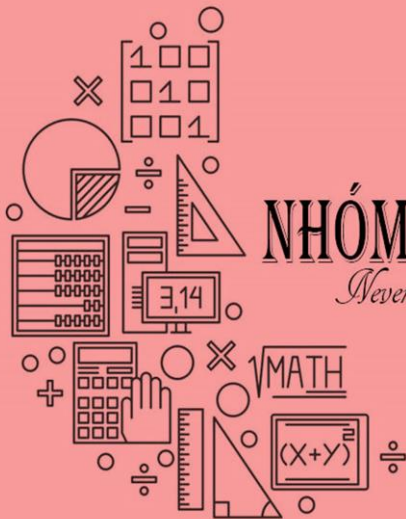


25 ĐỀ THI THỬ TOÁN

Nhóm Toán anh Dúi



NHÓM TOÁN ANH DÙI

Never get anywhere unless you try

Tổng hợp 25 đề thi thử hằng tuần Nhóm Toán anh Dúi

Đề thi thử đủ bốn mức độ phân bậc

Có sự đa dạng trong cách cho đề, phương pháp giải

Hệ thống Study tips giúp Học Sinh nắm bắt được nội dung đa chiều

Better late than never

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN I

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

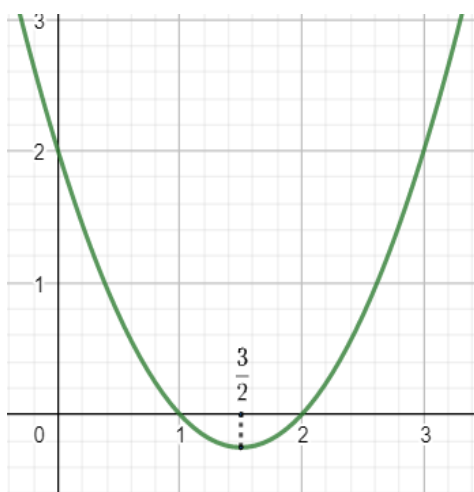
Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-\infty; \frac{3}{2})$.
- B. $(\frac{3}{2}; +\infty)$.
- C. $(1; 2)$.
- D. $(-\infty; 1)$.

Câu 3. [Nhận biết].

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{3}$ là?

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $A\left(1; \frac{7}{6}\right)$.

D. $B(2; 1)$.

Câu 5. [Nhận biết].

Số cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 6. [Nhận biết].

Hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 7. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = -x^4 + 2020x^2 + 2021$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

B. Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

C. Hàm số chỉ có một điểm cực đại.

D. Hàm số chỉ có một điểm cực tiểu.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ chính bằng tổng số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.
- B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có $x = x_0 \in (a; b)$ là một cực đại thì $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) < 0$.
- C. Nếu $y = f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ luôn đạt cực trị tại các điểm mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.

Câu 9. [Thông hiểu].

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m+3)x + 2m + 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 2$ hoặc $m \leq 1$. B. $-2 \leq m \leq 1$.
- C. $m \geq 1$ hoặc $m \leq -2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-2m+1}$ nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$?

- A. $m < -\frac{3}{2}$ hoặc $1 < m \leq 3$. B. $m < -\frac{3}{2}$ hoặc $m > 1$.
- C. $-\frac{3}{2} < m < 1$. D. Không tồn tại giá trị m thỏa mãn.

Câu 11. [Thông hiểu].

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{2x-4}{x-2}$. B. $y = 2020x^3 - 2021$.
- C. $y = 4x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = \frac{2x-3}{3x+2}$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f'(x) = x^4 + 4x^2 + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng nhất?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là điểm $A(0;1)$.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm liên tục trên khoảng $(a;b)$. Số mệnh đề sai là?

(1) Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số $y = f(x)$ có ít nhất 1 điểm cực trị.

(2) Nếu hàm số $y = f(x)$ có $x = x_0 \in (a;b)$ là một cực đại thì $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) < 0$.

(3) Tổng số cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ chính bằng tổng số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $(a;b)$.

(4) Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x = x_0 \in (a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $A(x_0; f(x_0))$ song song với trục hoành.

(5) Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = x_0 \in (a;b)$ thì $f''(x_0) > 0$.

A. 1

B. 3

C. 5

D. Cả năm mệnh đề đều đúng.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[2;6]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	2	4	6		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	7		4		5

Phương trình $f(x-2) = \frac{7}{-x^2 + 12x - 37}$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[4;8]$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. Vô nghiệm.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho $(P): y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương $(Q):$

$y = g(x) = x^4 - 2mx^2 - m^2 - 4$ cùng đi qua ba điểm $A(a; f(a)), B(b; f(b)), C(c; f(c)),$

$(a < b < c)$. Biết rằng $f'(c) = g'(a) = g'(b) = g'(c) = 0$. Gọi $m_1, m_2, (m_1 < m_2)$ là hai giá trị mà tại $m = m_1$ hoặc $m = m_2$ thì điểm $D(2; -3)$ luôn thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$. Tỉ số

$T = \frac{m_2}{m_1}$ xấp xỉ số nào dưới đây?

A. 11.

B. 22.

C. 44.

D. 55.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN II

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

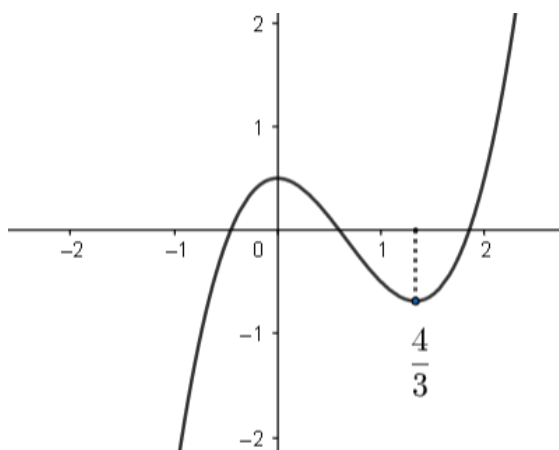
Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{x-3}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.
- B. $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.
- C. $(1; 2)$.
- D. $(-\infty; 1)$.

Câu 3. [Nhận biết].

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là?

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $A(0; 3)$.

D. $B(1; 2)$.

Câu 5. [Nhận biết].

Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 6. [Nhận biết].

Hàm số $y = \frac{x^3 - 2x}{x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Câu 7. [Nhận biết].

Hàm số $ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi?

A. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$.

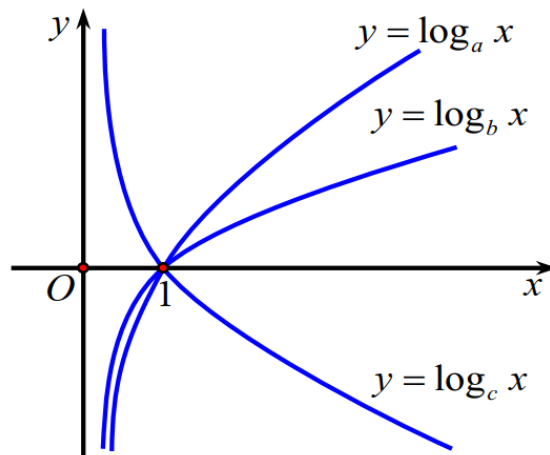
B. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

D. $a > 0; b^2 - 3ac \leq 0$.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



A. $a < b < c$.

B. $c < a < b$.

C. $b < c < a$.

D. $c < b < a$.

Câu 9. [Thông hiểu].

Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)$.

B. Nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

D. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số.

Câu 10. [Thông hiểu].

Đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 1$ tiếp xúc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $y = x + 1$.

B. $y = -2x + 1$.

C. $y = -x + 1$.

D. $y = 2x + 1$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Biết đồ thị hàm số $(C) y = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ và cắt đường thẳng $x = 1$ tại điểm có tung độ bằng 3. Tổng $S = a + 2b + 3c$ bằng?

A. $S = 4$.

B. $S = 3$.

C. $S = 2$.

D. $S = 1$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{1 - x}$ có đồ thị (C) . Tịnh tiến (C) xuống dưới 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số nào dưới đây ?

A. $y = \frac{(x+1)^2}{1-x}$.

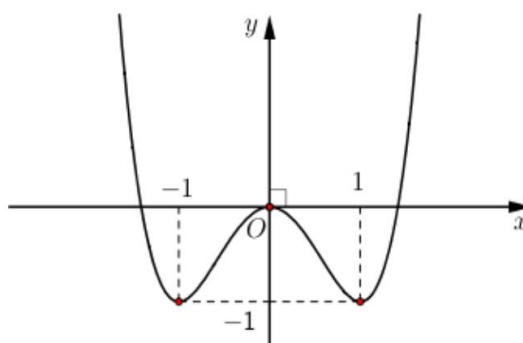
B. $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{1-x}$.

C. $y = -\frac{x^2 + 4x + 7}{1+x}$.

D. $y = \frac{x^2 - 4x + 7}{3-x}$.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(f(x)) + 1 = 0$ là.

A. 9.

B. 4.

C. 8.

D. 7.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(4x^2 - 2x^4) = 1$ là?

A. 9.

B. 6.

C. 8.

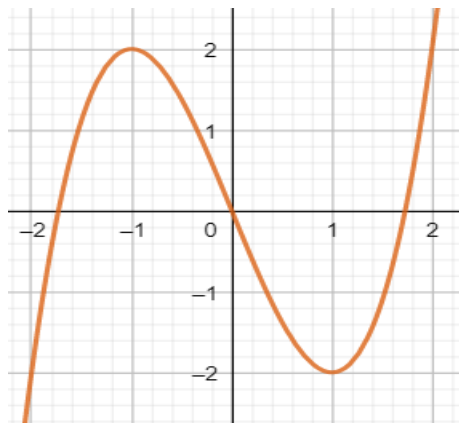
D. 12.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho x, y thỏa mãn $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 16$ và hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = f\left(\frac{x^2 + y^2 - 2}{x^2 - y^2 - 2xy + 4}\right)$. Tính

$$S = M^2 + m^2.$$



A. $S = 4$.

B. $S = 1$.

C. $S = 25$.

D. $S = 2$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN III

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

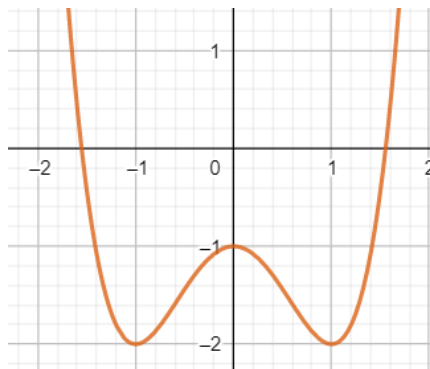
Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.B. $(-\infty;1)$.C. $(-1;1)$.D. $(-1;0)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình bên.

