đố. (Bài 5 SGK Trang 7) Tính cạnh của một hình vuông, biết diện tích của nó bằng diện tích của hình chữ nhật có chiều rộng 3,5 m và chiều dài 14m.

**Ví dụ 3:** Giải phương trình :

a. $\sqrt{x} = 3$

b. $\sqrt{x} = \sqrt{5}$

c. $\sqrt{x} = 0$

d. $\sqrt{x} = -2$.

Hướng dẫn giải

a. $\sqrt{x} = 3$ nên $x = 3^2$ vậy $x = 9$

b. $\sqrt{x} = \sqrt{5}$ nên $x = (\sqrt{5})^2$ vậy $x = 5$

c. $\sqrt{x} = 0$ nên $x = 0$

d. Vô nghiệm vì $\sqrt{x} \geq 0$.

C. LUYỆN TẬP**Bài 1.1.** Tính căn bậc hai số học của:

a) 0,09 ;

b) 0,49 ;

c) 0,64

d) 0,16

e) $\frac{1}{64}$

Bài 1.2. Số nào có căn bậc hai là

a) $\sqrt{3}$; b) 1,3; c) $-0,1$; d) $-\sqrt{4}$

Bài 1.3. Dùng máy tính bỏ túi, tính giá trị gần đúng của nghiệm mỗi phương trình sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba):

a) $x^2 = 5$; b) $x^2 = 2,5$; c) $x^2 = \sqrt{5}$.

Bài 1.4. So sánh

a) 2 và $1 + \sqrt{2}$; b) 1 và $\sqrt{3} - 1$; c) $3\sqrt{11}$ và 12; d) -10 và $-2\sqrt{31}$.

Bài 1.5. Tìm x không âm, biết

a) $\sqrt{x} = 5$; b) $\sqrt{x} = \sqrt{2}$; c) $\sqrt{x} = -2$.

Bài 1.6 Cho $a > 0$. Chứng minh:

a) Nếu $a > 1$ thì $a > \sqrt{a}$:

b) Nếu $a < 1$ thì $a < \sqrt{a}$.

BÀI 2. CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$.**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Căn thức bậc hai:**

✦ Nếu A là một biểu thức đại số thì $\sqrt{A}$ gọi là căn thức bậc hai của A .

✦ $\sqrt{A}$ xác định (hay có nghĩa) khi $A \geq 0$.

2. Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$.

✦ Với mọi số a , ta có $\sqrt{a^2} = |a|$.

✦ $\sqrt{A^2} = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0. \end{cases}$

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Tìm điều kiện để $\sqrt{A}$ có nghĩa****1. Phương pháp giải**

① $\sqrt{A}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A \geq 0$.

② $\sqrt{\frac{1}{A}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A > 0$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1:(Bài 6, tr. 10 SGK). Với giá trị nào của a thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a). $\sqrt{\frac{a}{3}}$; b). $\sqrt{4-a}$; c). $\sqrt{-5a}$; d). $\sqrt{3a+7}$.

Ví dụ 2:(Bài 12, tr. 11 SGK) Tìm x , để mỗi căn thức sau có nghĩa:

a). $\sqrt{2x+7}$; b). $\sqrt{-3x+4}$; c). $\sqrt{\frac{1}{-1+x}}$; d). $\sqrt{1+x^2}$.

Ví dụ 3: Với giá trị nào của a thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a). $\sqrt{\frac{1}{a^2}}$; b). $\sqrt{\frac{a^2+1}{1-2a}}$; c). $\sqrt{a^2-1}$; d). $\sqrt{4-a^2}$.

Dạng 2. Tính giá trị biểu thức**1. Phương pháp giải.**

Áp dụng: $\sqrt{A^2} = \begin{cases} A & \text{neu } A \geq 0 \\ -A & \text{neu } A < 0. \end{cases}$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1:(Bài 7, tr. 10 SGK) Tính:

a). $\sqrt{(0,1)^2}$; b). $\sqrt{(-0,3)^2}$;

c). $-\sqrt{(-1,3)^2}$; d) $-0,4\sqrt{(-0,4)^2}$.

Ví dụ 2: (Bài 11, tr. 11 SGK) Tính:

a). $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} + \sqrt{196} : \sqrt{49}$;

b). $36 : \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 18} - \sqrt{169}$;

c). $\sqrt{\sqrt{81}}$;

d). $\sqrt{3^2 + 4^2}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức

1. Phương pháp giải:

① Áp dụng $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

Xét các trường hợp $A \geq 0$, $A < 0$ để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

② $\sqrt{A}$ xác định (có nghĩa) $\Leftrightarrow A \geq 0$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a). $\sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} + \sqrt{15}$;

b). $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$;

c). $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$;

d). $\sqrt{49a^2}$, với $a < 0$.

Ví dụ 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a). $\sqrt{25a^2} + 3a$, với $a < 0$;

b). $\sqrt{16a^4} + 6a^2$;

c). $3\sqrt{9a^6} - 6a^3$, với $a \leq 0$;

d). $\sqrt{a^2 + 6a + 9} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$, với $-3 \leq a \leq 3$.

Ví dụ 3. Rút gọn các biểu thức sau:

a). $\frac{\sqrt{a} - 2}{a - 4}$, với $a \geq 0$, $a \neq 4$;

b). $\frac{a + 2\sqrt{a} + 1}{a - 1}$, với $a \geq 0$, $a \neq 1$;

Ví dụ 4: Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

b) $B = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$

c) $C = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

d) $D = \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}}$

e) $E = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

f) $F = \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} + \sqrt{20} + \frac{1}{2}\sqrt{8}$

Hướng dẫn giải

a) $A = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1$

b) $B = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = \sqrt{(\sqrt{15} - 1)^2} = \sqrt{15} - 1$

$$c) C = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 2$$

$$d) D = \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{14 + 2\sqrt{13}} - \sqrt{14 - 2\sqrt{13}} \right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(\sqrt{13} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{13} - 1)^2} \right] = \sqrt{2}$$

$$e) E = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5 + 2\sqrt{5} + 1} - \sqrt{5 - 2\sqrt{5} + 1}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = |\sqrt{5} + 1| - |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 1 = 2$$

$$f) F = \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} + \sqrt{20} + \frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} + 2\sqrt{5} + \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}$$

$$= |\sqrt{5} - \sqrt{2}| + 2\sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2} = 3\sqrt{5}$$

Dạng 4. Giải phương trình

1. Phương pháp giải:

Phương pháp giải: Áp dụng: $\sqrt{A^2} = |A|$; $A^2 = B^2 \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Tìm x biết:

a). $\sqrt{x^2} = 5$;

b). $\sqrt{25x^2} = 10$;

b). $\sqrt{4x^2 - 28x + 49} = 7$;

c). $\sqrt{x - 10}\sqrt{x + 25} = 3$.

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

a). $4x^2 - 64 = 0$;

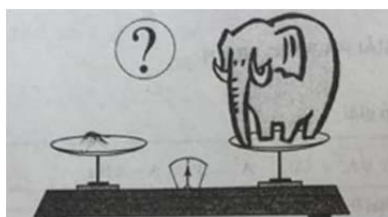
b). $\sqrt{x^4} - 7 = 0$;

c). $\sqrt{9x^2} = 2x + 1$;

d). $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 0$.

Ví dụ 3. Tính cạnh của hình vuông, biết diện tích hình vuông đó bằng diện tích tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 12,8 m và 40 m.

Ví dụ 4. (Bài 16 SGK trang 12) **Đố:** Hãy tìm chỗ sai trong phép chứng minh “con muỗi nặng bằng con voi” dưới đây.



Giả sử con muỗi nặng m (gam), còn con voi nặng V (gam). Ta có: $m^2 + V^2 = V^2 + m^2$

Cộng cả hai vế với $-2mV$, ta có: $m^2 - 2mV + V^2 = V^2 - 2mV + m^2$ hay $(m - V)^2 = (V - m)^2$

Lấy căn bậc hai mỗi vế của đẳng thức trên, ta được: $m - V = V - m$

Từ đó ta có $2m = 2V$, Suy ra $V = m$. Vậy con muỗi nặng bằng con voi (!).

Dạng 5: Phân Tích Đa Thức Thành Nhân Tử

1. Phương pháp giải:

Áp dụng các công thức:

$$\star A = (\sqrt{A})^2 \text{ (với } A \geq 0 \text{)}.$$

$$\star A^2 - B^2 = (A - B)(A + B).$$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Phân tích thành nhân tử:

a). $x^2 - 2$.

b). $x^2 - 7$.

c). $x^2 + 2\sqrt{15}x + 15$.

d). $4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3$.

Dạng 6: Chứng Minh Bất Đẳng Thức

1. Phương pháp giải.

Áp dụng

$\star$ Các hằng đẳng thức đáng nhớ.

$\star$ và $A = (\sqrt{A})^2$ để biến đổi vế trái thành vế phải hoặc ngược lại.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 13. Chứng minh:

a). $(\sqrt{5} - 1)^2 = 6 - 2\sqrt{5}$.

b). $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} = -1$.

C. LUYỆN TẬP

Bài 1. Biểu thức sau xác định với giá trị nào của x ?

a). $\sqrt{-3x + 2}$;

b). $\sqrt{\frac{4}{2x + 3}}$;

c). $\sqrt{\frac{2}{x^2}}$;

d). $\sqrt{x(x + 2)}$

e). $\sqrt{9x^2 - 6x + 1}$

f). $\sqrt{\frac{2x - 1}{2 - x}}$

g). $\sqrt{5x^2 - 3x - 8}$

h). $\sqrt{5x^2 + 4x + 7}$.

Bài 2. Tính:

a). $-0,8\sqrt{(-0,125)^2}$;

b). $\sqrt{(-2)^6}$;

c). $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$;

d). $\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$; e). $\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$; f). $\sqrt{(0,1-\sqrt{0,1})^2}$;
g). $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$; h). $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$; i). $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$;
j). $\sqrt{16-6\sqrt{7}}$.

Bài 3. Rút gọn biểu thức:

a). $2\sqrt{x^2}$, với $x < 0$; b). $\frac{1}{2}\sqrt{x^{10}}$, với $x < 0$;
c). $\sqrt{(a-5)^2}$, với $a \leq 5$; d). $\sqrt{(x-10)^{10}}$, với $x \leq 10$;
e). $x-4+\sqrt{x^2-8x+16}$, với $x < 4$;
f). $\sqrt{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}$, với $0 \leq x \leq y$.

Bài 4. Rút gọn biểu thức:

a). $\frac{3-\sqrt{x}}{x-9}$, ($x \geq 0, x \neq 9$);
b). $\frac{x-5\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-3}$, ($x \geq 0, x \neq 9$);
c). $6-2x-\sqrt{9-6x+x^2}$, ($x < 3$).

Bài 5. Tìm x biết

a). $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$; b). $\sqrt{25-20x+4x^2} + 2x = 5$;
c). $\sqrt{x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}-x$; d). $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1}-1$;
e). $\sqrt{1-12x+36x^2} = 5$; g). $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$.

Bài 6. Phân tích đa thức thành nhân tử.

a). x^2-11 ; b). $x^2-2\sqrt{2}x+2$;
c). $x-5$ (với $x > 0$); d). $5-7x^2$ (với $x > 0$).
e). $3+4x$ (với $x < 0$);

Bài 7. Chứng minh đẳng thức:

a). $9+4\sqrt{5} = (\sqrt{5}+2)^2$; b). $\sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = 2$;
c). $\sqrt{23+8\sqrt{7}} - \sqrt{7} = 4$;

d). $\sqrt{a+4\sqrt{a-2}+2} + \sqrt{a-4\sqrt{a-2}+2} = 4$ (với $2 \leq a \leq 6$).

BÀI 3. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Quy tắc khai phương một tích**

➤ Muốn khai phương một tích của các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau.

➤ Nếu $A \geq 0, B \geq 0$ thì $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$.

2. Quy tắc nhân các căn bậc hai

➤ Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó.

➤ Nếu $A \geq 0, B \geq 0$ thì $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{AB}$

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Thực hiện phép tính****1. Phương pháp giải**

➤ Sử dụng các quy tắc khai phương một tích và quy tắc nhân các căn bậc hai

➤ Nếu $A \geq 0, B \geq 0$ thì $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hãy tính:

a). $\sqrt{0,16.81}$; b). $\sqrt{3^4 \cdot (-5)^2}$; c). $\sqrt{16,9.250}$; d). $\sqrt{5^2 \cdot 4^4}$.

Ví dụ 2. Áp dụng quy tắc nhân các căn bậc hai, hãy tính:

a). $\sqrt{5} \cdot \sqrt{80}$; b). $\sqrt{2,45} \cdot \sqrt{40} \cdot \sqrt{50}$;
c). $\sqrt{0,6} \cdot \sqrt{5,4}$; d). $\sqrt{8,1} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{4,5}$.

Ví dụ 3. Khai phương tích $13.25.52$ được:

a). 2600. b). 130. c). 13. d). 260.

Hãy chọn kết quả đúng.

Ví dụ 4. Biến đổi các biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi tính

a). $\sqrt{25^2 - 24^2}$; b). $\sqrt{26^2 - 10^2}$;
c). $\sqrt{137^2 - 88^2}$; d). $\sqrt{481^2 - 480^2}$.

Dạng 2. Rút gọn biểu thức và tính giá trị biểu thức**1. Phương pháp giải**

➤ Áp dụng các quy tắc $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ ($A \geq 0, B \geq 0$) và $\sqrt{A^2} = |A|$ để rút gọn biểu thức.

➤ Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn.

2. Ví dụ minh họa.**Ví dụ 1.** Rút gọn biểu thức sau:

a). $\sqrt{0,49a^2}$ với $a \leq 0$;

b). $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^4 (6-2a)^2}$ với $a > 3$;

c). $\sqrt{19.76(2-a)^2}$ với $a > 2$;

d). $\frac{1}{a-b} \cdot \sqrt{a^2(a^2-b^2)^2}$ với $a > b \geq 0$.

Ví dụ 6. Rút gọn các biểu thức sau:

a). $\sqrt{\frac{2a}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5a}{18}}$ với $a \geq 0$;

b). $\sqrt{11a} \cdot \sqrt{\frac{99}{a}}$ với $a > 0$;

c). $21a - \sqrt{11a} \cdot \sqrt{44a}$ với $a \geq 0$;

d). $(4+a)^2 - \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{160a^2}$

Ví dụ 7. Rút gọn và tìm giá trị (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) của các căn thức sau:

a). $\sqrt{9(4+20x+25x^2)^2}$ tại $x = -\sqrt{5}$;

b). $\sqrt{2a^2(2b^2-12b+18)}$ tại $a = -3, b = \sqrt{3}$.

Dạng 3. Chứng minh đẳng thức**1. Phương pháp giải**

Áp dụng hằng đẳng thức

$$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B) \text{ và } \sqrt{A^2} = A, (A \geq 0)$$

2. Ví dụ minh họa.**Ví dụ 1:** (Bài 23 SGK trang 15) Chứng minh:

a) $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1$

b) $(\sqrt{2006}-\sqrt{2005})$ và $(\sqrt{2006}+\sqrt{2005})$ là hai số nghịch đảo

Dạng 4. Tìm x thỏa đẳng thức cho trước**1. Phương pháp giải**

Đặt điều kiện để căn thức có nghĩa

$$\sqrt{A} \text{ có nghĩa khi và chỉ khi } A \geq 0$$

$$\text{Áp dụng tính chất } (\sqrt{A})^2 = A, (A \geq 0), \sqrt{A^2} = |A|$$

2. Ví dụ minh họa.**Ví dụ 1:** (Bài 25 Trang 16 SGK) Tìm x biết

- a) $\sqrt{16x} = 8$ b) $\sqrt{4x} = \sqrt{5}$
 c) $\sqrt{9(x-1)} = 21$ d) $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$

Ví dụ 2: Tìm x biết

- a) $\sqrt{25x^2} = 10$ b) $\sqrt{4(x^2-1)} - 2\sqrt{15} = 0$
 c) $\sqrt{x^2-15} - \sqrt{x-5} = 0$ d) $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

Dạng 5. So sánh hai số**1. Phương pháp giải**

Áp dụng tính chất : Với $a > 0, b > 0$ và $a^2 < b^2$ thì $a < b$.

- Để chứng minh $a < b$ (với $a > 0, b > 0$) ta chứng minh $a^2 < b^2$.

Chú ý $(\sqrt{A})^2 = A$ (với $A \geq 0$).

2. Ví dụ minh họa.**Ví dụ 1.** (Bài 26, tr. 16 SGK)

- a) So sánh $\sqrt{25+9}$ và $\sqrt{25} + \sqrt{9}$.
 b) Với $a > 0$ và $b > 0$, chứng minh $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

C. LUYỆN TẬP**Bài 3.1.** Tính :

- a) $\sqrt{1.2270}$; $\sqrt{55.77.35}$.
 b) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$; $(3\sqrt{2} - 1)(3\sqrt{2} + 1)$; $(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
 c) $\left(\sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{24} + \sqrt{\frac{50}{3}}\right) \cdot \sqrt{6}$; $\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

Bài 3.2. Thực hiện phép tính

- a) $\sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$; $\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1}$.
 b) $\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} \cdot \sqrt{11+6\sqrt{2}}$; $\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{3-\sqrt{3}}}$.
 c) $-\frac{2}{3} \sqrt{\frac{(a-b)^2 b^5}{c}} \cdot \frac{9}{4} \sqrt{\frac{c^3}{2(a-b)}} \sqrt{98b}$

$$\begin{aligned} \text{d)} & \left(\sqrt{6} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1} \right) 2\sqrt{6} \\ \text{e)} & \left(\sqrt{ab} + 2\sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{1}{ab}} \right) \sqrt{ab} . \\ \text{g)} & \left(\frac{am}{b} \sqrt{\frac{n}{m}} - \frac{ab}{n} \sqrt{mn} + \frac{a^2}{b^2} \sqrt{\frac{m}{n}} \right) a^2 b^2 \cdot \sqrt{\frac{n}{m}} . \end{aligned}$$

Bài 3.3. Rút gọn rồi tính

$$\text{a)} \sqrt{21,8^2 - 18,2^2}; \quad \text{b)} \sqrt{6,8^2 - 3,2^2}; \quad \text{c)} \sqrt{146,5^2 - 109,5^2 + 27 \cdot 256}$$

Bài 3.4. Rút gọn biểu thức

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}; & \text{b)} & \frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}} \\ \text{c)} & \frac{x + \sqrt{xy}}{y + \sqrt{xy}} & \text{d)} & \frac{\sqrt{a} + a\sqrt{b} - \sqrt{b} - b\sqrt{a}}{ab - 1} \\ \text{e)} & \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}} & \text{f)} & \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} \end{aligned}$$

Bài 3.5. Rút gọn biểu thức

$$\text{a)} \sqrt{9(3-a)^2} \text{ với } a > 3; \quad \text{b)} \sqrt{a^2(a-2)^2} \text{ với } a < 0.$$

Bài 3.6. Chứng minh đẳng thức

$$\text{a)} \sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{17}} = 8; \quad \text{b)} \left(\frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} + \frac{2}{5 + 2\sqrt{6}} \right) (15 + 2\sqrt{6}) = 201$$

Bài 3.7. Tìm x biết

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{9x} = 15; & \text{b)} & \sqrt{4x^2} = 8 & \text{c)} & \sqrt{4(x+1)} = \sqrt{8}; \\ \text{d)} & \sqrt{9(2-3x)^2} = 6; & \text{e)} & \sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x - 2} = 0. \end{aligned}$$

Bài 3.8. Tìm x, y biết :

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 4 - \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

Bài 3.9. So sánh các số :

$$\begin{aligned} \text{a)} & \sqrt{7} - \sqrt{2} \text{ và } 1; \\ \text{b)} & \sqrt{8} + \sqrt{5} \text{ và } \sqrt{7} + \sqrt{6}; \\ \text{c)} & \sqrt{2005} + \sqrt{2007} \text{ và } 2\sqrt{2006}. \end{aligned}$$

Bài 3.10. Cho $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$. Chứng minh rằng :

a) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (bất đẳng thức Côsi) ;

b) $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$;

c) $a+b+\frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

BÀI 4. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG**A. TÓM TẮT KIẾN THỨC****1. Quy tắc phép khai phương của một thương**

Muốn khai phương một thương $\frac{a}{b}$, trong đó số a không âm và số b dương, ta có thể khai phương lần

lượt số a và số b , rồi lấy kết quả thứ nhất chia cho kết quả thứ hai $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ (với $A \geq 0, B > 0$)

2. Quy tắc phép chia căn bậc hai

Muốn chia căn bậc hai của số a không âm cho căn bậc hai của số b dương, ta có thể chia số a cho

số b rồi khai phương kết quả đó $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$ (với $A \geq 0, B > 0$)

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**Dạng 1: Thực hiện phép tính****1. Phương pháp giải**

✦ Sử dụng các quy tắc khai phương một thương và quy tắc chia hai căn bậc hai để tính

✦ $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 28, tr. 18 SGK) Tính :

$$\text{a). } \sqrt{\frac{289}{225}}. \quad \text{b). } \sqrt{2\frac{14}{25}}. \quad \text{c). } \sqrt{\frac{0,25}{9}}. \quad \text{d). } \sqrt{\frac{8,1}{1,6}}.$$

Ví dụ 2. (Bài 29, tr. 19 SGK) Tính :

$$\begin{array}{ll} \text{a). } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} & \text{b). } \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}}. \\ \text{c). } \frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}}. & \text{d). } \sqrt{\frac{6^5}{2^3 \cdot 3^5}}. \end{array}$$

Ví dụ 3. (Bài 32, tr. 19 SGK) Tính :

$$\begin{array}{ll} \text{a). } \sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{5} \cdot 0,01}. & \text{b). } \sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4}. \\ \text{c). } \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}. & \text{d). } \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}. \end{array}$$

Dạng 2: Rút gọn biểu thức

1. Phương pháp giải

➤ Áp dụng phép khai phương một thương: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ ($A \geq 0, B > 0$)

➤ Áp dụng $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A, & \text{khi } A \geq 0 \\ -A, & \text{khi } A < 0 \end{cases}$.

➤ Xét các trường hợp $A \geq 0, A < 0$ để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 30, tr. 19 SGK) Rút gọn các biểu thức sau:

a). $\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$ với $x > 0, y \neq 0$.

b). $2y^2 \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}}$ với $y < 0$.

c). $5xy \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}}$ với $x < 0, y > 0$.

d). $0,2x^3y^3 \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}}$ với $x \neq 0, y \neq 0$.

Ví dụ 2. (Bài 34, tr. 19 SGK) Rút gọn các biểu thức sau:

a). $ab^2 \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}}$ với $a < 0, b \neq 0$.

b). $\sqrt{\frac{27(a-3)^2}{48}}$ với $a > 3$.

c). $\sqrt{\frac{9+12a+4a^2}{b^2}}$ với $b < 0, a > -1,5$.

d). $(a-b) \sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}}$ với $a < b < 0$.

Dạng 3. Giải phương trình

1. Phương pháp giải

➤ Áp dụng: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ ($A \geq 0, B \geq 0$).

➤ $\sqrt{A^2} = |A|$; $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$ (với $B \geq 0$).

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1:(Bài 33, tr. 19 SGK) Giải phương trình:

a). $\sqrt{2}x - \sqrt{50} = 0$;

c). $\sqrt{3}x^2 - \sqrt{12} = 0$;

b). $\sqrt{2}x - \sqrt{8} = 0$;

d). $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$.

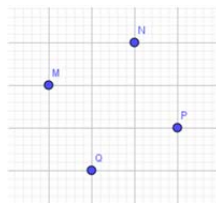
Ví dụ 2:(Bài 35, tr. 20 SGK) Tìm x , biết:

a). $\sqrt{(x-3)^2} = 9$;

b). $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$.

Ví dụ 3: (Bài 37, tr. 20 SGK)

Đố. Trên lưới ô vuông, mỗi ô vuông cạnh 1cm , cho 4 điểm M, N, P, Q (H.3).



Hãy xác định số đo cạnh, đường chéo và diện tích của tứ giác $MNPQ$.

Dạng 4. Chứng minh bất đẳng thức

1. Phương pháp giải

✦ Sử dụng phương pháp biến đổi tương đương.

- ☞ Ta biến đổi bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với bất đẳng thức đúng.
- ☞ Bất đẳng thức đúng thường có dạng $A^2 \geq 0$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 31, tr. 19 SGK)

- a). So sánh $\sqrt{25-16}$ và $\sqrt{25}-\sqrt{16}$;
- b). Chứng minh rằng, với $a > b > 0$ thì $\sqrt{a}-\sqrt{b} < \sqrt{a-b}$.

Ví dụ 2: (Bài 36, tr. 20 SGK) Mỗi khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

- a). $0,01 = \sqrt{0,0001}$;
- b). $-0,5 = \sqrt{-0,25}$;
- c). $\sqrt{39} < 7$ và $\sqrt{39} > 6$;
- d). $(4-\sqrt{13}).2x < \sqrt{3}.(4-\sqrt{13}) \Leftrightarrow 2x < \sqrt{3}$.

C. LUYỆN TẬP

Bài 4.1 Tính

- a). $\sqrt{2\frac{7}{81}}$; và $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{150}}$;
- b). $(5\sqrt{7} + 7\sqrt{5}) : \sqrt{35}$;
- c). $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{3} + 1) : \sqrt{6}$.

Bài 4.2 Tính $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{4,5} + \frac{2}{5}\sqrt{50} \right) : \frac{4}{15}\sqrt{\frac{1}{8}}$

Bài 4.3 Rút gọn biểu thức

- a). $\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$;
- b). $\sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} + 1}}, (x \geq 0)$
- c). $\frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \cdot \sqrt{\frac{(y-2\sqrt{y}+1)^2}{(x-1)^4}}, (x \neq 1, y \neq 1, y > 0).$

Bài 4.4. Rút gọn và tính:

- a). $A = \frac{\sqrt{a - 2\sqrt{ab} + b}}{\sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}}}$ (với $a > b > 0$) tại $a = 36; b = 25$.
- b). $B = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{3}}} : \frac{\sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{3}}}{\sqrt{x}}$ (với $x > 3$) tại $x = 81$.
- c). $C = \sqrt{\frac{(x-5)^4}{(4-x)^2}} - \frac{x^2 - 25}{x-4}$ ($x < 4$), tại $x = 3$.
- d). $M = 3x - \sqrt{27} + \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2}}{\sqrt{x+3}}$ ($x \geq 0$), tại $x = \sqrt{3}$.

Bài 4.5 Giải phương trình

- a). $\sqrt{\frac{4x-1}{x+1}} = 3$;
- b). $\frac{\sqrt{4x-1}}{\sqrt{x+1}} = 3$;
- c). $\sqrt{49x-98} - 14\sqrt{\frac{x-2}{49}} = 3\sqrt{x-2} + 8$;
- d). $\sqrt{25x-25} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}} = 6 + \sqrt{x-1}$

Bài 4.6

- a). Cho $a > 0$. Chứng minh $a + \frac{1}{a} \geq 2$;
- b). Cho $a \geq 0, b \geq 0$. Chứng minh $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$;
- c). Cho $a, b > 0$. Chứng minh $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}}$;
- d). Chứng minh $\frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq 2$ với mọi x .

BÀI 5.**BẢNG CĂN BẬC HAI**

Theo sách giáo khoa, giới thiệu học sinh biết cách sử dụng “bảng với 4 chữ số thập phân”. Tuy nhiên, ngày nay với sự phát triển của máy tính cầm tay, việc tìm căn bậc hai của một số (số nguyên dương, số thập phân,...) trở nên nhẹ nhàng. Trong nội dung bài này, sẽ giới thiệu cho học sinh sâu hơn ứng dụng của máy tính cầm tay

1. Tìm căn bậc hai của một số

Tính $\sqrt{3,12}$ và làm tròn với 2 chữ số thập phân

Hướng dẫn thực hành

Sử dụng dòng máy 580VN X

$$\sqrt{3.12} \quad \Delta$$

$$\frac{\sqrt{78}}{5}$$

Tiếp tục ấn $\boxed{S \leftrightarrow D}$ ta được kết quả

$$\text{Ans} \quad \sqrt{\square} \quad \Delta$$

$$1.766352173$$

Bây giờ muốn làm tròn số với 2 chữ số thập phân ta ấn như sau

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{SETUP}} \boxed{3} \boxed{1} \boxed{2}$ ta được kết quả như sau

$$\text{Ans} \quad \sqrt{\square} \quad \text{FIX} \quad \Delta$$

$$1.77$$

2. Kiểm tra kết quả sau khi rút gọn biểu thức đã đúng hay chưa ?

Ví dụ : Rút gọn biểu thức $A = \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 9} + \frac{x - 7\sqrt{x} + 19}{x + \sqrt{x} - 12} - \frac{x - 5\sqrt{x}}{x + 4\sqrt{x}}; x > 0, x \neq 9$.

Hướng dẫn thực hành

Giả sử sau khi thực hiện các phép biến đổi, ta đưa A về được $A = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$

Như vậy ta tiến hành kiểm tra như sau

Bước 1: Nhập biểu thức đề bài ban đầu $\frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 9} + \frac{x - 7\sqrt{x} + 19}{x + \sqrt{x} - 12} - \frac{x - 5\sqrt{x}}{x + 4\sqrt{x}}$

Ấn $\boxed{\text{CALC}} \quad 4 \boxed{=}$ ta được kết quả là: -1

Bước 2 : Thử $x = 2$ vào biểu thức $\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$ ta được kết quả là -1

Như vậy : Việc rút gọn đến biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ ta chấp nhận được.

3. Sử dụng chức năng $\sum$ để tính giá trị của biểu thức

Ví dụ : Cho $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$ và $B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$.

Chứng minh rằng $B > A$.

Hướng dẫn thực hành

Bước 1: Tính $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$

Bằng cách nhập $\sum_{x=1}^{120} \left(\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} \right)$ và ấn phím $\boxed{=}$ ta được kết quả

$$\sum_{x=1}^{120} \left(\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} \right) \quad \Delta$$

10

Bước 2: Tương tự ta tính $B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$ ta được kết quả

$$\sum_{x=0}^{34} \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) \quad \Delta$$

10.45611927

Vậy $B > A$

4. Sử dụng MTCT hỗ trợ giải toán Trắc nghiệm có chứa căn thức

Ví dụ 1. Cho $A = \sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$; $B = \sqrt{3}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $A^2 + B^2 = 21$. B. $A^2 + B^2 = 23$. C. $A^2 - B^2 = -1$. D. $A^2 - B^2 = 15$.

Lời giải.

Cách 1: Giải tự luận

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} \\ &= |\sqrt{5}+1| + |\sqrt{5}-1| = \sqrt{5}+1 + \sqrt{5}-1 = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

Do đó $A^2 + B^2 = (2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 = 20 + 3 = 23$ suy ra đáp án A sai, B đúng. Lại có $A^2 - B^2 = (2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 17$ suy ra đáp án C, D sai.

Cách 2: Sử dụng MTCT

Bước 1: Lưu $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} \rightarrow A$; $\sqrt{3} \rightarrow B$

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} \rightarrow A$$

$$\sqrt{3} \rightarrow B$$

4. 472135955

 $\sqrt{3}$ **Bước 2:** Thử các phương án

$$A^2 + B^2$$

▲

$$A^2 - B^2$$

▲

23

17

Nhận thấy Đáp án A đúng

Ví dụ 2. Cho $A = \frac{1}{3+\sqrt{5}} + \frac{1}{3-\sqrt{5}}$. Nghiệm của phương trình $2Ax + 3 = 0$ là

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải**Chọn B****Cách 1: Tự luận**

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{3+\sqrt{5}} + \frac{1}{3-\sqrt{5}} = \frac{3-\sqrt{5}}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} + \frac{3+\sqrt{5}}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} \\ &= \frac{3-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} = \frac{6}{9-5} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó: } 2Ax + 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x + 3 = 0 \Leftrightarrow 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Cách 2: Ta có thể giải bài toán bằng cách sử dụng máy tính Casio (fx - 580VNX hoặc máy tính có chức năng tương tự) như sau:

Từ phương trình $2Ax + 3 = 0$ suy ra $x = \frac{-3}{2A}$. Ta lưu $\frac{1}{3+\sqrt{5}} + \frac{1}{3-\sqrt{5}}$ vào A

$$\text{Ans} \rightarrow A$$

▲

$$\frac{3}{2}$$

Với $x = \frac{3}{2}$ ta thay vào phương trình $2Ax + 3 = 0$ thì nhận được kết quả là -1 .

Ví dụ 3. Cho $a = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$. Đáp án nào sau đây là đúng?

A. $a^3 - 3a = 4$.

B. $a^4 + 7a = -6$.

C. $a^3 + 3a = 4$.

D.

$$a^4 - 7a = 6.$$

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Áp dụng hằng đẳng thức: $(A - B)^3 = A^3 - B^3 - 3AB(A - B)$, ta có:

$$a^3 = \left(\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} \right)^3 = \left(\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} \right)^3 - \left(\sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} \right)^3 - 3 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} \cdot \left(\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} \right)$$

$$= (\sqrt{5} + 2) - (\sqrt{5} - 2) - 3 \cdot \sqrt[3]{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} \cdot a = 4 - 3a$$

$$\Leftrightarrow a^3 + 3a = 4.$$

Cách 2: Sử dụng máy tính nhập biểu thức $\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$ được kết quả bằng 1.

Tiếp theo thử từng đáp án.

Đáp án (A) $1^3 - 3 \cdot 1 = -2 \neq 4$. Đáp án (B) $1^4 + 7 \cdot 1 = 8 \neq -6$.

Đáp án (C) $1^3 + 3 \cdot 1 = 4$. Đáp án (D) $1^4 - 7 \cdot 1 = -6 \neq 6$.

Suy ra đáp án C đúng.

BÀI 6. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI**A. TÓM TẮT KIẾN THỨC****1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn**

✦ Với $B \geq 0$ ta có $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

✦ Với $A \geq 0, B \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$.

✦ Với $A < 0, B \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN:**Dạng 1: Đưa thừa số ra ngoài dấu căn và đưa thừa số vào trong dấu căn****1. Phương pháp giải**

① Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

✦ Tìm cách đưa biểu thức trong căn về dạng tích $A^2 B$.

✦ Thực hiện việc đưa thừa số ra ngoài dấu căn bằng cách áp dụng $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}$ (với $B \geq 0$).

② Đưa thừa số vào trong dấu căn:

✦ Chú ý đến dấu của thừa số trước dấu căn.

✦ Nếu $A \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$.

✦ Nếu $A < 0$ thì $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 43, tr. 27 SGK) Viết các số hoặc biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích một cách thích hợp rồi đưa thừa số ra ngoài dấu căn :

a). $\sqrt{54}$. b). $\sqrt{108}$. c). $0,1\sqrt{2000}$.

d). $-0,05\sqrt{28800}$. e). $\sqrt{7.63.a^2}$

Ví dụ 2. (Bài 44, tr. 27 SGK) Đưa thừa số vào trong dấu căn (với $x > 0$ và $y \geq 0$):

a). $3\sqrt{5}$. b). $-5\sqrt{2}$. c). $-\frac{2}{3}\sqrt{xy}$. d). $x\sqrt{\frac{2}{x}}$.

Dạng 2: So Sánh Phân Số**1. Phương pháp giải**

① Sử dụng đưa thừa số vào trong dấu căn hoặc ra ngoài dấu căn và chú ý rằng:

✦ Nếu $0 < A < B$ thì $A\sqrt{C} < B\sqrt{C}$ (với $C > 0$).

② Sử dụng đưa thừa số vào trong dấu căn rồi so sánh các số trong dấu căn.

✦ Nếu $0 < A < B$ thì $\sqrt{A} < \sqrt{B}$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 45, tr. 27 SGK) So sánh :

a) $3\sqrt{3}$ và $\sqrt{12}$.

b) 7 và $3\sqrt{5}$.

c) $\frac{1}{3}\sqrt{51}$ và $\frac{1}{5}\sqrt{150}$.

d) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ và $6\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức

1. Phương pháp giải:

✦ Đưa thừa số ra ngoài dấu căn rồi rút gọn các căn thức đồng dạng

$$p\sqrt{A} + q\sqrt{A} - r\sqrt{A} = (p + q - r)\sqrt{A}.$$

Ví dụ 1. (Bài 46 SGK Trang 27) Rút gọn các biểu thức sau với $x \geq 0$:

a). $2\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} + 27 - 3\sqrt{3x}$

b). $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} + 28$.

Ví dụ 2. (Bài 47 SGK Trang 27) Rút gọn

a). $\frac{2}{x^2 - y^2} \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}}$ với $x \geq 0, y \geq 0$ và $x \neq y$.

b). $\frac{2}{2a-1} \sqrt{5a^2(1-4a+4a^2)}$ với $a > 0,5$.

Ví dụ 3: Rút gọn các biểu thức sau:

$$M = \sqrt{45} + \sqrt{245} - \sqrt{80}$$

$$N = 5\sqrt{8} + \sqrt{50} - 2\sqrt{18}$$

$$P = \sqrt{125} - 4\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$$

$$A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$$

$$B = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{27} - \sqrt{300}$$

$$C = (2\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) : \sqrt{3}$$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} M &= \sqrt{45} + \sqrt{245} - \sqrt{4^2 \cdot 5} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{7^2 \cdot 5} - \sqrt{4^2 \cdot 5} \\ &= 3\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= 5\sqrt{8} + \sqrt{50} - 2\sqrt{18} \\ &= 5 \cdot 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \\ &= (10 + 5 - 6)\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= 5\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \\ &= -5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{27} - \sqrt{300} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3^2 \cdot 3} - \sqrt{10^2 \cdot 3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - 10\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) : \sqrt{3} \\ &= (2\sqrt{3} - 5 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 2\sqrt{3}) : \sqrt{3} \\ &= -5\sqrt{3} : \sqrt{3} = -5 \end{aligned}$$

Nhận xét: Đây là một dạng toán dễ. Học sinh có thể bấm máy tính để kiểm tra kết quả, đa phần áp dụng kiến thức đưa thừa số ra ngoài dấu căn để giải toán. $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}$ ($B \geq 0$)

C. LUYỆN TẬP

Bài 6.1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

a). $\sqrt{96.125}$.

b). $\sqrt{a^4b^5}$.

c). $\sqrt{a^6b^{11}}$.

d). $\sqrt{a^3(1-a)^4} \ (a > 1)$.

Bài 6.2. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a). $x\sqrt{13}$ với $x \geq 0$.

b). $x\sqrt{2}$ với $x < 0$.

c). $x\sqrt{-\frac{11}{x}}$ với $x < 0$.

Bài 6.3. So sánh các cặp số:

a). $4\sqrt{7}$ và $3\sqrt{13}$.

b). $\frac{1}{4}\sqrt{82}$ và $6\sqrt{\frac{1}{7}}$.

Bài 6.4 Rút gọn các biểu thức

a). $\sqrt{50} - \sqrt{32} + 3\sqrt{8}$;

b). $\sqrt{25a} + 2\sqrt{160a} - 3\sqrt{10a}$ với $a \geq 0$.

c). $(2\sqrt{7} + \sqrt{3})\sqrt{7} - \sqrt{84}$.

d). $(\sqrt{63} - \sqrt{8} - \sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{14}$.

Bài 6.5 Khai triển và rút gọn biểu thức (với $x \geq 0; y \geq 0$)

a). $(\sqrt{2x} - 1)(2x + \sqrt{2x} + 1)$.

b). $(\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(x - 2\sqrt{xy} + 4y)$.

c). $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(2\sqrt{x} - \sqrt{y})$

Bài 6.6 Chứng minh rằng:

a). $\frac{(x\sqrt{y} - y\sqrt{x})(2\sqrt{y} + 2\sqrt{x})}{2\sqrt{xy}} = x - y$ với $x > 0, y > 0$.

b). $x + 2\sqrt{5x - 25} = (\sqrt{5} + \sqrt{x - 5})^2$ với $x \geq 5$.

BÀI 7. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:**

✦ Với A, B mà $AB \geq 0$ và $B \neq 0$, ta có: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$.

2. Trục căn thức ở mẫu:

✦ Với $B > 0$, ta có $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$;

✦ Với $A \geq 0$ và $A \neq B^2$, ta có: $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$;

✦ Với $A \geq 0; B \geq 0$ và $A \neq B$, ta có: $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn****1. Phương pháp giải**

✦ Bằng cách nhân tử và mẫu của biểu thức trong căn cho mẫu số rồi rút mẫu ra ngoài căn bằng công thức: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$ (Với A, B mà $AB \geq 0$ và $B \neq 0$).

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 48, 49 tr.19 SGK). Khử mẫu của biểu thức lấy căn

a). $\sqrt{\frac{1}{600}}; \sqrt{\frac{11}{540}}; \sqrt{\frac{3}{50}}; \sqrt{\frac{5}{98}}; \sqrt{\frac{(1-\sqrt{3})^2}{27}}$.

b). $ab\sqrt{\frac{a}{b}}; \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}; \sqrt{\frac{1}{b} + \frac{1}{b^2}}; \sqrt{\frac{9a^3}{36b}}; 3xy\sqrt{\frac{2}{xy}}$.

(Giả thiết các biểu thức có nghĩa).

Dạng 2. Trục căn ở mẫu**1. Phương pháp giải**

Áp dụng

①. $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$; ②. $\frac{A}{\sqrt{B \pm C}} = \frac{A(\sqrt{B} \mp C)}{B - C^2}$;

③. $\frac{A}{\sqrt{B \pm \sqrt{C}}} = \frac{A(\sqrt{B} \mp \sqrt{C})}{B - C}$.

Nhận xét. Ta gọi $\sqrt{B} + \sqrt{C}$ và $\sqrt{B} - \sqrt{C}$ là hai biểu thức liên hợp.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 50, 51, 52 tr.30 SGK). Trục căn ở mẫu với giả thiết các biểu thức chữ đều có nghĩa.

a). $\frac{5}{\sqrt{10}}; \frac{5}{2\sqrt{5}}; \frac{1}{3\sqrt{20}}; \frac{2\sqrt{2}+2}{5\sqrt{2}}; \frac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}}$ với $b \neq 0; y > 0$.

b). $\frac{3}{\sqrt{3}+1}; \frac{2}{\sqrt{3}-1}; \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}; \frac{b}{3+\sqrt{b}}$ với $b \geq 0; \frac{p}{2\sqrt{p}-1}$ với $p \geq 0, p \neq \frac{1}{4}$.

c). $\frac{2}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}; \frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}; \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ với $x > 0, y > 0, x \neq y; \frac{2ab}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ với $a \geq 0, b \geq 0, a \neq b$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức

1. Phương pháp giải

Thực hiện các phép biến đổi căn thức:

①. $\sqrt{A^2} = |A|$.

②. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$ (với $A \geq 0, B > 0$).

③. $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ (với $B \geq 0$).

④. $\frac{A}{\sqrt{B} \pm \sqrt{C}} = \frac{A(\sqrt{B} \mp \sqrt{C})}{B - C}$ ($B \geq 0, C \geq 0, B \neq C$).

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 53, tr. 30 SGK) Rút gọn các biểu thức sau (giả sử các biểu thức chữ đều có nghĩa):

a). $\sqrt{18(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2};$

c). $\sqrt{\frac{a}{b^3} + \frac{a}{b^4}};$

b). $ab\sqrt{1+\frac{1}{a^2b^2}};$

d). $\frac{a+\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.$

Ví dụ 2: (Bài 54, tr. 30 SGK) Rút gọn các biểu thức sau (giả sử các biểu thức chữ đều có nghĩa):

$$\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2}; \frac{a-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}; \frac{p-2\sqrt{p}}{\sqrt{p}-2}.$$

Bài tập bổ sung

a). $\sqrt{11+6\sqrt{2}};$

e). $\sqrt{\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}}$ (với $x \geq 0$).

b). $\frac{\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{2}}}{\sqrt{3\sqrt{5}-3\sqrt{2}}};$

c). $\frac{13\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{24-4\sqrt{3}};$

d). $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{14}}{2\sqrt{3}+\sqrt{28}};$

g). $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2}};$

f). $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{16}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}};$

h). $\frac{\sqrt{8-\sqrt{15}}}{\sqrt{30-\sqrt{2}}}.$

Dạng 4. Phân tích thành nhân tử

1. Phương pháp giải

Áp dụng:

① $A = (\sqrt{A})^2$ (với $A \geq 0$).

② $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ (với $B \geq 0$).

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 55, tr. 30 SGK) Phân tích thành nhân tử (với a, b, x, y là các số không âm).

a). $ab + b\sqrt{a} + \sqrt{a} + 1;$

b). $\sqrt{x^3} - \sqrt{y^3} + \sqrt{x^2y} - \sqrt{xy^2}.$

Bài tập bổ sung:

a). $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6};$

b). $\sqrt{6} + \sqrt{55} - \sqrt{10} - \sqrt{33}.$

Dạng 5. So sánh các số

1. Phương pháp giải

Đưa thừa số vào trong căn rồi so sánh các số trong căn. $0 \leq A < B \Rightarrow \sqrt{A} < \sqrt{B}.$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 56, tr. 30 SGK) Sắp xếp theo thứ tự tăng dần

a). $3\sqrt{5}, 2\sqrt{6}, \sqrt{29}, 4\sqrt{2};$

b). $6\sqrt{2}, \sqrt{38}, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{14}.$

Bài tập bổ sung: So sánh

a). $3\sqrt{3}$ và $\sqrt{12};$

b). 20 và $3\sqrt{5};$

c). $\frac{1}{3}\sqrt{54}$ và $\frac{1}{5}\sqrt{150};$

d). $\sqrt{30} - \sqrt{29}$ và $\sqrt{29} - \sqrt{28};$

Dạng 6. Giải phương trình

1. Phương pháp giải

① Đặt điều kiện để phương trình có nghĩa: $\sqrt{A}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A \geq 0.$

② Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}.$

③ Rút gọn các căn thức đồng dạng.

④ Biến đổi phương trình về dạng: $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Giải phương trình:

a). $\sqrt{18x+9} + \sqrt{x+3} - \frac{1}{2}\sqrt{4x+12} = 9;$

b). $\sqrt{25x-50} - \sqrt{16x-32} - \sqrt{9x-18} = 12 - 4\sqrt{x-2}.$

Ví dụ 2. (Bài 57 trang 30 SGK) $\sqrt{50x} - \sqrt{32x} = 6$ khi x bằng:

A. 36;

B. 18;

C. 72;

D. 19.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

C. LUYỆN TẬP

Bài 1. Khử mẫu các biểu thức dưới dấu căn rồi thực hiện phép tính: $2\sqrt{\frac{3}{20}} + \sqrt{\frac{1}{60}} - \sqrt{\frac{1}{15}}.$

Bài 2. Trục căn ở mẫu:

a). $\frac{9}{\sqrt{3}}$

b). $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}};$

c). $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1};$

d). $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

e). $\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}};$

f). $\frac{1}{\sqrt{18}+\sqrt{8}-2\sqrt{2}}.$

g). $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}};$

h). $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

Bài 3. Rút gọn biểu thức:

a). $A = \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}};$

b). $B = \frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} - \sqrt{6}$

Bài 4. Chứng minh đẳng thức:

a). $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{2b}{a-b} = 1 \quad (a \geq 0, b \geq 0, a \neq 0);$

b). $\frac{a\sqrt{b}+b}{a-b} \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^2}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} (\sqrt{a}+\sqrt{b}) = b \quad (a > b > 0)$

Bài 5. Giải phương trình:

a). $\frac{1}{2}\sqrt{x-1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x-9} + 24\sqrt{\frac{x-1}{64}} = -17;$

b). $3x - 7\sqrt{x} + 4 = 0;$

c). $-5x + 7\sqrt{x} + 12 = 0$;

Bài 6. Xét biểu thức:

$$A = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$$

a). Rút gọn A ;

b). Biết $a \geq 1$, hãy so sánh A và $|A|$;

c). Tìm a để $A = 2$;

d). Tìm giá trị nhỏ nhất của A .

Bài 7. Xét biểu thức: $B = \left(\frac{3}{\sqrt{a+1}} + \sqrt{1-a} \right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$

a). Rút gọn B ;

b). Tìm giá trị của B nếu $a = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$;

c). Với giá trị nào của a thì $\sqrt{B} > B$.

BÀI 8. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****Rút gọn biểu thức:**

Để thực hiện phép tính, rút gọn biểu thức ta sử dụng các phép biến đổi đơn giản như:

- ✦ Đưa thừa số ra ngoài dấu căn,.
- ✦ Đưa thừa số vào trong dấu căn.
- ✦ Khử căn ở mẫu và trục căn thức ở mẫu để làm xuất hiện các căn thức bậc hai có cùng một biểu thức dưới dấu căn (căn đồng dạng).
- ✦ Cộng trừ các căn thức đồng dạng: $p\sqrt{A} + q\sqrt{A} - r\sqrt{A} + m = (p + q - r)\sqrt{A} + m$.

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Rút gọn các biểu thức****1. Phương pháp giải**

- ✦ Thực hiện các phép biến đổi đơn giản của căn thức bậc hai để làm xuất hiện căn thức đồng dạng.
- ✦ Cộng, trừ các căn thức đồng dạng.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 58, tr. 32 SGK) Rút gọn các biểu thức sau:

a). $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{5}$;

b). $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5}$;

c). $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$;

d). $0,1\sqrt{200} + 2\sqrt{0,08} + 0,4\sqrt{50}$.

Ví dụ 2. (Bài 59, tr.32 SGK) Rút gọn biểu thức sau (với $a > 0$, $b > 0$);

a). $5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5\sqrt{16ab^2} - 2\sqrt{9a}$

b). $5a\sqrt{64ab^3} - \sqrt{3}\sqrt{12a^3b^3} + 2ab\sqrt{9ab} - 5b\sqrt{81a^3b}$.

Ví dụ 3.(Bài 60, tr. 33 SGK) Cho biểu thức:

$$B = \sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} \text{ với } x \geq -1.$$

- a). Rút gọn biểu thức B ;
- b). Tìm x sao cho B có giá trị bằng 16.

Ví dụ 4.(Bài 62, tr. 33 SGK) Rút gọn biểu thức sau:

a). $\frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$;

b). $\sqrt{150} + \sqrt{1,6}\sqrt{60} + 4,5\sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{6}$;

c). $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84}$;

d). $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$

Ví dụ 5.(Bài 63, tr. 33 SGK)

a). $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$ với $a > 0$ và $b > 0$;

b). $\sqrt{\frac{m}{1-2x+x^2}} \cdot \sqrt{\frac{4m-8mx+4mx^2}{81}}$ với $m > 0$ và $x \neq 1$.

Ví dụ 6. (Bài 65, tr. 34 SGK) Rút gọn rồi so sánh giá trị của M với 1, biết:

$$M = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1} \quad \text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1.$$

Ví dụ 7. (Bài 66, tr. 34 SGK) Giá trị của biểu thức $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ bằng:

- A). $\frac{1}{2}$; B). 1 ; C). -4 ; D). 4 .

Chọn câu trả lời đúng.

Ví dụ 8. Cho $B = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

- a). Xác định x để cho B có nghĩa;
 b). Rút gọn B ;
 c). Tìm x để $B > 1$;
 d). Tìm x nguyên để B là số nguyên.

Dạng 2: Chứng Minh Đẳng Thức

1. Phương pháp giải:

✦ Thực hiện các phép biến đổi căn thức và các hằng đẳng thức đáng nhớ để biến đổi về trái bằng về phải hoặc về phải bằng về trái của đẳng thức.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 61 Trang 33 SGK) Chứng minh các đẳng thức sau:

a). $\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

b). $\left(x\sqrt{\frac{6}{x}} + \sqrt{\frac{2x}{3}} + \sqrt{6x} \right) : \sqrt{6x} = 2\frac{1}{3} \quad \text{với } x > 0$.

Ví dụ 2: (Bài 64 Trang 33 SGK) Chứng minh các đẳng thức sau:

a). $\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a} \right)^2 = 1 \quad \text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1$.

b). $\frac{a+b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2+2ab+b^2}} = |a| \quad \text{với } a+b > 0 \text{ và } b \neq 0$.

Dạng 3. Chứng minh biểu thức không phụ thuộc vào biến.

1. Phương pháp giải:

✦ Thực hiện các phép biến đổi căn để biến đổi biểu thức không còn chứa biến.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào biến a :

$$\left(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{a} \right) \quad \text{với } a > 0, a \neq 1.$$

C. LUYỆN TẬP

Bài 8.1 Rút gọn biểu thức:

a). $3\sqrt{2a} - \sqrt{18a^3} + 4\sqrt{\frac{a}{2}} - \frac{1}{4}\sqrt{128a} \quad (\text{với } a \geq 0)$

b). $2y\sqrt{x-y} + x\sqrt{\frac{1}{x-y}} - x\sqrt{\frac{a}{ax-ay}} - \sqrt{x^3-x^2y} \quad (\text{với } x > y > 0)$

c). $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \quad (\text{với } a \geq 0, b \geq 0, a \neq b)$

Bài 8.2 Rút gọn biểu thức:

a). $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+2} - \frac{2}{2+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$

b). $\frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

Bài 8.3 Tìm x , biết:

a). $2\sqrt{9x-27} - \frac{1}{5}\sqrt{25x-75} - \frac{1}{7}\sqrt{49x-147} = 20;$

b). $\frac{3\sqrt{x}-5}{2} - \frac{2\sqrt{x}-7}{3} + 1 = \sqrt{x};$

c). $\sqrt{9x^2+45} - \frac{1}{12}\sqrt{16x^2+80} + 3\sqrt{\frac{x^2+5}{16}} - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{25x^2+125}{9}} = 9;$

d). $\sqrt{4,5x} + \sqrt{50x} - \sqrt{32x} + \sqrt{72x} - 5\sqrt{\frac{x}{2}} - 12 = 0.$

Bài 8.4 Chứng minh đẳng thức :

a) $\frac{\sqrt{a^2+x^2} + \sqrt{a^2-x^2}}{\sqrt{a^2+x^2} - \sqrt{a^2-x^2}} - \sqrt{\frac{a^4}{x^4} - 1} = \frac{a^2}{x^2}; \quad \text{với } |a| > |x|$

b) $\left(\frac{5+2\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \right)^2 - \left(\frac{5-2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \right)^2 = 4\sqrt{6}$

c) $\left(\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \sqrt{xy} \right) : (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 1 \quad (x > 0, y > 0, x \geq y)$

Bài 8.5 Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$

a). Rút gọn A nếu $x \geq 0$ và $x \neq 4$;

b). Tìm x để $A = 2$.

Bài 8.6 Cho biểu thức: $B = \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} \right) : \frac{b}{a-\sqrt{a^2-b^2}}$ với $a > b > 0$.

a). Rút gọn B;

b). Tính B nếu $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$;

c). Tìm điều kiện của a, b để $B < 1$

Bài 8.7 Cho biểu thức: $C = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$

a). Rút gọn C nếu $x \geq 0, x \neq 1$;

b). Tìm x để C dương;

c). Tìm giá trị lớn nhất của C.

Bài 8.8 Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:

$$\left(\frac{2\sqrt{xy}}{x-y} + \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0, y > 0, x \neq y.$$

BÀI 9.**CĂN BẬC BA****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Định nghĩa.**

Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$.

Mỗi số a đều có duy nhất một căn bậc ba.

2. Tính chất

$$\Rightarrow (\sqrt[3]{a})^3 = a;$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{a^3} = a.$$

$$\Rightarrow a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}.$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \sqrt[3]{b};$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}. \quad (b \neq 0)$$

Với $a \geq 0; b \geq 0$. Ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Thực hiện phép tính****1. Phương pháp giải**

$$\Rightarrow \text{Áp dụng } (\sqrt[3]{a})^3 = a; \quad \sqrt[3]{a^3} = a.$$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 67, tr 36 SGK) Hãy tìm $\sqrt[3]{512}; \sqrt[3]{-729}; \sqrt[3]{0,064}; \sqrt[3]{-0,216}; \sqrt[3]{-0,008}$.

Ví dụ 2: (Bài 68, tr. 36 SGK) Tính:

$$\text{a). } \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{125};$$

$$\text{b). } \frac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}.$$

Ví dụ 3: Thực hiện phép tính

$$\text{a). } A = (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$$

$$\text{b). } B = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}.$$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức**1. Phương pháp giải.**

$\Rightarrow$ biến đổi hai vế của đẳng thức cùng bằng một biểu thức.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Chứng minh rằng nếu:

$$ax^3 = by^3 = cz^3 \text{ và } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \text{ thì } \sqrt[3]{ax^2 + by^2 + cz^2} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}.$$

Dạng 3. So sánh hai số**1. Phương pháp giải**

Đưa thừa số vào căn bậc ba rồi so sánh hai số trong căn:

$$\star A\sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{A^3B}.$$

$$\star A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}.$$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 2. So sánh

a). 6 và $\sqrt[3]{215}$.

b). $4\sqrt[3]{5}$ và $5\sqrt[3]{4}$.

Dạng 4. Giải phương trình**1. Phương pháp giải**

Áp dụng: $\sqrt[3]{A} = B \Leftrightarrow A = B^3$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Giải các phương trình

a). $\sqrt[3]{2x+1} = 2$.

b). $\sqrt[3]{1-2x} = -2$.

c). $\sqrt[3]{x-2} + 2 = x$.

C. LUYỆN TẬP

Bài 9.1 Thực hiện phép tính

a). $\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{-18} \cdot \sqrt[3]{3}$.

b). $\sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)(3+2\sqrt{2})}; \sqrt[3]{(4-2\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}$.

c). $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{2} - \frac{1}{4}\sqrt[3]{16}\right) \cdot \sqrt[3]{4}$.

d). $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$.

e). $(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})$.

Bài 9.2 Thực hiện phép tính $\sqrt[3]{-64} - \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{216}$

a). $(\sqrt[3]{4}+1)^3 - (\sqrt[3]{4}-1)^3$

b). $(12\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2})\left(5\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)$.

Bài 9.3 (Dạng 1). Cho $x = \frac{2}{2\sqrt[3]{2}+2+\sqrt[3]{4}}$ và $y = \frac{6}{2\sqrt[3]{2}-2+\sqrt[3]{4}}$. Tính $xy^3 - x^3y$.

Bài 9.4 (Dạng 1). Trục căn ở mẫu số biểu diễn $\frac{1}{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{9}}$

Bài 9.5. (Dạng 3) So Sánh:

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

a). $2\sqrt[3]{3}$ và $\sqrt[3]{23}$;

b). 33 và $3\sqrt[3]{133}$.

Bài 9.6. (Dạng 2) Chứng minh đẳng thức:

$$x + y + z - 3\sqrt[3]{xyz} = \frac{1}{2}(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z}) \left[(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})^2 + (\sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{z})^2 + (\sqrt[3]{z} - \sqrt[3]{x})^2 \right].$$

Từ đó suy ra bất đẳng thức Cô-si cho 3 số không âm x, y, z : $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$.

