

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

**TUYỂN TẬP 9 ĐỀ ÔN
TẬP GIỮA HỌC KỲ II**

**MÔN TOÁN – LỚP 11
NĂM HỌC 2020 - 2021**

ĐỀ SỐ 1

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\frac{n^2+1}{2n+3}$. B. $n-2n^2$. C. $\frac{n+1}{2n+1}$. D. $\frac{1}{2n+1}$.

Câu 2. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0 ?

- A. $\frac{2n+1}{n+5}$. B. $\frac{1}{n+1}$. C. $\left(\frac{3}{4}\right)^n$. D. $\frac{2n+1}{n^2+1}$.

Câu 3. [NB] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+5}$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2.

Câu 4. [NB] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+5^n}{4^n-5^{n+1}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 5. [NB] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -3$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$.

Câu 6. [NB] Dãy số nào có giới hạn khác 0

- A. $u_n = \frac{1}{n}$. B. $u_n = \frac{1}{n^2}$. C. $u_n = 1 - \frac{1}{n}$. D. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Câu 7. [NB] Cho cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng tổng quát $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Tính tổng của cấp số nhân đó

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 8. [NB] Có bao nhiêu giá trị của a để giới hạn $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 3x + 2) = 0$

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 9. [NB] Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 3)$.

- A. 0. B. 3. C. 6. D. -5.

Câu 10. [NB] $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x + 3)$ bằng

- A. 3. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -3.

Câu 11. [NB] Tính $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+2}{x+1}$.

- A. 6. B. 2. C. 1. D. -1.

Câu 12. [NB] $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+2}{x-3}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 2. D. -3.

Câu 13. [NB] Nếu $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} [3x - 4f(x)]$ bằng bao nhiêu?

- A. -17. B. -1. C. 1. D. -20.

- Câu 14.** [NB] Cho các hàm số $y = \cos x$ (I), $y = \sin \sqrt{x}$ (II) và $y = \tan x$ (III). Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?
- A. (I), (II). B. (I). C. (I), (II), (III). D. (III).
- Câu 15.** [NB] Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.
- A. $m = 3$. B. $m = 0$. C. $m = 4$. D. $m = 1$.
- Câu 16.** [NB] Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?
- A. Hình thang. B. Hình bình hành. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.
- Câu 17.** [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các vec tơ nào sau đây đồng phẳng?
- A. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{B'D'}$. C. $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{BD'}$. D. $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{A'D}$, $\overrightarrow{A'C}$.
- Câu 18.** [NB] Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đẳng thức nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$. B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB})$. C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$. D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB})$.
- Câu 19.** [NB] Trong không gian cho 3 đường thẳng $a; b; c$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Nếu $a \perp b$ và $c \perp b$ thì $a // c$. B. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu $a \perp c$ và $b \perp c$ thì $a \perp b$. D. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \perp c$.
- Câu 20.** [NB] Trong không gian cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. B. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$.
C. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}$. D. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.
- Câu 21.** [TH] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n \cdot 4^n}$. Tính $\lim u_n$.
- A. 4. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 22.** [TH] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{1010n^2+1011}$. Khi đó $\lim(u_n+1)$ bằng
- A. $\frac{2020}{2021}$. B. $\frac{2019}{2020}$. C. $\frac{2021}{2020}$. D. $\frac{2021}{2022}$.
- Câu 23.** [TH] Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?
- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n}{n^2 + 7}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - n^3 + n^2}{n^2 - 4}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - 5n^2}{n^2 - 4}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 4n^2}{3n^3 + 5}$.
- Câu 24.** [TH] $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$ bằng
- A. 4. B. 0. C. -2. D. -4.
- Câu 25.** [TH] Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$.
- Câu 26.** [TH] $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 4}$ bằng
- A. $-\infty$. B. 3. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 27. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx+1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x=2$.

- A. $m = \frac{17}{2}$. B. $m = \frac{15}{2}$. C. $m = \frac{13}{2}$. D. $m = \frac{11}{2}$.

Câu 28. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $f(1)$ không tính được. B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.
C. $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$. D. $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

Câu 29. [TH] Giá trị của tham số a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax - \frac{1}{2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$ là

- A. -1 . B. $-\frac{1}{2}$. C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 30. [TH] Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & \text{khi } 1 \leq x \neq 2 \\ 1-m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x=2$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2 . C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 31. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{IJ}$ B. $\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} - \vec{GD} = \vec{0}$.
C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{GI} - \vec{GJ}$. D. $\vec{AB} + \vec{DC} = 2\vec{IJ}$.

Câu 32. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $2a$. Tích vô hướng $\vec{AC} \cdot \vec{AD'}$ bằng:

- A. $4a$. B. $2a^2$. C. a^2 . D. $4a^2$.

Câu 33. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng:

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Câu 34. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 6; BD = 8$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = \sqrt{10}$. B. $MN = 7$. C. $MN = 10$. D. $MN = 5$.

Câu 35. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp AC; AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Chọn khẳng định đúng:

- A. $AB \perp PQ$. B. $AB \perp CD$. C. $BD \perp AC$. D. $AC \perp PQ$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1. [VD] Tính giới hạn sau: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}}$.

Bài 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

Bài 3. Tùy theo giá trị của tham số m , tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5} + mx \right)$.

Bài 4. Chứng minh phương trình $\frac{-\cos^2 x \cdot \sin^2 x + m \cos x - 3m + 1}{\sin^2 x - \cos x - 3} = m$ luôn có nghiệm với mọi $m > 1$.
HẾT

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM

1D	2A	3A	4D	5D	6C	7A	8C	9B	10C	11A	12A	13D	14B	15B
16A	17B	18C	19B	20D	21D	22C	23D	24D	25B	26D	27D	28D	29C	30D
31D	32D	33D	34D	35A										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\frac{n^2+1}{2n+3}$. B. $n-2n^2$. C. $\frac{n+1}{2n+1}$. D. $\frac{1}{2n+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0$$

Câu 2. [NB] Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0 ?

- A. $\frac{2n+1}{n+5}$. B. $\frac{1}{n+1}$. C. $\left(\frac{3}{4}\right)^n$. D. $\frac{2n+1}{n^2+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{1}{n}}{1+\frac{5}{n}} = \frac{2}{1} = 2$$

Câu 3. [NB] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+5}$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^2}-\frac{1}{n^3}}{1+\frac{5}{n^3}} = \frac{0}{1} = 0$$

Câu 4. [NB] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+5^n}{4^n-5^{n+1}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+5^n}{4^n-5^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^n+1}{\left(\frac{4}{5}\right)^n-5} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

Câu 5. [NB] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -3$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$.

Lời giải

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$

Câu 6. [NB] Dãy số nào có giới hạn khác 0

A. $u_n = \frac{1}{n}$.

B. $u_n = \frac{1}{n^2}$.

C. $u_n = 1 - \frac{1}{n}$.

D. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Lời giải

$$\lim \frac{1}{n} = \lim \frac{1}{n^2} = \lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0.$$

$$\lim \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1 \neq 0.$$

Câu 7. [NB] Cho cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng tổng quát $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Tính tổng của cấp số nhân đó

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Gọi công bội của cấp số nhân là q

$$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\text{Tính tổng của cấp số nhân là } S = \frac{u_1}{1-q} = 1$$

Câu 8. [NB] Có bao nhiêu giá trị của a để giới hạn $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 3x + 2) = 0$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow a^2 + 3a + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -2 \end{cases}.$$

Vậy có hai giá trị của a .

Câu 9. [NB] Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 3)$.

A. 0.

B. 3.

C. 6.

D. -5.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 3) = 0^2 - 0 + 3 = 3$$

Câu 10. [NB] $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x + 3)$ bằng

A. 3.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. -3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) = -\infty.$$

$$(\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) = 1 > 0).$$

Câu 11. [NB] Tính $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+2}{x+1}$.

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Ta có $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 6$

Câu 12. [NB] $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+2}{x-3}$ bằng

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. -3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+2}{x-3} = -\infty$ (vì $\lim_{x \rightarrow 3^-} (3x+2) = 3 \cdot 3 + 2 = 11 > 0$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) = 0$; $x-3 < 0$).

Câu 13. [NB] Nếu $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} [3x - 4f(x)]$ bằng bao nhiêu?

A. -17.

B. -1.

C. 1.

D. -20.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} [3x - 4f(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} (3x) - 4 \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3 \cdot 0 - 4 \cdot 5 = -20$.

Câu 14. [NB] Cho các hàm số $y = \cos x$ (I), $y = \sin \sqrt{x}$ (II) và $y = \tan x$ (III). Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. (I), (II).

B. (I).

C. (I), (II), (III).

D. (III).

Lời giải

Ta có: Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \sin \sqrt{x}$ có tập xác định là $[0; +\infty)$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 15. [NB] Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $m = 3$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 1$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \Rightarrow x_0 = 1 \in D$.

Ta có: $f(1) = m+2$.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow m+2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 16. [NB] Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.

Lời giải

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể có đáp án A.

Câu 17. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các vectơ nào sau đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

B. $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{B'D'}$.

C. $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{BD'}$.

D. $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{A'D}$, $\overrightarrow{A'C}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ chứa trong $mp(ABCD)$ và $\overrightarrow{B'D'}$ song song với $mp(ABCD)$ nên các vector $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{B'D'}$ đồng phẳng.

Câu 18. [NB] Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$.

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB})$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB})$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DJ}$.

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CJ}$.

Suy ra: $2\overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DJ} + \overrightarrow{JC}) = \vec{0} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

Vậy: $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

Câu 19. [NB] Trong không gian cho 3 đường thẳng $a; b; c$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $a \perp b$ và $c \perp b$ thì $a // c$.

B. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

C. Nếu $a \perp c$ và $b \perp c$ thì $a \perp b$.

D. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \perp c$.

Lời giải

Cho 2 đường thẳng song song, nếu 1 đường thẳng thứ 3 vuông góc với 1 trong 2 đường thẳng đó thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

Vậy: Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$ là khẳng định đúng.

Câu 20. [NB] Trong không gian cho 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

B. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$.

C. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}$.

D. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

Lời giải

Phương án A sai nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$.

Phương án B sai vì tích của 2 vec tơ là 1 số.

Phương án C sai.

Theo định nghĩa, 2 đường thẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° nên D đúng.

Câu 21. [TH] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n \cdot 4^n}$. Tính $\lim u_n$.

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n \cdot 4^n} = \frac{\frac{2n + \sqrt{n^2 + 5}}{n}}{4^n} = \frac{2 + \sqrt{1 + \frac{5}{n^2}}}{4^n} = \frac{1}{4^n} \left(2 + \sqrt{1 + \frac{5}{n^2}} \right)$.

Vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2} = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \sqrt{1 + \frac{5}{n^2}} \right) = 3$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4^n} = 0$. Do đó $\lim u_n = 0$.

Vậy $\lim u_n = 0$.

Câu 22. [TH] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{1010n^2+1011}$. Khi đó $\lim(u_n + 1)$ bằng

- A. $\frac{2020}{2021}$. B. $\frac{2019}{2020}$. C. $\frac{2021}{2020}$. D. $\frac{2021}{2022}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{1010n^2+1011} = \frac{n(n+1)}{2(1010n^2+1011)} = \frac{n^2+n}{2020n^2+2022}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \lim(u_n + 1) &= \lim\left(\frac{n^2+n}{2020n^2+2022} + 1\right) \\ &= \lim\left(\frac{1+\frac{1}{n}}{2020+\frac{2022}{n^2}} + 1\right) = \frac{1}{2020} + 1 = \frac{2021}{2020}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim(u_n + 1) = \frac{2021}{2020}.$$

Câu 23. [TH] Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0 ?

- A. $\lim \frac{3n^2+n}{n^2+7}$. B. $\lim \frac{2-n^3+n^2}{n^2-4}$.
C. $\lim \frac{4n-5n^2}{n^2-4}$. D. $\lim \frac{2n+4n^2}{3n^3+5}$.

Lời giải

Ta có:

$$+) \lim \frac{3n^2+n}{n^2+7} = \lim \frac{3+\frac{1}{n}}{1+\frac{7}{n^2}} = 3.$$

$$+) \lim \frac{2-n^3+n^2}{n^2-4} = \lim \frac{\frac{2}{n^3}-1+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^3}} = -\infty.$$

$$+) \lim \frac{4n-5n^2}{n^2-4} = \lim \frac{\frac{4}{n}-5}{1-\frac{4}{n^2}} = -5.$$

$$+) \lim \frac{2n+4n^2}{3n^3+5} = \lim \frac{\frac{2}{n^2}+\frac{4}{n}}{3+\frac{5}{n^3}} = 0.$$

$$\text{Vậy } \lim \frac{2n+4n^2}{3n^3+5} = 0.$$

Nhận xét: Các dãy số trong các giới hạn $\lim \frac{3n^2+n}{n^2+7}$, $\lim \frac{4n-5n^2}{n^2-4}$, $\lim \frac{2-n^3+n^2}{n^2-4}$ đều có số mũ của n cao nhất ở tử lớn hơn hoặc bằng số mũ cao nhất ở mẫu nên các giới hạn đó đều khác 0.

Câu 24. [TH] $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$ bằng

- A. 4.
C. -2.

- B. 0.
D. -4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-1)(x+3)}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x-1) = -4.$$

Câu 25. [TH] Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$.

Lời giải

Hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5} = \sqrt{x^2 \left(2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2} \right)} = |x| \sqrt{2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}.$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}} = 2 > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^2 - 4x + 5} = +\infty.$$

Câu 26. [TH] $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 4}$ bằng:

- A. $-\infty$.
C. 0.

- B. 3.
D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + x - 1) = 5 > 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 4) = 0 \text{ và } x^2 - 4 > 0 \text{ khi } x \rightarrow 2^+.$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 4} = +\infty.$$

Câu 27. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm

số liên tục tại $x = 2$.

A. $m = \frac{17}{2}$.

B. $m = \frac{15}{2}$.

C. $m = \frac{13}{2}$.

D. $m = \frac{11}{2}$.

Lời giải

Ta có: Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(2) = 2m + 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12.$$

(có thể dùng MTCT để tính giới hạn của hàm số)

$$\text{Để } f(x) \text{ liên tục tại } x = 2 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2m + 1 = 12 \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}.$$

Câu 28. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(1)$ không tính được.B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.C. $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$.D. $f(x)$ liên tục tại $x=1$.**Lời giải**Ta có: Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2 \text{ và } f(1) = 2.$$

Suy ra hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

Câu 29. [TH] Giá trị của tham số a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ ax - \frac{1}{2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x=1$ là

A. -1 .B. $-\frac{1}{2}$.C. 1 .D. $\frac{1}{2}$.**Lời giải**Ta có: Hàm số $f(x)$ có tập xác định $[0; +\infty)$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(ax - \frac{1}{2}\right) = a - \frac{1}{2} \text{ và } f(1) = a - \frac{1}{2}$$

$$\text{Hàm số liên tục điểm } x=1 \Leftrightarrow a - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1.$$

Câu 30. [TH] Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & \text{khi } 1 \leq x \neq 2 \\ 1-m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x=2$.

A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. 1 D. $\frac{1}{2}$ **Lời giải**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại điểm } x=2 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = 1-m \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Câu 31. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$

B. $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GI} - \overrightarrow{GJ}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{IJ}$.

Lời giải

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JB}) + (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}) = (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DI}) + (\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC}) + 2\overrightarrow{IJ} = \vec{0} + \vec{0} + 2\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{IJ}$$

Câu 32. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $2a$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD'}$ bằng:

A. $4a$.B. $2a^2$.C. a^2 .D. $4a^2$.

Lời giải

Ta có:

Tam giác ACD' là tam giác đều cạnh $2\sqrt{2}a$ nên $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD'} = 2a\sqrt{2} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \cos 60^\circ = 4a^2$

Câu 33. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng:

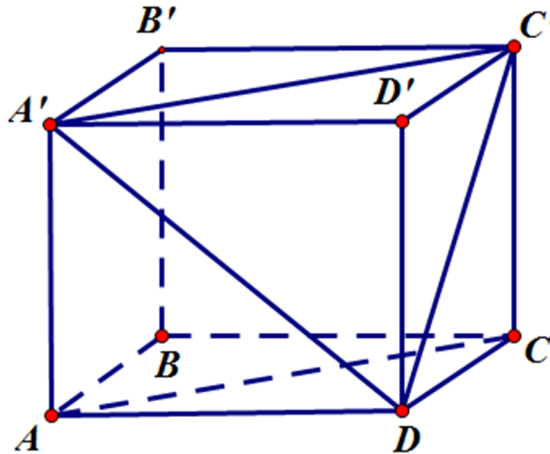
A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải



+ Có $AC \parallel A'C'$ nên $(\widehat{AC; DA'}) = (\widehat{A'C'; DA'}) = \widehat{C'A'D} = 60^\circ$ (Vì tam giác $C'A'D$ là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$).

Câu 34. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 6; BD = 8$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

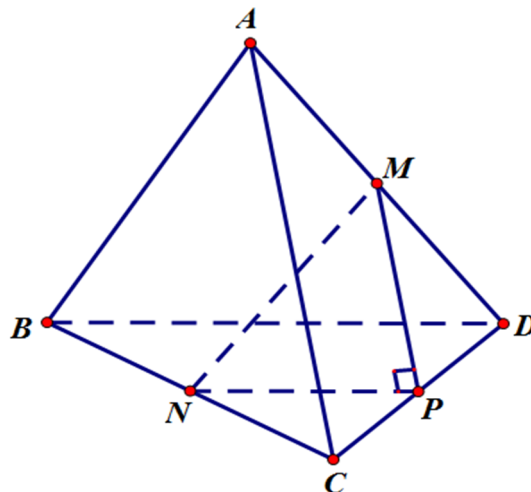
A. $MN = \sqrt{10}$.

B. $MN = 7$.

C. $MN = 10$.

D. $MN = 5$.

Lời giải



+ Gọi P là trung điểm của CD . Dễ thấy $MP \parallel AC$ và $NP \parallel BD$ (Tính chất đường trung bình); mà $AC \perp BD \Rightarrow MP \perp NP$ hay tam giác MNP vuông tại P .

+ Lại có $MP = \frac{1}{2}AC = 3; NP = \frac{1}{2}BD = 4 \Rightarrow MN = \sqrt{MP^2 + NP^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

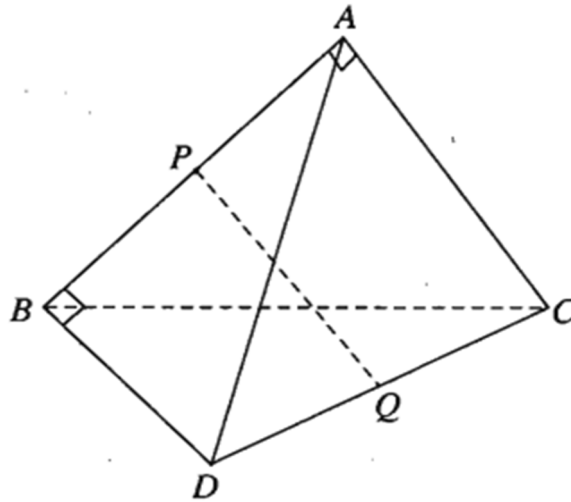
Câu 35. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp AC; AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Chọn khẳng định đúng:

A. $AB \perp PQ$.

B. $AB \perp CD$.

C. $BD \perp AC$.

D. $AC \perp PQ$.

Lời giải

$$+ \text{ Có } \begin{cases} \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CQ} \\ \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DQ} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}).$$

$$+ \text{ Vậy } \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB}) = 0 \Rightarrow AB \perp PQ.$$

(Vì $AB \perp AC$; $AB \perp BD$).**PHẦN II. TỰ LUẬN**

Bài 1. [VD] Tính giới hạn sau: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}}$

Lời giải

Tử và mẫu là tổng các số hạng của cấp số nhân nên ta có:

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right].$$

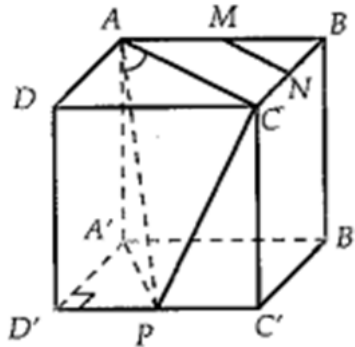
$$1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right].$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right]}{\frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right]} = \frac{4}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^n}} = \frac{4}{3}.$$

Bài 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

Lời giải



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng a và $MN \parallel AC$ nên: $(\widehat{MN, AP}) = (\widehat{AC, AP})$.

$$\text{Vì } \triangle A'D'P \text{ vuông tại } D' \text{ nên } A'P = \sqrt{A'D'^2 + D'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\triangle AA'P \text{ vuông tại } A' \text{ nên } AP = \sqrt{A'A^2 + A'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\triangle CC'P \text{ vuông tại } C' \text{ nên } CP = \sqrt{CC'^2 + C'P^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Ta có AC là đường chéo của hình vuông $ABCD$ nên $AC = a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ACP ta có:

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2AC \cdot AP \cdot \cos \widehat{CAP}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{CAP} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAP} = 45^\circ < 90^\circ$$

Vậy $(\widehat{AC, AP}) = \widehat{CAP} = 45^\circ$ hay $(\widehat{MN, AP}) = 45^\circ$.

Bài 3. Tùy theo giá trị của tham số m , tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5} + mx)$.

Lời giải

$$\text{Tính giới hạn } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5} + mx).$$

$$\begin{aligned} & \text{▪ Nếu } m = -5 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x + 5} - 5x) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(\sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + 1} - 2x) - (\sqrt{9x^2 + 3x + 5} - 3x) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{\left(\sqrt[3]{8x^3+5x^2+1}\right)^3 - (2x)^3}{\left(\sqrt[3]{8x^3+5x^2+1}\right)^2 + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3+5x^2+1} + 4x^2} - \frac{\left(\sqrt{9x^2+3x-5}\right)^2 - (3x)^2}{\sqrt{9x^2+3x-5} - 3x} \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{8x^3+5x^2+1-8x^3}{\left(\sqrt[3]{8x^3+5x^2+1}\right)^2 + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3+5x^2+1} + 4x^2} - \frac{9x^2+3x-5-9x^2}{|x| \cdot \sqrt{9+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}}-3x} \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x^2 \left(5 + \frac{1}{x^2}\right)}{x^2 \left[\left(\sqrt[3]{8+5 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}}\right)^2 + 2\sqrt[3]{8+5 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} + 4 \right]} - \frac{x \left(3 - \frac{5}{x}\right)}{-x \left(\sqrt{9+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}}+3\right)} \right] \\
&= \frac{5}{2+4+4} + \frac{3}{3+3} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

- Nếu $m < -5$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3+5x^2+1} - \sqrt{9x^2+3x-5} + mx \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(\sqrt[3]{8x^3+5x^2+1} - 2x \right) - \left(\sqrt{9x^2+3x-5} + 3x \right) + (m+5)x \right]$$

$$= +\infty.$$
- Nếu $m > -5$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3+5x^2+1} - \sqrt{9x^2+3x-5} + mx \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(\sqrt[3]{8x^3+5x^2+1} - 2x \right) - \left(\sqrt{9x^2+3x-5} + 3x \right) + (m+5)x \right]$$

$$= -\infty.$$

Bài 4. Chứng minh phương trình $\frac{-\cos^2 x \cdot \sin^2 x + m \cos x - 3m + 1}{\sin^2 x - \cos x - 3} = m$ luôn có nghiệm với mọi $m > 1$.

Lời giải

$$\frac{\cos^2 x \cdot \sin^2 x - m \cos x + 3m - 1}{\sin^2 x + \cos x + 1} = m \Leftrightarrow \frac{-\cos^4 x + \cos^2 x - m \cos x + 3m - 1}{-\cos^2 x + \cos x + 2} = m$$

Điều kiện: $\cos x \neq -1$.

Với điều kiện trên ta có

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \cos^4 x - \cos^2 x + m \cos x - 3m + 1 = m(\cos^2 x - \cos x - 2)$$

$$\Leftrightarrow \cos^4 x - (m+1)\cos^2 x + 2m \cos x - m + 1 = 0.$$

Xét hàm số $f(x) = \cos^4 x - (m+1)\cos^2 x + 2m \cos x - m + 1$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên cũng liên

tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Mặt khác $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - m < 0$ (vì $m > 1$) và

$$f(0) = 1 - (m+1) + 2m - m + 1 = 1 > 0.$$

$$\text{Suy ra: } f(0) \cdot f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0.$$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ luôn có ít nhất một nghiệm $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình $\frac{-\cos^2 x \cdot \sin^2 x + m \cos x - 3m + 1}{\sin^2 x - \cos x - 3} = m$ luôn có nghiệm với mọi $m > 1$.
(đpcm)

HẾT.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 2

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 5 câu tự luận)

Câu 1. [NB] Phát biểu nào sau đây là sai ?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$, với $k \in \mathbb{N}^*$.

Câu 2. [NB] Tính giới hạn $\lim \frac{2n+1}{3n+2}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Câu 3. [NB] Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ và $v_n = \frac{2-3n}{n}$ với $n \geq 1$.
Tính $\lim(u_n + v_n)$.

A. 5.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 4. [NB] Hai dãy số (u_n) và (v_n) cho bởi $u_n = \frac{n^2+1}{n}$; $v_n = n$, với $\forall n \geq 1$. Tính $\lim(v_n - u_n)$.

A. 1.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 5. [NB] Cho ba dãy số: (u_n) ; (v_n) ; (w_n) với $u_n = \frac{1}{2^n}$; $v_n = \left(\frac{\pi}{3}\right)^n$; $w_n = \frac{3^n}{4^{n+1}}$, với $\forall n \geq 1$.
Trong ba dãy số đã cho, có bao nhiêu dãy số có giới hạn bằng 0?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 6. [NB] Hai dãy số (u_n) và (v_n) cho bởi $u_n = \frac{2^n}{5^n}$; $v_n = \frac{4^n}{3^n}$ $\forall n \geq 1$. Tính $\lim(u_n \cdot v_n)$.

A. $\frac{8}{15}$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $-\infty$.

Câu 7. [NB] Cho hai dãy (u_n) ; (v_n) biết $u_n = 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = 2 \cdot 3^n + 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giới hạn $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 8. [NB] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$ bằng

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Câu 9. [NB] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|}{5x-15}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $-\frac{1}{5}$.

C. 0.

D. $-\infty$.

Câu 10. [NB] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x - 4)$ bằng

A. 6.

B. -2.

C. -14.

D. -6.

Câu 11. [TH] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$ bằng

A. $-\infty$.B. -1 .C. 1 .D. $+\infty$.

Câu 12. [TH] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}{2x - 1}$ bằng

A. -1 .B. 0 .C. $-\infty$.D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 13. [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + 2g(x)]$.

A. 4 .B. 8 .C. 1 .D. 5 .

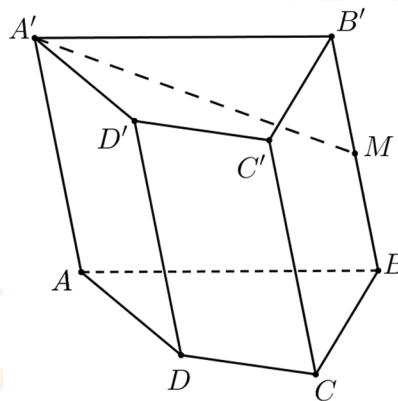
Câu 14. [NB] Hàm số nào dưới đây liên tục tại $x = 1$?

A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.C. $y = \sqrt{x-2}$.D. $y = \frac{x^2+1}{x-1}$.

Câu 15. [NB] Số điểm gián đoạn của hàm số $y = \frac{1}{x^4 - 3x^2 + 2}$ là

A. 1 .B. 4 .C. 2 .D. 3 .

Câu 16. [NB] Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB'



Ảnh của đoạn thẳng $A'M$ qua phép chiếu song song theo phương chiếu $A'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đoạn thẳng

A. AM .B. AB .C. $A'B$.D. $A'B'$.

Câu 17. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Ba vector $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{A'C'}$, $\overrightarrow{DD'}$ đồng phẳng.B. Ba vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DD'}$ đồng phẳng.C. Ba vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$ đồng phẳng.D. Ba vector $\overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DC}$ đồng phẳng.

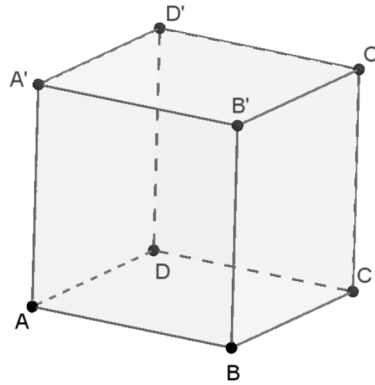
Câu 18. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$.C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{A'C}$.D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$.

Câu 19. [NB] Trong không gian cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ đều khác vector $\vec{0}$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$.C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

Câu 20. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề đúng.



A. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC})$.

B. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})$.

C. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$.

D. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC})$.

Câu 21. [TH] Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2021}{2n+1}$.

A. 4.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2021.

Câu 22. [TH] Tính tổng $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Câu 23. [TH] Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2^n - 2 \cdot 3^n + 1} = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + b$

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 0.

Câu 24. [TH] Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1)$ là

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Câu 25. [TH] Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$.

A. $-\infty$

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 26. [TH] Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$.

A. $K = 0$.

B. $K = -\frac{2}{3}$.

C. $K = \frac{2}{3}$.

D. $K = \frac{4}{3}$.

Câu 27. [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-4; 7)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(-2; +\infty)$.

Câu 28. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} & \text{khi } x \neq 5 \\ a-1 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$. Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 5$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 29. [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x^2 - x - 6}$. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A. Hàm số liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; 3)$ và $(3; +\infty)$.
 B. Hàm số liên tục trên $(-\infty; -3)$, $(-3; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số liên tục trên $[-4; -3]$, $(-3; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số liên tục trên $[-4; -2)$, $(-2; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 30. [TH] Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sin x - 2 \tan x$. B. $y = \frac{3}{\cos x - 1}$. C. $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$. D. $y = \sqrt{9-x^2}$.

Câu 31. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DD'}$?

- A. 45° . B. 60° . C. 120° . D. 90° .

Câu 32. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 33. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh a . Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -a^2$. B. $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.
 C. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = 0$. D. $|\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

Câu 34. [TH] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu diễn) vectơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

- A. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 35. [TH] Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

II. TỰ LUẬN

Câu 1 [TH] Tính giới hạn của các dãy số sau:

- a. $u_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.
 b. $u_n = \frac{\sqrt{4n^2 - n + 1} - n}{\sqrt{9n^2 + 3n}}$.

Câu 2. [VD] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm cạnh $A'B'$ và BC .

- a) Chứng minh rằng $MN \perp AC'$.
 b) Chứng minh rằng $AC' \perp (A'BD)$.

Câu 3. [VDC] Tìm $a, b, c \in \mathbb{R}$ để $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$.

Câu 4. [VD] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8x + m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$, với m, n là các tham số thực. Biết rằng hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x=1$, khi đó hãy tính giá trị của biểu thức $P = m + n$?

Câu 5. [VD] Chứng minh phương trình $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I. TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.B	5.B	6.C	7.A	8.B	9.B	10.D
11.D	12.A	13.A	14.B	15.B	16.B	17.D	18.A	19.C	20.D
21.B	22.A	23.D	24.A	25.B	26.B	27.D	28.A	29.D	30.C
31.D	32.C	33.A	34.C	35.D					

Câu 1. [NB] Phát biểu nào sau đây là sai ?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$, với $k \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).

Câu 2. [NB] Tính giới hạn $\lim \frac{2n+1}{3n+2}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $\lim \frac{2n+1}{3n+2} = \lim \frac{2+\frac{1}{n}}{3+\frac{2}{n}} = \frac{2}{3}$.

Câu 3. [NB] Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ và $v_n = \frac{2-3n}{n}$ với $n \geq 1$.

Tính $\lim(u_n + v_n)$.

A. 5.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim u_n = \lim \frac{2n-1}{n+1} = \lim \frac{n\left(2-\frac{1}{n}\right)}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)} = 2.$$

$$\lim v_n = \lim \frac{2-3n}{n} = \lim \frac{n\left(\frac{2}{n}-3\right)}{n} = -3.$$

Theo định lý: Nếu $\lim u_n = a$; $\lim v_n = b$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) thì $\lim(u_n + v_n) = a + b$.

Vậy $\lim(u_n + v_n) = 2 + (-3) = -1$.

Câu 4. [NB] Hai dãy số (u_n) và (v_n) cho bởi $u_n = \frac{n^2+1}{n}$; $v_n = n$, với $\forall n \geq 1$. Tính $\lim(v_n - u_n)$.

A. 1.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim(v_n - u_n) = \lim\left(n - \frac{n^2 + 1}{n}\right) = \lim \frac{-1}{n} = 0$.

Câu 5. [NB] Cho ba dãy số: $(u_n); (v_n); (w_n)$ với $u_n = \frac{1}{2^n}; v_n = \left(\frac{\pi}{3}\right)^n; w_n = \frac{3^n}{4^{n+1}}$, với $\forall n \geq 1$.

Trong ba dãy số đã cho, có bao nhiêu dãy số có giới hạn bằng 0?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Ta thấy: $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$; $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$. Do đó:

• $\lim u_n = \lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ vì $0 < \frac{1}{2} < 1$

• $\lim v_n = \lim \left(\frac{\pi}{3}\right)^n = +\infty$ vì $\frac{\pi}{3} > 1$

• $\lim w_n = \lim \frac{3^n}{4^{n+1}} = \lim \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n\right] = 0$ vì $0 < \frac{3}{4} < 1$.

Câu 6. [NB] Hai dãy số (u_n) và (v_n) cho bởi $u_n = \frac{2^n}{5^n}; v_n = \frac{4^n}{3^n} \forall n \geq 1$. Tính $\lim(u_n \cdot v_n)$.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim \left(\frac{2^n}{5^n} \cdot \frac{4^n}{3^n}\right) = \lim \left(\frac{8}{15}\right)^n = 0$ vì $0 < \frac{8}{15} < 1$.

Câu 7. [NB] Cho hai dãy $(u_n); (v_n)$ biết $u_n = 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = 2 \cdot 3^n + 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giới hạn $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\lim \frac{u_n}{v_n} = \lim \frac{4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n} = \lim \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1} = 1$.

Câu 8. [NB] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2(x+1)(x^2 - x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2(x^2 - x + 1)} = 0$.

Câu 9. [NB] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|}{5x-15}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{-1}{5}$.

C. 0.

D. $-\infty$.

Lời giải

Với $x < 3$ thì $|x-3| = 3-x$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{5x-15} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x+3}{5x-15} = \frac{-1}{5}$.