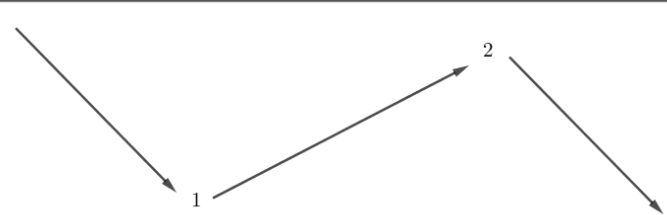
Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x												
	-3		-1		0		1		2		3	
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	

A. Đạt cực tiểu tại $x=1$.B. Đạt cực đại tại $x=-1$.C. Đạt cực đại tại $x=2$.D. Đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$					

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 1.

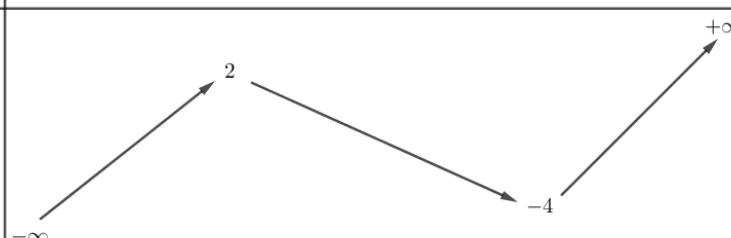
B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -4.

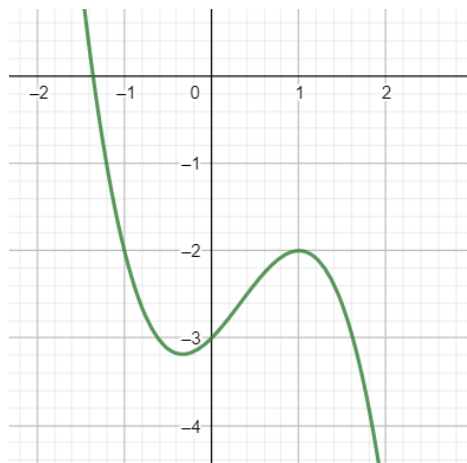
Câu 5. [Nhận biết].

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.B. $y = 1$.C. $x = -1$.D. $x = 2$.**Câu 6. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 7. [Thông hiểu].

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

A. 1.

B. 37.

C. 33.

D. 12.

Câu 8. [Thông hiểu].

Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .

A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Câu 9. [Vận dụng].

Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 2.

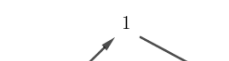
B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 10. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

x	-1			0		2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$							

A. $x = \frac{1}{2}$.

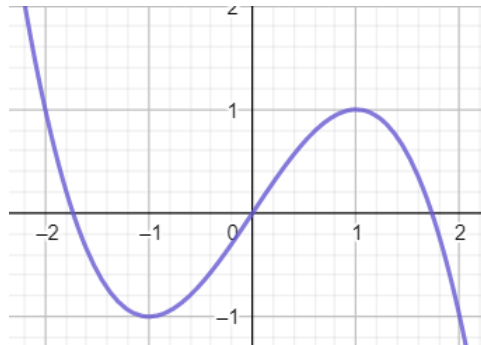
B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

Câu 11. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng

A. $(1; 2)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-2; -1)$.

Câu 12. [Vận dụng].

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là?

A. 0.

B. 6.

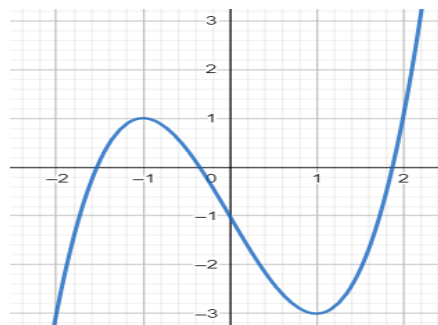
C. 1.

D. 2.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6.

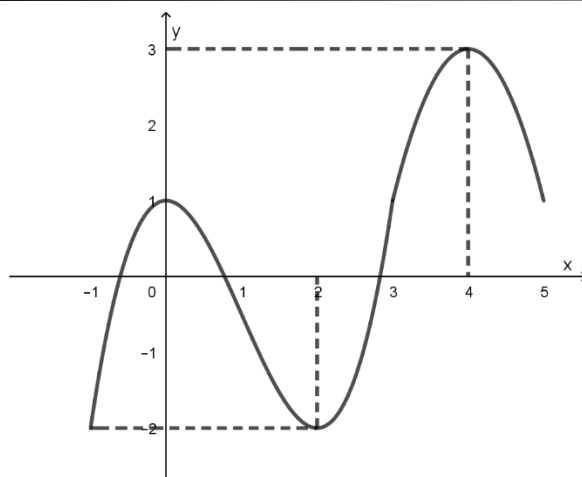
B. 5.

C. 7.

D. 4.

Câu 14. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có liên tục trên $(-3; 6)$ và đạo hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

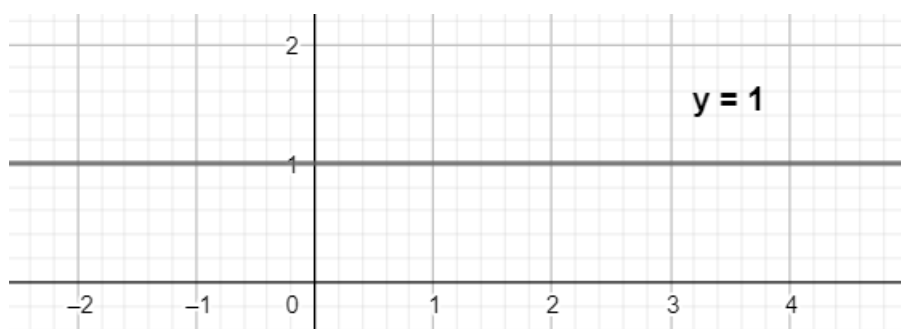


Hàm số $g(x) = -2f(2-x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; -2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-2; -1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số:

$$y = g(x) = \frac{f(x)+1}{f(x)+1} + \frac{\sqrt{f^2(x)+2}}{f(x)+2} + \frac{\sqrt[3]{f^3(x)+3}}{f(x)+3} + \dots + \frac{\sqrt[2021]{f^{2021}(x)+2021}}{f(x)+2021}$$

- A. 2022. B. 2. C. 2021. D. 0.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN IV

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 - KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Giá trị lớn nhất của hàm số $x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ là:

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 1.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

thỏa mãn $F(1) = 4$. Giá trị của $2F(0) - 3F(3)$ bằng:

A. 57.

B. -69.

C. -61.

D. 65.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

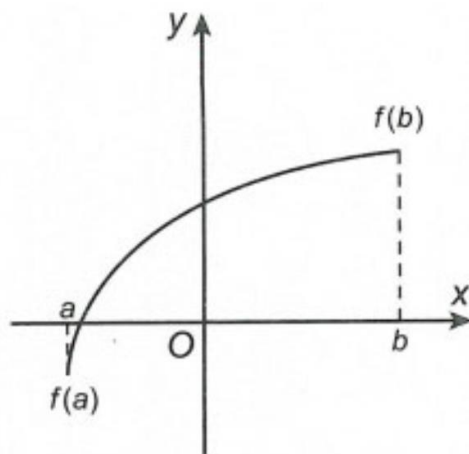
x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 2)$.B. $(-3; 1)$.C. $(0; 1)$.D. $(1; +\infty)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Phương pháp tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn được thực hiện theo các bước sau, trình tự sắp xếp đúng là?



Các bước giải:

- 1) Tính $f(a), f(x_i), f(b)$.
- 2) Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên.
- 3) Tính $f'(x)$.
- 4) Tìm các điểm $x_i \in (a; b)$ mà tại đó $f'(x_i) = 0$ hoặc $f'(x_i)$ không xác định.

Khi đó $M = \max_{[a;b]} f(x)$ và $m = \min_{[a;b]} f(x)$.

A. 1-2-3-4.

B. 2-3-1-4.

C. 1-4-2-3.

D. 3-4-1-2.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{-5+x}{x-3}$. Giá trị của $\left(\min_{(-5;-1)} y \right)^2 + \left(\max_{(-5;-1)} y \right)^2$ bằng:

A. $\frac{61}{16}$.

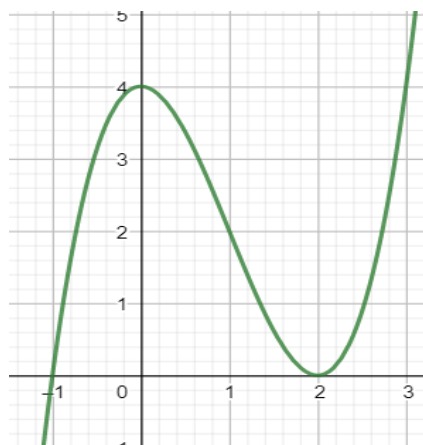
B. $\frac{11}{4}$.

C. 61.

D. 14.

Câu 6. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó hàm số $y = f(2-x^2)$ đạt GTNN trên $[0; \sqrt{2}]$ bằng:

A. $f(-1)$.

B. $f(0)$.

C. $f(2)$.

D. $f(1)$.

Câu 7. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$						$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+3)$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

A. 66.

B. 67.

C. 64.

D. 65.

Câu 8. [Vận dụng].

Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} (mg / L)$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 1.

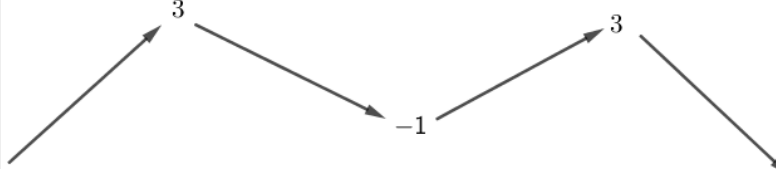
B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-2			0		2	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 3$. Giá trị $\left(\max_{[1;4]} y\right)^3 - \left(\min_{[1;2]} y\right)^2$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-			-	0	+
y	2			$+\infty$		-2	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số cho là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 13. [Vận dụng].

Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là?