Bài 9.7. (Dạng 4). Giải phương trình:

a). $\sqrt[3]{x^3 + 9x^2} = x + 3$;

b). $\sqrt[3]{5+x} - x = 5$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Các công thức biến đổi căn thức

- 1). $\sqrt{A^2} = |A|$.
- 2). $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ (Với $A \geq 0$ và $B \geq 0$).
- 3). $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ (Với $A \geq 0$ và $B > 0$).
- 4). $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}$ (Với $B \geq 0$).
- 5). $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$ (Với $A \geq 0$ và $B \geq 0$).
 $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$ (Với $A < 0$ và $B \geq 0$).
- 6). $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB}$ (Với $AB \geq 0$ và $B \neq 0$).
- 7). $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ (Với $B > 0$).
- 8). $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$ (Với $A \geq 0$ và $A \neq B^2$).
- 9). $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$ (Với $A \geq 0$, $B \geq 0$ và $A \neq B$).

B. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

Bài 70. Tìm giá trị của các biểu thức sau bằng cách biến đổi, rút gọn thích hợp:

- | | |
|--|---|
| a). $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}}$; | b). $\sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{25} \cdot 2 \frac{34}{81}}$; |
| c). $\frac{\sqrt{640} \cdot \sqrt{34,3}}{\sqrt{567}}$; | d). $\sqrt{21,6} \cdot \sqrt{810} \cdot \sqrt{11^2 - 5^2}$. |

Bài 71. Rút gọn các biểu thức sau:

- a). $(\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5}$;
- b). $0,2\sqrt{(-10)^2 \cdot 3} + 2\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}$;
- c). $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5}\sqrt{200}\right) : \frac{1}{8}$;

d). $2\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} + \sqrt{2 \cdot (-3)^2} - 5\sqrt{(-1)^4}$.

Bài 72. Phân tích thành nhân tử (với x, y, a, b không âm và $a \geq b$).

- a). $xy - x\sqrt{y} + \sqrt{y} - 1$; b). $xy - y\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1$; c). $\sqrt{ax} + \sqrt{by} - \sqrt{bx} - \sqrt{ay}$;
 d). $\sqrt{a+b} + \sqrt{a^2-b^2}$; e). $\sqrt{a-b} - \sqrt{a^2-b^2}$; f). $12 - \sqrt{x} - x$.

Bài 73. Rút gọn rồi tính giá trị của các biểu thức sau:

- a). $\sqrt{-9a} - \sqrt{9+12a+4a^2}$, tại $a = -9$;
 b). $4x - \sqrt{9x^2+6x+1}$ tại $x = -\sqrt{3}$;
 c). $5x - \frac{\sqrt{9x^2-6x+1}}{1-3x}$ với $x = -3$;
 d). $1 + \frac{3m}{m-2}\sqrt{m^2-4m+4}$, tại $m = 1, 5$.

Bài 74. Tìm x , biết:

- a). $\sqrt{(2x-1)^2} = 3$;
 b). $\sqrt{9x^2+12x+4} = 4$;
 c). $\frac{5}{3}\sqrt{15x} - \sqrt{15x} - 2 = \frac{1}{3}\sqrt{15x}$;
 d). $\sqrt{3-x} - \sqrt{27-9x} + 1,25\sqrt{48-16x} = 6$.

Bài 75. Chứng minh các đẳng thức

- a). $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \frac{1}{\sqrt{6}} = -1,5$;
 b). $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = -2$;
 c). $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = a-b$ với $a > 0, b > 0, a \neq b$;
 d). $\left(1 + \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right) \left(1 - \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right) = 1-a$ với $a \geq 0, a \neq 1$.

Bài 76. Cho biểu thức: $Q = \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}\right) : \frac{b}{a-\sqrt{a^2-b^2}}$ với $a > b > 0$.

- a). Rút gọn Q

b). Xác định giá trị của Q khi $a = 3b$.

C. BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1: Cho biểu thức $Q = \frac{x + 2\sqrt{x} - 10}{x - \sqrt{x} - 6} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$ ($x \geq 0; x \neq 9$)

1. Rút gọn biểu thức Q
2. Tính giá trị của Q khi $x = 16$
3. Tìm giá trị của x khi $Q = \frac{1}{3}$
4. Tìm giá trị của x sao cho $Q > \frac{1}{9}$
5. Tìm giá trị lớn nhất của Q .

Bài 2: Cho biểu thức $P = \frac{3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} - 3}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3(3\sqrt{x} - 5)}{x - 2\sqrt{x} - 3}$.

- a) Rút gọn P ;
- b) Tìm giá trị của P , biết $x = 4 + 2\sqrt{3}$;
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Bài 3: Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{5\sqrt{x} + 2}{4 - x} \right) : \frac{3\sqrt{x} - x}{x + 4\sqrt{x} + 4}$

- a) Rút gọn Q ;
- b) Tìm x để $Q = 2$;
- c) Tìm các giá trị của x để Q có giá trị âm.

Bài 4: Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 3} - \frac{3}{\sqrt{a} + 3} - \frac{a - 2}{a - 9}$ với $a \geq 0; a \neq 9$

- a) Rút gọn B .
- b) Tìm các số nguyên a để B nhận giá trị nguyên

Bài 5: Cho biểu thức $A = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} + \frac{1 + 2x - 2\sqrt{x}}{x^2 - \sqrt{x}}$ (Với $x > 0, x \neq 1$)

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tìm x để biểu thức A nhận giá trị là số nguyên.

Bài 6: Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{3 + \sqrt{x}} - \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để $P = \frac{7}{12}$

c) Tìm x để $P > \frac{1}{2}$

d) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $\frac{1}{P}$ nhận giá trị nguyên.

e) Tìm tất cả các giá trị hữu tỷ của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 7: Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\right)$, (với $x > 0$ và $x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = \sqrt{2022+4\sqrt{2018}} - \sqrt{2022-4\sqrt{2018}}$.

Bài 8: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

b) Chứng minh rằng $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B \cdot |x-4|$.

Bài 9: Cho biểu thức $B = \frac{2(x+4)}{x-3\sqrt{x}-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{8}{\sqrt{x}-4}$ với $x \geq 0; x \neq 16$

a) Rút gọn B.

b) Tìm giá trị của x để $B = 1$

c) Tính giá trị của x sao cho B không vượt quá $\frac{3}{2}$

d) Tìm giá trị của B khi x thỏa mãn đẳng thức $\sqrt{2x-1} = x$

e) Tìm x để giá trị của B là một số nguyên.

Bài 10: Cho biểu thức $P = 1 : \left(\frac{x+2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right)$ với $x > 0$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết $x = 7 - 4\sqrt{3}$

- c) Tìm x để $P = 2\sqrt{x} - 1$
 d) Tìm m để có giá trị x thỏa mãn $P = m$
 e) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 11: Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}-6}\right)$

với $x \geq 0; x \neq 4$

- a) Rút gọn P
 b) Tính giá trị của P biết $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$
 c) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $P \in \mathbb{Z}$
 d) So sánh P với 1
 e) Tìm các giá trị của x để $P = \sqrt{x} - 3$.

Bài 12: Cho biểu thức: $A = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ với $x \geq 0$

- a) Khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$ tính giá trị biểu thức A
 b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0; x \neq 5$
 c) Tìm x để biểu thức $M = B - A$ nhận giá trị nguyên.

Hướng dẫn giải

D. LUYỆN TẬP

Câu 1. Tìm điều kiện và rút gọn biểu thức $A = \sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = \frac{1}{x-\sqrt{x}+1}$.

Câu 3. Tìm x nguyên để biểu thức $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ nhận giá trị nguyên

Câu 4. Cho biểu thức $C = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right) \left(\frac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)$, ($x \geq 0, x \neq 1$)

- a). Rút gọn C .
 b). Tìm x để $C=3$

Câu 5. Tìm x, y, z thỏa $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

Câu 6. Cho $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ thỏa $\sqrt{a-b+c} = \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c}$ (1). Xác định tất cả các giá trị của a, b, c

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

a). $A = \sqrt{1-6x+9x^2} + \sqrt{9x^2-12x+4}$

b). $B = \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{x^2-6x+9}$

Câu 8. Tính: $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}}$ bằng hai cách.

Câu 9. Rút gọn:

a). $A = \sqrt{2x+\sqrt{4x-1}} + \sqrt{2x-\sqrt{4x-1}}$ Với $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$.

b). $\sqrt{53-20\sqrt{4-\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$

Câu 10.

a) Cho a, b, c, d không âm, chứng minh rằng: $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$

b) Cho $a > c, b > c > 0$. Chứng minh: $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

Câu 11. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}} + \frac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}}$ với $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 12. Tính tổng: $T = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$.

Câu 13. Cho $A = x^2 - 3x\sqrt{y} + 2y$

a) Phân tích A thành nhân tử;

b) Tính giá trị của biểu thức A với $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}, y = \frac{1}{9+4\sqrt{5}}$.

Câu 14. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Tính tổng

$$S = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$$

CHƯƠNG 2. HÀM SỐ BẬC NHẤT**BÀI 1. NHẮC LẠI, BỔ SUNG CÁC KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.****1. Khái niệm hàm số.**

- Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x , ta luôn xác định được một và chỉ một giá trị tương ứng của y thì y gọi là hàm số của x (x gọi là biến số).

Ta viết : $y = f(x)$, $y = g(x)$, ...

- Giá trị của hàm số $f(x)$ tại điểm x_0 kí hiệu là $f(x_0)$.
- Tập xác định D của hàm số $f(x)$ là tập hợp các giá trị của x sao cho $f(x)$ có nghĩa.
- Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số $y = f(x)$ gọi là hàm hằng.

2. Đồ thị của hàm số.

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho x, y thỏa mãn hệ thức $y = f(x)$.

3. Hàm số đồng biến, nghịch biến.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Khi đó :

- Hàm số đồng biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số nghịch biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**Dạng 1 . Tính giá trị của hàm số tại một điểm.**

Phương pháp giải : Để tính giá trị y_0 của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 ta thay $x = x_0$ vào $f(x)$, ta được $y_0 = f(x_0)$.

Ví dụ : Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{3-2x}$

a. Tìm giá trị của x để căn thức có nghĩa.

b. Hãy tính $f(2); f(1); f(-3)$.

Bài 1. Cho hai hàm số $f(x) = x^2$ và $g(x) = 3 - x$.

a) Tính $f(-3), f\left(-\frac{1}{2}\right), f(0), g(-1), g(-2), g(3)$.

b) Xác định giá trị của a để $2f(a) = g(a)$.

Bài 2. Cho hai hàm số $g(x) = -2x^2$ và $h(x) = 3x + 5$.

a) Tính $g(-0,4), g\left(-\frac{3}{4}\right), g(2), h(-1,4), h(-1)$.

b) Xác định các giá trị của m để $\frac{1}{2}g(m) = h(m)$.

Dạng 2 . Biểu diễn tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ.

Phương pháp giải: Để biểu diễn điểm $M(x_0; y_0)$ trên mặt phẳng tọa độ ta làm như sau:

- Vẽ đường thẳng song song với trục Oy tại điểm có hoành độ $x = x_0$.
- Vẽ đường thẳng song song với trục Ox tại điểm có tung độ $y = y_0$.
- Giao điểm của hai đường thẳng trên chính là điểm $M(x_0; y_0)$.

Ví dụ 1: Các điểm M, N có vị trí như thế nào đối với trục tọa độ nếu :

a. $M(a;b), N(a;-b)$;

b. $M(a;b), N(-a;b)$;

c. $M(a;b), N(-a;-b)$.

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ cho bốn điểm $A(-2;1); B(2); (2; -1); D(-4; -2)$. Tứ giác ABCD là hình gì? Vì sao?

Bài 1. a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy hãy biểu diễn các điểm sau đây :

$A(3;0), B(-2;0), C(0;4), D(3;3), E(2;-2), F(-4;-4)$.

b) Điểm nào trong các điểm trên thuộc đồ thị hàm số $y = x$.

Bài 2. Cho hàm số $y = 2,5x$.

a) Xác định vị trí của điểm $A(1; -2,5)$ trên mặt phẳng tọa độ và vẽ đồ thị hàm số.

b) Trong các điểm $B(2; -5), C(3; 7), D(2,5), E(4)$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số?

Bài 3. a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy hãy biểu diễn các điểm sau đây :

$A(2;0), B(-3;0), C(0;3), D(0;-4), E(1;4), F(-4;2)$.

b) Điểm nào trong các điểm trên thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x$.

Bài 4. Trên mặt phẳng tọa độ vẽ đường thẳng d đi qua điểm $O(0;0)$ và điểm $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Hỏi đường thẳng d là đồ thị của hàm số nào?

Dạng 3 . Xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.

Phương pháp giải: Ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.

Bước 2: Giả sử $x_1 < x_2$ và $x_1, x_2 \in D$. Xét hiệu $H = f(x_1) - f(x_2)$.

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa .

+ Nếu $H < 0$ với x_1, x_2 bất kỳ thì hàm số đồng biến.

+ Nếu $H > 0$ với x_1, x_2 bất kỳ thì hàm số nghịch biến.

Ví dụ 1: Xét sự biến thiên của hàm số: $y = f(x) = 2x + 3$ trên tập hợp số thực R .

Ví dụ 2: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $(0, 1)$ và $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$. Chứng minh rằng

$$f\left(\sqrt{3} - \frac{3}{2}\right) < 0 \text{ và } f\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) > 0.$$

Bài 1. Xét sự đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = 1 - 4x$;

b) $y = 2x + 1$.

Bài 2. Xét sự đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = -\frac{1}{2}x$;

b) $y = \sqrt{2}(x - 1) + \sqrt{3}$.

Bài 3. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$.

a) Chứng minh rằng hàm số đồng biến;

b) Trong các điểm $A(4; 2)$, $B(1; 1)$, $C(3; 1)$, $D(2; \sqrt{2})$ điểm nào thuộc và điểm nào không thuộc đồ thị hàm số? Vì sao?

Bài 4. Xét sự đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = 1000x$;

b) $y = -3x - \frac{1}{2}$.

Bài 5. Xét sự đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = \frac{-3x + 5}{4}$;

b) $y = \sqrt{2}(x + 3) + x\sqrt{3}$.

Dạng 4 . Bài toán liên quan đến đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$).

Phương pháp giải: Ta sử dụng các kiến thức sau:

1. Đồ thị hàm số dạng $y = ax$ ($a \neq 0$) là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $E(1; a)$.

2. Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Khi đó độ dài đoạn thẳng AB được tính theo

$$\text{công thức: } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Ví dụ 1: Tìm hệ số a của các đường thẳng $y = ax$.

a. Đi qua $A(1; 1)$

b. Đi qua $B(1; -1)$

c. Đi qua $F(-3; 0)$

d. Đi qua $I(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3})$

Bài 1. Cho hai hàm số $y = 3,5x$ và $y = -3,5x$

- Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của hai hàm số đã cho.
- Trong hai hàm số đã cho, hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến?
- Có nhận xét gì về đồ thị của hai hàm số đã cho?

Bài 2. Cho hai hàm số $y = x$ và $y = 2x$

- Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Đường thẳng song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tung độ $y = 4$ lần lượt cắt các đường thẳng $y = 2x$, $y = x$ tại hai điểm A , B .
 - Tìm tọa độ của các điểm A và B ;
 - Tính chu vi và diện tích của tam giác OAB .

Bài 3. Vẽ các đồ thị hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

- $y = 3x$ và $y = -\frac{1}{3}x$;
- $y = 2$ và $y = -3,5$.

Bài 4. Cho các hàm số $y = -x$ và $y = \frac{-1}{2}x$.

- Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của hai hàm số trên;
- Qua điểm $H(0; -5)$ vẽ đường thẳng d song song với trục Ox , cắt đường thẳng $y = -x$ và $y = \frac{-1}{2}x$ lần lượt ở A và B . Tìm tọa độ của các điểm A, B ;
- Tính chu vi và diện tích tam giác AOB

Bài 5. Cho hàm số $y = (m+1)x$.

- Tìm các giá trị của tham số m để hàm số nhận giá trị bằng -5 tại $x = 5$;
- Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 3)$?
- Tìm giá trị của m để điểm $B(0; 4)$ thuộc đồ thị hàm số.

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho các hàm số $y = f(x) = \frac{2}{3}x$ và $y = g(x) = \frac{2}{3}x + 3$.

- Tính $f(-2)$, $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ và $g(-2)$, $g(0)$, $g\left(\frac{1}{2}\right)$;
- Có nhận xét gì về giá trị của hai hàm số đã cho ở trên khi biến x lấy cùng một giá trị?

Bài 2. Cho hàm số $y = 0,5x$ và $y = 0,5x + 2$.

- Tính giá trị của mỗi hàm số theo giá trị đã cho của biến x rồi điền vào bảng sau:

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$y = 0,5x$											
$y = 0,5x + 2$											

- Có nhận xét gì về các giá trị tương ứng của hai hàm số khi biến x lấy cùng một giá trị?

Bài 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$.

- Tìm các giá trị của x để hàm số xác định;
- Tính $f(4-2\sqrt{3})$ và $f(a^2)$ với $a < -1$;
- Tìm x nguyên để $f(x)$ là số nguyên;
- Tìm x sao cho $f(x) = f(x^2)$.

Bài 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax - 5$. Xác định a nếu biết:

- $y = 5$ tại $x = -1$;
- $f\left(\frac{1}{2}\right) = -4$.

Bài 5. Cho hàm số $y = \frac{12}{5}$.

- Xác định vị trí của điểm $A\left(-1; \frac{-12}{5}\right)$ trên mặt phẳng tọa độ và vẽ đồ thị hàm số;
- Xét xem trong các điểm $B\left(2; \frac{-24}{5}\right)$, $C\left(3; \frac{35}{5}\right)$, $D(0; 2, 5)$, $E(-100; 0)$ điểm nào thuộc đồ thị hàm số?

Bài 6. Cho điểm $A(2; 1)$. Xác định:

- Tọa độ điểm B đối xứng với A qua trục tung;
- Tọa độ điểm C đối xứng với A qua trục hoành;
- Tọa độ điểm D đối xứng với A qua O ;
- Diện tích tứ giác $ABCD$.

Bài 7. Cho hàm số $y = (3 - 2\sqrt{2}x) + \sqrt{2} - 1$.

- Xét sự đồng biến và nghịch biến của các hàm số trên;
- Tính giá trị của y khi $x = 3 + 2\sqrt{2}$;
- Tìm các giá trị của x để $y = 0$.

Bài 8. Xét sự đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau:

- $y = 3x + \sqrt{2}$;
- $y = 1 - \sqrt{2}x$;
- $y = 3(x^3 - 1)$.

Bài 9. Cho hàm số $y = 3x$.

- Vẽ đồ thị hàm số;
- Điểm A thuộc đồ thị hàm số có khoảng cách tới gốc tọa độ là $2\sqrt{10}$. Xác định tọa độ điểm A .

Bài 10. Cho hàm số $y = (2m - 3)x$.

- Tìm m để hàm số nhận giá trị bằng -3 tại $x = 2$;
- Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 5)$?

c) Tìm m để điểm $B(-5;0)$ thuộc đồ thị hàm số.

BÀI 2. HÀM SỐ BẬC NHẤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Hàm số bậc nhất là hàm số cho bởi công thức $y = ax + b$ với $a \neq 0$.
- Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ và có các tính chất sau:
 - Đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a > 0$.
 - Nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a < 0$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Nhận dạng hàm số bậc nhất

Phương pháp giải:

Hàm số bậc nhất là hàm số có dạng $y = ax + b$ với $a \neq 0$.

Ví dụ: Xét xem các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc nhất. Nếu có xác định hệ số a, b của chúng.

- a. $y = 1 - 3x$
 b. $y = \sqrt{2} - x\sqrt{3}$
 c. $y = \sqrt{3x} - 1$
 d. $y = \frac{1}{2}x - 1 + \sqrt{2}$.

Bài 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định hệ số a, b của chúng và xem xét hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến?

- a) $y = 1 - 5x$; b) $y = -0,5x$; c) $y = \sqrt{2}(x - 1) + \sqrt{3}$;
 d) $y = 2x^2 + 3$; e) $y = 2\sqrt{x-1} + 3$; f) $y = 2\sqrt{x^2} + 5$;

Bài 2. Tìm điều kiện của tham số m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất?

- a) $y = \sqrt{5-m}(x-1)$; b) $y = \frac{m+1}{m-1}x + 3,5$.

Bài 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định hệ số a, b của chúng và xem xét hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến?

- a) $y = 2(4-x) + 5$; b) $y = 4,3x + 2017$;
 c) $y = \sqrt{5} - (3x + 2)$; d) $y = -3x^4 + 2$.

Bài 4. Với giá trị nào của m thì hàm số sau là hàm số bậc nhất?

- a) $y = \sqrt{2m-3}(-x+4)$; b) $y = \frac{4-3m}{2m+5}x + 2$.

Dạng 2. Tìm m để hàm số đồng biến, nghịch biến

Phương pháp giải:

Ta có hàm số bậc nhất $y = ax + b$ với $a \neq 0$

- + Đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 0$;
- + Nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a < 0$.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = (m-3)x$.

a. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến, nghịch biến ?

b. Xác định giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;2)$.

c. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số là trục hoành?

Ví dụ 1: Cho hai hàm số: $f(x) = ax + \sqrt{3}$ ($a \neq 0$); $g(x) = (a^2 - 4)x - 1$

Chứng minh rằng:

a. Các hàm số $f(x) + g(x)$; $g(x) - f(x)$ là đồng biến.

b. Hàm số $f(x) - g(x)$ là nghịch biến.

Bài 5. Cho hàm số $y = (2m - 3)x + 4$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số là hàm số bậc nhất và:

a) Đồng biến;

b) Nghịch biến.

Bài 6. Cho hàm số $y = (\sqrt{m-1} - 6)x + 5$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số là hàm số bậc nhất và nghịch biến.

Bài 7. Cho hàm số $y = (m^2 - m + 1)x + m$. Chứng minh với mọi giá trị của m hàm số đã cho là hàm số bậc nhất và đồng biến.

Bài 8. Cho hàm số $y = 4 - (5m - 7)x$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số là hàm số bậc nhất và:

a) Đồng biến;

b) Nghịch biến.

Bài 9. Cho hàm số $y = (25 - m^2)x + 5$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số là hàm số bậc nhất và đồng biến.

Bài 10. Cho hàm số bậc nhất $y = \frac{m+1}{2m-3}x + 2m - 2$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số là hàm số

a) Đồng biến;

b) Nghịch biến.

Bài 11. Cho hàm số $y = (2m^2 + 5m + 7)x + m$. Chứng minh với mọi giá trị của m hàm số đã cho là hàm số bậc nhất và đồng biến.

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 12. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm bậc nhất? Hãy xác định hệ số a, b của chúng và xét xem hàm số nào đồng biến, nghịch biến?

a) $y = 5 - 2x$;

b) $t = x\sqrt{2} - 1$;

c) $y = -\frac{2}{3}x$;

d) $y = 3(x - 1) - x$;

e) $y = 2(x + 1) - 2x$;

g) $y = x + \frac{1}{x}$.

Bài 13. Với giá trị nào của m thì mỗi hàm số sau là hàm bậc nhất?

a) $y = (7m - 3)mx + 5m$;

b) $y = \frac{2m}{m-1} + 5$.

Bài 14. Cho hàm số $y = \frac{m-1}{m^2-3m+2}x + \sqrt{3}$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số là hàm bậc nhất và:

a) Đồng biến;

b) Nghịch biến.

Bài 15. Cho hàm số $y = (-3m^2 - 6 + 7m)x + m$. Chứng minh với mọi giá trị của m hàm số đã cho là hàm bậc nhất và nghịch biến.

Bài 16. Cho hàm số bậc nhất $y = \frac{-3}{4m-5}x - 4$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số:

a) Đồng biến;

b) Nghịch biến.

Bài 17. Cho hàm số bậc nhất $y = \frac{2}{\sqrt{m^2-5m+4}}x + 2m - 2$. Hãy tìm các giá trị của m để hàm số:

a) Đồng biến;

b) Nghịch biến.

BÀI 3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng.
- Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$):
 - + Nếu $b = 0$ ta có hàm số $y = ax$. Đồ thị của $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và điểm $A(1; a)$.
 - + Nếu $b \neq 0$ thì đồ thị $y = ax + b$ là đường thẳng đi qua các điểm $A(0; b)$, $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng

Phương pháp giải:

Ta thường sử dụng các kiến thức sau:

1. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$):

Trường hợp 1. Nếu $b = 0$ thì đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $A(1; a)$.

Trường hợp 2. Nếu $b \neq 0$ thì đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0; b)$, $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

2. Cách tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng:

Bước 1. Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng đó để tìm hoành độ giao điểm.

Bước 2. Thay hoành độ giao điểm vừa tìm được vào một trong hai phương trình đường thẳng ta tìm được tung độ giao điểm.

Bài 1. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x - 2$, $d_2: y = -\frac{4}{3}x - 2$ và $d_3: y = \frac{1}{3}x + 3$.

- Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 và d_3 trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Gọi giao điểm của đường thẳng d_3 với d_1 và d_2 theo thứ tự là A, B . Hãy tìm tọa độ của A, B .

Bài 2. Cho các hàm số $y = x + 1$ có đồ thị là d_1 và $y = -x + 3$ có đồ thị là d_2 .

- Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d_1, d_2 với trục hoành và C là giao điểm của d_1 và d_2 .
Hãy tìm tọa độ các điểm A, B và C .
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC

Bài 3. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -2x - 2$, $d_2: y = -\frac{4}{3}x - 2$ và $d_3: y = -\frac{1}{3}x + 3$.

- Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 và d_3 trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Gọi giao điểm của đường thẳng d_3 với d_1 và d_2 theo thứ tự là A, B . Hãy tìm tọa độ của A, B .

Bài 4. Cho các hàm số $y = -x + 1$ có đồ thị là d_1 và $y = x + 3$ có đồ thị là d_2 .

- Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A, B . Hãy tìm tọa độ các điểm A, B, C .
- Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

Dạng 2. Xác định các hệ số a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$ cắt trục Ox, Oy hay đi qua một điểm nào đó.

Phương pháp giải: Đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$ đi qua điểm $M(x_M; y_M)$ khi và chỉ khi

$$y_M = ax_M + b.$$

Ví dụ : Cho hàm số $y = -x + m$. Hãy xác định m biết:

- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 3.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 2)$.
- Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1 .

Bài 5. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m$.

- Xác định giá trị của tham số m để đồ thị hàm số:
 - Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 .
 - Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.
- Vẽ đồ thị của hai hàm số ứng với các giá trị của m tìm được ở trên cùng hệ trục tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị vừa vẽ được.

c) **Bài 6.** Gọi d_1 là đồ thị hàm số $y = mx + 2$ và d_2 là đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x - 1$.

- Với $m = -\frac{1}{2}$, xác định tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .
- Xác định giá trị của m để $M(-3; -3)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài 7. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = -3x + m + 2$ và $y = 4x - 5 - 2m$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung?

Bài 8. Cho hàm số $y = (2 - m)x + m + 1$.

- Xác định giá trị của tham số m để đồ thị hàm số:
 - Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 .
 - Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 .
- Vẽ đồ thị của hai hàm số ứng với các giá trị của m tìm được ở trên cùng hệ trục tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị vừa vẽ được.

Bài 9. Gọi d_1 là đồ thị hàm số $y = mx - 2$ và d_2 là đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x - 1$.

- Với $m = -\frac{1}{3}$, xác định tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .
- Xác định giá trị của m để $M(-3; -3)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài 10. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = -2x + m + 2$ và $y = 5x - 5 - 2m$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung?

Dạng 3. Xét tính đồng quy của ba đường thẳng

Phương pháp giải:

Để xét tính đồng quy của ba đường thẳng cho trước, ta làm như sau:

Bước 1. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng trong ba đường thẳng đã cho.

Bước 2. Kiểm tra xem nếu giao điểm vừa tìm được thuộc đường thẳng còn lại thì kết luận ba đường thẳng đó đồng quy.

Bài 11. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -3x$; $d_2: y = 2x + 5$; $d_3: y = x + 4$.

- Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 . Tìm tọa độ điểm A .
- Chứng minh ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy.

Bài 12. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 3x$; $d_2: y = x - 3$ và $d_3: y = mx + 5$.

- Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 .
- Tìm các giá trị của tham số m để ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy.

Bài 13. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 4$; $d_2: y = -2x + 2$; $d_3: y = 1,2x - 4,4$.

- Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 . Tìm tọa độ điểm I .
- Chứng minh ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng

Bài 14. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$; $d_2: y = 3x - 1$ và $d_3: y = x + 3$

- Chứng minh ba đường thẳng trên đồng quy.
- Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = (m - 1)x + m$ cũng đi qua giao điểm của các đường thẳng đó?

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 15. Cho các hàm số $y = x$ và $y = 3x + 3$.

- Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm M của hai đồ thị trên.

Bài 16. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$; $d_2: y = -\frac{1}{3}x - 2$ và $d_3: y = \frac{1}{3}x + 3$

- Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 và d_3 trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Gọi giao điểm của đường thẳng d_3 với d_1 và d_2 theo thứ tự là A, B .

Hãy tìm tọa độ của A, B .

Bài 17. Cho hàm số $y = 2x + 1$ có đồ thị là d_1 và $y = -x + 3$ có đồ thị là d_2 .

- Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự A, B . Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

c) Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

Bài 18. Cho hàm số $y = (m + 5)x - m$.

- a) Xác định giá trị của tham số m để đồ thị hàm số:
 - i) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
 - ii) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 .
- b) Vẽ đồ thị của hai hàm số ứng với các giá trị m tìm được ở trên trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị vừa vẽ được.

Bài 19. Gọi d_1 là đồ thị hàm số $y = mx + 1$ và d_2 là đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x - 2$.

- a) Với $m = -\frac{1}{2}$, xác định tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .
- b) Xác định giá trị m để $M(-2, 2)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài 20. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = 4x + (m + 2)$ và $y = -2x - 5 - 2m$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung?

Bài 21. Cho ba đường thẳng $d_1 : y = -2x$, $d_2 : y = 1,5x + 7$ và $d_3 : y = -2mx + 5$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 , d_2 .
- b) Tìm các giá trị của tham số m để ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 đồng quy.

Bài 22. Cho ba đường thẳng $d_1 : y = -2x$, $d_2 : y = x - 3$ và $d_3 : y = mx + 4$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 , d_2 .
- b) Tìm các giá trị của tham số m để ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 đồng quy.

BÀI 4. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho hai đường thẳng $d: y = ax + b$ và $d': y = a'x + b'$ ($a, a' \neq 0$). Khi đó, ta có: $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$.

- $d \text{ cắt } d' \Leftrightarrow a \neq a'$.
- $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$.
- $d \perp d' \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$.

B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chỉ ra các cặp đường thẳng song song, các cặp đường thẳng cắt nhau.

Phương pháp giải:

Cho hai đường thẳng $d: y = ax + b$ và $d': y = a'x + b'$ ($a, a' \neq 0$). Khi đó, ta có:

- $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$.
- $d \text{ cắt } d' \Leftrightarrow a \neq a'$.
- $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$.
- $d \perp d' \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$.

Ví dụ: Cho đường thẳng $d: y = (a-1)x - 2a + 3$ và đường thẳng $d': y = (2a+1)x + a + 4$.

Định a để

- a. d và d' cắt nhau;
- b. d và d' cắt nhau tại một điểm trên trục tung;
- c. d và d' song song;
- d. d và d' vuông góc;
- e. d và d' trùng nhau.

Bài 1. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song với nhau trong số các đường thẳng sau:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) $y = 1,5x + 2$; | b) $y = x + 2$; | c) $y = 0,5x - 3$; |
| d) $y = x - 3$; | e) $y = 1,5x - 1$; | g) $y = 0,5x + 3$. |

Bài 2. Cho hàm hàm số $y = 2x + 3k$ và $y = (2m+1)x + 2k - 3$. Tìm điều kiện của m và k để đồ thị của hai hàm số là:

- a) Hai đường thẳng cắt nhau;
- b) Hai đường thẳng song song với nhau;
- c) Hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 3. Với những giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = 2x + m + 3$ và $y = 3x + 5 - m$:

- a) Cắt nhau tại một điểm trên trục tung?

b) Cắt nhau tại một điểm trên trục hoành?

Bài 4. Cho ba đường thẳng:

$$d_1 : y = (m^2 - 1)x + (m^2 - 5), d_2 : y = x + 1, d_3 : y = -x + 3.$$

- Tìm điểm cố định mà d_1 luôn đi qua.
- Chứng minh nếu d_1 song song d_3 thì d_1 vuông góc d_2 .
- Xác định giá trị của m để ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy.

Bài 5. Cho các đường thẳng:

$$d_1 : y = (2m + 1)x - (2m + 3); d_2 : y = (m - 1)x + m.$$

Tìm các giá trị của m để:

- d_1 cắt d_2 .
- d_1 song song d_2 .
- d_1 vuông góc d_2 .
- d_1 trùng với d_2 .

Bài 6. Cho các đường thẳng $d_1 : y = mx - 5, d_2 : y = -3x + 1$. Xác định giá trị của m để $M(3; -8)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài 7. Cho các đường thẳng:

$$d_1 : y = 4mx - (m + 5), d_2 : y = (3m^2 + 1)x + (m^2 - 4).$$

- Chứng minh khi m thay đổi thì đường thẳng d_1 luôn đi qua một điểm A cố định, đường thẳng d_2 luôn đi qua một điểm B cố định.
- Với giá trị nào của m thì d_1 song song d_2 ?
- Với giá trị nào của m thì d_1 cắt d_2 ? Tìm tọa độ giao điểm khi $m = 2$.

Dạng 2. Xác định phương trình đường thẳng

Phương pháp

- Ta có $y = ax + b$ với $a \neq 0, b \neq 0$ là phương trình đường thẳng cắt trục tung tại điểm $A(0; b)$, cắt trục hoành tại điểm $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.
- Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường thẳng $y = ax + b$ khi và chỉ khi $y_0 = ax_0 + b$.

Bài 9. Cho hàm số $y = ax + 3$. Hãy xác định a trong mỗi trường hợp sau:

- Đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = -2x$;
- Khi $x = 2$ thì hàm số có giá trị $y = 7$;
- Đồ thị hàm số $y = ax + 3$ cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 10. Cho hàm số $y = 2x + b$. Tìm b biết rằng:

- Với $x = 4$ thì hàm số $y = 2x + b$ có giá trị bằng -5 ;
- Đồ thị hàm số $y = 2x + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 ;
- Đồ thị hàm số $y = 2x + b$ đi qua điểm $A(1; 5)$

Bài 11. Viết phương trình đường thẳng d biết:

- a) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 ;
- b) d song song với đường thẳng $y = -5x + 1$ và đi qua điểm $I(-2; 3)$;
- c) d vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{4}x + 3$ và đi qua điểm $I(0, 5; 4)$.

Bài 12. Cho hàm số $y = 7 - ax$. Hãy xác định hệ số a trong mỗi trường hợp sau:

- a) Đồ thị hàm số $y = 7 - ax$ song song với đường thẳng $y = 4x$;
- b) Đồ thị hàm số $y = 7 - ax$ vuông góc với đường thẳng $y = -3,2x$;
- c) Đồ thị hàm số $y = 7 - ax$ cắt đường thẳng $y = 1,2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng -1 .

Bài 13. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$. Tìm giá trị của m để hàm số:

- a) Luôn đồng biến? Luôn nghịch biến?
- b) Có đồ thị song song với đường thẳng $y = 3x - 3 + m$;
- c) Có đồ thị vuông góc với đường thẳng $y = 3x - 3 + m$;
- d) Có đồ thị cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng 3;
- e) Có đồ thị cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 3;
- f) Cùng các hàm số $y = -x + 2, y = 2x - 1$ có đồ thị là ba đường thẳng đồng quy.

Bài 14. Viết phương trình đường thẳng d biết:

- a) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5 và đi qua điểm $A(1; 3)$;
- b) d song song với đường thẳng $y = -2x + 8$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 5;
- c) d vuông góc với đường thẳng $y = x + 3$ và cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại điểm có tung độ bằng 5.

Bài 15. Cho hai đường thẳng: $d_1: y = -2x + 3$ và $d_2: y = (2m - 3)x + (m^2 - 1)$

Tìm các giá trị của m để:

- a) d_1 cắt d_2 ;
- b) d_1 song song d_2 ;
- c) d_1 vuông góc d_2 ;
- d) d_1 trùng d_2 ;

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 16. Cho các đường thẳng: $d_1: y = -2x + 3$; $d_2: y = -2x + m$ và $d_3: y = \frac{1}{2}x + 1$.

Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng:

- a) d_1 và d_2 ;
- b) d_1 và d_3 .

Bài 17. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 2x - 1$ và đường thẳng $y = 3x + m$ cắt nhau tại một điểm trên:

- a) Trục hoành?
- b) Trục tung?

Bài 18. Tìm điểm sao cho các đường thẳng sau luôn đi qua dù m lấy bất cứ giá trị nào:

- a) $y = 2mx + 1 - m$.
- b) $y = mx - 3 - x$.
- c) $y = (2m + 5)x + m + 3$.
- d) $y = m(x + 2)$.

Bài 19. Cho hai đường thẳng: $d_1: y = (m + 1)x - 3$ và $d_2: y = (2m - 1)x + 4$.

- a) Chứng minh khi $m = -\frac{1}{2}$ thì d_1 và d_2 vuông góc với nhau.
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Bài 20. Viết hàm số bậc nhất $y = ax + b$ biết:

- a) Hệ số b bằng $\sqrt{3}$ và đồ thị hàm số song song với đường thẳng $d': 2x - y + 1 = 0$.
- b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(3; 2)$ và $B(1; -1)$.
- c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $C(2; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $d': y = 3x + 1$.

Bài 21. Cho các đường thẳng: $d_1: y = x + 2$; $d_2: y = 2x + 1$; $d_3: y = (n^2 + 1)x + m$.

- a) Xác định tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 ;
- b) Tìm các giá trị của tham số m để
 - i) d_2 và d_3 song song với nhau.
 - ii) d_1 và d_3 trùng nhau.
 - iii) d_1, d_2 và d_3 đồng quy.

BÀI 5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b (a \neq 0)$ **A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

Cho đường thẳng d có phương trình $y = ax + b (a \neq 0)$. Khi đó:

- Số thực a là *hệ số góc* của d .
- Gọi α là góc tạo bởi tia Ox và d . Ta có:
 - Nếu $\alpha < 90^\circ$ thì $a > 0$ và $a = \tan \alpha$;
 - Nếu $\alpha > 90^\circ$ thì $a < 0$ và $a = -\tan(180^\circ - \alpha)$.

B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Xác định hệ số góc của đường thẳng****Phương pháp giải:**

Đường thẳng d có phương trình $y = ax + b (a \neq 0)$, có a là hệ số góc.

Bài 1. Đường thẳng: $y = (m-1)x + 4$ đi qua điểm $A(-2; 1)$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

Bài 2. Tính hệ số góc của đường thẳng $d: y = (2m-4)x + 5$ biết nó song song với đường thẳng $d': 2x - y - 3 = 0$. Vẽ đường thẳng d tìm được.

Bài 3. Tìm hệ số góc của đường thẳng d nếu:

a) d đi qua gốc tọa độ O và đi qua điểm $A(1; 3)$.

b) d đi qua hai điểm $M(4; 5)$, $N(1; -1)$.

Bài 4. Đường thẳng $y = 2(m+1)x - 5m - 8$ đi qua điểm $A(3; -5)$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

Bài 5. Tìm hệ số góc của đường thẳng $d: y = (3-m)x + 2$ biết nó vuông góc với đường thẳng $d': x - 2y - 6 = 0$. Vẽ đường thẳng d tìm được.

Bài 6. Tìm hệ số góc k của đường thẳng d biết:

a) đi qua gốc tọa độ O và đi qua điểm $I(\frac{2}{3}; -3)$.

b) d đi qua giao điểm A của hai đường thẳng $y = -x + 3$; $y = 2x$ và đi qua điểm $E(-1; 3)$.

Dạng 2. Xác định góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d **Phương pháp giải:**

Gọi là góc tạo bởi tia Ox và d . Khi đó:

- Nếu $\alpha < 90^\circ$ thì $a > 0$ và $a = \tan \alpha$.
- Nếu $\alpha > 90^\circ$ thì $a < 0$ và $a = -\tan(180^\circ - \alpha)$.

Bài 7. Tính góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng $y = 2x + 1$.

Bài 8. Cho đường thẳng $y = mx + 3$. Tính góc tạo bởi tia Ox và d biết d đi qua điểm $A(-\sqrt{3}; 0)$.

Bài 9. Tính góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng $y = 4x - \sqrt{5}$.

Bài 10. Cho đường thẳng $d: y = mx + \sqrt{3}$. Tính góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(-3; 0)$.

Dạng 2. Xác định phương trình đường thẳng dựa vào hệ số góc.
Phương pháp giải:

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là $y = ax + b$. Ta cần xác định a, b dựa vào kiến thức về góc và hệ số góc trong phần Tóm tắt lí thuyết ở trên.

Bài 11. Xác định phương trình của đường thẳng d biết:

- a) d có hệ số góc bằng -5 và đi qua điểm $A(-3; 4)$.
- b) d đi qua $B(-1; 2)$ và tạo với đường thẳng $y = 1$ một góc bằng 45° .

Bài 12. Xác định phương trình của đường thẳng d biết:

- a) d tạo với trục Ox một góc bằng 30° và đi qua điểm $M(3; -1)$.
- b) d đi qua $N(0; 3)$ và tạo với đường thẳng $y = 1$ một góc bằng 60° .

Bài 13. Xác định hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng d biết:

- a) d tạo với trục Ox một góc bằng 45° và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\sqrt{2}$.
- b) d tạo với trục Ox một góc bằng 60° và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 .

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 14. Tìm hệ số góc k của đường thẳng d biết d đi qua gốc tọa độ O :

- a) Đi qua điểm $M(3\sqrt{3}; -\sqrt{3})$.
- b) Vuông góc với đường thẳng $y = -\sqrt{2}x + 1$.

Bài 15. Cho hai đường thẳng $d_1 : y = x + 5; d_2 : y = -\sqrt{3}x + 3$.

- a) Vẽ $d_1; d_2$ trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- b) Gọi giao điểm của $d_1; d_2$ là A , giao điểm $d_1; d_2$ của với trục Ox lần lượt là B, C . Tính số đo các góc của tam giác ABC .

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hàm số:

- + Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là *hàm số của x* và x được gọi là *biến số*.
- + Hàm số thường được cho bằng bảng hoặc bằng công thức.
- + Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các tập giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy được gọi là đồ thị của hàm số.
- + Tính đồng biến và nghịch biến của hàm số: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi giá trị với bất kì thuộc D :
 - + Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số đồng biến trên D .
 - + Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số nghịch biến trên D .

2. Hàm số bậc nhất:

- + *Hàm số bậc nhất* là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.
 - + Hàm số bậc nhất xác định với mọi giá trị và:
 - Đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 0$.
 - Nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a < 0$.
 - + Đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là *một đường thẳng* và a là *hệ số góc* của đường thẳng.
 - + Cho hai đường thẳng $y = a_1x + b_1$ ($a_1 \neq 0$); $y = a_2x + b_2$ ($a_2 \neq 0$) :
- Ta có

- a) $d_1; d_2$ song song $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$.
- b) $d_1; d_2$ trùng nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$.
- c) $d_1; d_2$ cắt nhau $\Leftrightarrow a_1 \neq a_2$.
- d) $d_1; d_2$ vuông góc với nhau $\Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 = -1$.

B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Viết phương trình đường thẳng

Phương pháp giải:

Ta thường gặp các bài toán về viết phương trình đường thẳng sau đây:

Bài toán 1: Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cho trước.

Bài toán 2: Viết phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm và có hệ số góc cho trước.

Bài toán 3: Viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và song song với một đường thẳng cho trước.

Bài toán 4: Viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Bài 1. Xác định hằng số a, b của đường thẳng $y = ax + b$ biết:

- a) d song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ và đi qua điểm $A(2; 5)$
 b) d vuông góc với đường thẳng $y = x - 5$ và cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -2 .
 c) d đi qua 2 điểm $A(-1; 2)$ $B(2; 3)$.

Bài 2. Cho 2 đường thẳng $d_1: y - 4x + m + 1, d_2: y = \frac{4}{3}x + 15 - 3m$.

- a) Tìm m để d_1 cắt d_2 tại điểm C trên trục tung.
 b) Với m vừa tìm được, hãy tìm giá trị của d_1, d_2 với Ox .
 c) Tính chu vi và diện tích tam giác ABC .
 d) Tính các góc của tam giác ABC .

Bài 3. Tìm m để hai đường thẳng $y = mx + 1$ và $y = 2x - 1$ cắt nhau tại một điểm nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

Bài 4. Cho ba điểm $A(1; -1), B(2; 1), C(3; 4)$. Chứng minh rằng đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng AC .

Bài 5. Trong hệ tọa độ Oxy cho ba điểm $A(2; 5), B(-1; 1), C(4; 9)$.

- a) Viết phương trình đường thẳng BC .
 b) Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Bài 6. Cho hàm số $y = (m^2 - 3)x + 2$ có đồ thị là đường thẳng d .

- a) Vẽ d khi $m = 2$.
 b) Tìm m để hàm số đồng biến; nghịch biến.
 c) Tìm m để d đi qua $A(1; 2)$.
 d) Tìm m để d đi qua $B(1; 8)$.

Bài 7. Cho hàm số $y = (m - 1)x + m + 1$ có đồ thị d . Tìm m để:

- a) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 .
 b) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 .
 c) d tạo với trục hoành một góc 45° .

Bài 8. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 1)$ và M với M nằm trên đường thẳng $d': 2x + y = 3$ và M có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$.

Dạng 2: Tìm điểm cố định của đường thẳng.

Phương pháp giải:

Để tìm điểm cố định của đường thẳng $y = ax + b$ phụ thuộc vào tham số ta làm như sau:

- Gọi tọa độ điểm cố định là $M(x_0; y_0)$;
- Tìm điều kiện để đẳng thức $y_0 = ax_0 + b$ luôn đúng khi tham số thay đổi.

* Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

Bài 9. (Thi vào 10 chọn, trường THPT Phan Đình Phùng, Hà Nội, 1995)

Chứng minh đường thẳng $d: y = 2(m+1)x - m - 1$ luôn đi qua một điểm cố định với mọi tham số m .

Bài 10. (Thi vào lớp 10, Thành phố Hồ Chí Minh, 2005) Cho đường thẳng $d: y = mx + 1$. Chứng minh d luôn đi qua một điểm cố định với mọi tham số m .

Dạng 3. Ba đường thẳng đồng quy**Phương pháp giải:**

Để tìm điều kiện để ba đường thẳng đồng quy ta xác định giao điểm của hai trong ba đường thẳng và tìm điều kiện để giao điểm này thuộc đường thẳng thứ ba.

Bài 11. (Thi vào lớp 10 trường THPT Nguyễn Tất Thành, 2007) Tìm các giá trị của m để ba đường thẳng $d_1: y = x + 1, d_2: y = 5x - 3, d_3: y = mx + 4$ cùng đi qua một điểm.

Bài 12. Cho các hàm số: $y = x + 3; y = -x + 1; y = \sqrt{x} - m - 2$. Tìm m để các đồ thị hàm số trên là các đường thẳng đồng quy.

Dạng 4. Bài toán liên quan đến diện tích

Bài 13. Cho đường thẳng có phương trình $y = (m-1)x + 2m$. Tìm m để đường thẳng trên cắt hai trục tọa độ và tạo với hai trục một tam giác có diện tích bằng 1 (đơn vị diện tích).

Bài 14. Cho hàm số $y = x + 2; y = -x - 2; y = -2x + 2$ có đồ thị lần lượt là d_1, d_2, d_3 .

- Vẽ đồ thị ba hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Cho biết $d_1 \cap d_2$ tại A , $d_1 \cap d_3$ tại B , $d_3 \cap d_2$ tại C . Tìm tọa độ các điểm A, B, C .
- Tính diện tích tam giác ABC

Bài 15. Cho hàm số $y = (m-2)x + m + 3$ có đồ thị là đường thẳng d .

- Chứng minh d luôn đi qua điểm cố định với mọi giá trị của tham số m .
- Tìm m để d cắt Ox, Oy tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.

Bài 16. Cho đường thẳng $d: y = (2m+1)x - 2$ với $m \neq -\frac{1}{2}$. Giả sử d cắt Ox tại A , cắt Oy tại B .
 . Tìm m để diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{2}$.

Dạng 5. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d **Phương pháp giải:**

Để tìm khoảng cách từ điểm gốc tọa độ O đến đường thẳng $d: y = ax + b$ với $a \neq 0, b \neq 0$ ta làm như sau:

Bước 1. Tìm tọa độ các điểm A, B lần lượt là giao điểm của d với trục hoành và trục tung của hệ trục tọa độ Oxy .

Bước 2. Gọi H chân đường vuông góc kẻ từ O đến d . Khi đó: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$.

Bài 17. Cho đường thẳng d có phương trình $y = mx + 2$.

- a) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d bằng 1.
 b) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d là lớn nhất.

Bài 18. (Thi vào lớp 10, thành phố Hà Nội, 2008) Cho đường thẳng d có phương trình $y = (m-1)x + 2$. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d là lớn nhất.

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 19. Viết phương trình đường thẳng d biết d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2.

Bài 20. Cho ba điểm $A(0;2); B(-3;-1); C(2;4)$

- a) Xác định hệ số a, b biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ qua A, B .
 b) Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Bài 21. Xác định phương trình đường thẳng d biết rằng nó song song với đường thẳng d' có phương trình $y = -x + 1$ và đi qua điểm $M(2;1)$.

Bài 22. Cho các đường thẳng: $d: y = (m-2)x + 3$ với $m \neq 2$ và $d': y = -m^2x + 1$ với $m \neq 0$.

- a) Tìm m để d và d' song song với nhau.
 b) Tìm m để d cắt Ox tại A, cắt Oy tại B mà $OAB = 60^\circ$.

Bài 23. (Thi vào lớp 10, THPT Nguyễn Tất Thành, 2010) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy cho điểm $M(-1;1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

Bài 24. Chứng minh khi m thay đổi thì các đường thẳng có phương trình $y = (m+1)x - 3m + 4$ luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 25. Tìm điều kiện của tham số m để các đường thẳng có phương trình $y + 2x - 1 = 0; y = x + 7$ và $y = (m-1)x - m + 3$ đồng quy.

Bài 26. Cho hai đường thẳng $d_1: y = 2x + 4, d_2: y = -\frac{1}{2}x + 1$. Cho biết d_1 cắt Ox tại A, d_2 cắt Ox tại C, d_1 cắt d_2 tại M.

- a) Chứng minh tam giác MAC vuông tại M.
 b) Tính diện tích tam giác MAC.

Bài 27. Cho hàm số $y = (m^2 - 2m + 2)x + 4$ có đồ thị là đường thẳng d . Tìm m sao cho d cắt Ox tại A, cắt Oy tại B mà diện tích tam giác OAB lớn nhất.

Bài 28. Cho đường thẳng $d: 2(m-1)x + (m-2)y = 2$.

- a) Chứng minh d luôn đi qua một điểm cố định với mọi m .
 b) Tìm m để khoảng cách từ O đến d là lớn nhất.

CHƯƠNG III. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. - Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y có dạng $ax+by=c$ (1) trong đó a, b, c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

- Nếu x_0, y_0 thỏa mãn (1) thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của phương trình (1).

2. - Phương trình bậc nhất hai ẩn $ax+by=c$ luôn luôn có vô số nghiệm.

Tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng $ax+by=c$, kí hiệu là (d) .

3. - Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì đường thẳng (d) chính là đồ thị của hàm số $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$.

- Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình có thể đưa về dạng $y = m$ và đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục hoành.

- Nếu $b = 0$ và $a \neq 0$ thì phương trình có thể đưa về dạng $x = n$ và đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục tung.

B. CÁC DẠNG TOÁN
DẠNG 1. XÉT CẶP SỐ $(x_0; y_0)$ CÓ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH $ax+by=c$ KHÔNG?
Phương pháp giải

Thay $x = x_0, y = y_0$ vào phương trình $ax+by=c$, nếu đẳng thức đúng thì cặp $(x_0; y_0)$ là nghiệm của phương $ax+by=c$.

Ví dụ 1. (Bài 1, tr. 7 SGK) Trong các cặp số $(-2; 1), (0; 2), (-1; 0), (1,5; 3)$ và $(4; -3)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình:

a) $5x+4y=8$?

b) $3x+5y=-3$?

DẠNG 2. TÌM NGHIỆM TỔNG QUÁT CỦA PHƯƠNG TRÌNH $ax+by=c$ VÀ VẼ ĐƯỜNG THẲNG BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA NÓ
Phương pháp giải

1. - Tìm nghiệm tổng quát của phương trình $ax+by=c$

- Nếu $a \neq 0$ thì tìm x theo y : $x = \frac{c-by}{a}$ và công thức nghiệm tổng quát là:
$$\begin{cases} y = \frac{c-ax}{b} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

- Nếu $b \neq 0$ thì tìm y theo x : $y = \frac{c-ax}{b}$ và công thức nghiệm tổng quát là:
$$\begin{cases} x = \frac{c-by}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

2. Vẽ đường thẳng có phương trình: $ax + by = c$

+ Nếu $b \neq 0$ thì vẽ đường thẳng $y = \frac{1}{b}(c-ax)$.

+ Nếu $b = 0$ thì vẽ đường thẳng $x = \frac{c}{a}$ cùng phương với trục tung.

Ví dụ 2: (Bài 2, tr.7 SGK).

Với mỗi phương trình sau, tìm nghiệm tổng quát của phương trình và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:

a) $3x - y = 2$

b) $x + 5y = 3$

c) $4x - 3y = -1$

d) $x + 5y = 0$

e) $4x + 0y = -2$

f) $0x + 2y = 5$

Ví dụ 3. (Bài 3, tr.7 SGK)

Cho hai phương trình $x + 2y = 4$ và $x - y = 1$. Vẽ hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình đó trên cùng một hệ tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng và cho biết tọa độ của nó là nghiệm của phương trình nào.

DẠNG 3. TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ GÓC TỌA ĐỘ O ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

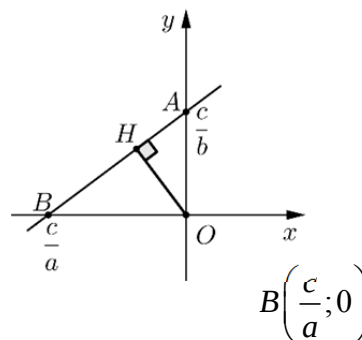
Phương pháp giải

Khoảng cách d từ gốc O đến đường thẳng: $ax + by = c$ được tính theo công thức $d = OH = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Với H là hình chiếu của O lên đường thẳng.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{c}{b}$

Cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{c}{a}$



Đường thẳng cắt trục tung tại $A\left(0; \frac{c}{b}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm

$B\left(\frac{c}{a}; 0\right)$

Kẻ đường cao OH của $\triangle ABO$, ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ mà $OA = \left|\frac{c}{b}\right|$ và $OB = \left|\frac{c}{a}\right|$

Do đó $\frac{1}{OH^2} = \frac{b^2}{c^2} + \frac{a^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} \Rightarrow OH = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Ví dụ 4. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $3x - 4y = 1$.

C. LUYỆN TẬP

- 1.1 (Dạng 1)** Trong các cặp số $(0;4), (-1;3), (1;1), (2;3), (4;6)$ cặp nào là nghiệm của phương trình $5x - 3y = 2$
- 1.2 (Dạng 2)** Tìm nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:
- a) $2x + y = 6$ b) $x + 3y = 2$ c) $3x - 2y = 1$
d) $2x + 0y = 4$ e) $0x - 3y = 3$
- 1.3 (Dạng 2)** Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình
- a) $2x + y = 0$ b) $x + 3y = 0$ c) $3x - 2y = 1$
- 1.4 (Dạng 2)** Cho đường thẳng d có phương trình $(a-1)x + 2y = a$
- a) Xác định a để d :
- i) song song với trục hoành
ii) song song với trục tung
iii) song song với đường thẳng $x - y = 1$
- b) Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi a
- 1.5 (Dạng 2)** Vẽ các đường thẳng $x = 3; x = -1; y = 1; y = -3$. Gọi A, B, C, D là các giao điểm của chúng
- a) Chứng minh A, B, C, D là 4 đỉnh của hình vuông
b) Viết phương trình các đường thẳng chứa hai đường chéo của hình vuông
c) Tính diện tích của tam giác tạo bởi hai trục tọa độ và đường chéo của hình vuông
- 1.6 (Dạng 2)** Cho đường thẳng d có phương trình $(m+2)x + (m+3)y - m + 8 = 0$.
- Định m để d :
- a) Song song với trục hoành
b) Song song với trục tung
c) Chứng minh d luôn đi qua điểm $A(-1;2)$
- 1.7 (Dạng 3)** Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $8x + 6y = 3$.

BÀI 2. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$(I) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

+ Nếu hai phương trình trên có nghiệm chung $(x_0; y_0)$ thì $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của hệ (I)

+ Nếu hai phương trình không có nghiệm chung thì ta nói hệ (I) vô nghiệm

Giải hệ phương trình là tìm tập nghiệm của nó.

2. Tập nghiệm của hệ phương trình (1) được biểu diễn bởi tập hợp các điểm chung của hai đường thẳng $d : ax + by = c$ và $d' : a'x + b'y = c'$.

Vậy: * Nếu d cắt d' thì hệ (I) có nghiệm duy nhất

* Nếu $d // d'$ thì hệ (I) vô nghiệm

* Nếu $d \equiv d'$ thì hệ (I) có vô số nghiệm.

3. Hệ phương trình tương đương.

Hệ phương trình được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: ĐOÁN NHẬN SỐ NGHIỆM CỦA HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Phương pháp giải

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Gọi d là đường thẳng có phương trình: $ax + by = c$, d' là đường thẳng có phương trình:

$a'x + b'y = c'$. Dựa vào hệ số góc và tung độ góc của hai đường thẳng d và d' để biết số nghiệm của hệ phương trình.

* Nếu d cắt d' thì hệ có một nghiệm.

* Nếu d song song d' thì hệ vô nghiệm.

* Nếu d trùng d' thì hệ vô số nghiệm.

Ví dụ 1. (Bài 4, tr. 11 SGK)

Không cần vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây và giải thích vì sao:

$$\text{a) } \begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 3x - 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y = \frac{-1}{2}x + 3 \\ y = \frac{-1}{2}x + 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2y = -3x \\ 3y = 2x \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - \frac{1}{3}y = 1 \end{cases}$$

Ví dụ 2. (Bài 5 tr 11 SGK): Đoán nhận số nghiệm của các hệ phương trình sau bằng hình học

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

Ví dụ 3. (Bài 7, tr. 12 SGK) Cho hai phương trình $2x + y = 4$ và $3x + 2y = 5$.

a) Tìm nghiệm tổng quát của mỗi phương trình trên.

b) Vẽ các đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình trong cùng một hệ tọa độ, rồi xác định nghiệm chung của chúng.

Ví dụ 4. (Bài 8, tr. 12 SGK) Cho các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} x = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2y = 4 \end{cases}$$

Trước hết, hãy đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình trên (giải thích rõ lí do). Sau đó tìm tập nghiệm của các hệ đã cho bằng cách vẽ hình.

Ví dụ 5. (Bài 9, tr. 12 SGK) Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau, giải thích vì sao:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases}$$

Ví dụ 6 (Bài 10 Tr12 SGK)

Đoán nhận số nghiệm của phương trình sau và giải thích vì sao?