Câu 10. [NB] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x - 4)$ bằng

A. 6.

B. -2.

C. -14.

D. -6.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x - 4) = 4 - 6 - 4 = -6$.

Câu 11. [TH] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$ bằng

A. $-\infty$.

B. -1.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - x + 1) = 1 > 0$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1) = 0$; $x^2 - 1 > 0, \forall x > 1$.

nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1} = +\infty$.

Câu 12. [TH] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}{2x - 1}$ bằng

A. -1.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1}{2 - \frac{1}{x}} = -1$.

Câu 13. [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + 2g(x)]$.

A. 4.

B. 8.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + 2g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2 + 2.3 = 4$.

Câu 14. [NB] Hàm số nào dưới đây liên tục tại $x = 1$?

A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

C. $y = \sqrt{x-2}$.

D. $y = \frac{x^2+1}{x-1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ và $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên loại đáp án A, D.Hàm số $y = \sqrt{x-2}$ có tập xác định là $[2; +\infty)$ mà $1 \notin [2; +\infty)$. Loại đáp án C.Hàm phân thức liên tục trên tập xác định của nó. Hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ do đó hàm số liên tục tại $x = 1$.

Câu 15. [NB] Số điểm gián đoạn của hàm số $y = \frac{1}{x^4 - 3x^2 + 2}$ là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

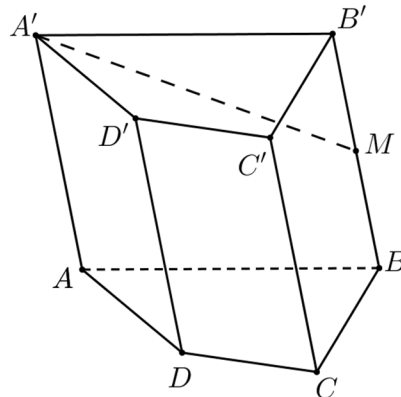
Lời giải

$$\text{Ta có } x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Khi đó hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1; \pm\sqrt{2}\}$.

Vậy hàm số có bốn điểm gián đoạn.

Câu 16. [NB] Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB'



Ảnh của đoạn thẳng $A'M$ qua phép chiếu song song theo phương chiếu $A'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đoạn thẳng

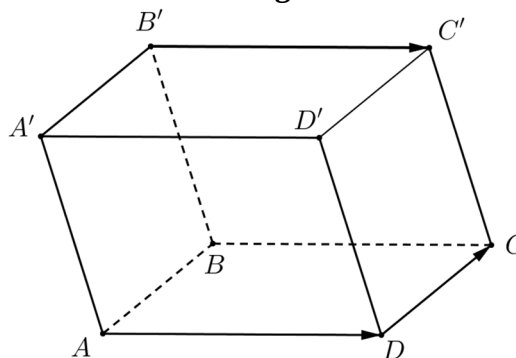
A. AM .B. AB .C. $A'B$.D. $A'B'$.**Lời giải**

Ảnh của điểm A' qua phép chiếu song song theo phương chiếu $A'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm A .

Ta có $MB \parallel A'A$ và $MB \cap (ABCD) = \{B\}$ nên ảnh của điểm M qua phép chiếu song song theo phương chiếu $A'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm B .

Vậy ảnh của đoạn thẳng $A'M$ qua phép chiếu song song theo phương chiếu $A'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đoạn thẳng AB .

Câu 17. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Ba vector $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{DD'}$ đồng phẳng.B. Ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DD'}$ đồng phẳng.C. Ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ đồng phẳng.D. Ba vector $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$ đồng phẳng.**Lời giải**

Ta có $B'C' // BC \Rightarrow B'C' // (ABCD)$.

Vậy mặt phẳng $(ABCD)$ chứa hai vector $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$ và song song với vector $\overrightarrow{B'C'}$ nên ba vector $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$ đồng phẳng.

Câu 18. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

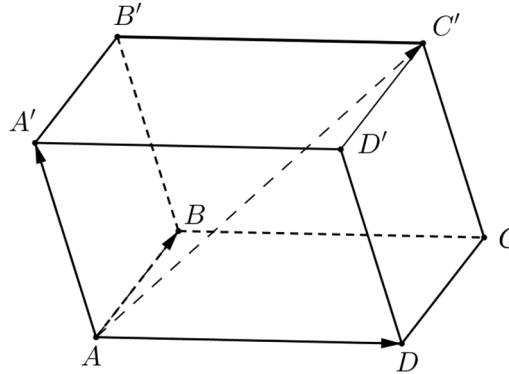
A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{A'C}$.

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$.

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 19. [NB] Trong không gian cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ đều khác vector – không. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$.

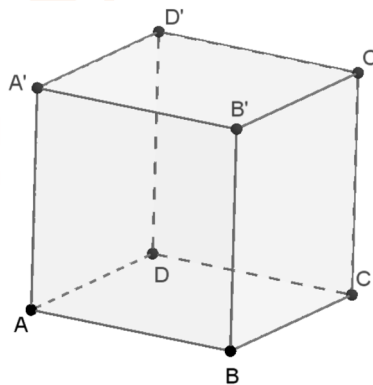
C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

Câu 20. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề đúng.



A. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC})$.

B. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})$.

C. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$.

D. $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC})$.

Lời giải

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp $\Rightarrow ABA'B'$ là hình bình hành $\Rightarrow AA' // BB'$
 $\Rightarrow (\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC})$

Câu 21. [TH] Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 2021}{2n + 1}$.

A. 4.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2021.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2021}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2021}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = 2.$$

Câu 22. [TH] Tính tổng $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$

A. $S = 3$.B. $S = 4$.C. $S = 6$.D. $S = 5$.

Lời giải

Ta có S là tổng cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1, q = \frac{2}{3}$.

$$\Rightarrow S = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 3.$$

Câu 23. [TH] Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2^n - 2 \cdot 3^n + 1} = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + b$

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2^n - 2 \cdot 3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 2 + \left(\frac{1}{3}\right)^n} = \frac{-1}{2}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 0.$$

Câu 24. [TH] Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1)$ là

A. $+\infty$.B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \left(-1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \right].$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -1 < 0 \text{ nên}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^3 + 1) = +\infty.$$

Câu 25. [TH] Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$.

A. $-\infty$ B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x + 1} = \frac{1 - 1 + 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}.$$

Câu 26. [TH] Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$.

A. $K = 0$.B. $K = -\frac{2}{3}$.C. $K = \frac{2}{3}$.D. $K = \frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 27. [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5x+6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-4; 7)$. C. $(-3; 2)$. **D. $(-2; +\infty)$.**

Lời giải

$$\text{Hàm số có nghĩa khi } x^2+5x+6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

Vậy theo định lí ta có hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+5x+6}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; -3)$; $(-3; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 28. [TH] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} & \text{khi } x \neq 5 \\ a-1 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$. Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 5$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.** B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x-1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x-1}+2} = \frac{1}{4}, \quad f(5) = a-1.$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = 5 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5) \Rightarrow \frac{1}{4} = a-1 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}.$$

Vậy với $a = \frac{5}{4} \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$ thì hàm số liên tục tại $x = 5$.

Câu 29. [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x^2-x-6}$. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A. Hàm số liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; 3)$ và $(3; +\infty)$.
 B. Hàm số liên tục trên $(-\infty; -3)$, $(-3; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số liên tục trên $[-4; -3)$, $(-3; 2)$ và $(2; +\infty)$.
D. Hàm số liên tục trên $[-4; -2)$, $(-2; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D = [-4; +\infty) \setminus \{-2; 3\}$.

Hàm số liên tục trên $[-4; -2)$, $(-2; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 30. [TH] Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sin x - 2 \tan x$. B. $y = \frac{3}{\cos x - 1}$. **C. $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$.** D. $y = \sqrt{9-x^2}$.

Lời giải

Hàm số $y = \sin x - 2 \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hàm số $y = \frac{3}{\cos x - 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$ có tập xác định là $[-3; 3]$.

Hàm số $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Do đó hàm $y = \frac{2x-5}{x^2-x+1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DD'}$?

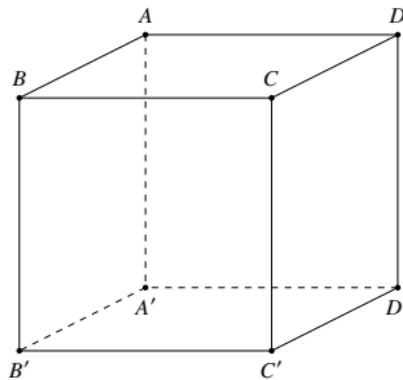
A. 45° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 90° .

Lời giải



Ta có : $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DD'}) = (\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DD'}) = 90^\circ$.

Câu 32. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

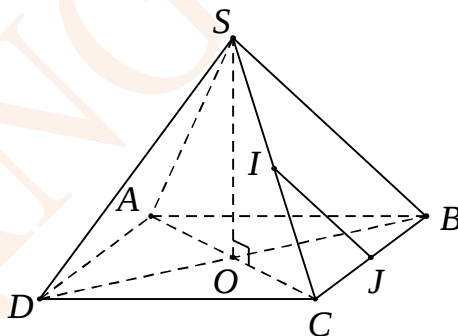
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



Từ giả thiết ta có: $IJ \parallel SB$ (do IJ là đường trung bình của $\triangle SBC$).

Lại có $AB \parallel CD$ (do $ABCD$ là hình thoi)

$\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$.

Mặt khác, ta lại có $\triangle SAB$ đều, do đó $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$.

Câu 33. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh a . Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

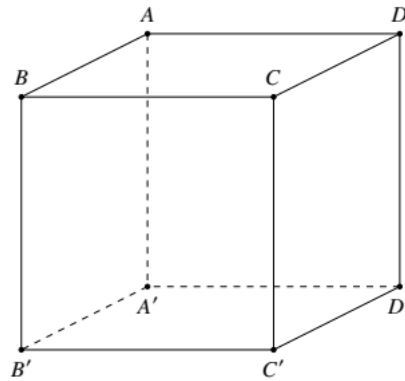
A. $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -a^2$.

B. $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$.

C. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = 0$.

D. $|\overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AA'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AA'}| \cos 45^\circ = a^2$.

$$\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AB'}| \cos 60^\circ = a^2.$$

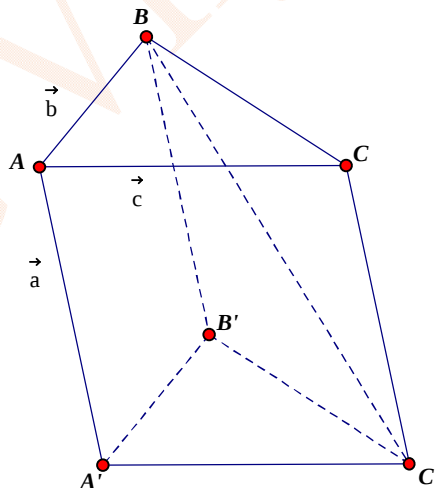
$$\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BA'} = 0.$$

$$|\overrightarrow{AC'}| = AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{3}.$$

Câu 34. [TH] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu diễn) véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

A. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải



Vì mặt bên $(BCC'B')$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ nên $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 35. [TH] Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?

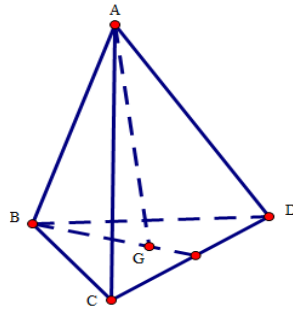
A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải



Vì G là trọng tâm $\triangle BCD$ nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Vậy $k = 3$.

II. TỰ LUẬN

Câu 1 [TH] Tính giới hạn của các dãy số sau:

c. $u_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.

d. $u_n = \frac{\sqrt{4n^2 - n + 1} - n}{\sqrt{9n^2 + 3n}}$.

Lời giải

a. Ta có:

$$\lim u_n = \lim \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \lim \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \lim \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1\right)} = \lim \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}.$$

b. Ta có

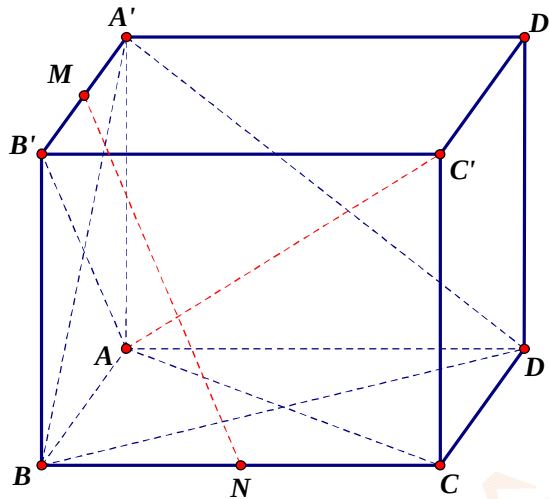
$$\lim u_n = \lim \frac{\sqrt{4n^2 - n + 1} - n}{\sqrt{9n^2 + 3n}} = \lim \frac{n\left(\sqrt{4 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 1\right)}{n\sqrt{9 + \frac{3}{n}}} = \lim \frac{\sqrt{4 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 1}{\sqrt{9 + \frac{3}{n}}} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}.$$

Câu 2. [VD] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm cạnh $A'B'$ và BC .

a) Chứng minh rằng $MN \perp AC'$.

b) Chứng minh rằng $AC' \perp (A'BD)$.

Lời giải



a) Chứng minh rằng $MN \perp AC'$.

Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right) \\ &= \frac{1}{2}AB^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}AD^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} - AA'^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \text{ và } \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}AD^2 - AA'^2 = 0.$$

Suy ra $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$.

Vậy $MN \perp AC'$.

b) Chứng minh rằng $AC' \perp (A'BD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} A'B \perp AB' \\ A'B \perp B'C' \\ AB', B'C' \subset (AB'C') \\ AB' \cap B'C' = B' \end{cases} \Rightarrow A'B \perp (AB'C') \Rightarrow A'B \perp AC' \quad (1).$$

Chứng minh tương tự ta được $BD \perp AC'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC' \perp (A'BD)$.

Câu 3. [VDC] Tìm $a, b, c \in \mathbb{R}$ để $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2).$$

Do đó phương trình $2\sqrt{1+ax^2} - bx - 1 = 0 \Rightarrow 4(1+ax^2) - (bx+1)^2 = 0$ phải có nghiệm kép $x=1$

$$\Leftrightarrow (4a - b^2)x^2 - 2bx + 3 = 0 \text{ có nghiệm kép } x=1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b^2 \neq 0 \\ \Delta' = b^2 - 3(4a - b^2) = 0 \\ (4a - b^2) \cdot (1)^2 - 2 \cdot b \cdot 1 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b^2 \neq 0 \\ a = \frac{1}{3}b^2 \\ \frac{1}{3}b^2 - 2b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 3.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1+3x^2} - 3x - 1}{x^3 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3(x-1)^2}{2\sqrt{1+3x^2} + 3x + 1}}{(x-1)^2(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(2\sqrt{1+3x^2} + 3x + 1)(x+2)} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Suy ra } c = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Vậy } a = b = 3, c = \frac{1}{8}.$$

Câu 4. [VD] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8x + m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$, với m, n là các tham số thực. Biết rằng hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$, khi đó hãy tính giá trị của biểu thức $P = m + n$?

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Với } x \neq 1 \text{ ta có } f(x) = \frac{x^3 + 8x + m}{x-1} = x^2 + x + 9 + \frac{m+9}{x-1}.$$

$$f(x) \text{ liên tục tại } x=1 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \quad (1)$$

Nếu $m+9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -9$ thì không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

Do đó $m+9 = 0 \Leftrightarrow m = -9$. Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 9) = 11$.

Vậy (1) $\Leftrightarrow n = 11$ suy ra $P = m + n = -9 + 11 = 2$.

Câu 5. [VD] Chứng minh phương trình $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1$. Ta có

$$f(-3) = -44m^2 - 14 < 0$$

$$f(0) = m^2 + 1 > 0$$

$$f(1) = -2 < 0$$

$$f(2) = m^2 + 1 > 0$$

Do đó $f(-3)f(0) < 0$, $f(0)f(1) < 0$ và $f(1)f(2) < 0$.

Hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$, do đó liên tục trên các đoạn $[-3; 0]$, $[0; 1]$ và $[1; 2]$. Từ đó suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên mỗi khoảng $(-3; 0)$, $(0; 1)$ và $(1; 2)$, tức là có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

Hơn nữa, $f(x)$ là đa thức bậc ba nên có tối đa ba nghiệm.

Vậy phương trình $(m^2 + 1)x^3 - 2m^2x^2 - 4x + m^2 + 1 = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 3

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

I. TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Cho 2 dãy số (a_n) , (b_n) với $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$, $b_n = \frac{1}{n}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?
- A. $\lim \frac{a_n}{b_n} = +\infty$. B. Không tồn tại $\lim \frac{a_n}{b_n}$.
- C. $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$. D. $\lim \frac{a_n}{b_n} = 0$.
- Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với giới hạn còn lại?
- A. $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$ B. $\lim \frac{1+n}{n-1}$ C. $\lim \frac{1-n}{n+2}$ D. $\lim \frac{1+5n}{6-5n}$
- Câu 3.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?
- A. Nếu $\lim u_n = a > 0$; $\lim v_n = 0$ và $v_n < 0, \forall n$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$.
- B. $\lim q^n = +\infty$ (với $|q| > 1$).
- C. $\lim n^k = +\infty$ với k là một số nguyên dương.
- D. $\lim q^n = 0$ với $|q| < 1$.
- Câu 4.** Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A. Dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim (u_n - a) = 0$.
- B. Dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- C. Dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- D. Dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai ?
- A. $\lim \frac{1}{n} = 0$. B. $\lim q^n = 0$ nếu $|q| > 1$.
- C. $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương. D. $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$
- Câu 6.** Cho 2 dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$, $\lim v_n = 5$. Giá trị của $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng:
- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{2}{5}$. C. 7. D. 3.
- Câu 7.** Cho $\lim(u_n) = 2, \lim(v_n) = -3$. Khi đó giá trị của giới hạn $\lim(u_n \cdot v_n)$ bằng?
- A. 1. B. -6. C. 5. D. -1
- Câu 8.** Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới x_0 . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?
- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

- B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$
 C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$
 D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$

Câu 9. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi :

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L.$
 B. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$
 C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L.$
 D. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x).$

Câu 10. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -3$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$?

- A. 5. B. -5. C. -1. D. 1.

Câu 11. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b.$
 B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x).g(x)] = a.b.$
 C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}.$
 D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b.$

Câu 12. Với k là số nguyên dương, kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k}$ là

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -1.

Câu 13. Với k là số nguyên dương và k là số lẻ, kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k$ là

- A. $-\infty$. B. 0. C. $+\infty$. D. 1.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 - 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ là:

- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\pm\sqrt{3}$. D. ± 3 .

Câu 15. Trong các hàm sau, hàm nào không liên tục trên khoảng $(-1; 1)$:

- A. $f(x) = x^4 - x^2 + 2.$
 B. $f(x) = \sin x.$
 C. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$
 D. $f(x) = \sqrt{2x - 1}.$

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**? (Với giả thiết các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu).

- A. Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.
 B. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.
 C. Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
 D. Hình chiếu song song của đường thẳng là đường thẳng.

Câu 17. Trong không gian cho 3 vector $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ không đồng phẳng. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Các vector $\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng.
 B. Các vector $\vec{u} + \vec{v}, -2\vec{u}, 2\vec{w}$ đồng phẳng.
 C. Các vector $\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}, 2\vec{w}$ không đồng phẳng.
 D. Các vector $2(\vec{u} + \vec{v}), -\vec{u}, -\vec{v}$ không đồng phẳng.

- Câu 18.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, M, N là các điểm thỏa $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{NA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $MN \parallel (AC'B)$. B. $MN \parallel (BC'D)$.
C. $MN \parallel (A'C'D)$. D. $MN \parallel (BC'B)$.
- Câu 19.** Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng?
- A. a^2 B. $\frac{a^2}{2}$ C. 0 D. $-\frac{a^2}{2}$
- Câu 20.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.
- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 90° .
- Câu 21.** Tìm a để $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}$.
- A. $a = 6$. B. $a = 3$. C. $a = 27$. D. $a = 9$.
- Câu 22.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$. Tính tổng: $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$
- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{1}{2}$.
- Câu 23.** Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$. Khi đó $1 - L^2$ bằng
- A. 1. B. $\frac{3}{4}$. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 24.** Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 3}{\sqrt{x^2 - 5}}$.
- A. $\frac{3}{5}$. B. $-\frac{3}{5}$. C. 5. D. -5.
- Câu 25.** Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x}$ bằng
- A. 2. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 1.
- Câu 26.** Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?
- A. 6. B. 10. C. -10. D. -6.
- Câu 27.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -4 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm $x = -2$ và gián đoạn tại các điểm $x \neq -2$.
B. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số không liên tục tại điểm $x = -2$.
- Câu 28.** Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 27}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 27 & x = 3 \end{cases}$, tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

I. $f(x)$ liên tục tại $x = 3$.

II. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 3$.

III. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. I. và II.

B. I. và III.

C. Chỉ I.

D. II. và III.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

A. $\frac{-5}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 2.

D. -2.

Câu 30. Tìm tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} & \text{ne } x \neq 2 \\ mx + 3 & \text{ne } x = 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 4$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CC' bằng:

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng

A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 1$, $BC = \sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. 60° .

B. 120° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABEF$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{EK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD , G là trung điểm của đoạn thẳng IJ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{JI}$.

II. TỰ LUẬN

Câu 36. Tìm giới hạn: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Hai điểm M , N lần lượt thuộc BC , CD sao cho $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{4}$, $\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2}$. Chứng minh rằng bốn điểm A , M , N , G đồng phẳng.

Câu 38. Tìm giới hạn của $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x)$?

Câu 39. Với $m > 2$ tìm số nghiệm của phương trình $|x|^3 - 2mx^2 + 2 = 0$, với $m > 2$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.A	5.B	6.B	7.B	8.C	9.B	10.C
11.C	12.A	13.A	14.C	15.D	16.B	17.C	18.B	19.C	20.D
21.A	22.B	23.B	24.D	25.C	26.C	27.C	28.B	29.A	30.C
31.B	32.C	33.A	34.B	35.A					

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho 2 dãy số (a_n) , (b_n) với $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$, $b_n = \frac{1}{n}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. $\lim \frac{a_n}{b_n} = +\infty$.

B. Không tồn tại $\lim \frac{a_n}{b_n}$.

C. $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$.

D. $\lim \frac{a_n}{b_n} = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{a_n}{b_n} = (-1)^n$. Do đó không tồn tại $\lim \frac{a_n}{b_n}$.

Câu 2. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với giới hạn còn lại?

A. $\lim \frac{3n+1}{-3n-3}$

B. $\lim \frac{1+n}{n-1}$

C. $\lim \frac{1-n}{n+2}$

D. $\lim \frac{1+5n}{6-5n}$

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim \frac{3n+1}{-3n-3} = \lim \frac{1-n}{n+2} = \lim \frac{1+5n}{6-5n} = -1$

Còn $\lim \frac{1+n}{n-1} = 1$

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. Nếu $\lim u_n = a > 0$; $\lim v_n = 0$ và $v_n < 0, \forall n$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$.

B. $\lim q^n = +\infty$ (với $|q| > 1$).

C. $\lim n^k = +\infty$ với k là một số nguyên dương.

D. $\lim q^n = 0$ với $|q| < 1$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề A đúng theo định lý về giới hạn vô cực.

Mệnh đề B chỉ đúng với q thỏa mãn $q > 1$ còn với $q < -1$ thì không tồn tại giới hạn dãy số q^n .

Mệnh đề C và D đúng theo kết quả của giới hạn đặc biệt.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

B. Dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa giới hạn ta chọn đáp án đúng là A

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai ?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ nếu $|q| > 1$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = +\infty$ với k nguyên dương.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

Lời giải

Chọn B

$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

Câu 6. Cho 2 dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$, $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 5$. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n}$ bằng:

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Áp dụng định lý về giới hạn hữu hạn, ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{2}{5}$.

Câu 7. Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) = 2$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (v_n) = -3$. Khi đó giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n \cdot v_n)$ bằng?

A. 1.

B. -6.

C. 5.

D. -1

Lời giải.

Chọn B

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n \cdot v_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} (v_n) = 2 \cdot (-3) = -6$

Câu 8. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới x_0 . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

Lời giải

Theo định lý nếu $f(x)$ và $g(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới x_0 thì $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

Câu 9. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi :

A. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

B. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$.

Lời giải

Chọn B

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$

Câu 10. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -3$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$?

A. 5.

B. -5.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 + (-3) = -1.$$

Câu 11. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b.$

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b.$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}.$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b.$

Lời giải**Chọn C**

Câu 12. Với k là số nguyên dương, kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k}$ là

A. 0.

B. $+\infty.$

C. $-\infty.$

D. -1.

Lời giải**Chọn A**

Câu 13. Với k là số nguyên dương và k là số lẻ, kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k$ là

A. $-\infty.$

B. 0.

C. $+\infty.$

D. 1.

Lời giải**Chọn A**

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 - 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ là:

A. $\sqrt{3}.$

B. $-\sqrt{3}.$

C. $\pm\sqrt{3}.$

D. $\pm 3.$

Lời giải**Chọn C**

Hàm số liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2).$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 1) = 1.$

Vậy $m^2 - 2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}.$

Câu 15. Trong các hàm sau, hàm nào không liên tục trên khoảng $(-1; 1)$:

A. $f(x) = x^4 - x^2 + 2.$

B. $f(x) = \sin x.$

C. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$

D. $f(x) = \sqrt{2x - 1}.$

Lời giải**Chọn D**

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**? (Với giả thiết các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiều).

A. Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.

B. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.

C. Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

D. Hình chiếu song song của đường thẳng là đường thẳng.

Lời giải**Chọn B**

Câu 17. Trong không gian cho 3 vectơ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ không đồng phẳng. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Các vector $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ đồng phẳng.
 B. Các vector $\vec{u} + \vec{v}$, $-2\vec{u}$, $2\vec{w}$ đồng phẳng.
 C. Các vector $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{v}$, $2\vec{w}$ không đồng phẳng.
 D. Các vector $2(\vec{u} + \vec{v})$, $-\vec{u}$, $-\vec{v}$ không đồng phẳng.

Lời giải

Chọn C

Vì $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ không đồng phẳng nên :

- ☐ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ không đồng phẳng,
☐ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{v}$, $2\vec{w}$ không đồng phẳng.
☐ $\vec{u} + \vec{v}$, $-2\vec{u}$, $2\vec{w}$ không đồng phẳng.

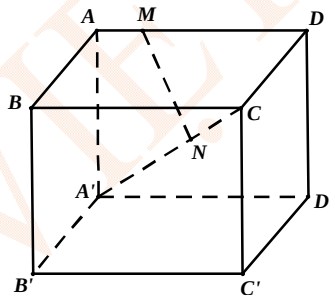
Các vector $2(\vec{u} + \vec{v})$, $-\vec{u}$, $-\vec{v}$ hiển nhiên là đồng phẳng.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, M, N là các điểm thỏa $\vec{MA} = -\frac{1}{4}\vec{MD}$, $\vec{NA'} = -\frac{2}{3}\vec{NC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $MN \parallel (AC'B)$.
 B. $MN \parallel (BC'D)$.
 C. $MN \parallel (A'C'D)$.
 D. $MN \parallel (BC'B)$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $\vec{BA} = \vec{a}$, $\vec{BB'} = \vec{b}$, $\vec{BC} = \vec{c}$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba vec tơ không đồng phẳng và

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{a} + \vec{c}$$

$$\vec{BC'} = \vec{b} + \vec{c}, \vec{BA'} = \vec{a} + \vec{b}.$$

$$\text{Ta có } \vec{MA} = -\frac{1}{4}\vec{MD} \Rightarrow \vec{BA} - \vec{BM} = -\frac{1}{4}(\vec{BD} - \vec{BM}) \Rightarrow \frac{5}{4}\vec{BM} = \vec{BA} + \frac{1}{4}\vec{BD}$$

$$\Rightarrow \vec{BM} = \frac{4\vec{BA} + \vec{BD}}{5} = \frac{4\vec{a} + (\vec{a} + \vec{c})}{5} = \frac{5\vec{a} + \vec{c}}{5}.$$

Tương tự

$$\vec{BN} = \frac{3\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}}{5}, \vec{MN} = \vec{BN} - \vec{BM} = \frac{-2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}}{5} = -\frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{3}{5}(\vec{b} + \vec{c}) = -\frac{2}{5}\vec{BD} + \frac{3}{5}\vec{BC'}$$

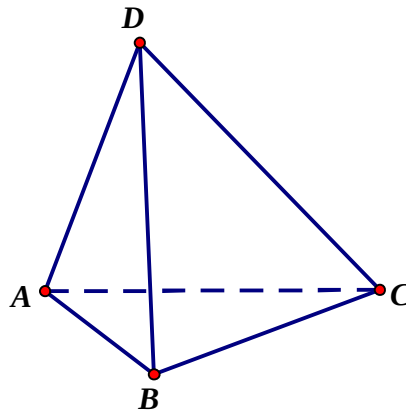
Suy ra $\vec{MN}, \vec{DB}, \vec{BC'}$ đồng phẳng mà $N \notin (BC'D) \Rightarrow MN \parallel (BC'D)$.

Câu 19. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ bằng?

- A. a^2
 B. $\frac{a^2}{2}$
 C. 0
 D. $-\frac{a^2}{2}$

Lời giải

Chọn C



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = CB \cdot CD \cdot \cos 60^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

A. 60° .

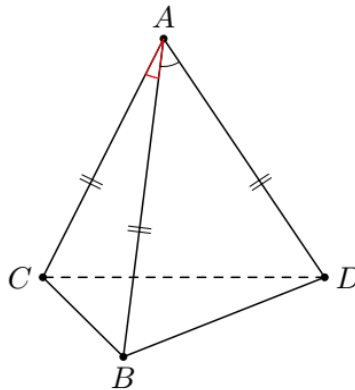
B. 45° .

C. 120° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \\ &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos 60^\circ - |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos 60^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Mà } AC = AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4}.$$

Câu 21. Tìm a để

A. $a = 6$.

B. $a = 3$.

C. $a = 27$.

D. $a = 9$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{4}{n}}{8 + \frac{3}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a + \frac{4}{n} \right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(8 + \frac{3}{n^2} \right)} = \frac{a}{8}.$$

Câu 22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \cdot n^2 + 4n}{8n^2 + 3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{8} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = 6$. Tính tổng: $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{(-2)^{n-1}} + \dots$

A. $S = \frac{3}{2}$. **B.** $S = \frac{2}{3}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 1; q = -\frac{1}{2}$.

Do đó ta có: $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$.

Câu 23. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = L$. Khi đó $1 - L^2$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{3}{4}$. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{2 + n + 4n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3}\right)}{n^3 \left(\frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^2} + 4\right)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $L = \frac{1}{2}$. Khi đó $1 - L^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

Câu 24. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{\sqrt{x^2-5}}$.

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $-\frac{3}{5}$. C. 5. **D.** -5.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{\sqrt{x^2-5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(5 - \frac{3}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(5 - \frac{3}{x}\right)}{-x \sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{5}{x^2}}} = -5.$$

Câu 25. Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x}$ bằng

A. 2. B. $-\infty$. **C.** $+\infty$. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2x+1) = 1$; $x > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x} = +\infty$

Câu 26. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + 5} + x\right) = 5$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

A. 6. B. 10. **C.** -10. D. -6.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a.x + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = -\frac{a}{2}$

Mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 5 \Leftrightarrow a = -10$.

Cách 2: Bấm máy tính như sau $\sqrt{x^2 + Ax + 5} + x \rightarrow \text{CACL} \rightarrow x = -10^{10}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -4 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số chỉ liên tục tại điểm $x = -2$ và gián đoạn tại các điểm $x \neq -2$.

B. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số không liên tục tại điểm $x = -2$.

Lời giải

Chọn C

+ Với $x \neq -2$: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên hàm số liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$.

+ Tại $x = -2$: $f(-2) = -4$; $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -4$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x = -2$

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 28. Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 27}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 27 & x = 3 \end{cases}$, tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

I. $f(x)$ liên tục tại $x = 3$.

II. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 3$.

III. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. I. và II.

B. I. và III.

C. Chỉ I.

D. II. và III.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 3x + 9) = 27.$$

$$f(3) = 27.$$

Ta lại thấy $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = 27$.

Vậy hàm số liên tục tại $x = 3$ hay hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

A. $\frac{-5}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 + x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-x-1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (-x-1) = -3.$$

$$f(2) = 2m + 2.$$

Hàm số liên tục tại $x_0 = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow -3 = 2m + 2 \Leftrightarrow m = \frac{-5}{2}$.

Câu 30. Tìm tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} & \text{neu } x \neq 2 \\ mx + 3 & \text{neu } x = 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 4$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

+ Nếu $x \neq 2$ thì hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

+ Tại $x = 2$: Ta có $f(2) = 2m + 3$.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+3)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x+3) = 7.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f(x)$ liên tục tại điểm $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2m + 3 = 7 \Leftrightarrow m = 2$.

Vậy $m = 2$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CC' bằng:

A. 30° .

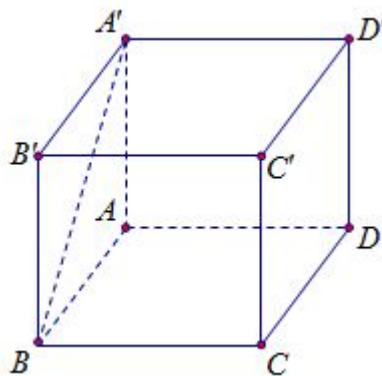
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



Ta có $CC' \parallel BB' \Rightarrow (BA', CC') = (BA', BB') = \widehat{A'BB'} = 45^\circ$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng

A. 90° .

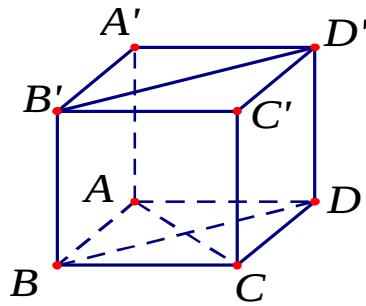
B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B'A'} \Rightarrow (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{CD}) = (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{B'A'}) = \widehat{A'B'D'} = 45^\circ$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 1$, $BC = \sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. 60° .

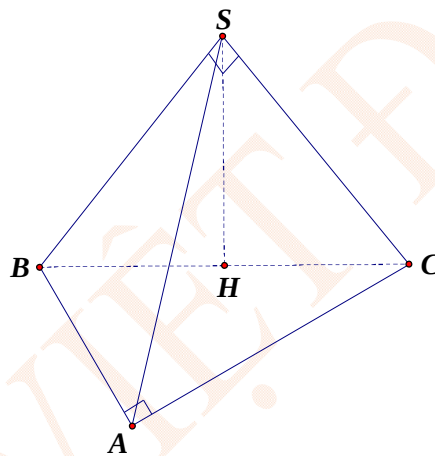
B. 120° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông tại A vì $AB = AC = 1$, $BC = \sqrt{2}$.