A. $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C.$

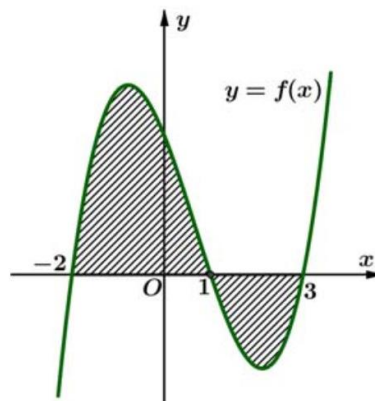
B. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C.$

C. $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C.$

D. $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C.$

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 3$. (Như hình vẽ bên dưới).



$$\text{A. } S = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$$

$$\text{B. } S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$$

$$\text{C. } S = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$$

$$\text{D. } S = -\int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$$

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{-8}{3}$	$\frac{-40}{3}$	$+\infty$	

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Hỏi có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt trục hoành và tung lần lượt tại A và B thỏa mãn tam giác OAB vuông cân?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN V

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

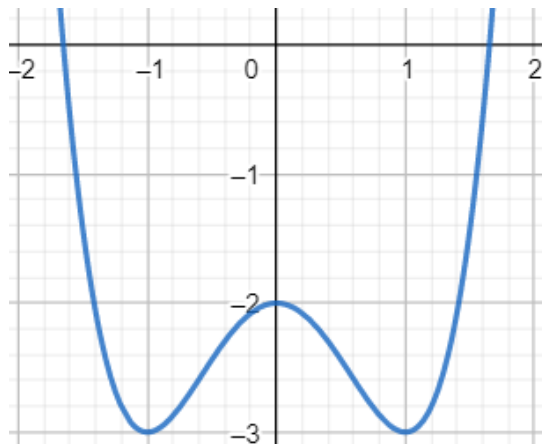
Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
- B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
- D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		
y					
			$-\infty$	$+\infty$	1
					0

A. 1.

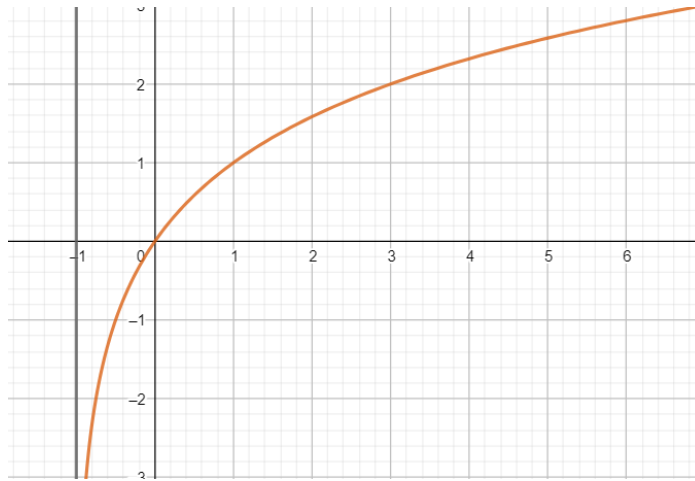
B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 4. [Thông hiểu].

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?

A. $y = \log_3 x$.B. $y = \log_2 x + 1$.C. $y = \log_2 (x+1)$.D. $y = \log_3 (x+1)$.**Câu 5. [Thông hiểu].**Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?A. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.B. $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.C. $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.D. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.**Câu 6. [Thông hiểu].**Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.A. $m = \frac{3}{2}$.B. $m = \frac{3}{4}$.C. $m = -\frac{1}{2}$.D. $m = \frac{1}{4}$.**Câu 7. [Thông hiểu].**Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên

của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Câu 8. [Vận dụng].

Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $OA = OB$ (O là gốc tọa độ)?

A. $m = \frac{3}{2}$.B. $m = 3$.C. $m = \frac{1}{2}$.D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 9. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	0	1	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	9	5

Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình $f(x) \geq mx^2(x^2 - 2) + 2m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 3]$. Số phần tử của tập S là

A. Vô số.

B. 10.

C. 9.

D. 0.

Câu 10. [Vận dụng].

Cho $2^a = 6^b = 12^{-c}$ và $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 2$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 11. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0; a)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2021; 2021]$ để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành?

A. 2022.

B. 2017.

C. 2020.

D. 2021.

Câu 12. [Vận dụng].

Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn điều kiện $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$.

C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$.

D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Cho $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$, với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right].$$

A. $T = 9$.

B. $T = 3$.

C. $T = 10$.

D. $T = 4$.

Câu 14. [Vận dụng cao].

Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Giả sử $m^{2x} + m^{-2x} = n$, ($m, n, x > 0$). Khi đó $\lim_{n \rightarrow (\min n)^+} \left(\frac{(m^x + m^{-x}) - 2}{(m^{2x} - m^{-2x})^2} \right)$ bằng?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN VI

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 3x^3 + 3x - 2$.

B. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

C. $y = x^4 + 3x^2$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 2. [Nhận biết].

Hàm số $y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 1}$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây ?

A. $(-2; 1)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	4	5	4	$+\infty$

Chọn mệnh đề sai ?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

B. Giá trị lớn nhất của hàm số là 5.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có

A. 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

C. 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

D. 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 5. [Thông hiểu].

Số cực trị của hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là?

A. $x = 0, x = 1, x = -1$.

B. $y = 0, y = 1$.

C. 2.

D. Cả ba đáp án đều đúng.

Câu 6. [Thông hiểu].

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1, 2]$

A. 6.

B. 10.

C. 15.

D. 11.

Câu 7. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 6$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là 0.

B. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là -2.

C. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là 6.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là 6.

Câu 8. [Vận dụng].

Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = (m+1)x^3 - 3(m+1)x^2 + 2mx + 4$ đồng biến trên khoảng có độ dài bằng 1.

A. $m = -9$.

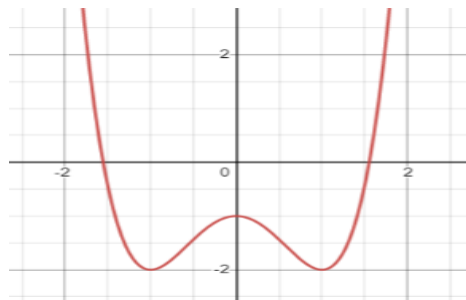
B. $m = -1$.

C. $\begin{cases} m = -9 \\ m = -1 \end{cases}$.

D. Không có m thỏa mãn.

Câu 9. [Thông hiểu].

Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



- A. Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.
- B. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực phân biệt.
- C. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.
- D. Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.

Câu 10. [Vận dụng].

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$?

A. $m \geq \frac{5}{2}$.

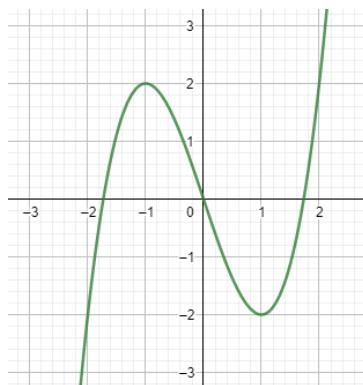
B. $m \leq \frac{5}{2}$.

C. $m \geq \frac{5}{4}$.

D. $m \leq \frac{5}{4}$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x$.

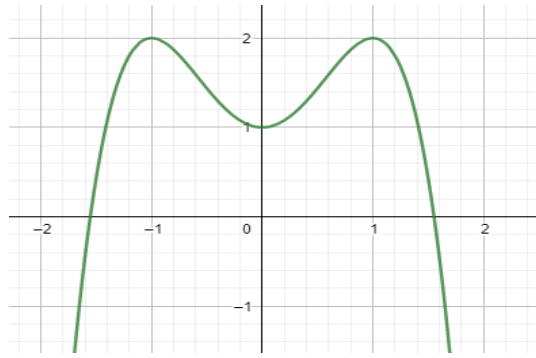
B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 12.[Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau. Nhận định nào sau đây là **sai**?



- A. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0, x = 1, x = -1$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $(-1, 0)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + ax + 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $(x_1^2 + x_2 + 2a)(x_2^2 + x_1 + 2a) = 9$.

- A. $a = 2$.
- B. $a = -4$.
- C. $a = -3$.
- D. $a = -1$.

Câu 14. [Vận dụng].

Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng gang hình trụ không có nắp đủ chứa 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy (đơn vị cm, làm tròn đến hàng phần chục) của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất.

- A. 14, 7.
- B. 15.
- C. 15, 2.
- D. 14.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị thực của m để hàm số có 3 điểm cực trị?

- A. 3.
- B. 5.
- C. 1.
- D. 4.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN VII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – Khởi động

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

GTLN của hàm số $y = \frac{x}{x+2}$ trên nửa khoảng $(-2; 4]$ là?

- A. 0. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. Không tồn tại.

Câu 2. [Nhận biết].

GTNN của hàm số $y = \frac{1}{x-1} + x + 2$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là?

- A. 5. B. 2. C. $\frac{3}{2}$. D. Không tồn tại.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(1+x)^3(3-x)$.
Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

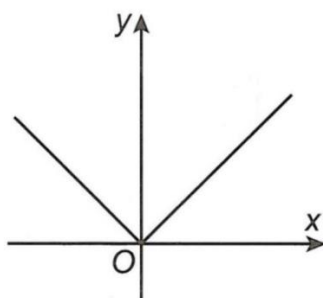
Câu 4. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 5. [Nhận biết].

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x$.

B. $y = |x|$.

C. $y = x + 1$.

D. $|x + 1|$.

Câu 6. [Thông hiểu].

Số cực trị của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 7. [Thông hiểu].

Các điểm cực đại của hàm số $f(x) = x - 2\sin x$ có dạng (với $k \in \mathbb{Z}$).

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

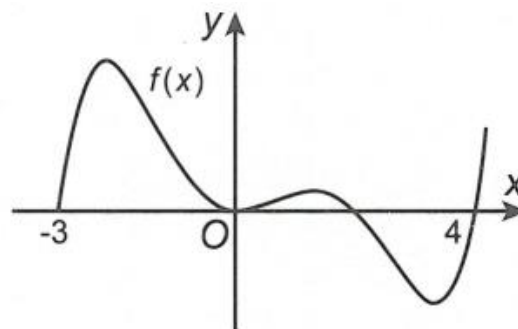
B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 8. [Nhận biết].