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = \frac{2}{3} \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

DẠNG 2: HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Phương pháp giải

- Hệ hai phương trình tương đương khi chúng có cùng tập hợp nghiệm
- Hai hệ vô số nghiệm cũng được xem là tương đương

Ví dụ 7. (Bài 6, tr11 SGK) Đồ:

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa .

Bạn Nga nhận xét: Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vô số nghiệm thì luôn tương đương với nhau

Bạn phương khẳng định: Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn cũng có vô số nghiệm thì cũng luôn tương đương với nhau

Theo em, Các ý kiến đó đúng hay sai? Vì sao (Có thể cho một ví dụ minh họa bằng đồ thị)

Ví dụ 8. (Bài 11, Tr 12 SGK)

Nếu ta thấy hai nghiệm phân biệt của mỗi hệ phương trình bậc nhất hai ẩn (nghĩa là được biểu diễn bởi hai điểm phân biệt, thì ta có thể nói gì về số nghiệm của hệ phương trình đó? Vì sao?

Ví dụ 9: Xác định a để hai hệ phương trình sau tương đương:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} ax - 2y = 2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

C. LUYỆN TẬP

2.1. (Dạng 1): Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau? Vì sao?

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + 0.y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \qquad \text{d) } \begin{cases} x - y = 4 \\ 0x - y = 2 \end{cases}$$

2.2 (Dạng 1) Bằng đồ thị chứng tỏ hệ phương trình sau luôn có nghiệm duy nhất với bất kì giá trị nào của a

$$\text{a) } \begin{cases} x = a \\ x + y = 1 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x - y = 3, \\ y = a \end{cases}$$

2.3 (Dạng 1) Bằng đồ thị chứng tỏ hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$$

a) Có nghiệm duy nhất với $a = -2$

b) Vô số nghiệm với $a = -6$

2.4 (Dạng 1). Bằng đồ thị chứng tỏ hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

a) Có vô số nghiệm với $a = 1$

b) Vô nghiệm với $a \neq 1$

2.5 (Dạng 1) Xác định m để hệ sau có nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \\ mx - y = 2m \end{cases}$$

2.6 (Dạng 2) Xác định m để hệ phương trình sau tương đương.

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + y = 3 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 12x + 3y = a \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} 2ax - 2y = 5 \\ x + ay = 2 \end{cases}$$

BÀI 3. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Phương pháp giải

1. Quy tắc thế

Quy tắc thế để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương.

Quy tắc thế gồm 2 bước sau:

Bước 1: Từ một phương trình của hệ phương trình đã cho (Coi là phương trình thứ nhất) ta biến đổi một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ 2 để được phương trình mới chỉ có một ẩn

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho phương trình thứ 2 của hệ phương trình (phương trình thứ nhất cũng thường được thay thế bởi hệ thức biểu diễn một ẩn kia có được ở bước 1)

2. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

- 1) Dùng quy tắc biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới trong đó có một phương trình một ẩn
- 2) Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

Phương pháp giải.

Các bước giải: Tóm tắt lý thuyết

Ví dụ 1. (Bài 12 tr 15.SGK)

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases} \end{array}$$

Ví dụ 2. (Bài 13 tr15 SGK)

Giải phương trình sau bằng phương pháp thế

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} \end{array}$$

Ví dụ 3. (Bài 14. Tr 15-SGK)

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} (2 - \sqrt{3})x - 3y = 2 + 5\sqrt{3} \\ 4x + y = 4 - 2\sqrt{3} \end{cases} \end{array}$$

Ví dụ 4 (Bài 15. Tr. 15 SGK)

Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x+3y=1 \\ (a^2+1).x+6y=2a \end{cases}$ Trong mỗi trường hợp sau

a) $a = -1$

b) $a = 0$

c) $a = 1$

Ví dụ 5. (Bài 16, Tr 16 SGK)

Giải phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 5x+2y=23 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+5y=1 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x}{y}=\frac{2}{3} \\ x+y-10=0 \end{cases}$

Ví dụ 6. (Bài 17, Tr 16.SGK)

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ x+y\sqrt{3}=\sqrt{2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{5} \\ x\sqrt{2}+y=1-\sqrt{10} \end{cases}$

c) $\begin{cases} (\sqrt{2}-1)x-y=\sqrt{2} \\ x+(\sqrt{2}+1)y=1 \end{cases}$

Ví dụ 7. (Bài 18 Tr 16 SGK)

a) Xác định hệ số a,b biết rằng hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x+by=-4 \\ bx-ay=-5 \end{cases} \text{ Có nghiệm là } (\sqrt{2}-1; \sqrt{2})$$

b) Cũng hỏi như vậy, nếu hệ phương trình có nghiệm là: $(\sqrt{2}-1; \sqrt{2})$

Ví dụ 8. (Bài 19, tr 16SGK)

Biết rằng: Đa thức $P(x)$ chia hết cho đa thức $x-a$ khi và chỉ khi $P(a) = 0$

Hãy tìm các giá trị của n sao cho đa thức sau đồng thời chia hết cho $x+1$ và $x-3$

$$P(x) = mx^3 + (m-2)x^2 - (3n-5)x - 4n$$

DẠNG 2. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ**Phương pháp giải**

- Đặt điều kiện để hệ có nghĩa
- Đặt ẩn phụ và điều kiện của ẩn phụ (nếu có)
- Giải hệ theo các ẩn phụ đã đặt
- Trở lại ẩn đã cho để tìm nghiệm của hệ

Ví dụ 9. Giải hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - 3y^2 = 1 \end{cases}$$

Ví dụ 10: Giải hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{\frac{1-x}{2y+1}} + \sqrt{\frac{2y+1}{1-x}} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} |x - y| = |2y - 1| \\ y + 1 = 2x \end{cases}$$

DẠNG 3: GIẢI VÀ BIỆN LUẬN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Phương pháp giải

- Từ một phương trình của hệ tìm y theo x rồi thay vào phương trình thứ hai để được phương trình dạng $ax = b$.

- Biện luận:

- ☐ Nếu $a \neq 0$ thì $x = \frac{b}{a}$, thay vào biểu thức của x tìm y , lúc đó hệ có nghiệm duy nhất
- ☐ Nếu $a = 0$ ta có $0.x = b$.
- ☐ Nếu $b = 0$ thì hệ có vô số nghiệm, nếu $b \neq 0$ thì hệ vô nghiệm.

Ví dụ 11. Giải và biện luận hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - y = 2m & (1) \\ 4x - my = m + 6 & (2) \end{cases}$$

DẠNG 4. ĐỊNH THAM SỐ m NGUYÊN ĐỂ HỆ CÓ NGHIỆM x, y NGUYÊN

Phương pháp giải

- Áp dụng phương pháp thế để tìm nghiệm (x, y) của hệ theo tham số m .
- Viết nghiệm (x, y) của hệ dưới dạng: $n + \frac{K}{f(m)}$ với n, K nguyên.
- Tìm m nguyên để $f(m)$ là ước của K với $f(m)$ là một đa thức với hệ số nguyên theo m .

Ví dụ 12. Định m nguyên để hệ sau có nghiệm duy nhất (x, y) với x, y nguyên.

$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$$

DẠNG 5. HỆ GỒM BA PHƯƠNG TRÌNH HAI ẨN SỐ

Phương pháp giải

- Chọn hai trong ba phương trình của hệ, giải tìm nghiệm của hệ hai phương trình này.
- Nếu nghiệm (x, y) vừa tìm được là nghiệm của hệ thứ 3 thì nghiệm (x, y) là nghiệm của hệ đã cho, nếu không thỏa thì (x, y) không là nghiệm của hệ.

Ví dụ 13. Giải và biện luận hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 & (1) \\ x - y = 2 & (2) \\ x + 4y = m & (3) \end{cases}$$

C. LUYỆN TẬP

3.1 (Dạng 1). Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{5x}{3} - \frac{2y}{5} = 19 \\ 4x + \frac{3y}{2} = 21 \end{cases}$

3.2 (Dạng 2). Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 2x + 3|y| = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} = \frac{7}{5} \end{cases}$

3.3 (Dạng 2). Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = -2 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \end{cases}$

3.4 (Dạng 2). Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y-1} = 1 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} (x-1)^2 - 2y = 2 \\ 3(x-1)^2 + 3y = 1 \end{cases}$

3.5 (Dạng 3). Giải và biện luận hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx + y = 3m - 1 \\ x + my = m + 1 \end{cases}$$

3.6 (Dạng 4). Tìm m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên.

$$\begin{cases} (m+1)x - 2y = m-1 \\ m^2x - y = m^2 + 2m \end{cases}$$

3.7 (Dạng 5). Giải và biện luận hệ

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx - (m+1)y = 3m \\ x - my = m+2 \end{cases}$$

3.8 (Dạng 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$T = (x - 2y + 1)^2 + (2x + ay + 5)^2$$

3.9 (Dạng 5). Giả sử hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ bx + cy = a \\ cx + ay = b \end{cases}$ có nghiệm

Chứng minh rằng: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

3.10 (Dạng 1) Cho hai đường thẳng:

$$d: mx - (n+1)y - 1 = 0$$

$$d': nx + 2my + 2 = 0$$

Xác định m, n để d và d' cắt nhau tại điểm.

BÀI 4. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc cộng đại số

Quy tắc cộng đại số dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương. Quy tắc cộng đại số gồm hai bước sau:

Bước 1: Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình đã cho để được một phương trình mới.

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho một trong hai phương trình của hệ (và giữ nguyên phương trình kia)

2. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

- 1) Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.
- 2) Áp dụng quy tắc cộng đại số để được hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình mà hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (tức là phương trình một ẩn)
- 3) Giải phương trình một ẩn vừa thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

Phương pháp giải

Xem tóm tắt cách giải trong phần tóm tắt lý thuyết

Ví dụ 1. (Bài 20, tr. 19 SGK)

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \\ \text{d)} \begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} 0,3x + 0,5y = 3 \\ 1,5x - 2y = 1,5 \end{cases} & \end{array}$$

Ví dụ 2. (Bài 21, tr 19 SGK)

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x\sqrt{2} - 3y = 1 \\ 2x + y\sqrt{2} = -2 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases} \end{array}$$

Ví dụ 3. (Bài 22, tr. 19 SGK) Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$a) \begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x - \frac{2}{3}y = 3\frac{1}{3} \end{cases}$$

Ví dụ 4. (Bài 23, tr. 19 SGK) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} (1 + \sqrt{2})x + (1 - \sqrt{2})y = 5 & (1) \\ (1 + \sqrt{2})x + (1 + \sqrt{2})y = 3 & (2) \end{cases}$$

Ví dụ 5. (Bài 25, tr. 19 SGK) Ta biết rằng: Một đa thức bằng 0 khi và chỉ khi tất cả các hệ số của nó bằng 0. Hãy tìm các giá trị của và để đa thức sau (với biến số x) bằng đa thức 0:

$$P(x) = (3m - 5n + 1)x + (4m - n - 10)$$

DẠNG 2. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Phương pháp giải

Đặt điều kiện (nếu có)

- Đặt ẩn phụ và điều kiện của ẩn phụ (nếu có)

- Giải hệ phương trình theo các ẩn phụ đã đặt

- Trở lại ẩn ban đầu để tìm nghiệm của hệ.

Ví dụ 6. (Bài 24, tr. 19 SGK) Giải các hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2(x - 2) + 3(1 + y) = -2 \\ 3(x - 2) - 2(1 + y) = -3 \end{cases}$$

Ví dụ 7. (Bài 27, tr. 20 SGK) Bằng cách đặt ẩn phụ (theo hướng dẫn), đưa các hệ phương trình sau về dạng hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn rồi giải:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

Hướng dẫn: Đặt $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$;

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{4}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$$

Hướng dẫn: Đặt $u = \frac{1}{x-2}$, $v = \frac{1}{y-1}$;

DẠNG 3. GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN NHỜ VÀO VIỆC GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Phương pháp giải

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

- Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B
- Lần lượt thay tọa độ của A và B vào thì được hệ phương trình hai ẩn và.

Giải hệ phương trình này ta được a và b .

Ví dụ 8. (Bài 26, tr. 19 SGK) Xác định a và b để đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$

b) $A(-4; -2)$ và $B(2; 1)$

c) $A(3; -1)$ và $B(-3; 2)$

d) $A(\sqrt{3}; 2)$ và $B(0; 2)$

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH THAM SỐ a ĐỂ HỆ PHƯƠNG TRÌNH THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM SỐ

Phương pháp giải

- Trước hết giải hệ phương trình tìm theo.
- Với điều kiện về nghiệm số của đề bài, tìm.

Ví dụ 9. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ -ax + y = a \end{cases}$$

- a) Chứng minh hệ luôn luôn có nghiệm duy nhất với mọi a .
- b) Tìm a để hệ có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x < 1; y < 1$

Ví dụ 10. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} (a+1)x - y = 3 \\ ax + y = a \end{cases}$$

- a) Giải hệ với $a = -\sqrt{2}$
- b) Xác định a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x + y > 0$

DẠNG 5. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ $f(x)$ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Phương pháp giải

Bằng cách thay các giá trị đặc biệt vào hàm số để đưa về hệ phương trình với một ẩn là $f(x)$

Ví dụ 11. Xác định hàm số $f(x)$ (xác định trên $\mathbb{R}$), biết rằng:

$$f(x) + xf(-x) = x + 1 \quad (1) \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Ví dụ 12. Xác định hàm số $f(x)$, biết rằng:

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x \quad (\text{với } x \neq 0) \quad (1)$$

C. LUYỆN TẬP

4.1 (Dạng 1). Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x = 6y \\ x = 2(y - 6) \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

4.2 (Dạng 1). Giải các hệ phương trình sau

a)
$$\begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ \sqrt{2}x + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2} + 1)y = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 1 \\ \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = \sqrt{3} \end{cases}$$

4.3 (Dạng 3). Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2; -4)$ $B(-1; 5)$

4.4 (Dạng 3). Cho biểu thức $f(x) = ax^2 + bx + 4$. Xác định a, b để $f(2) = 6, f(-1) = 0$.

4.5 (Dạng 4) Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} (a+1)x - ay = 5 \\ x + ay = a^2 + 4a \end{cases}$$

Tìm a nguyên để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với x, y nguyên.

4.6 Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3xy = 2(x + y) \\ 5yz = 6(y + z) \\ 4xz = 3(x + z) \end{cases}$$

4.7 (Dạng 5) Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng

a)
$$(x-1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x-1} \quad (x \neq 0, x \neq 1)$$

b)
$$f(x) - 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 \quad (x \neq 0)$$

BÀI 5& BÀI 6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

Tóm tắt các bước giải toán bằng cách lập hệ phương trình:

Bước 1 (Lập hệ phương trình). Bao gồm:

- Chọn các ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn số;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
- Từ đó lập hệ phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.

Bước 2 (Giải hệ phương trình). Giải hệ phương thu được.

Bước 3 (Trả lời) Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi trả lời.

B. CÁC DẠNG TOÁN**DẠNG 1. TOÁN VỀ QUAN HỆ GIỮA CÁC SỐ****Phương pháp giải**

Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$

a là chữ số hàng chục: $0 < a \leq 9, a \in N$

b là chữ số hàng đơn vị: $0 \leq b \leq 9, b \in N$

- Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$

a là chữ số hàng trăm, b là chữ số hàng chục và c là chữ số hàng đơn vị.

Ví dụ 1. (Bài 28, tr. 22 SGK) Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124.

Ví dụ 2: Tổng các chữ số của một số là có hai chữ số bằng 6. Nếu thêm vào số đó 18 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng các chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó.
Vậy số cần tìm là 24.

DẠNG 2. TOÁN LÀM CHUNG CÔNG VIỆC**Phương pháp giải**

□ Toán làm chung công việc có ba đại lượng tham gia toàn bộ công việc, phần làm việc trong một đơn vị thời gian (năng suất), thời gian.

□ Năng suất làm việc: đưa về một đơn vị thời gian (chẳng hạn: 1 ngày, 1 giờ, ...)

Nếu một đội làm xong công việc trong x ngày thì một ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Xem toàn bộ công việc là 1.

Ví dụ 3. (Bài 32, tr. 23 SGK)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu mới đầy bể?

Ví dụ 4. (Bài 33, tr. 24 SGK)

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?

Ví dụ 5 : (Bài 38, tr.24 SGK)

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn (không có nước) thì bể sẽ đầy trong 1 giờ 20 phút. Nếu mở vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu ?

DẠNG 3. LOẠI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

Phương pháp giải :

- Toán chuyển động có ba đại lượng tham gia vào là: vận tốc, thời gian, quãng đường.
- Gọi v là vận tốc, t là thời gian đi được, s là quãng đường đi được, ta có: $S = vt$.

Ví dụ 6. (Bài 30, tr. 22 SGK)

Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A .

Ví dụ 7 (Bài 37, tr. 24 SGK)

Hai vật chuyển động đều trên một đường tròn đường kính 20cm , xuất phát cùng một lúc, từ cùng một điểm. Nếu chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây chúng lại gặp nhau. Nếu chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây chúng lại gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi vật.

DẠNG 4. CÁC DẠNG KHÁC

Ví dụ 8. (Bài 29, tr. 22 SGK)

Giải bài toán cổ sau :

Quýt, cam mười bảy quả tươi
Đem chia cho một trăm người cùng vui.
Chia ba mỗi quả quýt rồi
Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.
Trăm người, trăm miếng ngọt lành.
Quýt, cam mỗi loại tính rành là bao ?

Ví dụ 9. (Bài 31, tr. 23 SGK)

Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng thêm 36cm^2 , và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác giảm đi 26cm^2 .

Nhà Lan có một mảnh vườn trồng rau cải bắp. Vườn được đánh thành nhiều luống, mỗi luống trồng cùng một số cây cải bắp. Lan tính rằng: Nếu tăng thêm 8 luống rau, nhưng mỗi luống trồng ít đi 3 cây thì số cây toàn vườn ít đi 54 cây. Nếu giảm đi 4 luống, nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số rau toàn vườn sẽ tăng thêm 32 cây. Hỏi vườn nhà Lan trồng bao nhiêu cây rau cải bắp? (Số cây trong các luống như nhau).

Ví dụ 11. (Bài 35, tr. 24 SGK)

(Bài toán cổ Ấn Độ). Số tiền mua 9 quả thanh yên và 8 quả táo rừng thơm là 107 rupi. Số tiền mua 7 quả thanh yên và 7 quả táo rừng thơm là 91 rupi. Hỏi giá mỗi quả thanh yên và mỗi quả táo là bao nhiêu rupi ?

Ví dụ 12. (Bài 36, tr. 24 SGK)

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu *):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	*	15	*

Em hãy tìm lại các số trong số đó.

Ví dụ 13. (Bài 39, tr. 25 SGK)

Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng ?

C. LUYỆN TẬP

Bài 6.1(Dạng 1). Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Bài 6.2(Dạng 1). Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4,

nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số giảm đi 99 đơn vị.

Bài 6.3(Dạng 2). Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Nếu vòi I chảy trong 4 giờ, vòi II chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian để mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 6.4(Dạng 3). Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B với một vận tốc đã định. Nếu vận tốc tăng thêm 20km/h thì thời gian đi được sẽ giảm 1 giờ, nếu vận tốc giảm bớt 10km/h thì thời gian đi tăng thêm 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô.

Bài 6.5(Dạng 3). Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau 85km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi

dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9km/h và vận tốc dòng nước là 3km/h (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Bài 6.6(Dạng 3). Đoạn đường AB dài 200 km . Cùng lúc một xe máy đi từ A và một ô tô đi từ B , xe máy và ô tô gặp nhau tại C cách A 120 km . Nếu xe máy khởi hành sau ô tô 1 giờ thì gặp nhau tại D cách C 24 km . Tính vận tốc của ô tô và xe máy.

Bài 6.7(Dạng 1). Tìm số có ba chữ số chia hết cho 11, biết rằng khi chia số đó cho 11 được thương bằng tổng các chữ số của số bị chia.

Bài 6.8(Dạng 4). Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 dm và cạnh đáy giảm đi 2 dm thì diện tích của nó tăng thêm 12 dm^2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Bài 6.9(Dạng 4). Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai sẽ bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách của mỗi giá.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y có dạng $ax + by = c$, trong đó a , b và c là các số và $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$.
2. Phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ luôn có vô số nghiệm. Trong mặt phẳng tọa độ, tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng $ax + by = c$.
3. Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế :
 - a) Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.
 - b) Giải phương trình một ẩn vừa có nghiệm rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.
4. Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số :
 - a) Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của chúng cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ là bằng nhau hoặc đối nhau.
 - b) Áp dụng quy tắc cộng đại số để được một hệ phương trình mới, trong đó, một phương trình có hệ số của một trong hai ẩn bằng (tức là phương trình một ẩn).
 - c) Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.
5. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình :

Bước 1: Lập hệ phương trình :

- Chọn hai ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải hệ phương trình nói trên .

Bước 3: Trả lời : kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán và kết luận.

B. GIẢI BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

Bài 40. Giải các hệ phương trình sau và minh họa hình học kết quả tìm được :

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ \frac{2}{5}x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 0,2x + 0,1y = 0,3 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{3}{2}x - y = \frac{1}{2} \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

Bài 41. Giải các hệ phương trình sau :

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} x\sqrt{5} - (1+\sqrt{3})y = 1 \\ (1-\sqrt{3})x + y\sqrt{5} = 1 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{y}{y+1} = \sqrt{2} \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y+1} = -1 \end{cases} \end{array}$$

Bài 42. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = m \\ 4x - m^2y = 2\sqrt{2} \end{cases}$ trong mỗi trường hợp sau :

a) $m = -\sqrt{2}$

b) $m = \sqrt{2}$

c) $m = 1$

Bài 43. Hai người ở địa điểm A và B cách nhau 3,6km, khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều nhau ở một địa điểm cách A là 2km. Nếu cả hai cùng giữ nguyên vận tốc như trường hợp trên, nhưng người đi chậm hơn xuất phát trước người kia 6 phút thì họ sẽ gặp nhau ở chính giữa quãng đường. Tính vận tốc của mỗi người.

Bài 44. Một vật có khối lượng 124g và thể tích 15cm^3 là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng, và bao nhiêu gam kẽm, biết rằng cứ 89g đồng thì có thể tích là 10cm^3 và 7gam kẽm có thể tích là 1cm^3 .

Bài 45. Hai đội xây dựng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Nhưng khi làm chung được 8 ngày thì đội I được điều động đi làm việc khác. Tuy chỉ còn một mình đội II làm việc, do cải tiến cách làm, năng suất của đội II tăng gấp đôi nên họ đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi đội làm một mình thì phải làm trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên ?

Bài 46. Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 720 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 819 tấn thóc. Hỏi mỗi năm, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc ?

C - LUYỆN TẬP

Bài 1. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} |x+1| + |y-1| = 5 \\ |x+1| = 4y-4 \end{cases}$

Bài 2. Xác định a để hệ sau có nghiệm duy nhất (x, y) với $x > 0, y > 0$

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ ax - 3y = 2 \end{cases}$$

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau :

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} \frac{xyz}{x+y} = 2 \\ \frac{xyz}{y+z} = 1\frac{1}{5} \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} x+y+z=10 \\ y+z+t=15 \\ z+t+x=14 \\ t+x+y=12 \end{cases} \end{array}$$

Bài 4. Giải các hệ phương trình sau :

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{9} \\ 7x - 3y + 2z = 37 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x_1 - 1}{9} = \frac{x_2 - 2}{8} = \dots = \frac{x_9 - 9}{1} \\ x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 90 \end{cases}$$

Bài 5. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40phút và đi từ B về A hết 41 phút (vận tốc lên dốc lúc đi và về như nhau, vận tốc xuống dốc lúc đi và về như nhau).

Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

Bài 6. Tuổi hai anh em cộng lại bằng 21. Tuổi anh hiện nay gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

BÀI 1. HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

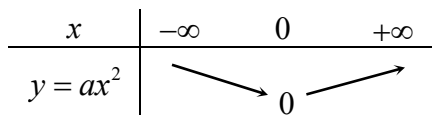
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tập xác định của hàm số

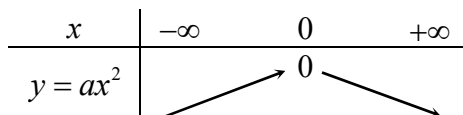
Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

2. Tính chất biến thiên của hàm số

- Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.
- Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$.



$a > 0$



$a < 0$

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. GIÁ TRỊ HÀM SỐ $y = f(x) = ax^2$ ($a \neq 0$) TẠI $x = x_0$

Phương pháp giải

Để tính $f(x_0)$ ta thay $x = x_0$ vào $f(x)$.

Ví dụ 1. (Bài 1, tr. 30 SGK)

Diện tích S của hình tròn được tính bởi công thức $S = \pi R^2$, trong đó R là bán kính của hình tròn.

a) Dùng máy tính bỏ túi, tính các giá trị của S rồi điền vào các ô trống trong bảng sau ($\pi \approx 3,14$, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

R (cm)	0,57	1,37	2,15	4,09
$S = \pi R^2$ (cm ²)				

b) Nếu bán kính tăng gấp 3 lần thì diện tích tăng hay giảm bao nhiêu lần?

c) Tính bán kính của hình tròn, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai, nếu biết diện tích của nó bằng $79,5\text{cm}^2$.

Ví dụ 2. (Bài 2, tr. 31 SGK)

Một vật rơi ở độ cao so với mặt đất là 100 m. Quãng đường chuyển động S (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức: $S = 4t^2$.

a) Sau 1 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét? Tương tự, sau 2 giây?

b) Hỏi sau bao lâu vật này tiếp đất?

Ví dụ 3. (Bài 3, tr. 31 SGK)

Lực F của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỷ lệ thuận với bình phương vận tốc v của gió, tức là $F = av^2$ (a là hằng số). Khi vận tốc gió bằng 2m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 120 N (Niu-ơn)



a) Tính hằng số a .

b) Hỏi khi $v = 10$ m/s thì lực F bằng bao nhiêu?

Cùng câu hỏi này khi $v = 20$ m/s

c) Biết rằng cánh buồm chỉ có thể chịu được một áp lực tối đa là 12000 N, hỏi con thuyền có thể đi được trong gió bão với vận tốc 90 km/h hay không?

C. LUYỆN TẬP

1.1 (Dạng 1) Cho hàm số $y = -3x^2$. Lập bảng tính các giá trị của y ứng với giá trị của x lần lượt bằng: -2 ; -1 ; 0 ; $\frac{1}{3}$; 1 ; 2 .

1.2 Cho hàm số $y = f(x) = x^2$

a) Chứng minh rằng $f(a) - f(-a) = 0$ với mọi a .

b) Tìm $a \in \mathbb{R}$ biết $f(a-1) = 4$.

1.3 Chứng minh rằng hàm số $y = -5x^2$ có các tính chất sau:

a) y đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.

b) y không dương với mọi giá trị của x .

c) nếu $|x|$ gấp n lần thì y gấp n^2 lần.

1.4 Cho hàm số $y = (m+2)x^2$ ($m \neq -2$), Tìm các giá trị của m để:

a) hàm số đồng biến với $x < 0$.

b) có giá trị $y = 4$ khi $x = -1$.

c) hàm số có giá trị lớn nhất là 0.

d) hàm số có giá trị nhỏ nhất là 0.

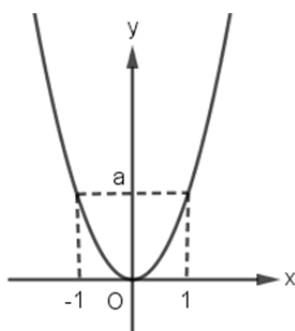
BÀI 2. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

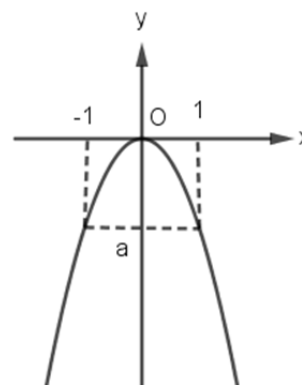
1. Đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục y làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một Parabol với đỉnh O .

Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị.

Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị.



$a > 0$



$a < 0$

2. Vẽ đồ thị. Muốn vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) ta đặt đỉnh tại điểm $O(0;0)$, xác định các điểm $(1; a)$, $(2; 4a)$ và các điểm đối xứng của chúng qua Oy rồi vẽ Parabol đi qua các điểm đó.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = f(x) = ax^2$ ($a \neq 0$)

Phương pháp giải

Lập bảng giá trị tương ứng giữa x và y . Cho x lần lượt bằng: $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3 \dots$ rồi tìm giá trị y tương ứng bằng cách lập bảng.

Điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị $y = ax^2 \Leftrightarrow y_M = ax_M^2$

Ví dụ 1. (Bài 4, tr.36 SGK)

Cho hàm số: $y = \frac{3}{2}x^2$, $y = -\frac{3}{2}x^2$. Điền vào những ô trống của các bảng sau rồi vẽ hai đồ thị trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{3}{2}x^2$					

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{3}{2}x^2$					

Nhận xét về tính đối xứng của hai đồ thị đối với trục Ox .

Ví dụ 2. (Bài 5, tr.37 SGK) Cho hàm số: $y = \frac{1}{2}x^2$; $y = x^2$; $y = 2x^2$.

- Vẽ đồ thị của ba hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm ba điểm A , B , C có cùng hoành độ $x = -1,5$ theo thứ tự nằm trên ba đồ thị. Xác định tung độ tương ứng của chúng.
- Tìm ba điểm A' , B' , C' có cùng hoành độ $x = 1,5$ theo thứ tự nằm trên ba đồ thị. Kiểm tra tính đối xứng của A và A' , B và B' , C và C' .
- Với mỗi hàm số trên, hãy tìm giá trị x điểm hàm số đó có giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 3. (Bài 6, tr.38 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = x^2$.

- Vẽ đồ thị hàm số đó.
- Tính các giá trị $f(-8)$; $f(-1,3)$; $f(-0,75)$; $f(1,5)$.
- Dùng đồ thị để ước lượng các giá trị $(0,5)^2$; $(-1,5)^2$; $(2,5)^2$.
- Dùng đồ thị để ước lượng vị trí các điểm trên trục hoành biểu diễn các số $\sqrt{3}$; $\sqrt{7}$.

Ví dụ 4. (Bài 10, tr.39 SGK)

Cho hàm số $y = -0,75x^2$. Qua đồ thị hàm số đó, hãy cho biết khi x tăng từ -2 đến 4 thì giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của y là bao nhiêu?

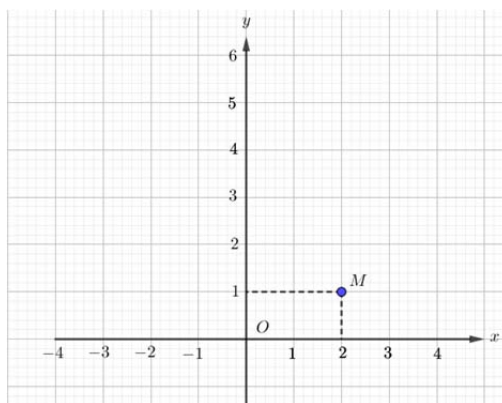
DẠNG 2. XÁC ĐỊNH HỆ SỐ a CỦA HÀM SỐ $y = f(x) = ax^2$ ($a \neq 0$)

Phương pháp giải

Ví dụ 5. (Bài 7, tr.38 SGK)

Trên mặt phẳng tọa độ có một điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2$.

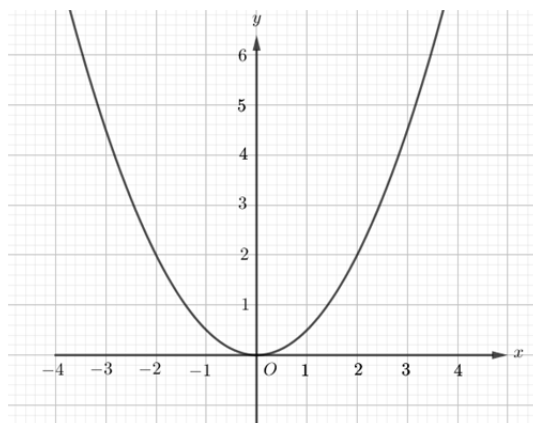
- Tìm hệ số a .
- Điểm $A(4;4)$ có thuộc đồ thị không?
- Hãy tìm thêm hai điểm nữa (không kể điểm O) để vẽ đồ thị.



Ví dụ 6. (Bài 8, tr.38 SGK)

Biết rằng đường cong hình bên là một Parabol $y = ax^2$.

- Tìm hệ số a .
- Tìm tung độ của điểm thuộc Parabol có hoành độ $x = -3$.
- Tìm các điểm thuộc Parabol có tung độ $y = 8$.



DẠNG 3. TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM CỦA PARABOL VÀ ĐƯỜNG THẲNG

Phương pháp giải

- Để tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) ta viết phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$ax^2 = bx + c \quad (1)$$

- Nếu (1) vô nghiệm thì (d) không cắt (P) .

- Nếu (1) có nghiệm thì (d) cắt (P) .

Gọi x_1 là hoành độ giao điểm thì tung độ giao điểm là $y = ax_1^2$ hoặc $y = bx_1 + c$.

Ví dụ 7. (Bài 9, tr. 39 SGK) Cho hai hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ và $y = -x + 6$

a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị đó.

DẠNG 4. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG ĐỒ THỊ

Phương pháp giải

Cho bất phương trình $f(x) < g(x)$ (1)

- Vẽ đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ trên cùng hệ trục tọa độ.

- Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng cách giải phương trình $f(x) = g(x)$.

- Nghiệm của bất phương trình $f(x) < g(x)$ là tập hợp các giá trị x là hình chiếu của phần đồ thị $y = f(x)$ nằm dưới đồ thị $y = g(x)$ lên trục hoành.

Ví dụ 8. Giải bất phương trình sau bằng đồ thị $x^2 < x + 2$

DẠNG 5. BIỆN LUẬN SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẰNG ĐỒ THỊ

Phương pháp giải

Cho phương trình dạng $f(x) = m$ (m là tham số)

- Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ cùng phương với Ox và qua điểm có tọa độ $(0, m)$.

- Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = m$.

Ví dụ 9. Biện luận theo m số nghiệm của phương trình :

a) $-2x^2 = m$

b) $x|x| = m$

C. LUYỆN TẬP

Bài 2.1 (Dạng 1). Cho hàm số $y = -x^2$

a) Vẽ đồ thị của hàm số.

b) Các điểm sau có thuộc đồ thị hay không ?

$$A\left(3; \frac{9}{10}\right); \quad B\left(-5; \frac{5}{2}\right); \quad C(-10; 1)?$$

Bài 2.2 (Dạng 2). Xác định hệ số a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-\sqrt{3}; 9)$. Vẽ đồ thị trong trường hợp này.

Bài 2.3 (Dạng 2). Xác định m để đồ thị hàm số $y = (m^2 - 2)x^2$ đi qua điểm $A(1; 2)$. Với m tìm được, đồ thị hàm số có đi qua điểm $B(2; 9)$ không?

Bài 2.4 (Dạng 2). Cho parabol $y = \frac{1}{4}x^2$. Xác định m để các điểm sau nằm trên parabol:

$$a) \quad A(\sqrt{2}; m) \qquad b) \quad B(-\sqrt{2}; m) \qquad c) \quad C\left(m; \frac{3}{4}\right)$$

Bài 2.5 (Dạng 2). a) Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc O và điểm $M(2; 4)$.

b) Viết phương trình parabol dạng $y = ax^2$ và đi qua $M(2; 4)$.

c) Vẽ parabol và đường thẳng trên cùng hệ trục tọa độ và tìm tọa độ giao điểm của chúng.

Bài 2.6 (Dạng 4). Trên cùng một hệ trục tọa độ, vẽ đồ thị các hàm số $y = f(x) = x^2$ và $y = g(x) = \frac{1}{2}x$.

Dựa vào đồ thị hãy giải các bất phương trình:

$$a) \quad f(x) < g(x) \qquad b) \quad f(x) \geq g(x).$$

Bài 2.7 (Dạng 3).

a) Xác định a để đồ thị hàm số đi qua $A(-1; 2)$

b) Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm

c) Tìm các điểm trên đồ thị có tung độ bằng 4

d) Tìm tọa độ các điểm trên đồ thị và cách đều hai trục tọa độ.

Bài 2.8 (Dạng 5). Dựa vào đồ thị hãy biện luận theo m số nghiệm của phương trình $2x^2 + 1 = m$

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa :

Phương trình bậc hai một ẩn (nói gọn là phương trình bậc hai) là phương trình có dạng

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

trong đó x là ẩn : a, b, c là những số cho trước gọi là các hệ số và $a \neq 0$

2. Ta có thể giải phương trình bậc hai bằng cách đặt nhân tử chung để đưa nó về phương trình tích.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH CÁC HỆ SỐ A, B, C CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương pháp giải

- Khai triển rồi đưa các số hạng về về trái, về phải bằng 0.
- Xác định các hệ số a, b, c của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$

Ví dụ 1. (Bài 11, tr. 42 SGK)

Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ chỉ rõ các hệ số a, b, c

a) $5x^2 + 2x = 4 - x$;

b) $\frac{3}{5}x^2 + 2x - 7 = 3x + \frac{1}{2}$.

c) $2x^2 + x - \sqrt{3} = \sqrt{3}x + 1$

d) $2x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$, m là một hằng số

DẠNG 2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương pháp giải

- Đưa phương trình về dạng tích hoặc áp dụng : $a^2 = b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$

Ví dụ 2. (Bài 12, tr. 42 SGK) Giải các phương trình sau :

a) $x^2 - 8 = 0$;

b) $5x^2 - 20 = 0$;

c) $0,4x^2 + 1 = 0$;

d) $2x^2 + \sqrt{2}x = 0$ e) $-0.4x^2 + 1.2x = 0$

Ví dụ 3. (Bài 13, tr. 43 SGK) Cho các phương trình :

a) $x^2 + 8x = -2$ b) $x^2 + 2x = \frac{1}{3}$

Hãy cộng vào hai vế của mỗi phương trình cùng một số thích hợp để được một phương trình mà vế trái thành một bình phương.

Ví dụ 4. (Bài 14, tr. 43 SGK) Hãy giải phương trình : $2x^2 + 5x + 2 = 0$ theo các bước như ví dụ 3 trong bài học.

C. LUYỆN TẬP

Bài 3.1 (Dạng 1). Viết các phương trình sau dưới dạng : $ax^2 + bx + c = 0$ rồi xác định các hệ số a, b, c .

a) $x^2 + 4x^2 = 4 - m^2$ b) $x^2 + p(x - 1) = 1 - p$ c) $x^2\sqrt{2} + x - 2 = -x\sqrt{2}$

Bài 3.2 (Dạng 2). Giải các phương trình:

a) $4x^2 - 9 = 0$ b) $2x^2 + 5 = 0$ c) $3x^2 - 6x = 0$

Bài 3.3 (Dạng 2). Giải các phương trình sau bằng cách đưa về dạng tích hoặc dạng $a(x + m)^2 = n$

a) $x^2 - 4x - 12 = 0$ b) $4x^2 - 4x - 3 = 0$

c) $x^2 - x - 2 = 0$ d) $x^2 - 3x - 10 = 0$

Bài 3.4 (Dạng 2). Giải các phương trình sau bằng cách áp dụng $a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = \pm b$

a) $x^2 + 2x + 1 - 4(x^2 - 2x + 1) = 0$ b) $2x^2 - 3(2x - 3)^2 = 0$

c) $9(x - 2)^2 - 4(x - 1)^2 = 0$ d) $x^2 - 6x + 7 = 0$

Bài 3.5 (Dạng 2). Giải phương trình sau :

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$ b) $x^2 + 6x - 16 = 0$

c) $2x^2 - 6x + 1 = 0$ d) $x^2 - 6x + 7 = 0$

Bài 3.5 (Dạng 2). Giải phương trình sau :

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

b) $x^2 + 6x - 16 = 0$

c) $2x^2 - 6x + 1 = 0$

d) $7x^2 + 12x + 5 = 0$

Bài 3.6 (Dạng 2). Xác định hệ số c trong phương trình $x^2 - 6x + c = 0$ để phương trình có một nghiệm là 5. Giải phương trình đó.

BÀI 4 & BÀI 5. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai

Đối với phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$:

- Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ và } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

2. Công thức nghiệm thu gọn.

Đối với phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và $b = 2b'$ và $\Delta' = b'^2 - ac$

- Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} \text{ và } x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

- Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$

- Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương pháp giải

- Xác định a, b, c của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)
- Tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ (hay $\Delta' = b'^2 - ac$)
- Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có một nghiệm (nghiệm kép).
- Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Ví dụ 1. (Bài 15, tr.45 SGK)

Không giải phương trình, hãy xác định các hệ số a, b, c , tính biệt thức Δ và xác định số nghiệm của mỗi phương trình sau :

a) $7x^2 - 2x + 3 = 0$;

b) $5x^2 + 2\sqrt{10}x + 2 = 0$

c) $\frac{1}{2}x^2 + 7x + \frac{2}{3} = 0$

d) $1,7x^2 - 1,2x - 2,1 = 0$

Ví dụ 2. (Bài 22, tr. 49 SGK)

Không giải phương trình, hãy cho biết mỗi phương trình sau có bao nhiêu nghiệm:

a) $15x^2 + 4x - 2005 = 0$;

b) $\frac{-19}{5}x^2 - \sqrt{7}x + 1890 = 0$;

DẠNG 2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương pháp giải

- Xác định các hệ số a, b, c của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.
- Tính Δ (hoặc Δ').
- Áp dụng công thức nghiệm hoặc công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai.

Ví dụ 3. (Bài 16, tr. 45 SGK)

Dùng công thức nghiệm của phương trình bậc hai để giải các phương trình sau:

a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$; b) $6x^2 + x + 5 = 0$;

c) $6x^2 + x - 5 = 0$; d) $3x^2 + 5x + 2 = 0$;

e) $y^2 - 8y + 16 = 0$; f) $16z^2 + 24z + 9 = 0$.

Ví dụ 4. (Bài 17, tr. 49 SGK)

Xác định a, b, c rồi dùng công thức nghiệm thu gọn giải các phương trình

a) $4x^2 + 4x + 1 = 0$; b) $1385x^2 - 14x + 1 = 0$;

c) $5x^2 - 6x + 1 = 0$; d) $-3x^2 + 4\sqrt{6}x + 4 = 0$.

Ví dụ 5. (Bài 18, tr. 49 SGK)

Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ rồi dùng công thức nghiệm thu gọn

Để tìm giá trị gần đúng (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai) nghiệm của các

phương trình:

a) $3x^2 - 2x = x^2 + 3$; b) $(2x - \sqrt{2})^2 - 1 = (x+1)(x-1)$;

c) $3x^2 + 3 = 2(x+1)$; d) $0,5x(x+1) = (x-1)^2$.

Ví dụ 6. (Bài 20, tr. 49 SGK)

Giải các phương trình :

a) $25x^2 - 16 = 0$; b) $2x^2 + 3 = 0$;

c) $4,2x^2 + 5,46x = 0$; d) $4x^2 - 2\sqrt{3}x = 1 - \sqrt{3}$.

Ví dụ 7. (Bài 21, tr. 49 SGK)

Giải vài phương trình của An Khô-va-ri-zmi (Xem Toán 7, Tập 2, tr.26):

a) $x^2 = 12x + 228$; b) $\frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{12} = 19$.

Vậy $S = \{-19; 12\}$

DẠNG 3: CÁC BÀI TOÁN CÓ LIÊN QUAN ĐẾN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Ví dụ 8. (Bài 19, tr. 49 SGK)

Đố. Đố em biết vì sao khi $a > 0$ và phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm thì

$ax^2 + bx + c > 0$ với mọi giá trị của x ?

Ví dụ 9. (Bài 23, tr. 50 SGK)

Rađa của một máy bay trực thăng theo dõi chuyển động của một ô tô trong 10 phút, phát hiện rằng vận tốc v của ô tô thay đổi phụ thuộc vào thời gian bởi công thức :

$$v = 3t^2 - 30t + 135$$

(t tính bằng phút, v tính bằng km/h).

a) Tính vận tốc của ô tô khi $t = 5$ phút.

b) Tính giá trị của t khi vận tốc ô tô bằng 120 km/h (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Ví dụ 10. (Bài 24, tr. 50 SGK)

Cho phương trình (ẩn x) $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$

a) Tính Δ'

b) Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt? Có nghiệm kép? Vô nghiệm.

DẠNG 4: GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $ax^2 + bx + c = 0$

Phương pháp giải

- Với $a = 0$: Phương trình trở thành bậc nhất $bx + c = 0$
 - Nếu $b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm $x = -\frac{c}{b}$
 - Nếu $b = 0$ và $c \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm;
 - Nếu $b = 0$ và $c = 0$ thì phương trình có vô số nghiệm.
- Với $a \neq 0$: Phương trình trở thành phương trình bậc hai có biệt thức :

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (\text{hay } \Delta = b'^2 - ac)$$
 - Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm;
 - Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$
 - Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Ví dụ 11. Giải và biện luận phương trình : $(m-2)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$

DẠNG 5: HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA HAI ẨN x VÀ y GỒM MỘT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ MỘT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương pháp giải

- Từ phương trình bậc nhất của hệ tìm theo y và x .
- Thay biểu thức y và x ở trên vào phương trình bậc hai của hệ ta được phương trình bậc hai đối với x .
- Giải phương trình tìm x , sau đó thay vào biểu thức của y để tìm y .

Ví dụ 12. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 & (1) \\ y + x^2 = 4x & (2) \end{cases}$$

Ví dụ 13. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

Định a để :

- Hệ vô nghiệm;
- Hệ có nghiệm duy nhất;
- Hệ có hai nghiệm phân biệt.

DẠNG 6. ĐỊNH THAM SỐ ĐỂ HAI PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM CHUNG

Phương pháp giải:

- Giả sử x_0 là nghiệm chung của hai phương trình. Thay $x = x_0$ vào hai phương trình ta được hệ với ẩn là các tham số.
- Giải hệ tìm tham số.
- Thử lại với tham số vừa tìm, hai phương trình có nghiệm chung hay không.

Ví dụ 14: Cho hai phương trình: $x^2 + x + a = 0$ và $x^2 + ax + 1 = 0$.

- Định a để hai phương trình trên có nghiệm chung ;
- Định a để hai phương trình trên tương đương.

DẠNG 7. PHƯƠNG TRÌNH CÓ HAI ẨN SỐ

Phương pháp giải

Trong một phương trình có hai ẩn số, ta xem một ẩn là tham số rồi giải phương trình ấy theo ẩn còn lại. Phương pháp giải này được gọi là phương pháp “Đặt tham số mới”

Ví dụ 15 . Chứng minh rằng chỉ có một cặp số duy nhất (x, y) thỏa phương trình

$$x^2 - 4x + y - 6\sqrt{y} + 13 = 0 \quad (1)$$

Ví dụ 16: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + y^2 = 2 & (1) \\ x^2 + xy + y^2 - y = 0 & (2) \end{cases}$$

C. LUYỆN TẬP

Bài 5.1(Dạng 2). Giải các phương trình sau:

- $3x^2 - 5x - 8 = 0$;
- $5x^2 - \frac{10}{7}x + \frac{5}{49} = 0$;
- $5x^2 - 3x + 15 = 0$;
- $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Bài 5.2(Dạng 2). Giải các phương trình sau:

- $3x^2 + 7x + 2 = 0$;
- $\frac{x^2}{3} + \frac{4x}{5} - \frac{1}{12} = 0$;
- $(5 - \sqrt{2})x^2 - 10x + 5 + \sqrt{2} = 0$;
- $(x - 1)(x + 2) = 70$.

Bài 5.3(Dạng 3). Với giá trị nào của m thì phương trình sau có nghiệm:

$$9x^2 - 6mx + m(m - 2) = 0.$$

Bài 5.4(Dạng 3). Tìm m để phương trình sau có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó:

- $2x^2 - 10x + m - 1 = 0$
- $5x^2 - 12x + m - 3 = 0$

Bài 5.5(Dạng 3). Xác định m để phương trình sau vô nghiệm

a) $3x^2 - 4x + 2m = 0$

b) $m^2x^2 + mx + 5 = 0$

Bài 5.6(Dạng 2). Chứng minh rằng phương trình $(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$ luôn có nghiệm với mọi a, b, c

Bài 5.7(Dạng 3). Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác, chứng minh phương trình sau vô nghiệm:
 $b^2x^2 - (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 = 0$.

Bài 5.8(Dạng 3). Xác định m để phương trình sau có đúng một nghiệm:
 $(m-2)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$.

Bài 5.9(Dạng 4). Giải và biện luận các phương trình:

a) $x^2 + (1-m)x - m = 0$;

b) $(m-3)x^2 - 2mx + m - 6 = 0$.

Bài 5.10 (Dạng 5). Giải các hệ phương trình:

a)
$$\begin{cases} 3x - 4y + 1 = 0 \\ xy = 3(x+y) - 9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ xy + x + y + 6 = 0. \end{cases}$$

Bài 5.11 (Dạng 5). Giải và biện luận hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 - y^2 + 2x = 2 \end{cases}$$

Bài 5.12 (Dạng 6). Chứng minh rằng nếu hai phương trình:

$$x^2 + ax + b = 0 \text{ và } x^2 + cx + d = 0, \text{ có nghiệm chung thì } (b-d)^2 + (a-c)(ad-bc) = 0.$$

Bài 5.13 (Dạng 6). Xác định m để hai phương trình sau có nghiệm chung:

$$x^2 + mx + 2 = 0 \text{ và } x^2 + 2x + m = 0.$$

Bài 5.14 (Dạng 3). Cho $ac \geq 2(b+d)$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai phương trình

$$x^2 + ax + b = 0; x^2 + cx + d = 0 \text{ có nghiệm.}$$

Bài 5.15 (Dạng 7). Giải phương trình: $y^4 + 4x^2y - 11y^2 + 4xy - 8y + 8x^2 - 40x + 52 = 0$.

Bài 5.16 (Dạng 7). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 10x^2 + 5y^2 - 2xy - 38x - 6y + 41 = 0. \\ 3x^2 - 2y^2 + 5xy - 17x - 6y + 20 = 0. \end{cases}$$

Bài 5.17 (Dạng 7). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^4 + y^2 = \frac{698}{81} \\ x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y + 4 = 0 \end{cases}$$

BÀI 6. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý Vi-ét

Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

2. Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng.

Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình

$$X^2 - SX + P = 0.$$

Điều kiện để có hai số đó là: $S^2 - 4P \geq 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. KHÔNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH, TÍNH TỔNG VÀ TÍCH CÁC NGHIỆM SỐ

Phương pháp giải

- Tính Δ và chứng tỏ $\Delta \geq 0$ để phương trình có nghiệm.
- Áp dụng định lý Vi-ét:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Ví dụ 1. (Bài 25, tr. 52 SGK)

Đối với mỗi phương trình sau, kí hiệu x_1 và x_2 là hai nghiệm (nếu có).

Không giải phương trình, hãy điền vào những chỗ trống (...):

a) $2x^2 - 17x + 1 = 0$; $\Delta = \dots$; $x_1 + x_2 = \dots$; $x_1 x_2 = \dots$;

b) $5x^2 - x - 35 = 0$; $\Delta = \dots$; $x_1 + x_2 = \dots$; $x_1 x_2 = \dots$;

c) $8x^2 - x + 1 = 0$; $\Delta = \dots$; $x_1 + x_2 = \dots$; $x_1 x_2 = \dots$;

d) $25x^2 + 10x + 1 = 0$; $\Delta = \dots$; $x_1 + x_2 = \dots$; $x_1 x_2 = \dots$.

Ví dụ 2. (Bài 29, tr. 54 SGK)

Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích các nghiệm (nếu có) của mỗi phương trình sau:

a) $4x^2 + 2x - 5 = 0$; b) $9x^2 - 12x + 4 = 0$;

c) $5x^2 + x + 2 = 0$; d) $159x^2 - 2x - 1 = 0$.

Ví dụ 3. (Bài 30, tr. 54 SGK)

Tìm giá trị của m để phương trình có nghiệm, rồi tính tổng và tích các nghiệm theo m .

a) $x^2 - 2x + m = 0$;

b) $x^2 + 2(m - 1)x + m^2 = 0$.

DẠNG 2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẰNG CÁCH NHẢM NGHIỆM

Phương pháp giải

- Áp dụng định lý Vi-ét:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

- Nhắm: $S = x_1 + x_2 = m + n$; $P = x_1 \cdot x_2 = m \cdot n$. thì phương trình có nghiệm $x_1 = m$; $x_2 = n$.
- Nếu $a + b + c = 0$ thì $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a}$.
- Nếu $a - b + c = 0$ thì $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{c}{a}$.

Ví dụ 4. (Bài 26, tr. 52 SGK)

Dùng điều kiện $a + b + c = 0$ hoặc $a - b + c = 0$ để tính nhằm nghiệm của mỗi phương trình sau:

a) $35x^2 - 37x + 2 = 0$;

b) $7x^2 + 500x - 507 = 0$;

c) $x^2 - 49x - 50 = 0$;

d) $4321x^2 + 21x - 4300 = 0$

Ví dụ 5. (Bài 27, tr. 53 SGK)

Dùng hệ thức Vi-ét để tính nhằm các nghiệm của phương trình.

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

b) $x^2 + 7x + 12 = 0$.

Ví dụ 6. (Bài 30, tr. 54 SGK)

Tính nhằm nghiệm của các phương trình:

a) $1,5x^2 - 1,6x + 0,1 = 0$

b) $\sqrt{3}x^2 - (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$

c) $(2 - \sqrt{3})x^2 + 2\sqrt{3}x - (2 + \sqrt{3}) = 0$;

d) $(m - 1)x^2 - (2m + 3)x + m + 4 = 0$ với $m \neq 1$.

DẠNG 3. TÌM HAI SỐ KHI BIẾT TỔNG VÀ TÍCH CỦA CHÚNG.

Phương pháp giải

- Từ hệ thức cho trước của x, y tìm tổng $S = x + y$, tích $P = x \cdot y$.
- x, y là hai nghiệm của phương trình $X^2 - SX + P = 0$.

Ví dụ 7. (Bài 28, tr. 53 SGK)

Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau:

a) $u + v = 32, u.v = 231$; b) $u + v = -8; u.v = -105$;

c) $u + v = 2; u.v = 9$.

Ví dụ 8. (Bài 32, tr. 54 SGK)

Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau:

a) $u + v = 42, u.v = 441$

b) $u + v = -42; u.v = -400$

c) $u - v = 5; u.v = 24$

Dạng 4. PHÂN TÍCH $ax^2 + bx + c$ THÀNH NHÂN TỬ

Phương pháp giải

Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thì $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Ví dụ 9. (Bài 33, tr.54 SGK)

Chúng ta chứng tỏ rằng nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm x_1 và x_2 thì tam thức $ax^2 + bx + c$ phân tích thành nhân tử như sau: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Áp dụng: Phân tích đa thức sau thành nhân tử.

a) $2x^2 - 5x + 3$;

b) $3x^2 + 8x + 2$.

DẠNG 5. LẬP PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI KHI BIẾT HAI NGHIỆM CỦA NÓ

Phương pháp giải

- Tính tổng hai nghiệm $S = x_1 + x_2$ và tích hai nghiệm $P = x_1 x_2$.
- Phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ là $X^2 - SX + P = 0$.

Ví dụ 10. Lập phương trình bậc hai có các nghiệm là cặp số sau:

a) 7 và 3 ;

b) $1 + \sqrt{2}$ và $1 - \sqrt{2}$.

Ví dụ 11.

a) Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{1}{10 - \sqrt{72}}$ và $\frac{1}{10 + 6\sqrt{2}}$.

b) Lập phương trình bậc hai có hệ số nguyên và có một nghiệm là $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$.

DẠNG 6. DẤU NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương pháp giải

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$

* Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow P < 0$.

* Phương trình có hai nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$

* Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

* Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$

Ví dụ 12. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$ (1)

Định m để phương trình:

- a) Có hai nghiệm trái dấu;
- b) Có hai nghiệm dương phân biệt
- c) Có đúng một nghiệm dương.

DẠNG 7. XÁC ĐỊNH THAM SỐ ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CÓ NGHIỆM THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Phương pháp giải

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$

* Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow P < 0$.

* Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm $\Delta \geq 0$.

* Từ hệ thức đã cho và hệ thức Vi-ét giải hệ đối với nghiệm x_1, x_2 rồi thay vào phương trình thứ ba của hệ để tìm tham số m ;

* Kiểm tra lại m có thỏa điều kiện có nghiệm không rồi kết luận.

Ví dụ 13: Xác định m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $3x_1 + 2x_2 = 1$.

DẠNG 8. BIỂU THỨC ĐỐI XỨNG GIỮA CÁC NGHIỆM x_1, x_2 CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương pháp giải

* Biểu thức x_1, x_2 gọi là đối xứng nếu ta thay x_1 bởi x_2 và x_2 bởi x_1 thì biểu thức không đổi.

* Biểu diễn biểu thức đối xứng qua S và P (tổng và tích các nghiệm số)

Chẳng hạn

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2P$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = S^3 - 3PS$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{S}{P}; \quad \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{S^2 - 2P}{P}$$

* Từ hệ thức Vi-ét tính S và P rồi thay vào biểu thức đối xứng.

Ví dụ 14. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình : $x^2 + mx + 1 = 0$. Tính giá trị các biểu thức sau :

a) $x_1^3 + x_2^3$;

b) $\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2}$.

Ví dụ 15. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm phương trình : $x^2 + 2mx + 4 = 0$.

Xác định m sao cho $x_1^4 + x_2^4 \leq 32$.

DẠNG 9. TÌM HỆ THỨC GIỮA CÁC NGHIỆM x_1, x_2 CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI KHÔNG PHỤ THUỘC THAM SỐ

Phương pháp giải

- Điều kiện để phương trình bậc hai có nghiệm : $\Delta \geq 0$;
- Từ hệ thức Vi-ét tìm S, P theo tham số m ;
- Khử tham số m từ S, P để có hệ thức giữa S, P (tức là hệ thức giữa x_1, x_2) Không phụ thuộc tham số m .

Ví dụ 16. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình : $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 1 = 0$

Tìm hệ thức giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m .

DẠNG 10. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG HAI ẨN

Phương pháp giải

- Hệ gọi là đối xứng hai ẩn x, y nếu hệ không thay đổi khi thay x bởi y, y bởi x .
- Cách giải :

Đặt $S = x + y$, $P = x.y$.

Đưa hệ đã cho về hệ mới với hai ẩn S, P . Chú ý đến các biểu thức đối xứng x, y (dạng 8).

Giải tìm S, P . Khi đó x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - SX + P = 0$

- Nếu (x, y) là nghiệm thì (y, x) cũng là nghiệm.

Ví dụ 17. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

C. LUYỆN TẬP

Bài 6.1 (Dạng 2). Dùng định lí Vi-ét để nhằm nghiệm các phương trình sau:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $x^2 - 10x + 16 = 0$; | d) $x^2 - 7x + 10 = 0$; |
| b) $x^2 - 15x + 50 = 0$; | e) $x^2 - 3x - 4 = 0$; |
| c) $x^2 - 6x + 5 = 0$; | g) $x^2 - x - 20 = 0$; |

Bài 6.2 (Dạng 2). Dùng điều kiện $a + b + c = 0$ hoặc $a - b + c = 0$ để tính nhằm nghiệm của mỗi phương trình sau:

- a) $(m+1)x^2 + 3mx + 2m - 1 = 0$ ($m \neq -1$).
- b) $(2m-1)x^2 - mx - m - 1 = 0$ ($m \neq \frac{1}{2}$).