Tam giác SBC vuông tại S vì $SB = SC = 1$, $BC = \sqrt{2}$.

Ta có $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = 0 - SC \cdot SB \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \left| \cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) \right| = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}|}{SC \cdot AB} = \frac{1}{2}$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng 60° .

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABEF$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

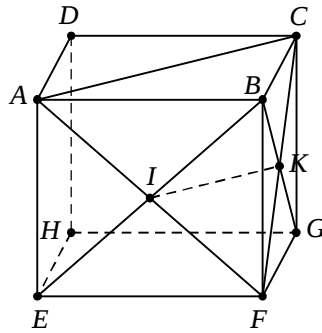
B. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{EK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B



Vì I, K lần lượt là trung điểm của AF và CE .

Suy ra IK là đường trung bình của tam giác $AFC \Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$.

Mà $GF \parallel (ABCD)$ và $BD \subset (ABCD)$ suy ra ba vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD , G là trung điểm của đoạn thẳng IJ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{JI}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có G là trung điểm của đoạn thẳng IJ nên $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} = \vec{0}$.

Lại có I là trung điểm của cạnh AB nên $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

và J là trung điểm của cạnh CD nên $\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD} = \vec{0}$.

Từ đó ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} &= \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JD} \\ &= 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}) = \vec{0}. \end{aligned}$$

II. TỰ LUẬN

Câu 36. Tìm giới hạn: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$.

Lời giải

Ta có:

$$\square \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - \sqrt{4n^2 + n})(2n + \sqrt{4n^2 + n})}{2n + \sqrt{4n^2 + n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n}{2n + \sqrt{4n^2 + n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{2 + \sqrt{4 + \frac{1}{n}}} = -\frac{1}{4}$$

$$\square \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 2n})$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n - \sqrt{n^2 - 2n})(n + \sqrt{n^2 - 2n})}{n + \sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^2 + 2n}{n + \sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n + \sqrt{n^2 - 2n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{n}}} = 1$$

$$\text{Suy ra } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n - \sqrt{4n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 - 2n}} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 37. Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Hai điểm M, N lần lượt thuộc BC, CD sao cho $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{4}$, $\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2}$. Chứng minh rằng bốn điểm A, M, N, G đồng phẳng.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{BM}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MB} \Rightarrow 4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB} \quad (1).$$

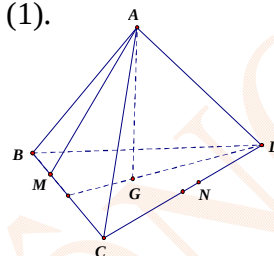
$$\frac{NC}{ND} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2\overrightarrow{NC} = -3\overrightarrow{ND} \Rightarrow 5\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD} \quad (2).$$

Cộng vế với vế của (1) với (2), ta được:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \frac{4\overrightarrow{AM} + 5\overrightarrow{AN}}{3} \quad (3)$$

$$\text{Vì G trọng tâm } \triangle BCD \text{ nên } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \quad (4).$$

Thay (3) vào (4) được: $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{9}\overrightarrow{AM} + \frac{5}{9}\overrightarrow{AN}$, từ hệ thức này chứng tỏ ba véc tơ $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$ đồng phẳng. Suy ra bốn điểm A, M, N, G đồng phẳng.



Câu 38. Tìm giới hạn của $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x)$?

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x = \frac{2x^2 + 2x + 2x\sqrt{x^2 + 2x} - 4x^2 - 4x}{\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x} + x}$$

$$= 2x \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1}{\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x} + x}$$

$$= \frac{-2x}{(\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x} + x)(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1)}.$$

Nên

$$B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2}{(\sqrt{x^2 + 2x} + 2\sqrt{x^2 + x} + x)(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 2\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1)(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1 + \frac{1}{x})} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 39. Với $m > 2$ tìm số nghiệm của phương trình $|x|^3 - 2mx^2 + 2 = 0$, với $m > 2$

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 2mx^2 + 2$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

Với $m > 2$, ta có:

$$f(-1) = -1 - 2m + 2 = 1 - 2m < 0 \quad (1)$$

$$f(0) = 2 > 0 \quad (2)$$

$$f(1) = 1 - 2m + 2 = 3 - 2m < 0 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (4).$$

Từ (1), (2), (3) và (4) $\Rightarrow f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thỏa mãn $-1 < x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3$

Do đó suy ra phương trình $|x|^3 - 2mx^2 + 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 4

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 35 câu TN, 4 câu tự luận)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?
 A. $\lim v_n = 0$ nếu $\lim(v_n + a) = 0$. B. $\lim v_n = a$ nếu $\lim(v_n - a) = 0$.
 C. $\lim v_n = 0$ nếu $\lim(v_n - a) = 0$. D. $\lim v_n = a$ nếu $\lim(v_n + a) = 0$.
- Câu 2.** [NB] Cho $\lim u_n = 4$, $\lim v_n = -1$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng
 A. 3. B. -4. C. -5. D. 5.
- Câu 3.** [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào **sai** ?
 Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì
 A. $\lim(u_n + v_n) = a + b$. B. $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.
 C. $\lim(u_n - v_n) = a - b$. D. $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$.
- Câu 4.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?
 A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- Câu 5.** [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?
 A. $\lim q^n = 0, \forall q \in \mathbb{R}$. B. $\lim c = c$ với c là hằng số.
 C. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ với k nguyên dương. D. $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$.
- Câu 6.** [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào **đúng** ?
 A. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \frac{v_n}{u_n} = 0$.
 B. Nếu $\lim u_n = a$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.
 C. Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.
 D. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a$ thì $\lim u_n v_n = +\infty$.
- Câu 7.** [NB] Cho $\lim u_n = -2$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$. Khi đó $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng
 A. -2. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.
- Câu 8.** [NB] Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2019}{x+2020}$.
 A. $\frac{2019}{2020}$. B. $\frac{2021}{2022}$. C. $\frac{2018}{2019}$. D. $\frac{2020}{2021}$.

Câu 9. [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)]$.

- A. 7. B. -7. C. -13. D. 13.

Câu 10. [NB] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x-8 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+2x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.

- A. 0. B. -2. C. 8. D. -14.

Câu 11. [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$, với $L, M \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định sai.

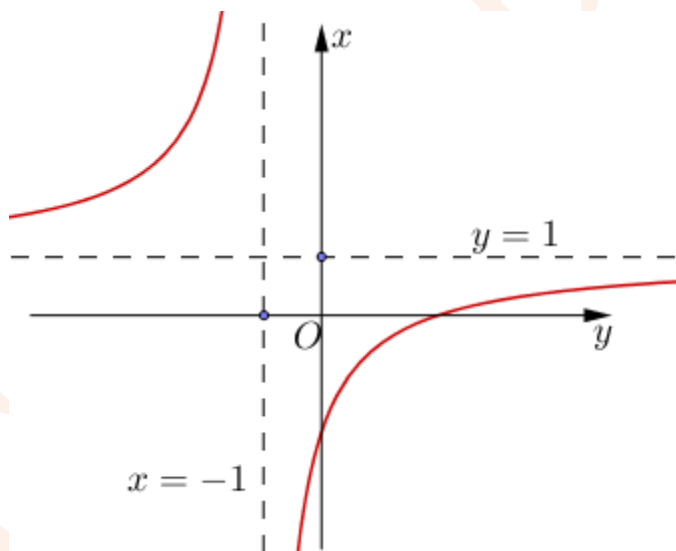
- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$. B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$.

- C. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$.

Câu 12. [NB] Cho k là một số nguyên dương. Chọn mệnh đề sai.

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^k} = 0$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^k = +\infty$.

Câu 13. [NB] Hình vẽ sau là đồ thị của một hàm số $y = f(x)$. Hãy quan sát đồ thị và cho biết $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ lần lượt có giá trị bằng:



- A. $1; +\infty; -\infty; 1$. B. $-\infty; +\infty; 1; 1$. C. $1; 1; +\infty; -\infty$. D. $+\infty; -\infty; 1; 1$.

Câu 14. [NB] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = a$ nếu

- A. $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow a$. B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$.
C. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$.

Câu 15. [NB] Hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-5x-6}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-6; 1)$. B. $(-1; 6)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 16. [NB] Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là

- A. Điểm A . B. Trùng với phương chiếu.
C. Đường thẳng đi qua A . D. Đường thẳng đi qua A hoặc chính A .

Câu 17. [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu giá của ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.
B. Nếu trong ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có một vector $\vec{0}$ thì ba vector đó đồng phẳng.

C. Nếu giá của ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.

D. Nếu trong ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.

Câu 18. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 19. [NB] Cho hai đường thẳng a , b lần lượt có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}$, $\vec{v}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu $a \perp b$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

B. Nếu $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ thì $a \perp b$.

C. $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

D. $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

Câu 20. [NB] Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 21. [TH] Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = 7$. Tính giới hạn $\lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5}$.

A. 7.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{14}{15}$.

D. $\frac{7}{11}$.

Câu 22. [TH] Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right).$$

A. $\frac{4}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Câu 23. [TH] Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2}$ là:

A. 2.

B. $\frac{15}{4}$.

C. 2^{13} .

D. 2^{18} .

Câu 24. [TH] Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right)$.

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 25. [TH] Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x}$ bằng:

A. $-\frac{9}{8}$.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{8}$.

Câu 26. [TH] Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - ax + 6} + x) = 5$ với $a \in \mathbb{R}$. Giá trị của a là:

A. 6

B. -10

C. 10

D. -6

Câu 27. [TH] Hàm số nào được cho dưới đây liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x^2-1}$.

Câu 28. [TH] Hàm số $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x^4+x}{x^2+x} & \text{khi } x \neq -1; x \neq 0 \text{ liên tục tại} \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

A. $x = 0; x = 1$.

B. Mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.

C. Mọi điểm trừ $x = -1$.

D. Mọi điểm trừ $x = 0$.

Câu 29. [TH] Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây đúng về tính liên tục của hàm số đã cho?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$, gián đoạn tại $x = 2$.C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$, gián đoạn tại $x = 4$.D. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 5)$ và $(5; +\infty)$, gián đoạn tại $x = 5$.

Câu 30. [TH] Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Với giá trị nào của tham số thực a thì hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $a = -2$.

B. $a = 1$.

C. $a = 4$.

D. $a = 3$.

Câu 31. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. M, N lần lượt là trung điểm của AB và BB' .

Góc giữa hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng.

A. 0° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Câu 32. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'C$ là.

A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 33. [TH] Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ$, $AB = DC$. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD, AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Góc giữa MN và EF bằng

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 34. [TH] Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABFE$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Câu 35. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. [VD] Tính $\lim \left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021} \right)$

Câu 2. [VD] Cho tứ diện $ABCD$, trên cạnh AB, CD lấy điểm P, Q sao cho $AP = 4PB, CD = 5CQ$. Chứng minh $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

Câu 3. [VD] Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

Câu 4. [VDC]

1. Cho phương trình: $x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2) = 0$.

Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

2. Cho phương trình: $(m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021 = 0$.

Chứng minh phương trình có 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m .

-----Hết-----

1B	2D	3B	4C	5A	6C	7B	8D	9A	10A	11C	12B	13B	14C	15B
16D	17A	18A	19D	20D	21D	22B	23C	24A	25B	26C	27C	28B	29B	30A
31B	32D	33A	34B	35A										

LỜI GIẢI

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A. $\lim v_n = 0$ nếu $\lim(v_n + a) = 0$. **B.** $\lim v_n = a$ nếu $\lim(v_n - a) = 0$.
 C. $\lim v_n = 0$ nếu $\lim(v_n - a) = 0$. **D.** $\lim v_n = a$ nếu $\lim(v_n + a) = 0$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm giới hạn của dãy số
 Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số :

$$\lim v_n = a \text{ nếu } \lim(v_n - a) = 0$$

Câu 2. [NB] Cho $\lim u_n = 4$, $\lim v_n = -1$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

- A. 3. B. -4. C. -5. **D.** 5.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn hữu hạn.

Ta có: $\lim(u_n - v_n) = 4 - (-1) = 5$.

Câu 3. [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào sai ?

Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì

- A. $\lim(u_n + v_n) = a + b$. **B.** $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.
 C. $\lim(u_n - v_n) = a - b$. **D.** $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn hữu hạn

Theo định lý về giới hạn hữu hạn, ta có: $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ (nếu $b \neq 0$).

Câu 4. [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
 D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định nghĩa dãy số dẫn tới vô cực.

Theo định nghĩa giới hạn vô cực:

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 5. [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

- A.** $\lim q^n = 0, \forall q \in \mathbb{R}$. **B.** $\lim c = c$ với c là hằng số.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k nguyên dương. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được một số giới hạn đặc biệt.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ nếu $|q| < 1$

Câu 6. [NB] Trong các kết quả sau, kết quả nào **đúng** ?

A. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \frac{v_n}{u_n} = 0$.

B. Nếu $\lim u_n = a$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

C. Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

D. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a$ thì $\lim u_n v_n = +\infty$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn vô cực và giới hạn hữu hạn.

Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Nếu $\lim u_n = a > 0$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim u_n v_n = +\infty$.

Câu 7. [NB] Cho $\lim u_n = -2$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$. Khi đó $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. ∞ .

B. $-\infty$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được định lý về giới hạn vô cực.

Ta có $\lim u_n = -2 < 0$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ nên theo định lý về giới hạn vô cực ta có $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$.

Câu 8. [NB] Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2019}{x+2020}$.

A. $\frac{2019}{2020}$.

B. $\frac{2021}{2022}$.

C. $\frac{2018}{2019}$.

D. $\frac{2020}{2021}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: nhận biết được giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2019}{x+2020} = \frac{1+2019}{1+2020} = \frac{2020}{2021}$.

Câu 9. [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)]$.

A. 7.

B. -7.

C. -13.

D. 13.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: nhận biết được hiệu của hai giới hạn (định lý về giới hạn hữu hạn)

Có $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} h(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 10 - 3 = 7$.

Câu 10. [NB] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x-8 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+2x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

A. 0.

B. -2.

C. 8.

D. -14.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: nhận biết được giới hạn trái của hàm số.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + 2x) = 2^2 + 2 \cdot 2 = 8$.

Câu 11. [NB] Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$, với $L, M \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định sai.

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$.

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: nắm chắc các quy tắc tính giới hạn

Khẳng định C chỉ đúng khi $M \neq 0$.

Câu 12. [NB] Cho k là một số nguyên dương. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k} = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^k} = 0$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^k = +\infty$.

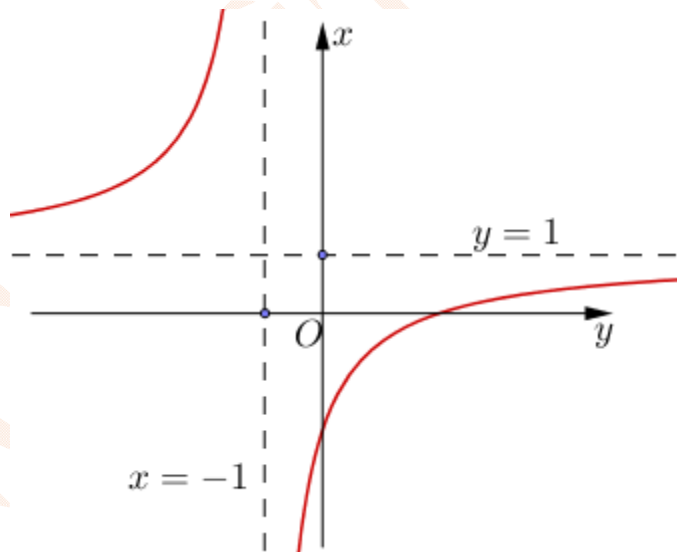
Lời giải

Yêu cầu cần đạt: nắm chắc các giới hạn vô cực và giới hạn 0

Khi k là số chẵn tức là k có dạng $k = 2m$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2m} = +\infty$.

Câu 13. [NB] Hình vẽ sau là đồ thị của một hàm số $y = f(x)$. Hãy quan sát đồ thị và cho biết

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ lần lượt có giá trị bằng:



A. $1; +\infty; -\infty; 1$.

B. $-\infty; +\infty; 1; 1$

C. $1; 1; +\infty; -\infty$

D. $+\infty; -\infty; 1; 1$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: nắm chắc kiến thức về giới hạn 1 bên và giới hạn tại vô cực

Chọn B

Câu 14. [NB] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = a$ nếu

A. $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow a$.

B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

D. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm hàm số liên tục tại một điểm; định nghĩa hàm số liên tục trên một khoảng

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = a$ nếu $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Câu 15. [NB] Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 5x - 6}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-6; 1)$. **B.** $(-1; 6)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm hàm số liên tục tại một điểm; định nghĩa hàm số liên tục trên một khoảng

TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Hàm số liên tục trên các khoảng: $(-\infty; -1); (-1; 6); (6; +\infty)$.

Vì vậy hàm số liên tục trên khoảng $(-1; 6)$.

Câu 16. [NB] Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là

- A. Điểm A . B. Trùng với phương chiếu.
C. Đường thẳng đi qua A . **D.** Đường thẳng đi qua A hoặc chính A .

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm phép chiếu song song.

Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là điểm A .

Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm A .

Câu 17. [NB] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** Nếu giá của ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.
B. Nếu trong ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có một vector $\vec{0}$ thì ba vector đó đồng phẳng.
C. Nếu giá của ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
D. Nếu trong ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.

Lời giải

Tác giả: Hồ Hữu Tình

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm ba vector trong không gian đồng phẳng

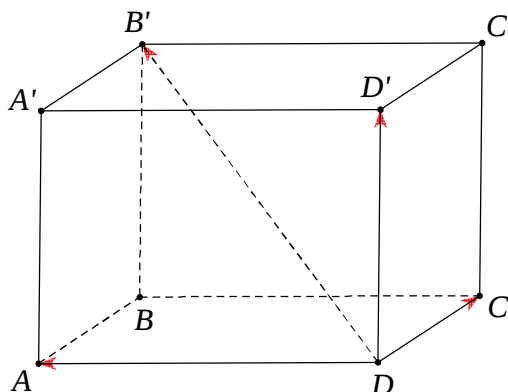
Dựa vào khái niệm ba vector đồng phẳng.

Câu 18. [NB] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức đúng.

- A.** $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$. **B.** $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$.
C. $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$. **D.** $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Chỉ ra được quy tắc hình hộp để cộng vector trong không gian



Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 19. [NB] Cho hai đường thẳng a, b lần lượt có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}, \vec{v}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu $a \perp b$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

B. Nếu $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ thì $a \perp b$.

C. $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

D. $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết khái niệm tích vô hướng của hai véc tơ trong không gian

Góc giữa 2 đường thẳng trong không gian luôn là góc nhọn hoặc vuông nên $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

Câu 20. [NB] Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nhận biết được khái niệm và điều kiện vuông góc giữa hai đường thẳng

Đường thẳng Δ_1 có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1$

Đường thẳng Δ_2 có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2$

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{v}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ d \perp \Delta_1 \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{u}_1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow d \perp \Delta_2$$

Câu 21. [TH] Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = 7$. Tính giới hạn $\lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5}$.

A. 7.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{14}{15}$.

D. $\frac{7}{11}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Tìm được một số giới hạn đơn giản.

$$\text{Ta có } \lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5} = \frac{5 \cdot 7 - 7}{7 \cdot 7 - 5} = \frac{7}{11}.$$

Câu 22. [TH] Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right).$$

A. $\frac{4}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Học sinh tính được tổng một cấp số nhân lùi vô hạn đơn giản.

Áp dụng công thức cấp số nhân lùi vô hạn: $S = \frac{u_1}{1 - q}$ ta có:

$$\text{Xét } S_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Xét } S_2 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{Khi đó: } A = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) = S_1 \cdot S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$$

Câu 23. [TH] Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2}$ là:

- A. 2. B. $\frac{15}{4}$. C. 2^{13} . D. 2^{18} .

Yêu cầu cần đạt: Tìm được một số giới hạn đơn giản.
Ta có:

$$\begin{aligned} \lim u_n &= \lim \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2} \\ &= \lim \frac{n^{12} \left(2 + \frac{1}{n^3} \right)^4 \cdot n^{10} \left(2 + \frac{3}{n} \right)^{10}}{n^{22} \left(2 + \frac{2}{n^{22}} \right)} = \lim \frac{\left(2 + \frac{1}{n^3} \right)^4 \cdot \left(2 + \frac{3}{n} \right)^{10}}{2 + \frac{2}{n^{22}}} = 2^{13}. \end{aligned}$$

Câu 24. [TH] Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right)$.

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Học sinh biết cách tính giới hạn đến vô cực

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2(2x^2+1) - 2x^3(4x-1)}{(4x-1)(2x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^4 + 2x^3 + 3x^2}{(4x-1)(2x^2+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 \left(-2 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)}{x^3 \left(4 - \frac{1}{x} \right) \left(2 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(-2 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)}{\left(4 - \frac{1}{x} \right) \left(2 + \frac{1}{x^2} \right)} = -\infty. \end{aligned}$$

Câu 25. [TH] Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x}$ bằng:

- A. $-\frac{9}{8}$. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Học sinh hiểu được giới hạn một bên để từ đó biết được khi nào ra $+\infty$ hay $-\infty$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x} = -\infty$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} (-x^3 + 2x - 5) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} (x^2 + 2x) = 0 \\ x \rightarrow -2^- \Rightarrow x < -2 \Rightarrow x^2 + 2x = x(x+2) > 0 \end{cases}$$

Câu 26. [TH] Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - ax + 6} + x) = 5$ với $a \in \mathbb{R}$. Giá trị của a là:

A. 6

B. -10

C. 10

D. -6

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Học sinh nhận biết được thể nào là dạng $\infty - \infty$ và cách khử dạng vô định đó.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - ax + 6} + x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - ax + 6} + x)(\sqrt{x^2 - ax + 6} - x)}{\sqrt{x^2 - ax + 6} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - ax + 6 - x^2}{\sqrt{x^2 - ax + 6} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-a + \frac{6}{x} \right)}{-x \left(\sqrt{1 - \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2}} + 1 \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a + \frac{6}{x}}{-\left(\sqrt{1 - \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2}} + 1 \right)} = \frac{a}{2} \end{aligned}$$

Theo đề bài, ta lại có: $\frac{a}{2} = 5 \Leftrightarrow a = 10$

Câu 27. [TH] Hàm số nào được cho dưới đây liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x^2-1}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Phương án A hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Phương án B hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên hàm số gián đoạn tại $x = -1$.

Phương án D hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ nên hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Phương án C hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+1}$ là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 28. [TH] Hàm số $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x^4 + x}{x^2 + x} & \text{khi } x \neq -1; x \neq 0 \text{ liên tục tại} \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

A. $x = 0; x = 1$.**B.** Mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.**C.** Mọi điểm trừ $x = -1$.**D.** Mọi điểm trừ $x = 0$.**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Giải thích được tính liên tục tại một điểm của hàm số.

Hàm số $y = f(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$ Để thấy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; 0)$ và $(0; +\infty)$.

- Xét tại $x = -1$, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 1) = 3 = f(-1).$$

 $\rightarrow$ hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = -1$.

- Xét tại $x = 0$, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 1) = 1 = f(0).$$

 $\rightarrow$ hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

Câu 29. [TH] Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây đúng về tính liên tục của hàm số đã cho?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.**B.** Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$, gián đoạn tại $x = 2$.**C.** Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$, gián đoạn tại $x = 4$.**D.** Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 5)$ và $(5; +\infty)$, gián đoạn tại $x = 5$.**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$, hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ là hàm phân thức hữu tỉ xác định nên liên tục.Xét hàm số tại $x = 2$:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4$$

$$f(2) = 5$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$ nên hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

Câu 30. [TH] Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Với giá trị nào của tham số thực a thì hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$?**A.** $a = -2$.**B.** $a = 1$.**C.** $a = 4$.**D.** $a = 3$.**Lời giải**

Yêu cầu cần đạt: Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Trên khoảng $(-\infty; 1)$, hàm số $y = x^2 - a$ là hàm đa thức nên liên tục.Trên khoảng $(1; +\infty)$, hàm số $y = 3$ là hàm đa thức nên liên tục.Xét hàm số tại $x = 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - a) = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3) = 3$$

$$f(1) = 3$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi hàm số liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = -2$.

Câu 31. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. M, N lần lượt là trung điểm của AB và BB' . Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng.

A. 0° .

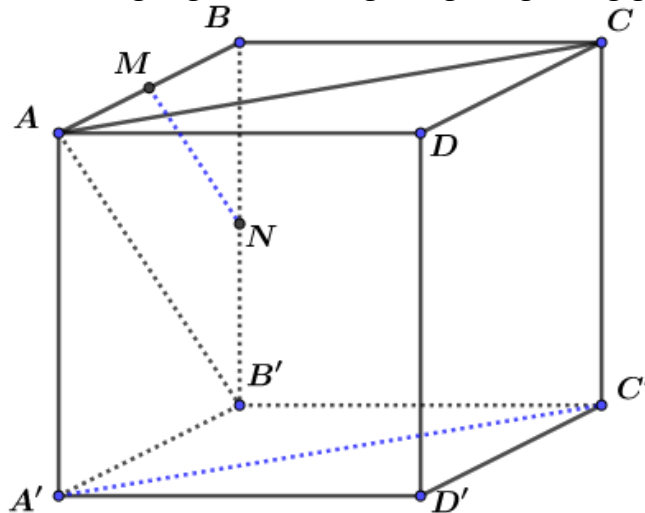
B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Xác định được góc giữa hai đường thẳng trong không gian



$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB'} \\ \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC} \right) = \widehat{CAB'}.$$

Tam giác $AB'C$ là tam giác đều nên $\widehat{CAB'} = 60^\circ$.

Vậy $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = 60^\circ$.

Câu 32. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'C$ là.

A. 90° .

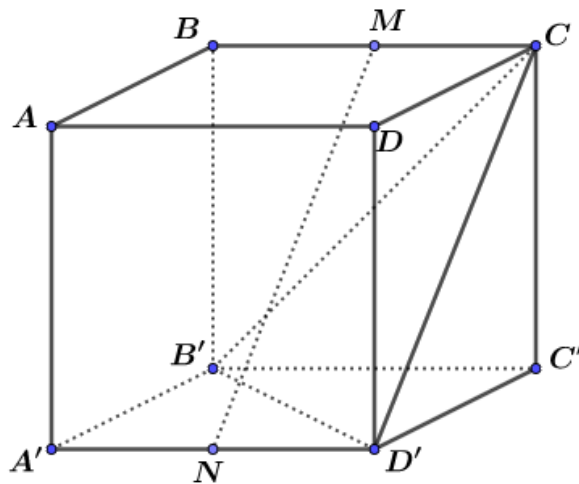
B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Xác định được góc giữa hai đường thẳng trong không gian



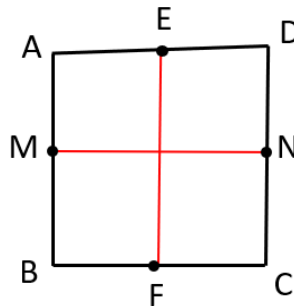
Ta có $MN \parallel CD' \Rightarrow$ góc giữa hai đường thẳng MN và $B'C$ bằng góc giữa hai đường thẳng CD' và $B'C$.

Tam giác $B'CD'$ là tam giác đều nên suy ra góc giữa hai đường thẳng CD' và $B'C$ bằng 60° .
Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và $B'C$ bằng 60° .

- Câu 33. [TH]** Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ$, $AB = DC$. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD, AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Góc giữa MN và EF bằng
- A.** 90° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 45° .

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Sử dụng tích vô hướng



Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) \\ \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DC})$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \end{cases} \quad \left(\text{Do } \widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ \right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DC})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) + |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos(\widehat{BCD}))$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) + |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos(180 - \widehat{BAD}))$$

Do $AC \perp BD$ nên dễ chứng minh $AB = AD; DC = CB$ bằng hệ thức lượng trong tam giác vuông

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4} \left(|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) - |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) \right) = 0$$

$\Rightarrow MN \perp EF$. Chọn A.

Câu 34. [TH] Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABFE$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

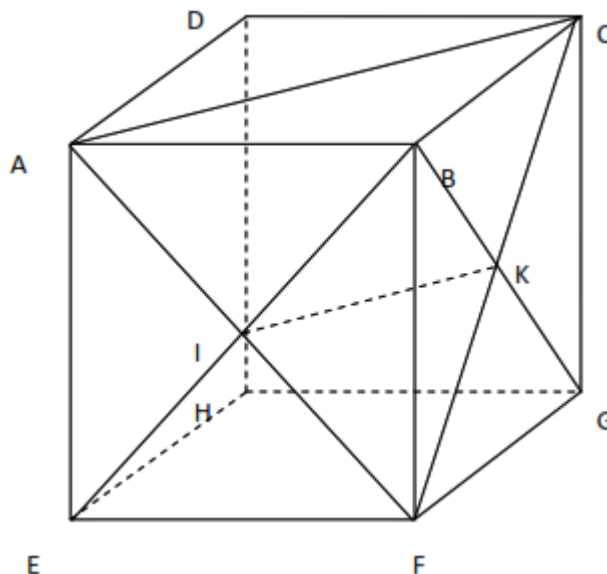
B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Giải thích được sự đồng phẳng của ba vector cho trước.



$$+ \forall i \begin{cases} IK // (ABCD) \\ GF // (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{BD} \text{ đồng phẳng.}$$

+ Các bộ vector ở câu A, C, D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng. Do đó chúng không thể đồng phẳng.

Câu 35. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

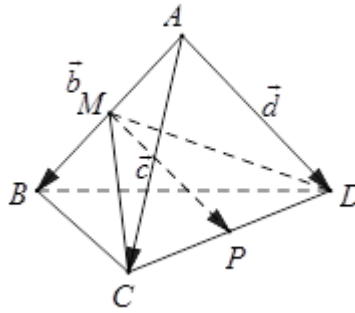
B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Thực hiện được phép cộng, trừ vector, nhân vector, sự bằng nhau của hai vector trong không gian



$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \overrightarrow{MP} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - 2\overrightarrow{AM}) \\ &= \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}).\end{aligned}$$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. [VD] Tính $\lim \left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021} \right)$

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Vận dụng được các khái niệm giới hạn, định lý, giới hạn đặc biệt vào tình huống cụ thể.

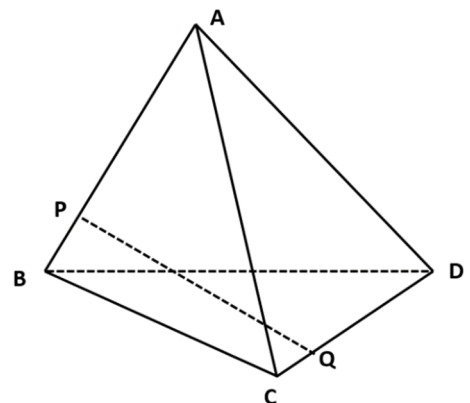
$$\begin{aligned}\lim \left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021} \right) &= \lim \left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n \right) + \lim \frac{1}{2021} \\ &= \lim \frac{9^n - 2 \cdot 3^n - 9^n}{\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} + 3^n} + \frac{1}{2021} \\ &= \lim \frac{-2 \cdot 3^n}{3^n \left(\sqrt{1 - \frac{2}{3^n}} + 1 \right)} + \frac{1}{2021} \\ &= \lim \frac{-2}{\sqrt{1 - \frac{2}{3^n}} + 1} + \frac{1}{2021} \\ &= -1 + \frac{1}{2021}\end{aligned}$$

Câu 2. [VD] Cho tứ diện $ABCD$, trên cạnh AB, CD lấy điểm P, Q sao cho $AP = 4PB, CD = 5CQ$.

Chứng minh $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

Lời giải

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QD} \quad (1) \\ \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QC} \\ \Rightarrow 4\overrightarrow{BC} &= 4\overrightarrow{BP} + 4\overrightarrow{PQ} + 4\overrightarrow{QC} \quad (2) \\ (1), (2) &\Rightarrow \overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{BC} = 5\overrightarrow{PQ} \\ (\text{do } \overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{BP} &= \vec{0}; \overrightarrow{QD} + 4\overrightarrow{QC} = \vec{0}) \\ \Rightarrow \overrightarrow{PQ} &= \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}\end{aligned}$$



$\Rightarrow \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

Câu 3a. [VD] Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nắm vững kỹ thuật tính giới hạn hàm số cùng với kỹ năng biến đổi.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{(x-1)^2 (x+1)}.$$

Đặt $t = x - 1 \Rightarrow x = t + 1$. Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{(x-1)^2 (x+1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4t+1} - \sqrt[3]{6t+1}}{t^2 (t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4t+1} - (2t+1)}{t^2 (t+2)} - \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2 (t+2)} \right).$$

$$* \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4t+1} - (2t+1)}{t^2 (t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-4}{(t+2) [\sqrt{4t+1} + (2t+1)]} = -1.$$

$$* \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2 (t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-8t-12}{(t+2) [\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2]} = -2.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1} = -1 + 2 = 1.$$

Câu 3b. [VDC]

1. Cho phương trình: $x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2) = 0$.

Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Nắm vững được tính chất liên tục của hàm số để chứng minh phương có nghiệm.

* Xét $f(x) = x \cos x - 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Có $f(0) = -1 < 0$ và $f(-\pi) = \pi - 1 > 0$.

Vậy $\exists x_1 \in (-\pi; 0): f(x_1) = 0$. Tức là $x_1 \cos x_1 = 1$

* Xét $g(x) = x \cos x + 2$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Có $g(0) = 2 > 0$ và $g(\pi) = -\pi + 2 < 0$.

Vậy $\exists x_2 \in (0; \pi): g(x_2) = 0$. Tức là $x_2 \cos x_2 = -2$

* Xét $F(x) = x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Có $F(x_1) = 1^3 + m \cdot 0 = 1 > 0$ và $F(x_2) = (-2)^3 + 0m = -8 < 0$ nên $\exists x_0 \in (x_1; x_2): F(x_0) = 0$.

Vậy phương trình $F(x) = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị m .

2. Cho phương trình: $(m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021 = 0$.

Chứng minh phương trình có 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m .

Lời giải

Yêu cầu cần đạt: Vận dụng được định lý giá trị trung gian và kết hợp với tính năng bảng giá trị của máy tính Casio để tìm các khoảng mà phương trình có nghiệm.