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-3; 4)$ là:



A. 5.

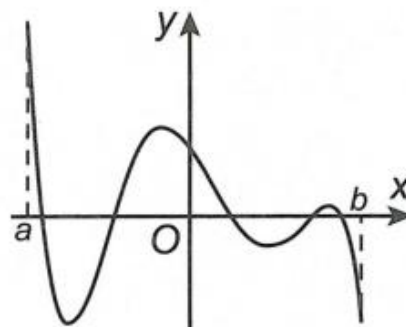
B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 9. [Thông hiểu].

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số f trên khoảng $(a; b)$ là:



A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 10. [Vận dụng].

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	7	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x+3) - 9|$ là:

A. 5.

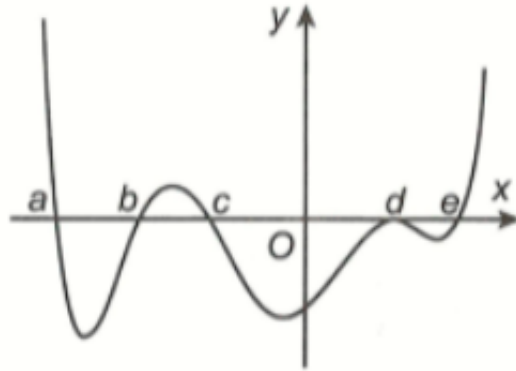
B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 11. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Biết $f(a) > f(c) > 0$; $f(b) < 0 < f(e)$.

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x+m)]^2$ là:

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 12. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 + x - 1)$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 17.

B. 16.

C. 15.

D. 14.

Câu 14. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $g(x) = 3f(-4x^4 + 4x^2 - 6) + 2x^6 - 3x^4 - 12x^2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Giá trị của m để hàm số $y = (m+1)x^4 - 2mx^2 + 2m - m^4$ đạt cực đại tại $x = 2$ là:

A. $m = \frac{4}{3}$.B. $m = -\frac{4}{3}$.C. $m = \frac{3}{4}$.D. $m = -\frac{3}{4}$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN VIII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

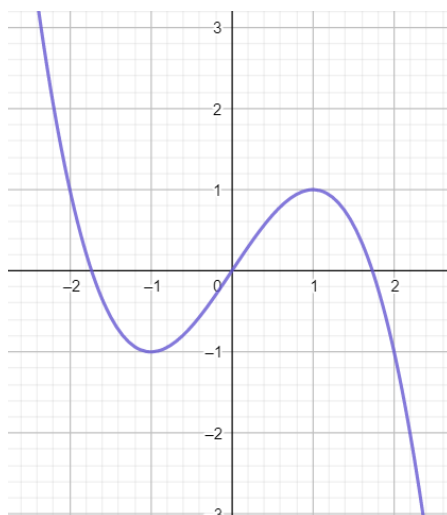
Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

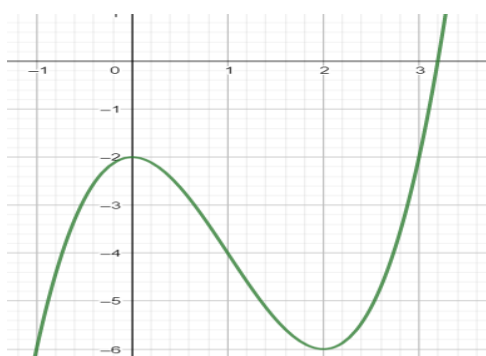
Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 4. [Thông hiểu].

Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

A. $y_0 = 4$.

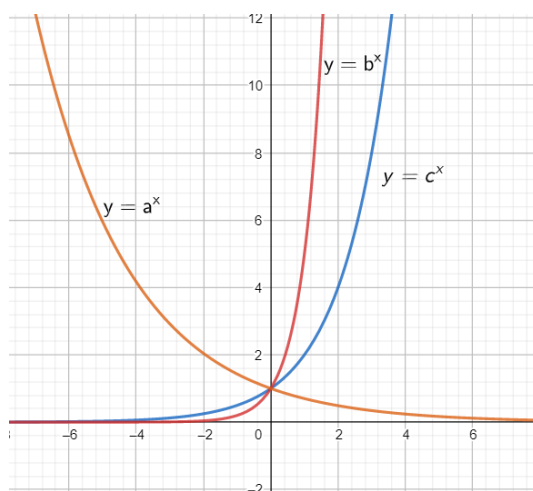
B. $y_0 = 0$.

C. $y_0 = 2$.

D. $y_0 = -1$.

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$.

B. $c < a < b$.

C. $a < b < c$.

D. $a < c < b$.

Câu 6. [Thông hiểu].

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{-3+x}$ là?

A. $y = -1$.

B. $y = 1$.

C. $y = -3$.

D. $y = 3$.

Câu 7. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3(x^2 - 4x + m)$ với mọi

$x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 2020.

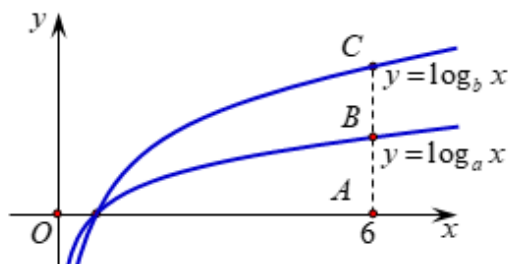
B. 2014.

C. 2019.

D. 2016.

Câu 8. [Vận dụng].

Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường thẳng $x=6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Nếu $AC = AB \log_2 3$ thì

A. $b^3 = a^2$.B. $b^2 = a^3$.C. $\log_3 b = \log_2 a$.D. $\log_2 b = \log_3 a$.

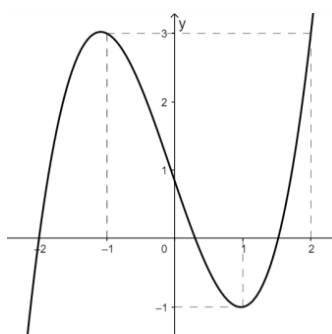
Câu 9. [Vận dụng].

Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$.B. $[2;4]$.C. $(2;4)$.D. $(3;4)$.

Câu 10. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

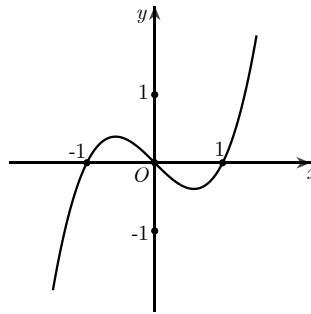


Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4-x^2}) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]$ là:

A. $[-1; 3]$.B. $[-1; f(\sqrt{2})]$.C. $(-1; f(\sqrt{2}))]$.D. $(-1; 3]$.

Câu 11. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại mọi $x \in \mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f[f'(x)]$ là

- A. 7. B. 11. C. 9. D. 8.

Câu 12. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = x + p + \frac{q}{x+1}$ đạt cực đại tại điểm $A(-2; -2)$. Tính pq .

- A. $pq = 2$. B. $pq = \frac{1}{2}$. C. $pq = \sqrt{3}$. D. $pq = 1$.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $m \in [-2019; 2019]$ để phương trình (*) có nghiệm?

$$\log_2^2 x - 2\log_2 x - \sqrt{m + \log_2 x} = m \quad (*)$$

- A. 2021. B. 2019. C. 4038. D. 2020.

Câu 14. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = |x^2 + 2x + a - 4|$ (a là tham số). Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $a = 1$. B. $a = 3$. C. $a = 2$. D. $a = 5$.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = (m-2)x^5 + (50-25m)x^3 + (100m-199)x + 2021$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn đi qua 5 điểm lập thành một cấp số cộng có công sai d và m_0 là giá trị thực sao cho khi $m = m_0$ thì $f(x)$ trở thành đường thẳng đi qua 5 điểm trên. Tính $T = d^{m_0}$?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN IX

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – HÀM SỐ

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{2x-1}{3x-3}$ là bao nhiêu ?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

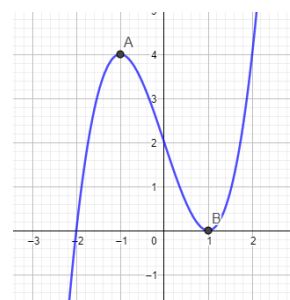
Câu 2. [Nhận biết].

Điểm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là?A. $x = 0$.B. $x = 2$.C. $y = 0$.D. $y = 2$.

Câu 3. [Nhận biết].

Tìm y_0 biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại một điểm duy nhất; kí hiệu (x_0, y_0) là tọa độ điểm đó.A. $y_0 = 4$.B. $y_0 = 0$.C. $y_0 = 2$.D. $y_0 = -1$.

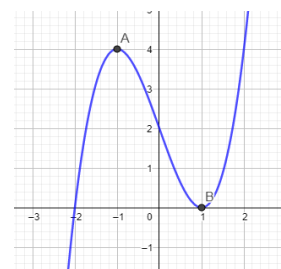
Câu 4. [Nhận biết].

Hàm số bậc ba $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào dưới đây ?A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.B. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$.C. $(-1; 0) \cup (0; 2)$.D. $(-\infty; 4), (1; +\infty)$.

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x^2-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?A. $(-2; +\infty)$.B. $(2; +\infty)$.C. $(-\infty; -2)$.D. $(1; +\infty)$.

Câu 6. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x| - 2)$ là?

A. 1.

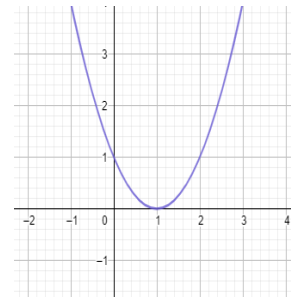
B. 3.

C. 5.

D. 7.

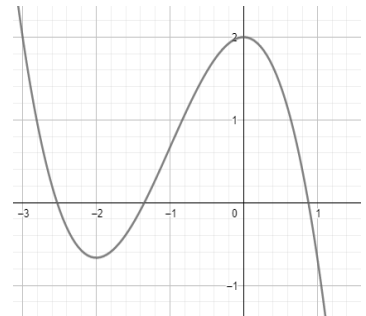
Câu 7. [Thông hiểu].

Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x^2)$?

A. $(-\infty; -1)$.B. $(-\infty; 0)$.C. $(-\infty; 1)$.D. $(0; 1)$.**Câu 8. [Thông hiểu].**

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b = 0, c > 0, d > 0$.B. $a < 0, b = 0, c > 0, d > 0$.C. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.**Câu 9. [Vận dụng].**

Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp sữa là ít nhất (diện tích toàn phần của lon là nhỏ nhất). Bán kính đáy vỏ lon là bao nhiêu khi ta muốn có thể tích lon là 314cm^3

A. $R = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}}$.

B. $R = \sqrt[3]{\frac{628}{\pi}}$.

C. $R = 942\sqrt[3]{2\pi}$.

D. $R = \sqrt[3]{\frac{157}{\pi}}$.

Câu 10. [Vận dụng].