Bài 6.3 (Dạng 5). Lập các phương trình bậc hai có nghiệm là các cặp số sau :

- | | | |
|---------------------------------------|---|-------------------------|
| a) 10 và 8 ; | b) 10 và -8 ; | c) 3 và $\frac{1}{4}$; |
| d) $-\frac{3}{4}$ và $-\frac{2}{3}$; | e) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và $\sqrt{2} - \sqrt{3}$; | |

Bài 6.4 (Dạng 2). Phương trình $3x^2 + 7x + m = 0$ có một trong các nghiệm bằng 1. Xác định số m và tìm nghiệm còn lại.

Bài 6.5 (Dạng 2).

- a) Phương trình $0,1x^2 - x + k = 0$ có một trong các nghiệm bằng -1. Xác định số k và tìm nghiệm còn lại.
- b) Phương trình $15x^2 + bx - 1 = 0$ có một trong các nghiệm bằng $\frac{1}{3}$. Xác định số b và tìm nghiệm còn lại.

Bài 6.6 (Dạng 8). Cho phương trình : $x^2 + (m+1)x + m = 0$ (1)

- a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm. Tìm nghiệm của (1) ;
- b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất nếu x_1, x_2 là các nghiệm của (1).

Bài 6.7 (Dạng 7). Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$.

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $3x_1 - 4x_2 = 11$;
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm đều âm ;
- c) Tìm một hệ thức giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m .

Bài 6.8 (Dạng 7). Xác định K để phương trình sau có nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 = 2x_2$.

- a) $x^2 + 6x + K = 0$;
- b) $x^2 + Kx + 8 = 0$.

Bài 6.9 (Dạng 7). Xác định K để phương trình $x^2 + 2x + K = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa một trong các điều kiện sau:

- a) $x_1^2 - x_2^2 = 12$;
- b) $x_1^2 + x_2^2 = 1$.

Bài 6.10 (Dạng 9). Giả sử x_1, x_2 là nghiệm phương trình : $x^2 - (m-3)x + 2m+1 = 0$. Tìm hệ thức giữa x_1, x_2 không phụ thuộc m .

Bài 6.11 (Dạng 6). Cho phương trình : $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$.

- a) Định m để phương trình có hai nghiệm trái dấu ;
- b) Định m để phương trình có đúng một nghiệm âm ;
- c) Định m để phương trình có một nghiệm bằng 0. Tìm nghiệm còn lại ;
- d) Tìm hệ thức giữa các nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc m ;
- e) Định m để phương trình có hai nghiệm thỏa : $x_1^2 + x_2^2 = 8$.

Bài 6.12 (Dạng 6). Cho phương trình : $(m-4)x^2 - 2(m-2)x + m-1 = 0$. Định m để phương trình có hai nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

BÀI 7. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình trùng phương : $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$).

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$) ta được phương trình bậc hai $at^2 + bt + c = 0$.

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức.

Thực hiện các bước sau :

Bước 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình ;

Bước 2. Quy đồng mẫu thức hai vế rồi khử mẫu thức ;

Bước 3. Giải phương trình vừa nhận được ;

Bước 4. Trong các giá trị tìm được của ẩn, loại các giá trị không thỏa mãn điều kiện xác định, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định là nghiệm của phương trình đã cho.

3. Phương trình tích :

- Phân tích vế trái thành nhân tử, vế phải bằng 0.

- Giải phương trình tích.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)

Phương pháp giải:

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$) đưa về phương trình bậc hai: $at^2 + bt + c = 0$

Ví dụ 1. (Bài 34, tr. 56 SGK) Giải các phương trình trùng phương:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; b) $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$; c) $3x^4 + 10x^2 + 3 = 0$

Ví dụ 2. (Bài 37, tr. 56 SGK) Giải các phương trình trùng phương:

a) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$; b) $5x^4 + 2x^2 - 16 = 10 - x^2$;

c) $0,3x^4 + 1,8x^2 + 1,5 = 0$ d) $2x^2 + 1 = \frac{1}{x^2} - 4$.

DẠNG 2: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU THỨC

Phương pháp giải

Xem phần tóm tắt lý thuyết.

Ví dụ 3. (Bài 35, tr. 56 SGK) Giải các phương trình

Giao viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

$$a) \frac{(x+3)(x-3)}{3} + 2 = x(1-x);$$

$$b) \frac{x+2}{x-5} + 3 = \frac{6}{2-x};$$

$$c) \frac{4}{x+1} = \frac{-x^2 - x + 2}{(x+1)(x+2)}.$$

Ví dụ 4. (Bài 38, tr. 56 SGK) Giải các phương trình

$$a) (x-3)^2 + (x+4)^2 = 23 - 3x;$$

$$b) x^3 + 2x^2 - (x-3)^2 = (x-1)(x^2 - 2);$$

$$c) (x-1)^3 + 0,5x^2 = x(x^2 + 1,5);$$

$$d) \frac{x(x-7)}{3} - 1 = \frac{x}{2} - \frac{x-4}{3};$$

$$e) \frac{14}{x^2 - 9} = 1 - \frac{1}{3-x};$$

$$f) \frac{2x}{x+1} = \frac{x^2 - x + 8}{(x+1)(x-4)}.$$

DẠNG 3: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA VỀ DẠNG TÍCH

Phương pháp giải

$$A.B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

Ví dụ 5. (Bài 36, tr. 56 SGK) Giải các phương trình:

$$a) (3x^2 - 5x + 1)(x^2 - 4) = 0 ;$$

$$b) (2x^2 + x - 4)^2 - (2x - 1)^2 = 0.$$

Ví dụ 6. (Bài 39, tr. 57 SGK) Giải các phương trình bằng cách đưa về phương trình tích.

$$a) (3x^2 - 7x - 10) - [2x^2 + 1(1 - \sqrt{5})x + \sqrt{5} - 3] = 0 ;$$

$$b) x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0 ;$$

$$c) (x^2 - 1)^2 (0,6x + 1) = 0,6x^2 + x ;$$

$$d) (x^2 + 2x - 5)^2 = (x^2 - x + 5)^2.$$

DẠNG 4: PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Phương pháp giải

- Đặt điều kiện để phương trình xác định (nếu có).
- Đặt ẩn phụ và giải phương trình theo ẩn mới.
- Trở về ẩn ban đầu và xác định tập nghiệm.

Ví dụ 7. (Bài 40, tr. 57 SGK) Giải các phương trình bằng cách đặt ẩn phụ.

a) $3(x^2 + x)^2 - 2(x^2 + x) - 1 = 0;$

b) $(2x^2 - 4x + 2)^2 + 2x^2 - 4x - 4 = 0;$

c) $x - \sqrt{x} = 5\sqrt{x} + 7;$

d) $\frac{x}{x+1} - 10 \cdot \frac{x+1}{x} = 3.$

Hướng dẫn. a) Đặt $t = x^2 + x$ ta có phương trình $3t^2 - 2t - 1 = 0$. Giải phương trình này, ta tìm được hai giá trị của t . Thay mỗi giá trị của t vừa tìm được vào đẳng thức $t = x^2 + x$, ta được một phương trình ẩn x . Giải mỗi phương trình này ta sẽ tìm được giá trị của x .

DẠNG 5. PHƯƠNG TRÌNH BẬC BA CÓ MỘT NGHIỆM CHO TRƯỚC

Phương pháp giải

Phương trình bậc ba: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có một nghiệm $x = \alpha$

Bằng phép chia đa thức (Hoặc dùng sơ đồ Horner) phân tích vế trái thành: để đưa phương trình về dạng tích:

$$(x - \alpha)(ax^2 + b_1x + c_1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ ax^2 + b_1x + c_1 = 0 \end{cases}$$

Giải phương trình bậc hai $ax^2 + b_1x + c_1 = 0$ ta được các nghiệm khác ngoài nghiệm $x = \alpha$ của phương trình bậc ba.

Sơ đồ Horner:

Chia đa thức $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ cho $x = \alpha$ ta có:

$$P(x) = (x - \alpha)(b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \dots + b_{n-1}) + b_n$$

Sơ đồ xác định b_i :

	a_0	a_1	a_2	...	a_n
α	b_0	b_1	b_2	...	b_n

Với $b_0 = a_0$ và $b_i = \alpha b_{i-1} + a_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$)

Ví dụ 8: Giải các phương trình:

a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ (1)

b) $x^3 - 5x^2 + 7x - 2 = 0$ (2)

Ví dụ 9: Xác định m để phương trình: $x^3 + (2m - 3)x^2 + (m^2 - 2m + 2)x - m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt

DẠNG 6: GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH CÓ ẨN Ở MẪU

Phương pháp giải

- Đặt điều kiện để phương trình có nghĩa
- Quy đồng mẫu thức chung và khử mẫu thức
- Giải và biện luận phương trình bậc hai

Kiểm tra điều kiện và kết luận

Ví dụ 10. Giải và biện luận phương trình: $\frac{2x}{x+m} + \frac{x}{x-m} = \frac{m^2}{4x^2 - 4m^2}$

DẠNG 7 : TÌM THAM SỐ ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG THOẢ MÃN ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM SỐ

Phương pháp giải

- Cho phương trình trùng phương: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)
Đặt $X = x^2$ ($X \geq 0$) ta có phương trình: $aX^2 + bX + c = 0$ (1)
- Phương trình trùng phương có 4 nghiệm phân biệt khi (1) có hai nghiệm dương phân biệt, khi đó giải hệ sau theo m :
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

- Phương trình trùng phương vô nghiệm khi (1) vô nghiệm hoặc (1) có hai nghiệm âm

Phương trình trùng phương có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow P < 0$

Ví dụ 11: Cho phương trình: $x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 = 0$ (1) tìm m để phương trình:

- Có 4 nghiệm phân biệt
- Vô nghiệm

c) Có 3 nghiệm phân biệt

DẠNG 8. PHƯƠNG TRÌNH BẬC BỐN DẠNG $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = m$ VỚI $a+b=c+d$

Phương pháp giải

Phương trình được viết thành:

$$\left[x^2 + (a+b)x + ab \right] \left[x^2 + (c+d)x + cd \right] = m \text{ đặt } t = x^2 + (a+b)x \text{ ta được phương trình bậc hai:}$$
$$(t+ab)(t+cd) = m$$

giải tìm t , từ đó tìm x bằng cách giải phương trình: $x^2 + (a+b)x - t = 0$

Ví dụ 12. Giải phương trình : $(x-1)(x+5)(x-3)(x+7) = 297$.

Ví dụ 13: Cho các số a, b, c, d, m thỏa mãn đk: $a+d=b+c$ và $|ad-bc| < 2m$

Giải phương trình: $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) + m^2 = 0$

DẠNG 9: PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $(x+a)^4 + (x+b)^4 = c$

Phương pháp giải

$$\text{Đặt } t = x + \frac{a+b}{2} \Rightarrow x = t - \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Phương trình trở thành: } \left(t + \frac{a-b}{2} \right)^4 + \left(t - \frac{a-b}{2} \right)^4 = c$$

Khai triển và rút gọn ta được phương trình trùng phương đối với t

$$\text{Chú ý đẳng thức: } (x \pm y)^4 = x^4 \pm 4x^3y + 6x^2y^2 \pm 4xy^3 + y^4$$

Ví dụ 14: Giải phương trình: $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 2$

DẠNG 10: PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $ax^4 + bx^3 + c^2 \pm kbx + k^2a = 0 (ka \neq 0)$

Phương pháp giải:

$x = 0$ không là nghiệm của phương trình. Chia cả hai vế phương trình cho x^2 ta được:

$$a \left(x^2 + \frac{k^2}{x^2} \right) + b \left(x \pm \frac{k}{x} \right) + c = 0$$

$$\text{Đặt } t = x \pm \frac{k}{x} \Rightarrow t^2 = x^2 + \frac{k^2}{x^2} \pm 2k \Rightarrow x^2 + \frac{k^2}{x^2} = t^2 \pm 2k$$

Ta có phương trình bậc hai: $a(t^2 + 2k) + bt + c = 0$

Ví dụ 15: Giải phương trình: $x^4 + 4 = 5x(x^2 - 2)$ (1)

DẠNG 11. PHƯƠNG TRÌNH CÓ CHỨA CĂN THỨC

Phương pháp giải

Áp dụng một trong các phương pháp:

- Đặt ẩn phụ, điều kiện của ẩn phụ
- Đặt điều kiện rồi bình phương hai vế khi hai vế đều dương

Chú ý: Sau khi đã tìm được nghiệm cần phải kiểm tra lại điều kiện để chọn nghiệm thích hợp.

Ví dụ 16. Giải phương trình: $\sqrt{x-5} = x-7$

Ví dụ 19: Giải phương trình : $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

DẠNG 12: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Phương pháp giải

Áp dụng một trong các phương pháp sau:

Đặt ẩn phụ, điều kiện của ẩn phụ

Bỏ giá trị tuyệt đối bằng định nghĩa:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{nếu } x \geq 0 \\ -x & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$$

Chú ý: Chọn nghiệm thích hợp với điều kiện đã được đặt ra trong quy trình giải

Ví dụ 18: Giải phương trình: $x^2 + |x-1| = 2x+1$ (1)

C. LUYỆN TẬP

7.1 (Dạng 1) Giải các phương trình trùng phương sau:

a) $4x^4 + 8x^2 - 12 = 0$ b) $5x^4 - 3x^2 + \frac{7}{16} = 0$ c) $12x^4 - 5x^2 + 30 = 0$ d) $8x^4 - x^2 - 7 = 0$

7.2 (Dạng 2) Giải các phương trình sau:

a) $\frac{2x-5}{x-1} = \frac{3x}{x-2}$ b) $\frac{4x}{x+2} = \frac{x+1}{x-2}$

c) $\frac{2x}{x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{5}{x^2-5x+6}$ d) $\frac{1}{3x^2-27} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{1}{x-3}$

7.3 (Dạng 3) Giải các phương trình sau:

a) $(4x^2 - 25)(2x^2 - 7x - 9) = 0$

b) $(2x^2 - 3)^2 - 4(x - 1)^2 = 0$

c) $2x(3x - 1)^2 - 9x^2 - 1 = 0$

d) $x^3 + 3x^2 + x + 3 = 0$

7.4 (Dạng 5) Xác định m để phương trình bậc ba $6x^3 - 7x^2 - 16x + m = 0$ có một nghiệm là 2. Tìm các nghiệm còn lại

7.5 (Dạng 8,9) Giải các phương trình sau

a) $x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = 0$

b) $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 24$

c) $(x + 1)^4 + (x + 3)^4 = 0$

d) $x^4 + 9 = 5x(x^2 - 3)$

7.6 (Dạng 5) Định m để các phương trình sau có ba nghiệm phân biệt:

$$x^3 - (2m + 1)x^2 + 3(m + 4)x - m - 12 = 0$$

7.7 (Dạng 8) Định m để các phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt:

a) $(x^2 - 1)(x + 3)(x + 5) = m$

b) $x^4 - (2m + 1)x^2 + m^2 = 0$

7.8 (Dạng 11) Giải các phương trình sau

a) $3x^2 - 14|x| - 5 = 0$

b) $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7$

c) $\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 6} = 2$

7.9 (Dạng 10) Giả sử phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có nghiệm. Chứng minh rằng $a^2 \geq 4b - 8$

7.10 Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

7.11 Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 12 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

BÀI 8 GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Bước 1: Lập phương trình

- Chọn ẩn số và nêu điều kiện thích hợp của ẩn số;
- Biểu thị các dữ kiện chưa biết qua ẩn số;
- Lập phương trình biểu thị sự tương quan giữa ẩn số và các dữ kiện đã biết.

Bước 2: Giải phương trình

Bước 3: Đối chiếu nghiệm của phương trình (nếu có) với điều kiện của ẩn số và với đề bài để trả lời.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: TOÁN VỀ QUAN HỆ GIỮA CÁC SỐ

Phương pháp giải

- Tổng hai số x, y là $x + y$
- Tổng bình phương hai số x, y là $x^2 + y^2$

Tổng nghịch đảo của hai số x, y là $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Ví dụ 1. (Bài 41, tr.58 SGK)

Trong lúc học nhóm, bạn Hùng yêu cầu bạn Minh và bạn Lan mỗi người chọn một số sao cho hai số này hơn kém nhau 5 đơn vị và tích của chúng phải bằng 150. Vậy hai bạn Minh và Lan phải chọn những số nào?

Ví dụ 2 (Bài 44 tra.59/ SGK)

Đố: Đố em tìm được một số mà một nửa của nó trừ đi một nửa đơn vị rồi nhân với một nửa của nó bằng một nửa đơn vị.

Trả lời: Số phải tìm bằng -1 hoặc 2

Ví dụ 3: (Bài 45, tr.59/SGK)

Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109. Tìm hai số đó.

DẠNG 2: TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

Phương pháp giải:

Gọi s là quãng đường đi được trong thời gian t với vận tốc là v thì ta có công thức $s = v.t$

Ví dụ 4: (Bài 43, tr.58 SGK)

Một xuồng du lịch đi từ thành phố Cà Mau đến Đất Mũi theo một đường song dài 120 km. Trên đường đi, xuồng có nghỉ lại 1 giờ ở thị trấn Năm Căn. Khi về, xuồng đi theo đường khác dài hơn đường lúc đi 5 km với vận tốc nhỏ hơn vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc của xuồng lúc đi, biết rằng thời gian về bằng thời gian đi.

Ví dụ 5: (Bài 47, tr.59 SGK)

Bác Hiệp và cô Liên đi xe đạp từ làng lên tỉnh trên quãng đường dài 30km, khởi hành cùng một lúc. Vận tốc xe của bác Hiệp lớn hơn vận tốc xe của cô Liên là 3 km/h nên bác Hiệp đã đến tỉnh trước cô Liên nửa giờ. Tính vận tốc xe của mỗi người.

DẠNG 3: TOÁN LÀM CHUNG CÔNG VIỆC

Phương pháp giải

Đưa về năng suất làm việc:

Nếu đội nào đó làm xong toàn bộ công việc trong x ngày thì trong 1 ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Ví dụ 7: (Bài 49, tr.59 SGK)

Hai đội thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 4 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì đội I hoàn thành công việc nhanh hơn đội II là 6 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc?

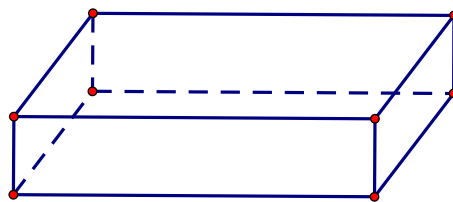
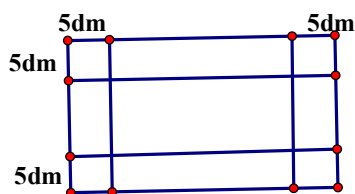
DẠNG 4: TOÁN CÓ NỘI DUNG HÌNH HỌC

Ví dụ 8. (Bài 46, tr.59 SGK)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $240 m^2$. Nếu tăng chiều rộng lên 3m và giảm chiều dài 4m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính kích thước của mảnh đất?

Ví dụ 9: (Bài 48, tr.59 SGK)

Từ một miếng tôn hình chữ nhật người ta cắt ở 4 góc bốn hình vuông có cạnh bằng 5dm để làm thành một cái thùng không nắp có dung tích $1500 dm^3$ (H.15). Hãy tính kích thước của miếng tôn lúc đầu, biết rằng chiều dài của nó gấp đôi chiều rộng.



Ví dụ 10. (Bài 53, tr.60 SGK)

Tỉ số vàng. Đó em chia được đoạn AB cho trước thành hai đoạn sao cho tỉ số giữa đoạn lớn với đoạn AB bằng tỉ số giữa đoạn nhỏ với đoạn lớn.

Hãy tìm tỉ số ấy.

Đó chính là bài toán mà Ô-clit đưa ra từ thế kỉ III trước Công nguyên. Tỉ số nói trong bài toán được gọi là tỉ số vàng, còn phép chia nói trên được gọi là *phép chia vàng* hay là *phép chia hoàng kim*.



Hướng dẫn: Giả sử M là điểm chia và $AM > MB$. Gọi tỉ số cần tìm là x.

DẠNG 5: CÁC DẠNG KHÁC

Ví dụ 11: (Bài 42, tr.58 SGK)

Bác Thời vay 2 000 000 đồng của ngân hàng để làm kinh tế gia đình trong thời hạn 1 năm. Lẽ ra cuối năm bác phải trả cả vốn lẫn lãi. Song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm một năm nữa, số lãi của năm đầu được gộp với vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác phải trả tất cả là 2 420 000 đồng. Hỏi lãi suất cho vay là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

Ví dụ 12: (Bài 50, tr. 59 SGK)

Miếng kim loại thứ nhất nặng 880g, miếng kim loại thứ 2 nặng 858g. Thể tích của miếng thứ nhất nhỏ hơn thể tích của miếng thứ hai là 10 cm^3 , nhưng khối lượng riêng của miếng thứ nhất lớn hơn khối lượng riêng của miếng thứ hai là 1 g / cm^3 . Tìm khối lượng riêng của mỗi miếng kim loại?

Ví dụ 13. (Bài 5, tr.59 SGK)

Người ta đổ thêm 200g nước vào một dung dịch chứa 40g muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10%. Hỏi trước khi đó đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu nước?

C. LUYỆN TẬP

8.1 (Dạng 1) Tìm hai số biết rằng hai lần số thứ nhất hơn ba lần số thứ hai là 9 và hiệu bình phương của chúng bằng 119.

8.2 (Dạng 2) Một ca nô đi xuôi dòng 45km rồi ngược dòng 18km. Biết rằng thời gian đi xuôi dòng lâu hơn thời gian đi ngược dòng là 1 giờ và vận tốc đi xuôi lớn hơn vận tốc đi ngược là 6km/h. Tính vận tốc ca nô lúc ngược dòng.

8.3 (Dạng 3) Hai đội cùng đào một con mương. Nếu mỗi đội làm một mình cả con mương thì thời gian tổng cộng hai đội phải làm là 25 giờ. Nếu hai đội cùng làm chung thì công việc hoàn thành trong 6 giờ. Tính xem mỗi đội làm một mình xong cả con mương trong bao lâu?

8.4 (Dạng 4) Một đa giác lồi tất cả 170 đường chéo. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

8.5 (Dạng 5) Trong một phòng có 80 người họp, được sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế. Nếu ta bớt đi hai dãy ghế thì mỗi dãy ghế còn lại phải xếp thêm hai người mới đủ chỗ. Hỏi lúc đầu có mấy dãy ghế và mỗi dãy ghế được xếp bao nhiêu người ngồi?

8.6 (Dạng 5) Một phòng học có một số dãy ghế tổng cộng 40 chỗ ngồi. Do phải xếp 55 chỗ nên người ta kê thêm 1 dãy ghế và mỗi dãy ghế thêm 1 chỗ. Hỏi lúc đầu có mấy dãy ghế trong phòng?

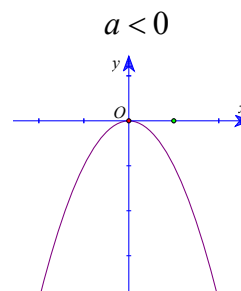
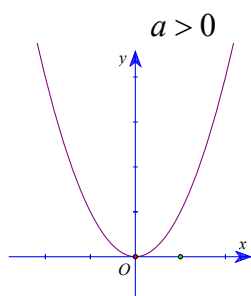
8.7 (Dạng 3) Nếu mở cả hai vòi chảy vào một bể cạn thì sau 2 giờ 55 phút bể đầy nước. Nếu mở riêng từng vòi thì vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu đầy bể?

8.8 (Dạng 5) Người ta trộn 8g chất lỏng này với 6g chất lỏng khác có khối lượng riêng nhỏ hơn $0,2\text{g/cm}^3$ để được một hỗn hợp có khối lượng riêng là $0,7\text{g/cm}^3$. Tìm khối lượng riêng của mỗi chất lỏng?

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)



• Hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$

• $y = 0$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số, đạt được khi $x = 0$

• Hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.

• $y = 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số, đạt được khi $x = 0$

2. Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

• $\Delta > 0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

• $\Delta = 0$, phương trình có nghiệm kép:

$$= -\frac{b}{2a}$$

• $\Delta < 0$, phương trình vô nghiệm

$$\Delta = b'^2 - ac$$

• $\Delta' > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

• $\Delta' = 0$, phương trình có nghiệm kép:

$$= -\frac{b'}{a}$$

• $\Delta' < 0$, phương trình vô nghiệm

3. Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

• Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

• Muốn tìm hai số u và v , biết $u + v = S; uv = P$, ta giải phương trình:

• Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}$

• Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a}$

B. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

Bài 54. Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = -\frac{1}{4}x^2$ trong cùng một hệ trục tọa độ.

a) Qua điểm $B(0; 4)$ kẻ đường thẳng song song với trục Ox . Nó cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ tại hai điểm M và M' . Tìm hoành độ của M và M' .

b) Tìm trên đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ điểm N có cùng hoành độ với M, điểm N' có cùng hoành độ với M'. Đường thẳng NN' có song song với Ox không? Vì sao? Tìm tung độ của N và N' bằng hai cách:

- Ước lượng trên hình vẽ
- Tính toán theo công thức.

Bài 55. Cho phương trình $x^2 - x - 2 = 0$

- a) Giải phương trình.
- b) Vẽ hai đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$ trong cùng một hệ trục tọa độ.
- c) Chứng tỏ rằng hai nghiệm tìm được trong câu a là hoành độ giao điểm của hai đồ thị.

Bài 56. Giải các phương trình:

- a) $3x^4 - 12x^2 + 9 = 0$
- b) $2x^4 + 3x^2 - 2 = 0$
- c) $x^4 + 5x^2 + 1 = 0$

Bài 57. Giải các phương trình:

- a) $5x^2 - 3x + 1 = 2x + 11$
- b) $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{6}$
- c) $\frac{x}{x-2} = \frac{10-2x}{x^2-2x}$
- d) $\frac{x+0,5}{3x+1} = \frac{7x+2}{9x^2-1}$
- e) $2\sqrt{3}x^2 + x + 1 = \sqrt{3}(x+1)$
- f) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 4 = 3(x + \sqrt{2})$

Bài 58. Giải các phương trình:

- a) $1,2x^3 - x^2 - 0,2x = 0$;
- b) $5x^3 - x^2 - 5x + 1 = 0$

Bài 59. Giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ:

- a) $2(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) + 1 = 0$
- b) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$

Bài 60. Với mỗi phương trình sau, đã biết một nghiệm (ghi kèm theo), hãy tìm nghiệm kia:

- a) $12x^2 - 8x + 1 = 0, x_1 = \frac{1}{2}$
- b) $2x^2 - 7x - 39 = 0, x_1 = -3$
- c) $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0, x_1 = -\sqrt{2}$
- d) $x^2 - 2mx + m - 1 = 0, x_1 = 2$

Bài 61. Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau:

a) $u + v = 12; uv = 28$ và $u > v$;

b) $u + v = 3; uv = 6$

Bài 62. Cho phương trình $7x^2 + 2(m-1)x - m^2 = 0$

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm?

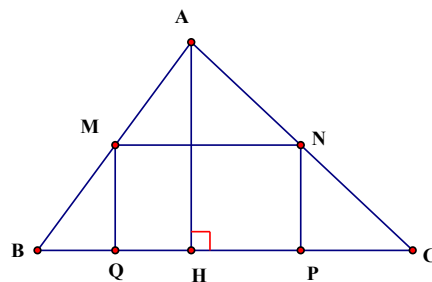
b) Trong trường hợp phương trình có nghiệm, dùng hệ thức Vi-ét, hãy tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình.

Bài 63. Sau hai năm, số dân của một thành phố tăng từ 2 000 000 người lên 2 020 050 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số của thành phố đó tăng bao nhiêu phần trăm?

Bài 64. Bài toán yêu cầu tìm tích của một số dương với một số lớn hơn nó 2 đơn vị, nhưng bạn Quân nhầm đầu bài lại tính tích của một số dương với một số bé hơn nó 2 đơn vị. Kết quả của bạn Quân là 120. Hỏi nếu làm đúng đầu bài đã cho thì kết quả phải là bao nhiêu?

Bài 65. Một xe lửa đi từ Hà Nội vào Bình Sơn (Quảng Ngãi). Sau đó 1 giờ, một xe lửa khác đi từ Bình Sơn ra Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường Hà Nội – Bình Sơn dài 900 km.

Bài 66. Cho tam giác ABC có $BC = 16$ cm, đường cao $AH = 12$ cm. Một hình chữ nhật $MNPQ$ có đỉnh M thuộc cạnh AB, đỉnh N thuộc cạnh AC còn hai đỉnh P và Q thuộc cạnh BC. Xác định vị trí của điểm M trên cạnh AB sao cho diện tích của hình chữ nhật bằng 36 cm^2 .



C. LUYỆN TẬP

Bài 1. Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $3x_1 - 4x_2 = 11$;

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm đều dương

c) Tìm một hệ thức giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m .

Bài 2. Cho phương trình $ax^2 + (a-b-1)x - m^2 - 1 = 0$

a) Với $a = 1, b = 2$ chứng minh rằng khi đó phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m . Tìm m để tổng bình phương hai nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất và tìm nghiệm trong trường hợp này.

Bài 3. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và x_3, x_4 là nghiệm của phương trình $cx^2 + bx + a = 0$, với a, c cùng dấu. Với điều kiện nào của a, c thì biểu thức $M = \sqrt{x_1 x_2} + \sqrt{x_3 x_4}$ đạt giá trị nhỏ nhất?

Bài 4. Cho a, b, c là ba số khác nhau và $c \neq 0$. Chứng minh rằng nếu các phương trình $x^2 + ax + bc = 0$ và $x^2 + bx + ac = 0$ có đúng một nghiệm chung thì các nghiệm còn lại của chúng là nghiệm của phương trình: $x^2 + cx + ab = 0$

Bài 5. Định m để phương trình sau có nghiệm: $x^2 - 2x - m|x - 1| + m^2 = 0$

Bài 6. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + px + q = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_1}{x_2 - 1}, \frac{x_2}{x_1 - 1}$

Bài 7. Cho hai phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ và $ax^2 + bx - c = 0$ ($a \neq 0$).

- Chứng minh rằng ít nhất một trong hai phương trình có nghiệm;
- Tìm điều kiện để cả hai phương trình cùng có nghiệm;
- Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của $ax^2 + bx + c = 0$ và x_3, x_4 là nghiệm của $ax^2 + bx - c = 0$, chứng minh rằng: $(x_1 - x_2)^2 + (x_3 - x_4)^2 = 2(x_1 + x_2)^2$

Bài 8. Giải các phương trình sau:

a) $x(x^2 - 1)(x + 2) + 1 = 0$ (1)

b) $x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} = 3$ (2)

Bài 9. Giải các phương trình sau:

a) $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$; b) $\frac{x^2}{9} + \frac{16}{x^2} = \frac{10}{3} \left(\frac{x}{3} - \frac{4}{x} \right)$ c) $\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$

Bài 10. Chứng minh rằng nếu phương trình $x^4 + ax^2 + b = 0$ có 4 nghiệm phân biệt thoả: $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3$ thì $9a^2 = 100b$

BÀI 1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

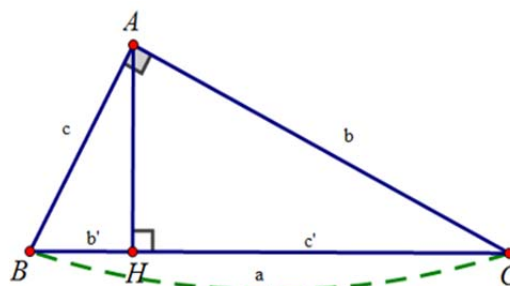
1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông:

$$b^2 = ab'; c^2 = ac' \quad (1)$$

$$h^2 = b'c' \quad (2)$$

$$bc = ah \quad (3)$$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \quad (4)$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

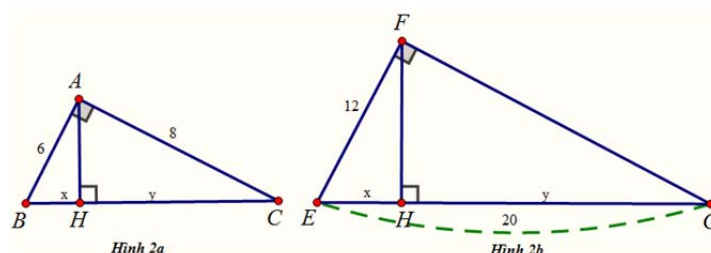
Dạng 1: Biết cạnh huyền và một cạnh góc vuông (hoặc hai cạnh góc vuông), tính các hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền và ngược lại

1. Phương pháp giải:

✦ Vận dụng hệ thức (1): $b^2 = ab'$; $c^2 = ac'$

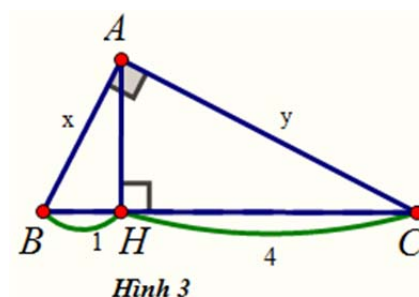
2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 1, tr. 68 SGK) Hãy tính x và y trong mỗi hình sau:



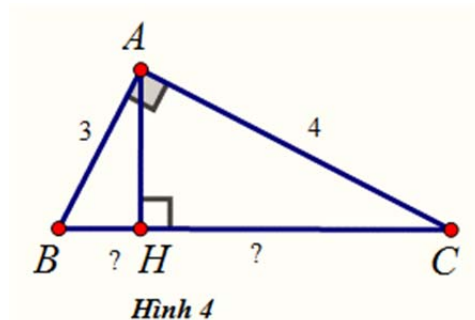
Ví dụ 2: (Bài 12, tr. 11 SGK)

Tìm x và y trong hình 3.



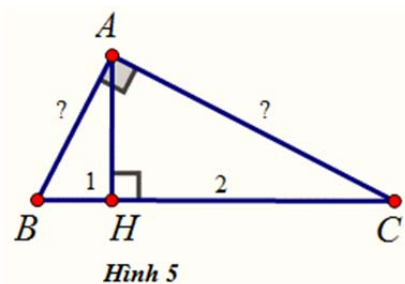
Ví dụ 3: (Bài 5, tr. 69 SGK)

Trong tam giác vuông với các cạnh góc vuông có độ dài là 3 và 4, kẻ đường cao ứng với cạnh huyền. Hãy tính đường cao này và độ dài đoạn thẳng mà nó định ra trên cạnh huyền.



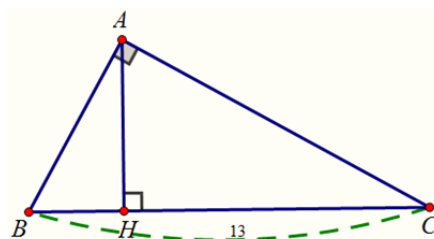
Ví dụ 4: (Bài 6, tr. 69 SGK)

Đường cao của tam giác vuông chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài là 1 và 2. Hãy tính các cạnh góc vuông của tam giác này.

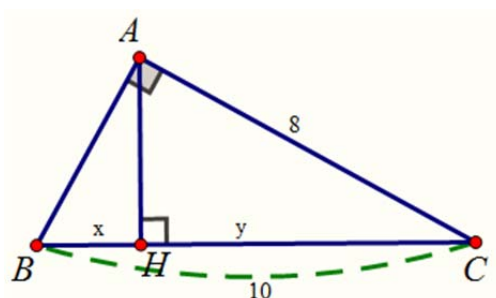


3. Bài tập áp dụng

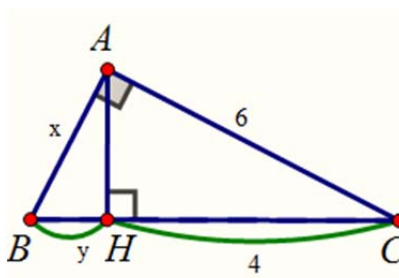
Bài tập 1. Tìm x và y trong hình biết $BC = 13$ và $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$.



Bài tập 2. Tìm x và y trong hình.



Bài tập 3. Tìm x và y trong hình.



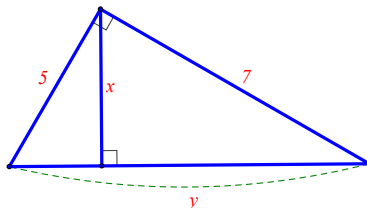
Dạng 2. Các bài toán liên quan đến độ dài đường cao ứng với cạnh huyền

1. Phương pháp giải

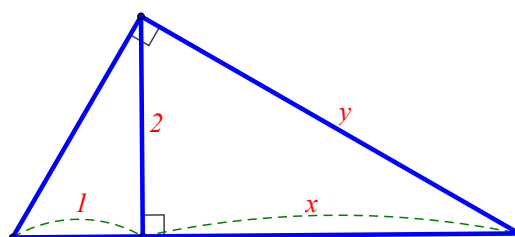
✦ Vận dụng các hệ thức (2): $h^2 = b'c'$, (3): $ha = bc$.

2. Ví dụ minh họa.

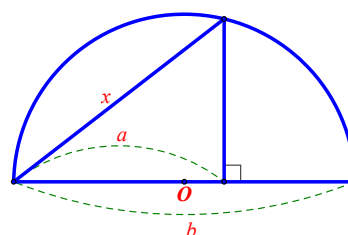
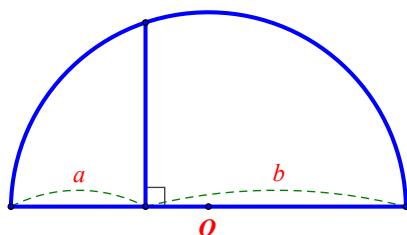
Ví dụ 1. Tìm x, y trong hình vẽ



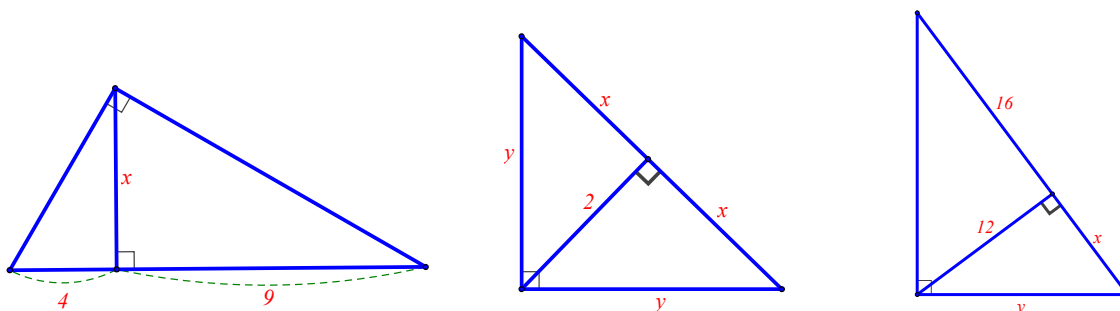
Ví dụ 2. Tìm x, y trong hình vẽ



Ví dụ 3: Người ta đưa hai cách vẽ đoạn trung bình nhân x của hai đoạn thẳng a, b như trong hai hình sau:



Ví dụ 4: Tìm x, y trong hình vẽ



Dạng 3. Các bài toán liên quan đến tổng các nghịch đảo bình phương của hai đoạn thẳng

1. Phương pháp giải

✦ Vận dụng hệ thức $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 2. (Bài 9, tr.70 SGK)

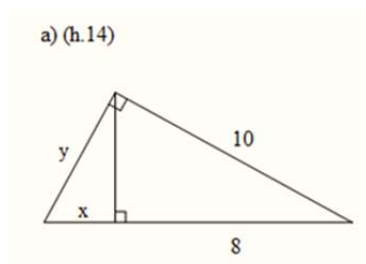
Cho hình vuông $ABCD$. Gọi I là một điểm nằm giữa A và B . Tia DI và tia CB cắt nhau ở K . Kẻ đường thẳng qua D , vuông góc với DI . Đường thẳng này cắt đường thẳng BC tại L . Chứng minh rằng:

a). Tam giác DIL là một tam giác cân;

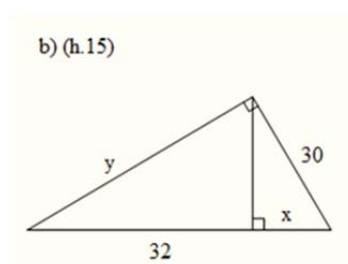
b). Tổng $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$ không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB .

C. LUYỆN TẬP

Bài 1. Tính x và y trong mỗi hình sau:



Hình 14



Hình 15

Bài 2. Cho tam giác nhọn ABC , hai đường cao CB và CB , cắt nhau tại H . Trên HB và HC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\widehat{AMC} = \widehat{ANC} = 90^\circ$. Chứng minh rằng $AM = AN$.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $\frac{AB}{AC} = \frac{20}{21}$ và $AH = 420$. Tính chu vi của tam giác ABC .

Bài 4. Cho hình thang $ABCD$ vuông góc tại A và D . Hai đường chéo vuông góc với nhau tại O . Biết $AB = 2\sqrt{13}$; $OA = 6$. Tính diện tích hình thang.

Bài 5. Cho hình thoi $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau tại O . Cho biết khoảng cách từ O tới mỗi cạnh của hình thoi là h . Biết rằng: $AC = m$; $BD = n$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4h^2}$.

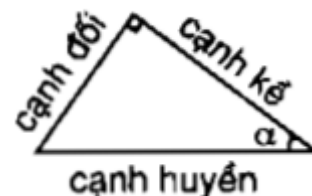
BÀI 2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC GÓC NHỌN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Cho góc nhọn α

$$\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}} ; \quad \cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$$

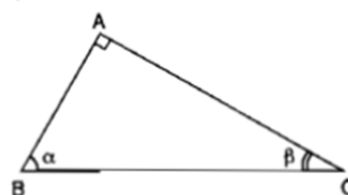
$$\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}} ; \quad \cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$$



2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tan góc này bằng cotang góc kia.

$$\begin{aligned} \sin B &= \cos C \\ \cos B &= \sin C \\ \tan B &= \cot C \\ \cot B &= \tan C. \end{aligned}$$



3. Tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt

α Tỉ số lượng giác	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Viết các tỉ số lượng giác của một góc α cho trước

1. Phương pháp giải:

✦ Dựng một tam giác vuông có một góc nhọn là α sau đó viết các tỉ số lượng giác theo định nghĩa.

2. Ví dụ minh họa.

(Bài 10, tr. 76 SGK). Vẽ một tam giác vuông có một góc nhọn 34° rồi viết các tỉ số lượng giác của góc 34° .

Dạng 2. Tính các tỉ số lượng giác của các góc nhọn trong một tam giác vuông biết độ dài các cạnh

1. Phương pháp giải

✦ Dựng một tam giác có hai cạnh là m và n (m và n là hai cạnh góc vuông hoặc một cạnh góc vuông và cạnh huyền) rồi vận dụng định nghĩa của các tỉ số lượng giác để nhận ra góc α

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: (Bài 11, tr. 76 SGK) Cho tam giác ABC vuông tại C, trong đó $BC = 1,2\text{ m}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 15\text{ cm}$. Tính tỉ số lượng giác của góc C, từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc B.

Hướng dẫn giải

Áp dụng định lý Pi-Ta-Go cho tam giác ABC vuông tại A ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 15^2 = 289$$

$$\text{Vậy } BC = \sqrt{289} = 17(\text{cm})$$

Ta có:

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{17}$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{15}{17}$$

$$\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{15}; \quad \cot C = \frac{AC}{BC} = \frac{15}{8}.$$

Do $\hat{B}$ và $\hat{C}$ là hai góc phụ nhau (tức tổng hai góc bằng 90°) Nên ta suy ra:

$$\sin C = \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{17}; \quad \cos C = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{15}{17}$$

$$\tan C = \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{15}; \quad \cot C = \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{15}{8}$$

Dạng 3. Biến đổi tỉ số lượng giác của một góc nhọn thành tỉ số lượng giác của một góc nhỏ hơn (hoặc lớn hơn 45°)

1. Phương pháp giải

✦ Dựng một tam giác có hai cạnh là m và n (m và n là hai cạnh góc vuông hoặc một cạnh góc vuông và cạnh huyền) rồi vận dụng định nghĩa của các tỉ số lượng giác để nhận ra góc α

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 12, tr. 76 SGK) Hãy viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45° :

$$\sin 60^\circ; \cos 75^\circ; \sin 52^\circ 30'; \cot 82^\circ; \tan 80^\circ$$

Ví dụ 2. Hãy viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45° : $\cos 32^\circ 7'; \sin 42^\circ; \cot 27^\circ 36'$

Dạng 4. Dựng góc α biết một tỉ số lượng giác là $\frac{m}{n}$

1. Phương pháp giải

✦ Dựng một tam giác có hai cạnh là m và n (m và n là hai cạnh góc vuông hoặc một cạnh góc vuông và cạnh huyền) rồi vận dụng định nghĩa của các tỉ số lượng giác để nhận ra góc α

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 13, tr. 77 SGK) Dựng góc nhọn α , biết rằng:

a). $\sin \alpha = \frac{2}{3}$;

b). $\cos \alpha = 0,5$;

c). $\tan \alpha = \frac{3}{4}$;

d). $\cot \alpha = \frac{3}{2}$.

Dạng 5. Chứng minh một số hệ thức lượng giác**1. Phương pháp giải**

➤ Sử dụng định nghĩa các tỉ số lượng giác và nếu cần thì dùng thêm mối quan hệ giữa các cạnh trong một tam giác vuông.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 14, tr. 77 SGK)

Sử dụng định nghĩa các tỉ số lượng giác của một góc nhọn để chứng minh rằng : Với góc nhọn α tùy ý, ta có:

$$\text{a) } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1.$$

$$\text{b) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Gợi ý: sử dụng định lý Pi-ta-go.

Dạng 6. Tính độ dài một cạnh trong tam giác vuông biết một góc và một cạnh**1. Phương pháp giải**

➤ Sử dụng định nghĩa của các tỉ số lượng giác, chẳng hạn $\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$

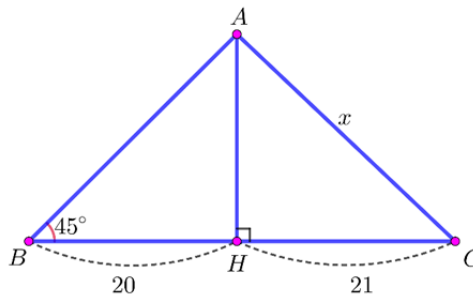
$$\Rightarrow \text{cạnh đối} = \text{cạnh huyền} \cdot \sin \alpha.$$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 16, tr 77 SGK)

Cho tam giác vuông có một góc 60° và cạnh huyền có độ dài là 8. Hãy tìm độ dài của cạnh đối diện với góc 60° .

Ví dụ 2. (Bài 17, tr. 77 SGK). Tìm x trong Hình 25.



Hình 25

Dạng 7. Biết sin hoặc cosin của một góc, tìm các tỉ số lượng giác khác của góc đó).**1. Phương pháp giải**

➤ Vận dụng các hệ thức lượng giác cơ bản ở bài 14 (ví dụ 5).

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. (Bài 15, tr. 77 SGK)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $\cos B = 0,8$, hãy tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Gợi ý: Sử dụng bài tập 14.

Ví dụ 2: Cho $\sin \alpha = \frac{7}{25}$. Tìm $\cos \alpha$; $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2 = 1 - \frac{49}{625} = \frac{576}{625}$

Do α là góc nhọn nên $\cos \alpha > 0$ Hay nói cách khác: $\cos \alpha = \sqrt{\frac{576}{625}} = \frac{24}{25}$

Ta có: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{7}{25}}{\frac{24}{25}} = \frac{7}{24}$.

Dạng 8. Một số hệ thức lượng giác khác.**1. Phương pháp giải**

Sử dụng định nghĩa của các tỉ số lượng giác và hệ thức cơ bản $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Chứng minh các hệ thức:

a) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

b) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

Dạng 9. Biết tang hoặc cotang của một góc, tìm các tỉ số lượng giác của góc khác**1. Phương pháp giải**

Sử dụng hệ thức $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ hoặc $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ để tìm $\cos \alpha$ và $\sin \alpha$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Biết $\tan \alpha = \frac{5}{12}$ hãy tìm $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$.

Ví dụ 2: Cho tam giác vuông ABC vuông ở A, $AB = 30(\text{cm})$, $\tan B = \frac{8}{15}$.

a. Tính AC, BC.

b. Tính $\sin B$, $\cos B$, $\cot B$.

Hướng dẫn giải

a. Trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{15} \text{ mà } AB = 30(\text{cm}) \text{ nên ta có: } \frac{AC}{30} = \frac{8}{15} \Leftrightarrow AC = \frac{30 \cdot 8}{15} = 16(\text{cm})$$

Theo định lý Pitago ta lại có $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 30^2 + 16^2 = 1156$ từ đây suy ra: $BC = 34(\text{cm})$

b. Theo định nghĩa ta có các tỉ số lượng giác của các góc là:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{16}{34} \approx 0,4706$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{30}{34} \approx 0,8824$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AB}{AC} = \frac{30}{16} = 1,875.$$

C. LUYỆN TẬP

Bài 2.1 (Dạng 3). Không dùng máy tính hoặc bảng số, tính nhanh giá trị biểu thức sau :

a) $M = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$

b) $N = \sin^2 10^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ - \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

Bài 2.2 (Dạng 5) cho góc nhọn α . Chứng minh rằng : $\sin \alpha < \tan \alpha$ và $\cos \alpha < \cot \alpha$.

Bài 2.3. Cho biết $\cos \alpha = 0,4$, hãy tìm $\sin \alpha$; $\tan \alpha$; $\cot \alpha$.

Bài 2.4 Cho góc nhọn α . Biết rằng $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{1}{5}$. Hãy tính $\cot \alpha$.

Bài 2.5. (Dạng 3 và 7) Cho tam giác ABC vuông tại C . Biết $\cos C = \frac{5}{13}$, tính $\tan B$.

Bài 2.6. (Dạng 8) Chứng minh:

a). $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$

b). $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{\sin \alpha \cos \alpha} = 4$

Bài 2.7. Biết $\cot \alpha = \frac{8}{15}$ Tính $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$

Bài 2.8. Cho tam giác nhọn ABC . Gọi a, b, c là độ dài các cạnh đối diện với các đỉnh A, B, C .

a). Chứng minh rằng: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

b). Có thể xảy ra đẳng thức: $\sin A = \sin B + \sin C$ không?

Bài 2.9. Cho tam giác nhọn ABC , $\hat{A} = 30^\circ$. Hai đường cao CH và BK .

Chứng minh rằng: $S_{AHK} = 3S_{BCHK}$.

BÀI 3. BẢNG LƯỢNG GIÁC

Hướng dẫn sử dụng trên dòng máy 580VN X

1. Tìm tỉ số lượng giác của một góc nhọn cho trước

Ví dụ 1: Tính $\sin 60^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\tan 30^\circ$, $\cot 60^\circ$.

Hướng dẫn thực hành

Bước 1: Chuyển sang chế độ đơn vị độ bằng cách ấn phím $\boxed{SHIFT} \boxed{SETUP} \boxed{2} \boxed{1}$

Bước 2: Tính

$\sin 60^\circ$	$\cos 45^\circ$	$\tan 30^\circ$	$\cot 60^\circ$
$\sin(60^\circ)$	$\cos(45^\circ)$	$\tan(30^\circ)$	$\frac{1}{\tan(60^\circ)}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Lưu ý:

- Trong máy tính không có phím $\cot$. Muốn tính $\cot \alpha$ ta ấn $\frac{1}{\tan(\alpha)}$
- $\cot \neq \cos$. $\cot$ là giá trị lượng giác của cotang, còn $\cos$ là giá trị lượng giác của cosin

2. Tìm số đo của góc nhọn khi biết tỉ số lượng giác của góc đó

Ví dụ: Tìm góc nhọn x khi biết

a) $\sin x = \frac{1}{2}$; b) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\tan x = -1$; d) $\cot x = \sqrt{3}$.

Hướng dẫn thực hành

Bước 1: Chuyển sang chế độ đơn vị độ bằng cách ấn phím $\boxed{SHIFT} \boxed{SETUP} \boxed{2} \boxed{1}$

Bước 2: Tính

$\sin x = \frac{1}{2}$	$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan x = -1$	$\cot x = \sqrt{3}$
$\boxed{SHIFT} \boxed{\sin} \boxed{\frac{1}{2}} \boxed{=}$	$\boxed{SHIFT} \boxed{\cos} \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}} \boxed{=}$	$\boxed{SHIFT} \boxed{\tan} \boxed{-1} \boxed{=}$	$\boxed{SHIFT} \boxed{\tan} \boxed{\frac{1}{\sqrt{3}}} \boxed{=}$
$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$	$\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$\tan^{-1}(-1)$	$\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
30	45	-45	30
Vậy $x = 30^\circ$	Vậy $x = 45^\circ$	Vậy $x = -45^\circ$	Vậy $x = 30^\circ$

Lưu ý:

- Trong máy tính không có phím $\cot$. Muốn tính $\cot x = a$ ta ấn $\boxed{SHIFT} \boxed{\tan} \boxed{\frac{1}{a}} \boxed{=}$

BÀI 4. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Các hệ thức**

Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

a) Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề;

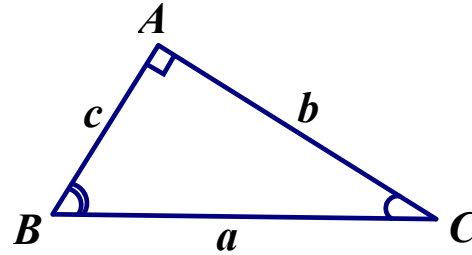
b) Cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với cotang góc kề.

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$$

$$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$$

$$b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$$

$$c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$$



Hình 27

2. Giải tam giác vuông

Là tìm tất cả các yếu tố còn lại của một tam giác vuông khi biết trước hai yếu tố (trong đó có ít nhất một yếu tố về cạnh và không kể góc vuông).

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. GIẢI TAM GIÁC VUÔNG****Phương pháp giải**

Dùng hệ thức giữa các cạnh và các góc của một tam giác vuông và dùng bảng lượng giác hoặc máy tính để tính các yếu tố còn lại.

Ví dụ 1. (Bài 27, tr 88 SGK)

Giải tam giác ABC vuông tại A, biết rằng:

a) $b = 10 \text{ cm}, \hat{C} = 30^\circ$;

b) $c = 10 \text{ cm}, \hat{C} = 45^\circ$;

c) $a = 20 \text{ cm}, \hat{B} = 35^\circ$;

d) $c = 21 \text{ cm}, b = 18 \text{ cm}$.

Ví dụ 2: Giải tam giác vuông ABC vuông tại A biết rằng :

a. $a = 72 \text{ cm}, \hat{B} = 58^\circ$

b. $b = 20 \text{ cm}, \hat{B} = 48^\circ$

c. $b = 15 \text{ cm}, \hat{C} = 30^\circ$

Hướng dẫn giải

a. Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180''$

$$\text{Do đó: } \hat{C} = 180'' - \hat{A} - \hat{B} = 180'' - 90'' - 58'' = 32''$$

Áp dụng tỉ số lượng giác ta được:

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin \hat{B} = 72 \cdot \sin 58'' \approx 61,2(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pi-Ta-Go ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 = 72^2 - 61,2^2 = 1438,56$$

b. Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180''$

$$\text{Do đó: } \hat{C} = 180'' - \hat{A} - \hat{B} = 180'' - 90'' - 48'' = 42''$$

Áp dụng tỉ số lượng giác ta được:

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{20}{\sin 48''} \approx \frac{20}{0.74} \approx 27(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pi-Ta-Go ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 \approx 27^2 - 20^2 = 329$$

$$\text{Do đó: } AB = \sqrt{329} \approx 18,14(\text{cm}).$$

c) Ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$$\text{Do đó: } \hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

Áp dụng tỉ số lượng giác ta được:

$$\cos \hat{C} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos \hat{C}} \approx \frac{15}{0.94} \approx 15,96(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pi-Ta-Go ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 \approx 15,96^2 - 15^2 \approx 29,72$$

$$\text{Do đó: } AB = \sqrt{29,72} \approx 5,45(\text{cm})$$

Dạng 2. TÍNH CẠNH, TÍNH GÓC CỦA TAM GIÁC

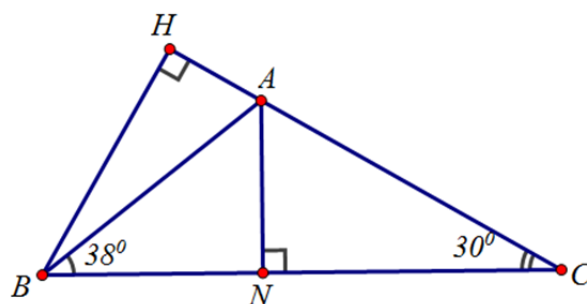
Phương pháp giải

Vẽ thêm một đường cao để vận dụng hệ thức giữa các cạnh và các góc của một tam giác vuông.

Ví dụ 1. (Bài 30, tr.89 SGK)

Cho tam giác ABC , trong đó $BC = 11\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 38^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi điểm N là chân đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC . Hãy tính:

- Đoạn thẳng AN ;
- Cạnh AC .

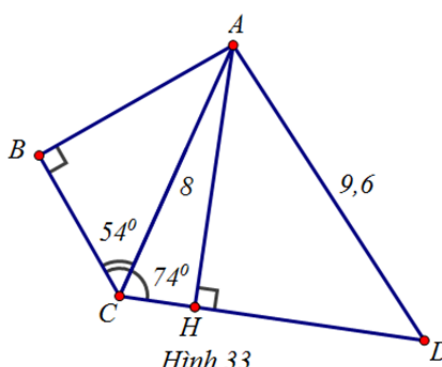


Hình 32

Ví dụ 2. (Bài 31, tr.89 SGK)

Trong hình 33: $AC = 8\text{cm}$, $AD = 9,6\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $\widehat{ACB} = 54^\circ$ và $\widehat{ACD} = 74^\circ$. Hãy tính:

- Đoạn thẳng AB ;
- $\widehat{ADC}$.



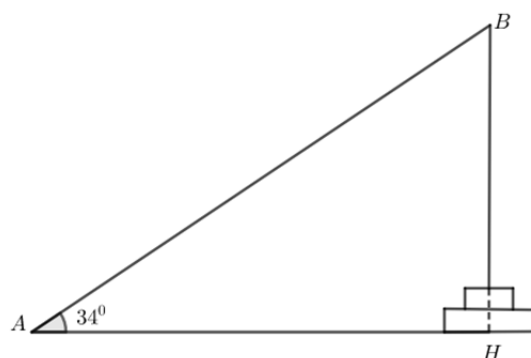
Hình 33

DẠNG 3: CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ**Phương pháp giải**

Dùng hệ thức giữa các cạnh và các góc của một tam giác vuông.