* Xét $f(x) = (m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có:

$$f(-1) = -2m^2 + 2m - 4035 = -2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{8069}{2} < 0, \forall m$$

$$f(0) = m^2 - m + 2021 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8083}{4} > 0, \forall m$$

$$f(1) = -2 < 0, \forall m$$

$$f(2) = m^2 - m + 2021 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8083}{4} > 0, \forall m$$

Do đó:

$$* f(-1).f(0) < 0 \text{ nên } \exists x_1 \in (-1; 0): f(x_1) = 0$$

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1; 0)$

$$* f(0).f(1) < 0 \text{ nên } \exists x_2 \in (0; 1): f(x_2) = 0$$

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; 1)$

$$* f(1).f(2) < 0 \text{ nên } \exists x_3 \in (1; 2): f(x_3) = 0$$

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(1; 2)$

Vì ba khoảng $(-1; 0)$, $(0; 1)$ và $(1; 2)$ rời nhau đôi một nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất ba nghiệm trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, vì $m^2 - m + 2021 > 0, \forall m$ nên $f(x)$ là một đa thức bậc ba nên phương trình $f(x) = 0$ chỉ có tối đa ba nghiệm trên $\mathbb{R}$.

Kết luận: Phương trình $f(x) = 0$ luôn có ba nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m .

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

Câu 1. [TH] Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$

A. -3.

B. 0.

C. 5.

D. 1.

Câu 2. [NB] Cho hai đường thẳng a, b phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu $(P) \parallel (Q)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp (Q)$.B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.C. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.D. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \parallel b$.

Câu 3. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$. Tìm góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .

A. 60° .B. 90° .C. 30° .D. 45° .

Câu 4. [NB] Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2}$.B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020} \right)^n$.C. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n$.D. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$.

Câu 5. [TH] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ theo a .

A. $\frac{1}{2}a^2$.B. a^2 .C. $-a^2$.D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Câu 6. [VD] Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $AB \perp OC$.B. $OH \perp (ABC)$.C. $OH \perp BC$.D. $OH \perp OA$.

Câu 7. [NB] Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên khoảng $(1; 5)$.B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2020$.C. Hàm số liên tục tại $x = 2$.D. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

Câu 8. [NB] Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5

A. $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$ C. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$ D. $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$

Câu 9. [NB] Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2-x} = 5$ B. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+5}{x-2} = +\infty$ C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = +\infty$

Câu 10. [NB] Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

A. $x = 4$.B. $x = 5$.C. $x = 2$.D. $x = 1$.

Câu 11. [NB] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$.

Câu 12. [NB] Giá trị $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 13. [TH] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8$; $u_5 = 17$. Công sai d bằng

A. $d = -3$.

B. $d = -5$.

C. $d = 3$.

D. $d = 5$.

Câu 14. [NB] Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

A. $y = \sqrt{x+2}$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \frac{x^2}{x-2}$.

D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 15. [NB] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 81$ và $u_2 = 27$. Tìm công bội q .

A. $q = -\frac{1}{3}$.

B. $q = \frac{1}{3}$.

C. $q = 3$.

D. $q = -3$.

Câu 16. [NB] Cho giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $I \in (3; 5)$

B. $I \in (2; 3)$

C. $I \in (5; 6)$

D. $I \in (1; 2)$

Câu 17. [NB] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 19$ và $d = -2$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = -2n^2 + 33$.

B. $u_n = -3n + 24$

C. $u_n = -2n + 21$

D. $u_n = 12 + 2n$

Câu 18. [NB] Giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$ bằng

A. $I = -\infty$.

B. $I = +\infty$.

C. $I = -2$.

D. $I = 5$.

Câu 19. [TH] Hàm số $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$ liên tục trên

A. $(-3; 10)$.

B. $[-3; 4]$.

C. $[-3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 4]$.

Câu 20. [NB] Giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+3}{n+1}$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 21. [NB] Tính giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$ bằng

A. $J = 0$.

B. $J = 2$.

C. $J = 1$.

D. $J = 3$.

Câu 22. [NB] Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. AB, CD là hai đường thẳng chéo nhau.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Câu 23. [NB] Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Câu 24. [NB] Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) mà $(\alpha) // c$ thì $a // b$.

B. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a // b$.

C. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a // b$.

D. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

Câu 25. [NB] Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$.

A. $I = 3$.

B. $I = -1$.

C. $I = +\infty$.

D. $I = -5$.

Câu 26. [TH] Cho các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \tan x$; $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$. Có bao nhiêu hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 27. [TH] Chọn mệnh đề sai.

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$.

Câu 28. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 29. [TH] Chọn mệnh đề đúng

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^2 + 3) = +\infty$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 5}{2n + 3} = 1$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$.

Câu 30. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA'

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 0° .

Câu 31. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh a và $SC \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) . Biết $SC = a$, tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, SC . Góc giữa EF và mặt phẳng (SAD) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 33. [TH] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để $I < 12$ biết $I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3)$.

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Câu 34. [TH] Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình vô nghiệm.

B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình có đúng hai nghiệm $x = 1; x = 2$.

D. Phương trình có đúng một nghiệm.

Câu 35. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. I là trực tâm của $\triangle ABC$.

B. I là trung điểm của AB .

C. I là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.

D. I là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Câu 36. [TH] Biết tổng $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Tính tích ab

A. 9.

B. 60.

C. 7.

D. 10.

Câu 37. [VD] Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11$; $u_2 = 13$. Tính tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$.

A. $S = \frac{9}{209}$.

B. $S = \frac{10}{211}$.

C. $S = \frac{10}{209}$.

D. $S = \frac{9}{200}$.

Câu 38. [TH] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$.

B. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$.

C. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$.

D. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$.

Câu 39. [TH] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. [TH] Hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 4)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 41. [NB] Số điểm gián đoạn của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$?

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Câu 42. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 6a$; $BD = 8a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = a\sqrt{10}$.

B. $MN = 7a$.

C. $MN = 5a$.

D. $MN = 10a$.

Câu 43. [TH] Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$ thì a bằng bao nhiêu?

A. $a = 2$.

B. $a = 0$

C. $a = -2$.

D. $a = -1$.

Câu 44. [NB] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$ thì $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$ bằng bao nhiêu?

A. -4 .

B. 4

C. 10.

D. -14 .

Câu 45. [TH] Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Tích các phần tử của tập S bằng.

A. -2 .

B. -8 .

C. -6 .

D. -1 .

Câu 46. [VD] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$ bằng 8 thì a bằng:

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 47. [VD] Cho a, b là các số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$. Tính $P = a^2 + b^2 - a - b$

A. 400

B. 225

C. 325

D. 320

Câu 48. [VDC] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$ ($x > 0$), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và vuông góc với cạnh CD tại I . Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng:

A. 12.

B. 6.

C. $8\sqrt{3}$.D. $4\sqrt{3}$.

Câu 49. [VD] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$ bằng:

A. $\frac{1}{5}$.B. $\frac{3}{5}$.

C. 20.

D. $-\frac{1}{20}$.

Câu 50. [VD] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số liên

tục tại điểm $x_0 = 0$. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2 - x + 36a < 0$.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

-----Hết-----

ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.B	5.A	6.D	7.D	8.A	9.D	10. A
11.D	12.D	13.C	14.C	15.B	16.A	17.C	18.A	19.B	20.C
21.A	22.C	23.B	24.D	25.B	26.B	27.D	28.A	29.C	30.C
31.D	32.A	33.B	34.B	35.C	36.D	37.A	38.C	39.A	40.B
41.D	42.C	43.C	44.A	45.C	46.A	47.D	48.B	49.B	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [TH] Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$
A. -3. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}{1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n} = \frac{1 - 0}{1 - 4 \cdot 0} = 1.$$

Câu 2. [NB] Cho hai đường thẳng a, b phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây sai?
A. Nếu $(P) \parallel (Q)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp (Q)$. **B.** Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.
C. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$. **D.** Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \parallel b$.

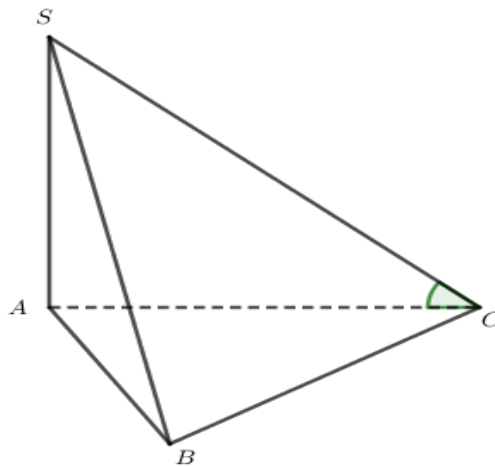
Lời giải

Theo tính chất mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng thì đáp án **A, C, D** đúng.

Trong đáp án **B** nếu a, b nằm trong mặt phẳng song song với (P) thì $b \parallel (P)$. Vậy kết luận ở câu **B** sai.

Câu 3. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$. Tìm góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .
A. 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 45° .

Lời giải



- Ta có $C = SC \cap (ABC)$ (1)

Hơn nữa, theo giả thiết $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) (2)

Từ (1) và (2) suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABC) .

Khi đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc giữa SC và AC hay góc $\widehat{SCA}$.

- Tính góc $\widehat{SCA}$

Ta có $SA \perp (ABC)$ mà $AC \subset (ABC)$ nên $SA \perp AC$.

Mặt khác, $SA = AC = a$ (theo giả thiết).

Suy ra tam giác SAC vuông cân tại A , suy ra $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 4. [NB] Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020} \right)^n$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$.

Lời giải

Xét đáp án A, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3 \cdot \frac{1}{n}}{1+2 \cdot \frac{1}{n}} = \frac{1+3 \cdot 0}{1+2 \cdot 0} = 1$.

Xét đáp án B, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020} \right)^n = 0$ vì $\left| \frac{2019}{2020} \right| < 1$.

Xét đáp án C, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = +\infty$.

Xét đáp án D, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 = +\infty$.

Câu 5. [TH] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ theo a .

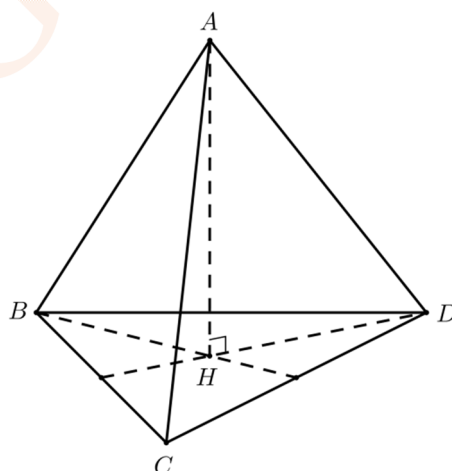
A. $\frac{1}{2}a^2$.

B. a^2 .

C. $-a^2$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Lời giải



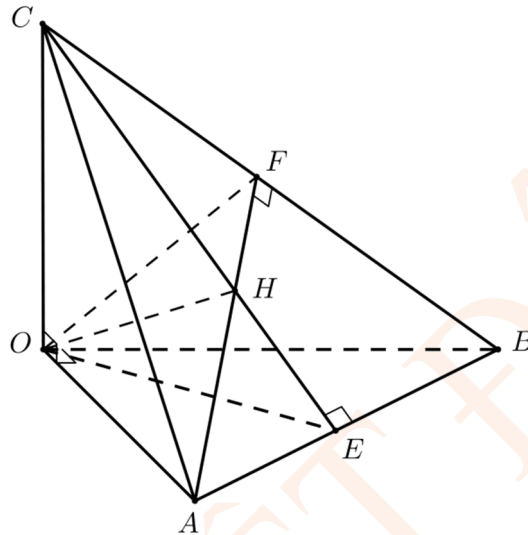
Tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a nên suy ra tam giác ABC đều cạnh a .

Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2$.

Câu 6. [VD] Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AB \perp OC$. B. $OH \perp (ABC)$. C. $OH \perp BC$. D. $OH \perp OA$.

Lời giải



Kẻ $CE \perp AB$ ($E \in AB$), $AF \perp AC$ ($F \in AC$), $CE \cap AF = H$.

Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau do đó

$$OA \perp (OBC), OB \perp (OAC), OC \perp (OAB).$$

- Ta có $OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$. Do đó đáp án A đúng.
- Ta có $\begin{cases} BC \perp AF \\ BC \perp OA \text{ (vì } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAF) \Rightarrow BC \perp OH$. Do đó đáp án C đúng.
- Ta có $\begin{cases} AB \perp CE \\ AB \perp OC \text{ (vì } OC \perp (OAB)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COE) \Rightarrow AB \perp OH$.

Do đó $\begin{cases} OH \perp BC \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$. Do đó đáp án B đúng.

- Ta có $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OF \Rightarrow \triangle AOF$ vuông tại O .

Suy ra OH không vuông góc với OA . Do đó đáp án D sai.

Câu 7. [NB] Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên khoảng $(1;5)$. B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2020$
C. Hàm số liên tục tại $x = 2$ D. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Nên hàm số sẽ gián đoạn tại $x = 2$

Câu 8. [NB] Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5

A. $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$

C. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$

D. $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7) = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 7 = 4 - 6 + 7 = 5$

Câu 9. [NB] Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai ?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2-x} = 5$

B. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+5}{x-2} = +\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = +\infty$

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3+\frac{2}{x}}{1-\frac{1}{x}} = \frac{3}{1} = 3$

Câu 10. [NB] Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

A. $x = 4$.

B. $x = 5$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Theo tính chất cấp số nhân ta có: $8^2 = x^2 \cdot x \Leftrightarrow x = 4$

Câu 11. [NB] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

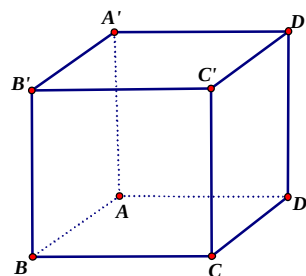
A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ là hai vectơ đối nhau nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$

Câu 12. [NB] Giá trị $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$

Câu 13. [TH] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8; u_5 = 17$. Công sai d bằng

A. $d = -3$.

B. $d = -5$.

C. $d = 3$.

D. $d = 5$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = 8 \\ u_5 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 8 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy $d = 3$.**Câu 14. [NB]** Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

A. $y = \sqrt{x+2}$. B. $y = \sin x$. C. $y = \frac{x^2}{x-2}$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2}{x-2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên không liên tục tại $x = 2$.

Câu 15. [NB] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 81$ và $u_2 = 27$. Tìm công bội q .

A. $q = -\frac{1}{3}$. B. $q = \frac{1}{3}$. C. $q = 3$. D. $q = -3$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_1 q = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy $q = \frac{1}{3}$.**Câu 16. [NB]** Cho giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $I \in (3; 5)$. B. $I \in (2; 3)$. C. $I \in (5; 6)$. D. $I \in (1; 2)$.

Lời giải

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \frac{4 + 0 + 0}{1 + 0 - 0} = 4.$$

Câu 17. [NB] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 19$ và $d = -2$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = -2n^2 + 33$ B. $u_n = -3n + 24$ C. $u_n = -2n + 21$ D. $u_n = 12 + 2n$

Lời giải

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 19 + (n-1)(-2) = -2n + 21.$$

Câu 18. [NB] Giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$ bằng

A. $I = -\infty$ B. $I = +\infty$ C. $I = -2$ D. $I = 5$

Lời giải

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -2 + 0 + 0 = -2.$$

$$\Rightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -\infty.$$

Câu 19. [TH] Hàm số $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$ liên tục trên

A. $(-3; 10)$.

B. $[-3; 4]$.

C. $[-3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 4]$.

Lời giải

Đkxđ: $\begin{cases} 3+x \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$. TXĐ: $D = [-3; 4]$.

+ Lấy x_0 bất kì thuộc khoảng $(-3; 4)$ thì

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{3+x_0} + \sqrt{4-x_0} = f(x_0) \Rightarrow$ hàm số liên tục trên khoảng $(-3; 4)$.

+ $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(-3)$.

+ $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(4)$.

Vậy hàm số $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$ liên tục trên đoạn $[-3; 4]$.

Câu 20. [NB] Giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1}$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{2+0}{1+0} = 2.$$

Câu 21. [NB] Tính giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$ bằng

A. $J = 0$.

B. $J = 2$.

C. $J = 1$.

D. $J = 3$.

Lời giải

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n-3}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{3}{n^3}}{1 + \frac{2}{n^3}} = \frac{0+0-0}{1+0} = 0$$

Câu 22. [NB] Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai đường thẳng chéo nhau.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải

Vì $ABCD$ là tứ diện thì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ **không** đồng phẳng.

Câu 23. [NB] Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Lời giải

Xét đáp án A là cấp số nhân với $u_1 = 1, q = -1$.

Xét đáp án B có $\frac{-3}{1} = \frac{9}{-3} \neq \frac{10}{9}$, suy ra không phải cấp số nhân.

Xét đáp án C là cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 0$.

Xét đáp án D là cấp số nhân với $u_1 = 32, q = \frac{1}{2}$.

Câu 24. [NB] Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) mà $(\alpha) // c$ thì $a // b$.

B. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a // b$.

C. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a // b$.

D. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

Lời giải

Đáp án B: chỉ đúng trong mặt phẳng.

Đáp án C: a và b có thể chéo nhau.

Đáp án D: đúng.

Câu 25.[NB] Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$.

A. $I = 3$.

B. $I = -1$.

C. $I = +\infty$.

D. $I = -5$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5) = 1^2 + 3 \cdot 1 - 5 = -1$.

Câu 26.[TH] Cho các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \tan x$; $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$. Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Vì các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ có tập xác định trên $\mathbb{R}$ nên chúng liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \tan x$ liên tục trên từng khoảng xác định $\left(\frac{-\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$.

Vậy có 3 hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 27.[TH] Chọn mệnh đề sai.

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$.

Lời giải

Ta có

$+$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0$. Đáp án A đúng.

$$\begin{aligned}
 & + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n}}{1+\frac{1}{n}} = \frac{0}{1} = 0. \text{ Đáp B đúng.} \\
 & + \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 3 - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} \\
 & = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \frac{2}{\sqrt{1} + 1} = 1.
 \end{aligned}$$

Đáp án C đúng.

Vậy đáp án D sai.

Câu 28. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

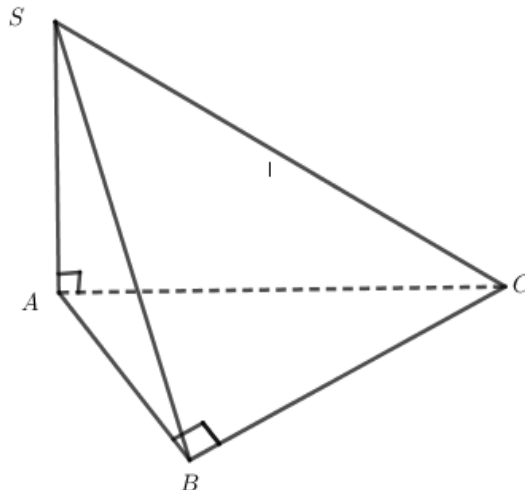
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải



Ta có ΔSAC vuông tại A (Do $SA \perp AC$)

ΔSAB vuông tại A (Do $SA \perp AB$)

ΔABC vuông tại B (Do $BC \perp AB$).

Lại có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $SB \subset (SAB)$ suy ra $BC \perp SB$ nên ΔSBC vuông tại B .

Vậy Hình chóp $S.ABC$ có 4 mặt là tam giác vuông.

Câu 29. [TH] Chọn mệnh đề **đúng**

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^2 + 3) = +\infty$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{2n+3} = 1$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$.

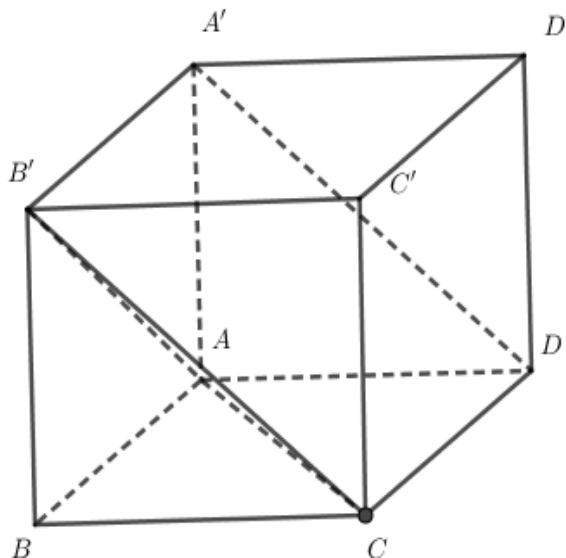
Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{2n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(2 + \frac{5}{n} \right)}{n \left(2 + \frac{3}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(2 + \frac{5}{n} \right)}{\left(2 + \frac{3}{n} \right)} = \frac{2}{2} = 1.$$

Câu 30. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng

A. 30° .B. 90° .C. 60° .D. 0° .

Lời giải



Ta có $A'D // B'C$ suy ra góc giữa hai đường thẳng AC và DA' là $\widehat{(AC, B'C)}$

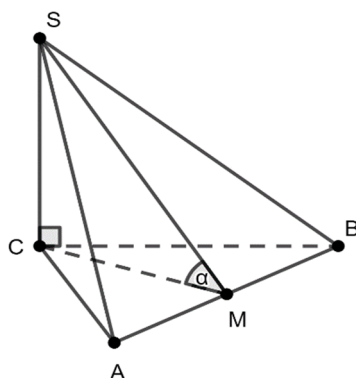
Ta thấy $AC, AB', B'C$ lần lượt là đường chéo của các hình vuông $ABCD, AA'B'B, BB'C'C$ nên tam giác ACB' đều. Suy ra $\widehat{ACB'} = 60^\circ$.

Vậy $\widehat{(AC, B'C)} = \widehat{ACB'} = 60^\circ$.

Câu 31. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh a và $SC \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) . Biết $SC = a$, tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



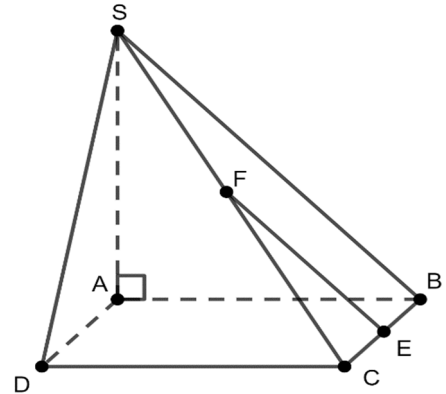
Ta có $SC \perp (ABC)$ nên C là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) . Khi đó, CM là hình chiếu vuông góc của SM xuống mặt phẳng (ABC) .

Do đó góc tạo bởi đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) là $\alpha = \widehat{(SM, MC)}$.

Tam giác SMC vuông tại C nên $\alpha = \widehat{SMC}$ và $\tan \alpha = \frac{SC}{MC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 32.** [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, SC . Góc giữa EF và mặt phẳng (SAD) bằng
- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải



Ta có EF là đường trung bình trong $\triangle ABC$ nên $EF \parallel SB$. Khi đó góc giữa EF và mặt phẳng (SAD) là góc giữa SB và mặt phẳng (SAD) .

Mặt khác, do $SA \perp BA$, $AD \perp BA$ nên $BA \perp (SAD)$. Do đó A là hình chiếu vuông góc của B lên (SAD) .

Suy ra, SA là hình chiếu vuông góc của SB lên (SAD) .

Khi đó góc giữa SB và mặt phẳng (SAD) là $\alpha = (\widehat{SB, SA})$.

Do $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $\alpha = \widehat{ASB} = 45^\circ$.

- Câu 33.** [TH] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để $I < 12$ biết $I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3)$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} ((-1)^4 - 2m(-1) + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (m^2 + 2m + 4) \\ &= m^2 + 2m + 4. \end{aligned}$$

Do đó, $I < 12 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 2$.

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$. Do đó, có tất cả 5 giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

- Câu 34.** [TH] Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình vô nghiệm.
B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.
C. Phương trình có đúng hai nghiệm $x = 1; x = 2$.
D. Phương trình có đúng một nghiệm.

Lời giải

Đặt $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$, hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (-1; 0)$$

$$\begin{cases} f(1)=1 \\ f(2)=-1 \end{cases} \Rightarrow f(1).f(2) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x)=0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (1;2)$$

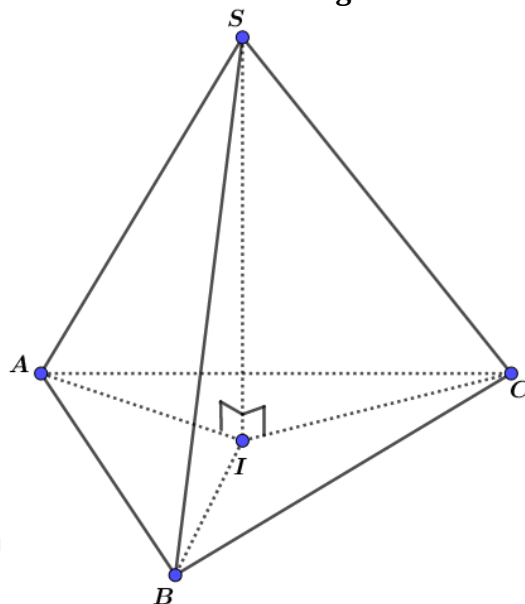
$$\begin{cases} f(2)=-1 \\ f(3)=3 \end{cases} \Rightarrow f(2).f(3) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x)=0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (2;3)$$

Do $(-1;0) \cap (1;2) \cap (2;3) = \emptyset$ nên ta sẽ có 3 nghiệm trên phân biệt và $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$ là phương trình bậc ba nên sẽ có tối đa 3 nghiệm. Vậy phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Câu 35. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. I là trực tâm của $\triangle ABC$.
- B. I là trung điểm của AB .
- C. I là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.
- D. I là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Lời giải



Ta có $\triangle SIA, \triangle SIB, \triangle SIC$ là các tam giác vuông tại I vì $SI \perp (ABC)$.

Xét $\triangle SIA$ vuông tại I và $\triangle SIB$ vuông tại I có: SI là cạnh chung, cạnh huyền $SA = SB \Rightarrow \triangle SIA = \triangle SIB$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow IA = IB$ (1).

Tương tự ta có $\triangle SIB = \triangle SIC \Rightarrow IB = IC$ (2).

Từ (1), (2) ta có $IA = IB = IC$. Vậy I là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.

Câu 36. [TH] Biết tổng $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tích

$a.b$

A. 9.

B. 60.

C. 7.

D. 10.

Lời giải

$$\text{Đặt } S_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$$

$$\text{Ta có } S_1 \text{ là tổng cấp số nhân lùi vô hạn với } u_1 = \frac{1}{3} \text{ và công bội } q = \frac{1}{3} \Rightarrow S_1 = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

Nên $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = 2 + S_1 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ từ đó ta có $a = 5, b = 2 \Rightarrow a.b = 10$.

Câu 37: [VD] Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11; u_2 = 13$. Tính tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$.

A. $S = \frac{9}{209}$.

B. $S = \frac{10}{211}$.

C. $S = \frac{10}{209}$.

D. $S = \frac{9}{200}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = 11; u_2 = 13 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 2$.

Lại có $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$.

$$\Rightarrow 2S = \frac{2}{u_1 u_2} + \frac{2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{2}{u_{99} u_{100}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{100} - u_{99}}{u_{99} u_{100}}$$

$$= \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots - \frac{1}{u_{99}} + \frac{1}{u_{99}} - \frac{1}{u_{100}} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{100}} \right) = \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 99d} \right) = \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{11 + 99 \cdot 2} \right) = \frac{18}{209}.$$

$$\Rightarrow S = \frac{9}{209}.$$

Câu 38: [TH] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$.

B. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$.

C. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$.

D. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{u_5}{u_2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{-2}} = -3.$$

$$\text{Và } u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow S_{1000} = \frac{u_1(q^{1000} - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{2}{3} [(-3)^{1000} - 1]}{-3 - 1} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}.$$

Câu 39. [TH] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

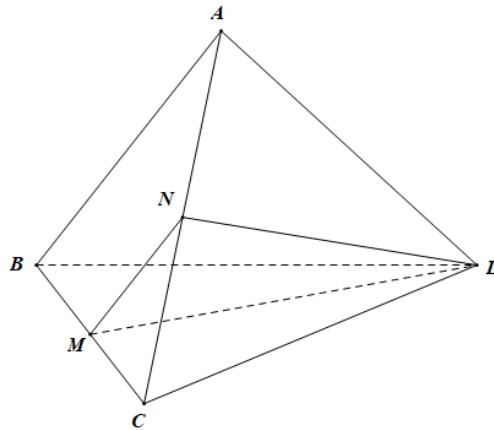
A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm $AC \Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} (\widehat{AB, DM}) = (\widehat{MN, DM}) \\ MN = \frac{a}{2} \end{cases}$.

Ta có $ABCD$ là hình chóp đều.

$$\Rightarrow \begin{cases} DM \perp BC \\ DN \perp AC \end{cases} \Rightarrow DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos(\widehat{AB, DM}) &= \cos(\widehat{MN, DM}) = |\cos \widehat{NMD}| = \left| \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2 \cdot MN \cdot MD} \right| \\ &= \left| \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Câu 40. [TH] Hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 4)$. **B.** $(2; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. $\mathbb{R}$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên tập $(2; +\infty)$. Với mọi $x_0 \in (2; +\infty)$ ta có

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}} = \frac{2x_0+3}{\sqrt{x_0-2}} = f(x_0)$$

Do đó hàm số liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 41. [NB] Số điểm gián đoạn của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$?

- A. 0 B. 2 C. 1 **D.** 3

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên tập hợp $\mathbb{R} \setminus \{1; -2 \pm \sqrt{2}\}$.

Do đó $f(x)$ gián đoạn tại 3 điểm là $1; -2 - \sqrt{2}$ và $-2 + \sqrt{2}$.

Câu 42. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 6a$; $BD = 8a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

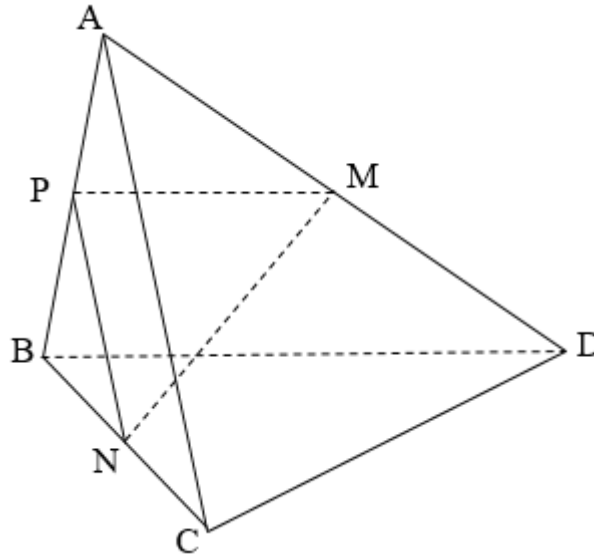
A. $MN = a\sqrt{10}$.

B. $MN = 7a$.

C. $MN = 5a$.

D. $MN = 10a$.

Lời giải



Gọi P là trung điểm của đoạn AB . Theo tính chất đường trung bình trong các tam giác ABD ta có PM song song với BD và $PM = \frac{1}{2}BD = 4a$.

Tương tự, trong tam giác ABC ta có PN song song với AC và $PN = \frac{1}{2}AC = 3a$.

Theo giả thiết $AC \perp BD$ nên $PM \perp PN$.

Trong tam giác vuông MPN , ta có $MN = \sqrt{PM^2 + PN^2} = 5a$.

Câu 43. [TH] Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$ thì a bằng bao nhiêu?

A. $a = 2$.

B. $a = 0$

C. $a = -2$.

D. $a = -1$.

Lời giải

Ta có, $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = (-2)^2 - 2a(-2) + 3 + a^2 = a^2 + 4a + 7$.

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 7 = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 = 0.$$

$$\Leftrightarrow a = -2.$$

Câu 44. [NB] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$ thì $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$ bằng bao nhiêu?

A. -4 .

B. 4

C. 10 .

D. -14 .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = 10 - 2 \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10 - 2 \cdot 7 = -4.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = -4.$$

Câu 45. [TH] Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

liên tục tại $x = 1$. Tích các phần tử của tập S bằng.

A. -2 .

B. -8 .

C. -6 .

D. -1 .

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f(1) = m^2 + m - 8$.

Mặt khác, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = -2$

Khi đó, để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

$$\text{Hay } m^2 + m - 8 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy tích các phần tử của tập S bằng -6 .

Câu 46. [VD] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$ bằng 8 thì a bằng:

A. 2 .

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

Lời giải

- Diện tích của hình vuông $ABCD$ là $S_1 = a^2$.

- Diện tích của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ là $S_2 = \left(a \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$.

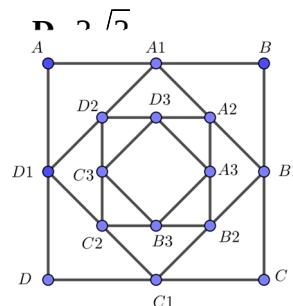
- Tương tự diện tích $S_3, S_4, \dots$ lần lượt là $\frac{a^2}{4}, \frac{a^2}{8}, \dots$

Các diện tích này lập thành một CSN lùi vô hạn có $u_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$ và

$$S_n = S_1 + S_2 + \dots$$

$$\text{Khi đó } S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2a^2.$$

$$S = 8 \Leftrightarrow a = 2 (a > 0).$$



Câu 47. [VD] Cho a, b là các số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$. Tính $P = a^2 + b^2 - a - b$

A. 400

B. 225

C. 325

D. 320

Lời giải

$$\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x^2 - 1) + b(x - 1) + a + b - 5}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} [a(x+1) + b] + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a+b-5}{x-1}$$

$$= 2a+b + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a+b-5}{x-1}.$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x-1} = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=20 \\ a+b-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=15 \\ b=-10 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = 15^2 + (-10)^2 - 15 - (-10) = 320.$$

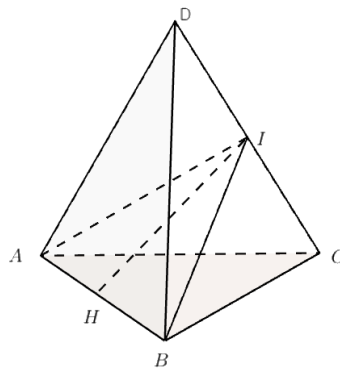
Câu 48.[VDC] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$ ($x > 0$), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và vuông góc với cạnh CD tại I . Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng:

A. 12

B. 6

C. $8\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

Lời giải



- Các $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ đều vì có các cạnh đều bằng 4.

- Gọi I là trung điểm của CD thì $AI \perp CD$, $BI \perp CD \Rightarrow (ABI) \perp CD$. Mặt phẳng (P) chính là mặt phẳng (ABI) .

- Mặt khác ta có AI và BI là các đường cao trong tam giác đều cạnh bằng 4 nên $AI = BI = 2\sqrt{3}$.

- Gọi H là trung điểm của AB thì IH là đường cao trong tam giác cân ABI

$$\Rightarrow IH = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\Rightarrow S_{IAB} = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\text{Sử dụng bất đẳng thức Côsi ta có : } S_{IAB} \leq \frac{\frac{x^2}{4} + \left(12 - \frac{x^2}{4}\right)}{2} = 6.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x}{2} = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6}.$$

Vậy diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng 6.