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2, 4]$ bằng 16. Số phần tử của S là

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 11. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB cũng đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. $P = -9$.

B. $P = \frac{-25}{9}$.

C. $P = \frac{-16}{25}$.

D. $P = 1$.

Câu 12. [Vận dụng].

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{m \sin^2 x - 16}{\cos^2 x + m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 5.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Cho hàm số:

$$y = f(x) = 12\sqrt{(2x^2 + x - 1)^3} - 24x^3 + (2a + 6b - 9)x^2 + (a + 3b)x + 4.$$

Biết hàm số luôn có cực trị với a, b là các số thực không âm thỏa mãn: $2a + 3b < 12$.

Giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của biểu thức: $P = a - 3b$ là?

A. $m = 5, M = 7$.B. $m = -9, M = 5$.C. $m = -3, M = 9$.D. $m = -3, M = 0$.**Câu 14. [Vận dụng cao].**

Cho họ đường cong $(C_m): y = \frac{(m-2)x - (m^2 - 2m + 4)}{x - m}$.

Gọi $f(x) = ax + b$, $g(x) = cx + d$, ($b < |d|$) lần lượt là đồ thị hàm số của hai đường thẳng luôn tiếp xúc với (C_m) . Hàm số $f[g^3(x) - g(x)]$ đồng biến trên khoảng nào sau đây, chọn phương án đúng nhất?

A. $\left(\frac{18 - \sqrt{3}}{3}; \frac{18 + \sqrt{3}}{3}\right)$.B. $\left(-\infty; \frac{18 - \sqrt{3}}{3}\right)$ và $\left(\frac{18 + \sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$.C. $\left(\frac{-6 - \sqrt{3}}{3}; \frac{-6 + \sqrt{3}}{3}\right)$.D. $\left(-\infty; \frac{-6 - \sqrt{3}}{3}\right)$ và $\left(\frac{-6 + \sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$.**Câu 15. [Vận dụng].**

Cho hàm số $y = g(x) = f(3x^3 + 5x^2) + x$ thỏa mãn: $g(x) = \frac{1}{x - f(5x^2 - 3x^3)}$, $\forall x \in (1; +\infty)$, $f(x)$,

$f(x)$ là một hàm đồng biến trên $(1; +\infty)$. Tìm số nghiệm của phương trình:

$$g[(x-1)^3 + 3x(x-1)] \cdot g[x(1-x)] - \frac{(x-1) \cdot (x^2 + 1)}{g(x^2 - x)} + 1 = 0$$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN X

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 - KHỞI ĐỘNG NHẹ NHÀNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ + HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ bằng:

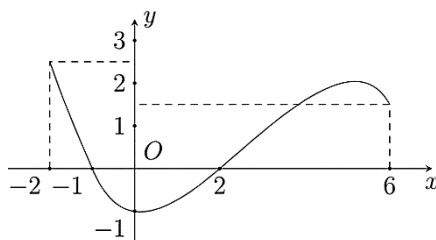
A. 3.

B. $(0; 2)$.

C. 2.

D. $(1; 3)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trên đoạn $[-2; 6]$ như hình

vẽ. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng nhất?

A. $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-2)$.B. $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(6)$.C. $\max_{[-2; 6]} f(x) = \max \{ f(-1); f(6) \}$.D. $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-1)$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

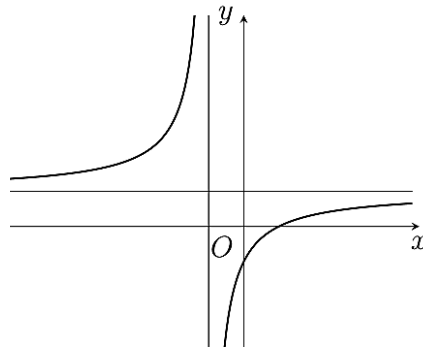
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+	+	0	-
y	$+\infty$	2	4	$-\infty$

Hỏi hàm số có đạo hàm luôn âm trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$.B. $(-\infty; 1)$.C. $(-1; 0)$.D. $(0; 2)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Hàm số $y = \frac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau tìm khẳng định đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 5. [Nhận biết].

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ có nửa diện tích đáy $ABCD$ bằng S và chiều cao h là:

A. $V = S.h$.

B. $V = \frac{1}{3}S.h$

C. $V = \frac{2}{3}S.h$

D. $V = \frac{4}{3}S.h$

Câu 6. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x^2 + mx + 9)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 7. [Nhận biết].

Khối chóp tam giác đều có ít nhất bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Câu 8. [Vận dụng cao].

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên đáy là điểm H nằm trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đã cho?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 9. [Vận dụng].

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B và $AB = a$, cạnh $A'C$ tạo với (ABA') một góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $2a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số lần lượt là:

A. $-2; 2$.

B. $2; -2$.

C. $0; 3$.

D. $3; 0$.

Câu 11. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		+ 0 -	
y	$-\infty$	2	$-\infty$ 4 $-\infty$	

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

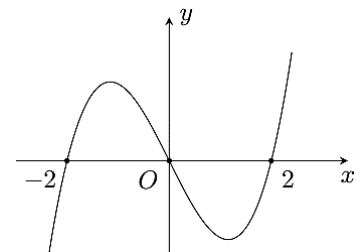
B. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Câu 12. [Thông hiểu].

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 13. [Vận dụng].

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 + \cos x}$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$.

D. 2.

Câu 14. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2 + 2x + 1}}$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 15. [Thông hiểu].

Trong các hàm số sau, hàm số nào có 2 điểm cực tiểu:

A. $y = x^2 - 2x + 3$. B. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + \sqrt{2}x^2 + 1$. D. $y = x^4 - x^2$.

Câu 16. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 17. [Vận dụng].

Với $m \leq a$ thì hàm số $y = mx^3 - 3x^2 + (m-2)x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + 2a + 3$.

A. 1.

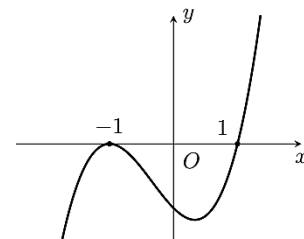
B. 5.

C. 3.

D. 2.

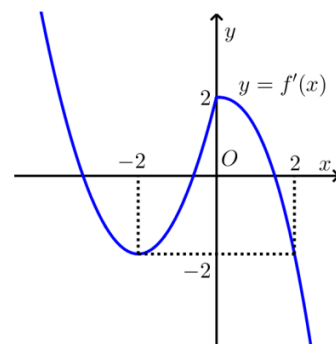
Câu 18. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 2]$ tại x_0 . Giá trị x_0 bằng:

A. $x_0 = -2$.B. $x_0 = 2$.C. $x_0 = -1$.D. $x_0 = 1$.

Câu 19. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x-1) + x^2 - 2x$ luôn tăng trong khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.B. $(-1; 0)$.C. $(-1; 1)$.D. $(-2; -1)$.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(2 - \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} - 3$?

A. $(-2; -1)$.B. $(-1; 1)$.C. $(1; 2)$.D. $(2; 3)$.

HẾT

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XI

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ_LOGARIT

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Số cực trị của hàm số $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên hàm số đạo hàm như hình vẽ bên dưới. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. Cả ba đều sai.

Câu 3. [Nhận biết].

GTNN của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[1; 2]$ là :

- A. -1 . B. -2 . C. -3 . D. -4 .

Câu 4. [Nhận biết].

Gọi m và M lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 4$.Giá trị của biểu thức $m - M$ trên đoạn $[0; 1]$ là:

- A. 2 . B. -2 . C. 4 . D. -4 .

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có bậc không vượt quá 3 có bảng xét dấu của hàm số đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Số điểm cực trị tối đa của hàm số $y = f(x) + mx^2$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4 D. 5.

Câu 6. [Thông hiểu].

Nếu hàm số $y = x + m + \sqrt{1 - x^2}$ có giá trị lớn nhất là $2\sqrt{2}$ thì giá trị của m là:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{-\sqrt{2}}{2}$.

Câu 7. [Thông hiểu].

Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n . Giá trị của $m + n$ là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 8. [Thông hiểu].

Tìm số nghiệm của phương trình $\log_a^2 x + \sqrt{\log_a^2 x + 1} - 5 = 0$ ($a > 1$).

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$. Tính $T = x + y + z$.

- A. $T = 89$. B. $T = 98$. C. $T = 105$. D. $T = 88$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{113}{6}$		$-\infty$

Hàm số $y = f(-x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $\left(1; \frac{13}{5}\right)$. B. $\left(\frac{7}{5}; \frac{17}{5}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$. D. $(0; 1)$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực

đại tại $x = 3$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d$, $a \neq 0$ có $\min_{(-\infty; 0)} y = y(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3]$ bằng?

A. $d + 2a$.B. $d + 8a$.C. $d - 16a$.D. $d - 11a$.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2; 2]$ để hàm số có đúng 3 điểm cực trị là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 14. [Vận dụng].

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ tại một điểm x_0 thuộc $(0; 2)$?

A. $0 < m < 1$.B. $m > 1$.C. $m < 0$.D. $-1 < m < 1$.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 10]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số nhỏ hơn -2 là:

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 16. [Vận dụng].

Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x + m}{x^2 + x + 1}$ trên $\mathbb{R}$ nhỏ hơn hoặc bằng 1 là:

A. $m \leq 1$.B. $m \geq 1$.C. $m < 0$.D. $m > 2$.

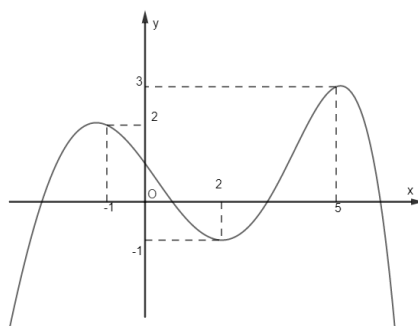
Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(a; b)$ với $a > 1$ là điểm thuộc (C) . Biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{OIB} = 8S_{OIA}$, (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận).
Tính giá trị của $S = a + 4b$.