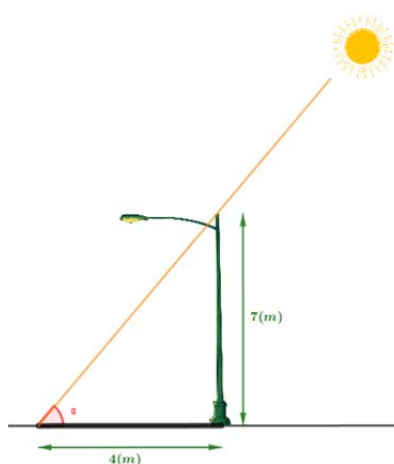
Ví dụ 1: (bài 26, tr88 SGK)

Các tia nắng Mặt Trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 34° và bóng của một tháp trên mặt đất dài 86m . Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét).



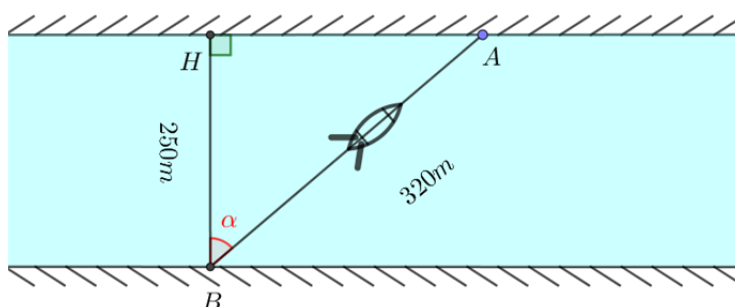
Ví dụ 2: (Bài 28, tr89 SGK)

Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Hãy tính góc (làm tròn đến phút) mà tia sáng Mặt Trời tạo với mặt đất (góc α như trong hình 35).



Ví dụ 3: (Bài 29, tr89 SGK)

Một khúc sông rộng khoảng 250m. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng 320m mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy đò lệch đi một góc bao nhiêu độ? (góc α trong hình 36).



Ví dụ 4: (Bài 32, tr89 SGK)

Một con thuyền với vận tốc 2km/h vượt qua một khúc sông nước chảy mạnh mất 5 phút. Biết rằng đường đi của con thuyền tạo với bờ một góc 70° . Từ đó ta đã tính được chiều rộng của khúc sông chưa? Nếu có hãy tính kết quả (làm tròn đến mét).

C. LUYỆN TẬP

Bài 4.1 (Dạng 1) Giải tam giác vuông ABC, biết $\hat{A} = 90^\circ$ và:

a) $a = 15\text{cm}$; $b = 10\text{cm}$.

b) $b = 12\text{cm}$; $c = 7\text{cm}$.

Bài 4.2 (Dạng 2) Tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ$; $\hat{C} = 50^\circ$ và $AC = 35\text{cm}$. Tính diện tích tam giác ABC (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 4.3 (Dạng 2) Tứ giác ABCD có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $\hat{C} = 40^\circ$. Cho biết $AB = 4\text{cm}$; $AD = 3\text{cm}$, tính diện tích tứ giác ABCD.

Bài 4.4 (Dạng 2) Tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O. Cho biết $AC = 4\text{cm}$; $BD = 5\text{cm}$ và $\widehat{AOB} = 50^\circ$. Tính diện tích tam giác ABCD.

Bài 4.5 (Dạng 2) Chứng minh rằng:

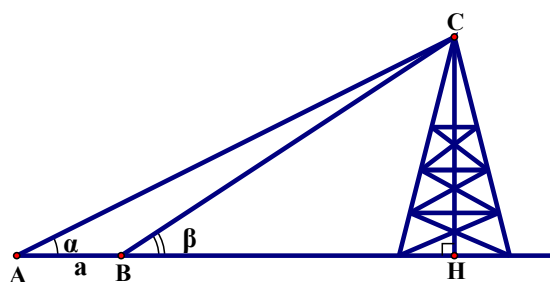
a) Diện tích của một tam giác bằng nửa tích hai cạnh nhân với sin của góc nhọn tạo bởi các đường thẳng chứa hai cạnh ấy.

b) Diện tích của một hình bình hành bằng tích hai cạnh kề nhân với sin của góc nhọn tạo bởi các đường thẳng chứa hai cạnh ấy.

Bài 4.6 (Dạng 3) Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là 2,1m. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 4.7 (Dạng 3) Hãy xác định độ cao của cột ăng-ten CH trong hình 38 với $a = 8,5\text{m}$;

$\alpha = 20^\circ$; $\beta = 24^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị)



Hình 38

ÔN TẬP CHƯƠNG I

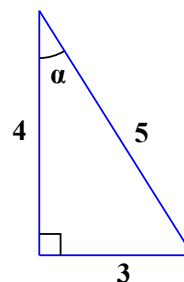
A. BÀI TẬP ÔN TRONG SÁCH GIÁO KHOA

Bài 33. Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây :

a) Trong hình 39 $\sin \alpha$ bằng :

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{4}$

C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{4}$

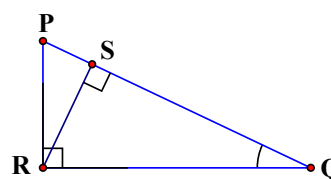


Hình 39

b) Trong hình 40, $\sin Q$ bằng:

A) $\frac{PR}{PS}$ B) $\frac{PR}{QR}$

C) $\frac{PS}{SR}$ D) $\frac{SR}{QR}$



Hình 40

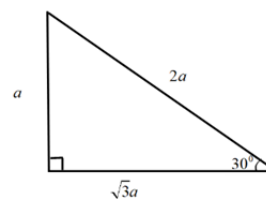
c) Trong hình 41, $\cos 30^\circ$ bằng

A) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

B) $\frac{a}{\sqrt{3}}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $2\sqrt{3}a^2$

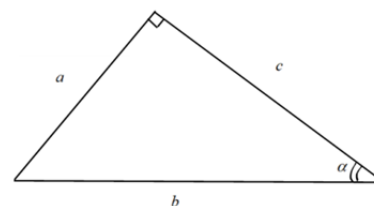


Hình 41

Bài 34. a) Trong hình 42, hệ thức nào trong các hệ thức sau là đúng ?

A) $\sin \alpha = \frac{b}{c}$ B) $\cot \alpha = \frac{b}{c}$

C) $\tan \alpha = \frac{a}{c}$ D) $\cot \alpha = \frac{a}{c}$

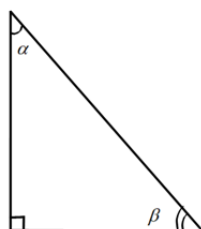


Hình 42

b) Trong hình 43, hệ thức nào trong các hệ thức sau không đúng?

A) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ B) $\sin \alpha = \cos \beta$

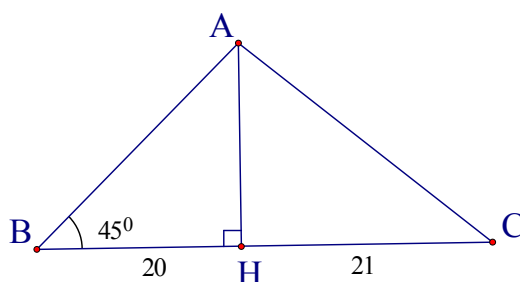
C) $\cos \beta = \sin(90^\circ - \alpha)$ D) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$



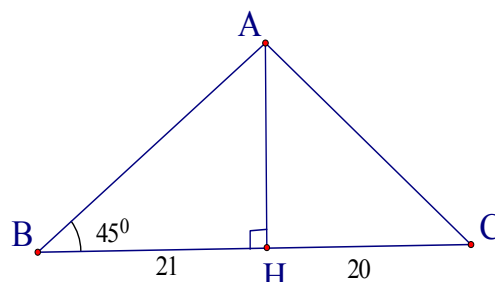
Hình 43

Bài 35. Tỉ số giữa hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông bằng $19 : 28$. Tìm các góc đó

Bài 36. Cho tam giác có một góc bằng 45° . Đường cao chia một cạnh kề với góc đó thành các phần 20cm và 21cm . Tính cạnh lớn trong hai cạnh còn lại. (lưu ý hai trường hợp hình 44 và hình 45).



Hình 44



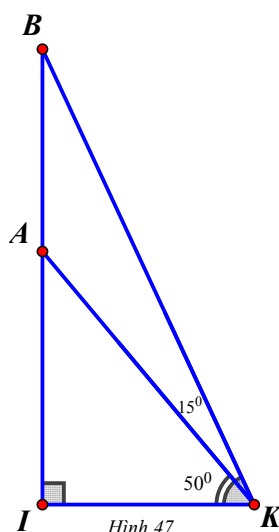
Hình 45

Bài 37. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 4,5\text{cm}$, $BC = 7,5\text{cm}$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A. Tính các góc B, C và đường cao AH của tam giác đó.

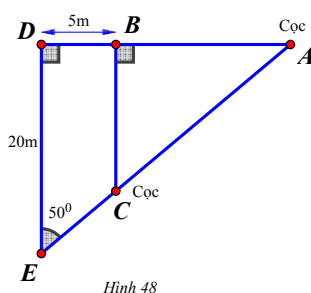
b) Hỏi điểm M mà diện tích tam giác MBC bằng diện tích tam giác ABC nằm trên đường nào?

Bài 38. Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như trong hình 47. Tính khoảng cách giữa chúng (làm tròn đến mét).



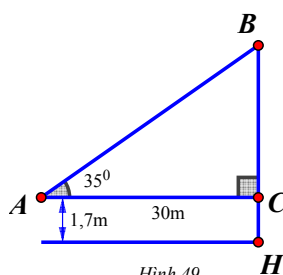
Hình 47

Bài 39. Tính khoảng cách giữa hai cọc để căng dây vượt qua vực trong hình 48 (làm tròn đến mét).



Hình 48

Bài 40. Tính chiều cao của cây trong hình 49 (làm tròn đến đềximét).



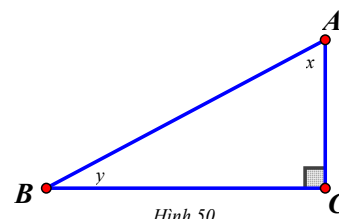
Hình 49

Bài 41. Tam giác ABC vuông tại C có:

$$AC = 2\text{cm}; BC = 5\text{cm}; \widehat{BAC} = x; \widehat{ABC} = y.$$

Dùng các thông tin sau (nếu cần) để tìm $x - y$:

$$\sin 23^\circ 36' \approx 0,4; 2 \cos 66^\circ 24' \approx 0,4; \tan 21^\circ 48' \approx 0,4.$$



Hình 50

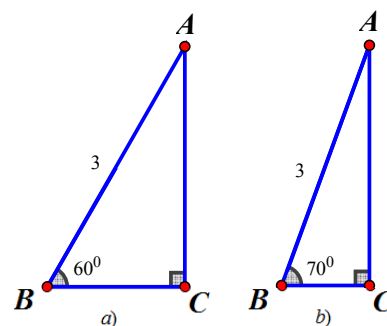
Bài 42. Ở một cái thang dài 3m người ta ghi: “Để đảm bảo an toàn khi dùng thang, phải đặt thang này tạo với mặt đất một góc có độ lớn từ 60° đến 70° ”. Đo góc thì khó hơn đo độ dài. Vậy hãy cho biết: Khi dùng thang đó chân thang phải đặt cách tường khoảng bao nhiêu mét để đảm bảo an toàn?

Bài 43. Vào khoảng năm 200 trước công nguyên, Ô-ra-tô-xten, một nhà toán học và thiên văn học Hi Lạp, đã ước lượng được “chu vi” của Trái Đất (chu vi đường xích đạo) nhờ hai quan sát sau:

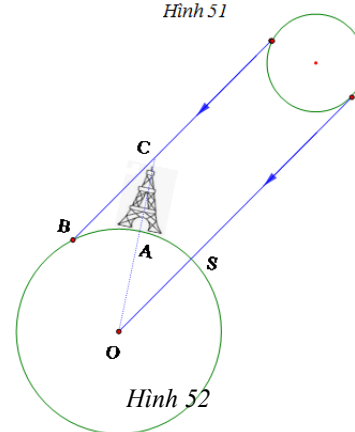
1) Một ngày trong năm, ông ta để ý thấy Mặt Trời chiếu thẳng các đáy giếng ở thành phố Xy-en (nay gọi là Át-xu-an), tức là tia sáng chiếu thẳng đứng.

2) Cùng lúc đó ở thành phố A-lếch-xăng-đri-a cách Xy-en 800km , một tháp cao 25m có bóng trên mặt đất dài $3,1\text{m}$.

Từ hai quan sát trên, em hãy thhh xấp xỉ “chu vi” của Trái Đất. (Trên hình 52, điểm S tượng trưng cho thành phố A – lếch – xăng – đri – a, bóng của tháp trên mặt đất được coi là đoạn



Hình 51



Hình 52

thẳng AB)

B. BÀI TẬP BỔ SUNG

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông góc tại A, đường cao AH, đường phân giác AD. Cho biết $HB = 112$, $HC = 63$.

- Tính độ dài cạnh AH
- Tính độ dài AD

Bài 2. Cho hình thang ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ và hai đường chéo vuông góc tại O.

- Chứng minh rằng hình thang này có chiều cao bằng trung bình nhân của hai đáy.
- Cho $AB = 9$; $CD = 16$. Tính diện tích hình thang ABCD.
- Tính độ dài các đoạn thẳng OA; OB; OC; OD

Bài 3. Tính diện tích hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), biết: $AB = 10$; $CD = 27$; $AC = 12$ và $BD = 35$

Bài 4. Cho biết chu vi của một tam giác bằng 120 (cm). Độ dài các cạnh tỉ lệ với 8,15,17.

- Chứng minh rằng tam giác đó là một tam giác vuông.
- Tính khoảng cách từ giao điểm của ba đường phân giác đến mỗi cạnh

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH. Ta đặt $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và $AH = h$. Chứng minh rằng tam giác có các cạnh $a - h$, $b - c$ và h là một tam giác vuông.

Bài 6. Cho tam giác nhọn ABC, diện tích là 1. Vẽ ba đường cao AD, BE, CF. Chứng minh rằng:

- $S_{AEF} + S_{BFD} + S_{CDE} = \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C$
- $S_{DEF} = \sin^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C$

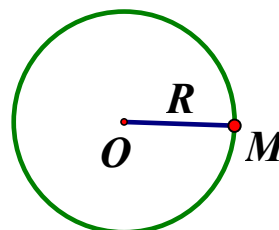
Bài 7. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Biết $\widehat{A} = 48^\circ$; $AH = 13$ cm. Tính chu vi của tam giác ABC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

BÀI 1. SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN. TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Đường tròn:** Tập hợp các điểm cách điểm O cố định một khoảng bằng R không đổi ($R > 0$) là đường tròn tâm O có bán kính R (h.54).
- Ba vị trí tương đối của điểm M và đường tròn $(O; R)$**

Vị trí tương đối	Hệ thức
M nằm trên đường tròn (O)	$OM = R$
M nằm trong đường tròn (O)	$OM < R$
M nằm ngoài đường tròn (O)	$OM > R$



Hình 54

- Định lý về sự xác định một đường tròn**

Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.

- Tính chất đối xứng của đường tròn**

Đường tròn là hình có tâm đối xứng và có trục đối xứng: Tâm đối xứng là tâm đường tròn, trục đối xứng là bất kì đường kính nào.

B. CÁC DẠNG TOÁN

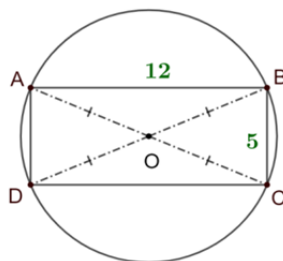
DẠNG 1. CHỨNG MINH NHIỀU ĐIỂM THUỘC CÙNG MỘT ĐƯỜNG TRÒN

Phương pháp giải

Chứng minh các điểm này cùng cách đều một điểm.

Ví dụ 1: (Bài 1, tr. 99 SGK)

Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=12\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.



DẠNG 2. XÁC ĐỊNH TÂM CỦA ĐƯỜNG TRÒN ĐI QUA BA ĐIỂM

Phương pháp giải

Tâm đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C là giao điểm 3 đường trung trực của tam giác ABC .

Ví dụ 2: (Bài 2, tr. 100 SGK)

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

Hãy nối mỗi ô ở cột trái với một ô ở cột phải để được khẳng định đúng.

(1) Nếu tam giác có 3 góc nhọn	(4) thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó nằm bên ngoài tam giác.
(2) Nếu tam giác có góc vuông	(5) thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó nằm bên trong tam giác.
(3) Nếu tam giác có góc tù	(6) thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm cạnh lớn nhất.
	(7) thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm cạnh nhỏ nhất.

Ví dụ 3: (Bài 3, tr. 100 SGK)

Chứng minh các định lý sau:

- Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.
- Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

Ví dụ 4. (Bài 5, tr. 100 SGK)

Đố: Một tấm bìa hình tròn không còn dấu vết của tâm. Hãy tìm lại tâm của hình tròn đó.

DẠNG 3. NHẬN BIẾT HÌNH CÓ TÂM ĐỐI XỨNG, TRỤC ĐỐI XỨNG

Phương pháp giải:

Dựa vào tính chất đường tròn có tâm đối xứng, trục đối xứng, hình chữ nhật có tâm đối xứng, trục đối xứng.

Ví dụ 5. (Bài 6, tr 100 SGK)

Trong các biển báo giao thông sau, biển nào có tâm đối xứng, biển nào có trục đối xứng?

a) Biển cấm đi ngược chiều? (h.58)

b) Biển cấm ô tô đi? (h.59)



Hình 58



Hình 59

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ CỦA MỘT ĐIỂM ĐỐI VỚI MỘT ĐƯỜNG TRÒN CHO TRƯỚC

Phương pháp giải:

Muốn xác định vị trí của điểm M đối với đường tròn $(O; R)$ ta so sánh khoảng cách OM với bán kính R .

Ví dụ 6. (Bài 4, tr 100 SGK)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy xác định vị trí của mỗi điểm $A(-1; -1)$, $B(-1; -2)$, $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ đối với đường tròn tâm O bán kính 2.

DẠNG 5. GHÉP HAI Ô ĐỂ ĐƯỢC MỘT CÂU THOẢ MÃN ĐỊNH NGHĨA ĐƯỜNG TRÒN HOẶC HÌNH TRÒN

Phương pháp giải

Ghép một ý với một ý khác sao cho thành một câu thoả mãn kiến thức đã học.

Ví dụ 7. (Bài 7 trang 101, sgk)

Hãy nối một ô ở cột trái với một ô ở cột phải để được khẳng định đúng:

(1) Tập hợp các điểm có khoảng cách đến điểm A cố định bằng 2cm	(4) là đường tròn tâm A bán kính 2cm
(2) Đường tròn tâm A bán kính 2cm gồm tất cả những điểm	(5) có khoảng cách đến điểm A nhỏ hơn hoặc bằng 2cm
(3) Hình tròn tâm A bán kính 2cm gồm tất cả những điểm	(6) có khoảng cách đến điểm A bằng 2cm
	(7) có khoảng cách đến điểm A lớn hơn 2cm

DẠNG 6. DỰNG ĐƯỜNG TRÒN ĐI QUA HAI ĐIỂM B, C CHO TRƯỚC VÀ THOẢ THÊM MỘT ĐIỀU KIỆN KHÁC

Phương pháp giải

Để dựng một đường tròn, ta cần xác định tâm và bán kính. Tâm O phải thoả mãn hai điều kiện, trong đó có một điều kiện là nằm trên đường trung trực của BC .

Ví dụ 8. (Bài 8, tr.101 SGK)

Cho góc nhọn xAy và hai điểm B, C thuộc tia Ax . Dựng đường tròn (O) đi qua B và sao cho O nằm trên tia Ay .

DẠNG 7. VẼ HÌNH TRẠNG TRÍ GỒM NHỮNG CUNG TRÒN

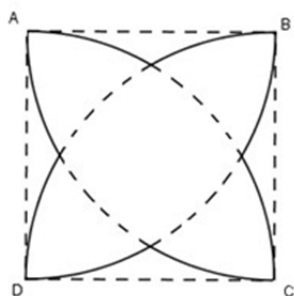
Phương pháp giải

Phải xác định tâm và bán kính của các cung tròn có trong hình.

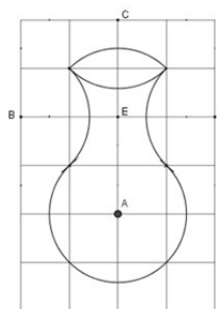
Ví dụ 9. (Bài 9, tr. 101, SGK)**Đố:**

a) Vẽ hình hoa bốn cánh. Hình hoa bốn cánh trên hình 61 được tạo bởi các cung có tâm A, B, C, D (trong đó A, B, C, D là các đỉnh của một hình vuông và tâm của cung là tâm của đường tròn chứa cung đó). Hãy vẽ lại hình 61 vào vở.

b) Vẽ lọ hoa. Chiếc lọ hoa trên hình 62 được vẽ trên giấy kẻ ô vuông bởi 5 cung có tâm A, B, C, D, E. Hãy vẽ lại hình 62 vào giấy kẻ ô vuông.



Hình 61



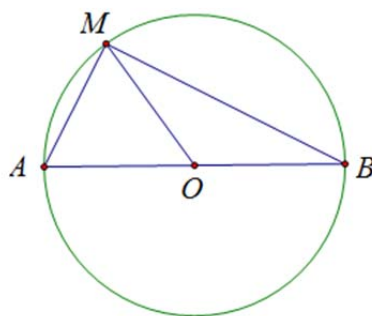
Hình 62

DẠNG 8. CHỨNG MINH MỘT ĐIỂM THUỘC ĐƯỜNG TRÒN CÓ ĐỊNH**Phương pháp giải**

Chứng minh điểm đó cách một điểm cố định bằng một khoảng không đổi.

Ví dụ 10. Cho đường tròn đường kính AB. Chứng minh rằng:

- Nếu điểm M thuộc đường tròn thì $\widehat{AMB} = 90^\circ$.
- Đảo lại, nếu $\widehat{AMB} = 90^\circ$ thì điểm M thuộc đường tròn đường kính AB.

**C. LUYỆN TẬP**

1.1 (Dạng 1). Cho tứ giác ABCD có $\widehat{C} + \widehat{D} = 90^\circ$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, DC và CA. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một đường tròn.

1.2 (Dạng 1). Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng 6 điểm E, F, G, H, B và D cùng nằm trên một đường tròn.

- 1.3 (Dạng 2).** Cho hình thoi $ABCD$, đường trung trực của cạnh AB cắt BD tại E và cắt AC tại F . Chứng minh rằng E và F lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và ABD .
- 1.4 (Dạng 8).** Tam giác ABC có cạnh BC cố định, đường trung tuyến $BM = 1$ cm. Hỏi A di động trên đường nào?
- 1.5 (Dạng 8).** Cho đường tròn (O) đường kính AB . Vẽ đường tròn (I) đường kính OA . Bán kính OC của đường tròn (O) cắt đường tròn (I) tại D . Vẽ $CH \perp AB$. Chứng minh rằng, tứ giác $ACDH$ là hình thang cân.

BÀI 2. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CUNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. So sánh độ dài của đường kính và dây

Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính

2. Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây

- Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy
- Đảo lại, trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG KHÔNG BẰNG NHAU

Phương pháp giải

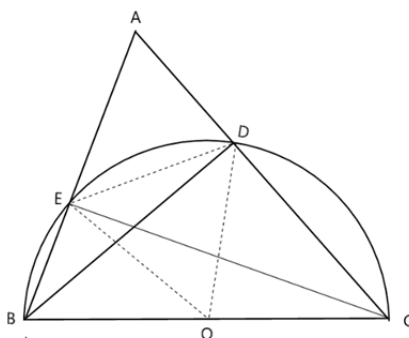
Có thể dùng định lí: Trong các dây của đường tròn, dây lớn nhất là đường kính

Ví dụ 1. (Bài 10, tr. 104 SGK)

Cho tam giác ABC , các đường cao BD, CE .

Chứng minh rằng:

- a) Bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn.
- b) $DE < BC$.



DẠNG 2: CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU

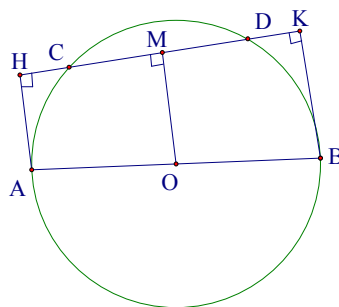
Phương pháp giải

Có thể dùng định lí đường kính vuông góc với một dây.

Ví dụ 2. (Bài 11. Tr 104 SGK)

Cho đường tròn (O), đường kính AB, dây CD không cắt đường kính AB. Gọi H và K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD. Chứng minh $CH = DK$.

Gợi ý: Kẻ OM vuông góc với CD.



Hình 65

C. LUYỆN TẬP

2.1 (Dạng 1). Cho đường tròn (O; R) và ba dây AB, AC, AD; gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B lên các đường thẳng AC, AD. Chứng minh rằng $MN \leq 2R$.

2.2 (Dạng 1). Cho đường tròn (O; R). Vẽ hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh rằng $S_{ABCD} \leq 2R^2$.

2.3 (Dạng 1). Cho đường tròn (O) và dây AB không đi qua tâm. Gọi M là trung điểm của AB. Qua M vẽ dây CD không trùng với AB. Chứng minh rằng điểm M không là trung điểm của CD.

2.4 (Dạng 2). Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi M là một điểm nằm giữa A và B. Qua M vẽ dây cung CD vuông góc với AB. Lấy điểm E đối xứng với A qua M.

a) Tứ giác ACED là hình gì? Vì sao?

b) Giả sử $R = 6,5(\text{cm})$ và $MA = 4(\text{cm})$. Tính CD

c*) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên CA và CB. Chứng minh rằng:

$$MH.MK = \frac{MC^3}{2R}$$

BÀI 3. LIÊN HỆ GIỮA DÂY CUNG VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY CUNG**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Trong một đường tròn**

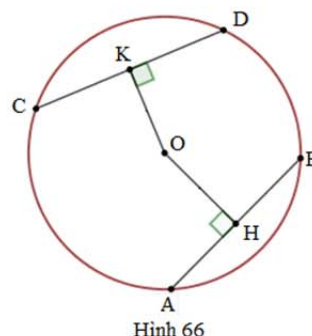
a) Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.

b) Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

$$OH \perp AB; OK \perp CD$$

Trong hình 66:

$$AB = CD \Leftrightarrow OH = OK$$



Hình 66

2. Trong hai dây của một đường tròn

a) Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

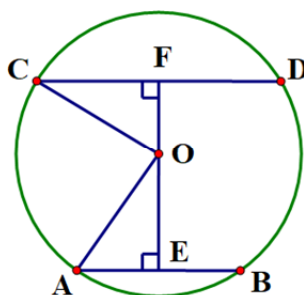
b) Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

B. CÁC DẠNG TOÁN**DẠNG 1. TÍNH ĐỘ DÀI CỦA MỘT DÂY CUNG****Phương pháp giải:**

Để tính độ dài của một dây ta có thể tính khoảng cách từ tâm đến dây. Kết hợp với bán kính đã biết, dùng định lý Py – ta – go ta tính được độ dài của một nửa cung đã cho.

Ví dụ 1: (Bài 14 trang 106 SGK)

Cho đường tròn tâm O bán kính 25cm, dây AB bằng 40cm. Vẽ dây CD song song với AB và có khoảng cách đến AB bằng 22cm. Tính độ dài dây CD.

**DẠNG 2. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU****Phương pháp giải**

Bạn có thể dùng định lý đường kính vuông góc với một dây; định lý về sự liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây hoặc dùng phương pháp tam giác bằng nhau.

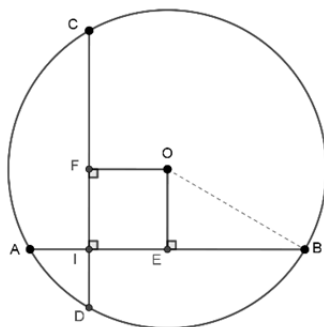
Ví dụ 2: (Bài 12 trang 106 SGK)

Cho đường tròn tâm O bán kính 5cm, dây AB bằng 8cm.

Giao viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

a) Tính khoảng cách từ tâm O đến dây AB.

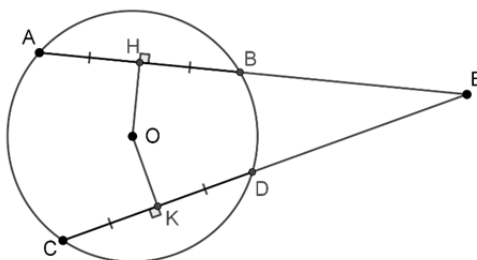
b) Gọi I là điểm thuộc dây AB sao cho $AI = 1\text{cm}$. Kẻ dây CD đi qua I và vuông góc với AB. Chứng minh rằng $CD = AB$.



Ví dụ 3. (Bài 13, tr. 106 SGK)

Cho đường tròn (O) có các dây AB và CD bằng nhau, các tia AB và CD cắt nhau tại điểm E nằm bên ngoài đường tròn. Gọi H và K theo thứ tự là trung điểm của AB và CD. Chứng minh rằng:

- a) $EH = EK$;
- b) $EA = EC$.



DẠNG 3. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG KHÔNG BẰNG NHAU

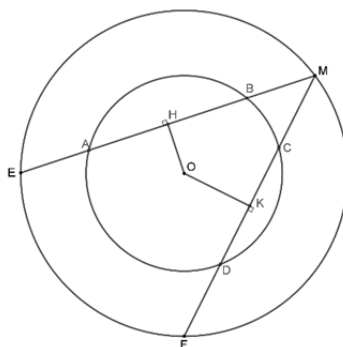
Phương pháp giải

Dùng định lý: dây nào lớn hơn thì gần tâm hơn và đảo lại hoặc dùng mối quan hệ giữa cạnh huyền và cạnh góc vuông trong một tam giác vuông

Ví dụ 4. (Bài 15, tr. 106 SGK)

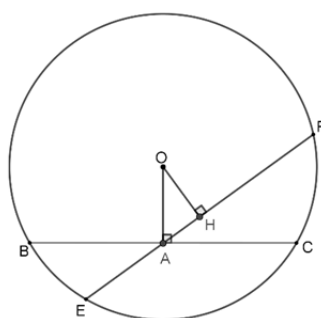
Cho hình 70, trong đó hai đường tròn cùng có tâm là O. Cho biết $AB > CD$. Hãy so sánh các độ dài :

- a) OH và OK
- b) ME và MF
- c) MH và MK



Ví dụ 5. (Bài 16, tr. 106 SGK)

Cho đường tròn (O) , điểm A nằm bên trong đường tròn. Vẽ dây BC vuông góc với OA . Vẽ dây EF bất kỳ đi qua A và không vuông góc với OA . So sánh độ dài hai dây BC và EF



C. LUYỆN TẬP

3.1 (Dạng 1). Cho đường tròn (O) và hai dây AB , CD bằng nhau và vuông góc với nhau tại I .

Giả sử $IA = 2\text{cm}$, $IB = 4\text{cm}$. Tính khoảng cách từ tâm O đến mỗi dây

3.2 (Dạng 1). Cho đường tròn $(O ; 2,5\text{cm})$ và dây AB di động sao cho $AB = 4\text{cm}$. Hỏi trung điểm M của AB di động trên đường nào?

3.3 (Dạng 2). Cho đường tròn $(O ; R)$. Vẽ hai bán kính OA, OB . Trên các bán kính OA, OB lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $OM = ON$. Vẽ dây CD đi qua M và N (M nằm giữa C và N).

a) Chứng minh rằng $CM = DN$

b) * Giả sử $\widehat{AOB} = 90^\circ$, hãy tính OM theo R sao cho: $CM = MN = ND$.

3.4 (Dạng 2). Cho đường tròn $(O ; R)$ đường kính AB . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của OA, OB . Qua M và N lần lượt vẽ các dây CD và EF song song với nhau (C và E cùng nằm trên một nửa đường tròn đường kính AB).

a) Chứng minh rằng tứ giác $CDFE$ là hình chữ nhật.

b) Giả sử CD và EF cùng tạo với AB một góc nhọn là 30° , tính diện tích hình chữ nhật $CDFE$.

3.5 (Dạng 3). Cho đường tròn $(O ; 13)$ và một điểm M cách O là 5.

- a) Tính độ dài của dây dài nhất và dây ngắn nhất đi qua M .
- b) Có bao nhiêu dây có độ dài là một số tự nhiên đi qua M .

BÀI 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

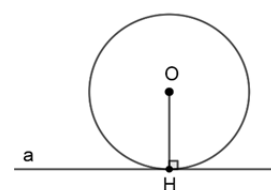
1. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
+ Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
+ Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
+ Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

2. Định lý

Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

Trong hình 72: a là tiếp tuyến của (O) , tiếp điểm $H \Rightarrow a \perp OH$



Hình 72

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. CHO BIẾT d VÀ R , XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN HOẶC NGƯỢC LẠI

Phương pháp giải

Hãy so sánh d với R :

Nếu $d > R$ ($d < R$ hoặc $d = R$) thì đường thẳng không cắt đường tròn (cắt đường tròn hoặc tiếp xúc với đường tròn) và ngược lại.

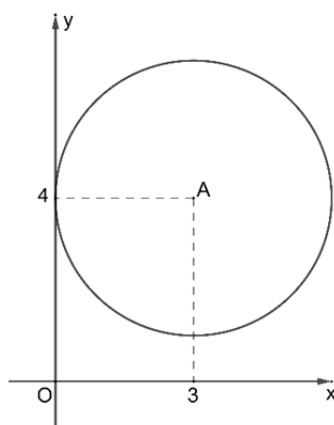
Ví dụ 1. (Bài 17, tr. 109 SGK)

Điền vào các chỗ trống (...) trong bảng sau (R là bán kính của đường tròn, d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng) :

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5 cm	3 cm	...
6 cm	...	Tiếp xúc nhau
4 cm	7 cm	...

Ví dụ 2. (Bài 18, tr. 110 SGK)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;4)$. Hãy xác định vị trí tương đối của đường tròn $(A;3)$ và các trục **tọa độ**



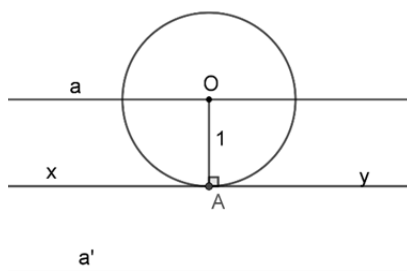
DẠNG 2. TÌM VỊ TRÍ CỦA TÂM MỘT ĐƯỜNG TRÒN CÓ BÁN KÍNH CHO TRƯỚC VÀ TIẾP XÚC VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC

Phương pháp giải

Xác định xem tâm đường tròn cách đường thẳng cho trước một khoảng là bao nhiêu rồi vận dụng tính chất các điểm cách một đường thẳng cho trước một khoảng cho trước

Ví dụ 3. (Bài 19, tr. 110 SGK)

Cho đường thẳng xy . Tâm của các đường tròn có bán kính bằng 1cm và tiếp xúc với đường thẳng xy nằm trên đường nào ?



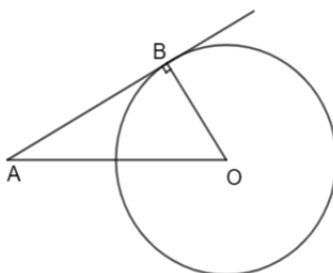
DẠNG 3. TÍNH ĐỘ DÀI CỦA MỘT ĐOẠN TIẾP TUYẾN

Phương pháp giải

Nối tâm với tiếp điểm để vận dụng định lý về tính chất của tiếp tuyến và định lý Pi-ta-go.

Ví dụ 4. (Bài 20, tr. 110 SGK)

Cho đường tròn tâm O bán kính 6 cm và một điểm A cách O là 10 cm. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Tính độ dài AB .



C. LUYỆN TẬP

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

- 4.1 (Dạng 1).** Cho $a // b$ và cách nhau một khoảng là 2 cm . Lấy điểm $O \in a$, vẽ đường tròn $(O; 2\text{ cm})$. Chứng minh rằng đường tròn này tiếp xúc với đường thẳng b .
- 4.2 (Dạng 1).** Cho đường thẳng xy đi qua điểm A nằm trong đường tròn $(O; R)$. Chứng minh rằng đường thẳng xy và đường tròn $(O; R)$ cắt nhau.
- 4.3 (Dạng 2).** Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau, cách nhau một khoảng là h . Một đường tròn (O) tiếp xúc với a và b . Hỏi tâm O di động trên đường nào?
- 4.4 (Dạng 3).** Cho đường tròn $(O; 2\text{ cm})$ và một điểm A chạy trên đường tròn đó. Từ A vẽ tiếp tuyến xy . Trên xy lấy một điểm M sao cho $AM = 2\sqrt{3}\text{ cm}$. Hỏi điểm M di động trên đường nào?
- 4.5 (Dạng 3).** Cho đường tròn $(O; R)$ và dây $AB = 1,6R$. Vẽ một tiếp tuyến song song với AB ; cắt các tia OA, OB theo thứ tự tại M và N . Tính diện tích tam giác OMN .

BÀI 5. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****Dấu hiệu 1:**

Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

Dấu hiệu 2: Theo định nghĩa của tiếp tuyến.

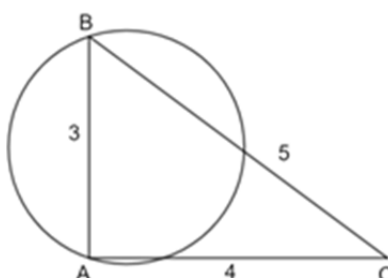
B. CÁC DẠNG TOÁN
DẠNG 1. CHỨNG MINH MỘT ĐƯỜNG THẲNG LÀ TIẾP TUYẾN CỦA MỘT ĐƯỜNG TRÒN
Phương pháp giải

Có thể dùng một trong hai cách:

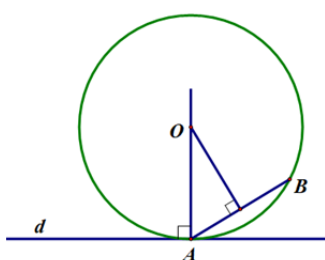
- Chứng minh đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó.
- Chứng minh $d = R$.

Ví dụ 1. (Bài 21, tr 111 SGK)

Cho tam giác ABC có: $AB = 3, AC = 4, BC = 5$. Vẽ đường tròn $(B; BA)$. Chứng minh rằng AC là tiếp tuyến của đường tròn.

**Ví dụ 2.** (Bài 22, tr.111 SGK)

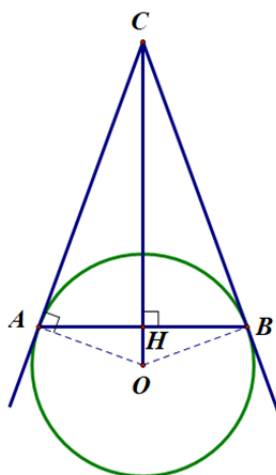
Cho đường thẳng d , điểm A nằm trên đường thẳng d , điểm B nằm ngoài đường thẳng d . Hãy dựng đường tròn (O) đi qua điểm B và tiếp xúc với đường thẳng d tại A .

**Ví dụ 3.** (Bài 24, tr. 111 SGK)

Cho đường tròn (O) , dây AB khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với AB , cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn ở điểm C .

a) Chứng minh rằng CB là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Cho bán kính của đường tròn bằng 15 cm , $AB = 24\text{ cm}$. Tính độ dài OC .



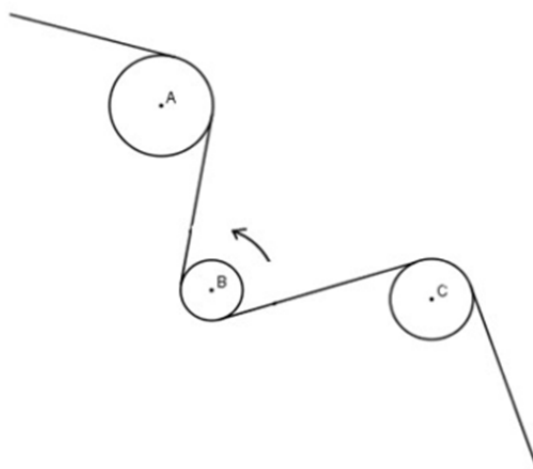
DẠNG 2. XÁC ĐỊNH CHIỀU QUAY CỦA BÁNH XE

Phương pháp giải:

Nếu dây cua-roa mắc qua hai đường tròn mà cắt đoạn thẳng nối hai tâm đường tròn thì chiều quay của hai đường tròn sẽ ngược nhau.

Ví dụ 4. (Bài 23, tr. 111 SGK)

Đố: Dây cua-roa trên hình 79 có những phần là tiếp tuyến của các đường tròn tâm A , B , C . Chiều quay của đường tròn tâm B ngược chiều quay của kim đồng hồ. Tìm chiều quay của đường tròn tâm A và đường tròn tâm C (cùng chiều quay hay ngược chiều quay của kim đồng hồ).



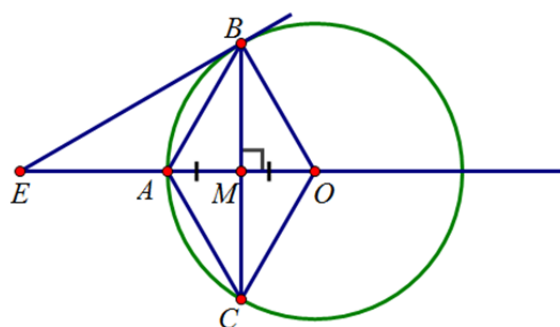
DẠNG 3.**TÍNH ĐỘ DÀI CỦA MỘT ĐOẠN TIẾP TUYẾN****Phương pháp giải**

Nối tâm với tiếp điểm để vận dụng định lý về tính chất của tiếp tuyến và hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Ví dụ 5. (Bài 25, tr.112 SGK)

Cho đường tròn tâm O có bán kính $OA=R$, dây BC vuông góc với OA tại trung điểm M của OA .

- a) Tứ giác $OCAB$ là hình gì? Vì sao?
 b) Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại B , nó cắt đường thẳng OA tại E . Tính độ dài BE theo R .



Hình 80

C. LUYỆN TẬP

5.1. (Dạng 1). Cho đường tròn (O) và một dây AB . Gọi M là trung điểm của AB . Vẽ bán kính OI đi qua M . Từ I vẽ đường thẳng $xy \parallel AB$. Chứng minh rằng xy là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

5.2. (Dạng 1). Cho đường tròn (O) và một đường thẳng AB . Hãy dựng một tiếp tuyến của đường tròn sao cho tiếp tuyến này song song với AB .

5.3. (Dạng 1). Cho tam giác ABC , hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh rằng bốn điểm A, D, H, E cùng nằm trên một đường tròn (gọi tâm của nó là O).
 b) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng ME là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

5.4. (Dạng 1, 3). Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ dây AC sao cho $\widehat{CAB} = 30^\circ$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm M sao cho $BM = R$. Chứng minh rằng:

- a) MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
 b) $MC^2 = 3R^2$.

5.5. (Dạng 1, 3). Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB=8$; $AC=15$. Vẽ đường cao AH . Gọi D là điểm đối xứng với B qua H . Vẽ đường tròn đường kính CD cắt AC ở E .

- a) Chứng minh rằng HE là tiếp tuyến của đường tròn.
- b) Tính độ dài HE .

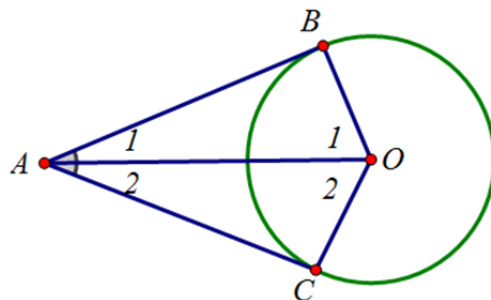
BÀI 6. TÍNH CHẤT CỦA HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý về hai tiếp tuyến cắt nhau (h.81)

AB và AC là hai tiếp tuyến của đường tròn

$$(O) \Rightarrow \begin{cases} AB = AC \\ \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \\ \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \end{cases}$$

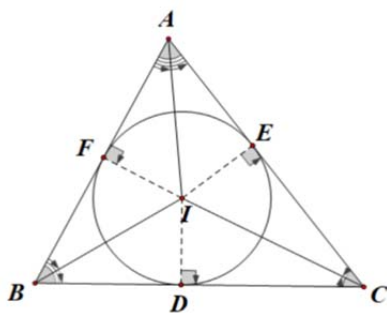


Hình 81

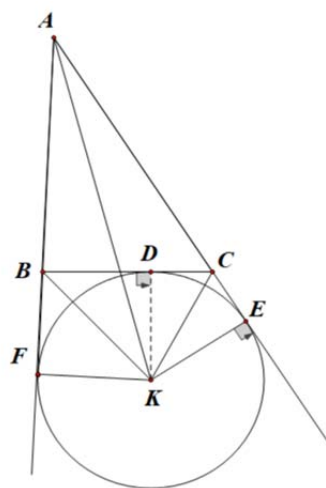
2. Đường tròn nội tiếp tam giác

Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác gọi là đường tròn nội tiếp tam giác, còn tam giác gọi là ngoại tiếp đường tròn.

Tâm đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm các đường phân giác các góc trong tam giác (h.82).



Hình 82



Hình 83

3. Đường tròn bàng tiếp tam giác

Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là đường tròn bàng tiếp tam giác (h.83).

Tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A của tam giác ABC là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C. Trong một tam giác có ba đường tròn bàng tiếp.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU, HAI GÓC BẰNG NHAU

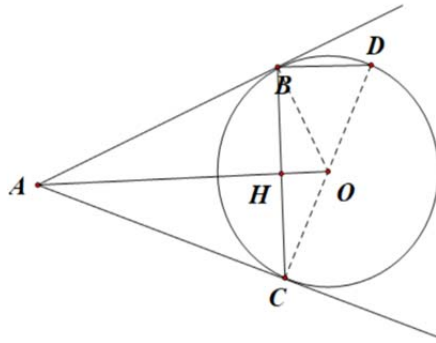
Phương pháp giải

Áp dụng tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.

Ví dụ 1. (Bài 26, tr.115 SGK)

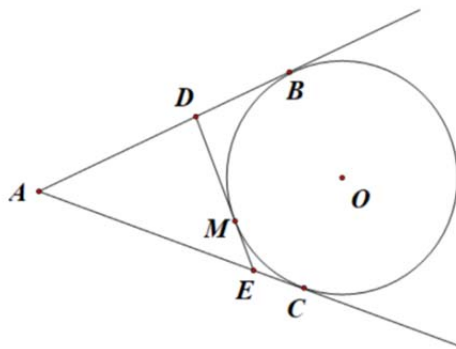
Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

- Chứng minh rằng OA vuông góc với BC .
- Vẽ đường kính CD . Chứng minh rằng BD song song với AO .
- Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC , biết $OB=2\text{cm}$, $OA=4\text{cm}$.



Ví dụ 2. (Bài 27, tr.115 SGK)

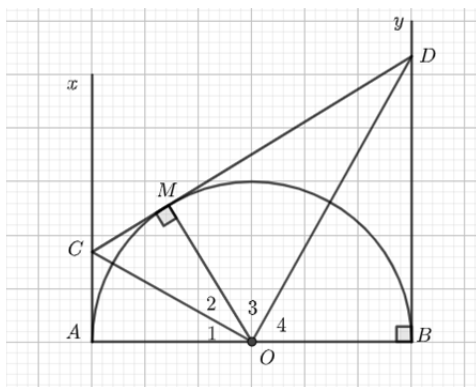
Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) , kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC kẻ tiếp tuyến thứ ba với đường tròn (O) , nó cắt các tiếp tuyến AB, AC theo thứ tự ở D, E . Chứng minh rằng chu vi tam giác ADE bằng $2AB$.



Ví dụ 3. (Bài 30, tr. 116, SGK)

Cho nửa đường tròn tâm (O) có đường kính AB (Đường kính của một đường tròn chia đường tròn đó thành hai nửa đường tròn). Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Ax và By theo thứ tự ở C và D . Chứng minh rằng :

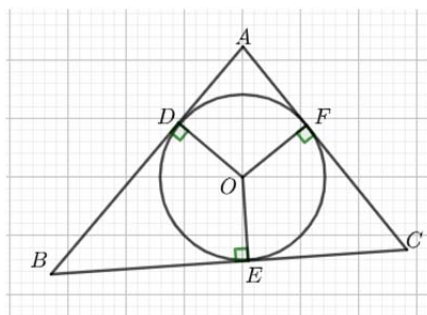
- $\widehat{COD} = 90^\circ$.
- $CD = AC + BD$
- Tích $AC \cdot BD$ không đổi khi điểm M di chuyển trên nửa đường tròn.



Ví dụ 4. (Bài 31 trang 116, sgk)

Trên hình 87, tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O)

- Chứng minh rằng: $2AD = AB + AC - BC$.
- Tìm các hệ thức tương tự như hệ thức ở câu a).



DẠNG 2. TÌM TÂM CỦA ĐƯỜNG TRÒN TIẾP XÚC VỚI HAI CẠNH CỦA MỘT GÓC

Phương pháp giải:

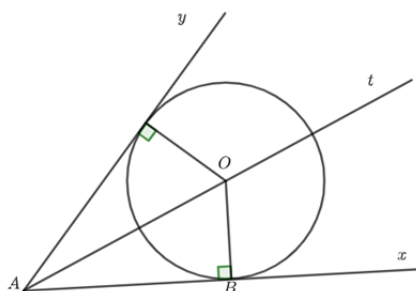
Từ tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta suy ra tâm của đường tròn tiếp xúc với hai cạnh của một góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.

Ví dụ 5. (Bài 28, tr. 116, SGK)

Cho góc xAy khác góc bẹt. Tâm của các đường tròn tiếp xúc với hai cạnh của góc xAy nằm trên đường nào?

Ví dụ 6. (Bài 29, tr. 116, SGK)

Cho góc xAy khác góc bẹt, điểm B thuộc tia Ax . Hãy dựng đường tròn (O) tiếp xúc với Ax tại B và tiếp xúc với Ay



DẠNG 3. TÍNH DIỆN TÍCH TAM GIÁC ĐỀU NGOẠI TIẾP MỘT ĐƯỜNG TRÒN

Phương pháp giải

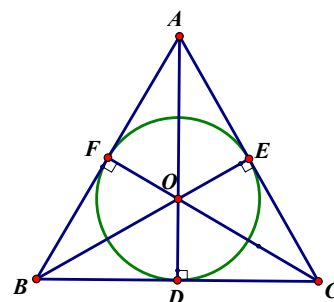
Đã biết bán kính của đường tròn nội tiếp từ đó suy ra đường cao của tam giác đều và độ dài mỗi cạnh của tam giác. Cuối cùng tính diện tích tam giác theo công thức $S = \frac{ah}{2}$

Ví dụ 7: (Bài 32, Tr 116 SGK)

Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn bán kính 1cm . Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. 6cm^2 B. $\sqrt{3}\text{cm}^2$
 C. $\frac{2\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2$ D. $3\sqrt{3}\text{cm}^2$

Hãy chọn câu trả lời đúng.



C. LUYỆN TẬP

6.1 (Dạng 1). Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O) ta vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn. Trên tia OB lấy điểm C sao cho $BC=BO$. Chứng minh rằng $\widehat{BMC} = \frac{1}{2} \widehat{BMA}$.

6.2 (Dạng 1). Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A ở bên ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC . Chứng minh rằng $\widehat{BAC} = 60^\circ$ khi và chỉ khi $OA = 2R$.

6.3 (Dạng 1). Từ một điểm A ở bên ngoài đường tròn $(O;R)$ vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Đường thẳng vuông góc với OB tại O cắt AC tại N . Đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt tia AB tại M .

- Chứng minh rằng tứ giác $AMON$ là hình thoi
- Điểm A phải cách O một khoảng là bao nhiêu để cho MN là tiếp tuyến của đường tròn (O)

6.4 (Dạng 1). Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O) . Các tiếp tuyến của đường tròn vẽ từ A và C cắt nhau tại M . Trên tia AM lấy điểm D sao cho $AD=BC$. Chứng minh rằng:

- Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành
- Ba đường thẳng AC, BD, OM đồng quy

6.5 (Dạng 1). Cho đường tròn $(O;r)$ nội tiếp tam giác ABC vuông góc tại A . Chứng minh rằng $r = p - a$, trong đó p là nửa chu vi tam giác, a là độ dài cạnh huyền

6.6 (Dạng 3). Chứng minh rằng diện tích tam giác ngoại tiếp một đường tròn được tính theo công thức $S = pr$, trong đó p là nửa chu vi tam giác, r là bán kính đường tròn nội tiếp.

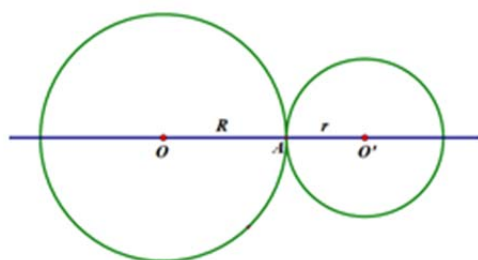
BÀI 7& 8. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

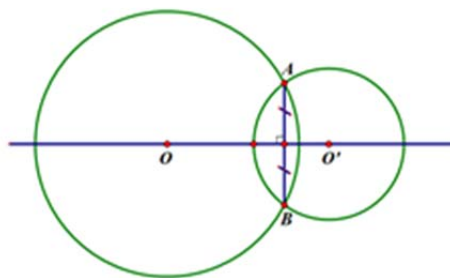
1. Tính chất đường nối tâm

Đường nối tâm là trục đối xứng của hình tạo bởi hai đường tròn. Từ đó suy ra:

- Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm (h.90).
- Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là đường trung trực của dây chung (h.91).



Hình 90



Hình 91

2. Sự liên hệ giữa vị trí của hai đường tròn với đoạn nối tâm d và các bán kính R và r

Vị trí tương đối của hai đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R, r
• Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < d < R + r$
• Hai đường tròn tiếp xúc nhau tiếp xúc ngoài tiếp xúc trong	1	$d = R + r$ $d = R - r$
• Hai đường tròn không giao nhau ngoài nhau (O) đựng (O')	0	$d > R + r$ $d < R - r$
Đặc biệt, (O) và (O') đồng tâm		$OO' = 0$

B. CÁC DẠNG TOÁN

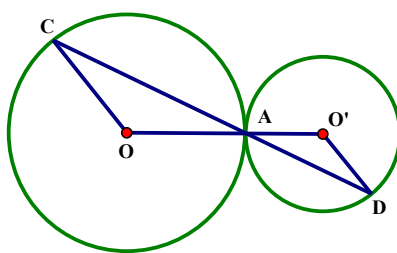
DẠNG 1. CÁC BÀI TOÁN CÓ CHO HAI ĐƯỜNG TRÒN TIẾP XÚC NHAU

Phương pháp giải:

- Vẽ đường nối tâm và chú ý rằng tiếp điểm nằm trên đường nối tâm, dùng hệ thức $d = R + r$.
- Nếu cần, có thể vẽ tiếp tuyến chung tại tiếp điểm.

Ví dụ 1: (Bài 33, tr.119 SGK)

Trên hình 92, hai đường tròn tiếp xúc nhau tại A . Chứng minh rằng $OC \parallel O'D$.



Hình 92

Ví dụ 2: (Bài 38, tr.123 SGK)

Điền các từ thích hợp vào chỗ trống (...):

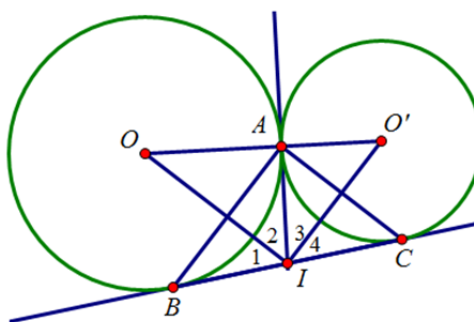
- Tâm của các đường tròn có bán kính bằng 1cm tiếp xúc ngoài với đường tròn $(O; 3\text{cm})$ nằm trên ...
- Tâm của các đường tròn có bán kính bằng 1cm tiếp xúc trong với đường tròn $(O; 3\text{cm})$ nằm trên ...

Ví dụ 3: (Bài 39 trang 123 SGK)

Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC , $B \in (O)$, $C \in (O')$.

Tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC tại I .

- Chứng minh $\widehat{BAC} = 90^\circ$.
- Tính số đo $\widehat{OIO'}$
- Tính độ dài BC , biết $OA = 9\text{cm}$, $O'A = 4\text{cm}$.

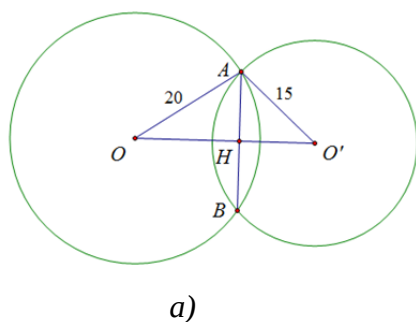
**DẠNG 2. CÁC BÀI TOÁN CÓ CHO HAI ĐƯỜNG TRÒN CẮT NHAU****Phương pháp giải**

Vẽ dây chung của hai đường tròn rồi dùng tính chất đường nối tâm là đường trung trực của dây chung.

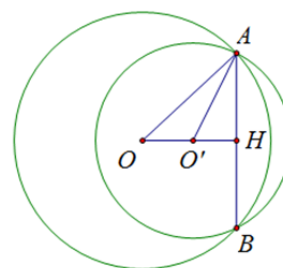
Ví dụ 4. (Bài 34, trang 119 SGK)

Cho hai đường tròn $(O; 20\text{cm})$ và $(O'; 15\text{cm})$ cắt nhau tại A và B . Tính đoạn nối tâm OO' biết rằng $AB = 24\text{cm}$.

(Xét hai trường hợp: O và O' nằm khác phía đối với AB ; O và O' nằm cùng phía đối với AB ;))



a)



b)

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN KHI BIẾT HỆ THỨC GIỮA d VỚI R, r VÀ NGƯỢC LẠI

Phương pháp giải

Nếu $d = R - r$ thì hai đường tròn tiếp xúc trong và ngược lại;

Nếu $d = R + r$ thì hai đường tròn tiếp xúc ngoài và ngược lại;

Ví dụ 5. (Bài 35, trang 122 SGK).

Điền vào các chỗ trống trong bảng, biết rằng hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ có $OO' = d; R > r$.

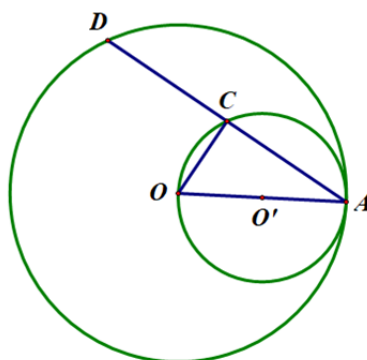
Vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức giữa d, R, r
T($O; R$) đựng ($O'; r$)		
		$d > R + r$
Tiếp xúc ngoài		
		$d = R - r$
	2	

Ví dụ 6. (Bài 35, tr.123 SGK)

Cho đường tròn (O) bán kính OA và đường tròn (O') đường kính OA .

a) Hãy xác định vị trí của hai đường tròn (O) và (O') .

b) Dây AD của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ ở C . Chứng minh rằng: $AC = CD$.