Câu 49. [VD] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6} \text{ bằng}$$

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 20.

D. $-\frac{1}{20}$.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$ nên $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)-16] = 0$ do nếu giới hạn này khác 0 thì giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2}$ sẽ bằng vô cùng. Ta suy ra được $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$.

Biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-32}{(x-2)(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right]$$

Do $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$ nên suy ra $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = \frac{1}{20}$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = 12 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5}$.

Câu 50. [VD] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số

liên tục tại điểm $x_0 = 0$. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2 - x + 36a < 0$.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = 3$. Ta biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{(ax^2+(2a+1)x)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(ax+2a+1)(\sqrt{4x+1}+1)} \quad (1)$$

+) Nếu $a = -\frac{1}{2}$ thì giới hạn (1) không tồn tại, hàm số không liên tục tại điểm 0 nên loại trường hợp này.

+) Nếu $a \neq -\frac{1}{2}$ giới hạn (1) bằng $\frac{2}{2a+1}$. Vậy để hàm số liên tục tại điểm 0 khi và chỉ khi

$$\frac{2}{2a+1} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}.$$

Như vậy ta cần tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$. Giải ra ta được $-2 < x < 3$. Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên là $-1; 0; 1; 2$.

ĐỀ SỐ 6

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 20 câu TN, 5 câu tự luận)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (5,0 ĐIỂM)

Câu 1. [NB] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2019}{2n+1}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 2019. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. [NB] Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $GA = GB = GC = GD$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$. D. $GA + GB + GC + GD = 0$.

Câu 3. [NB] $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 4. [NB] $\lim u_n$, với $u_n = \frac{5n^2 + 3n - 7}{n^2}$ bằng

- A. 0. B. 5. C. 3. D. -7.

Câu 5. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của BC , biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ và $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 6. [TH] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 7. [TH] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- A. -3. B. $+\infty$. C. 3. D. $-\infty$.

Câu 8. [VD] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3\sqrt{x^2 - 2}}{x}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 3. D. -3.

Câu 9. [TH] $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 4}{x - 1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. -4. C. 3. D. $-\infty$.

Câu 10. [NB] Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

- A. $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$. B. $y = x^3 + x + 1$. C. $y = \frac{x}{x^2-1}$. D. $y = \sin x$.

Câu 11. [TH] Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$. D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{A_1D_1}$.

Câu 12. [TH] $\lim(-2n^3 + 2n + 1)$ bằng

- A. $+\infty$. B. 2. C. -2. D. $-\infty$.

Câu 13. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 14. [TH] Tính $\lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$.

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 0$. D. $I = +\infty$.

Câu 15. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , SA vuông góc với đáy, M là trung điểm của BC , J là trung điểm của BM . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC \perp (SAM)$. B. $BC \perp (SAC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $BC \perp (SAJ)$.

Câu 16. [TH] Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x^2-5x+4}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(-1; 2)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(2; 3)$.

Câu 17. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $CM \perp SB$. B. $NC \perp AB$. C. $AN \perp BC$. D. $MN \perp MC$.

Câu 18. [VD] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

- A. $m=1$. B. $m=-2$. C. $m=-1$. D. $m=0$

Câu 19. [VDC] Cho hai dãy $\{u_n\}, \{v_n\}$ thỏa mãn $v_n = u_{n+1} - u_n, \forall n \geq 1$, trong đó $u_1 = 1$ và $\{v_n\}$ là cấp số cộng có $v_1 = 3$, công sai là 3. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3}$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$

Câu 20. [VDC] Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[2019]{1+2020x} - 1}{x} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b$.

A. 2019.

B. 2020.

C. -1.

D. 1.

PHẦN II. TỰ LUẬN (5,0 ĐIỂM)

Câu 21. [TH] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Câu 22. [TH] Tính $\lim \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$.

Câu 23. [VD] Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4} + \sqrt[3]{5x+8} - \sqrt{3x+1} - 3}{x^2 + 3x}$.

Câu 24. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2a$, $AB = BC = a$. Chứng minh tam giác SCD là tam giác vuông.

Câu 25. [VDC] Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}$. Tìm k để bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một mặt phẳng.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.D	4.B	5.C	6.C	7.D	8.D	9.D	10.C
11.D	12.D	13.D	14.B	15.A	16.D	17.C	18.B	19.D	20.D

LỜI GIẢI

Câu 1. [NB] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2019}{2n+1}$ bằng

- A. 4. **B.** 2. C. 2019. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2019}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2019}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = 2.$$

Câu 2. [NB] Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $GA = GB = GC = GD$. **B.** $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
C. $\vec{GA} = \vec{GB} = \vec{GC} = \vec{GD}$. **D.** $GA + GB + GC + GD = 0$.

Lời giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

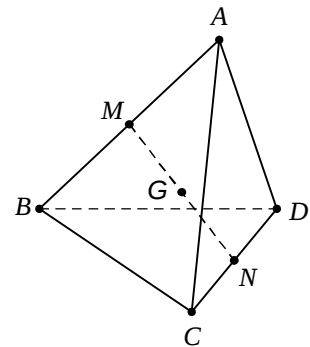
Khi đó ta có G là trung điểm của MN và:

$$\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GM}$$

$$\vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GN}$$

Cộng hai vế tương ứng ta được

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GM} + 2\vec{GN} = \vec{0}.$$



Câu 3. [NB] $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{2019}{x^2} - \frac{2020}{x^3} \right).$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2019}{x^2} - \frac{2020}{x^3} \right) = 1 > 0$$

$$\text{nên theo quy tắc 2, } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020) = +\infty.$$

Câu 4. [NB] $\lim u_n$, với $u_n = \frac{5n^2 + 3n - 7}{n^2}$ bằng

- A. 0. B. 5. C. 3. D. -7.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim u_n = \lim \left(\frac{5n^2}{n^2} + \frac{3n}{n^2} - \frac{7}{n^2} \right) = \lim \left(5 + \frac{3}{n} - \frac{7}{n^2} \right) = 5.$$

Câu 5. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của BC , biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ và $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a})$.
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}).$$

Câu 6. [TH] $\lim \frac{3^n - 4.2^{n-1} - 3}{3.2^n + 4^n}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Lời giải

Ta có

$$\lim \frac{3^n - 4.2^{n-1} - 3}{3.2^n + 4^n} = \lim \frac{3^n - 2.2^n - 3}{3.2^n + 4^n} = \lim \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n + 1} = 0.$$

Câu 7. [TH] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Giá trị $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ bằng

- A. -3. B. $+\infty$. C. 3. D. $-\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right).$$

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = 1 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

Câu 8. [VD] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3\sqrt{x^2 - 2}}{x}$ bằng

A. $-\infty$.B. $+\infty$.

C. 3.

D. -3 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3\sqrt{x^2-2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3|x|\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-3\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}\right) = -3.$$

Câu 9. [TH] $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-4}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$.B. -4 .

C. 3.

D. $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} (3x-4) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$ và $x-1 > 0$, $\forall x > 1$ (do $x \rightarrow 1^+$)

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-4}{x-1} = -\infty.$$

Câu 10. [NB] Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$.

B. $y = x^3 + x + 1$.

C. $y = \frac{x}{x^2-1}$.

D. $y = \sin x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{x}{x^2-1}$, hàm số này không xác định tại $x=1$. Do đó hàm số gián đoạn tại $x=1$.

Câu 11. [TH] Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Đẳng thức nào sau đây sai?

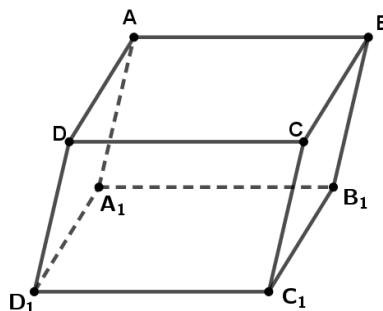
A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$.

D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{A_1D_1}$.

Lời giải



$$+ \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}.$$

$$+ \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C_1A_1} = \vec{0}.$$

$$+ \overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{CC_1}.$$

$$+ \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1D_1} = \overrightarrow{AD_1}.$$

Câu 12. [TH] Tính $\lim(-2n^3 + 2n + 1)$.

A. $+\infty$.

B. 2.

C. -2.

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim(-2n^3 + 2n + 1) = \lim n^3 \left(-2 + \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right).$$

$$\text{Vì } \lim n^3 = +\infty \text{ và } \lim \left(-2 + \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right) = -2 \text{ nên } \lim(-2n^3 + 2n + 1) = -\infty.$$

Câu 13. [TH] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

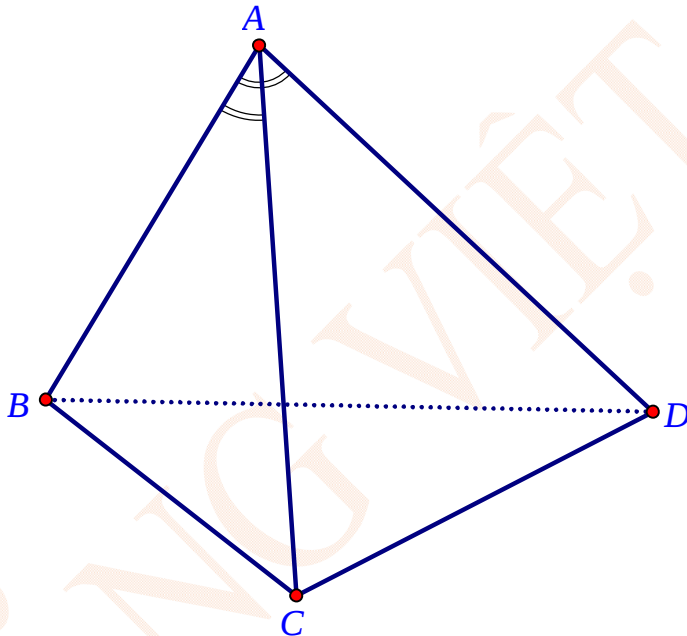
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} - AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 0.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}, \text{ tức } AB \perp CD. \text{ Vậy } (AB, CD) = 90^\circ.$$

Câu 14. [TH] Tính $I = \lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$.

A. $I = 1$.

B. $I = -1$.

C. $I = 0$.

D. $I = +\infty$.

Lời giải

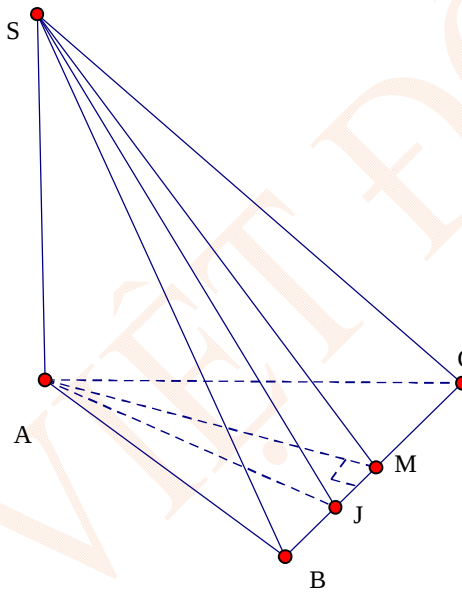
Ta có

$$I = \lim \left(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n \right) = \lim \frac{(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)(\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n)}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n} = \lim \frac{(n^2 - 2n + 3) - n^2}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n}$$

$$= \lim \frac{-2n + 3}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n} = \lim \frac{-2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \frac{-2}{\sqrt{1} + 1} = -1.$$

- Câu 15.** [TH] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , SA vuông góc với đáy, M là trung điểm của BC , J là trung điểm của BM . Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $BC \perp (SAM)$. **B.** $BC \perp (SAC)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $BC \perp (SAJ)$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ (1).

$\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow AM \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAM)$.

- Câu 16.** [TH] Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 4}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 4)$. **B.** $(-1; 2)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(2; 3)$.

Lời giải

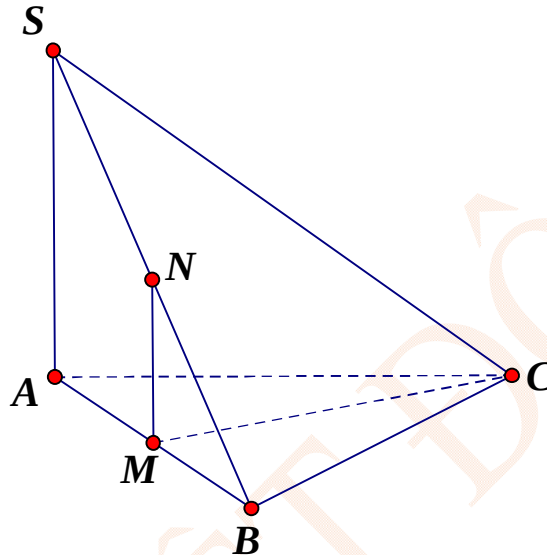
Ta có $f(x)$ là hàm số phân thức hữu tỉ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$ nên $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; 4)$, $(4; +\infty)$.

Do đó $f(x)$ liên tục trên $(2; 3)$.

Câu 17. [VD] Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $CM \perp SB$. B. $NC \perp AB$. C. $AN \perp BC$. D. $MN \perp MC$.

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CM$ (1)

ΔABC đều $\Rightarrow AB \perp CM$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $CM \perp (SAB)$. Tức $CM \perp SB$, $CM \perp MN$.

Lại có: $MN \parallel SA \Rightarrow MN \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp AB$ (3)

Từ (2) và (3) ta có $AB \perp (CMN)$. Tức $AB \perp NC$.

Giả sử $AN \perp BC$. Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow AS \perp BC$ nên $BC \perp (SAB)$, dẫn đến $BC \perp AB$, vô lý. Do đó điều giả sử là sai.

Câu 18. [VD] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{liên tục tại } x=0.$$

- A. $m=1$. B. $m=-2$. C. $m=-1$. D. $m=0$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m+1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} \right) = -1$$

$$f(0) = m+1$$

$$f(x) \text{ liên tục tại } x=0 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2.$$

Câu 19. [VDC] Cho hai dãy $(u_n), (v_n)$ thỏa mãn $v_n = u_{n+1} - u_n, \forall n \geq 1$, trong đó $u_1 = 1$ và (v_n) là cấp số cộng có $v_1 = 3$, công sai là 3. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3}$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } v_n = v_1 + (n-1)d = 3 + 3(n-1) = 3n$$

$$\text{Do } u_n = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) + u_1 = v_{n-1} + v_{n-2} + \dots + v_1 + 1.$$

$$\text{Nên } u_n = 3[(n-1) + (n-2) + \dots + 1] + 1 = \frac{3n(n-1)}{2} + 1 = \frac{3n^2 - 3n + 2}{2} = \frac{3}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 1$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó ta có: } u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n &= \frac{3}{2}(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) - \frac{3}{2}(1 + 2 + \dots + n) + n.1 \\ &= \frac{3}{2} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{3}{2} \frac{n(n+1)}{2} + n = \frac{n^3 + n}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2n^2} \right) = \frac{1}{2}.$$

Câu 20. [VDC] Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[2019]{1+2020x} - 1}{x} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a-b$.

- A. 2019. B. 2020. C. -1. D. 1.

Lời giải

$$\text{Đặt } y = \sqrt[2019]{1+2020x}. \text{ Do } x \rightarrow 0 \text{ nên } y \rightarrow 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[2019]{1+2020x} - 1}{x} &= 2020 \cdot \lim_{y \rightarrow 1} \frac{y-1}{y^{2019} - 1} = 2020 \cdot \lim_{y \rightarrow 1} \frac{y-1}{(y-1)(y^{2018} + y^{2017} + \dots + y + 1)} \\ &= 2020 \cdot \lim_{y \rightarrow 1} \frac{1}{y^{2018} + y^{2017} + \dots + y + 1} = \frac{2020}{2019}. \end{aligned}$$

$$\text{Tức } a = 2020, b = 2019. \text{ Vậy } a-b = 2020 - 2019 = 1.$$

PHẦN II. TỰ LUẬN (5,0 ĐIỂM)

Câu 21. [TH] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Lời giải

Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

+ Với mọi $x \in (-\infty; 1)$ thì $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

Ta có: $\forall x_0 \in (-\infty; 1), \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{x_0^2-1}{x_0-1} = f(x_0)$

Nên hàm số f liên tục trên $(-\infty; 1)$ (1)

+ Với mọi $x \in (1; +\infty)$ thì $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

Ta có: $\forall x_0 \in (1; +\infty), \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{x_0^2-1}{x_0-1} = f(x_0)$

Nên hàm số f liên tục trên $(1; +\infty)$ (2)

+ Tại $x = 1$:

Ta có $f(1) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

Tức hàm số f liên tục tại $x = 1$ (3)

Từ (1), (2) và (3). Suy ra, hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$.

Kết luận: Hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 22. [TH] Tính $\lim \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right), \forall k \in \mathbb{N}^*$

Do đó: $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$
 $= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$
 $= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{n}{2n+1}$

$$\begin{aligned}
 & \text{Nên } \lim \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) \\
 &= \lim \frac{n}{2n+1} = \lim \frac{n}{n \left(2 + \frac{1}{n} \right)} \\
 &= \lim \frac{1}{\left(2 + \frac{1}{n} \right)} = \frac{1}{2+0} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

$$\text{Kết luận: } \lim \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) = \frac{1}{2}.$$

Câu 23. [VD] Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4} + \sqrt[3]{5x+8} - \sqrt{3x+1} - 3}{x^2 + 3x}.$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt{2x+4} + \sqrt[3]{5x+8} - \sqrt{3x+1} - 3}{x^2 + 3x} \\
 &= \frac{(\sqrt{2x+4} - 2) + (\sqrt[3]{5x+8} - 2) - (\sqrt{3x+1} - 1)}{(x+3)x} \\
 &= \frac{2x}{(\sqrt{2x+4} + 2)(x+3)x} + \frac{5x}{\left((\sqrt[3]{5x+8})^2 + 2\sqrt[3]{5x+8} + 2^2 \right)(x+3)x} - \frac{3x}{(\sqrt{3x+1} + 1)(x+3)x} \\
 &= \frac{2}{(\sqrt{2x+4} + 2)(x+3)} + \frac{5}{\left((\sqrt[3]{5x+8})^2 + 2\sqrt[3]{5x+8} + 4 \right)(x+3)} - \frac{3}{(\sqrt{3x+1} + 1)(x+3)}
 \end{aligned}$$

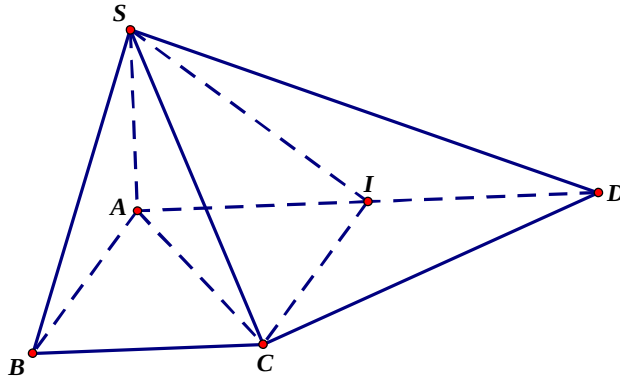
Do đó $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4} + \sqrt[3]{5x+8} - \sqrt{3x+1} - 3}{x^2 + 3x}$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{(\sqrt{2x+4} + 2)(x+3)} + \frac{5}{\left((\sqrt[3]{5x+8})^2 + 2\sqrt[3]{5x+8} + 4 \right)(x+3)} - \frac{3}{(\sqrt{3x+1} + 1)(x+3)} \right) \\
 &= \frac{2}{(2+2)3} + \frac{5}{(4+4+4)3} - \frac{3}{(1+1)3} \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{5}{36} - \frac{1}{2} = -\frac{7}{36}.
 \end{aligned}$$

Kết luận: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4} + \sqrt[3]{5x+8} - \sqrt{3x+1} - 3}{x^2 + 3x} = -\frac{7}{36}.$

Câu 24. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2a$, $AB = BC = a$. Chứng minh tam giác SCD là tam giác vuông.

Lời giải

NỘI DUNG	ĐIỂM
 Ta có : $\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ CD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp CD \quad (1).$	0,5
+ Gọi I là trung điểm của AD, khi đó $ABCI$ là hình vuông. Do đó $CI = \frac{1}{2}AD$ nên tam giác ACD vuông tại C. Tức $AC \perp CD$ (2). Từ (1) và (2) ta có $CD \perp SC$. Tức $\triangle SCD$ vuông tại C.	0,5

Câu 25. [VDC] Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, $\overline{BN} = \frac{2}{3}\overline{BC}$, $\overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{AD}$ và $\overline{DP} = k\overline{DC}$. Tìm k để bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một mặt phẳng.

Lời giải

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cách 1: $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ $\overline{BN} = \frac{2}{3}\overline{BC} \Rightarrow \overline{AN} - \overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{AC} - \frac{2}{3}\overline{AB} \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ $\overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{AD}$ $\overline{DP} = k\overline{DC} \Rightarrow \overline{AP} - \overline{AD} = k(\overline{AC} - \overline{AD}) \Rightarrow \overline{AP} = k\overline{AC} + (1-k)\overline{AD}$	0,5
Điều kiện 4 điểm P, Q, M, N đồng phẳng là tồn tại các số thực x, y, z thỏa mãn $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ \overline{AP} = x\overline{AM} + y\overline{AN} + z\overline{AQ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ \overline{AP} = \frac{x}{3}\overline{AB} + y\left(\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}\right) + \frac{z}{2}\overline{AD} \end{cases}$	0,5

$$\text{Tức } \begin{cases} x + y + z = 1 & (1) \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = 0 & (2) \\ \frac{2}{3}y = k \\ \frac{1}{2}z = 1 - k \end{cases}$$

Từ phương (1) và phương trình (2) ta có $z = 1$. Tức $k = \frac{1}{2}$ (nhận)

Cách 2:

Giả sử M, N, P, Q đồng phẳng:

Ta có: $(MNPQ) \cap (BAC) = MN$, $(MNPQ) \cap (DAC) = PQ$, $(BAC) \cap (DAC) = AC$.

Do MN, PQ, AC đôi một không trùng nhau và $MN \parallel AC$ nên $PQ \parallel AC$. Từ đây có $k = \frac{1}{2}$.

Thử lại, thấy $k = \frac{1}{2}$ thỏa mãn.

ĐỀ SỐ 7

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

- Câu 1:** Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.
- A. $m = 2$ B. $m = 4$ C. $m = 0$ D. $m = 1$
- Câu 2:** Tính tổng $S = 0,3 + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots + (0,3)^n + \dots$
- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{11}{7}$ D. $\frac{7}{3}$
- Câu 3:** Cho phương trình $x^5 - 7x^4 + 3x^2 + 2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$
- B. Phương trình có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(-1; 3)$
- C. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 1)$
- D. Phương trình có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$
- Câu 4:** Tìm khẳng định đúng:
- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = -\infty$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty$ C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} q^n = 0 (q \geq 1)$ D. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$
- Câu 5:** Biết $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+a}{x+1} = -\infty$ thì giá trị của a thỏa mãn:
- A. $a > -3$ B. $a > 3$ C. $a < 3$ D. $a < 5$
- Câu 6:** Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^2+1}+4-3n}{n+3} = a\sqrt{2}+b$. Mệnh đề nào đúng?
- A. $a = 3b$. B. $\sqrt{a+b+3} < 3$. C. $2a+b=0$. D. $a+b > 2$.
- Câu 7:** Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+an+3} - \sqrt{n^2+bn-1}) = 1$.
- A. $a+b=2$. B. $a+b=1$. C. $a-b=2$. D. $a-b=1$.
- Câu 8:** Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB . Khi đó góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}$.
- A. 90° . B. 45° . C. 120° . D. 60° .
- Câu 9:** Chọn mệnh đề đúng?
Trong không gian:
- A. Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector phải nằm trong một mặt phẳng.
- B. Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó có giá cùng song song với nhau.
- C. Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó cùng hướng.
- D. Ba vec tơ đồng phẳng khi và chỉ khi giá của ba vec tơ đó cùng song song với một mặt phẳng.
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. H là hình chiếu vuông góc của A lên SB . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $AH \perp SC$. B. $AH \perp AC$. C. $AH \perp AB$. D. $AH \perp (SAC)$.
- Câu 11:** Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$:
- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 12: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $n^2 - 4n$. B. $\frac{n^2 - 3n}{n+1}$. C. $\left(\frac{6}{5}\right)^n$. D. $\left(-\frac{2}{3}\right)^n$.

Câu 13: Cho các khẳng định:

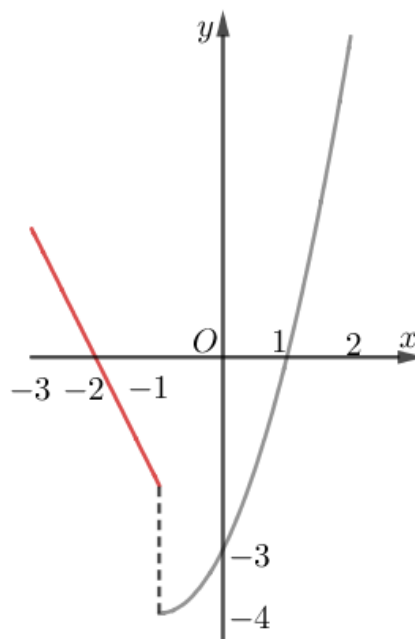
(I): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$. Khi đó phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(a; b)$.

(II): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) > 0$. Khi đó phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(a; b)$.

Trong các khẳng định trên:

- A. Chỉ (I) đúng. B. Cả (I), (II) đúng. C. Cả (I), (II) sai. D. Chỉ (II) đúng.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Chọn đáp án đúng:

- A. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = -1$. B. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.
C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-3; 1)$. D. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một đường thẳng Δ cắt các đường thẳng $AA', BC, C'D'$ lần lượt tại M, N, P sao cho $\overline{NM} = 3\overline{NP}$. Tính $k = \frac{MA}{MA'}$?

- A. $k = \frac{2}{3}$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{3}{2}$.

Câu 16: Cho $\vec{u}, \vec{v}$ bất kì, chọn mệnh đề đúng?

- A. $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}{\vec{u} \cdot \vec{v}}$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$.
C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$. D. $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

Câu 17: $\lim(4 - n^{2018} - n^{2019})$ bằng:

- A. 0. B. $-\infty$. C. -2019. D. $+\infty$.

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , các cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa cạnh bên SB và $(ABCD)$ bằng:

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 19: Rút gọn $S = 1 + \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots + \sin^{2n} x + \dots$ với $\sin x \neq \pm 1$.

- A. $S = \cos^2 x$. B. $S = \tan^2 x$. C. $S = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$. D. $S = 1 + \tan^2 x$.

Câu 20: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}} - \sqrt{x} \right) = \frac{\sqrt{a}}{b}$ (với a, b nguyên dương nhỏ nhất).

Tính $a + b$.

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 21: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x < 2 \\ ax + a - 5 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

- A. $a = 1$. B. $a = 3$. C. $a = 0$. D. $a = 2$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. Hàm số gián đoạn tại $x = 0$. B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục trên $[-1; +\infty)$. D. Hàm số liên tục trên $(-3; 2)$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a\sqrt{2}$ và $BC = 2a$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AC và SB .

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Một mặt phẳng (α) qua A vuông góc với SC cắt hình chóp với thiết diện là:

- A. Hình thoi có một góc có số đo 120° . B. Hình vuông.
C. Hình bình hành. D. Tứ giác có hai đường chéo vuông góc.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD và MN . Chọn khẳng định đúng:

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{MN}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 26: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \frac{5}{m} - \frac{1}{n}$ (với m, n là các số nguyên dương). Tính $m - n$?

- A. 15. B. 14. C. 12. D. 16.

Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{DE}$?

- A. 120° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 28: $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5}{x-3}$ bằng

- A. $-\frac{15}{2}$. B. $-\infty$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Góc giữa AB và CD bằng.

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 30: Tìm m để hàm số: $y = \begin{cases} x+2m & \text{khi } x < 0 \\ x^2+x+1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- A. $m = \frac{1}{4}$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 0$.

Câu 31: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+3} - x)$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. 0.

Câu 32: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 B. I là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$.
 C. G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M$.
 D. $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp. Khi đó ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 33: $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^2 - 4)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. -4. D. -1.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

- A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 35: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$ bằng

- A. 2018.2019. B. 1009.2019. C. 1010.2019. D. 0.

Câu 36: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{1}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) liên tục tại $x = 1$. Hãy tính $S = 2a + 5b$.

- A. $S = 10$. B. $S = 7$. C. $S = 4$. D. $S = 2$.

Câu 37: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$ bằng:

- A. -1. B. -2. C. 2. D. 1.

Câu 38: Cho $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ thỏa mãn $f(-1) = 1; f(5) = 6$. Phương trình nào sau đây luôn có nghiệm trong khoảng $(-1; 5)$?

- A. $f(x) = 8$. B. $f(x) = 3$. C. $f(x) + 5 = 0$. D. $f(x) = 1$.

Câu 39: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2+5n+1} - 2n)$ bằng:

- A. $-\infty$. B. $\frac{5}{2}$. C. $+\infty$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 40: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5 - 3x^2 - 2019x^4)$ bằng:

- A. $-\infty$. B. -3. C. -2019. D. $+\infty$.

- Câu 41:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây sai?
A. $SO \perp (ABCD)$. **B.** $AC \perp (SBD)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $AB \perp (SAD)$.
- Câu 42:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết $SO \perp (ABC)$, $SO = 2a$. Gọi M là điểm thuộc đường cao AH của tam giác ABC . Xét mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với AH , $AM = x$, $x > \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Xác định vị trí điểm M để thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích lớn nhất. Khi đó $\frac{AM}{AH}$ bằng:
A. $\frac{AM}{AH} = \frac{4}{5}$. **B.** $\frac{AM}{AH} = \frac{5}{6}$ **C.** $\frac{AM}{AH} = \frac{3}{4}$. **D.** $\frac{AM}{AH} = \frac{2}{3}$.
- Câu 43:** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \frac{a}{b\sqrt{c}}$ ($a, c, c \in \mathbb{Z}$). Tính $a - b + c$.
A. 0. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.
- Câu 44:** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5)$ bằng
A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -2018.
- Câu 45:** Hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$ không liên tục tại
A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 0$.
- Câu 46:** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 3x}{2x + 5}$ bằng
A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{3}{5}$.
- Câu 47:** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 3n}{3n^2 - n + 2}$ bằng:
A. 1. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.
- Câu 48:** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và điểm O không thuộc mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là sai?
A. Nếu hai đường thẳng a và b cùng vuông góc với mặt phẳng (P) thì chúng song song với nhau.
B. Nếu $a // b$ và a vuông góc với mặt phẳng (P) thì b cũng vuông góc với mặt phẳng (P) .
C. Có duy nhất một đường thẳng d đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (P) .
D. Có duy nhất một đường thẳng d đi qua điểm O và vuông góc với mặt phẳng (P) .
- Câu 49:** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^{n+2}}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n}$ bằng:
A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 900. **D.** 180.
- Câu 50:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\tan \alpha$?
A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\tan \alpha = \sqrt{2}$. **D.** $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

A. $m = 2$ B. $m = 4$ C. $m = 0$ D. $m = 1$

Lời giải

Chọn B

Để hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập xác định thì hàm số phải liên tục tại $x = 3$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+1}+2) = 4.$$

$$f(3) = m$$

Để hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ thì $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 2: Tính tổng $S = 0,3 + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots + (0,3)^n + \dots$

A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{11}{7}$ D. $\frac{7}{3}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S = 0,3 + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots + (0,3)^n + \dots = \frac{0,3}{1-0,3} = \frac{3}{7}.$$

Câu 3: Cho phương trình $x^5 - 7x^4 + 3x^2 + 2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$ B. Phương trình có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(-1; 3)$ C. Phương trình không có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 1)$ D. Phương trình có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$

Lời giải

Chọn B

Vì $y = f(x) = x^5 - 7x^4 + 3x^2 + 2$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Lại có: } f(-1) = -1; f(0) = 2; f(1) = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-1) \cdot f(0) = -2 < 0 \\ f(0) \cdot f(1) = -2 < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2) \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 3)$.

Câu 4: Tìm khẳng định đúng:

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = -\infty$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty$ C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} q^n = 0 (q \geq 1)$ D. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Biết $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+a}{x+1} = -\infty$ thì giá trị của a thỏa mãn:

A. $a > -3$ B. $a > 3$ C. $a < 3$ D. $a < 5$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) = 0$ và $x > -1$ thì $x+1 > 0$.

Để $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+a}{x+1} = -\infty$ thì $\lim_{x \rightarrow -1^+} (3x+a) = -3+a < 0 \Leftrightarrow a < 3$.

Câu 6: Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^2+1}+4-3n}{n+3} = a\sqrt{2}+b$. Mệnh đề nào đúng?

- A. $a=3b$. B. $\sqrt{a+b+3} < 3$. C. $2a+b=0$. D. $a+b > 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^2+1}+4-3n}{n+3} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{8+\frac{1}{n^2}}+4-3n}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8+\frac{1}{n^2}}+\frac{4}{n}-3}{1+\frac{3}{n}} = \frac{\sqrt{8}-3}{1} \\ &= 2\sqrt{2}-3 \Rightarrow a=2; b=-3 \Rightarrow \sqrt{a+b+3} < 3. \end{aligned}$$

Câu 7: Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+an+3} - \sqrt{n^2+bn-1}) = 1$.

- A. $a+b=2$. B. $a+b=1$. C. $a-b=2$. D. $a-b=1$.

Lời giải

Chọn C

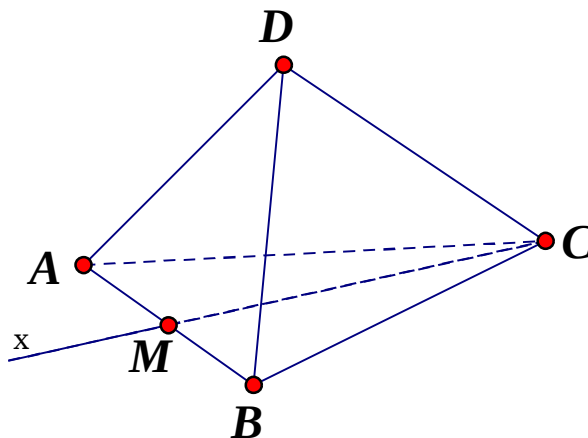
$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+an+3} - \sqrt{n^2+bn-1}) &= 1 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+an+3-n^2-bn+1}{(\sqrt{n^2+an+3} + \sqrt{n^2+bn-1})} = 1 \\ \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-b)n+4}{\left(n\sqrt{1+\frac{a}{n}+\frac{3}{n^2}} + n\sqrt{1+\frac{b}{n}-\frac{1}{n^2}}\right)} &= 1 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-b)+\frac{4}{n}}{\left(\sqrt{1+\frac{a}{n}+\frac{3}{n^2}} + \sqrt{1+\frac{b}{n}-\frac{1}{n^2}}\right)} = 1 \\ \Leftrightarrow \frac{a-b}{2} &= 1 \Leftrightarrow a-b=2. \end{aligned}$$

Câu 8: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB . Khi đó góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}$.