A. $S = 8$.B. $S = \frac{17}{4}$.C. $S = \frac{23}{4}$.D. $S = 2$.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Biết rằng trên đoạn $[-1;5]$ hàm số có giá trị lớn nhất là 3 và giá trị nhỏ nhất là -1 ,

$$f(4) = 0, f(39) = -\frac{13}{5}.$$

Có bao nhiêu m nguyên để GTLN của $g(x) = \left| f(x) + \left| f(|x^2 - 10x + 24| + 4) \right| + m \right|$ không lớn hơn 7 trên đoạn $[-1;5]$?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Câu 19. [Vận dụng cao]

Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 2m + 1|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất.

Giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

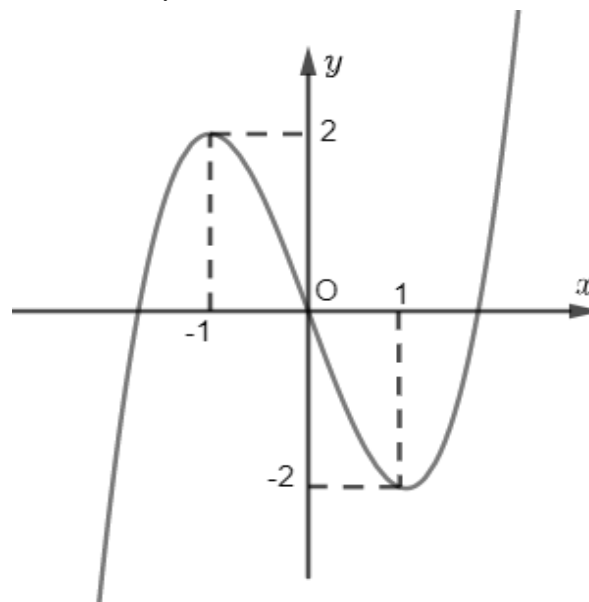
B. $\left(\frac{2}{3}; 2\right)$.

C. $[-1;0]$.

D. $(0;1)$.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \left| f\left(f(|x|)\right) - |x| \right|$ là:

A. 15.

B. 17.

C. 18.

D. 19.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

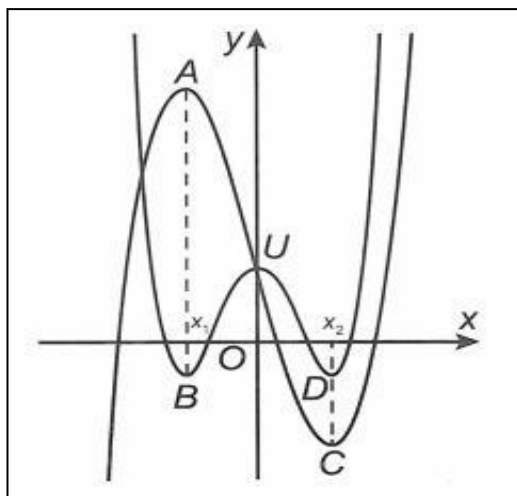
Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Vận dụng cao].

Cho đồ thị hàm số $(C_1): y = f(x) = x^4 + ax^2 + b$ và đồ thị hàm số $(C_2): y = g(x) = x^3 + mx + p$ như hình vẽ bên dưới. Gọi B, D là 2 điểm cực tiểu của (C_1) và A, C lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của (C_2) (A, C đối xứng nhau qua $U \in Oy$). Biết hoành độ của A, B bằng nhau và hoành độ của C, D bằng nhau. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $AB \leq 3$?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 2. [Vận dụng cao].

Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có góc bằng 30° ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 3. [Vận dụng].

Biết đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị A (thuộc trục tung) và B, C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{AB \cdot AC}{BC^4}$ là:

A. $\frac{1}{4}$.B. $\frac{1}{16}$.C. $\frac{3}{4}$.D. $\frac{3}{16}$.

Câu 4. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 + 2x^2)(x^3 - 2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = |f(1 - 2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

A. 9.

B. 2018.

C. 2021.

D. 2022.

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -1$	$\nearrow 3$	$\searrow 2$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là?

A. 5.

B. 6.

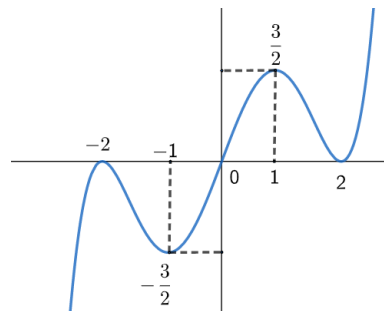
C. 7.

D. 8.

Câu 6. [Vận dụng].

Cho hàm số đa thức bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm

số $y = \frac{\sqrt{x-1}(x^2 - 3x + 2)}{2f^2(x) - 3f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A.1.

B.2.

C.3.

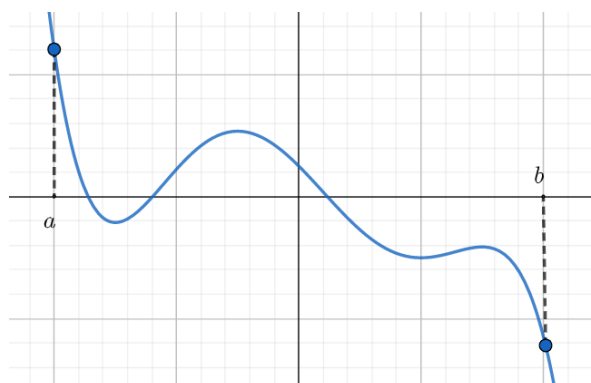
D.4.

Câu 7. [Thông hiểu].

Giá trị cực đại của hàm số $f(m) = m - 2\sqrt{m^2 + 1}$ là số nào dưới đây?

A. $m = \frac{3}{\sqrt{3}}$.B. $m = \frac{-3}{\sqrt{3}}$.C. $m = \frac{-\sqrt{3}}{3}$.D. $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8: Cho đồ thị $y = f(x)$ là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ:



Số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ trên đoạn $(a; b)$ với trục tung là:

A.1.

B.3.

C.4.

D.5.

Câu 9. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 10. [Nhận biết].

Tập xác định của hàm số $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ là?

A. $D = [-2; 2]$.B. $D = [-1; 1] \setminus \{0\}$.C. $D = \mathbb{R}$.D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.**Câu 11. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = f(m) = Am^4 + Bm^2 + C$ với $AB < 0$.

Hàm số $y = f(m)$ có tất cả bao nhiêu điểm uốn và hàm số $y = f''(x)$ có mấy lần đổi dấu?

A. 2 và 3.

B. 2 và 2.

C. 4 và 3.

D. 4 và 4.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và các phát biểu sau:

(1) Hàm số có 2 đường tiệm cận.

(2) Hàm số có 2 điểm cực trị.

(3) Hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.(4) Hàm số nhận đường thẳng $y = 1$ làm tiệm cận ngang.(5) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.(6) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1]$ và $[1; +\infty)$.

Hỏi có bao nhiêu phát biểu sai?

A.3.

B.4.

C.5.

D.6.

Câu 13. [Nhận biết].

Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$.

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.B. $(1; +\infty)$.C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.D. $(-\infty; -1)$.**Câu 14. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(a)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

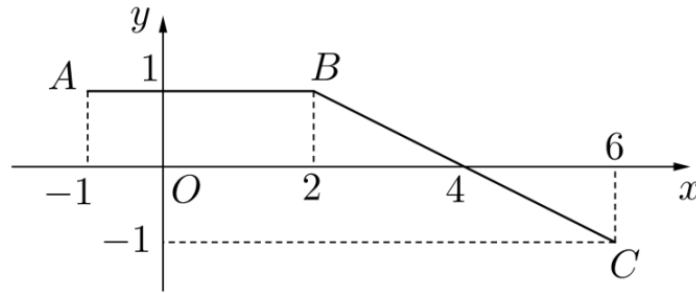
a	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào sau đây đúng đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.**Câu 15. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình vẽ bên dưới.



Biết $F(x)$ nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -2$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng?

A. 3.

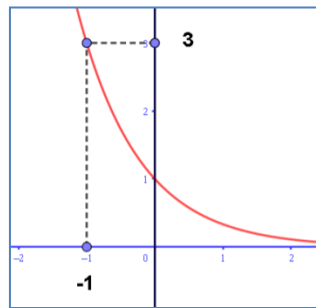
B. 4.

C. 5.

D. 8.

Câu 16. [Nhận biết].

Đồ thị dưới đây có thể là đồ thị của hàm số nào?

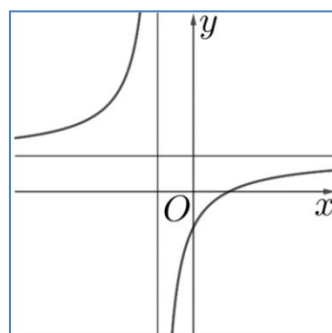
A. $y = 3^x$.B. $y = (\sqrt{3})^x$.C. $y = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$.D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.**Câu 17. [Nhận biết].**

Kí hiệu K là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Giả sử hàm số $y = f(m)$ xác định trên K .

Chọn đáp án không đúng.

A. $y = f(m)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 < m_2 \Rightarrow f(m_1) < f(m_2)$.B. $y = f(m)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 > m_2 \Rightarrow f(m_1) < f(m_2)$.C. $y = f(m)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 < m_2 \Rightarrow f(m_1) > f(m_2)$.D. $y = f(m)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 > m_2 \Rightarrow f(m_1) < f(m_2)$.**Câu 18. [Nhận biết].**

Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình bên.

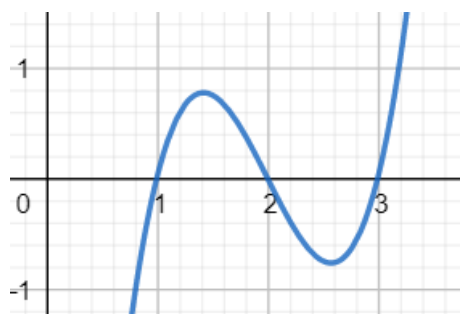


Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq -1$. B. $y' > 0, \forall x \neq -1$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 19. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(m)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ:



Biết hàm số $y = f'(m)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $[1; 3]$ tại m_0 . Giá trị của biểu thức:

$$S = m_0 + \left(\frac{5m_0 + m_0^2 + 2}{m_0^3} \right) + m_0^4 + \sqrt{\left(\frac{m_0^2 + m_0^3 + m_0}{4\sqrt[3]{4m_0} - 1} \right)^2 \cdot (4\sqrt[3]{4m_0} - 1)^2 \cdot (5m_0 + 1)^2 \cdot (m_0^3 + m_0^2 + \ln(e))^2}$$

là?