Hình 95

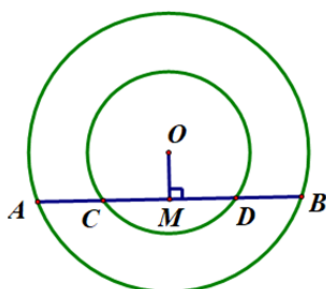
DẠNG 4. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG TRÊN CÙNG MỘT DÂY CUNG BẰNG NHAU

Phương pháp giải

Có thể vẽ đường kính vuông góc với một dây rồi dùng tính chất đường kính vuông góc với một dây thì chia đôi dây ấy.

Ví dụ 7. (Bài 37, tr 123 SGK)

Cho hai đường tròn đồng tâm O. Dây AB của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ ở C và D. Chứng minh rằng: $AC = BD$.



Hình 96

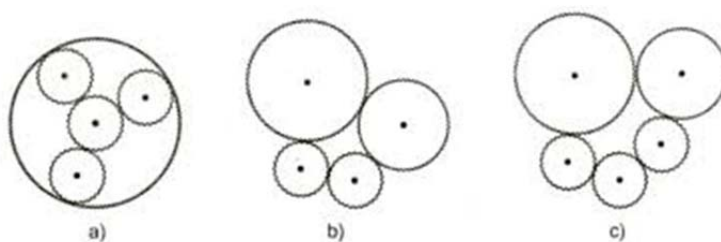
DẠNG 5. XÁC ĐỊNH CHIỀU QUAY CỦA BÁNH XE

Phương pháp giải

- Nếu hai bánh xe có răng cưa tiếp xúc ngoài với nhau thì chúng quay ngược chiều nhau.
- Nếu hai bánh xe có răng cưa tiếp xúc trong với nhau thì chúng quay cùng chiều với nhau.

Ví dụ 8: (Bài 40, tr 123 SGK)

Đố: Trên các hình 97 a, b, c các bánh xe tròn có răng cưa được khớp với nhau. Trên hình nào, hệ thống bánh răng chuyển động được? Trên hình nào, hệ thống bánh răng không chuyển động được?



Hình 97

C. LUYỆN TẬP

7.1 (Dạng 1) Cho ba đường tròn tâm O_1, O_2, O_3 cùng có bán kính R và tiếp xúc ngoài với nhau đôi một. Tính diện tích tam giác có ba đỉnh là ba tiếp điểm.

7.2 (Dạng 1) Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc với nhau tại A . Qua A vẽ một cát tuyến cắt đường tròn (O) tại B và cắt đường tròn (O') tại C . Từ B vẽ tiếp tuyến xy với đường tròn (O) . Từ C vẽ đường thẳng $uv // xy$. Chứng minh rằng uv là tiếp tuyến của đường tròn (O') .

7.3 (Dạng 2) Cho hai đường tròn $(O; 17)$ và $(O'; 10)$ cắt nhau tại A và B . Biết $OO' = 21$, tính AB .

7.4 (Dạng 2) Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn $(D; DC)$ và đường tròn đường kính BC . Chúng cắt nhau tại một điểm thứ hai là E . Tia CE cắt AB tại M , tia BE cắt AD tại N . Chứng minh rằng:

- a) N là trung điểm của AD .
- b) M là trung điểm của AB .

8.1 (Dạng 2, 3) Cho góc vuông xOy . Lấy các điểm I và K thứ tự trên các tia Ox và Oy . Vẽ đường tròn $(I; OK)$ cắt tia Ox tại M (I nằm giữa O và M). Vẽ đường tròn $(K; OI)$ cắt tia Oy tại N (K nằm giữa O và N)

- a) Chứng minh hai đường tròn (I) và (K) luôn cắt nhau
- b) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (I) , tiếp tuyến tại N của đường tròn (K) cắt nhau tại C . Chứng minh tứ giác $OMCN$ là hình vuông
- c) Gọi A, B là các giao điểm của (I) và (K) trong đó B ở miền trong góc xOy . Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng
- d) Giả sử I và K thứ tự di động trên các tia Ox và Oy sao cho $OI + OK = a$ không đổi. Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định

8.2 (Dạng 1, 3) Cho đoạn thẳng $OO' = 4\text{cm}$. Vẽ các đường tròn $(O; 2\text{cm})$ và $(O'; 1\text{cm})$

- a) Hãy xác định vị trí tương đối giữa hai đường tròn đó.
- b) Dựng đường tròn $(I; 1,5\text{cm})$ tiếp xúc ngoài với hai đường tròn (O) và (O')

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SÁCH GIÁO KHOA

41. Cho đường tròn (O) có đường kính BC , dây AD vuông góc với BC tại H .

Gọi E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC . Gọi $(I), (K)$ theo thứ tự là các đường tròn ngoại tiếp tam giác HBE, HCF .

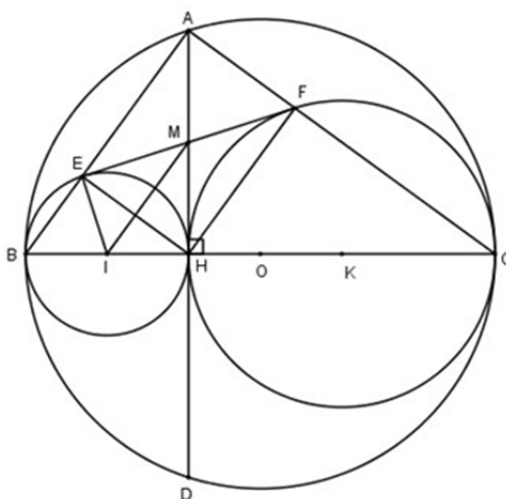
a) Hãy xác định vị trí tương đối của các đường tròn: (I) và (O) , (K) và (O) , (I) và (K) .

b) Tứ giác $AEHF$ là hình gì? Vì sao?

c) Chứng minh đẳng thức $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

d) Chứng minh rằng EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (I) và (K) .

e) Xác định vị trí của điểm H để EF có độ dài lớn nhất.



42. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A, BC là tiếp tuyến chung ngoài, $B \in (O), C \in (O')$. Tiếp tuyến chung trong tại A cắt BC ở điểm M . Gọi E là giao điểm của OM và AB, F là giao điểm của OM và AC . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $AEMF$ là hình chữ nhật.

b) $ME \cdot MO = MF \cdot MO$.

c) OO' là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là BC .

d) BC là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là OO' .

43. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ cắt nhau tại A và B ($R > r$).

Gọi I là trung điểm của OO' . Kẻ đường thẳng vuông góc với IA tại A , đường thẳng này cắt các đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ theo thứ tự tại C và D (khác A).

a) Chứng minh rằng $AC = AD$.

b) Gọi K là điểm đối xứng với điểm A và qua điểm I . Chứng minh rằng KB vuông góc với AB

b) Tiếp tuyến tại E của nửa đường tròn cắt Ax, By theo thứ tự tại M và N. Chứng minh rằng ba đường thẳng MN, AB, CD đồng quy hoặc song song với nhau.

c) Xác định vị trí của điểm E trên nửa đường tròn để diện tích tứ giác ABCD nhỏ nhất. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

6. Cho đoạn thẳng AB cố định. Vẽ (O) tiếp xúc AB tại A, vẽ (O') tiếp xúc AB tại B, hai đường tròn này luôn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và luôn tiếp xúc ngoài với nhau. Hỏi tiếp điểm M di động trên đường nào?
7. Cho trước đường tròn (O; 2cm) và đường thẳng xy tiếp xúc với nhau tại A. Dựng đường tròn (I; 1cm) tiếp xúc ngoài với (O) và tiếp xúc với xy.

CHƯƠNG III. GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

BÀI 1. GÓC Ở TÂM. SỐ ĐO CUNG

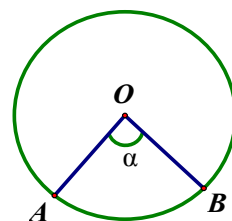
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Góc ở tâm là góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn.

Ví dụ: Góc AOB là góc ở tâm (h.1)

• Nếu $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ thì cung nằm bên trong góc gọi là cung nhỏ và cung nằm bên ngoài gọi là cung lớn.

• Nếu $\alpha = 180^\circ$ thì mỗi cung là một nửa đường tròn.



Hình 1

2. Số đo cung.

Số đo cung AB (kí hiệu là $sđ\widehat{AB}$) được định nghĩa như sau:

- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
- Số đo cung lớn bằng hiệu giữa 360° và số đo cung nhỏ.
- Số đo nửa đường tròn bằng 180° .

Chú ý: “Cung không” có số đo 0° ;

Cung cả đường tròn có số đo 360° .

3. So sánh hai cung

Trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau:

- Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.
- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn.

4. Khi nào thì $sđ\widehat{AB} = sđ\widehat{AC} + sđ\widehat{CB}$

Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì $sđ\widehat{AB} = sđ\widehat{AC} + sđ\widehat{CB}$

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. TÍNH SỐ ĐO CỦA GÓC Ở TÂM, CỦA CUNG BỊ CHẮN

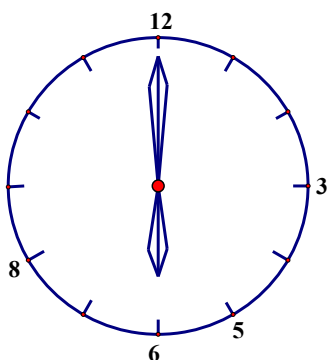
Phương pháp giải

- Để tính số đo của góc ở tâm ta có thể:
 - Dùng thước đo góc (nếu đề bài yêu cầu).
 - Dựa về cách tính số đo một góc của tam giác, tứ giác.
- Để tính số đo của cung nhỏ, ta tính số đo của góc ở tâm tương ứng.
- Để tính số đo của cung lớn ta lấy 360° trừ đi số đo của cung nhỏ.

Ví dụ 1. (Bài 1 tr. 68 SGK)

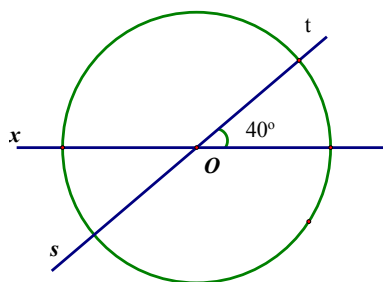
Kim giờ và kim phút của đồng hồ tạo thành một góc ở tâm có số đo là bao nhiêu độ vào những thời điểm sau:

- a) 3 giờ; b) 5 giờ; c) 6 giờ; d) 12 giờ; e) 20 giờ.



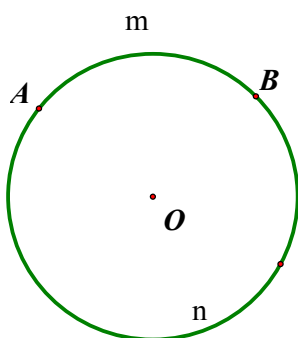
Hình 2

Ví dụ 2: (Bài 2, tr.69 SGK) Cho hai đường thẳng xy và st cắt nhau tại O , trong các góc tạo thành có góc 40° . Vẽ một đường tròn tâm O . Tính số đo của các góc ở tâm xác định bởi hai trong bốn tia gốc O .

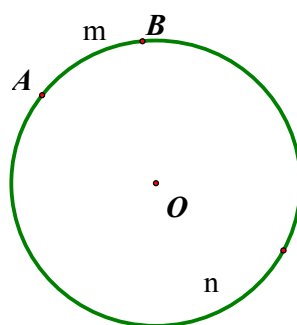


Hình 3

Ví dụ 3: (Bài 3, tr.69 SGK) Trên hình 4, 5 hãy dùng dụng cụ đo góc để tìm số đo cung AmB . Từ đó tính số đo cung AnB tương ứng.



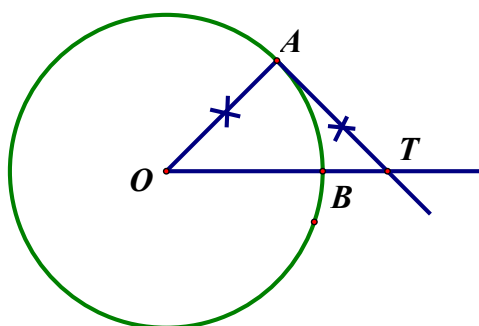
Hình 4



Hình 5

Ví dụ 4: (Bài 4, tr.69 SGK)

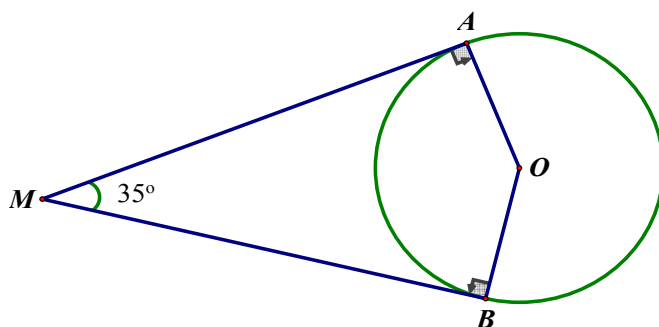
Xem hình 6. Tính số đo của góc ở tâm AOB và số đo cung lớn AB .



Hình 6

Ví dụ 5. (Bài 5, tr.69 SGK) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B cắt nhau tại M. Biết $\widehat{AMB} = 45^\circ$.

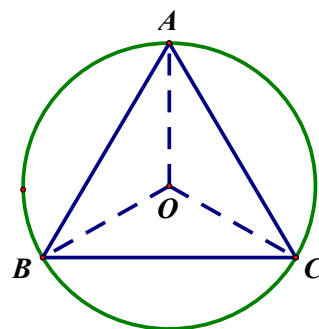
- Tính số đo của góc ở tâm tạo bởi hai bán kính OA, OB.
- Tính số đo mỗi cung AB (cung lớn và cung nhỏ).



Hình 7

Ví dụ 6: (Bài 6, tr.69 SGK) Cho tam giác đều ABC. Gọi O là tâm của đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C.

- Tính số đo các góc ở tâm tạo bởi hai trong ba bán kính OA, OB, OC.

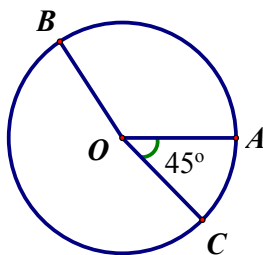


Hình 8

- Tính số đo các cung tạo bởi hai trong ba điểm A, B, C.

Ví dụ 7: (Bài 9, tr.69 SGK)

Trên đường tròn tâm O lấy ba điểm A, B, C sao cho $\widehat{AOB} = 100^\circ$, số đo $\widehat{AC} = 45^\circ$. Tính số đo cung nhỏ BC và cung lớn BC . (xét cả hai trường hợp: điểm C nằm trên cung nhỏ AB , điểm C nằm trên cung lớn AB).



Hình 9b

DẠNG 2. CHỨNG MINH HAI CUNG BẰNG NHAU

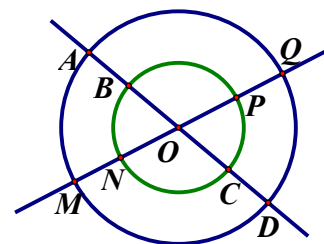
Phương pháp giải

Để chứng minh hai cung (của một đường tròn) bằng nhau, ta chứng minh hai cung này có cùng một số đo.

Ví dụ 8: (Bài 7, tr.69 SGK)

Cho hai đường tròn cùng tâm O với bán kính khác nhau. Hai đường thẳng đi qua O cắt hai đường tròn đó tại các điểm A, B, C, D, M, N, P, Q (h.10).

- Em có nhận xét gì về số đo của các cung nhỏ AM, CP, BN, DQ ?
- Hãy nêu tên các cung nhỏ bằng nhau.
- Hãy nêu tên các cung lớn bằng nhau.



Hình 10

DẠNG 3. TÌM CÂU ĐÚNG, SAI TRONG CÁC KHẲNG ĐỊNH LIÊN QUAN ĐẾN SO SÁNH HAI CUNG

Phương pháp giải

- Trước hết xét xem hai cung có cùng thuộc một đường tròn hay không?
- Nếu hai cung cùng thuộc một đường tròn thì so sánh số đo của chúng. Khẳng định nào thỏa mãn định nghĩa về so sánh hai cung thì khẳng định đó đúng, trái lại khẳng định đó sai

Ví dụ 9: (Bài 8, tr.70 SGK)

Mỗi khẳng định sao đúng hay sai? Vì sao?

- Hai cung bằng nhau thì số đo bằng nhau.
- Hai cung có số đo bằng nhau thì bằng nhau.
- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn là cung lớn hơn.
- Trong hai cung trên một đường tròn, cung nào có số đo nhỏ hơn thì nhỏ hơn.

C. LUYỆN TẬP

1.1 (Dạng 1). Cho đường tròn $(O; R)$. Vẽ dây $AB = R\sqrt{2}$. Tính số đo của hai cung AB .

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

1.2 (Dạng 1) . Cho đường tròn $(O; R)$. Vẽ dây AB sao cho số đo của cung nhỏ AB bằng $\frac{1}{2}$ số đo của cung lớn AB. Tính diện tích của tam giác AOB

1.3 (Dạng 1,2) . Cho hai đường tròn đồng tâm $(O; R)$ và $\left(O; \frac{R\sqrt{3}}{2}\right)$. Trên đường tròn nhỏ lấy một điểm M. Tiếp tuyến tại M của đường tròn nhỏ cắt đường tròn lớn tại A và B. Tia OM cắt đường tròn lớn tại C.

- a) Chứng minh rằng $\widehat{CA} = \widehat{CB}$.
- b) Tính số đo của hai cung AB.

BÀI 2. LIÊN HỆ GIỮA CUNG VÀ DÂY

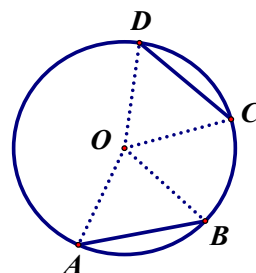
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định lý 1

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau:

- a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau.
- b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau.

Trong hình 11: $\widehat{AB} = \widehat{CD} \Leftrightarrow AB = CD$.



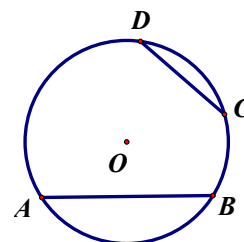
Hình 11

Định lý 2

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau

- a) Cung lớn hơn căng hai dây lớn hơn.
- b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

Trong hình 12: $\widehat{AB} > \widehat{CD} \Leftrightarrow AB > CD$

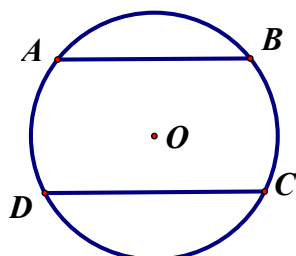


Hình 12

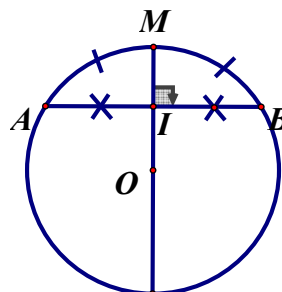
Định lý bổ sung

1. (Bài 13 SGK). Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.

Trong hình 13: $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$

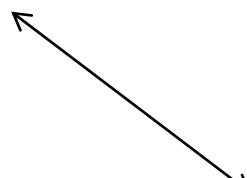
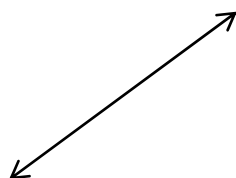


Hình 13



Hình 14

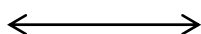
Đường kính vuông góc với dây (1)



Đường kính chia đôi dây (2)

Đường kính chia đôi cung căng dây (3)

Điều kiện



(2) $\rightarrow$ (1) và (2) $\rightarrow$ (3) có điều kiện dây không qua tâm.

$$IA=IB \Leftrightarrow OI \perp AB \Leftrightarrow \widehat{MA} = \widehat{MB}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. CHIA ĐƯỜNG TRÒN LÀM NHIỀU CUNG BẰNG NHAU (BÀI 10 SGK)

Phương pháp giải

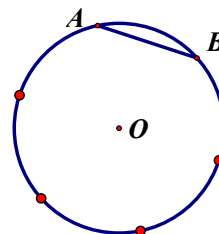
Dựa vào nhận xét: Nếu các góc ở tâm bằng nhau thì các cung tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 1. (Bài 10, tr.71 SGK)

a) Vẽ đường tròn tâm O, bán kính $R=2\text{cm}$.

Nêu cách vẽ cung AB có số đo bằng 60° . Hỏi dây AB dài bao nhiêu xentimét?

b) Làm thế nào chia được đường tròn thành sáu cung bằng nhau như trên hình 15.



Hình 15

DẠNG 2. CHỨNG MINH HAI CUNG KHÔNG BẰNG NHAU

Phương pháp giải

- Chứng minh hai dây cung (cung nhỏ) không bằng nhau, dây nào lớn hơn thì căng cung lớn hơn.
- Hoặc chứng minh hai góc ở tâm tương ứng không bằng nhau, góc nào lớn hơn thì có cung tương ứng lớn hơn.

Ví dụ 2: (Bài 12, tr.72 SGK)

Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy một điểm D sao cho $AD=AC$. Vẽ đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác DBC. Từ O lần lượt hạ các đường vuông góc OH, OK với BC và BD ($H \in BC, K \in BD$).

- Chứng minh rằng $OH > OK$.
- So sánh hai cung nhỏ BD và BC.

DẠNG 3. CHỨNG MINH HAI CUNG BẰNG NHAU

Phương pháp giải

- Chứng minh hai dây căng cung bằng nhau;
- Hoặc chứng minh hai góc ở tâm tương ứng bằng nhau;
- Hoặc dùng định lý đường kính vuông góc với một dây thì chia đôi cung căng dây.

Ví dụ 3: (Bài 11, tr.72 SGK)

Cho hai đường tròn bằng nhau (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Kẻ các đường kính AOC, AOD. Gọi E là giao điểm thứ hai của AC với đường tròn (O') khác điểm A.

- So sánh các cung nhỏ BC, BD.
- Chứng minh rằng B là điểm chính giữa của cung EBD (tức là điểm B chia cung lớn ED thành hai cung bằng nhau: $\widehat{BE} = \widehat{BD}$)

Ví dụ 4. (Bài 13, tr.72 SGK)

Chúng minh rằng trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.

Ví dụ 5. (Bài 14, tr 72 SGK)

- a) Chúng minh rằng đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy. Mệnh đề đảo có đúng không? Hay nêu thêm điều kiện để mệnh đề đảo đúng.
- b) Chúng minh rằng đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây cung ấy và ngược lại.

C. LUYỆN TẬP

Bài 2.1 (Dạng 1) Cho đường tròn $(O;R)$. Làm thế nào để chia đường tròn này thành ba cung bằng nhau để dựng tam giác đều nội tiếp.

Bài 2.2 (Dạng 2) Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn (O) . Biết $\widehat{A} = 50^\circ$, hãy so sánh các cung nhỏ AB, AC và BC.

Bài 2.3 (Dạng 3) Chứng minh định lí:

Nếu tiếp tuyến của đường tròn song song với một dây thì tiếp điểm chia đôi cung căng dây.

Bài 2.4 (Dạng 3) Cho hai đường tròn bằng nhau (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Vẽ các đường kính AOE, AO'F và BOC. Đường thẳng AF cắt đường tròn (O) tại một điểm thứ hai là D. Chứng minh rằng các cung nhỏ AB, CD, CE bằng nhau.

Bài 2.5 (Dạng khác) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ hai dây AM và BN song song với nhau sao cho số $\widehat{BM} < 90^\circ$. Vẽ dây MD // AB. Dựng DN cắt AB tại E. Từ E vẽ một đường thẳng song song với AM cắt đường thẳng DM tại C. Chứng minh rằng:

- a) $AB \perp DN$;
- b) BC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

BÀI 3. GÓC NỘI TIẾP

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

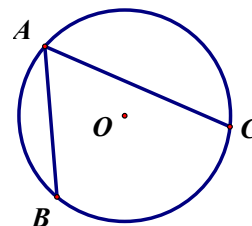
1. Định nghĩa

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó (h.21).

2. Định lý

Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

$$\widehat{A} = \frac{1}{2} sđ\widehat{BC} \text{ (h.21)}.$$



Hình 21

3. Hệ quả

Trong một đường tròn:

- Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
- Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
- Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90°) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.
- Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải:

Bạn có thể dùng hệ quả b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.

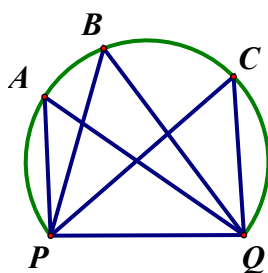
Ví dụ 1. (Bài 15, tr 75 SGK)

Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- Trong một đường tròn các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
- Trong một đường tròn các góc nội tiếp bằng nhau thì cùng chắn một cung.

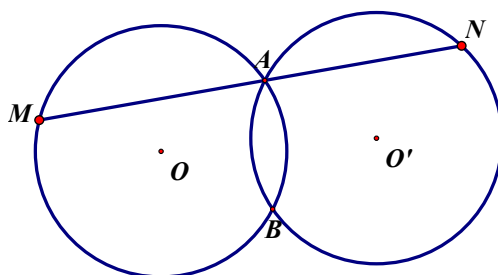
Ví dụ 2. (Bài 18, tr.75 SGK)

Một huấn luyện viên cho cầu thủ tập sút bóng vào cầu môn PQ. Bóng được đặt ở các vị trí A, B, C trên một cung tròn như hình 22. Hãy so sánh các góc $\widehat{PAQ}$, $\widehat{PBQ}$, $\widehat{PCQ}$.



Hình 22

Ví dụ 3. (Bài 21, tr.76 SGK) Cho hai đường tròn bằng nhau (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ đường thẳng qua A cắt (O) tại M và cắt (O') tại N (A nằm giữa M và N). Hỏi MBN là tam giác gì? Tại sao?



Hình 23

DẠNG 2. TÍNH SỐ ĐO GÓC

Phương pháp giải

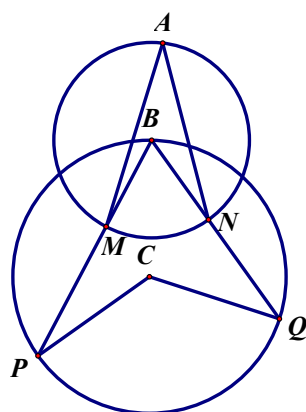
Bạn có thể dùng hệ quả c) : Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90°) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

Ví dụ 4. (Bài 16, tr 75 SGK)

Xem hình 24 (hai đường tròn có tâm là B, C và điểm B nằm trên đường tròn tâm C)

a) Biết $\widehat{MAN} = 30^\circ$. Tính $\widehat{PCQ}$.

b) Nếu $\widehat{PCQ} = 136^\circ$ thì $\widehat{MAN}$ có số đo là bao nhiêu?



Hình 24

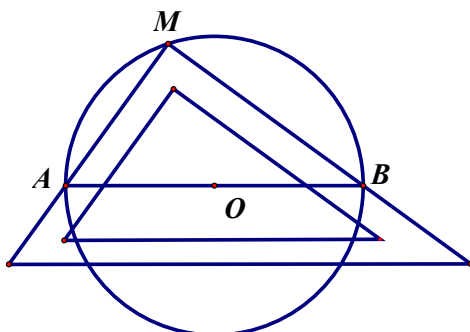
DẠNG 3. CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

Phương pháp giải

- Chứng minh hai tia trùng nhau hoặc đối nhau.
- Hai đầu đường kính thì thẳng hàng với tâm.
- Từ một điểm chỉ có thể vẽ được một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Ví dụ 5. (Bài 17, tr.75 SGK)

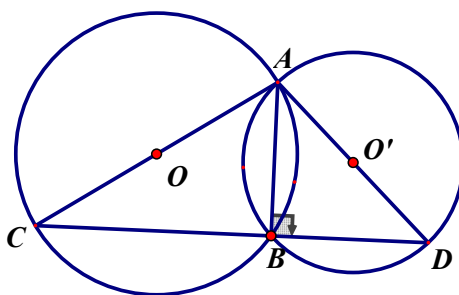
Muốn xác định tâm của một đường tròn mà chỉ dùng ê ke thì phải làm thế nào?



Hình 25

Ví dụ 6. (Bài 20, tr. 76 SGK)

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ các đường kính AC và AD của hai đường tròn. Chứng minh rằng ba điểm C, B, D thẳng hàng.



Hình 26

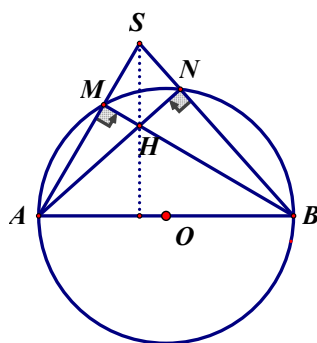
DẠNG 4. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Phương pháp giải:

- Dùng hệ quả d) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.
- Hoặc dùng tính chất ba đường cao của tam giác gặp nhau tại một điểm.

Ví dụ 7. (Bài 19, tr.75 SGK)

Cho đường tròn tâm (O), đường kính AB và S là một điểm nằm bên ngoài đường tròn, SA và SB lần lượt cắt đường tròn tại M, N. Gọi H là giao điểm của BM và AN. Chứng minh rằng SH vuông góc với AB.



Hình 27

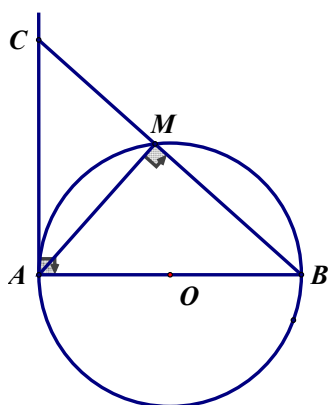
DẠNG 5. CHỨNG MINH HAI BIỂU THỨC TÍCH BẰNG NHAU

Phương pháp giải

Bạn có thể dùng tam giác đồng dạng hoặc hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Ví dụ 8. (Bài 22, tr. 76 SGK)

Trên đường tròn (O) đường kính AB, lấy điểm M (khác A và B). Vẽ tiếp tuyến của (O) tại A. Đường thẳng BM cắt tiếp tuyến đó tại C. Chứng minh rằng ta luôn có: $MA^2 = MB \cdot MC$

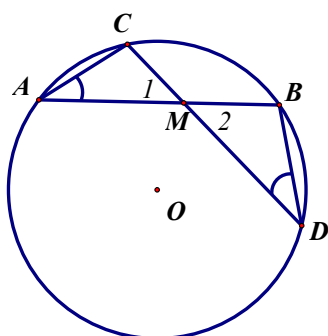


Hình 28

Ví dụ 9. (Bài 23. tr 76 SGK)

Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định không nằm trên đường tròn. Qua M kẻ hai đường thẳng. Đường thẳng thứ nhất cắt (O) tại A và B. Đường thẳng thứ hai cắt (O) tại C và D. Chứng minh: $MA.MB = MC.MD$

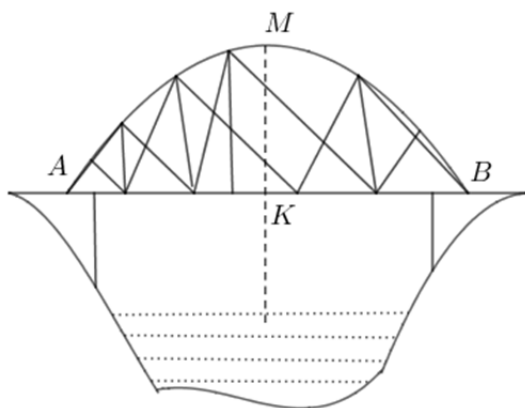
Hướng dẫn: Xét cả hai trường hợp điểm M nằm bên trong và bên ngoài đường tròn. Trong mỗi trường hợp, xét hai tam giác đồng dạng.



Hình 29

Ví dụ 10. (Bài 24, tr.76 SGK)

Một chiếc cầu được thiết kế như hình 30 có độ dài $AB = 40m$, chiều cao $MK = 3m$. Hãy tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB .



Hình 30

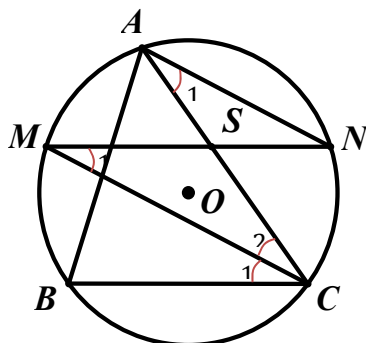
DẠNG 6. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU

Phương pháp giải

Bạn hãy chứng minh hai đoạn thẳng đó là cạnh bên của một tam giác cân.

Ví dụ 11. (Bài 26, tr 77 SGK)

Cho AB, BC, CA là ba dây của đường tròn (O) Từ điểm chính giữa M của cung AB vẽ dây MN song song với dây BC . Gọi giao điểm của MN và AC là S . Chứng minh $SM = SC$ và $SN = SA$.



Hình 31

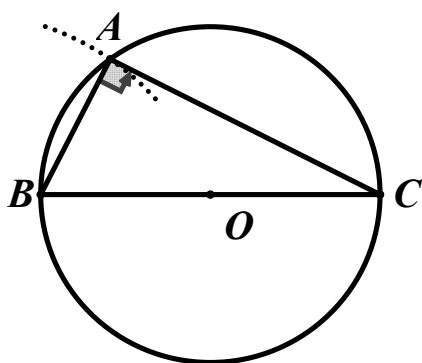
Dạng 7. DỰNG TAM GIÁC VUÔNG BIẾT CẠNH HUYỀN VÀ MỘT YẾU TỐ KHÁC

Phương pháp giải

Dựa vào tính chất: cạnh huyền của tam giác vuông là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông đó.

Ví dụ 12. (Bài 25, tr 76 SGK)

Dựng một tam giác vuông, biết cạnh huyền dài 4cm và một cạnh góc vuông dài 2,5 cm.



Hình 32

C. LUYỆN TẬP

Bài 3.1 (Dạng 1,2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và dây AC căng cung AC có số đo bằng 60° .

- So sánh các góc của $\triangle ABC$;
- Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của các cung AC và BC . Hai dây AN và BM cắt nhau tại điểm I . Chứng minh rằng CI là tia phân giác của góc ACB .

Bài 3.2 (Dạng 1,2) Cho tam giác ABC cân tại A ($\hat{A} < 90^\circ$). Vẽ đường tròn đường kính AB cắt BC tại D, cắt AC tại E. Chứng minh rằng:

- a) Tam giác DBE cân; b) $\widehat{CBE} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$

Bài 3.3 (Dạng 1,2) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường kính MN $\perp$ BC (điểm M thuộc cung BC không chứa A). Chứng minh rằng các tia AM, AN lần lượt là các tia phân giác trong và ngoài tại đỉnh A của $\triangle ABC$.

Bài 3.4 (Dạng 1,3) Cho đường tròn (O) và hai dây MA, MB vuông góc với nhau. Gọi I và K lần lượt là điểm chính giữa của các cung nhỏ MA, MB. Gọi P là giao điểm của AK và BI.

- a) Chứng minh rằng ba điểm A, O, B thẳng hàng.
 b) Chứng minh rằng P là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle MAB$.
 c*) Giả sử $MA = 12\text{cm}$, $MB = 16\text{cm}$, tính bán kính của đường tròn nội tiếp $\triangle MAB$.

Bài 3.5 (Dạng 1,2,3,4) Cho đường tròn (O) đường kính AB và một điểm C di động trên nửa đường tròn đó. Vẽ đường tròn (I) tiếp xúc với đường tròn (O) tại C và tiếp xúc với đường kính AB tại D, đường tròn này cắt CA và CB lần lượt tại các điểm thứ hai là M và N.

Chứng minh rằng:

- a) Ba điểm M, I, N thẳng hàng.
 b) $ID \perp MN$.
 c) Đường thẳng CD đi qua một điểm cố định, từ đó suy ra cách dựng đường tròn I nói trên.

Bài 3.6 (Dạng 3,4) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Vẽ đường kính AF.

- a) Tứ giác BFCH là hình gì?
 b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ba điểm H, M, F thẳng hàng.
 c) Chứng minh rằng: $OM = \frac{1}{2} AH$

Bài 3.7 (Dạng 1) Cho đường tròn (O) đường kính AB, M là điểm chính giữa của một nửa đường tròn, C là điểm bất kì trên nửa đường tròn kia, CM cắt AB tại D. Vẽ dây AE vuông góc với CM tại F.

- a) Chứng minh rằng tứ giác ACEM là hình thang cân.
 b) Vẽ $CH \perp AB$, chứng minh rằng tia CM là phân giác của góc HCO.
 c) Chứng minh rằng $CD \leq \frac{1}{2} AE$

Bài 3.8 (Dạng khác) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Biết $\hat{A} = \alpha < 90^\circ$. Tính độ dài BC

BÀI 4. GÓC TẠO BỞI TIA TIẾP TUYẾN VÀ DÂY CUNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý

Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Trong hình 33:

$$\widehat{BAx} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AB}$$

2. Hệ quả

Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

3. Định lý (bổ sung)

Nếu góc BAx (với đỉnh A nằm trên đường tròn, một cạnh chứa dây cung AB), có số đo bằng nửa số đo của cung AB căng dây đó và cung này nằm bên trong góc đó thì cạnh Ax là một tia tiếp tuyến của đường tròn (h.33).

B. CÁC DẠNG TOÁN

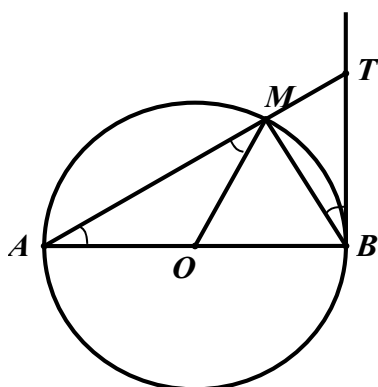
DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải

- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
- Hai góc kề đáy của tam giác cân bằng nhau.
- Hai tam giác có hai cặp góc bằng nhau thì cặp góc còn lại cũng bằng nhau.

Ví dụ 1. (Bài 27, tr. 79 SGK)

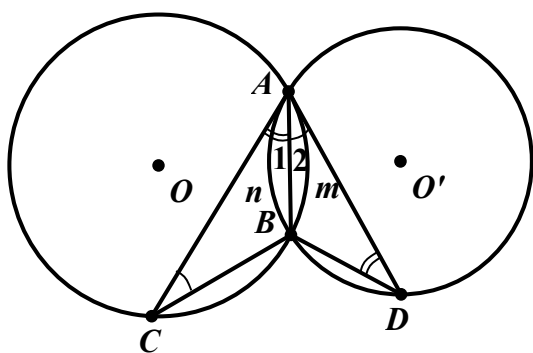
Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Lấy điểm P khác A và B và trên đường tròn. Gọi T là giao điểm của AP với tiếp tuyến tại B của đường tròn. Chứng minh rằng: $\widehat{APO} = \widehat{PBT}$.



Hình 34

Ví dụ 2. (Bài 29, tr.79 SGK)

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Tiếp tuyến kẻ từ A đối với đường tròn (O') cắt (O) tại C và đối với đường tròn (O) cắt (O') tại D . Chứng minh $\widehat{CBA} = \widehat{DBA}$.



Hình 35

DẠNG 2. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

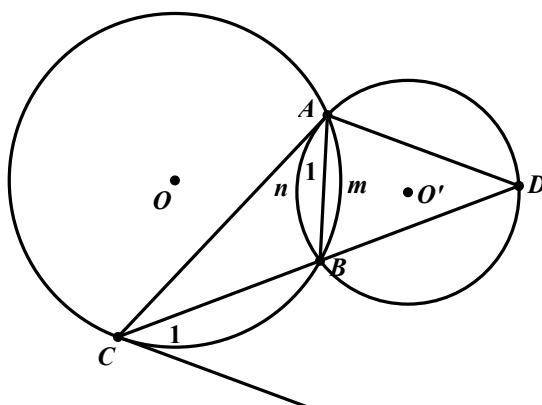
Phương pháp giải

Bạn có thể chứng minh hai đường thẳng tạo với đường thứ ba cắt chúng một cặp góc so le trong bằng nhau.

Ví dụ 3. (Bài 28, tr. 79 SGK)

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O') cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P .

Tia PB cắt đường tròn (O') tại Q . Chứng minh đường (thẳng AQ song song với tiếp tuyến tại P của đường tròn (O)).



DẠNG 3. CHỨNG MINH MỘT TIA LÀ TIA TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

Phương pháp giải

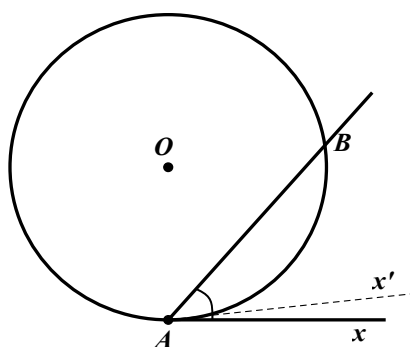
- Bạn hãy chứng minh tia này vuông góc với bán kính đi qua gốc của tia.
- Hoặc bạn dùng phương pháp phản chứng.

Ví dụ 4. (Bài 30, tr. 79 SGK)

Chứng minh định lý đảo của định lý về góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cụ thể là:

- Nếu góc Bx (với đỉnh A nằm trên đường tròn, một cạnh chứa dây cung AB), có số đo bằng nửa số đo của cung AB căng dây đó và cung này nằm bên trong góc đó thì cạnh Ax là một tia tiếp tuyến của đường tròn (h.37).

Gợi ý : Có thể chứng minh trực tiếp hoặc chứng minh bằng phản chứng.

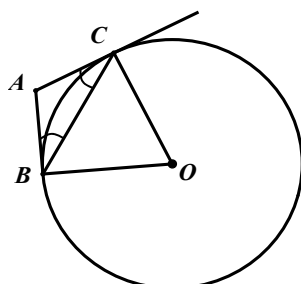


Hình 37a

DẠNG 4. TÍNH SỐ ĐO GÓC HOẶC CHỨNG MINH MỘT HỆ THỨC GIỮA CÁC GÓC
Phương pháp giải

- Dùng định lý số đo góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.
- Dùng định lý về tổng các góc của tam giác, tứ giác.

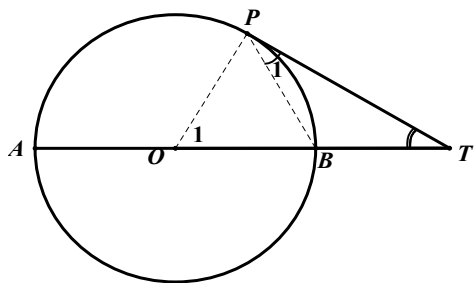
Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R$. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau ở A . Tính $\widehat{ABC}, \widehat{BAC}$.



Hình 38

Ví dụ 6 (Bài 32, tr. 80 SGK)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Một tiếp tuyến của đường tròn tại P cắt đường thẳng AB tại T (điểm B nằm giữa O và T). Chứng minh $\widehat{BTP} + 2\widehat{TPB} = 90^\circ$

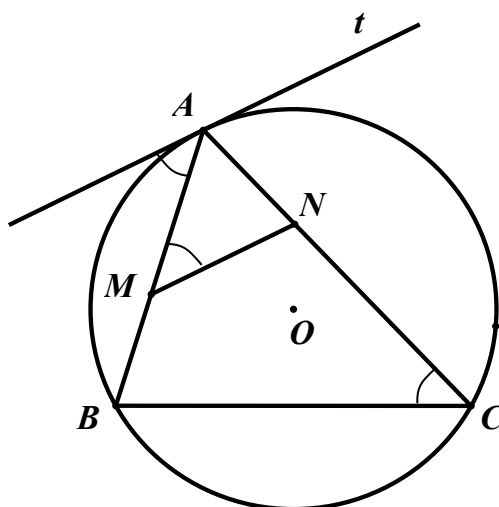

DẠNG 5. CHỨNG MINH HAI BIỂU THỨC TÍCH BẰNG NHAU
Phương pháp giải

Dùng phương pháp tam giác đồng dạng.

Ví dụ 7. (Bài 33, tr. 80 SGK)

Cho A, B, C là điểm trên một đường tròn. At là tiếp tuyến của đường tròn tại A . Đường thẳng song song

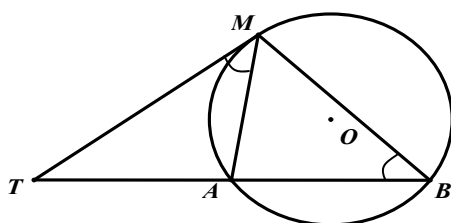
với At cắt BM tại M và cắt AC tại N . Chứng minh $AB \cdot AM = AC \cdot AN$.



Hình 40

Ví dụ 8. (Bài 34, tr. 80 SGK)

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm bên ngoài đường tròn đó. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MT và cát tuyến MAB . Chứng minh $MT^2 = MA \cdot MB$.

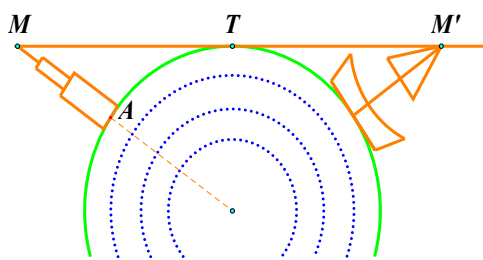


Hình

Ví dụ 9. (Bài 35, tr. 80 SGK)

Trên bờ biển có một ngọn hải đăng cao 40m. Với khoảng cách bao nhiêu kilômét thì người quan sát trên tàu bắt đầu trông thấy ngọn đèn này, biết rằng mắt người quan sát ở độ cao 10m so với mực nước biển và bán kính Trái Đất gần bằng 6400km (h.42).

Hướng dẫn. Áp dụng kết quả của bài tập 34.



Hình 42

C. LUYỆN TẬP

Bài 4.1 (Dạng 1). Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Trên tia đối của tia AB lấy một điểm M . Vẽ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu C của trên AB .

a) Chứng minh rằng tia CA là tia phân giác của góc MCH .

b) Giả sử $MA = a, MC = 2a$, tính AB và HC theo a .

Bài 4.2 (Dạng 1). Cho $\triangle ABC$ ngoại tiếp đường tròn (O) . Gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn trên các cạnh AB, BC, CA . Gọi M, N, P lần lượt là các giao điểm của đường tròn (O) với các tia OA, OB và OC . Chứng minh rằng các điểm M, N, P lần lượt là tâm của đường tròn nội tiếp các tam giác ADF, BDE và CEF .

Bài 4.3 (Dạng 2). Cho đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Một đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (O) tại C và tiếp xúc với đường tròn (O') tại D . Vẽ đường tròn (I) qua ba điểm A, C, D cắt đường thẳng AB tại một điểm thứ hai là E . Chứng minh rằng:

a) $\widehat{CAD} + \widehat{CBD} = 180^\circ$.

b) Tứ giác $BCED$ là hình bình hành.

Bài 4.4 (Dạng 3). Trên một cạnh của góc M lấy điểm T trên cạnh kia lấy hai điểm A và B sao cho $MT^2 = MA \cdot MB$. Chứng minh rằng MT là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle TAB$.

Bài 4.5 (Dạng 5). Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Vẽ dây BC của đường tròn (O) tiếp xúc với đường tròn (O') . Vẽ dây BD của đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O) . Chứng minh rằng:

a) $AB^2 = AC \cdot AD$

b) $\frac{BC}{BD} = \sqrt{\frac{AC}{AD}}$

Bài 4.6 (Dạng 5). Cho đường tròn (O) và một điểm M ở bên ngoài đường tròn. Tia Mx quay quanh M cắt đường tròn tại A và B . Gọi I là một điểm thuộc tia Mx sao cho $MI^2 = MA \cdot MB$. Hỏi điểm I di động trên đường nào?

BÀI 4. GÓC TẠO BỞI TIA TIẾP TUYẾN VÀ DÂY CUNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

1. Định lý

Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Trong hình 33:

$$\widehat{BAx} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AB}$$

2. Hệ quả

Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

3. Định lý (bổ sung)

Nếu góc BAx (với đỉnh A nằm trên đường tròn, một cạnh chứa dây cung AB), có số đo bằng nửa số đo của cung AB căng dây đó và cung này nằm bên trong góc đó thì cạnh Ax là một tia tiếp tuyến của đường tròn (h.33).

B. CÁC DẠNG TOÁN

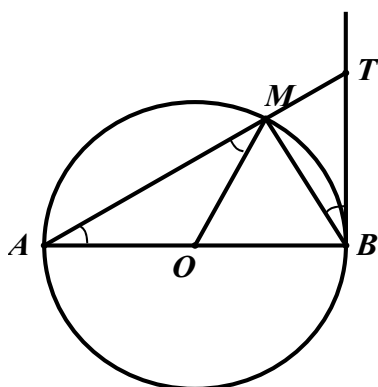
DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải

- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
- Hai góc kề đáy của tam giác cân bằng nhau.
- Hai tam giác có hai cặp góc bằng nhau thì cặp góc còn lại cũng bằng nhau.

Ví dụ 1. (Bài 27, tr. 79 SGK)

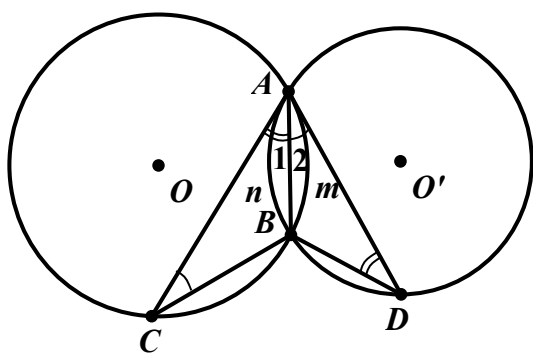
Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Lấy điểm P khác A và B và trên đường tròn. Gọi T là giao điểm của AP với tiếp tuyến tại B của đường tròn. Chứng minh rằng: $\widehat{APO} = \widehat{PBT}$.



Hình 34

Ví dụ 2. (Bài 29, tr.79 SGK)

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Tiếp tuyến kẻ từ A đối với đường tròn (O') cắt (O) tại C và đối với đường tròn (O) cắt (O') tại D . Chứng minh $\widehat{CBA} = \widehat{DBA}$.



Hình 35

DẠNG 2. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

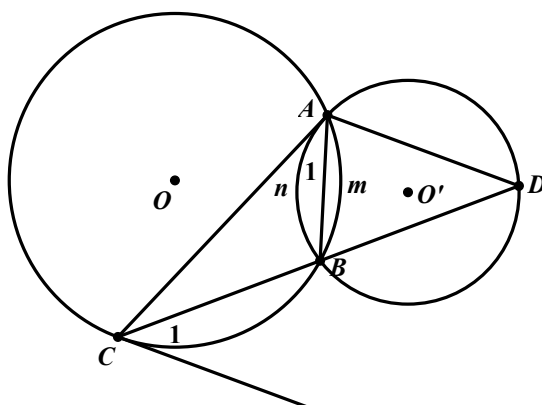
Phương pháp giải

Bạn có thể chứng minh hai đường thẳng tạo với đường thứ ba cắt chúng một cặp góc so le trong bằng nhau.

Ví dụ 3. (Bài 28, tr. 79 SGK)

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O') cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P .

Tia PB cắt đường tròn (O') tại Q . Chứng minh đường (thẳng AQ song song với tiếp tuyến tại P của đường tròn (O)).



DẠNG 3. CHỨNG MINH MỘT TIA LÀ TIA TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

Phương pháp giải

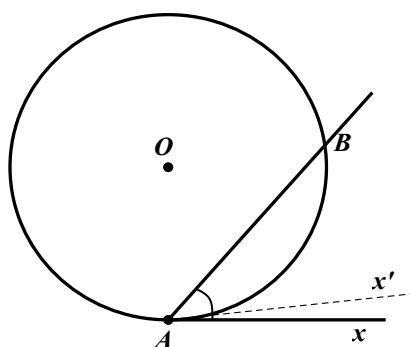
- Bạn hãy chứng minh tia này vuông góc với bán kính đi qua gốc của tia.
- Hoặc bạn dùng phương pháp phản chứng.

Ví dụ 4. (Bài 30, tr. 79 SGK)

Chứng minh định lý đảo của định lý về góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cụ thể là:

- Nếu góc Bx (với đỉnh A nằm trên đường tròn, một cạnh chứa dây cung AB), có số đo bằng nửa số đo của cung AB căng dây đó và cung này nằm bên trong góc đó thì cạnh Ax là một tia tiếp tuyến của đường tròn (h.37).

Gợi ý : Có thể chứng minh trực tiếp hoặc chứng minh bằng phản chứng.

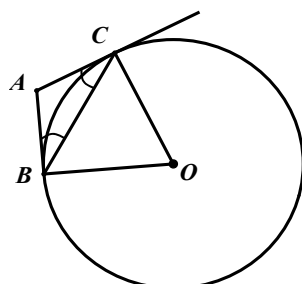


Hình 37a

DẠNG 4. TÍNH SỐ ĐO GÓC HOẶC CHỨNG MINH MỘT HỆ THỨC GIỮA CÁC GÓC
Phương pháp giải

- Dùng định lý số đo góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.
- Dùng định lý về tổng các góc của tam giác, tứ giác.

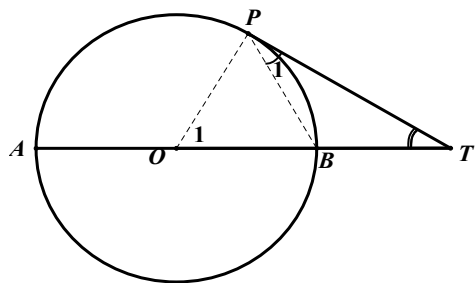
Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R$. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau ở A . Tính $\widehat{ABC}, \widehat{BAC}$.



Hình 38

Ví dụ 6 (Bài 32, tr. 80 SGK)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Một tiếp tuyến của đường tròn tại P cắt đường thẳng AB tại T (điểm B nằm giữa O và T). Chứng minh $\widehat{BTP} + 2\widehat{TPB} = 90^\circ$

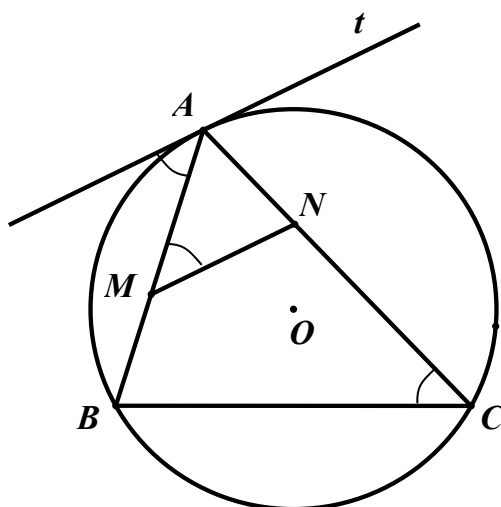

DẠNG 5. CHỨNG MINH HAI BIỂU THỨC TÍCH BẰNG NHAU
Phương pháp giải

Dùng phương pháp tam giác đồng dạng.

Ví dụ 7. (Bài 33, tr. 80 SGK)

Cho A, B, C là điểm trên một đường tròn. At là tiếp tuyến của đường tròn tại A . Đường thẳng song song

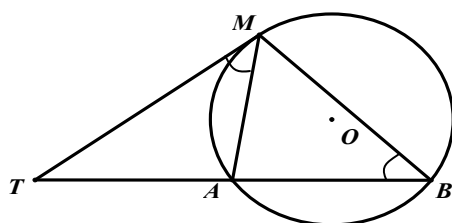
với At cắt BM tại M và cắt AC tại N . Chứng minh $AB \cdot AM = AC \cdot AN$.



Hình 40

Ví dụ 8. (Bài 34, tr. 80 SGK)

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm bên ngoài đường tròn đó. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MT và cát tuyến MAB . Chứng minh $MT^2 = MA \cdot MB$.

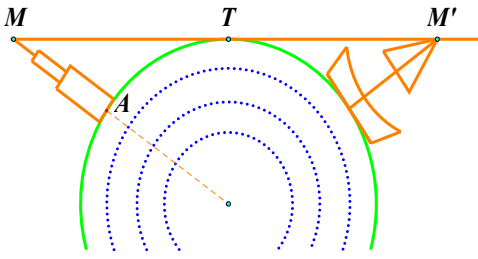


Hình

Ví dụ 9. (Bài 35, tr. 80 SGK)

Trên bờ biển có một ngọn hải đăng cao 40m. Với khoảng cách bao nhiêu kilômét thì người quan sát trên tàu bắt đầu trông thấy ngọn đèn này, biết rằng mắt người quan sát ở độ cao 10m so với mực nước biển và bán kính Trái Đất gần bằng 6400km (h.42).

Hướng dẫn. Áp dụng kết quả của bài tập 34.



Hình 42

C. LUYỆN TẬP

Bài 4.1 (Dạng 1). Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Trên tia đối của tia AB lấy một điểm M . Vẽ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu C của trên AB .

a) Chứng minh rằng tia CA là tia phân giác của góc MCH .

b) Giả sử $MA = a, MC = 2a$, tính AB và HC theo a .

Bài 4.2 (Dạng 1). Cho $\triangle ABC$ ngoại tiếp đường tròn (O) . Gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn trên các cạnh AB, BC, CA . Gọi M, N, P lần lượt là các giao điểm của đường tròn (O) với các tia OA, OB và OC . Chứng minh rằng các điểm M, N, P lần lượt là tâm của đường tròn nội tiếp các tam giác ADF, BDE và CEF .

Bài 4.3 (Dạng 2). Cho đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Một đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (O) tại C và tiếp xúc với đường tròn (O') tại D . Vẽ đường tròn (I) qua ba điểm A, C, D cắt đường thẳng AB tại một điểm thứ hai là E . Chứng minh rằng:

a) $\widehat{CAD} + \widehat{CBD} = 180^\circ$.

b) Tứ giác $BCED$ là hình bình hành.

Bài 4.4 (Dạng 3). Trên một cạnh của góc M lấy điểm T trên cạnh kia lấy hai điểm A và B sao cho $MT^2 = MA \cdot MB$. Chứng minh rằng MT là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle TAB$.

Bài 4.5 (Dạng 5). Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Vẽ dây BC của đường tròn (O) tiếp xúc với đường tròn (O') . Vẽ dây BD của đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O) . Chứng minh rằng:

a) $AB^2 = AC \cdot AD$

b) $\frac{BC}{BD} = \sqrt{\frac{AC}{AD}}$

Bài 4.6 (Dạng 5). Cho đường tròn (O) và một điểm M ở bên ngoài đường tròn. Tia Mx quay quanh M cắt đường tròn tại A và B . Gọi I là một điểm thuộc tia Mx sao cho $MI^2 = MA \cdot MB$. Hỏi điểm I di động trên đường nào?

BÀI 5. GÓC CÓ ĐỈNH Ở BÊN TRONG ĐƯỜNG TRÒN GÓC CÓ ĐỈNH Ở BÊN NGOÀI ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định lý 1: Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa số đo hai cung bị chắn.