- A. 90° . B. 45° . C. 120° . D. 60° .

Lời giải

Chọn A



Gọi Mx là tia đối của tia MC .

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = \widehat{BMx} = 90^\circ.$$

Câu 9: Chọn mệnh đề đúng?

Trong không gian:

- A. Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector phải nằm trong một mặt phẳng.
- B. Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó có giá cùng song song với nhau.
- C. Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó cùng hướng.
- D. Ba vector đồng phẳng khi và chỉ khi giá của ba vector đó cùng song song với một mặt phẳng.

Lời giải

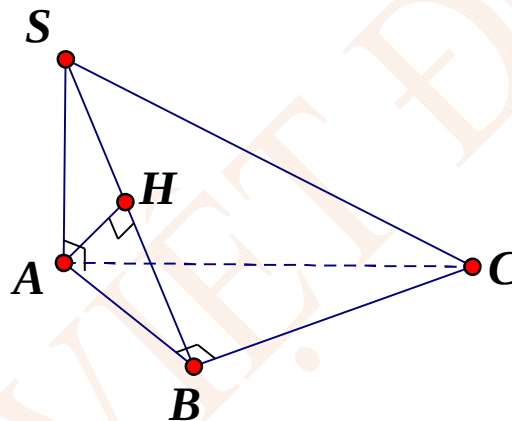
Chọn D

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. H là hình chiếu vuông góc của A lên SB . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AH \perp SC$.
- B. $AH \perp AC$.
- C. $AH \perp AB$.
- D. $AH \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AH \perp SB$.

Mặt khác $AH \perp BC$ vì $BC \perp AB; BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (ABC)$.

Do đó $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$.

Câu 11: Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$:

- A. $\frac{4}{5}$.
- B. $\frac{2}{3}$.
- C. 1.
- D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có: } \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

$$\text{Từ đây suy ra } u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow \lim u_n = 1$$

Câu 12: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $n^2 - 4n$.
- B. $\frac{n^2 - 3n}{n+1}$.
- C. $\left(\frac{6}{5}\right)^n$.
- D. $\left(-\frac{2}{3}\right)^n$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim q^n = 0 \text{ nếu } |q| < 1$$

Câu 13: Cho các khẳng định:

(I): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$. Khi đó phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(a; b)$.

(II): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) > 0$. Khi đó phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(a; b)$.

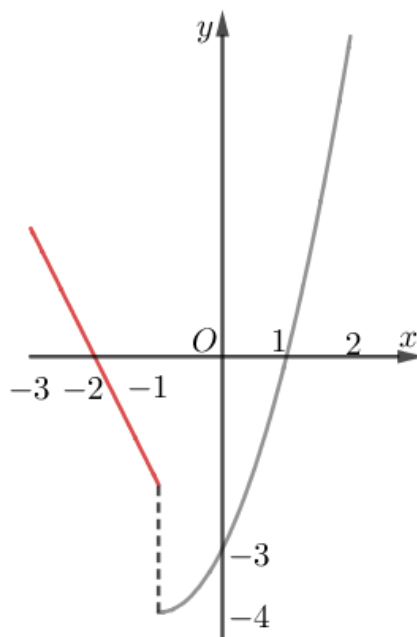
Trong các khẳng định trên:

A. Chỉ (I) đúng. B. Cả (I), (II) đúng. C. Cả (I), (II) sai. D. Chỉ (II) đúng.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Chọn đáp án đúng:

A. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = -1$. B. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -1$.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-3; 1)$. D. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ dễ dàng suy ra hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = -1$

Câu 15: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một đường thẳng Δ cắt các đường thẳng $AA', BC, C'D'$ lần lượt tại M, N, P sao cho $\overline{NM} = 3\overline{NP}$. Tính $k = \frac{MA}{MA'}$?

A. $k = \frac{2}{3}$.

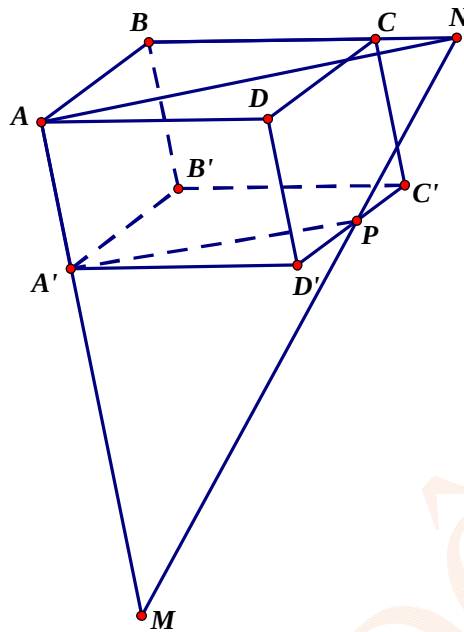
B. $k = 2$.

C. $k = 3$.

D. $k = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



$\overline{NM} = 3\overline{NP}$ suy ra N, M, P thẳng hàng.

Do $(ABCD) \parallel (A'B'C'D') \Rightarrow AN$ và $A'P$ không có điểm chung mà $AN, A'P$ cùng nằm trong mặt phẳng $(MAN) \Rightarrow AN \parallel A'P$

Trong tam giác MAN có: $AN \parallel A'P \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{MP}{MN} = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$

Câu 16: Cho $\vec{u}, \vec{v}$ bất kì, chọn mệnh đề đúng?

A. $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}{\vec{u} \cdot \vec{v}}$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

D. $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 17: $\lim(4 - n^{2018} - n^{2019})$ bằng:

A. 0.

B. $-\infty$.

C. -2019.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim(4 - n^{2018} - n^{2019}) = \lim n^{2019} \left(\frac{4}{n^{2019}} - \frac{1}{n} - 1 \right)$.

Do $\begin{cases} \lim n^{2019} = +\infty \\ \lim \left(\frac{4}{n^{2019}} - \frac{1}{n} - 1 \right) = -1 \end{cases}$ nên $\lim(4 - n^{2018} - n^{2019}) = -\infty$.

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , các cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa cạnh bên SB và $(ABCD)$ bằng:

A. 30° .

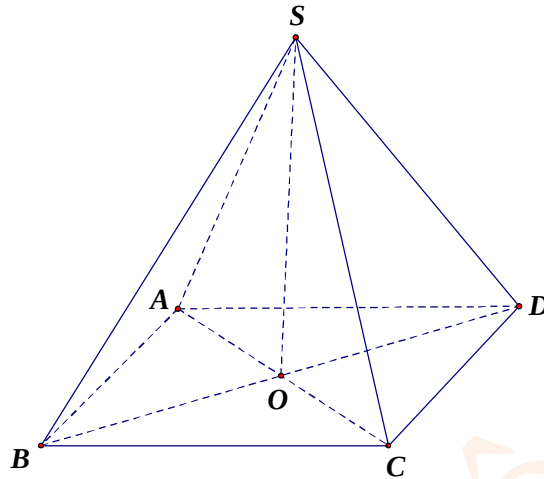
B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn B.



Gọi O là tâm của đáy.

Ta có: $\triangle SAC$ cân tại S , SO là trung tuyến nên $SO \perp AC$.

Tương tự $SO \perp BD$.

Vậy $SO \perp (ABCD)$, do đó OB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa cạnh bên SB và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SBO}$ (do $\triangle SBO$ vuông tại O).

$$\text{Ta có } OB = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } \triangle SBO \text{ vuông tại } O \text{ có } \cos \widehat{SBO} = \frac{OB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBO} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa cạnh bên SB và $(ABCD)$ là 60° .

Câu 19: Rút gọn $S = 1 + \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots + \sin^{2n} x + \dots$ với $\sin x \neq \pm 1$.

A. $S = \cos^2 x$. B. $S = \tan^2 x$. C. $S = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$. D. $S = 1 + \tan^2 x$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $1; \sin^2 x; \sin^4 x; \sin^6 x; \dots; \sin^{2n} x; \dots$ là một cấp số nhân có $u_1 = 1$, công bội $q = \sin^2 x \in (-1; 1)$ (do $\sin x \neq \pm 1$).

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x.$$

Câu 20: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}} - \sqrt{x} \right) = \frac{\sqrt{a}}{b}$ (với a, b nguyên dương nhỏ nhất).

Tính $a + b$.

A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}} - \sqrt{x} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}}}{\sqrt{x + \sqrt{3x + \sqrt{5x + \sqrt{7x + \dots + \sqrt{2019x}}}} + \sqrt{x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3 + \sqrt{\frac{5}{x} + \sqrt{\frac{7}{x^3} + \dots + \sqrt{\frac{2019}{x^{2017}}}}}}}{\sqrt{1 + \sqrt{\frac{3}{x} + \sqrt{\frac{5}{x^3} + \dots + \sqrt{\frac{2019}{x^{2019}}}}}} + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.
\end{aligned}$$

Vậy $a = 3, b = 2 \Rightarrow a + b = 5$.

Câu 21: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x < 2 \\ ax + a - 5 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $a = 1$.

B. $a = 3$.

C. $a = 0$.

D. $a = 2$.

Lời giải

Chọn D

Xét $x \in (-\infty; 2)$ hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$ liên tục

Xét $x \in (2; +\infty)$ hàm số $f(x) = ax + a - 5$ liên tục

Xét tại $x = 2$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax + a - 5) = 3a - 5 = f(2)$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $3a - 5 = 1 \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số gián đoạn tại $x = 0$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục trên $[-1; +\infty)$.

D. Hàm số liên tục trên $(-3; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $[-1; +\infty)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2} = f(0)$$

Vậy hàm số liên tục trên $[-1; +\infty)$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a\sqrt{2}$ và $BC = 2a$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. 30° .

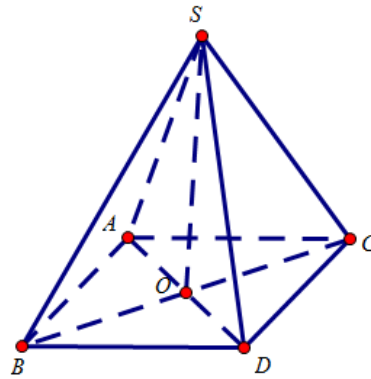
B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D



Nhận xét: Tam giác ABC vuông cân tại A

$SA = SB = SC \Rightarrow SO \perp (ABC)$ tại O là trung điểm của BC

Dựng hình bình hành $ABDC$, suy ra: $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{2}$

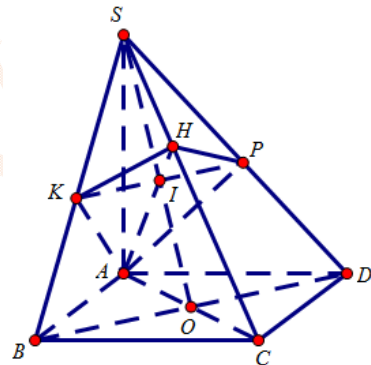
Vậy: góc giữa hai đường thẳng AC và AB bằng góc giữa hai đường thẳng BD và SB bằng 60° .

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Một mặt phẳng (α) qua A vuông góc với SC cắt hình chóp với thiết diện là:

- A. Hình thoi có một góc có số đo 120° . B. Hình vuông.
C. Hình bình hành. D. Tứ giác có hai đường chéo vuông góc.

Lời giải

Chọn D



Dựng AH vuông góc với SC tại H

$\left. \begin{array}{l} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp SC$ mà $(P) \perp SC$ nên $BD \parallel (P)$

Gọi O là tâm hình vuông, nối SO cắt AH tại I

Ta có: $\left. \begin{array}{l} I \in (P) \cap (SBD) \\ BD \parallel (P) \end{array} \right\} \Rightarrow d = (P) \cap (SBD), d \text{ qua } I \text{ và song song với } BD, \text{ cắt } SB, SD \text{ lần}$

lượt tại K, P

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là tứ giác $AKHP$ có $KP \perp AH$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD và MN . Chọn khẳng định đúng:

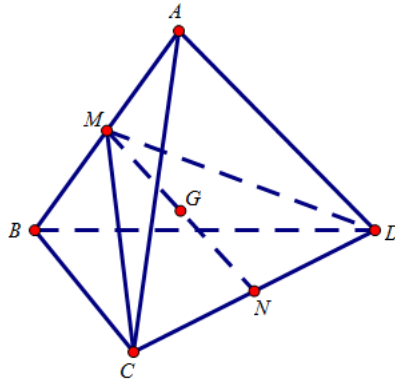
- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{MN}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Lời giải

Chọn C



$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$$

Câu 26: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \frac{5}{m} - \frac{1}{n}$ (với m, n là các số nguyên dương). Tính $m - n$?

A. 15.

B. 14.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Chọn D.

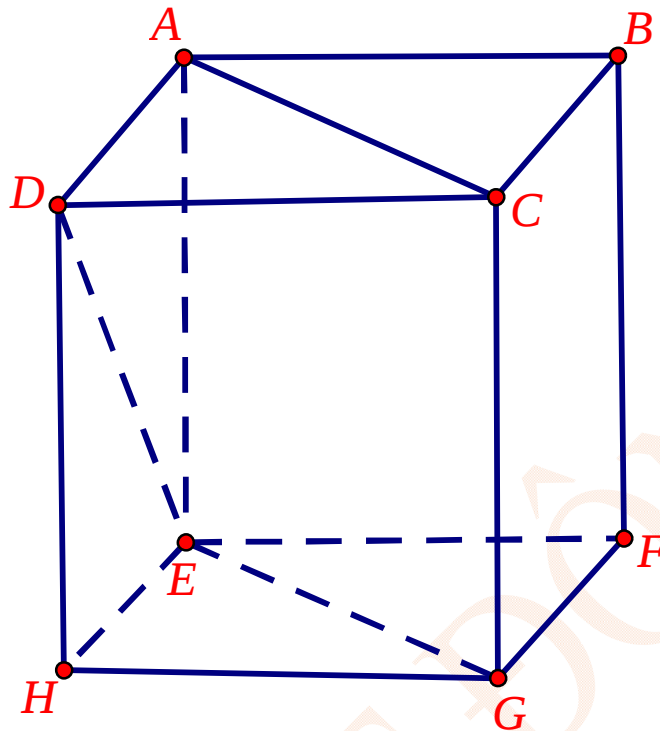
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - 2}{x^2 - 1} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(x-1)}{(x^2 - 1)(\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4)} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x^2 - 1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \frac{5}{24} - \frac{1}{8}. \\ \Rightarrow \begin{cases} m = 24 \\ n = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{DE}$?

A. 120° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC} (\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 - a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = -a^2$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DE}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}}{AC \cdot DE} = \frac{-a^2}{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 28: $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5}{x-3}$ bằng

A. $-\frac{15}{2}$.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5}{x-3} = -\infty$ vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x+5) = 8 \\ x-3 < 0, \forall x < 3 \end{cases}$.

Câu 29: Cho tứ diện ABCD đều cạnh bằng a . Góc giữa AB và CD bằng.

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn C.

Ta có AB và CD là hai cạnh đối diện của tứ diện đều nên vuông góc với nhau.

Câu 30: Tìm m để hàm số: $y = \begin{cases} x+2m & \text{khi } x < 0 \\ x^2+x+1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

A. $m = \frac{1}{4}$.

B. $m = 1$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x + 1) = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x + 2m) = 2m.$$

Nên để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì $2m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Câu 31: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 3} - x)$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

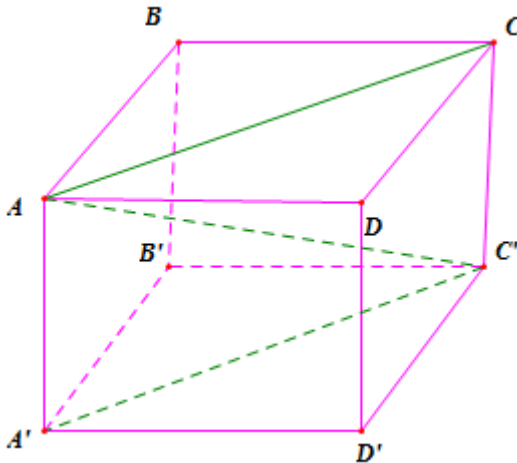
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{3}{2}.$$

Câu 32: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 B. I là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$.
 C. G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M$.
 D. $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp. Khi đó ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D



Xét hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Vậy khẳng định sai là $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 33: $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^2 - 4)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. - 4. D. -1.

Lời giải

Chọn D

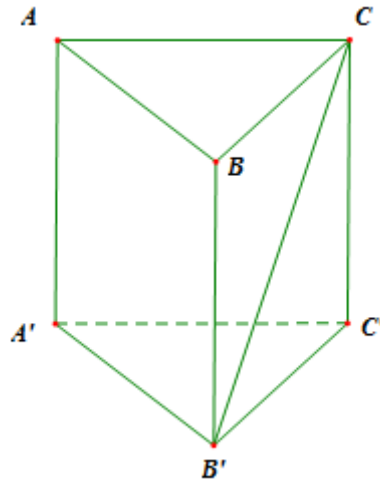
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x^2 - 4) = 3 - 4 = -1.$$

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

- A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 35: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$

bằng

A. 2018.2019.

B. 1009.2019.

C. 1010.2019.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$$

$$= 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$$

$$= 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(1+3x)\dots(1+2019x)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x}$$

$$= 1 + 2 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)\dots(1+2019x)-1}{x} = \dots = 1 + 2 + \dots + 2019 = \frac{2019(1+2019)}{2} = 1010.2019.$$

Câu 36: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{1}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) liên tục tại $x=1$. Hãy tính $S = 2a + 5b$.

A. $S = 10$.

B. $S = 7$.

C. $S = 4$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục tại $x=1$ nên $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = \frac{-1}{2} \Rightarrow 1^2 + a.1 + b = 0 \Rightarrow a + b = -1$ (1)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax+b}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-b)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-b}{x+1} = \frac{1-b}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow b = 2$$
 (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = -3; b = 2 \Rightarrow S = 2a + 5b = 4$

Câu 37: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$ bằng :

A. -1.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$$

Câu 38: Cho $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ thỏa mãn $f(-1) = 1$; $f(5) = 6$. Phương trình nào sau đây luôn có nghiệm trong khoảng $(-1; 5)$?

A. $f(x) = 8$.B. $f(x) = 3$.C. $f(x) + 5 = 0$.D. $f(x) = 1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x) = f(x) - 3$ * Vì $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ nên $g(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$.* $g(-1) = f(-1) - 3 = 1 - 3 = -2$; $g(5) = f(5) - 3 = 6 - 3 = 3 \Rightarrow g(-1)g(5) < 0$ Do đó phương trình $g(x) = 0$ hay $f(x) = 3$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-1; 5)$.

Câu 39: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n)$ bằng :

A. $-\infty$.B. $\frac{5}{2}$.C. $+\infty$.D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 1}{\sqrt{4n^2 + 5n + 1} + 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{1}{n}}{\sqrt{4 + \frac{5}{n} + \frac{1}{n^2}} + 2} = \frac{5}{4}$$

Câu 40: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5 - 3x^2 - 2019x^4)$ bằng :

A. $-\infty$.

B. -3.

C. -2019.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (5 - 3x^2 - 2019x^4) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \left(\frac{5}{x^4} - \frac{3}{x^2} - 2019 \right) = -\infty$$

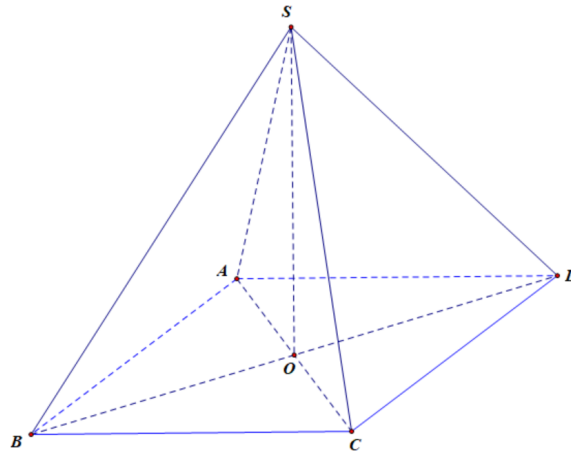
$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5}{x^4} - \frac{3}{x^2} - 2019 \right) = -2019 < 0$$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $SO \perp (ABCD)$.B. $AC \perp (SBD)$.C. $BD \perp (SAC)$.D. $AB \perp (SAD)$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Có } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp (SBD) \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \text{ nên D sai.}$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết $SO \perp (ABC)$, $SO = 2a$. Gọi M là điểm thuộc đường cao AH của tam giác ABC . Xét mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với AH , $AM = x$, $x > \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Xác định vị trí điểm M để thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích lớn nhất.

Khi đó $\frac{AM}{AH}$ bằng:

A. $\frac{AM}{AH} = \frac{4}{5}$.

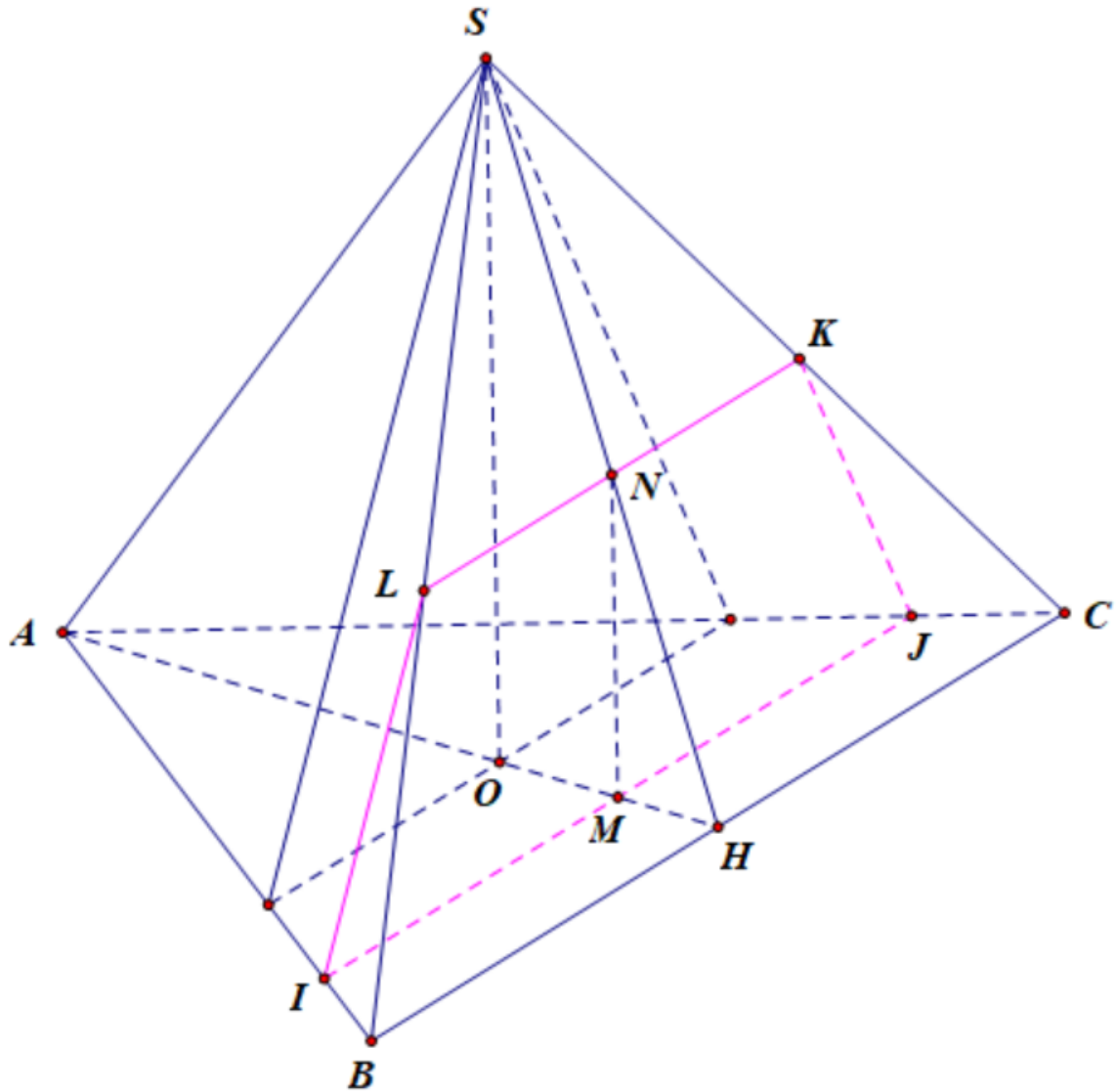
B. $\frac{AM}{AH} = \frac{5}{6}$

C. $\frac{AM}{AH} = \frac{3}{4}$.

D. $\frac{AM}{AH} = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Do $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp SO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \parallel BC \\ (P) \parallel SO \end{cases}$ nên thiết diện là hình thang cân $IJKL$ có đường cao

$MN, IJ \parallel BC, MN \parallel SO$.

Do $AM = x, x > \frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên M nằm giữa O, H .

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{3}}{2} - x, MN = \frac{MH \cdot SO}{OH} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right) \cdot 2a}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right) \cdot 2a \cdot \frac{6}{a\sqrt{3}}$$

$$= 6a - 4\sqrt{3}x. IJ = \frac{AM \cdot BC}{AH} = \frac{x \cdot a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2x}{\sqrt{3}}. \frac{KL}{BC} = \frac{SN}{SH} = \frac{OM}{OH} \Rightarrow KL = \frac{a \left(x - \frac{a\sqrt{3}}{3}\right)}{\frac{a\sqrt{3}}{6}}$$

$$= 2\sqrt{3}x - 2a.$$

$$S_{IJKL} = \frac{1}{2}(6a - 4\sqrt{3}x)\left(\frac{2x}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}x - 2a\right) = (2\sqrt{3}a - 4x)(4x - a\sqrt{3}) \leq \frac{3a^2}{4} \text{ khi}$$

$$x = \frac{3\sqrt{3}a}{8} \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{3}{4}.$$

Câu 43: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \frac{a}{b\sqrt{c}} (a, c, c \in \mathbb{Z})$. Tính $a - b + c$.

A. 0.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x(\sqrt{5x+3} + \sqrt{3})} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \Rightarrow a + b - c = 5 + 2 - 3 = 4$$

Câu 44: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5)$ bằng

A. $+\infty$.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. -2018.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \left(-2018 + \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) \right], \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-2018 + \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -2018$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2018x^3 + 2x + 5) = +\infty.$$

Câu 45: Hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$ không liên tục tại

A. $x = 3$.B. $x = 2$.C. $x = 1$.D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số không xác định tại $x = 2$ nên không liên tục tại $x = 2$.

Câu 46: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-3x}{2x+5}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.B. $\frac{1}{5}$.C. $\frac{1}{2}$.D. $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-3x}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 3}{2 + \frac{5}{x}} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 47: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+3n}{3n^2 - n + 2}$ bằng:

A. 1.

B. $\frac{2}{3}$.C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+3n}{3n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^2} + \frac{3}{n}}{3 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}} = 0.$$

Câu 48: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và điểm O không thuộc mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu hai đường thẳng a và b cùng vuông góc với mặt phẳng (P) thì chúng song song với nhau.
 B. Nếu $a // b$ và a vuông góc với mặt phẳng (P) thì b cũng vuông góc với mặt phẳng (P) .
 C. có duy nhất một đường thẳng d đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (P) .
 D. có duy nhất một đường thẳng d đi qua điểm O và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Lời giải

Chọn C

Câu 49: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^{n+2}}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 900. D. 180.

Lời giải

Chọn D

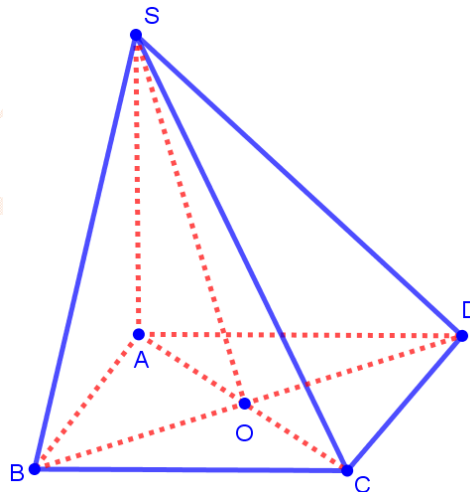
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^{n+2}}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + 30^2 \cdot 30^n}{5 \cdot 30^n - 4 \cdot 20^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 30^2}{5 - \left(\frac{2}{3}\right)^n} = \frac{900}{5} = 180.$$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\tan \alpha$?

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. D. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A



Trong $(ABCD)$, giả sử $AB \cap CD = O$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC).$$

Hình chiếu của cạnh SB lên mặt phẳng (SAC) là SO

$$\Rightarrow \widehat{(SB; (SAC))} = \widehat{(SB; SO)} = \widehat{BSO}$$

Xét tam giác vuông SAO có $SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{2a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}a}{2}$.

Xét tam giác vuông SBO có $\tan \widehat{BSO} = \frac{BO}{SO} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{10}a}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

---HẾT---

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 8

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 50 câu TN, 0 câu tự luận)

- Câu 1.** Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $2a$. Người ta dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ có cạnh bằng đường cao của tam giác ABC ; dựng tam giác đều $A_2B_2C_2$ có cạnh bằng đường cao của tam giác $A_1B_1C_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các tam giác đều $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ bằng $24\sqrt{3}$ thì a bằng:
- A. $4\sqrt{3}$. B. 3. C. $\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{3}$.
- Câu 2.** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?
- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{2n+1}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$.
- Câu 3.** Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = 4$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng
- A. -4 . B. -6 . C. -2 . D. 0.
- Câu 4.** Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , I là trung điểm của đoạn MN . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$. B. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.
- Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = -\frac{1}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 2}{2x + 3} \right) = \frac{1}{2}$.
C. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{2 - x} = -3$.
- Câu 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây sai?
- A. Góc giữa 2 đường thẳng $B'D'$ và AA' bằng 60° .
B. Góc giữa 2 đường thẳng AC và $B'D'$ bằng 90° .
C. Góc giữa 2 đường thẳng AB và $D'C$ bằng 45° .
D. Góc giữa 2 đường thẳng $D'C$ và $A'C'$ bằng 60° .
- Câu 7.** Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}}$ là
- A. $-\frac{1}{2019}$. B. $\frac{1}{2019}$. C. -2019 . D. 0.
- Câu 8.** Tính giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$ là
- A. $J = 3$. B. $J = 1$. C. $J = 0$. D. $J = 2$.
- Câu 9.** Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ để $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx - 2)(m - 3x^2) = -\infty$?
- A. 21. B. 22. C. 20. D. 41.

Câu 10. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

- A. $y = \frac{2x+6}{x^2-2}$. B. $y = \frac{1}{x-2}$. C. $y = \frac{x}{x+2}$. D. $y = \frac{3x-1}{x-22}$.

Câu 11. Dãy số nào sau đây không phải cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1; 1; -1. B. 1; 0; 0; 0; 0; 0. C. 1; 2; 4; 8; 16. D. 1; 3; 9; 27; 80.

Câu 12. Cho a, b là các số dương. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} \right) = \frac{7}{27}$. Tìm giá trị lớn nhất của ab .

- A. $\frac{49}{18}$. B. $\frac{59}{34}$. C. $\frac{43}{58}$. D. $\frac{75}{68}$.

Câu 13. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4x + 7}{x + 1} \right)$

- A. $I = 4$. B. $I = 5$. C. $I = -4$. D. $I = 2$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi α là góc giữa SB và (SAC) . Tính α .

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 90^\circ$.

Câu 15. Chọn mệnh đề sai

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n+1} = 0$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2)^n = +\infty$.
C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} = 0$.

Câu 16. Xét các mệnh đề sau

(I). $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$ với k là số nguyên dương tùy ý.

(II). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$ với k là số nguyên dương tùy ý.

(III). $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$ với k là số nguyên dương tùy ý.

Trong ba mệnh đề trên thì

- A. Cả (I), (II), (III) đều đúng. B. Chỉ (I) đúng.
C. Chỉ (I), (II) đúng. D. Chỉ (III) đúng.

Câu 17. Cho biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \frac{2}{3}$. Giá trị của a bằng

- A. 3. B. $-\frac{2}{3}$. C. -3 D. $\frac{4}{3}$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để $B > 2$ với $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5)$.

- A. $m \in \{0; 3\}$. B. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m > 2$.
C. $\frac{1}{2} < m < 2$. D. $-2 < m < 3$.

Câu 19. Kết quả của giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-3n^2 + 2n - 4)$ là

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $I = 1$. D. $I = 0$.

- Câu 20.** Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, b nguyên). Tính tổng $L = a^2 + b^2$.
- A. 150. B. 143. C. 140. D. 145.
- Câu 21.** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a . Tích $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF}$
- A. $2a^2$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. D. a^2 .
- Câu 22.** Trong không gian cho điểm O và đường thẳng d . Qua điểm O có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d ?
- A. Ba. B. Hai. C. Một. D. Vô số.
- Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB$ và $AC = CB$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $BC \perp (SAC)$. B. $SB \perp AB$. C. $SA \perp (ABC)$. D. $AB \perp SC$.
- Câu 24.** Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{-4x + 2}$.
- A. $L = 1$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = -\frac{1}{2}$. D. $L = -\frac{3}{4}$.
- Câu 25.** Cho hai đường thẳng a, b phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.
C. Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$. D. Nếu $a // (P)$ và $b // (P)$ thì $b // a$.
- Câu 26.** Tính giới hạn $\lim \left(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right)$.
- A. 4. B. 3. C. 5. D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 27.** Tính giới hạn $I = \lim \left(\sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right)$.
- A. $+\infty$. B. 0. C. -2. D. 1.
- Câu 28.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng ABC . Mệnh đề nào sai?
- A. $BC \perp SA$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $BC \perp SB$. D. $BC \perp (SAC)$.
- Câu 29.** Giá trị $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3}$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{9}{17}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.
- Câu 30.** Tính giới hạn $I = \lim \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2}$.
- A. $I = 1$. B. $I = \frac{-3}{2}$. C. $I = 0$. D. $I = 2$.
- Câu 31.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 2$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số
- A. 7. B. 15. C. 17. D. 5.

Câu 32. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$.

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = -2$. D. $I = -3$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi O , SO vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy.

- A. $\alpha = \widehat{SDA}$. B. $\alpha = \widehat{SDO}$. C. $\alpha = \widehat{SAD}$. D. $\alpha = \widehat{ASD}$.