- A. $S = 2019$. B. $S = 2020$. C. $S = 2021$. D. $S = 2022$.

Câu 20. [Thông hiểu].

Một vật chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vật

bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $v = 35(m/s)$. B. $v = 12(m/s)$. C. $v = 37(m/s)$. D. $v = 36(m/s)$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XIII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Điểm $M(1;1)$ là giao điểm của cặp đồ thị hàm số nào trong các cặp hàm số sau đây?

- A. Đồ thị hàm số $y = x^4$ và đồ thị hàm số $y = x^{\frac{1}{4}}$.
 B. Đồ thị hàm số $y = 4^x$ và đồ thị hàm số $y = 1$.
 C. Đồ thị hàm số $y = \log_4 x$ và đồ thị hàm số $y = 1$.
 D. Đồ thị hàm số $y = x^4 + 1$ và đồ thị hàm số $x = 1$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$?

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x) = \sin x + |x-1|$. Xét hai khẳng định sau:

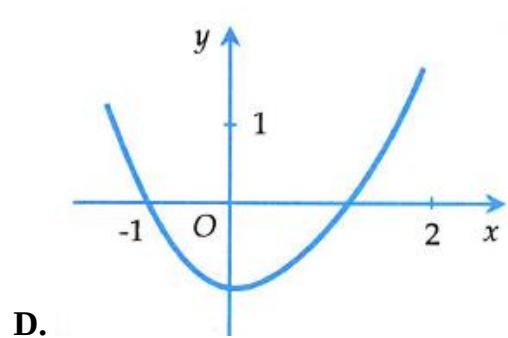
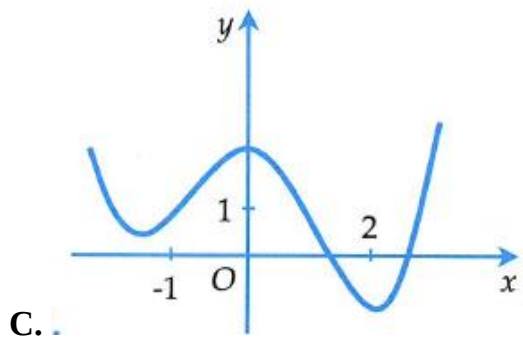
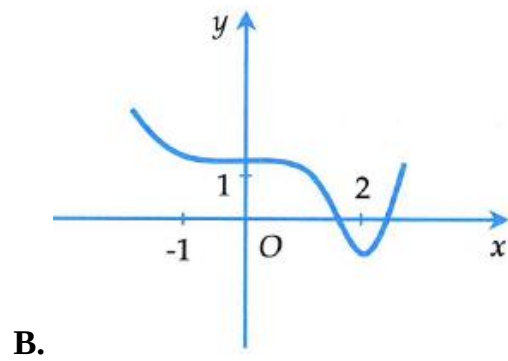
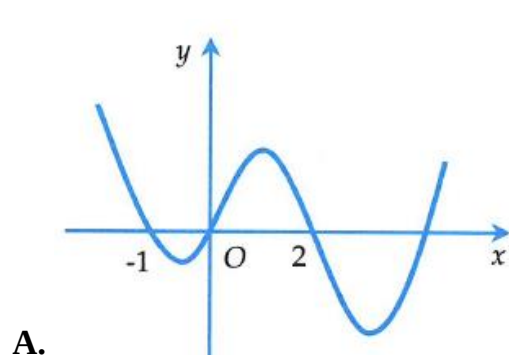
- (1) Hàm số trên có đạo hàm tại $x=1$.
 (2) Hàm số liên tục tại $x=1$.

Trong hai khẳng định trên

- A. Chỉ có (1) đúng. B. Chỉ có (2) đúng. C. Cả hai đều đúng. D. Cả hai đều sai.

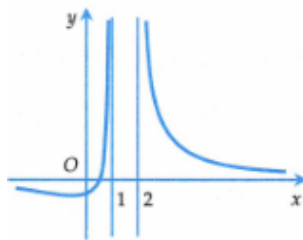
Câu 4. [Nhận biết].

Một trong các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0) = 0$ và $f''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus [1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 6. [Nhận biết].

Gọi M, N là hai giao điểm của đường thẳng $d: y = x - 1$ và đường cong $(C): y = \frac{2x-1}{x+7}$.

Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

- A. -1. B. 2. C. 1. D. -2.

Câu 7. [Thông hiểu].

Đặt $a = \ln 2, b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

- A. $I = -2(a-b)$. B. $I = 2(a+b)$. C. $I = -2(a+b)$. D. $I = 2(a-b)$.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dụng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

- A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 4 mặt phẳng. D. 5 mặt phẳng.

Câu 9. [Thông hiểu].

Tổng các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = |\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 3|$ là?

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm cạnh SC . Gọi α là số đo của góc hợp bởi hai đường thẳng AM và SB . Khi đó $\cos \alpha$ bằng?

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.D. $\frac{\sqrt{5}}{15}$.**Câu 11. [Thông hiểu].**

Cho tứ diện $ABCD$ có $BAC = CAD = DAB = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$, $AD = 3$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) là?

A. $\frac{2}{7}$.B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.C. $\frac{3\sqrt{5}}{7}$.D. $\frac{1}{3}$.**Câu 12. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$. Chọn mệnh đề đúng nhất :

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.**Câu 13. [Thông hiểu].**

Có bao nhiêu đa thức bậc ba $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mà trong đó các hệ số a, b, c, d tùy ý và các hệ số đó thuộc tập $\{-3; -2; 0; 2; 3\}$?

A. 20.

B. 96.

C. 625.

D. 500.

Câu 14. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 2$ có hai điểm cực trị nằm hai phía đối với trục hoành?

A. 2.

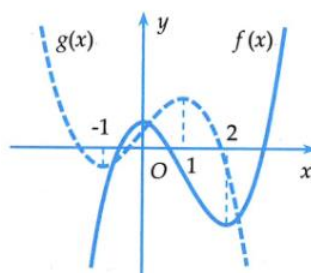
B. 7.

C. 3.

D. 9.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng hai hàm số $y = f(-2x+1)$ và $y = 3g(ax+b)$, $(a, b \in \mathbb{Q})$ có cùng khoảng đồng biến. Khi đó giá trị của biểu thức $a+2b$ bằng?

A. $a+2b=3$.B. $a+2b=4$.C. $a+2b=2$.D. $a+2b=6$.

Câu 16. [Vận dụng].

Phương trình $2021^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trên $[-2021\pi; 2021\pi]$?

- A. Vô nghiệm. B. 2022. C. 4043. D. 4042.

Câu 17. [Vận dụng].

Phương trình tiếp tuyến của elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tại điểm $(x_0; y_0)$ là?

- A. $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$. B. $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$. C. $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = -1$. D. $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = -1$.

Câu 18. [Vận dụng].

Giá trị thực của tham số a, b để hàm số: $y = \begin{cases} (3a-1)\sin x + b\cos x, & x < 0 \\ a\sin x + (3-2b)\cos x, & x > 0 \end{cases}$ là hàm số lẻ là?

- A. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x-10 & \text{khi } x > 2021 \\ f(f(x+11)) & \text{khi } x \leq 2021 \end{cases}$.

Tính giá trị của biểu thức $f(1) + f(3) + \dots + f(2021)$?

- A. 2034123. B. 2032120. C. 3024132. D. 2034132.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB < BC, BC = 3cm$. Hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ hợp với nhau góc $\alpha \left(0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$. Đường chéo $B'D$ hợp với mặt phẳng $(CDD'C')$ một góc $\beta \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Hai góc α, β thay đổi nhưng thỏa mãn hình hộp $ADD'A'.BCC'B'$ luôn là hình lăng trụ đều. Giá trị lớn nhất thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là?

- A. $\sqrt{3}cm^3$. B. $2\sqrt{3}cm^3$. C. $6\sqrt{3}cm^3$. D. $12\sqrt{3}cm^3$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Đề thi gồm có 5 trang)

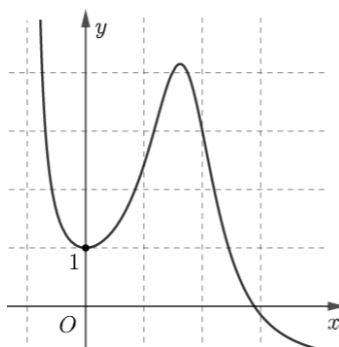
**ĐỀ THI THỬ LẦN XIV****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị liên tục trên khoảng $(-1; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây.



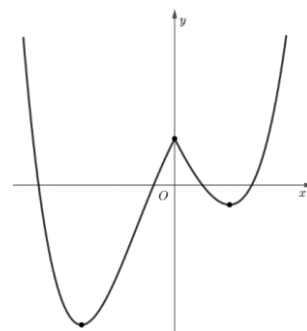
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$.**B.** $(0; 1)$.**C.** $(1; 2)$.**D.** $(2; 3)$.**Câu 2. [Nhận biết].**

Đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ cắt trục hoành tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất bằng

A. 2.**B.** $\sqrt{2}$.**C.** $\sqrt[3]{2}$.**D.** $\sqrt[3]{2}$.**Câu 3. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là?

A. 7.**B.** 6.**C.** 3.**D.** 4.**Câu 4. [Nhận biết].**

Cho tứ diện đều $ABCD$. Trên mặt phẳng (ABC) , đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ có chu vi bằng 4π . Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng?

A. $2\sqrt{3}$.

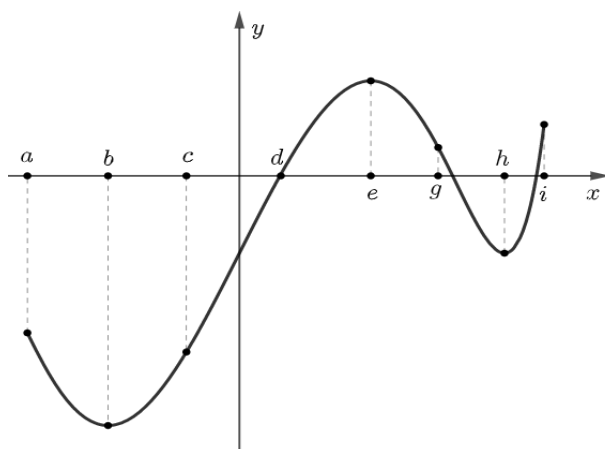
B. $2\sqrt{6}$.