Định lý 2: Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

Trong hình 43:

$$\widehat{BFD} = \frac{sđ\widehat{BD} + sđ\widehat{AC}}{2}$$

$$\widehat{BED} = \frac{sđ\widehat{BD} - sđ\widehat{AC}}{2}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

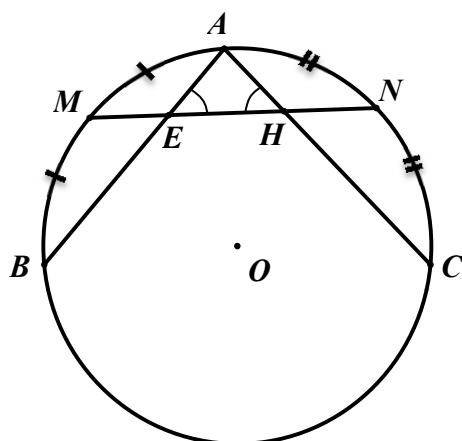
DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU HOẶC CHỨNG MINH MỘT HỆ THỨC GIỮA CÁC GÓC

Phương pháp giải

Tính số đo của các góc theo số đo của các cung bị chắn rồi so sánh các số đo đó.

Ví dụ 1. (Bài 36, tr. 82 SGK)

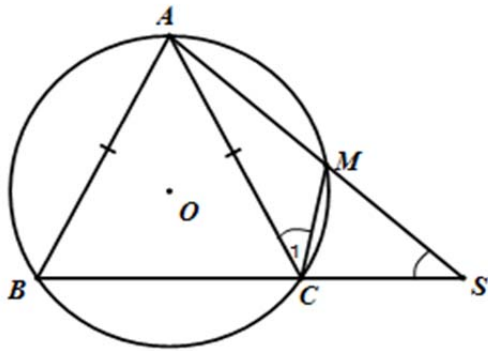
Cho đường tròn (O) và hai dây AB, AC . Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa của $\widehat{AB}$ và $\widehat{AC}$. Đường thẳng MN cắt dây AB tại E và cắt dây AC tại H . Chứng minh tam giác AEH là tam giác cân.



Hình 44

Ví dụ 2. (Bài 37, tr. 82 SGK)

Cho đường tròn (O) và hai dây AB, AC bằng nhau. Trên cung nhỏ AC lấy một điểm M . Gọi S là giao điểm của AM và BC . Chứng minh $\widehat{ASC} = \widehat{MCA}$

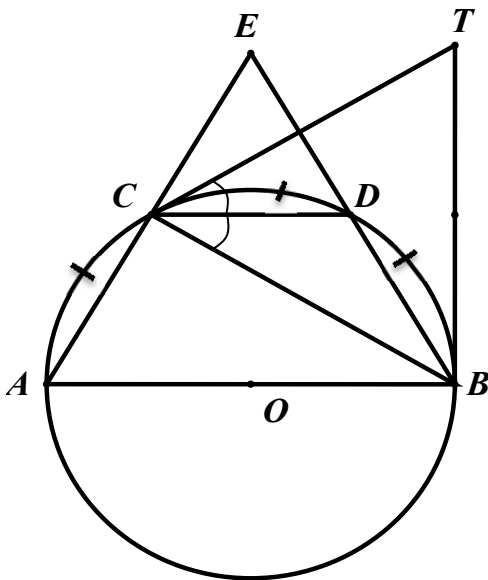


Hình 45

Ví dụ 3. (Bài 38, tr. 82 SGK)

Trên một đường tròn, lấy liên tiếp ba cung AC, CD, DB sao cho $s\widehat{AC} = s\widehat{CD} = s\widehat{DB} = 60^\circ$. Hai đường thẳng CA và CB cắt nhau tại E . Hai tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt nhau tại T . Chứng minh rằng:

- a) $\widehat{AEB} = \widehat{BTC}$
b) CD là tia phân giác của $\widehat{BCT}$.

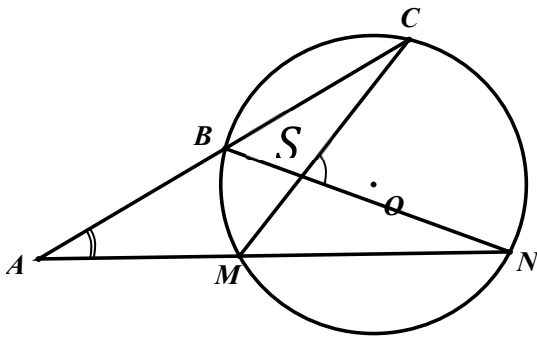


Hình 46

Ví dụ 4. (Bài 41, tr. 83 SGK)

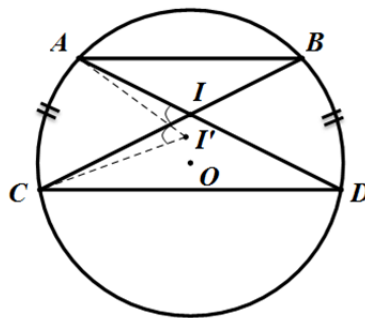
Qua điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) vẽ hai cát tuyến ABC và AMN sao cho hai đường thẳng BN và CM cắt nhau tại một điểm S nằm trong hình tròn.

Chứng minh: $\widehat{A} + \widehat{BSM} = 2.\widehat{CMN}$.



Hình 47

Ví dụ 5. (Bài 43, tr.83 SGK) Cho đường tròn (O) và hai dây cung song song AB, CD (A và C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ BD): AD cắt BC tại I . Chứng minh $\widehat{AOC} = \widehat{AIC}$.



Hình 48

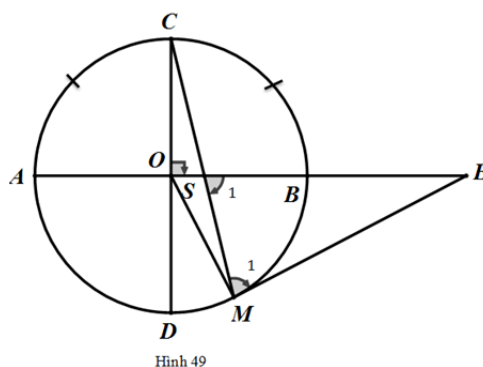
DẠNG 2. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU.

Phương pháp giải

- Để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau ta có thể chứng minh hai đoạn thẳng đó là hai cạnh của một tam giác cân.
- Để chứng minh một tam giác là cân ta chứng minh hai góc của nó bằng nhau, bằng cách so sánh số đo góc theo số đo các cung bị chắn.

Ví dụ 6. (Bài 39, tr. 83 SGK)

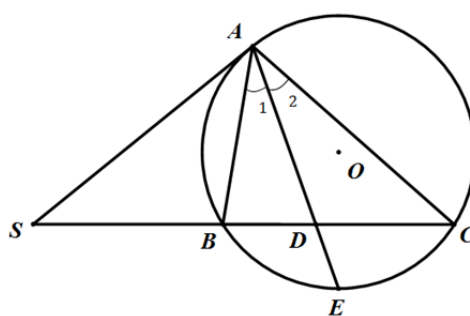
Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc của đường tròn (O) . Trên cung nhỏ BD lấy một điểm M . Tiếp tuyến tại M cắt AB ở E , đoạn thẳng CM cắt AB ở S . Chứng minh $ES = EM$



Hình 49

Ví dụ 7. (Bài 40, tr. 83 SGK)

Qua điểm S nằm ngoài đường tròn (O) , vẽ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC của đường tròn. Tia phân giác $\widehat{BAC}$ cắt dây BC tại D . Chứng minh $SA = SD$.



Hình 50

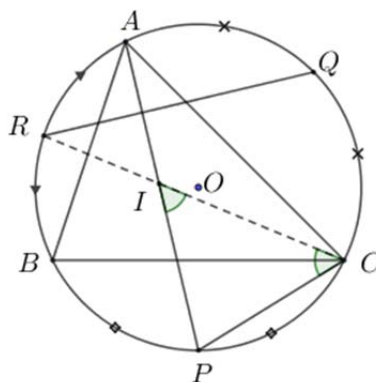
DẠNG 3. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.**Phương pháp giải**

Bạn có thể chứng minh góc giữa hai đường thẳng đó là góc vuông bằng cách tính số đo của góc đó theo cung bị chắn.

Ví dụ 8. (Bài 42, tr.83 sgk)

Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn P, Q, R theo thứ tự là điểm chính giữa của các cung BC, CA, AB

- Chứng minh: $AP \perp QR$.
- AP cắt CR tại I . Chứng minh $\triangle CPI$ là tam giác cân.



Hình 51

C. LUYỆN TẬP

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

Bài 5.1 (Dạng 1) . Tam giác nội tiếp đường tròn (O) . Trên các cung nhỏ AB và AC lần lượt lấy các điểm I và K sao cho $\widehat{AI} = \widehat{AK}$. Dây IK cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại D và E .

- Chứng minh: $\widehat{ADK} = \widehat{ACB}$.
- $\triangle ABC$ phải có thêm điều kiện gì thì tứ giác $AECB$ là hình thang cân.

Bài 5.2 (dạng 2) . Cho đường tròn (O) và một dây AB . Vẽ đường kính $CD \perp AB$ ($D \in$ cung nhỏ AB). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm N . Các đường thẳng CN và DN lần lượt cắt đường thẳng AB tại E và F . Tiếp tuyến của đường tròn tại N cắt đường thẳng AB tại I . Chứng minh:

- $\triangle INE, \triangle INF$ là tam giác cân.
- AI bằng trung bình cộng của AE và AF .

Bài 5.3 (Dạng 1, 2) . Cho tam giác ABC nội tiếp (O) . Các tia phân giác $\widehat{B}, \widehat{C}$ cắt nhau tại I và cắt đường tròn lần lượt tại D và E . Dây DE cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại M và N . Chứng minh rằng:

- $\triangle AMN$ là tam giác cân.
- $\triangle EAI, \triangle DAI$ là những tam giác cân.
- Tứ giác $AMIN$ là hình thoi.

Bài 5.4 (Dạng 2) . Từ một điểm M ở bên ngoài đường tròn (O) ta vẽ hai tiếp tuyến MB, MC . Vẽ đường kính BD . Hai đường thẳng CD, MB cắt nhau tại A . Chứng minh rằng M là trung điểm AB .

Bài 5.5 (Dạng 3) . Từ một điểm A ở bên ngoài đường tròn (O) , vẽ hai cát tuyến ABC, ADE (B nằm giữa A và C , D nằm giữa A và E). Cho biết $\widehat{A} = 50^\circ, \text{sđ}\widehat{BD} = 40^\circ$. Chứng minh rằng $CD \perp BE$.

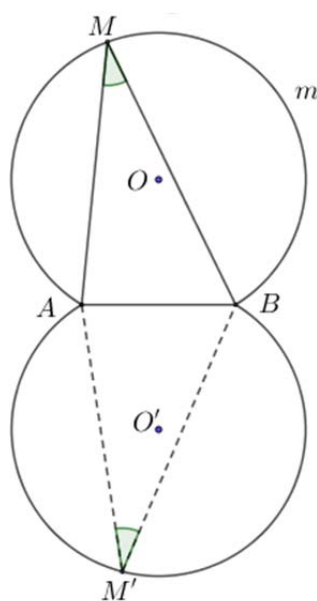
BÀI 6. CUNG CHỨA GÓC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

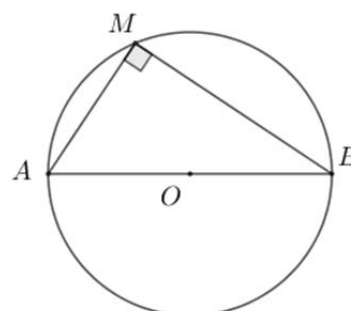
1. Quỹ tích cung chứa góc

Với đoạn thẳng AB và góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) cho trước thì quỹ tích của các điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \alpha$ là hai cung chứa góc α dựng trên đoạn AB (h.52)

Đặc biệt: Quỹ tích các điểm M nhìn đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB (H.53)



Hình 52



Hình 53

2. Cách vẽ cung chứa góc α

- Vẽ đường trung trực d của AB .
- Vẽ tia Ax tạo với AB góc α .
- Vẽ đường thẳng $Ay \perp Ax$. Gọi O là giao điểm của Ay với d .
- Vẽ $\widehat{AmB}$, (O), bán kính OA sao cho cung này nằm ở nửa mặt phẳng bờ AB không chứa tia Ax .

3. Cách giải bài toán quỹ tích.

Muốn chứng minh quỹ tích các điểm M thỏa mãn tính chất T là một hình H nào đó, ta phải chứng minh hai phần:

Phần thuận: Mọi điểm có tính chất T đều thuộc hình H .

Phần đảo: Mọi điểm thuộc hình H đều có tính chất T .

Kết luận: Quỹ tích các điểm M có tính chất T là hình H .

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. QUỸ TÍCH LÀ CUNG CHỨA GÓC α

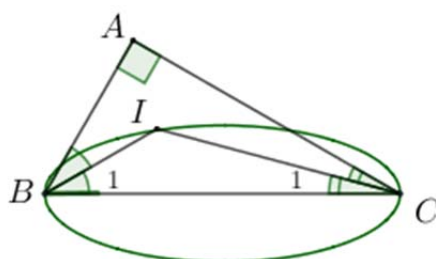
Phương pháp giải

- Tìm đoạn thẳng cố định trong hình vẽ.
- Nối điểm phải tìm quỹ tích với hai đầu của đoạn thẳng cố định đó, xác định góc α tạo thành.
- Khẳng định điểm phải tìm quỹ tích thuộc cung chứa góc α vẽ trên đoạn thẳng cố định.

Ví dụ 1. (Bài 44, tr.86 SGK)

Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , có cạnh BC cố định. Gọi I là giao điểm của ba đường phân giác trong. Tìm quỹ tích điểm I khi A thay đổi.

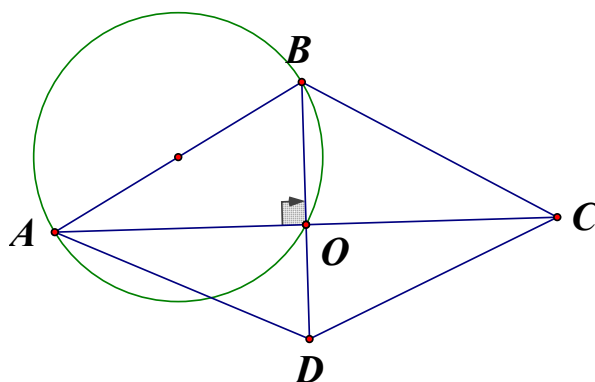
Giải (h.54)



Hình 54

Ví dụ 2. (Bài 45, tr. 86 SGK)

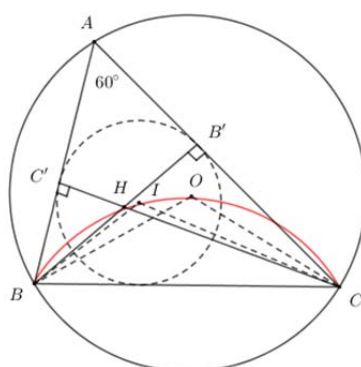
Cho các hình thoi $ABCD$ có cạnh AB cố định. Tìm quỹ tích giao điểm O của hai đường chéo trong các hình thoi đó.



Hình 55

Ví dụ 3. (Bài 48, tr. 87 SGK)

Cho hai điểm A, B cố định. Từ A vẽ các tiếp tuyến với các đường tròn tâm B có bán kính không lớn hơn AB . Tìm quỹ tích các tiếp điểm.



Hình 58

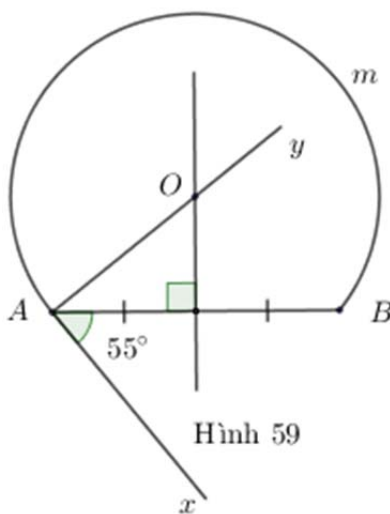
DẠNG 3. DỰNG TAM GIÁC BIẾT MỘT CẠNH, GÓC α ĐỐI DIỆN

Phương pháp giải

- Trước tiên dựng một đoạn thẳng có độ dài bằng cạnh đã cho.
- Dựng cung chứa góc α dựng trên đoạn thẳng đó.
- Sau đó tiếp đến điều kiện còn lại.

Ví dụ 6. (Bài 46, trang 86 SGK)

Dựng một cung chứa góc 55° trên đoạn thẳng $AB = 3cm$.



Hình 59

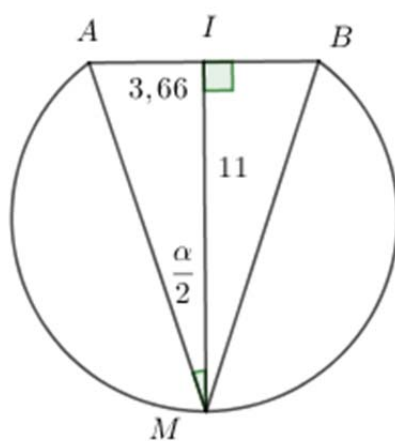
Ví dụ 7. (Bài 49, trang 87 SGK)

Dựng tam giác ABC , biết $BC = 6cm$, $\hat{A} = 40^\circ$ và đường cao $AH = 4cm$.

Hình 61

Hình 62

Page 212



Hình 63

C. LUYỆN TẬP

Bài 6.1 (Dạng 1) . Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ dây $MN = R$ (điểm M ở trên cung $\widehat{AN}$) . Hai dây AN và BM cắt nhau tại I . Hỏi khi dây MN di động thì điểm I di động trên đường nào?

Bài 6.2 (Dạng 1) . Cho nửa đường tròn đường kính AB và một dây AC quay quanh A . Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B ta vẽ hình vuông $ACDE$. Hỏi:

- Điểm D di động trên đường nào ?
- Điểm E di động trên đường nào ?

Bài 6.3 (Dạng 1) . Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm E , trên tia đối của tia CD lấy điểm F sao cho $CE = CF$. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng DE và BF . Tìm quỹ tích của điểm M khi E di động trên cạnh BC .

Bài 6.4 (Dạng 1) . Cho tam giác ABC vuông góc ở A . Vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC ra phía ngoài tam giác. Vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC ra phía ngoài tam giác. Qua A vẽ cát tuyến MAN (M thuộc nửa đường tròn đường kính AB , N thuộc nửa đường tròn đường kính AC) .

- Tứ giác $BMNC$ là hình gì ?
- Tìm quỹ tích trung điểm I của MN khi cát tuyến MAN quay quanh A .

Bài 6.5 (Dạng 2) . Cho nửa đường tròn đường kính AB . Gọi M là điểm chính giữa của cung AB . Trên cung AM lấy điểm N . Trên các tia AM, AN và BN lần lượt lấy các điểm C, D, E sao cho $MC = MA; ND = NB$ và $NE = NA$. Chứng minh rằng năm điểm A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.

Bài 6.6 (Dạng 2) . Cho tam giác ABC vuông góc tại A , đường phân giác BF . Từ điểm I nằm giữa B và F vẽ một đường thẳng song song với AC và cắt AB và BC lần lượt tại M và N . Vẽ đường tròn ngoại tiếp $\triangle BIN$ cắt đường thẳng AI tại một điểm thứ hai là D . Hai đường thẳng DN và BF cắt nhau tại E .

- Chứng minh rằng bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh rằng năm điểm A, B, C, D, E cùng nằm trên một đường tròn, từ đó suy ra $BE \perp CE$.

Bài 6.7 (Dạng 3) . Dựng tam giác ABC biết $AB = 3cm$; $\hat{A} = 50^\circ$ và $AC = 3,5cm$.

Bài 6.8 (Dạng 3) . Dựng tam giác ABC biết $BC = 4cm$, đường cao $BD = 3cm$ và đường cao $CE = 3,5cm$.

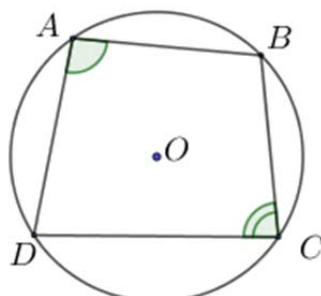
BÀI 7. TỨ GIÁC NỘI TIẾP

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (H.64)

2. Định lý



Hình 64

- Định lý thuận: Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .
- Định lý đảo: Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.

Trong hình 64:

Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O) \Leftrightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$.

3. Hệ thống một số dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp

- Dùng định nghĩa: Tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Dùng định lý đảo: Tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.
- Dùng cung chứa góc α :

Tứ giác $ABCD$ có hai đỉnh C và D sao cho $\widehat{ACB} = \widehat{ADB}$ thì tứ giác $ABCD$ nội tiếp được (H.65).

4. Chú ý

Trong các tứ giác đã học thì hình chữ nhật, hình vuông, hình thang cân nội tiếp được đường tròn.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. TÍNH SỐ ĐO GÓC

Phương pháp giải:

Muốn tính số đo của một góc của tứ giác nội tiếp ta lấy 180° trừ đi số đo của góc đối diện.

Ví dụ 1. (Bài 53, tr.89 SGK)

Biết $ABCD$ là tứ giác nội tiếp. Hãy điền vào ô trống trong bảng sau (nếu có thể) :

Trường hợp	1)	2)	3)	4)	5)	6)

Góc \						
$\widehat{A}$	80°		60°			95°
$\widehat{B}$	70°			40°	65°	
$\widehat{C}$		105°				
$\widehat{D}$		75°				98°

Ví dụ 2. (Bài 55, tr.89 SGK)

Cho $ABCD$ là một tứ giác nội tiếp đường tròn tâm M , biết $\widehat{DAB} = 80^\circ$, $\widehat{DAM} = 30^\circ$, $\widehat{BMC} = 70^\circ$.

Hãy tính số đo các góc $\widehat{MAB}$, $\widehat{BCM}$, $\widehat{AMB}$, $\widehat{DMC}$, $\widehat{AMD}$, $\widehat{MCD}$ và $\widehat{BCD}$.

Ví dụ 3. (Bài 56, tr.89 SGK)

Xem hình 66. Hãy tìm số đo các góc của tứ giác $ABCD$.

DẠNG 2: NHẬN BIẾT TỨ GIÁC NỘI TIẾP**Phương pháp giải**

Có thể dùng một trong các cách sau:

- Vận dụng định nghĩa của tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh tổng hai góc đối diện bằng 180° .
- Dùng cung chứa góc α .

Ví dụ 4. (Bài 57, tr.89 SGK)

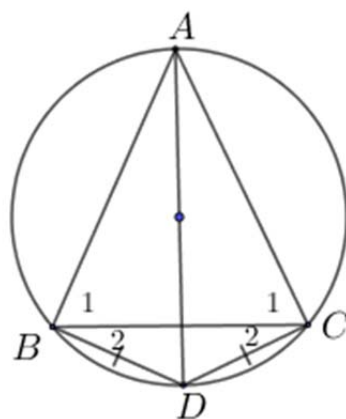
Trong các hình sau, hình nào nội tiếp được trong một đường tròn:

- Hình bình hành, hình chữ nhật, hình vuông, hình thang, hình thang vuông, hình thang cân?
Vì sao?

Ví dụ 5. (Bài 58, tr.90 SGK)

Cho tam giác đều ABC . Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A , lấy điểm D sao cho $DB = DC$ và $\widehat{DCB} = \frac{1}{2} \widehat{ACB}$.

- a) Chứng minh $ABDC$ là tứ giác nội tiếp.
- b) Xác định tâm của đường tròn đi qua bốn điểm A, B, D, C .



Hình 67

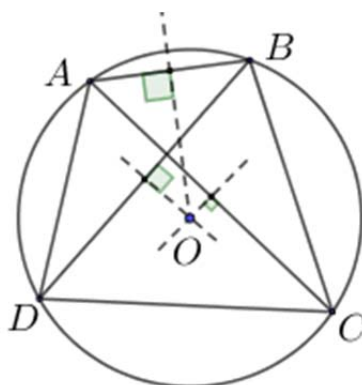
DẠNG 3. CHỨNG MINH CÁC ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

Phương pháp giải

- Trong một tam giác các đường trung trực của ba cạnh đồng quy.
- Trong một đường tròn, các đường trung trực của các dây không song song đồng quy.

Ví dụ 6. (Bài 54, tr.89 SGK)

Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$. Chứng minh rằng các đường trung trực của AC, BD, AB cùng đi qua một điểm.



Hình 68

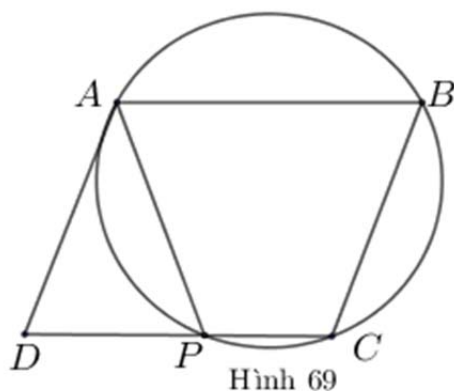
DẠNG 4. CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU

Phương pháp giải

Bạn có thể chứng minh hai đoạn thẳng cùng bằng một đoạn thẳng thứ ba.

Ví dụ 7. (Bài 59, tr.90 SGK)

Cho hình bình hành $ABCD$. Đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C cắt đường thẳng CD tại P khác C . Chứng minh $AP = AD$.



Hình 69

DẠNG 5. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

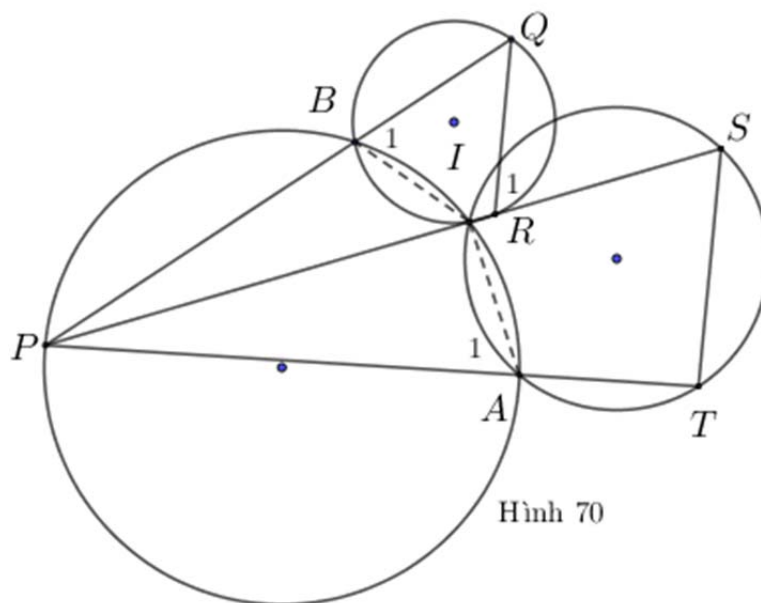
Phương pháp giải

Bạn có thể chứng minh một cặp góc so le trong bằng nhau.

Ví dụ 8. (Bài 60, tr.90 SGK)

Xem hình 70. Chứng minh $QR \parallel ST$.

Hướng dẫn: Xét cặp góc so le trong $\widehat{PST}$; $\widehat{SRQ}$.



Hình 70

C. LUYỆN TẬP

Bài 7.1 (Dạng 1,4). Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O) và

$\widehat{A} = \alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Gọi M là một điểm tùy ý trên cung nhỏ AC . Vẽ tia $Bx \perp AM$ cắt tia CM tại D .

- Tính số đo góc AMD .
- Chứng minh rằng $MD = MB$.

Bài 7.2 (Dạng 1,2) . Tam giác ABC không có góc tù. Các đường cao AH và đường trung tuyến AM không trùng nhau. Gọi N là trung điểm của AB . Cho biết $\widehat{BAH} = \widehat{CAM}$.

- Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp được trong một đường tròn.
- Tính số đo của góc BAC .

Bài 7.3 (Dạng 1,2) Cho tam giác ABC vuông tại A . Điểm E di động giữa A và B . Qua B vẽ một đường thẳng vuông góc với tia CE tại D và cắt tia CA tại H . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $ADBC$ nội tiếp được trong một đường tròn.
- Góc ADH có số đo không đổi khi E di động giữa A và B .
- Khi E di động giữa A và B thì $BA.BE + CD.CE$ không đổi.

Bài 7.4 (Dạng 2) Cho nửa đường tròn đường kính AB và dây AC . Từ một điểm D trên AC vẽ $DE \perp AB$. Hai đường thẳng DE và BC cắt nhau tại F . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $BCDE$ nội tiếp được đường tròn.
- $\widehat{AFE} = \widehat{ACE}$.

Bài 7.5 (Dạng 2)

Cho nửa đường tròn đường kính AB . Lấy hai điểm C và D trên nửa đường tròn sao cho số đo các cung AC ; CD ; DB bằng nhau. Các tiếp tuyến vẽ từ B và C của nửa đường tròn cắt nhau tại I . Hai tia AC và BD cắt nhau tại K . Chứng minh rằng:

- Tam giác KAB và IBC là những tam giác đều.
- Tứ giác $KIBC$ nội tiếp được một đường tròn.

Bài 7.6 (Dạng 2)

Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính AB và tia tiếp tuyến Bx của nửa đường tròn. Trên tia Bx lấy hai điểm C và D (C nằm giữa B và D) . Các tia AC và BD lần lượt cắt đường tròn tại E và F . Hai dây AF và BE cắt nhau tại N . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $FNEM$ nội tiếp được.
- Tứ giác $CDFE$ nội tiếp được.

Bài 7.7 (Dạng 2)

Cho tam giác ABC . Hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H . Gọi D là điểm đối xứng của H qua trung điểm M của BC .

- Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong một đường tròn., Xác định tâm O của đường tròn đó.
- Đường thẳng DH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I . Chứng minh rằng năm điểm A, I, F, H, E

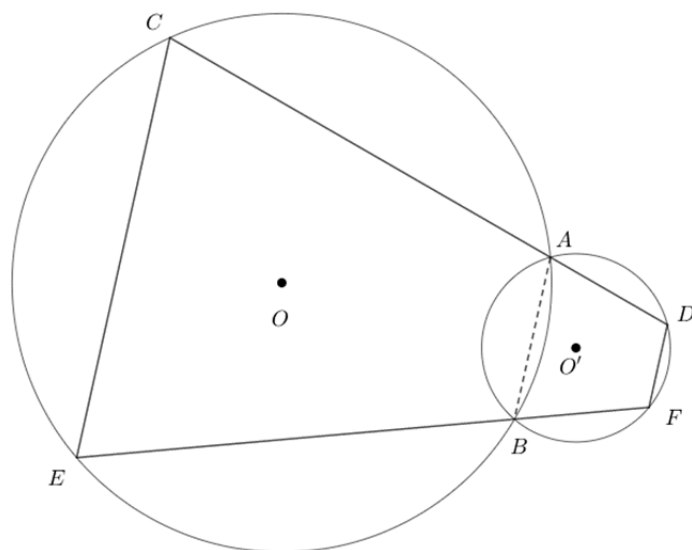
Bài 7.8 (Dạng 3;4)

Cho tam giác ABC ; dựng ra ngoài tam giác này các tam giác đều BCD ; ACE ; ABF . Chứng minh rằng:

- Ba đường tròn ngoại tiếp ba tam giác trên đều đi qua một điểm.

- b) Ba đường thẳng AD ; BE ; CF cùng đi qua một điểm.
 c) Ba đoạn thẳng AD ; BE ; CF bằng nhau.

Bài 7.9 (Dạng 5) Trong hình 71, hãy chứng minh $CE \parallel DF$



Hình 71

Bài 7.10 (Dạng 2;5) Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I . Vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác ABI . Tiếp tuyến của đường tròn này tại I cắt AD và BC lần lượt tại M và N . Chứng minh rằng:

- a) $MN \parallel CD$.
 b) Tứ giác $ABNM$ nội tiếp được.

BÀI 8. ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP. ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

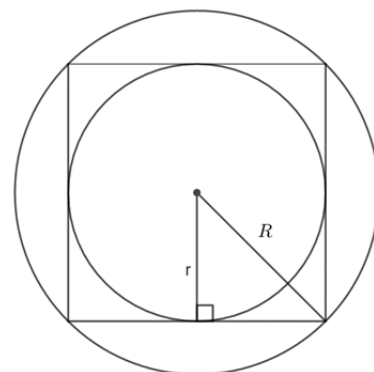
a) Đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác nội tiếp đường tròn.

b) Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác được gọi là đường tròn nội tiếp đa giác và đa giác được gọi là ngoại tiếp đường tròn.

2. Định lý

Bất kỳ đa giác đều nào cũng chỉ có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp; có một và chỉ một đường tròn nội tiếp (h.72)

Tâm của hai đường tròn này trùng nhau gọi là tâm của đa giác đều.



Hình 72

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. VẼ ĐA GIÁC ĐỀU NỘI TIẾP MỘT ĐƯỜNG TRÒN CHO TRƯỚC. TÍNH ĐỘ DÀI MỖI CẠNH A THEO R

Phương pháp giải

- Vẽ góc ở tâm có số đo $\frac{360^\circ}{n}$, cung tương ứng căng một cạnh của đa giác đều n cạnh.

• Để tính các cạnh ta có thể dùng định lý Py–ta – go hoặc hệ thức giữa cạnh và góc trong một tam giác vuông.

Ví dụ 1. (Bài 61 tr. 91 SGK)

- Vẽ đường tròn trong tâm O, bán kính 2 cm
- Vẽ hình vuông nội tiếp đường tròn ở câu a)
- Tính bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông ở câu b) rồi vẽ đường tròn (O;r)

Ví dụ 2. (Bài 63 tr. 92 SGK)

Cho hình lục giác đều, hình vuông, hình tam giác đều cùng nội tiếp một đường tròn (O;R). Tính các cạnh của hình đó theo R.

DẠNG 2. VẼ ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP, NỘI TIẾP MỘT ĐA GIÁC ĐỀU CHO TRƯỚC. TÍNH R, R

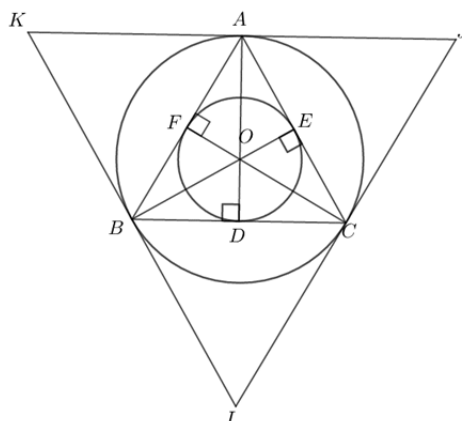
Phương pháp giải

- Vẽ hai đường trung trực của hai cạnh kề nhau, chúng cắt nhau tại điểm O, điểm này là tâm đường tròn ngoại tiếp, cũng là tâm đường tròn nội tiếp của đa giác đều.
- Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp là đoạn thẳng nối O với một đỉnh của đa giác.

- Bán kính r của đường tròn nội tiếp là đoạn thẳng nối O với trung điểm của một cạnh của đa giác.
- Để tính R, r ta có thể dùng định lý Py- ta – go hoặc hệ thức giữa cạnh và góc trong một tam giác vuông.

Ví dụ 3. (Bài 62 tr. 91 SGK)

- Vẽ tam giác đều ABC cạnh $a = 3\text{cm}$.
- Vẽ tiếp đường tròn $(O; R)$ ngoại tiếp tam giác đều ABC . Tính R .
- Vẽ tiếp đường tròn $(O; r)$ nội tiếp tam giác ABC . Tính r .
- Vẽ tiếp tam giác đều IJK ngoại tiếp đường tròn $(O; R)$.



Hình 75

DẠNG 3. CHO TRƯỚC SỐ ĐO CỦA MỘT CUNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN $(O; R)$. TÍNH ĐỘ DÀI CỦA DÂY CĂNG CUNG

Phương pháp giải

- Nếu cung đã cho căng một dây là một cạnh của đa giác đều n cạnh thì ta tính độ dài của cạnh này theo công thức:

$$a = 2R \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}$$

- Một số trường hợp thường gặp, ta lấy ngay kết quả ở bài 63:

- Với $n = 3$ thì $a_3 = R\sqrt{3}$

- Với $n = 4$ thì $a_4 = R\sqrt{2}$

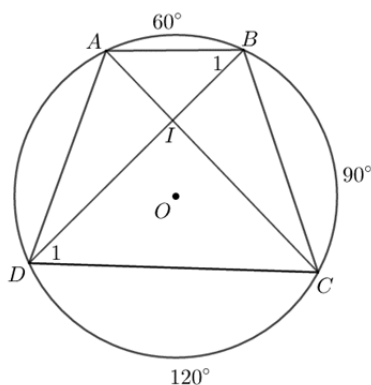
- Với $n = 6$ thì $a_6 = R$

Ví dụ 4. (Bài 64 tr. 92 SGK)

Trên đường tròn bán kính R lần lượt đặt theo cùng một chiều, kể từ A , ba cung AB , BC , CD sao cho $sđ AB = 60^\circ$; số đo cung $BC = 90^\circ$; số đo cung $CD = 120^\circ$

- Tứ giác $ABCD$ là hình gì?
- Chứng minh rằng hai đường chéo của tứ giác $ABCD$ vuông góc với nhau.

c) Tính độ dài các cạnh của tứ giác ABCD theo R.



Hình 76

C. LUYỆN TẬP

Bài 8.1 (Dạng 1) . Một đường tròn có bán kính 3 cm. Tính diện tích hình vuông nội tiếp đường tròn đó.

Bài 8.2 (Dạng 2) . Một đa giác đều nội tiếp đường tròn $(O; 2\text{cm})$. Biết độ dài mỗi cạnh của nó là $2\sqrt{3}\text{cm}$. Tính diện tích của đa giác đều đó.

Bài 8.3 (Dạng 2) . Cho hình lục giác đều ABCDEF, độ dài mỗi cạnh là c. Các đường thẳng AB và CD cắt nhau tại M, cắt đường thẳng EF theo thứ tự tại N và P.

a) Chứng minh rằng $\triangle MNP$ là tam giác đều.

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$.

Bài 8.4 (Dạng 2) Cho ngũ giác đều ABCDE cạnh a. Hai đường chéo AC và AD cắt BE lần lượt tại M và N.

a) Tính tỷ số giữa các bán kính của đường tròn nội tiếp và đường tròn ngoại tiếp ngũ giác đều đó.

b) Chứng minh rằng các tam giác AMN và CMB là những tam giác cân.

c) Chứng minh rằng $AC \cdot BM = a^2$

Bài 8.5 (Dạng 3) Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A trên đường tròn này vẽ các cung AB và AC sao cho số đo cung $AB = 30^\circ$, số đo của cung $AC = 90^\circ$ (điểm A nằm trên cung nhỏ BC) . Tính các cạnh của $\triangle ABC$ và diện tích của nó.

BÀI 9. ĐỘ DÀI ĐƯỜNG TRÒN, CUNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức tính độ dài đường tròn.

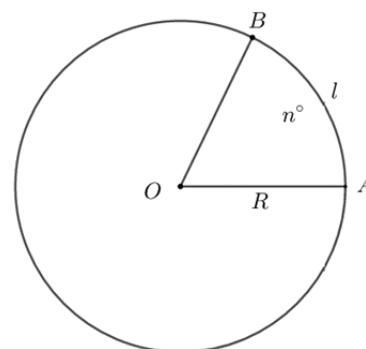
$$C = 2\pi R \text{ hoặc } C = \pi d$$

Trong đó: C là độ dài đường tròn bán kính R ; $d = 2R$; $\pi \approx 3,14$.

2. Công thức tính độ dài cung tròn

$$l_{AB} = \frac{\pi R n}{180} \quad (\text{h. 77})$$

Trong đó l là độ dài cung tròn n°



Hình 77

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG TRÒN, CUNG TRÒN HOẶC CÁC ĐẠI LƯỢNG CÓ LIÊN QUAN

Ví dụ 1. (Bài 65, tr.94 SGK)

Lấy giá trị gần đúng $\pi \approx 3,14$, hãy điền vào các ô trống trong bảng sau (Đơn vị độ dài cm; làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2) :

Bán kính đường tròn (R)	10		3			
Số đo của cung tròn (n°)		10		3		
Độ dài đường tròn (C)					20	25,12

Ví dụ 2. (Bài 66, tr.95 SGK)

- Tính độ dài cung 60° của một đường tròn có bán kính 2 dm.
- Tính chu vi vành xe đạp có đường kính 650mm.

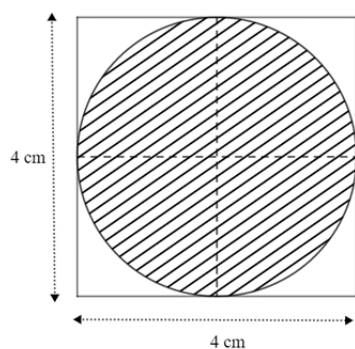
Ví dụ 3. (Bài 67, tr.95 SGK)

Lấy giá trị gần đúng $\pi \approx 3,14$, hãy điền vào các ô trống trong bảng sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất và đến độ) .

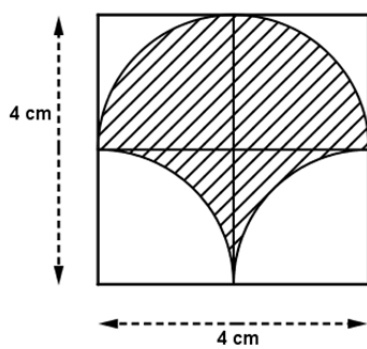
Bán kính đường tròn (R)	10 cm			21 cm	6,2 cm	
Đường kính đường tròn (d)	90°	50°			41°	25°
Độ dài cung tròn (l)		35,6 cm	20,8 cm			9,2 cm

Ví dụ 4. (Bài 69, tr.95 SGK)

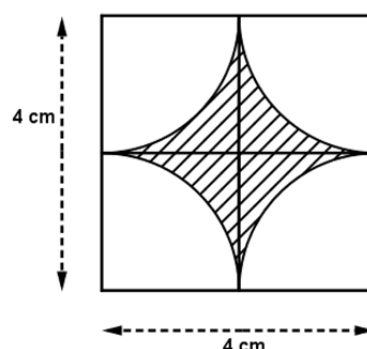
Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh sau xe có đường kính là 1,672m và bánh xe trước có đường kính là 88cm. Hỏi sau khi bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Ví dụ 5. (Bài 70, tr.95 SGK)

Hình 78



Hình 79

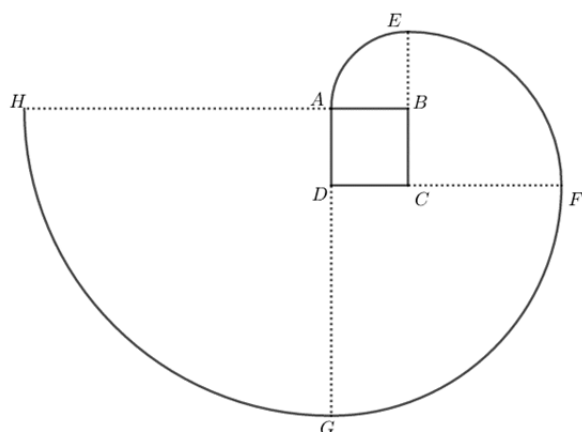


Hình 80

Vẽ lại ba hình (tạo bởi các cung tròn) dưới đây và tính chu vi mỗi hình (Có gạch chéo) :

Ví dụ 6. (Bài 71, tr.96 SGK)

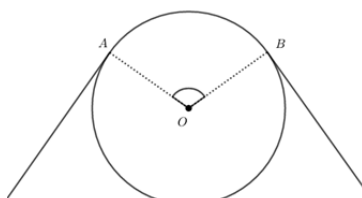
Vẽ lại cá hình tạo bởi cung tròn dưới đây với tâm lần lượt là B; C; D; A theo đúng kích thước đã cho (cạnh hình vuông dài 1cm) . Nêu cách vẽ đường xoắn AEFHG. Tính độ dài đường xoắn đó.



Hình 81

Ví dụ 7. (Bài 72, tr. 96 SGK)

Bánh xe của một ròng rọc có chu vi là 540mm . Dây cua-roa bao bánh xe theo cung AB có độ dài 200mm . Tính góc AOB (h.82) .



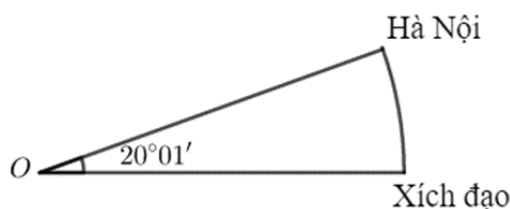
Hình 82

Ví dụ 8: Đường tròn lớn của trái đất dài khoảng 40000km . Tính bán kính trái đất.

Ví dụ 9. (Bài 74, tr. 96 SGK)

Vĩ độ của Hà Nội là $20^{\circ}01'$. Mỗi vòng kinh tuyến của Trái Đất dài khoảng 40000km . Tính độ dài cung kinh tuyến từ Hà Nội đến xích đạo.

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.



Hình 83

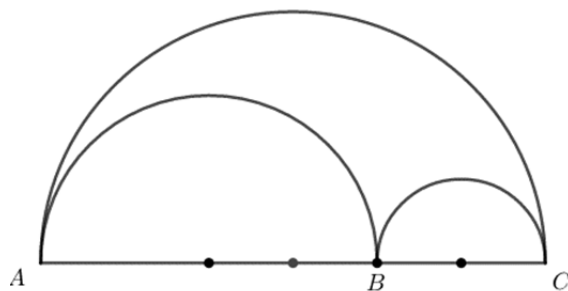
DẠNG 2. SO SÁNH ĐỘ DÀI CỦA HAI CUNG

Phương pháp giải:

Tính độ dài của mỗi cung theo bán kính đường tròn và theo số đo độ của cung rồi so sánh các kết quả

Ví dụ 10. (Bài 68. tr. 95 SGK)

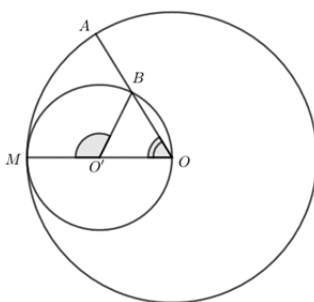
Cho ba điểm A, B, C , thẳng hàng sao cho B nằm giữa A và C . Chứng minh rằng độ dài của nửa đường tròn đường kính AC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AB và BC .



Hình 84

Ví dụ 11. (Bài 75, tr. 96 SGK)

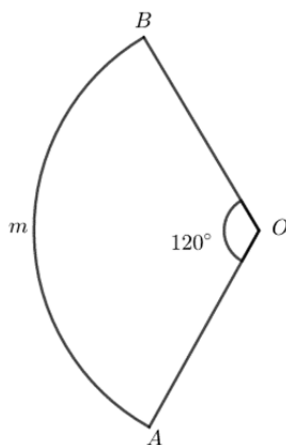
Cho đường tròn (O) , bán kính OM . Vẽ đường tròn tâm O đường kính OM . Một bán kính OA của đường tròn (O) cắt đường tròn (O) ở B . Chứng minh MA và MB có độ dài bằng nhau.



Hình 85

Ví dụ 12. (Bài 76/tr 96 SGK)

Xem hình 86 và so sánh độ dài của cung AmB với độ dài đường gấp khúc. AOB .



Hình 86

C. LUYỆN TẬP

Bài 9.1 (Dạng 1) Cho đường tròn (O) bán kính OA . Từ trung điểm M của OA vẽ dây $BC \perp OA$. Biết độ dài đường tròn (O) là $4\pi(cm)$. Tính:

- Bán kính của đường tròn (O) ;
- Độ dài hai cung BC của đường tròn.

Bài 9.2 (Dạng 1) Tam giác ABC có $AB = AC = 3cm$; $\hat{A} = 120^\circ$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 9.3 (Dạng 2) Một tam giác đều và một hình vuông cùng có chu vi là $72cm$. Hỏi độ dài đường tròn ngoại tiếp hình nào lớn hơn? Lớn hơn bao nhiêu?

Bài 9.4 (Dạng 2) . Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài với nhau tại A . Một đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B , cắt đường tròn (O') tại C . Chứng minh rằng nếu $R' = \frac{1}{2}R$ thì độ dài của cung AC bằng nửa độ dài của cung AB (chỉ xét các cung nhỏ $\widehat{AC}, \widehat{AB}$).

Bài 9.5 (Dạng 2) Cho đường tròn đường kính $BC = 2R$. Trên đường tròn lấy một điểm A sao cho $AB = R\sqrt{3}$. Gọi P_1, P_2, P_3 là chu vi các đường tròn có đường kính lần lượt là CA, AB và BC .

Chứng minh: $\frac{P_1^2}{1} = \frac{P_2^2}{3} = \frac{P_3^2}{4}$.

Bài 9.6 (Dạng 2) . Cho tứ giác $ABCD$ ngoại tiếp đường tròn (O) . Vẽ ra phía ngoài của tứ giác này bốn nửa đường tròn có đường kính lần lượt là bốn cạnh của tứ giác. Chứng minh rằng tổng độ dài hai nửa đường tròn có đường kính là hai cạnh đối diện bằng tổng độ dài hai nửa đường tròn kia.

BÀI 10. DIỆN TÍCH HÌNH TRÒN, HÌNH QUẠT TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức tính diện tích hình tròn:

$S = \pi R^2$, trong đó S là diện tích hình tròn bán kính R

2. Công thức tính diện tích hình quạt tròn (h.87)

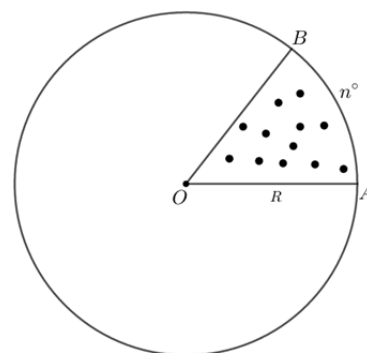
$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} \text{ hay } S = \frac{lR}{2}, \text{ trong đó}$$

S là diện tích hình quạt tròn;

R là bán kính hình tròn;

n là số đo độ của cung tròn;

l là độ dài cung tròn.

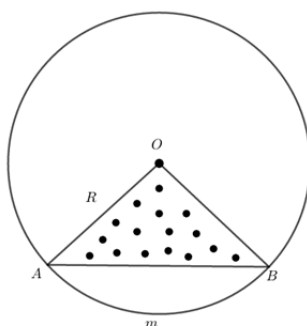


Hình 87

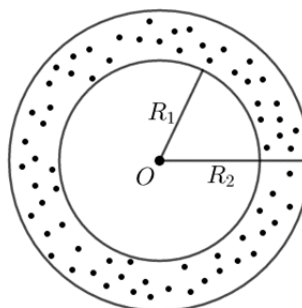
3. Tính diện tích hình viên phân (h.88) và diện tích hình vành khăn (h.89)

$$S_{AmB} = S_{OAmB} - S_{OAB}$$

$$S = \pi (R_1^2 - R_2^2)$$



Hình 88



Hình 89

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH TRÒN, HÌNH QUẠT TRÒN HOẶC CÁC ĐẠI LƯỢNG CÓ LIÊN QUAN

Phương pháp giải

Tính diện tích hình tròn ta dùng công thức: $S = \pi R^2$

Tính diện tích hình quạt tròn ta dùng công thức: $S = \frac{\pi R^2 n}{360}$

Tính R ta có thể dùng công thức $R = \frac{C}{2\pi}$ hoặc $R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$

Tính n (số đo độ của cung tròn) ta dùng công thức $n = \frac{S_{\text{quat}} \cdot 360}{\pi R^2}$

Ví dụ 1. (Bài 77, tr. 98 SGK)

Tính diện tích hình tròn nội tiếp một hình vuông có cạnh là 4cm .

Ví dụ 2. (Bài 78, tr. 98 SGK)

Chân một đồng cát đổ trên một nền phẳng nằm ngang là một hình tròn có chu vi 12m . Hỏi chân đồng cát đó chiếm một diện tích là bao nhiêu mét vuông?

Ví dụ 3. (Bài 79, tr. 98 SGK)

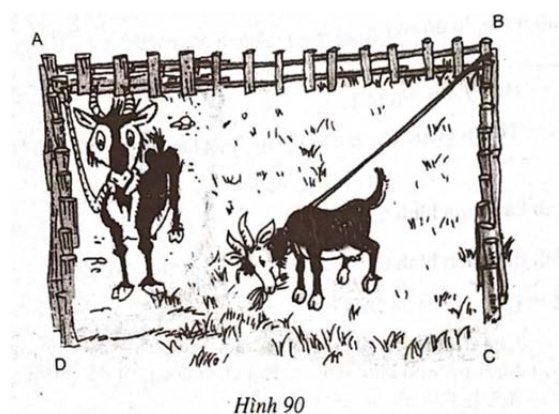
Tính diện tích một hình quạt tròn có bán kính 6cm , số đo cung là 36° .

Ví dụ 4. (Bài 80, tr. 98 SGK)

Một vườn cỏ hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 40\text{m}$, $AD = 30\text{m}$. Người ta muốn buộc hai con dê ở hai góc vườn A, B . Có hai cách buộc:

- Mỗi dây thừng dài 20m .
- Một dây thừng dài 30m và dây thừng kia dài 10m .

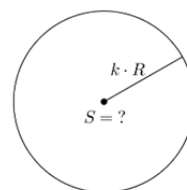
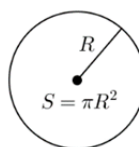
Hỏi với cách buộc nào thì diện tích cỏ mà cả hai con dê có thể ăn được sẽ lớn hơn (h.60) ?



Ví dụ 5. (Bài 81, tr. 99 SGK)

Diện tích hình tròn sẽ thay đổi thế nào nếu:

- a) Bán kính tăng gấp đôi?
- b) Bán kính tăng gấp ba?
- c) Bán kính tăng k lần ($k > 1$) ?



Ví dụ 6. (Bài 82, tr. 99 SGK)

Điền vào ô trống trong bảng sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất) :

Bán kính đường tròn (R)	Độ dài đường tròn (C)	Diện tích hình tròn (S)	Số đo của cung tròn n°	Diện tích quạt tròn cung n°
	$13,2\text{cm}$		$47,5^\circ$	

$2,5cm$				$12,5cm^2$
		$37,80cm^2$		$10,60cm^2$

DẠNG 2. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH VIÊN PHÂN, HÌNH VÀNH KHĂN VÀ NHỮNG HÌNH KHÁC LIÊN QUAN ĐẾN CUNG TRÒN

Phương pháp giải

Dựa vào tính chất:

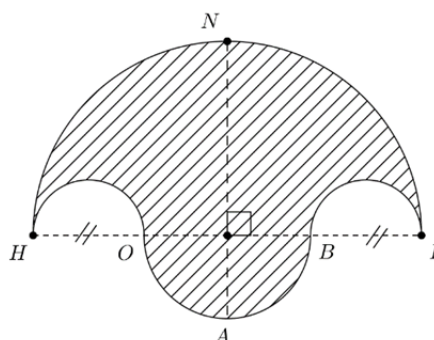
Nếu một hình H được chia thành hai hình H_1 và H_2 không có điểm trong chung thì

$$S_H = S_{H_1} + S_{H_2}$$

Suy ra diện tích hình H_1 = diện tích hình H - diện tích hình H_2

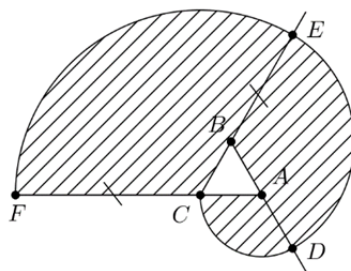
Ví dụ 7. (Bài 83, tr. 99 SGK)

- Vẽ hình 92 (tạo bởi các cung tròn) với $HI = 10cm$ và $HO = BI = 2cm$. Nêu cách vẽ.
- Tính diện tích hình $HOABINH$ (miền gạch sọc).
- Chứng tỏ rằng hình tròn đường kính NA có cùng diện tích với hình $HOABINH$ đó.



Ví dụ 8. (Bài 84, tr. 99 SGK)

- Vẽ lại hình tạo bởi các cung tròn xuất phát từ đỉnh C của tam giác đều ABC cạnh $1cm$. Nêu cách vẽ (h.93).
- Tính diện tích miền gạch sọc.

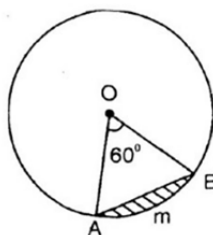


Ví dụ 9. (Bài 85, tr. 100 SGK)

Hình viên phân là phần hình tròn giới hạn bởi một cung và dây căng cung ấy. Hãy tính diện tích hình viên phân AmB , biết góc ở tâm $\widehat{AOB} = 60^\circ$ và bán kính đường tròn là $5,1cm$

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9 có lời giải chi tiết vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa.

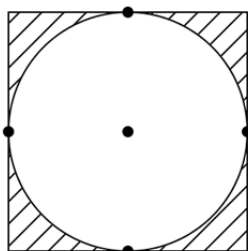
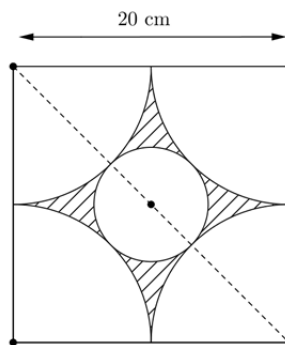
(h.94) .

**C.LUYỆN TẬP**

Bài 10.1 (Dạng 1) . Một hình vuông và một hình tròn có cùng chu vi. Hỏi hình nào có diện tích lớn hơn.

Bài 10.2 (Dạng 1) . Chứng minh rằng diện tích hình tròn ngoại tiếp hình vuông bằng hai lần diện tích hình tròn nội tiếp hình vuông đó.

10.3 (Dạng 1) . Trong hình 97, biết diện tích miền gạch sọc là 86cm^2 . Tính diện tích hình tròn

**Hình 97****Hình 98**

Bài 10.4 (Dạng 1) . Vẽ lại hình 98 rồi tính:

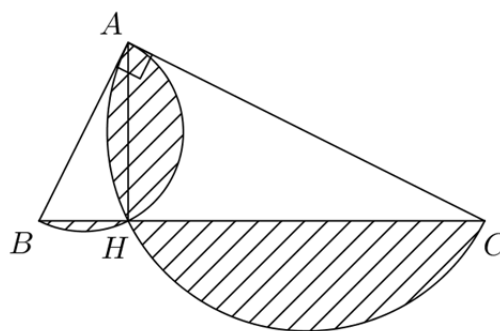
- Diện tích hình tròn ở giữa;
- Diện tích miền gạch sọc

Bài 10.5 (Dạng 2) . Tính diện tích hình vawnfh khăn tạo thành bởi đường tròn nội tiếp và đường tròn ngoại tiếp tam giác đều có cạnh là 6cm.

Bài 10.6 (Dạng 2) . Tam giác đều có cạnh a, nội tiếp đường tròn (O) . Tính diện tích hình viên phân tạo thành bởi một cạnh của tam giác và một cung nhỏ căng cạnh đó.