Câu 34. Cho các hàm số $y = \sin x$ (I), $y = \cos \sqrt{x}$ (II), $y = \tan x$ (III). Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. (I), (II). B. (I). C. (I), (II), (III). D. (III).

Câu 35. Nếu $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$ bằng bao nhiêu?

- A. -18 . B. -1 . C. 1 . D. -17 .

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 37. Cho điểm O ở ngoài mặt phẳng (α) . Trong mặt phẳng (α) có đường thẳng d đi động qua điểm A cố định. Gọi H, M lần lượt là hình chiếu của O trên mặt phẳng (α) và đường thẳng d . Độ dài đoạn OM lớn nhất khi

- A. Đường thẳng d trùng với HA .
B. Đường thẳng d tạo với HA một góc 45° .
C. Đường thẳng d tạo với HA một góc 60° .
D. Đường thẳng d vuông góc với HA .

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 1+3x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số gián đoạn tại $x = 3$.
C. Hàm số gián đoạn tại $x = 0$. D. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình thang vuông tại A và D . $AB = AD = a, CD = 2a$, SD vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Có bao nhiêu mặt bên của hình chóp là tam giác vuông.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 40. Biết bốn số $6; x; -2; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $x+2y$ bằng.

- A. -10 . B. 12 . C. 14 . D. -2 .

Câu 41: Chọn mệnh đề đúng

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = -\infty$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - n^3 + 1) = +\infty$.
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n}{2n + 5} = \frac{1}{2}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. H trùng với trọng tâm của tam giác ABC . B. H trùng với trung điểm của AB .

C. H trùng với trục tâm của tam giác ABC . D. H trùng với trung điểm của BC .

Câu 43: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa các véc tơ $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{BD}$

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 120° .

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } \sin x \geq 0 \\ 3 - \cos x & \text{khi } \sin x < 0 \end{cases}$

Hàm số có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2019)$?

- A. Vô số. B. 320. C. 321. D. 319.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 + mx - 8 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$

Tìm tổng các giá trị tìm được của tham số m để hàm số liên tục tại $x = -2$.

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 5.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và $f(1) = 2$, $f(5) = 10$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

- A. Phương trình $f(x) = 6$ vô nghiệm.
B. Phương trình $f(x) = 7$ có ít nhất một nghiệm trên $(1; 5)$.
C. Phương trình $f(x) = 2$ có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 5$.
D. Phương trình $f(x) = 7$ vô nghiệm.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh đáy bằng a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa B và vuông góc với SC . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp trên và (α) .

- A. $\frac{a^2\sqrt{15}}{10}$. B. $\frac{a^2\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$. D. $\frac{a^2\sqrt{5}}{10}$.

Câu 48: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 1}{x - 1} = -1$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x)f(x) + 2}{x - 1}$.

- A. $I = 5$. B. $I = -4$. C. $I = 4$. D. $I = -5$.

Câu 49: Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2}$.

- A. $\frac{-2}{7}$. B. $\frac{-7}{24}$. C. $\frac{-9}{31}$. D. 0.

Câu 50: Hàm số $y = \frac{x + 1}{x^2 + 7x + 12}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-4; 3)$. D. $(-4; +\infty)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $2a$. Người ta dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ có cạnh bằng đường cao của tam giác ABC ; dựng tam giác đều $A_2B_2C_2$ có cạnh bằng đường cao của tam giác $A_1B_1C_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các tam giác đều $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ bằng $24\sqrt{3}$ thì a bằng:

A. $4\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $\sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có độ dài đường cao của tam giác đều ABC có cạnh bằng $2a$ là $2a \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ nên tam giác $A_1B_1C_1$ có cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Do đó hai tam giác ABC và $A_1B_1C_1$ đồng dạng với nhau với tỉ số đồng dạng là $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = \frac{3}{4} S_{ABC}.$$

$$\text{Tương tự ta có } S_{A_2B_2C_2} = \frac{3}{4} S_{A_1B_1C_1}, S_{A_3B_3C_3} = \frac{3}{4} S_{A_2B_2C_2}, \dots$$

Nên dãy số $S_{ABC}, S_{A_1B_1C_1}, S_{A_2B_2C_2}, S_{A_3B_3C_3}, \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{3}{4}$

$$\text{và số hạng đầu } S_{ABC} = (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

Suy ra tổng diện tích của tất cả các tam giác đều $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ bằng

$$S = \frac{S_{ABC}}{1-q} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{1-\frac{3}{4}} = 4a^2 \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } 4a^2 \sqrt{3} = 24\sqrt{3} \Leftrightarrow a = \sqrt{6}.$$

Câu 2. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{2n+1}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \left|\frac{\pi}{4}\right| < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n = 0.$$

Câu 3. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = 4$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. -4.

B. -6.

C. -2.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{n}-2\right)^3}{a+\frac{2}{n^3}} = \frac{-8}{a}$. Theo giả thiết ta có $\frac{-8}{a} = 4 \Rightarrow a = -2$.

Suy ra $a - a^2 = -6$.

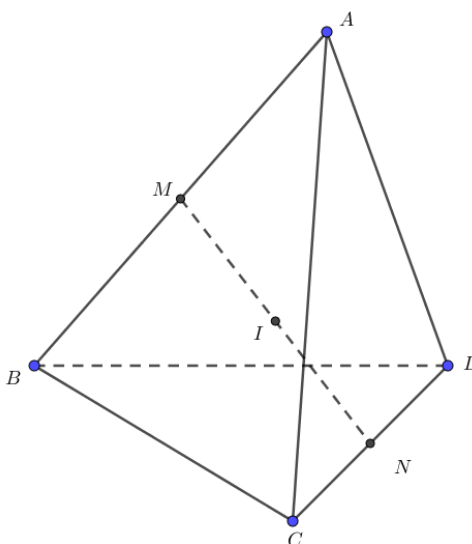
Câu 4. Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , I là trung điểm của đoạn MN . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$.

B. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB})$

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = -\frac{1}{2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 2}{2x + 3} \right) = \frac{1}{2}$.

C. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{2 - x} = -3$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 \right)$

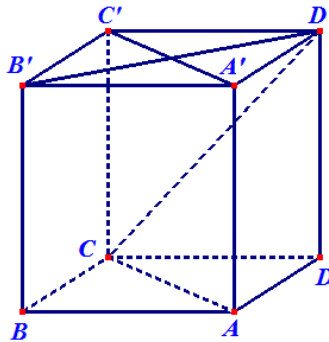
Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 \right) = -2 < 0$ nên $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = +\infty$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Góc giữa 2 đường thẳng $B'D'$ và AA' bằng 60° .
 B. Góc giữa 2 đường thẳng AC và $B'D'$ bằng 90° .
 C. Góc giữa 2 đường thẳng AB và $D'C$ bằng 45° .
 D. Góc giữa 2 đường thẳng $D'C$ và $A'C'$ bằng 60° .

Lời giải

Chọn A



A sai vì $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp B'D'$

Câu 7. Tính giới hạn $\lim \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}}$ là

- A. $\frac{-1}{2019}$. B. $\frac{1}{2019}$. C. -2019 . D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\lim \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}} = \lim \frac{2017^2 \cdot \left(\frac{2017}{2019}\right)^{n-2} - 1}{3 \cdot 2018^2 \cdot \left(\frac{2018}{2019}\right)^{n-2} - 2019} = \frac{1}{2019}.$$

Câu 8. Tính giới hạn $J = \lim \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$ là

- A. $J = 3$. B. $J = 1$. C. $J = 0$. D. $J = 2$.

Lời giải

Chọn C

$$J = \lim \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2} = \lim \frac{\frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{3}{n}\right)}{1 + \frac{2}{n^3}} = 0.$$

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ để $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = -\infty$?

- A. 21. B. 22. C. 20. D. 41.

Lời giải

Chọn C

$$+) \text{ Nếu } m = 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)(-3x^2) \lim_{x \rightarrow -\infty} 6x^2 = +\infty$$

$\Rightarrow m = 0$ không thỏa mãn.

$+) \text{ Nếu } m \neq 0$ thì

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3mx^3 + 6x^2 + m^2x - 2m) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \left(-3m + 6 \cdot \frac{1}{x} + m^2 \cdot \frac{1}{x^2} - 2m \cdot \frac{1}{x^3} \right) \right]$$

Vậy để $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx-2)(m-3x^2) = -\infty$ thì $m < 0$, do đó có 20 số nguyên thỏa mãn.

Câu 10. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

A. $y = \frac{2x+6}{x^2-2}$. B. $y = \frac{1}{x-2}$. C. $y = \frac{x}{x+2}$. D. $y = \frac{3x-1}{x-22}$.

Lời giải

Chọn B

Các hàm số ở phương án A, C, D là các hàm phân thức hữu tỉ liên tục trên tập xác định của chúng nên đều liên tục tại $x = 2$.

Câu 11. Dãy số nào sau đây không phải cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1; 1; -1. B. 1; 0; 0; 0; 0; 0. C. 1; 2; 4; 8; 16. D. 1; 3; 9; 27; 80.

Lời giải

Chọn D

Dãy 1; 3; 9; 27; 80 không phải cấp số nhân vì $\frac{80}{27} \neq \frac{27}{9}$.

Câu 12. Cho a, b là các số dương. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$. Tìm giá trị lớn nhất của ab .

A. $\frac{49}{18}$. B. $\frac{59}{34}$. C. $\frac{43}{58}$. D. $\frac{75}{68}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + 3x - 3x + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5})$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-ax}{\sqrt{9x^2 - ax} - 3x} - \frac{-bx^2 - 5}{9x^2 + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5})^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-ax}{-x\sqrt{9 - \frac{a}{x}} - 3x} - \frac{-b - \frac{5}{x^2}}{9 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + \left(\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}}\right)^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{a}{\sqrt{9 - \frac{a}{x}} + 3} - \frac{-b - \frac{5}{x^2}}{9 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + \left(\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}}\right)^2} \right) = \frac{a}{6} + \frac{b}{27}.$$

Theo đề ta có $\frac{7}{27} = \frac{a}{6} + \frac{b}{27} \geq 2\sqrt{\frac{a}{6} \cdot \frac{b}{27}} \Rightarrow ab \leq \frac{49}{18}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{6} = \frac{b}{27} = \frac{7}{54} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{9} \\ b = \frac{7}{2} \end{cases}$.

Câu 13. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4x + 7}{x + 1} \right)$

A. $I = 4$.

B. $I = 5$.

C. $I = -4$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4x + 7}{x + 1} \right) = \frac{4}{2} = 2.$$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi α là góc giữa SB và (SAC) . Tính α .

A. $\alpha = 30^\circ$.

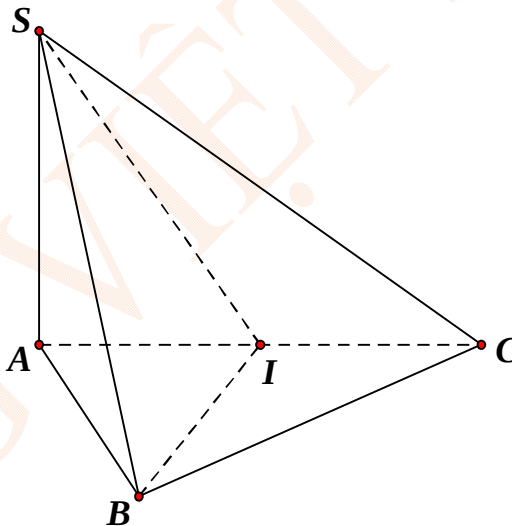
B. $\alpha = 60^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn B



Từ B kẻ đường thẳng $BI \perp AC$. Lại có $BI \perp SA$ nên $BI \perp (SAC)$.

Do đó hình chiếu của SB lên (SAC) là SI , góc giữa SB và (SAC) là góc giữa SB và SI .

Xét tam giác SBI vuông tại I , có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2}$, $BI = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $\sin BSI = \frac{BI}{SB} = \frac{1}{2}$. Vậy $\alpha = 60^\circ$.

Câu 15. Chọn mệnh đề sai

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$.

Lời giải

Chọn B

$\lim(-2)^n$ không tồn tại.

Câu 16. Xét các mệnh đề sau

(I). $\lim n^k = +\infty$ với k là số nguyên dương tùy ý.

(II). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$ với k là số nguyên dương tùy ý.

(III). $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$ với k là số nguyên dương tùy ý.

Trong ba mệnh đề trên thì

A. Cả (I), (II), (III) đều đúng.

B. Chỉ (I) đúng.

C. Chỉ (I), (II) đúng.

D. Chỉ (III) đúng.

Lời giải

Chọn C

Ta có: (I), (II) đúng (các giới hạn đặc biệt: SGK trang 114 và trang 130).

Với k là số nguyên dương lẻ tùy ý ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ (các giới hạn đặc biệt: SGK trang 130) nên (III) sai.

Câu 17. Cho biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \frac{2}{3}$. Giá trị của a bằng

A. 3.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. -3

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x\sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}}}{-ax + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} + \sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}}}{-a + \frac{2}{x}} = \frac{\sqrt{4}}{-a} = -\frac{2}{a}.$$

Theo giả thiết, ta có: $-\frac{2}{a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = -3$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để $B > 2$ với $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5)$.

A. $m \in \{0; 3\}$.

B. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m > 2$.

C. $\frac{1}{2} < m < 2$.

D. $-2 < m < 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5) = 1^3 - 2 + 2m^2 - 5m + 5 = 2m^2 - 5m + 4$.

Theo giả thiết: $B > 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 4 > 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 19. Kết quả của giới hạn $I = \lim(-3n^2 + 2n - 4)$ là

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $I = 1$.

D. $I = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \lim(-3n^2 + 2n - 4) = \lim\left[n^2\left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^2}\right)\right] = -\infty$.

Vì $\begin{cases} \lim n^2 = +\infty \\ \lim\left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^2}\right) = -3 < 0 \end{cases}$

Câu 20. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, b nguyên). Tính tổng

$L = a^2 + b^2$.

A. 150.

B. 143.

C. 140.

D. 145.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1} + \frac{2 - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x^2 + x - 2}{(x^2 - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{-2x^3 - 5x + 7}{(x^2 - 1)\left[4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + \left(\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}\right)^2\right]} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{(x-1)(-2x^2 - 2x - 7)}{(x-1)(x+1)\left[4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + \left(\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}\right)^2\right]} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x+2}{(x+1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} + \frac{-2x^2 - 2x - 7}{(x+1)\left[4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + \left(\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}\right)^2\right]} \right\}$$

$$= \frac{3}{2.4} - \frac{11}{2.12} = -\frac{1}{12}.$$

Theo giả thiết ta có $-\frac{1}{12} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow L = a^2 + b^2 = 145$.

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a . Tích $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF}$

A. $2a^2$.

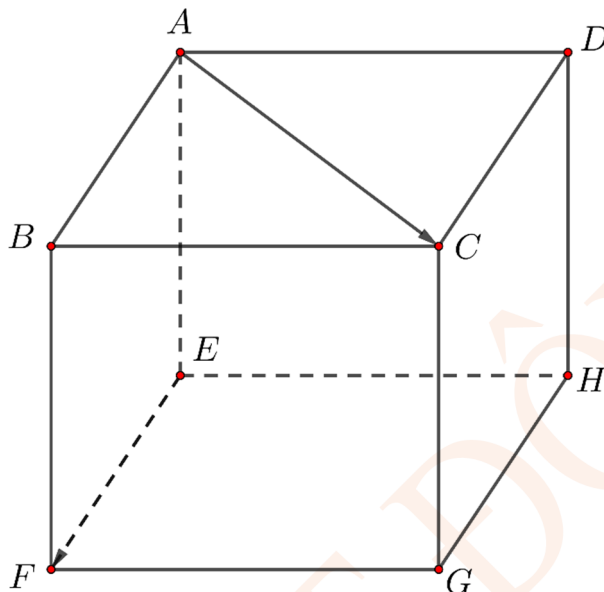
B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

D. a^2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = a^2$.

Câu 22. Trong không gian cho điểm O và đường thẳng d . Qua điểm O có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d ?

A. Ba.

B. Hai.

C. Một.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

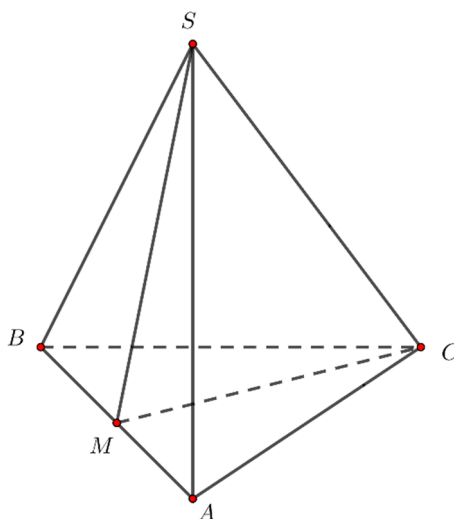
Theo lý thuyết, chỉ có duy nhất một mặt phẳng đi qua điểm O cho trước và vuông góc với đường thẳng d cho trước.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB$ và $AC = CB$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $BC \perp (SAC)$.B. $SB \perp AB$.C. $SA \perp (ABC)$.D. $AB \perp SC$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm AB , do hai tam giác SAB và CAB cân có chung đáy AB nên

$$\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMC) \Rightarrow AB \perp SC.$$

Câu 24. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{-4x+2}$.

- A. $L = 1$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = -\frac{1}{2}$. D. $L = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{-4x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{-4+\frac{2}{x}} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 25. Cho hai đường thẳng a, b phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.
C. Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$. D. Nếu $a // (P)$ và $b // (P)$ thì $b // a$.

Lời giải

Chọn C

Câu 26. Tính giới hạn $\lim \left(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right)$.

- A. 4. B. 3. C. 5. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$ nên

$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1.$$

$$\text{Nên } \lim \left(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) = \lim 2 + \lim \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) = 2 + 1 = 3.$$

Câu 27. Tính giới hạn $I = \lim \left(\sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right)$.

- A. $+\infty$. B. 0. C. -2. D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có

$$I = \lim \left(\sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right) = \lim \frac{\left(\sqrt{n^2 - 4n + 8} - n \right) \left(\sqrt{n^2 - 4n + 8} + n \right)}{\sqrt{n^2 - 4n + 8} + n} = \lim \frac{-4n + 8}{\sqrt{n^2 - 4n + 8} + n}.$$

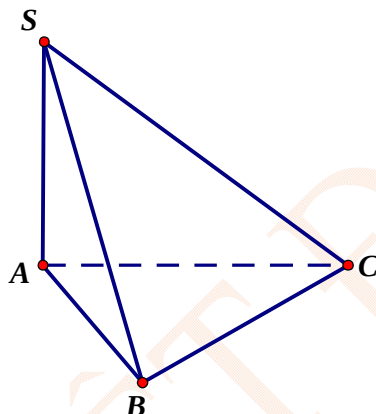
$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(-4 + \frac{8}{n} \right)}{n \sqrt{1 - \frac{4}{n} + \frac{8}{n^2}} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4 + \frac{8}{n}}{\sqrt{1 - \frac{4}{n} + \frac{8}{n^2}} + 1} = \frac{-4}{2} = -2.$$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng ABC . Mệnh đề nào **sai**?

- A. $BC \perp SA$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $BC \perp SB$. D. $BC \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \text{ (gt)} \\ BC \perp SA \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Mệnh đề ở câu D sai.

Câu 29. Giá trị $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{9}{17}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}} + 2x}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}} + 2}{2 - \frac{3}{x}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 30. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2}$.

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{-3}{2}$. C. $I = 0$. D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}}{\frac{2}{n} + 1} = 2.$$

Câu 31. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 2$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số

- A. 7. B. 15. C. 17. D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 3$, $u_1 = 5$ nên $u_5 = u_1 + 4d = 5 + 4 \cdot 3 = 17$.

Câu 32. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$.

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = -2$. D. $I = -3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

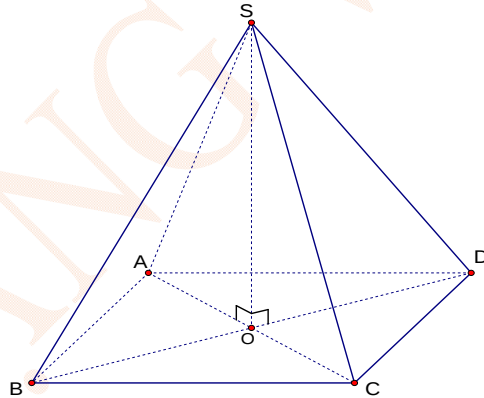
$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+(2n-1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2+6n+1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-2 + \frac{6}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = -2.$$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi O , SO vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy.

- A. $\alpha = \widehat{SDA}$. B. $\alpha = \widehat{SDO}$. C. $\alpha = \widehat{SAD}$. D. $\alpha = \widehat{ASD}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có OD là hình chiếu của SD lên mặt phẳng $(ABCD)$

Góc giữa SD và mặt đáy $(ABCD)$ là góc giữa hai đường thẳng SD và OD .

$$\Delta SDO \text{ vuông tại } O \Rightarrow \left(\widehat{SD, OD} \right) = \widehat{SDO}.$$

Vậy góc $\alpha = \widehat{SDO}$.

Câu 34. Cho các hàm số $y = \sin x$ (I), $y = \cos \sqrt{x}$ (II), $y = \tan x$ (III). Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. (I),(II). B. (I). C. (I),(II),(III). D. (III).

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ có tập xác định $D = [0; +\infty)$, liên tục trên $[0; +\infty)$.

Hàm số $y = \tan x$ liên tục tại mọi điểm $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 35. Nếu $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$ bằng bao nhiêu?

- A. -18. B. -1. C. 1. D. -17.

Lời giải

Chọn D

Ta có

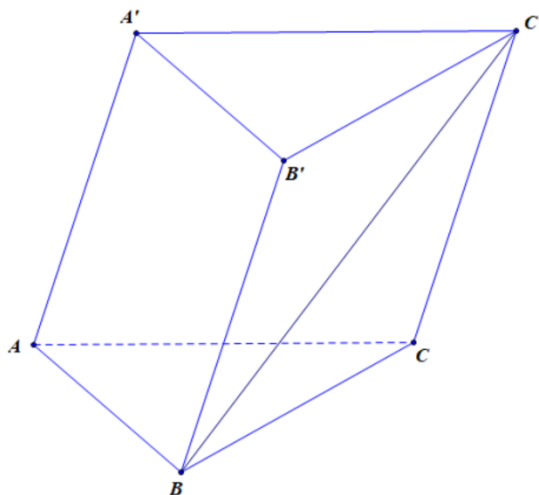
Vì $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ hữu hạn nên $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} 3 - 4 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3 - 4 \cdot 5 = -17$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải

Chọn A

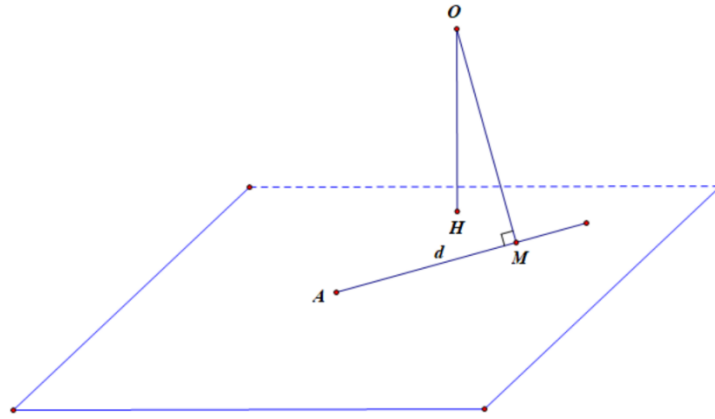


Có $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

- Câu 37. Cho điểm O ở ngoài mặt phẳng (α) . Trong mặt phẳng (α) có đường thẳng d đi động qua điểm A cố định. Gọi H, M lần lượt là hình chiếu của O trên mặt phẳng (α) và đường thẳng d . Độ dài đoạn OM lớn nhất khi
- A. Đường thẳng d trùng với HA .
- B. Đường thẳng d tạo với HA một góc 45°
- C. Đường thẳng d tạo với HA một góc 60° .
- D. Đường thẳng d vuông góc với HA .

Lời giải

Chọn D



Có $OM \leq OA$ nên $OM_{\max} = OA$ khi $M \equiv A \Rightarrow OA \perp d \Rightarrow d \perp HA$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 1+3x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.B. Hàm số gián đoạn tại $x = 3$.C. Hàm số gián đoạn tại $x = 0$.D. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Xét tính liên tục của hàm số tại $x = 0$.

$$f(0) = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x(\sqrt{1+2x}+1)} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (1+3x) = 1 \text{ nên hàm số liên tục tại } x = 0.$$

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình thang vuông tại A và D. $AB = AD = a, CD = 2a$, SD vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Có bao nhiêu mặt bên của hình chóp là tam giác vuông.

A. 1.

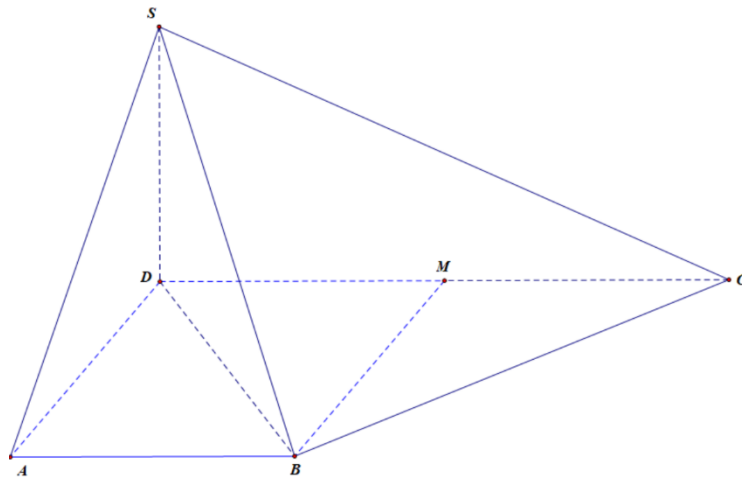
B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D



$\triangle SDC, \triangle SDA$ là các tam giác vuông.

$$AB \perp AD, AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow \Delta SAB \text{ vuông.}$$

Gọi M là trung điểm $CD \Rightarrow BC \perp BD \Rightarrow BC \perp (SBD) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông.

Câu 40. Biết bốn số $6; x; -2; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $x + 2y$ bằng.

A. -10.

B. 12.

C. 14.

D. -2.

Lời giải

Chọn C.

Do bốn số $6; x; -2; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng suy ra

$$\begin{cases} 6-2=2x \\ x+y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow x+2y=14.$$

Câu 41: Chọn mệnh đề đúng

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = -\infty$. **B.** $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - n^3 + 1) = +\infty$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-3n}{2n+5} = \frac{1}{2}$. **D.** $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{2 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n} - 2} \right) = -\infty.$

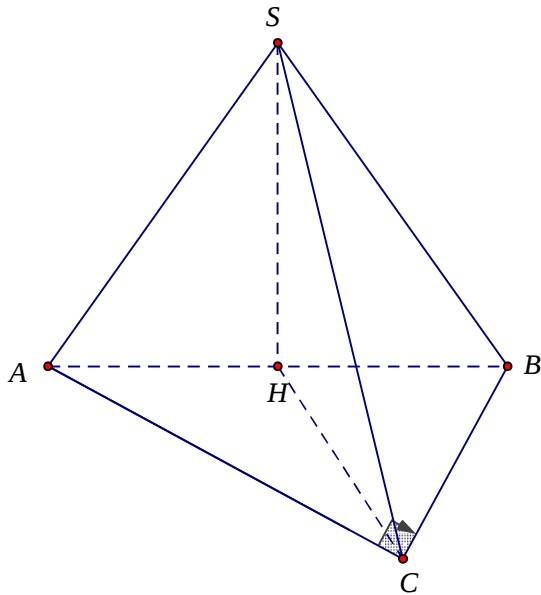
Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. H trùng với trọng tâm của tam giác ABC . **B.** H trùng với trung điểm của AB .

C. H trùng với trực tâm của tam giác ABC . **D.** H trùng với trung điểm của BC .

Lời giải

Chọn B



Do $SA = SB = SC$ và H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) nên $HA = HB = HC$. Suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC mà tam giác ABC vuông tại C . Khi đó H trùng với trung điểm của AB .

Câu 43: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa các véc tơ $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{BD}$

A. 60° .

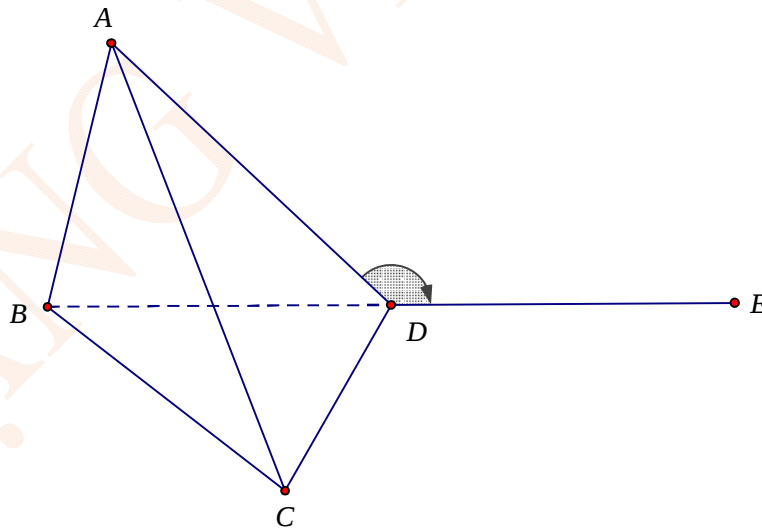
B. 90° .

C. 30° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn D



Vẽ $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD}$ khi đó $(\widehat{DA; BD}) = (\widehat{DA; DE}) = \widehat{ADE} \Rightarrow (\widehat{DA; BD}) = 120^\circ$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } \sin x \geq 0 \\ 3 - \cos x & \text{khi } \sin x < 0 \end{cases}$

Hàm số có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2019)$?

A. Vô số.

B. 320.

C. 321.

D. 319.

Lời giải**Chọn C**

Xét hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2\pi]$, khi đó

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } x \in [0; \pi] \\ 3 - \cos x & \text{khi } x \in (\pi; 2\pi) \end{cases}$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2 = f(0)$, $\lim_{x \rightarrow (2\pi)^-} f(x) = 2 = f(2\pi)$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} (1 + \cos x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} (3 - \cos x) = 4$$

do $\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x)$ nên hàm số gián đoạn tại $x = \pi$. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π . Suy ra hàm số gián đoạn tại các điểm $x = \pi + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Ta có $x \in (0; 2019) \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < 2019 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 320,833$ với $k \in \mathbb{Z}$

nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 320\}$. Vậy hàm số có 321 điểm gián đoạn.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 + mx - 8 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$

Tìm tổng các giá trị tìm được của tham số m để hàm số liên tục tại $x = -2$.

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 5.

Chọn A**Lời giải**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (2x - 1) = -5$, $f(-2) = m^2 - 2m - 8$. Để hàm số liên tục

$$\text{tại } x = -2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

Suy ra tổng các giá trị tìm được của tham số m để hàm số liên tục tại $x = -2$ là: 2.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và $f(1) = 2$, $f(5) = 10$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

A. Phương trình $f(x) = 6$ vô nghiệm.

B. Phương trình $f(x) = 7$ có ít nhất một nghiệm trên $(1; 5)$.

C. Phương trình $f(x) = 2$ có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 5$.

D. Phương trình $f(x) = 7$ vô nghiệm.

Lời giải**Chọn B.**

Hàm số liên tục trên đoạn $[1;5]$ và $f(1)=2$, $f(5)=10$, $7 \in (2;10)$ nên theo định lý giá trị trung bình ta có $\exists x_0 \in (1;5): f(x_0)=7$ hay phương trình $f(x)=7$ có ít nhất một nghiệm trên $(1;5)$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh đáy bằng a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa B và vuông góc với SC . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp trên và (α) .

A. $\frac{a^2\sqrt{15}}{10}$.

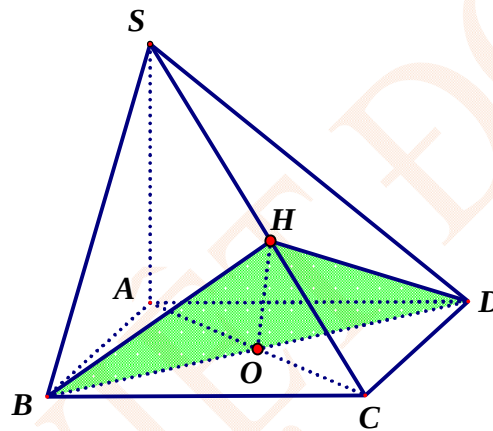
B. $\frac{a^2\sqrt{15}}{5}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{5}}{10}$.

Lời giải

Chọn A.



Do $SC \perp (\alpha)$ và dễ dàng chứng minh $BD \perp SC$, nên suy ra $BD \subset (\alpha)$.

Kẻ $BH \perp SC$ thì $BH \subset (\alpha)$.

Vậy thiết diện là $\triangle BDH$.

Với tam giác $\triangle SBC$ vuông tại B ta có $BH = \frac{BC \cdot BS}{SC} = \frac{BC \cdot BS}{\sqrt{BC^2 + BS^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Có $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HO = a\sqrt{\frac{3}{10}}$

Mà tam giác $\triangle BDH$ cân tại $H \Rightarrow S_{\triangle BDH} = BO \cdot HO = a^2 \sqrt{\frac{3}{20}} = a^2 \frac{\sqrt{15}}{10}$.

Câu 48: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = -1$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)f(x)+2}{x-1}$.

A. $I = 5$.

B. $I = -4$.

C. $I = 4$.

D. $I = -5$.

Lời giải

Chọn D.

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x)f(x) + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) + 1}{x - 1} (x^2 + x) + \frac{-x^2 - x + 2}{x - 1} \right]$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 1}{x - 1} = -1, \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x) = 2,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 - x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-x - 2)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (-x - 2) = -3$$

$$\text{nên } I = -1.2 - 3 = -5.$$

Câu 49: Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2}$.

A. $\frac{-2}{7}$.

B. $\frac{-7}{24}$.

C. $\frac{-9}{31}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(2x - 3)}{(2 - x)(2 + x)(\sqrt{2x^2 + x + 3} + 3)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x - 3)}{(2 - x)(\sqrt{2x^2 + x + 3} + 3)} = \frac{-7}{24}$$

Câu 50: Hàm số $y = \frac{x + 1}{x^2 + 7x + 12}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(3; 4)$.