Bài 10.7 (Dạng 2) . Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH = 2cm. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ BC có chứa A ta vẽ ba nửa đường tròn có đường kính lần lượt là BH, CH và BC. Tính diện tsich miền giới hạn bởi ba đường tròn đó.

Bài 10.8 (Dạng 2) . Trong hình 99, biết $\triangle ABC$ vuông tại A, $AB = 4$; $AC = 6$. Hai nửa đường tròn đường kính AB và AC cắt nhau tại H. Tính diện tích miền gạch sọc



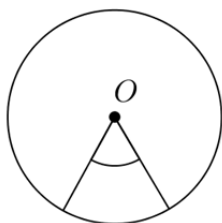
Hình 99

ÔN TẬP CHƯƠNG III

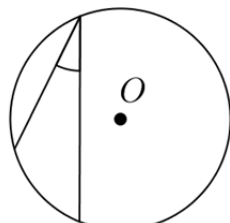
A. BÀI TẬP ÔN TẬP TRONG SÁCH GIÁO KHOA

Bài 88. hãy nêu tên mỗi góc trong hình dưới đây:

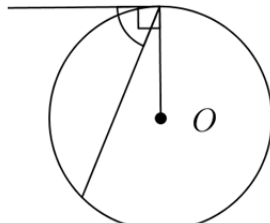
(Ví dụ. Góc trên hình 100b là góc nội tiếp)



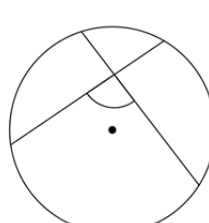
Hình 100a



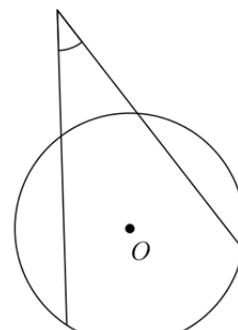
Hình 100b



Hình 100c



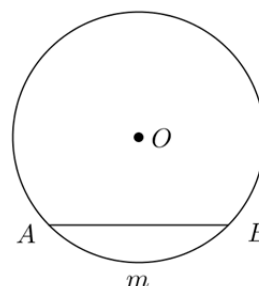
Hình 100d



Hình 100e

Bài 89. Trong hình 101, cung AmB có số đo là 60° . Hãy:

- Vẽ góc ở tâm chắn cung AmB . Tính góc AOB
- vẽ góc nội tiếp đỉnh C chắn cung AmB . Tính góc ACB.
- Vẽ góc tạo bởi tia tiếp tuyến Bt và dây cung BA. Tính góc Abt.



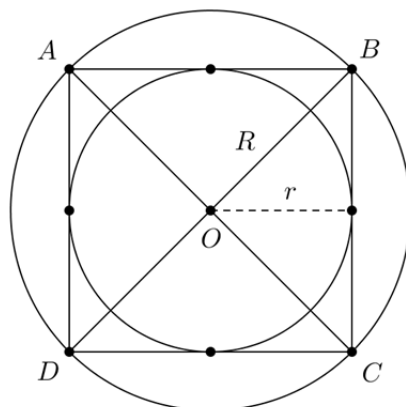
Hình 101

- Vẽ góc ADB có đỉnh D ở bên trong đường tròn. So sánh góc ADB và ACB
- Vẽ góc AEB có đỉnh E bên ngoài đường tròn (E và C cùng phía đối với AB). So sánh $\widehat{AEB}$ và $\widehat{ACB}$

Bài 90. a) Vẽ hình vuông cạnh 4cm.

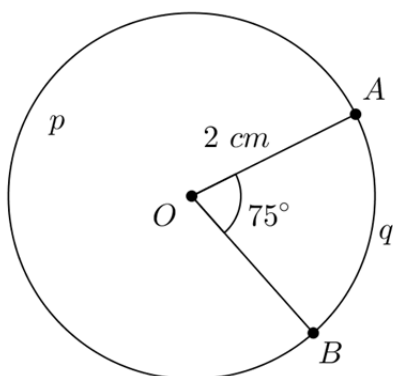
b) Vẽ đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó. Tính bán kính R của đường tròn này.

c) vẽ đường tròn nội tiếp hình vuông đó. Tính bán kính r của đường tròn này.

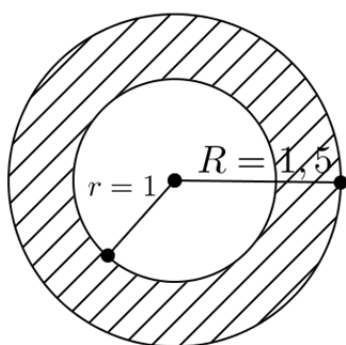


Bài 91. Trong hình 104 đường tròn tâm O có bán kính $R = 2\text{cm}$. $\widehat{AOB} = 75^\circ$

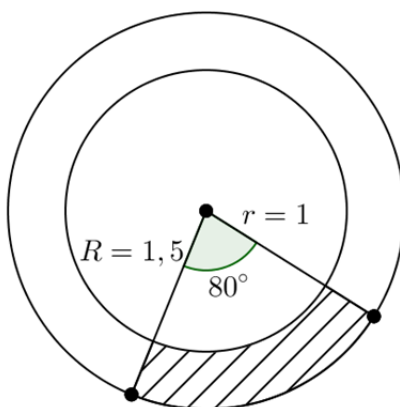
- Tính số đo $\widehat{ApB}$
- Tính độ dài hai cung AqB và ApB
- Tính diện tích hình quạt tròn OAqB



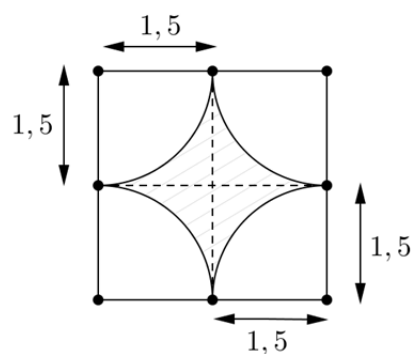
Bài 92. Hãy tính diện tích miền gạch sọc trong các hình 105, 106, 107 (đơn vị độ dài : cm)



Hình 105



Hình 106



Hình 107

Bài 93. Có ba bánh xe răng cưa A, B, C cùng chuyển động khớp nhau. Khi một bánh xe quay thì hai bánh xe còn lại cũng quay theo. Bánh xe A có 60 răng, bánh xe B có 40 cái răng, bánh xe C có 20 răng. Biết bán kính của bánh xe C là 1cm. Hỏi:

- Khi bánh xe C quay 60 vòng thì bánh xe B quay mấy vòng?
- Khi bánh xe A quay 80 vòng thì bánh xe B quay mấy vòng?
- Bán kính của các bánh xe A và B là bao nhiêu?

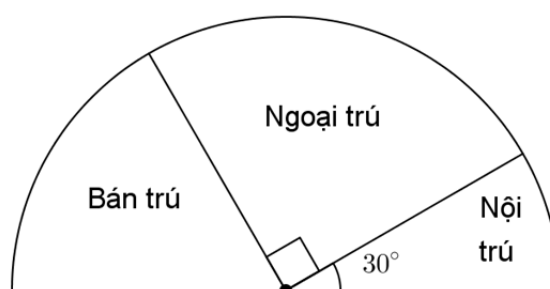
Bài 94. Hãy xem biểu đồ hình quạt biểu diễn sự phân phối học sinh của một trường THCS theo diện bán trú, ngoại trú, nội trú (h.108). Hãy trả lời các câu hỏi sau:

a) Có phải $\frac{1}{2}$ số học sinh là học sinh ngoại trú không?

b) Có phải $\frac{1}{3}$ số học sinh là học sinh bán trú không?

c) Số học sinh nội trú chiếm bao nhiêu phần trăm?

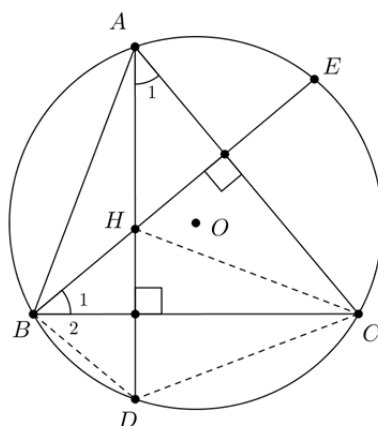
d) Tính số học sinh mỗi loại, biết tổng số học sinh là 1800 em.



Hình 108

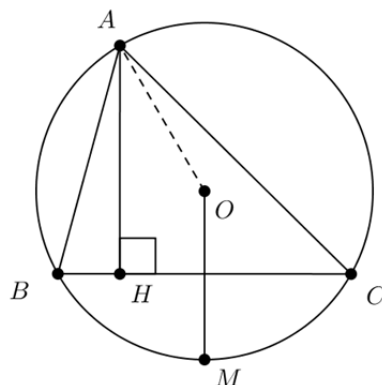
Bài 95. Các đường cao hạ từ A và B của tam giác ABC cắt nhau tại H (góc C khác 90°) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

- a) $CD = CE$ b) $\triangle BHD$ cân c) $CD = CH$



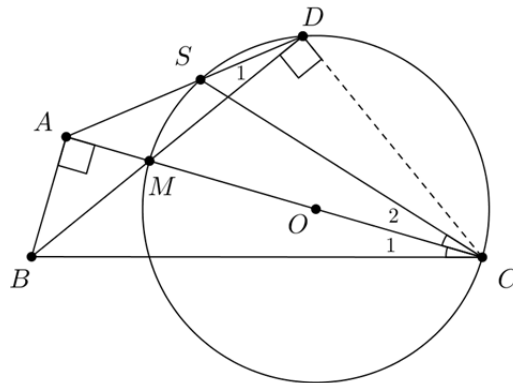
Bài 96. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và tia phân giác của góc A cắt đường tròn tại M. Vẽ đường cao AH. Chứng minh rằng:

- a) OM đi qua trung điểm của dây BC
b) AM là tia phân giác của góc OAH

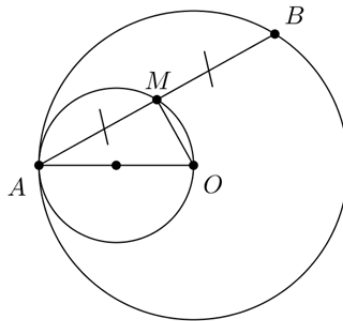


Bài 97. Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AC lấy một điểm M và vẽ đường tròn đường kính MC. Kẻ BM cắt đường tròn tại D. Đường thẳng DA cắt đường tròn tại S. Chứng minh rằng:

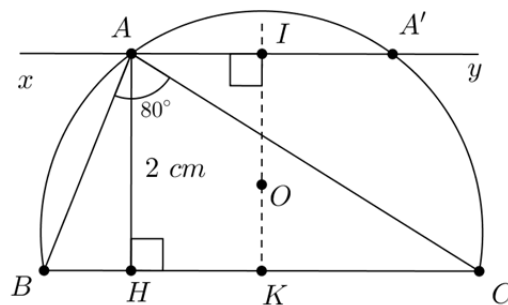
- a) ABCD là một tứ giác nội tiếp
b) $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$
c) CA là tia phân giác của góc SCB



Bài 98. Cho đường tròn (O) và một điểm A cố định trên đường tròn. Tìm quỹ tích các trung điểm M của dây AB khi điểm B di động trên đường tròn đó.



Bài 99. Dựng $\triangle ABC$ biết: $BC = 6\text{cm}$,
 $\widehat{BAC} = 80^\circ$, đường cao AH có độ dài là 2cm .



Hình 113

B. BÀI TẬP BỔ SUNG

Bài 1. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Từ A và B vẽ các tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Một góc vuông quay quanh O , hai cạnh cắt Ax và By lần lượt tại C và D . Hai đường thẳng OD và Ax cắt nhau tại E . Chứng minh rằng:

- $AC \cdot BD = R^2$
- Tam giác CDE là tam giác cân.
- CD là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O)

Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính AB, tia tiếp tuyến Ax. Trên tia Ax lấy điểm M sao cho $AM = R\sqrt{3}$. Vẽ tiếp tuyến MC (C là tiếp điểm). Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BC tại D.

- CHứng minh rằng $BD \parallel OM$.
- Xác định dạng của các tứ giác OBDM và AODM.
- Gọi E là giao điểm của AD với OM. Gọi F là giao điểm của MC với OD. Chứng minh rằng EF là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 3. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ các đường kính AOC và AOD. Đường thẳng AC cắt đường tròn (O') tại E. Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại F. Chứng minh rằng:

- Ba điểm C, B, D thẳng hàng.
- Tứ giác CDEF nội tiếp đường tròn
- A là tâm đường tròn nội tiếp hoặc bàng tiếp của $\triangle BEF$

Bài 4. Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến AT và cắt tuyến ABC với đường tròn (B nằm giữa A và C). Gọi H là hình chiếu của T trên OA. Chứng minh rằng:

- $AT^2 = AB.AC$
- $AB.AC = AH.AO$
- Tứ giác OHBC nội tiếp đường tròn.

Bài 5. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Vẽ dây AD $\parallel$ BC. Tiếp tuyến tại A và B của đường tròn cắt nhau tại E. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

- $\widehat{AIB} = \widehat{AOB}$
- Năm điểm E, A, I, O, B cùng nằm trên một đường tròn.
- $IO \perp IE$

Bài 6. Cho hình vuông ABCD. Trên hai cạnh CB và CD lần lượt lấy hai điểm di động M và N sao cho $CM = CN$. Vẽ $CF \perp BN$ tại E ($F \in AD$)

- Chứng minh rằng tứ giác FMCD hình chữ nhật
- Chứng minh năm điểm A, B, M, E, F cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm O của đường tròn đó.
- Đường tròn (O) cắt AC tại điểm thứ hai là I. Chứng minh rằng $\triangle IBF$ vuông cân
- Tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt đường thẳng FI tại K. Chứng minh rằng ba điểm K, C, D thẳng hàng

Bài 7. Cho đường tròn (O). Vẽ hai dây AC và BD bằng nhau và vuông góc với nhau tại I (điểm B nằm trên cung nhỏ AC). Chứng minh rằng:

- Tứ giác ABCD là hình thang cân
- Tổng diện tích hai hình quạt tròn AOB và COD bằng tổng diện tích hai hình quạt tròn AOD và BOC (các hình quạt tròn ứng với các cung nhỏ).

Bài 8. Cho nửa đường tròn đường kính $BC = 10\text{ cm}$ và dây $BA = 8\text{ cm}$. Vẽ ra phía ngoài của tam giác ABC các nửa đường tròn đường kính AB và AC .

- Tính diện tích tam giác ABC .
- Tính tổng diện tích hai hình viên phân
- Tính tổng diện tích hai hình trắng khuyết

Bài 9. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Biết $BC = 2\text{ cm}$, $\hat{A} = 45^\circ$

- Tính diện tích hình tròn (O)
- Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây BC và cung nhỏ BC .
- Xác định vị trí của điểm A để diện tích tam giác ABC lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó

CHƯƠNG IV. HÌNH TRỤ - HÌNH NÓN – HÌNH CẦU

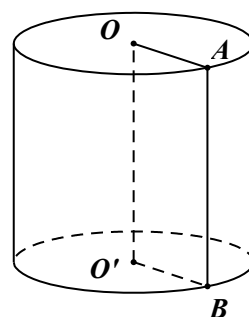
BÀI 1. HÌNH TRỤ - DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH TRỤ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình trụ

Khi quay hình chữ nhật một vòng quanh cạnh OO' cố định, ta được một hình trụ (h.114).

- Hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song.
 - Đường thẳng OO' là trục của hình trụ.
 - là một đường sinh. Đường sinh vuông góc với hai mặt phẳng đáy.
- Độ dài của đường sinh là chiều cao của hình trụ.



Hình 114

2. Diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_{xq} = 2\pi Rh.$$

$$S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2.$$

(R là bán kính đáy, h là chiều cao).

3. Thể tích hình trụ

$$V = \pi R^2 h.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. NHẬN BIẾT CÁC YẾU TỐ CỦA HÌNH TRỤ

Phương pháp giải

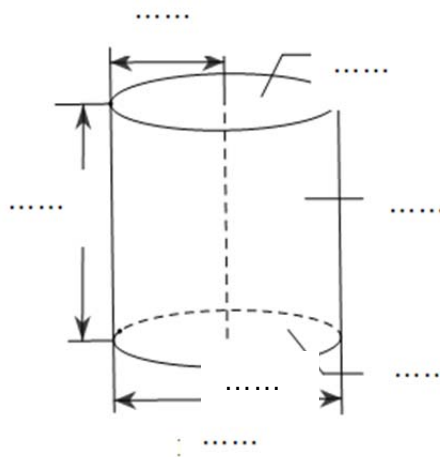
Đối chiếu với bài học, phân cách tạo ra hình trụ.

Ví dụ 1. (Bài 1, tr. 110 SGK)

Hãy điền thêm các tên gọi vào dấu “...”

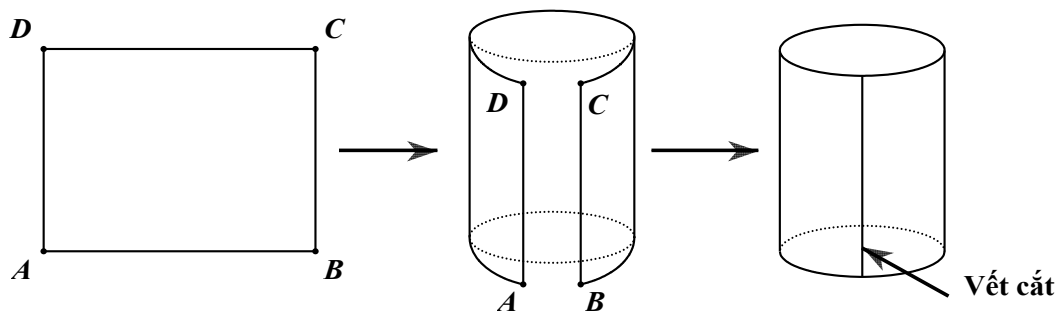


Hình 115

**Ví dụ 2.** (Bài 2, tr. 110 SGK)

Lấy một băng giấy hình chữ nhật (h.116). Biết $AB = 10\text{ cm}$, $BC = 4\text{ cm}$; dán băng giấy như hình vẽ (B sát với A và C sát với D , không được xoắn).

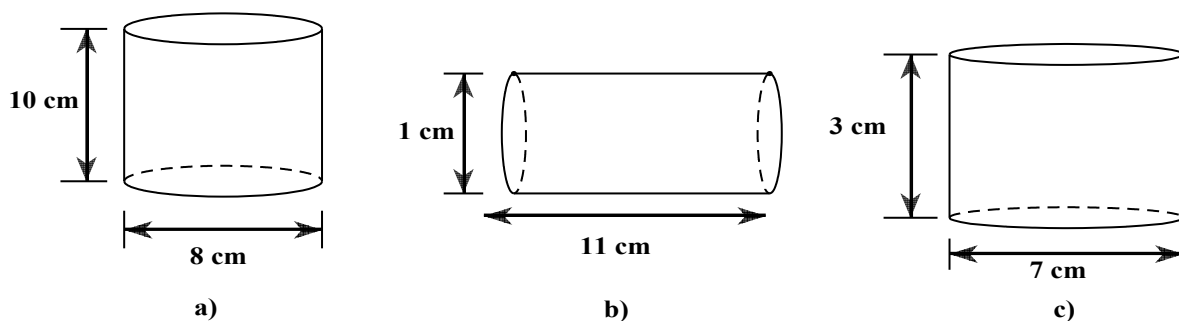
Có thể dán băng giấy để tạo nên mặt xung quanh của hình trụ được không?



Hình 116

Ví dụ 3. (Bài 3, tr. 110 SGK)

Quan sát ba hình dưới đây và chỉ ra chiều cao, bán kính đáy của mỗi hình.



Hình 117

DẠNG 2. TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN, THỂ TÍCH CỦA HÌNH TRỤ HOẶC CÁC YẾU TỐ LIÊN QUAN
Phương pháp giải

1. Tính diện tích xung quanh ta dùng công thức: $S_{xq} = 2\pi Rh$. (1)

2. Tính diện tích toàn phần ta dùng công thức: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$.

3. Tính thể tích ta dùng công thức: $V = \pi R^2 h$. (2)

4. Tính bán kính đáy ta dùng công thức: $R = \frac{S_{xq}}{2\pi h}$ (suy từ 1).

hoặc $R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ (suy từ 2).

5. Tính h ta dùng công thức: $h = \frac{S_{xq}}{2\pi R}$ (suy từ 1). hoặc $h = \frac{V}{S} = \frac{V}{\pi R^2}$ (suy từ 2).

Ví dụ 4. (Bài 4, tr. 110 SGK)

Một hình trụ có bán kính đáy là 7 cm , diện tích xung quanh bằng 352 cm².

Khi đó chiều cao của hình trụ là:

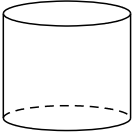
(A) 3,2 cm ; (B) 4,6 cm ; (C) 1,8 cm

(D) 2,1 cm ; (E) Một kết quả khác.

Hãy chọn kết quả đúng.

Ví dụ 5. (Bài 5, tr. 111 SGK)

Điền đủ các kết quả vào những ô trống của bảng sau:

Hình	Bán kính đáy (cm)	Chiều cao (cm)	Chu vi đáy (cm)	Diện tích đáy (cm ²)	Diện tích xung quanh (cm ²)	Thể tích (cm ³)
	1	10				
	5	4				
		8	4π			

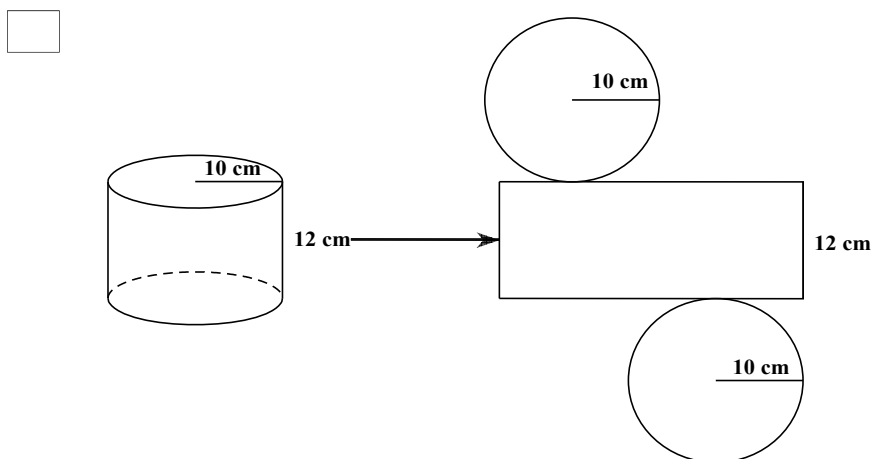
Một bóng đèn huỳnh quang dài 1,2 m , đường kính của đường tròn đáy là 4 cm , được đặt khít vào một ống giấy cứng dạng hình hộp (h. 118). Tính diện tích phần giấy cứng dùng để làm một hộp. (Hộp hở hai đầu, không tính lề và mép dán).



Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB = 2a, BC = a$). Quay hình chữ nhật đó quanh AB thì được hình trụ có thể tích V_1 ; quanh BC thì được hình trụ có thể tích V_2 . Trong các đẳng thức dưới đây, hãy chọn đẳng thức đúng:

- Hình 119 là một hình trụ cùng với hình khai triển của nó kèm theo kích thước.
- Hãy điền vào các chỗ ... và các ô trống những cụm từ hoặc các số cần thiết.

$$\begin{aligned} \dots: & \quad \square, \square, 10 = \square \text{ (cm}^2\text{)}; \\ \dots: & \quad (2, \square, 10), \square = \square \text{ (cm}^2\text{)}; \\ \dots: & \quad \square, 2 + \square = \square \text{ (cm}^2\text{)}. \end{aligned}$$



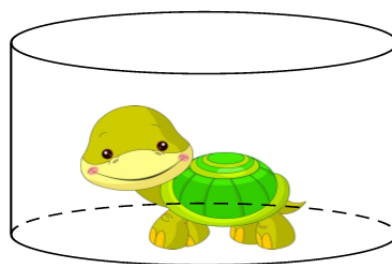
Hình 119

Ví dụ 10. (Bài 10, tr. 112 SGK) Hãy tính:

- a) Diện tích xung quanh của một hình trụ có chu vi hình tròn đáy là 13 cm và chiều cao là 3 cm
- b) Thể tích của hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 5 mm và chiều cao là 8 mm.

Ví dụ 11. (Bài 11, tr. 112 SGK)

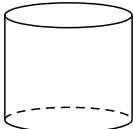
Người ta nhấn chìm hoàn toàn một tượng đá nhỏ vào một lọ thủy tinh có nước dạng hình trụ (h.120). Diện tích đáy lọ thủy tinh là $12,8\text{cm}^2$. Nước trong lọ dâng lên thêm 8,5 mm. Hỏi thể tích của tượng đá là bao nhiêu?



Hình 120

Ví dụ 12. (Bài 12, tr. 112 SGK)

Điền đủ các kết quả vào những ô trống của bảng sau:

Hình	Bán kính đáy	Đường kính đáy	Chiều cao	Chu vi đáy	Diện tích đáy	Diện tích xung quanh	Thể tích
	25 mm		7 cm				
		6 cm	1 m				

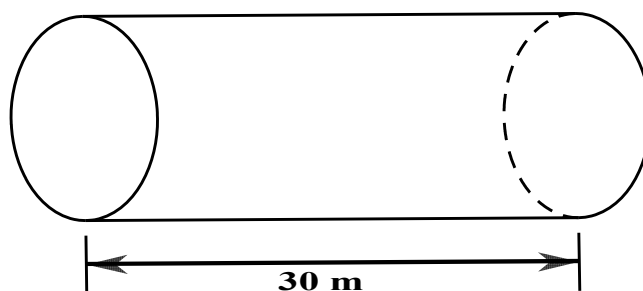
Ví dụ 13. (Bài 13, tr. 113 SGK)

Một tấm kim loại được khoan thủng bốn lỗ như hình 121 (lỗ khoan dạng hình trụ), tấm kim loại dày 2 cm , đáy của nó là hình vuông có cạnh là 5 cm . Đường kính của mũi khoan là 8 mm . Hỏi thể tích phần còn lại của tấm kim loại là bao nhiêu?

Ví dụ 14. (Bài 14, tr. 113 SGK)

Đường ống nổi hai bể cá trong một thủy cung ở miền nam nước Pháp có dạng một hình trụ, độ dài của đường ống là 30 m (h.122). Dung tích của đường ống nói trên là 1800000 lít.

Tính diện tích đáy của đường ống.

**Hình 122****C. LUYỆN TẬP**

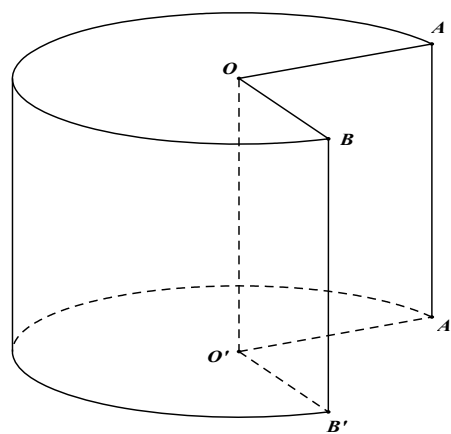
Bài 1.1 (Dạng 2). Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\frac{1}{4}$ đường cao. Khi cắt hình trụ bằng một mặt phẳng đi qua trục thì mặt cắt là một hình chữ nhật có diện tích là 50 m^2 . Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ.

Bài 1.2 (Dạng 2). Một hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy. Biết thể tích của hình trụ là $128\pi\text{ cm}^3$. Tính diện tích xung quanh của nó.

Bài 1.3 (Dạng 2). Một hình trụ có bán kính đáy là 3 cm . Biết diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính chiều cao của hình trụ.

Bài 1.4 (Dạng 2). Một hình trụ có diện tích xung quanh là $20\pi\text{ cm}^2$ và diện tích toàn phần là $28\pi\text{ cm}^2$. Tính diện tích của hình trụ đó.

Bài 1.5 (Dạng 2). Từ một khoanh giò hình trụ, người ta cắt rời ra một phần thẳng đứng theo các bán kính OA, OB (xem hình 123). Cho biết diện tích xung quanh của khoanh giò sau khi cắt rời một phần ra đúng bằng diện tích xung quanh trước khi cắt. Tính góc AOB .



Hình 123

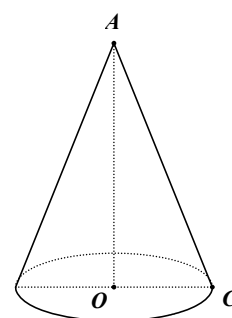
BÀI 2. HÌNH NÓN – HÌNH NÓN CỤT - DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH NÓN, HÌNH NÓN CỤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình nón

Khi quay tam giác vuông AOC một vòng quanh cạnh góc vuông OA cố định thì được một hình nón (h.124).

- Đáy của hình nón là hình tròn (O). Đỉnh của hình nón là điểm A .
- AC là một đường sinh.
- AO là đường cao của hình nón.



Hình 124

2. Diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_{xq} = \pi Rl; S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2.$$

(R là bán kính đáy, l là đường sinh).

3. Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ (h là chiều cao).

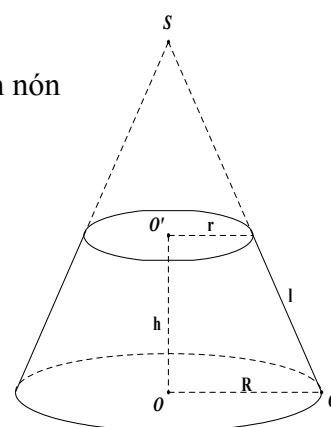
4. Hình nón cụt

Khi cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đáy thì phần hình nón nằm giữa mặt phẳng nón trên và mặt đáy được gọi là một hình nón cụt (h.125).

5. Diện tích xung quanh và thể tích hình nón cụt

$$S_{xq} = \pi(R + r)l$$

$$V = \frac{1}{3}\pi.h(R^2 + r^2 + Rr)$$



Hình 125

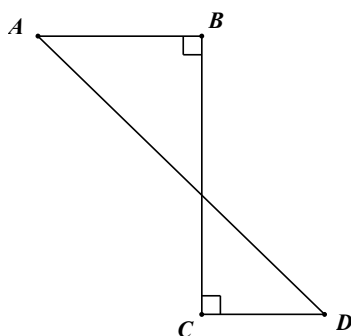
B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. NHẬN BIẾT HÌNH NÓN

Phương pháp giải

Xét xem có tam giác vuông nào quay quanh một cạnh cố định không?

Ví dụ. (Bài 18,tr.117 SGK)



Hình 126

Hình ABCD(h.126) khi quay quanh BC thì tạo ra :

- Một hình trụ;
- Một hình nón;
- Một hình nón cụt;
- Hai hình nón;
- Hai hình trụ.

Hãy chọn câu trả lời đúng

DẠNG 2. TÍNH SỐ ĐO CUNG HOẶC BÁN KÍNH HÌNH QUẠT TRÒN HOẶC NỬA GÓC Ở ĐỈNH CỦA HÌNH NÓN KHI KHAI TRIỂN MẶT XUNG QUANH HÌNH NÓN

Phương pháp giải

Để tính số đo cung của hình quạt tròn ta làm theo hai bước:

Bước 1: Tính độ dài l_1 của cung hình quạt (chính là chu vi của hình tròn đáy).

Bước 2: Tính số đo cung (hoặc góc ở tâm) của hình quạt tròn theo công thức :

trong đó R là bán kính hình quạt cũng chính là đường sinh của hình nón. $n = \frac{180.l_1}{\pi.R}$

. Để tính đường sinh của hình nón ta có thể tính bán kính hình quạt tròn khi khai triển mặt xung quanh của hình nón.

.Để tính nửa góc ở đỉnh của một hình nón ta tính một tỉ số lượng giác của góc đó.Muốn vậy cần tính hai trong

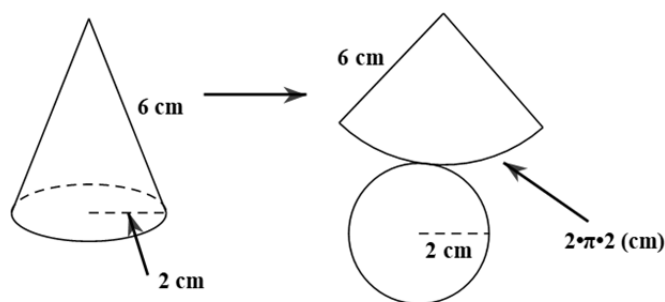
ba độ dài : đường sinh, đường cao , bán kính đáy.

$$\sin \alpha = \frac{R}{l}; \tan \alpha = \frac{R}{h}$$

Ví dụ 2: (Bài 16,tr.117 SGK)

Cắt mặt xung quanh của một hình nón theo một đường sinh và trải phẳng ra thành một hình quạt.Biết bán kính hình quạt tròn bằng độ dài đường sinh và độ dài cung bằng chu vi đáy.

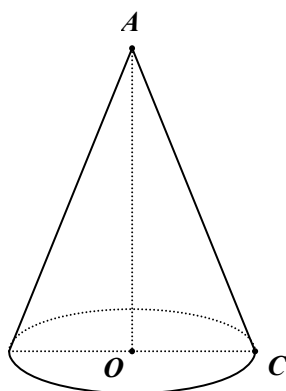
Quan sát hình 127 và tính số đo cung của hình quạt tròn



Hình 127

Ví dụ 3. (Bài 17, tr.117 SGK)

Khi quay tam giác vuông để tạo ra một hình nón như ở hình 124 thì góc CAO gọi là *nửa góc ở đỉnh* của hình nón. Biết nửa góc ở đỉnh của một hình nón là α , độ dài đường sinh là a . Tính số đo cung của hình quạt khi khai triển mặt xung quanh của hình nón.



Hình 124

Ví dụ 4. (Bài 19, tr.118 SGK)

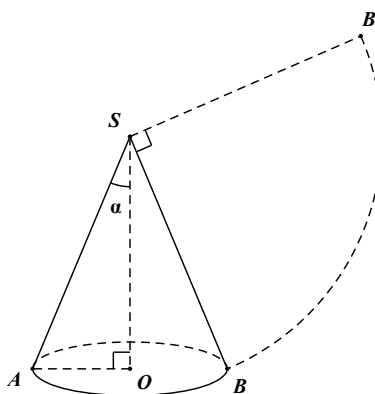
Hình khai triển của mặt xung quanh của một hình nón là một hình quạt. Nếu bán kính hình quạt là 16cm, số đo cung là 120° thì độ dài đường sinh của hình nón là:

- (A) 16cm ; (B) 8cm; (C) $\frac{16}{3}$ cm;
- (D) 4cm; (E) $\frac{16}{3}$ cm;

Hãy chọn kết quả đúng.

Ví dụ 5. (Bài 23, tr.119 SGK)

Viết công thức tính nửa góc ở đỉnh của một hình nón (góc của tam giác vuông AOS – hình 128) sao cho diện tích mặt khai triển của mặt nón bằng một phần tư diện tích của hình tròn (bán kính SA)



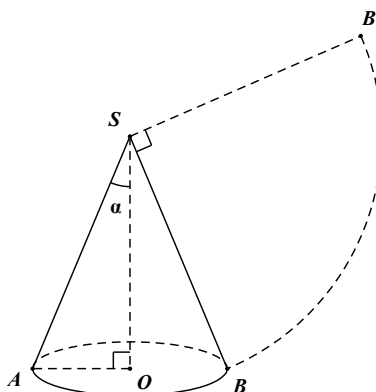
Hình 128

Ví dụ 6. (Bài 24,tr.119 SGK)

Hình khai triển của mặt xung quanh của một hình nón là một hình quạt, bán kính hình quạt đó là 16 cm, số đo cung là 90° . Tang của nửa góc ở đỉnh của hình nón là:

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

Hãy chọn kết quả đúng.



Hình 128

DẠNG 3. TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, TÍNH THỂ TÍCH HÌNH TRỤ HOẶC CÁC ĐẠI LƯỢNG CÓ LIÊN QUAN

Phương pháp giải

Bước 1: Viết công thức tính S_{xq} , tính V (hoặc từ đó suy ra công thức tính R,h,l).

Bước 2: Xét xem những đại lượng nào đã biết, những đại lượng còn phải tính tiếp giá trị của đại lượng đó.

Bước 3: Thay đầy đủ giá trị của các đại lượng vào công thức và thực hiện các phép tính.

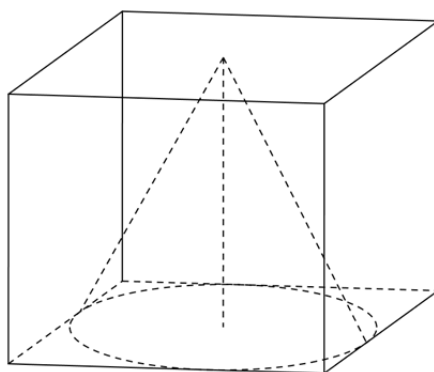
Ví dụ 7. (Bài 15,tr.117 SGK)

Một hình nón được đặt vào bên trong một hình lập phương như hình vẽ (cạnh của hình lập phương bằng 1)

(h.129). Hãy tính:

a) Bán kính đáy của hình nón .

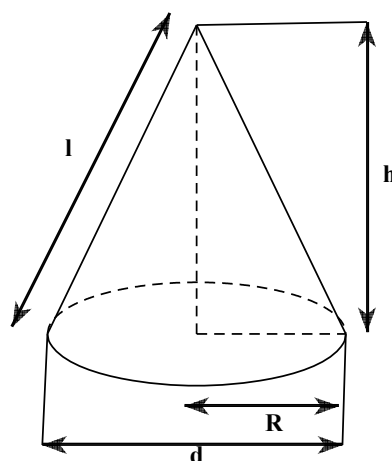
b) Độ dài đường sinh.



Hình 129

Ví dụ 8. (Bài 20, tr.118 SGK)

Hãy điền đầy đủ vào các ô trống ở bảng sau (xem hình 130).



Hình 130

Bán kính đáy r (cm)	Đường kính đáy d (cm)	Chiều cao h (cm)	Độ dài đường sinh l (cm)	Thể tích V (
10		10		
	10	10		
		10		100
10				100
	10			100

Ví dụ 9. (Bài 25, tr.119 SGK)

Hãy tính diện tích xung quanh của hình nón cụt biết hai bán kính đáy là a, b ($a < b$) và độ dài đường sinh là l (a, b, l có cùng đơn vị đo).

Ví dụ 10. (Bài 26, tr.119 SGK)

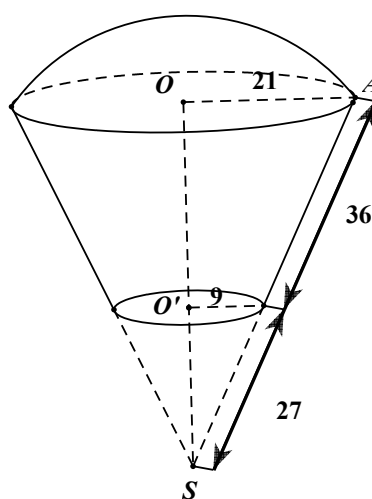
Hãy điền đủ vào các ô trống cho ở bảng sau (đơn vị độ dài : cm)

Hình	Bán kính Đáy (r)	Đường kính Đáy (d)	Chiều cao (h)	Độ dài Đường sinh (l)	Thể tích (V)
	5		12		
		16	12		
	7			25	
		40		29	

Ví dụ 11. (Bài 28, tr. 120 SGK)

Một cái xô bằng inóc có dạng hình nón cụt đựng hóa chất , có các kích thước cho ở hình 131 (đơn vị: cm)

- Hãy tính diện tích xung quanh của xô.
- Khi xô chứa đầy hóa chất thì dung tích của nó là bao nhiêu?



Hình 131

Ví dụ 12. (Bài 29, tr. 120 SGK)

Cối xay gió của Đôn – ki – hô – tê từ tác phẩm của Xec – van – téc (Cervantès)

Phần trên của cối xay gió có dạng một hình nón (h.132). Chiều cao của hình nón là 42cm và thể tích của nó là . Em hãy giúp chàng Đôn – ki – hô – tê tính bán kính đáy của hình nón (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 132

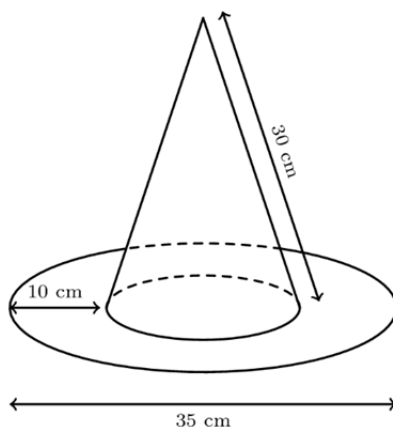
DẠNG 4. TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, TÍNH THỂ TÍCH CỦA NHỮNG HÌNH HỖN HỢP BAO GỒM NHIỀU HÌNH

Phương pháp giải

Ta tính diện tích xung quanh hoặc thể tích của từng bộ phận rồi cộng lại.

Ví dụ 13. (Bài 21, tr.118 SGK)

Cái mũ của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ (H.133). Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ (không kể riềm , mép, phần thừa).

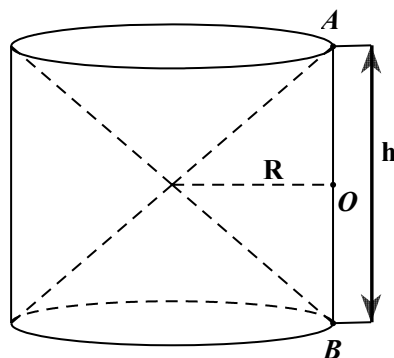


Hình 133

Ví dụ 14. (Bài 22, tr.118 SGK)

Hình 134 cho ta hình ảnh của một cái đồng hồ cát với các kích thước kèm theo ($OA = OB$).

Hãy so sánh tổng các thể tích của hai hình nón và thể tích của hình trụ.



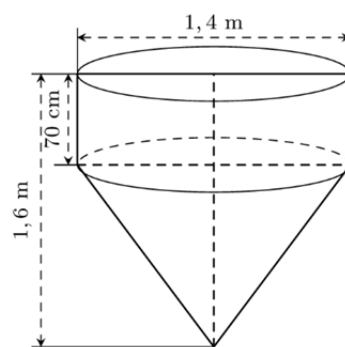
Hình 134

Ví dụ 15. (Bài 27, tr.119 SGK)

Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước

cho trên hình 135. Hãy tính:

- Thể tích của dụng cụ này;
- Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đáy)



Hình 135

C. LUYỆN TẬP

Bài 2.1 (Dạng 1, 3). Cho tam giác ABC vuông tại C. Biết $BC = a$, $AC = b$. Quay tam giác vuông này một vòng lần lượt quanh cạnh AC và BC, được một hình nón đỉnh A và một hình nón đỉnh B. Hãy so sánh tỉ số thể tích của hai hình nón và tỉ số diện tích xung quanh của hai hình nón ấy.

Bài 2.2 (Dạng 2). Một hình quạt tròn có bán kính 20cm và góc ở tâm là 144° . Người ta uốn hình quạt này thành một hình nón. Tính số đo nửa góc ở đỉnh của hình nón đó.

Bài 2.3 (Dạng 3). Một hình nón có bán kính đáy bằng 5cm và diện tích xung quanh là $65\pi \text{ cm}^2$.. Tính thể tích của hình nón đó.

Bài 2.4 (Dạng 3). Một hình nón có bán kính đáy bằng 5cm và diện tích xung quanh là $135\pi \text{ cm}^2$.

- Tính chiều cao của hình nón đó.
- Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình nón đó.

Bài 2.5 (Dạng 3). Một xô hình nón cắt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là 14cm và 9cm, chiều cao là 23cm.

- Tính dung tích của xô.
- Tính diện tích tôn để làm xô (không kể diện tích các chỗ ghép).

Bài 2.6 (Dạng 4). Từ một khúc hình trụ cao 15cm người ta tiện thành một hình nón có thể tích lớn nhất. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi \text{ cm}^3$.

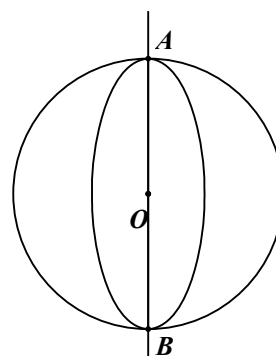
- Tính thể tích khúc gỗ hình trụ.
- Tính diện tích xung quanh hình nón.

BÀI 3. HÌNH CẦU – DIỆN TÍCH MẶT CẦU VÀ THỂ TÍCH HÌNH CẦU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình cầu

Khi quay nửa hình tròn tâm O, bán kính R một vòng quanh đường kính AB cố định thì được một hình cầu (h.136).



Hình 136

2. Cắt hình cầu bởi một mặt phẳng

- Khi cắt hình cầu bởi một mặt phẳng ta được một hình tròn.
- Khi cắt mặt cầu bán kính R bởi một mặt phẳng ta được một đường tròn:
 - Đường tròn đó có bán kính R nếu mặt phẳng đi qua tâm.
 - Đường tròn đó có bán kính bé hơn R nếu mặt phẳng không đi qua tâm.

3. Diện tích mặt cầu

$$S = 4\pi R^2 \text{ hay } S = \pi d^2$$

(R là bán kính; d là đường kính của mặt cầu).

4. Thể tích hình cầu

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. TÍNH DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH HOẶC BÁN KÍNH HÌNH CẦU

Phương pháp giải

- Để tính diện tích mặt cầu ta dùng công thức $S = 4\pi R^2$. (1)
- Để tính thể tích hình cầu ta dùng công thức $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. (2)
- Để tính bán kính hình cầu ta dùng công thức $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ (suy từ 1).

$$\text{Hoặc } R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \text{ (suy từ 2).}$$

Ví dụ 1. (Bài 30 tr. 124 SGK)

Nếu thể tích của một hình cầu là $113\frac{1}{7}cm^3$ thì trong các kết quả sau đây. Kết quả nào là

bán kính của nó (lấy $\pi \approx \frac{22}{7}$)?

(A) 2cm;

(B) 3cm;

(C) 5cm;

(D) 6cm; (E) Một kết quả khác.

Ví dụ 2. (Bài 31 tr. 124 SGK)

Hãy điền vào các ô trống ở bảng sau:

Bán kính hình cầu	0,3mm	6,21dm	0,283m	100km	6hm	50dam
Diện tích mặt cầu						
Thể tích hình cầu						

Ví dụ 3. (Bài 33 tr. 125 SGK)

Dụng cụ thể thao

Các loại bóng cho trong bảng đều có dạng hình cầu. Hãy điền vào các ô trống ở bảng sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai):

Loại bóng	Quả bóng gôn	Quả khúc côn cầu	Quả ten-nít	Quả bóng bàn	Quả bi-a
Đường kính	42,7mm		6,5cm	40mm	61mm
Độ dài đường tròn lớn		23cm			
Diện tích					
Thể tích					

Ví dụ 4. (Bài 34 tr. 125 SGK)

Khinh khí cầu của nhà Mông-gôn-fi-ê (Montgolfier)

Ngày 4-6-1783, anh em nhà Mông-gôn-fi-ê (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng không khí nóng. Coi khinh khí cầu này là hình cầu có đường kính 11m. Hãy tính diện tích mặt khinh khí cầu đó (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Ví dụ 5. (Bài 37 tr. 126 SGK)

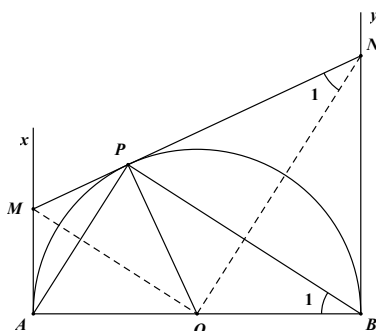
Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$, Ax và By là hai tiếp tuyến với nửa đường tròn tại A và B. Lấy trên tia Ax điểm M rồi vẽ tiếp tuyến MP cắt By tại N.

a) Chứng minh rằng MON và APB là hai tam giác vuông đồng dạng.

b) Chứng minh $AM \cdot BN = R^2$.

c) Tính tỉ số $\frac{S_{MON}}{S_{APB}}$ khi $AM = \frac{R}{2}$.

d) Tính thể tích của hình do nửa hình tròn APB quay quanh AB sinh ra.



Hình 138

DẠNG 2. TÍNH DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH CỦA NHỮNG HÌNH HỖN HỢP BAO GỒM NHIỀU HÌNH

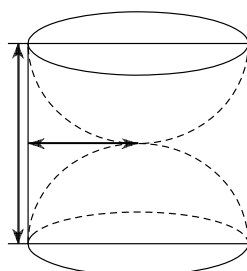
Phương pháp giải

Ta tính diện tích hoặc thể tích của từng bộ phận rồi cộng lại.

Ví dụ 6. (Bài 32 tr. 125 SGK)

Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy là r , chiều cao $2r$ (đơn vị: cm). Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình 139. Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại (diện tích cả ngoài lẫn trong).

Giải (h.139)

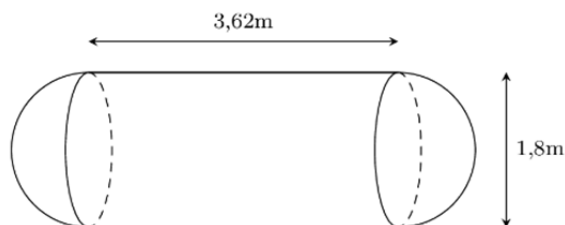


Hình 139

Ví dụ 7. (Bài 35 tr. 126 SGK)

Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (h.140).

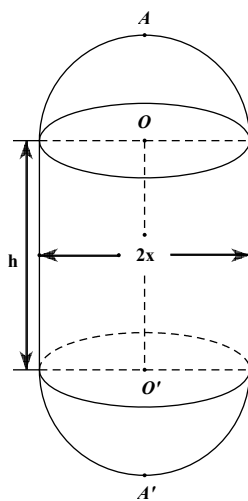
Hãy tính thể tích của bồn chứa theo các kích thước cho trên hình vẽ.



Hình 140

Ví dụ 8. (Bài 36 tr. 126 SGK) Một chi tiết máy gồm một hình trụ và hai nửa hình cầu với các kích thước đã cho trên hình 141 (đơn vị: cm).

- a) Tìm một hệ thức giữa x và h khi AA' có độ dài không đổi và bằng $2a$.
- b) Với điều kiện ở a), hãy tính diện tích bề mặt và thể tích của chi tiết máy theo x và a .



Hình 141

C. LUYỆN TẬP

Bài 3.1 (Dạng 1). Một hình cầu có số đo diện tích mặt cầu (tính bằng cm^2) đúng bằng số đo thể tích của nó (tính bằng cm^3). Tính bán kính của hình cầu đó.

Bài 3.2 (Dạng 1). Một hình cầu có diện tích bề mặt là $100\pi \text{ m}^2$. Tính thể tích của hình cầu đó.

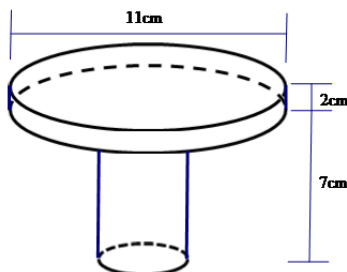
Bài 3.3 (Dạng 1,2). Cho tam giác đều ABC cạnh a , đường cao AH . Ta quay nửa đường tròn nội tiếp và nửa đường tròn ngoại tiếp tam giác đều này một vòng quanh AH . Tính:

- Tỉ số diện tích hai mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình nón.
- Tỉ số thể tích của hai hình cầu nói trên.
- Tính thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón và hình cầu ngoại tiếp hình nón.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SÁCH GIÁO KHOA

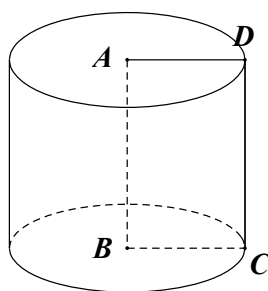
Bài 38. Hãy tính thể tích, diện tích bề mặt một chi tiết máy theo kích thước đã cho trên hình 142.



Hình 142

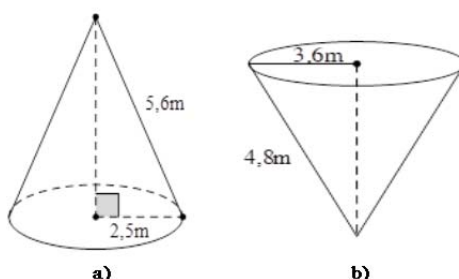
Bài 39. Một hình chữ nhật ABCD có $AB > AD$, diện tích và chu vi của nó theo thứ tự là $2a^2$ và $6a$. Cho hình vẽ quay quanh cạnh AB, ta được một hình trụ.

Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ này.



Hình 143

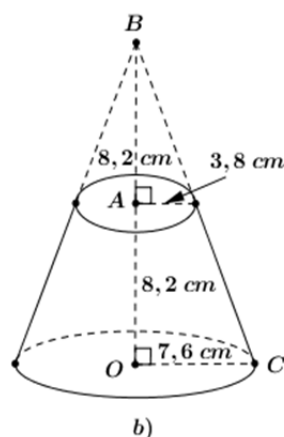
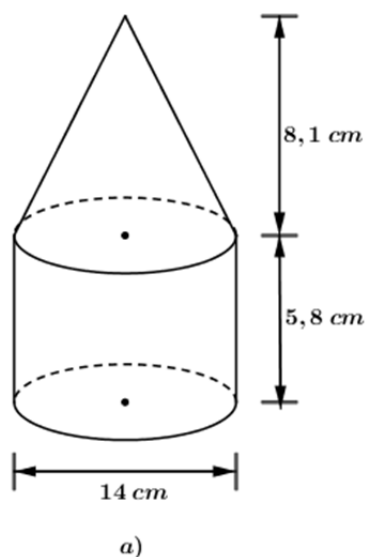
Bài 40. Hãy tính diện tích toàn phần của các hình tương ứng theo các kích thước đã cho trên hình 144.



Hình 144

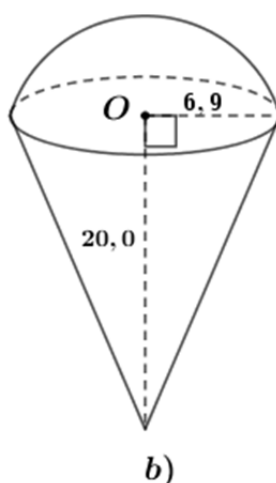
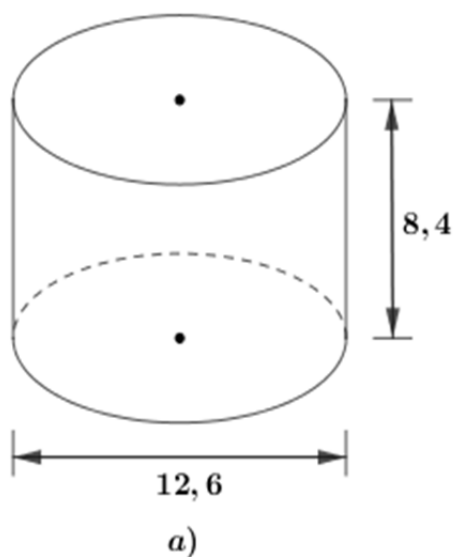
Hãy tính tỉ số thể tích các hình do các tam giác AOC và BOD tạo thành.

Bài 42. Hãy tính thể tích các hình dưới đây theo kích thước đã cho (h. 146)

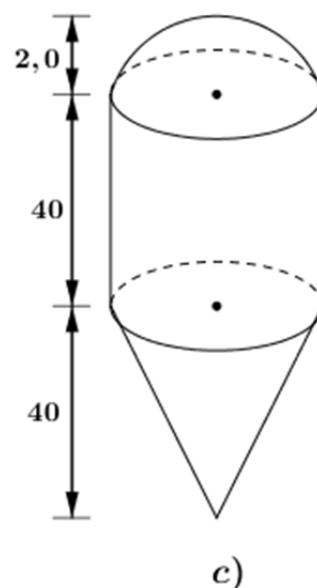


Hình 146

Bài 43. Hãy tính thể tích các hình dưới đây theo kích thước đã cho (h.147) (đơn vị: cm)



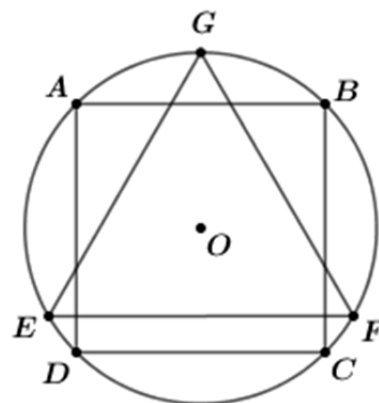
Hình 147



Bài 44. Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R và GEF là tam giác đều nội tiếp đường tròn đó, EF là dây song song với AB (h.148). Cho hình đó quay xung quanh trục GO. Chứng minh rằng :

a) Bình phương thể tích của hình trụ sinh ra bởi hình vuông bằng thể tích của hình cầu sinh ra bởi hình tròn và thể tích hình nón do tam giác đều sinh ra.

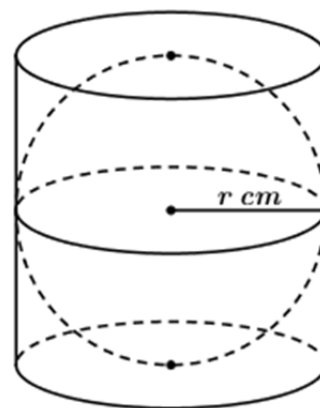
b) Bình phương diện tích toàn phần của hình trụ bằng tích của diện tích hình cầu và diện tích toàn phần của hình nón.



Hình 148

Bài 45. Hình 149 mô tả một hình cầu được đặt khít vào trong một hình trụ, các kích thước cho trên hình vẽ. Hãy tính:

- Thể tích hình cầu ;
- Thể tích hình trụ ;
- Hiệu giữa thể tích hình trụ và thể tích hình cầu ;
- Thể tích của một hình nón có bán kính đường tròn đáy là R cm và chiều cao $2R$ cm ;
- Từ các kết quả a), b), c), d), hãy tìm mối liên hệ giữa chúng.



Hình 149

B. BÀI TẬP ÔN BỔ SUNG

Bài 1. Một hình cầu nội tiếp trong một hình trụ. Cho biết diện tích mặt cầu là 60cm^2 . Hãy tính :

- Diện tích toàn phần của hình trụ.
- Thể tích hình trụ.

Bài 2. Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$ và $\hat{B} = 30^\circ$. Quay tam giác vuông này một vòng quanh cạnh AB ta được một hình nón đỉnh B . Chứng minh rằng diện tích toàn phần của hình nón ấy bằng diện tích mặt cầu có đường kính AB .

Bài 3. Người ta chia hình tròn (O ; 12cm) thành hai hình quạt có các số đo cung là 120° và 240° . Từ hai hình quạt này người ta uốn lại thành hai hình nón.

- Tính nửa góc ở đỉnh của mỗi hình nón.
- Tính thể tích của mỗi hình nón.
- Tính tỉ số diện tích toàn phần của hai hình nón.