B. $(-\infty; 4)$.

C. $(-4; 3)$.

D. $(-4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Tập xác định của hàm số là } D = (-\infty; -4) \cup (-3; +\infty) \Rightarrow D \supset (3; 4)$$

$$\text{Vậy hàm số liên tục trên } (3; 4).$$

----- **Hết** -----

ĐỀ SỐ 9

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Môn: Toán 11

Thời gian: 90 phút

(Đề gồm 40 câu TN, 02 câu tự luận)

I – TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giới hạn nào dưới đây có kết quả bằng 1 ?

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$. C. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x}$.

Câu 2. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}; \dots$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 3. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. $-\infty$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 4. $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{2018}{n + 3}$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0. B. -1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 5. $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0. B. -2. C. 3. D. -1.

Câu 6. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

Câu 7. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 4 B. 0 C. 2 D. 6

Câu 8. Cho phương trình $-4x^3 + 4x - 1 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- A. Phương trình đã cho có đúng một nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.
 B. Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.
 C. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.
 D. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5})$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $+\infty$ B. 0 C. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ D. $-\infty$

Câu 10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 0 B. $+\infty$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{9}$

Câu 11. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 16x - 1}}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{3}{8}}$. B. $\sqrt{\frac{1}{8}}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $+\infty$.

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $-\infty$. B. -1 . C. $-\frac{1}{2}$. D. 0 .

Câu 13. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy nào có giới hạn khác 0 ?

A. $u_n = \frac{n^2 + 2018}{n^3 - 2019}$. B. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

Câu 14. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy nào có giới hạn bằng $+\infty$?

A. $u_n = \frac{9n^2 + 7n}{n + n^2}$. B. $u_n = n^2 + 1$. C. $u_n = \frac{2007 + 2008n}{n+1}$. D. $u_n = 2008 - 2007n^2$.

Câu 15. Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn bằng $\frac{1}{5}$?

A. $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+5}$. B. $u_n = \frac{1-2n}{5n+5n^2}$. C. $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+5n^2}$. D. $u_n = \frac{1-2n}{5n+5}$.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A. $a = 5$. B. $a = -5$. C. $a = 3$. D. $a = -3$.

Câu 17. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào có giới hạn bằng 0 ?

A. $u_n = \left(-\frac{5}{3}\right)^n$. B. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. C. $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. D. $u_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

Câu 18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 4 . B. $+\infty$. C. 2 . D. $-\infty$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} a^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-a)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a = 1$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = -1; a = \frac{1}{2}$. D. $a = 1; a = -\frac{1}{2}$.

Câu 20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 4n^2 + 5}}{n - 6}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. -2 . B. -1 . C. 0 . D. 3 .

Câu 21. Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với một đường thẳng a nằm trong (α) .

- B. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong (α) .
- C. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) .
- D. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với một đường thẳng b song song với (α) .

Câu 22. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì a song song với b .
- B. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.
- C. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng b với b vuông góc với mặt phẳng đã cho.
- D. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{2}$. Gọi α là góc giữa BD và mặt phẳng (SAD) . Chọn khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 24. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.
- B. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vector-không thì ba vector đó đồng phẳng.
- C. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
- D. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.
- C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A}$.

Câu 26. Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông với một mặt phẳng cho trước.
- B. Cho hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.
- C. Qua một điểm O cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng Δ cho trước.
- D. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 27. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu $b // (P)$ thì $a \perp b$. B. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.
- C. Nếu $a \perp b$ thì $b // (P)$. D. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.

Câu 28. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.

Câu 29. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$.

A. $\frac{3}{4}$.B. $\frac{1}{4}$.C. $\frac{1}{2}$.D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi φ là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\varphi = 60^\circ$.B. $\varphi = 45^\circ$.C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{30}}{6}$.D. $\tan \varphi = \sqrt{5}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC .

A. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.B. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.C. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.D. $S = \frac{4a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ tính góc giữa AC và DA_1

A. 60° .B. 120° .C. 45° .D. 90° .

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Người ta định nghĩa “ G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ ”. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. G là trung điểm của đoạn thẳng nối AD và BC .B. $GA = GB = GC = GD$.C. G là trung điểm của IJ (I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD).D. G là trung điểm của đoạn thẳng nối AC và BD .

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Gọi AH , AK lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. $SC \perp (AHC)$.B. $SC \perp (AHD)$.C. $SC \perp HK$.D. $SC \perp BK$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA = SC$; $SB = SD$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $AC \perp SB$.B. $BD \perp CD$.C. $SC \perp AB$.D. $AD \perp SC$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa AC' và $(A'BCD')$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.B. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$.C. $\alpha = 45^\circ$.D. $\alpha = 30^\circ$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy là trung điểm H của đoạn AB , biết $SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$.

A. 45^0 . B. 30^0 . C. 60^0 . D. 75^0 .

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại B . Vẽ $SH \perp (ABC), H \in (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. H trùng với trung điểm AC . B. H trùng với trung điểm BC .
C. H trùng với trọng tâm tam giác ABC . D. H trùng với trực tâm tam giác ABC .

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$.
C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 40. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

II – TỰ LUẬN

Câu 1: Tìm a, b để hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} & (x(x-2) \neq 0) \\ a & \text{khi } x = 2 \\ b & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD, M$ là trung điểm BC , cạnh $AB = a$

a) Chứng minh $AB \perp CD$.
b) Tính góc giữa AB và DM .

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I – TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giới hạn nào dưới đây có kết quả bằng 1 ?

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$. C. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x+2) = 1.$$

Câu 2. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}; \dots$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{2}$ và $u_1 = \frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right).$$

$$\text{Vậy tổng là } \lim S_n = \frac{1}{3}.$$

Câu 3. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. $-\infty$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn D.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0$ và $x - 1 > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = 2$ nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = +\infty$.

Câu 4. $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{2018}{n + 3}$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0. B. -1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\lim_{n \rightarrow 3} \frac{2018}{n + 3} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{2018}{1 + \frac{3}{n}} = 0.$$

Câu 5. $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 0. B. -2. C. 3. D. -1.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow 1} 3x = 3 \cdot 1 = 3.$$

Câu 6. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$ **Lời giải****Chọn B.**

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + 1) = 2 > 0$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 1) = 0; x < 1 \Rightarrow x - 1 < 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty$

Câu 7. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 4

B. 0

C. 2

D. 6

Lời giải**Chọn D.**

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3) = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 6$$

Câu 8. Cho phương trình $-4x^3 + 4x - 1 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

A. Phương trình đã cho có đúng một nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.

B. Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.D. Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.**Lời giải****Chọn A.**

Xét hàm số $f(x) = -4x^3 + 4x - 1$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

$$\text{Mà } f(-2) = 23; f(0) = -1; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}; f(1) = -1.$$

Do $f(-2) \cdot f(0) = -23 < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(-2; 0)$

$$f(0) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} < 0 \text{ nên phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng } \left(0; \frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(1) = -\frac{1}{2} < 0 \text{ nên phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng } \left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5})$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $+\infty$

B. 0

C. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ D. $-\infty$ **Lời giải****Chọn B.**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+5}} = 0$$

Câu 10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 0

B. $+\infty$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{9}$ **Lời giải**

Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{5 + \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4}} = \frac{3}{5}$$

Câu 11. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 16x - 1}}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{3}{8}}$.

B. $\sqrt{\frac{1}{8}}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $+\infty$.

Bài giải

Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^4 - 4x^2 + 3x}{x^2 + 16x - 1}} = \sqrt{\frac{3}{8}}.$$

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $-\infty$.

B. -1 .

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 0 .

Bài giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} - 1) - (\sqrt{x^2 + x + 1} - 1)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} - \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x(\sqrt{x+1} - 1)} - \frac{x^2 + x}{x(\sqrt{x^2 + x + 1} + 1)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sqrt{x+1} + 1} - \frac{x+1}{(\sqrt{x^2 + x + 1} + 1)} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0. \end{aligned}$$

Câu 13. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy nào có giới hạn khác 0?

A. $u_n = \frac{n^2 + 2018}{n^3 - 2019}$.

B. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

C. $u_n = \frac{1}{n}$.

D. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

Bài giải

Chọn D.

$$\text{Vì } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1.$$

Câu 14. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy nào có giới hạn bằng $+\infty$?

A. $u_n = \frac{9n^2 + 7n}{n + n^2}$.

B. $u_n = n^2 + 1$.

C. $u_n = \frac{2007 + 2008n}{n+1}$.

D. $u_n = 2008 - 2007n^2$.

Bài giải

Chọn B.

Vì $\lim(n^2 + 1) = +\infty$.

Câu 15. Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn bằng $\frac{1}{5}$?

A. $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+5}$. B. $u_n = \frac{1-2n}{5n+5n^2}$. C. $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+5n^2}$. D. $u_n = \frac{1-2n}{5n+5}$.

Bài giải

Chọn C.

Vì $\lim \frac{n^2-2n}{5n+5n^2} = \lim \frac{n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)}{n^2 \left(\frac{5}{n} + 5\right)} = \frac{1}{5}$.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-4x^2+3}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $a=5$. B. $a=-5$. C. $a=3$. D. $a=-3$.

Lời giải

Chọn B

Có $f(1) = a + \frac{5}{2}$.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-4x^2+3}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2-3x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x-3}{x+1} = -\frac{5}{2}$

Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì $a + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow a = -5$.

Câu 17. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \left(-\frac{5}{3}\right)^n$. B. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. C. $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. D. $u_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

Lời giải

Chọn C

Có $0 < \frac{1}{3} < 1$ nên $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$.

Câu 18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 4. B. $+\infty$. C. 2. D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)(x^2+1) = 4$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} a^2x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-a)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=1$. B. $a=\frac{1}{2}$. C. $a=-1; a=\frac{1}{2}$. D. $a=1; a=-\frac{1}{2}$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Với $x \in (-\infty; 2)$ ta có $f(x) = a^2 x^2$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Với $x \in (2; +\infty)$ ta có $f(x) = (1-a)x$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$.

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (1-a)x = 2(1-a).$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} a^2 x^2 = 4a^2 = f(2).$$

$$\text{Để hàm số liên tục trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow 4a^2 = 2(1-a) \Leftrightarrow 2a^2 + a - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 4n^2 + 5}}{n-6}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. -2.

B. -1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 4n^2 + 5}}{n-6} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27 - 4 \cdot \frac{1}{n} + 5 \cdot \frac{1}{n^3}}}{1 - 6 \cdot \frac{1}{n}} = 3.$$

Câu 21. Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với một đường thẳng a nằm trong (α) .
- B. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong (α) .
- C. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) .
- D. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với một đường thẳng b song song với (α) .

Lời giải**Chọn B.**

Câu 22. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì a song song với b .
- B. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.
- C. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (mặt phẳng không vuông góc với đường thẳng) bằng góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng b với b vuông góc với mặt phẳng đã cho.

D. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

Lời giải

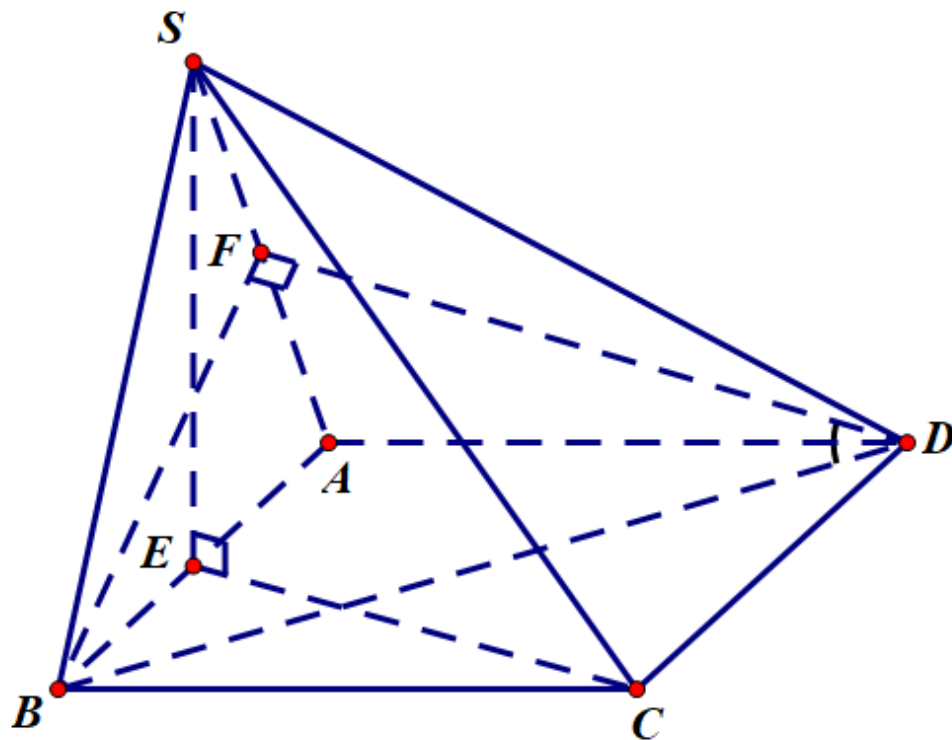
Chọn B.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{2}$. Gọi α là góc giữa BD và mặt phẳng (SAD) . Chọn khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi E là trung điểm của AB và F là trung điểm của SA suy ra $SE \perp (ABCD)$ và $BF \perp (SAD)$. Do đó hình chiếu của BD lên mặt phẳng (SAD) dẫn đến góc giữa BD và mặt phẳng (SAD) là $\alpha = \widehat{BDF}$.

Giả sử đáy $ABCD$ có cạnh là x , khi đó $CE = \frac{x\sqrt{5}}{2}$ và $SE = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ suy ra $SC = x\sqrt{2}$ mà

$SC = a\sqrt{2}$ do đó $x = a$.

$$\text{Vậy } \tan \widehat{BDF} = \frac{BF}{DF} = \frac{BF}{\sqrt{BD^2 - BF^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 24. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.

- B. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vector-không thì ba vector đó đồng phẳng.
 C. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
 D. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.

Lời giải

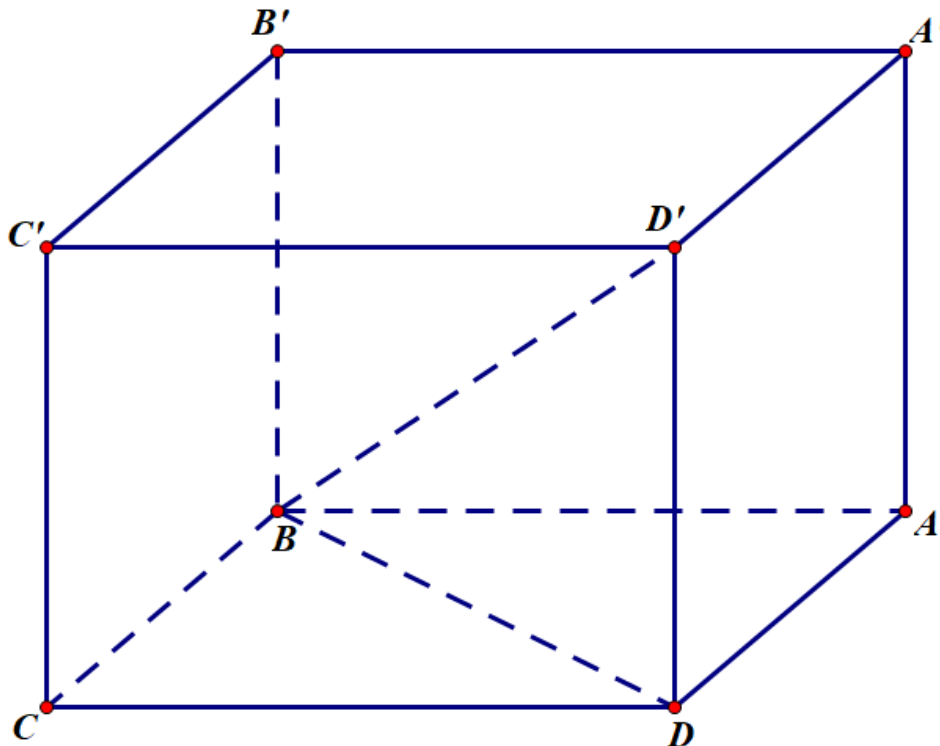
Chọn D.

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.
 B. $\vec{BD'} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$.
 C. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'}$.
 D. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{A'A}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $\vec{BD'} = \vec{BD} + \vec{BB'} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$.

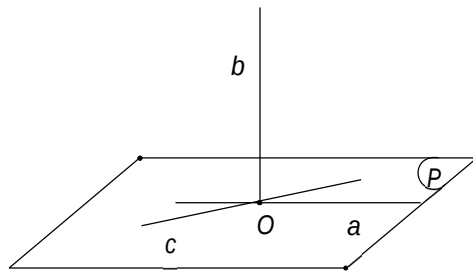
Câu 26. Chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông với một mặt phẳng cho trước.
 B. Cho hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.
 C. Qua một điểm O cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng Δ cho trước.
 D. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ có một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Lời giải:

Chọn D.

D sai vì qua một điểm O cho trước có **vô số** đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.



Câu 27. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $b // (P)$ thì $a \perp b$.

B. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.

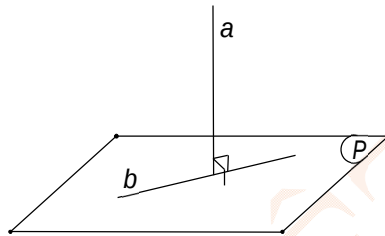
C. Nếu $a \perp b$ thì $b // (P)$.

D. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.

Lời giải:

Chọn C.

C sai vì b có thể nằm trong mặt phẳng (P) .



Câu 28. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

B. Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

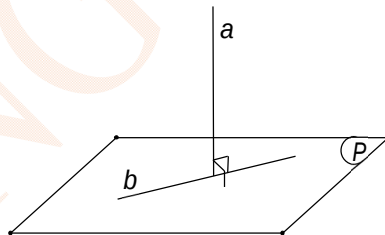
C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

D. Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.

Lời giải:

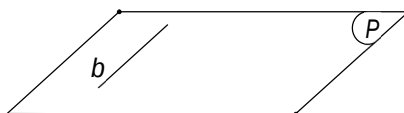
Chọn D.

A sai vì b có thể nằm trong (P) .

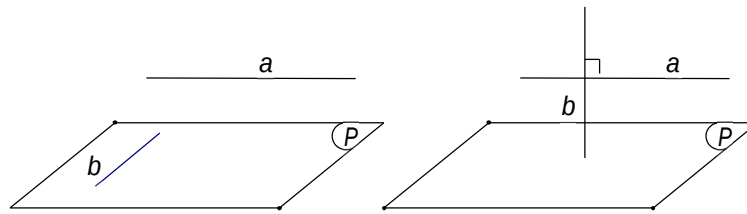


B sai vì b có thể nằm trong (P) .

a



C sai vì b có thể cắt (P) hoặc b nằm trong (P) .



Đúng vì $a \parallel (P) \Rightarrow \exists a' \subset (P)$ sao cho $a \parallel a'$, $b \perp (P) \Rightarrow b \perp a'$. Khi đó $\Rightarrow a \perp b$.

Câu 29. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$.

A. $\frac{3}{4}$.

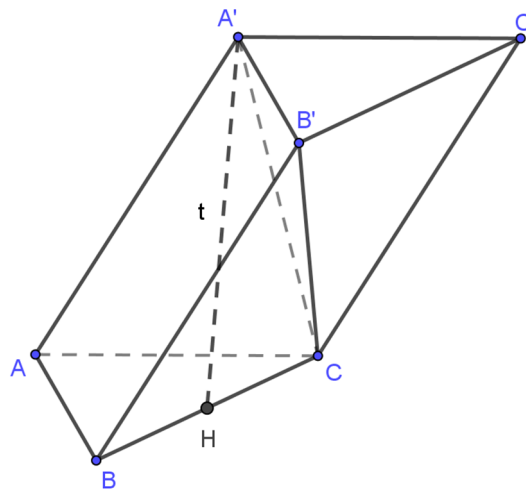
B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $AA' \parallel BB'$ nên giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng góc giữa hai đường thẳng BB' và $B'C'$.

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a = BB'$ nên tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi.

Gọi H là trung điểm BC , theo đề ra ta có $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp BC, A'H \perp AH$.

Do đó $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Lại có: $A'H \perp A'B' \Rightarrow B'H = \sqrt{A'B'^2 + A'H^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

Xét tam giác $BB'H$ cân tại B' ta có ngay $\cos \widehat{B'BH} = \frac{1}{4}$.

Vậy $\cos(AA', B'C') = \frac{1}{4}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi φ là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\varphi = 60^\circ$.

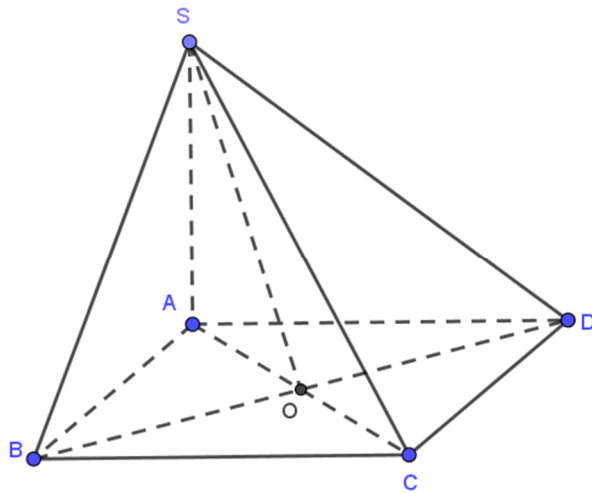
B. $\varphi = 45^\circ$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{30}}{6}$.

D. $\tan \varphi = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C.



Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$. Suy ra $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Lại có $BD \perp (SAC)$ nên góc giữa SD và (SAC) là $\widehat{DSO}$, suy ra $\varphi = \widehat{DSO}$.

Ta có ΔSAC vuông cân nên $SA = AC = a\sqrt{2}$.

$$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\tan \varphi = \frac{DO}{SO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} = \sqrt{1 + \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{6}{5}} \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6}.$$

(Lưu ý là các giá trị lượng giác của φ đều dương do nó là góc nhọn).

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC .

A. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$

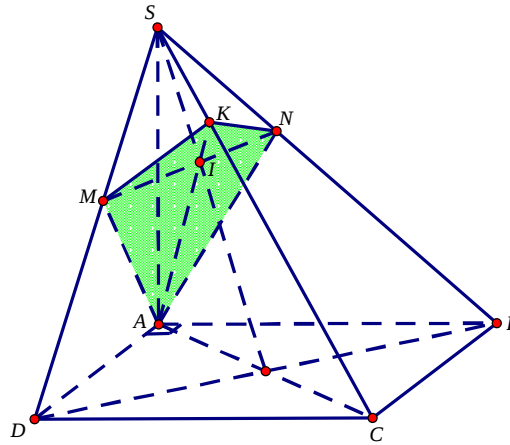
B. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$

C. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}.$

D. $S = \frac{4a^2\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\left. \begin{array}{l} AM \perp SD \\ AM \perp DC (DC \perp (SAD)) \end{array} \right\} AM \perp SC.$

Tương tự $AN \perp SC$.

Vậy $SC \perp (AMN)$ hay mặt phẳng (AMN) là mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu đầu bài.

Gọi $SO \cap MN = \{I\}$, $AI \cap SC = \{K\}$. Thiết diện tạo thành là tứ giác $AMKN$.

Ta có $MN \perp AK$ vậy $S_{AMKN} = \frac{1}{2} MN \cdot AK$.

Xét tam giác vuông SAD có $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AS^2} \Leftrightarrow AM = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Tương tự $AK = \frac{1}{2} SC = a$.

Mặt khác: $SD = a\sqrt{3}$, $SA^2 = SM \cdot SD \Rightarrow SM = \frac{2a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SMN đồng dạng với tam giác SBD ta có $\frac{MN}{BD} = \frac{SM}{SD} \Rightarrow MN = \frac{BD \cdot SM}{SD}$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{AMKN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a^2\sqrt{2}}{3} = S_{AMKN} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ tính góc giữa AC và DA_1

A. 60° .

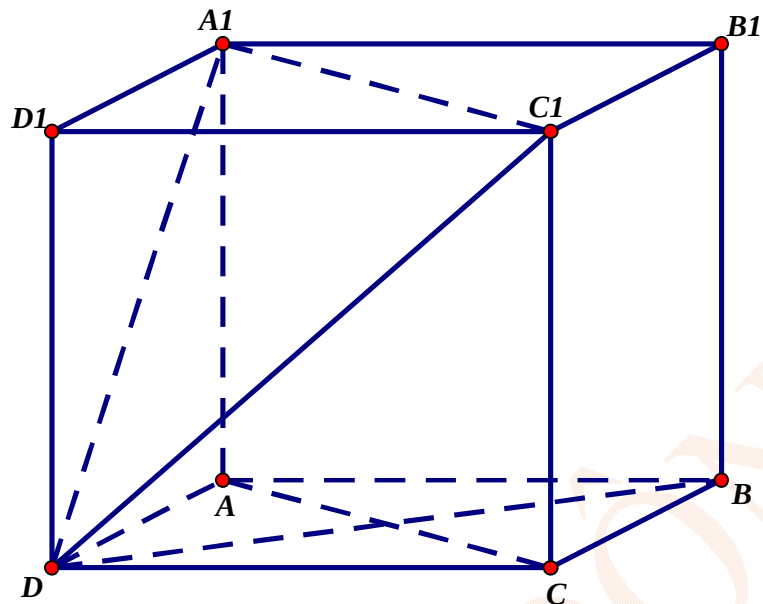
B. 120° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A.



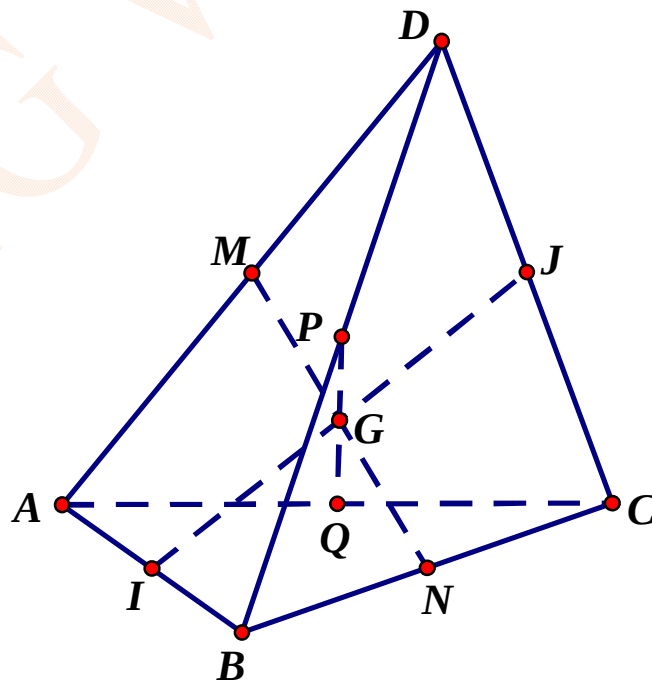
Ta có $AC \parallel A_1C_1$ vậy góc giữa AC và DA_1 bằng góc giữa A_1C_1 và DA_1 và bằng 60° do tam giác DA_1C_1 là tam giác đều.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Người ta định nghĩa “ G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ ”. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. G là trung điểm của đoạn thẳng nối AD và BC .
- B. $GA = GB = GC = GD$.
- C. G là trung điểm của IJ (I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD).
- D. G là trung điểm của đoạn thẳng nối AC và BD .

Lời giải

Chọn B.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC ta có

$$\vec{0} = \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \frac{1}{2}(\vec{GM} + \vec{GN}).$$

Vậy A đúng. Tương tự có C, D đúng.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Gọi AH , AK lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. $SC \perp (AHC)$.

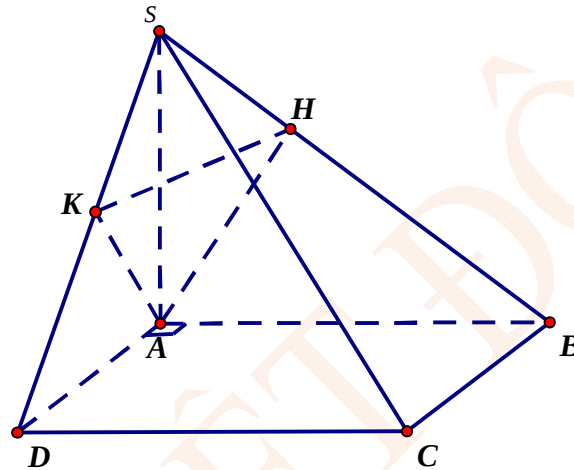
B. $SC \perp (AHD)$.

C. $SC \perp HK$.

D. $SC \perp BK$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\left. \begin{array}{l} AK \perp SD \\ AK \perp DC \text{ (} DC \perp (SAD) \text{)} \end{array} \right\} AK \perp SC.$

Tương tự $AH \perp SC$.

Vậy $SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp HK$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA = SC$; $SB = SD$. Chọn khẳng định đúng.

A. $AC \perp SB$.

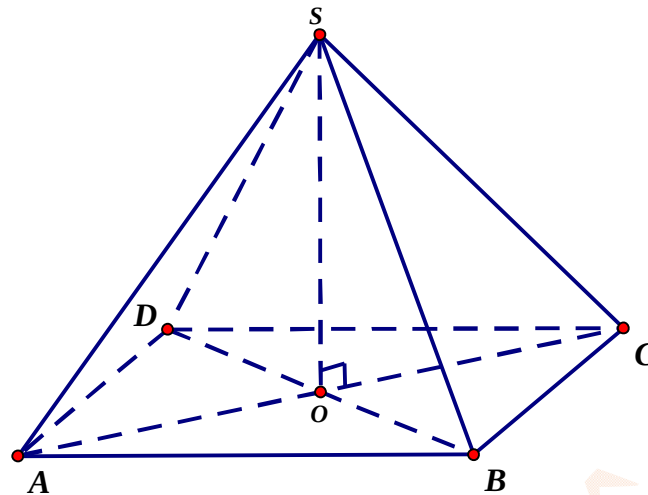
B. $BD \perp CD$.

C. $SC \perp AB$.

D. $AD \perp SC$.

Lời giải

Chọn A.



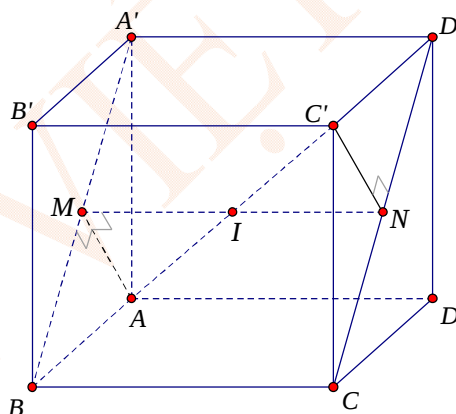
Do tam giác SAC cân nên $SO \perp AC$ mặt khác $AC \perp BD$ vậy $AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SB$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa AC' và $(A'BCD')$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'B, CD'$.

Suy ra hình chiếu của AC' lên mặt phẳng $(A'BCD')$ là đường thẳng MN .

Gọi $I = AC' \cap MN$.

Ta có $(AC', (A'BCD')) = (AC', MN)$

Xét tam giác vuông AMI có

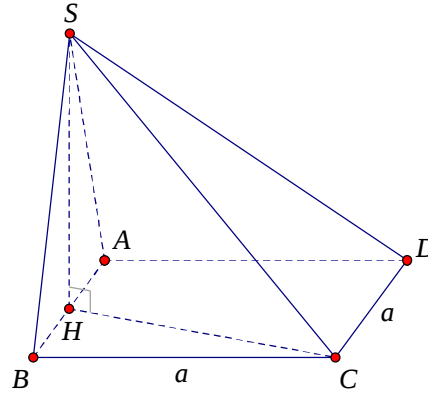
$$MI = \frac{a}{2}, AI = \frac{\sqrt{a^2 + a^2 + a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \cos \widehat{AIM} = \frac{MI}{AI} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy là trung điểm H của đoạn AB , biết $SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$.

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 75° .

Lời giải

Chọn C.



$$h_{cSC / (ABCD)} = HC.$$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, HC) = \widehat{SCH}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } BHC \text{ có } HC = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Xét tam giác vuông SHC có

$$\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow (SC, (ABCD)) = 60^\circ.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại B . Vẽ $SH \perp (ABC), H \in (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. H trùng với trung điểm AC . B. H trùng với trung điểm BC .
C. H trùng với trọng tâm tam giác ABC . D. H trùng với trực tâm tam giác ABC .

Lời giải

Chọn A.

$SA = SB = SC \Rightarrow S$ nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mà tam giác ABC vuông tại B suy ra tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm AC .

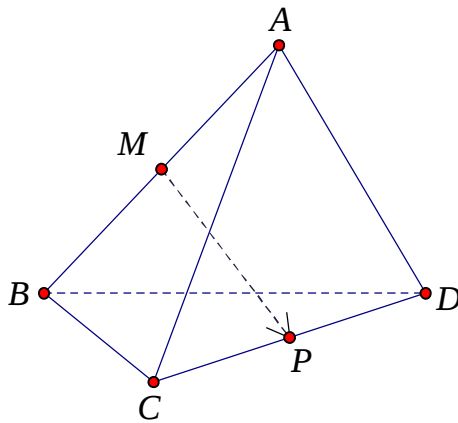
Suy ra hình chiếu H của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm AC .

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$.
C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải

Chọn C.



$$\begin{cases} \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DP} \\ \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{d} + \vec{c} - \vec{b} \Rightarrow \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{c} - \vec{b}).$$

Câu 40. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

Lời giải

Chọn D.

II – TỰ LUẬN

Câu 1: Tìm a, b để hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} & (x(x-2) \neq 0) \\ a & \text{khi } x = 2 \\ b & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Hàm số liên tục tại $x \neq 0$ và $x \neq 2$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-2} = -1$$

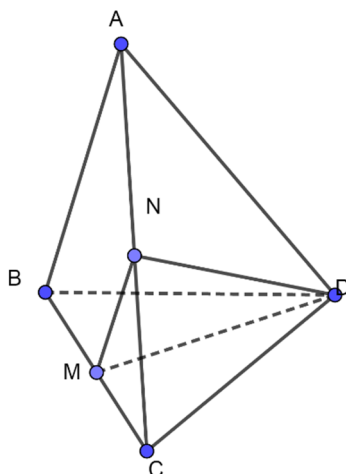
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-1)}{x} = 1$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a = 1, b = -1$

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm BC , cạnh $AB = a$

- a) Chứng minh $AB \perp CD$.
- b) Tính góc giữa AB và DM .

Lời giải



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow AB \perp CD$$

$$MN \parallel AB \Rightarrow (\widehat{AB, DM}) = (\widehat{MN, DM})$$

$$DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MN = \frac{a}{2} \Rightarrow \cos \widehat{NMD} = \frac{a}{4} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$