C. $6\sqrt{6}$.

D. $6\sqrt{3}$.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, i]$ có đồ thị như hình vẽ và các số thực a, b, c, d, e, g, h, i . Lần lượt gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M + m = f(b) + f(d)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; d)$.

B. $M + m = f(h) + f(i)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(g; i)$.

C. $M + m = f(c) + f(e)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên (c, h) .

D. $M + m = f(b) + f(e)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên (a, g) .

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính AA' .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 7. [Nhận biết].

Khẳng định nào sau đây không đúng về hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

B. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cách nhau một đoạn bằng $2\sqrt{5}$.

C. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng 5.

D. Parabol $y = x^2 - 5$ cắt đồ thị hàm số trên tại 3 điểm có hoành độ âm.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho đa thức $f(x)$ hệ số thực và thỏa mãn điều kiện $f(x) + 2f(1-x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số

$y = 6x, f(x) + 11x^2 - 78x - 78$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-6; -4)$. B. $(-4; -2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 3)$.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{2x-7}{3-x}$ có đồ thị (C) , I là tâm đối xứng. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng -4 ; gọi d' là đường thẳng qua I và vuông góc với d , cắt (C) tại hai điểm A, B . Phương trình đường tròn $(I; IA)$ là?

- A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 17$. B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 17$.
C. $4(x-3)^2 + 4(y+2)^2 = 17$. D. $4(x+3)^2 + 4(x-2)^2 = 17$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = \sqrt{7}$; $BC' = \sqrt{6}$; $C'A' = 3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng?

- A. $\sqrt{14}$. B. $2\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{14}$. D. $\sqrt{21}$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Khi đặt $t = 3^{x+1}$ thì phương trình $9 \cdot 3^{x^2+2x} + 2 \cdot 3^{x+2} = 3^{x-1}$ trở thành $a \cdot 3^{\log_3 t} + bt = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2a - b > 1$. B. $a + b > 80$. C. $2a + b < 110$. D. $a - b < -30$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 4)(x - 3)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 4]$ bằng?

- A. $f(1)$. B. $f(2)$. C. $f(3)$. D. $f(4)$.

Câu 13. [Vận dụng].

Biết rằng tồn tại giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = 4mx + \frac{5}{x}$ có hai điểm cực trị thuộc đường tròn tâm O , bán kính $2\sqrt{5}$. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số trên. Đồ thị đạo hàm của hàm số $g(x) = (x - x_1)(x - x_2)$ tạo với trục tung một góc α , tính $\tan \alpha$?

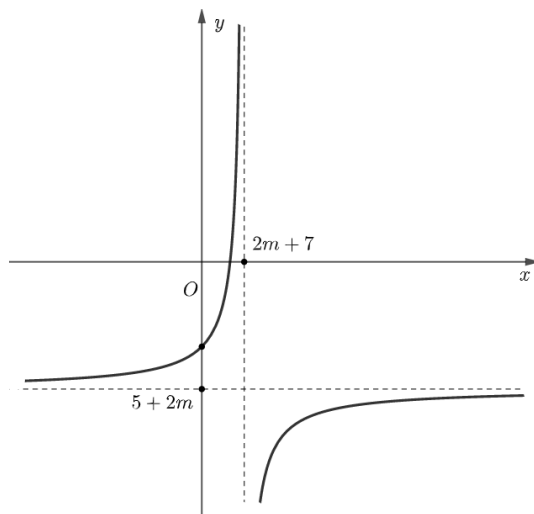
- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho đồ thị hàm số nhất biến $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ được biểu diễn bằng đường cong như hình vẽ

dưới đây, biết rằng: $y(1) = -2, y\left(\frac{1}{3}\right) = 0$.

Giá trị của $A = a + b + c$ bằng?



A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x) = x^5 + 2x^3 - 3m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f(x) + 2m}\right) + 2m = x^3$ có nghiệm trên đoạn $[3; 5]$.

A. 2991.

B. 2980.

C. 2990.

D. 2981.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hai số $\begin{cases} a, b \in \mathbb{R} \\ 0 < b \leq a < 1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2\log_a^2 b + \log_{ab} a^{12}$.

A. 8.

B. 12.

C. 10.

D. 2.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = x^3 - \left(\frac{2m+1}{2}\right)x^2 + 2x - 2022$. Biết rằng tồn tại hai giá trị tham số $m_1 > m_2$; $m_1 - m_2 = a\sqrt{b} + c$ thỏa mãn hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $2x_1 - 3x_2 - 3 = m$. Giá trị của $A = 12(a + b + c)$ bằng bao nhiêu biết a, b, c là các phân số tối giản.

A. 896.

B. 825.

C. 887.

D. 927.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Tổng các giá trị nguyên dương $y \geq 2$ sao cho tồn tại giá trị thực $x \in \left(\frac{1}{3}; 6\right)$ thỏa mãn

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{18x} \text{ là?}$$

A. 88.

B. 110.

C. 108.

D. 90.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có M, H lần lượt là trung điểm của $A'B', CD$, $MC = a, AB = b$, mặt phẳng $(ABC'D')$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Biết rằng tỉ số $\frac{HB^2}{MB^2}$ có dạng $x + \frac{a^2 y}{a^2 z + b^2}$ (tối giản). Giá trị của $P = x + y + z$ bằng?

A. -23.

B. -17.

C. 23.

D. 17.

Câu 20. [Vận dụng cao].

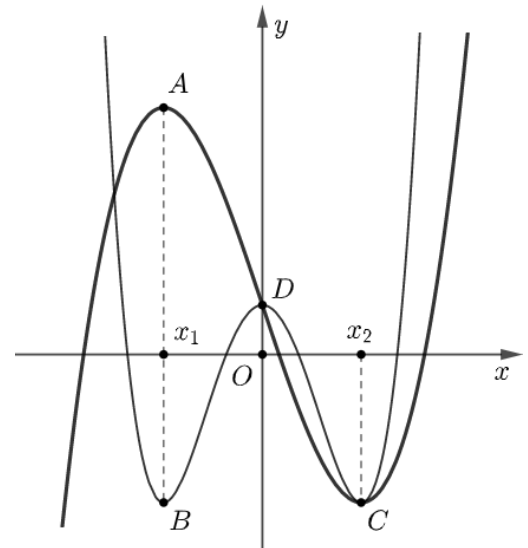
Cho hai đồ thị hàm số $\begin{cases} (C_1): y = f(x) = 2x^4 + ax^2 + b \\ (C_2): y = g(x) = x^3 + cx^2 + dx + e \end{cases}$ như hình vẽ dưới. Gọi B, C là hai điểm cực tiểu của (C_1) ; A, C lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của (C_2) (A, C đối xứng nhau qua $D \in Oy$). Biết hoành độ của A, B bằng nhau. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $AB \leq 2022$.

A. 113.

B. 116.

C. 118.

D. 114.



...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XV

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: Hàm số - Logarit – Hình học

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian
phát đề

(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng?

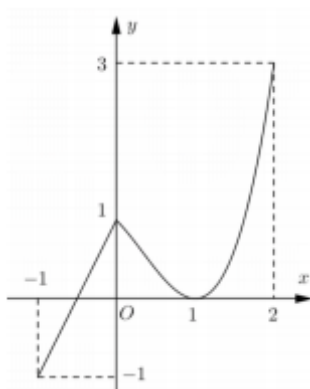
A. $8a^3$.

B. $2a^3$.

C. a^3 .

D. $6a^3$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$ bằng?

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 2x - 3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho khối cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$ và OA, OB, OC đôi một vuông góc. Thể tích của (S) bằng?

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hình nón có độ dài đường sinh gấp đôi chiều cao và bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng?

- A. $4\sqrt{3}\pi$. B. $(3+2\sqrt{3})\pi$. C. $2\sqrt{3}\pi$. D. $\sqrt{3}\pi$.

Câu 6. [Thông hiểu].

Biết rằng $5^a = 2$, giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{5}}{4}} \frac{\sqrt[3]{100}}{5}$ bằng?

- A. $\frac{4a-2}{3-12a}$. B. $\frac{12a-3}{2-4a}$. C. $\frac{4a+2}{12a+3}$. D. $\frac{12a+3}{4a+2}$.

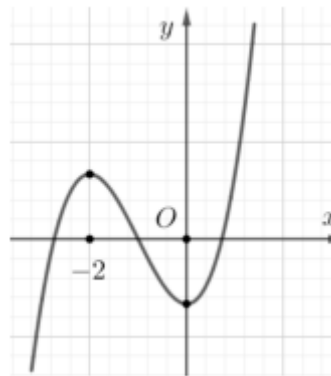
Câu 7. [Thông hiểu].

Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2} < 3^x$.

- A. $(-\ln 3; 0)$. B. $(0; e)$. C. $(0; \sqrt[3]{e})$. D. $(0; \ln 3)$.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(-2x^2 + 4x)$ là?



- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 3x)(x^2 - 3x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Phương trình $f(x) = 0$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}a, BC = a, \angle ACB = 150^\circ$, đường thẳng $B'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{339}}{14}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{339}}{28}$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x}$, có đồ thị (C) . Hai điểm A, B trên (C) sao cho tam giác AOB nhận điểm $H(8; -4)$ làm trực tâm. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Xác định m để bất phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 - 2(m+1)x + 4m + 1 \geq 0 \end{cases}$.

A. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $\left(-2; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 13. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + m^4x^2 + (m^3 - 27)x + 1$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số có hai cực trị nằm về hai phía của trục tung.

A. $m > 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \leq 3$.

D. $m < 3$.

Câu 14. [Thông hiểu].

Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trong (P) xét đường tròn (C) đường kính BC . Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón có đáy là (C) và đỉnh A bằng?

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $\frac{\pi a^2}{3}$.

C. πa^2 .

D. $2\pi a^2$.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho các số thực a, b, c (với $a \neq 0$) sao cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho Elip $(E): \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi $M(a; b)$ là điểm thuộc (E) sao cho $|a+b|$ đạt giá trị lớn nhất.

Giá trị $a^4 + b^2$ là?

A. $\frac{69}{100}$.

B. $\frac{25}{256}$.

C. $\frac{17}{20}$.

D. $\frac{6}{25}$.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hình lăng trụ đều có độ dài cạnh đáy bằng a . Chiều cao của hình lăng trụ bằng h , diện tích một mặt đáy bằng S . Tổng khoảng cách từ một điểm trong của hình lăng trụ đến tất cả các mặt của hình lăng trụ bằng?

- A. $h + \frac{2S}{a}$. B. $h + \frac{3S}{a}$. C. $\frac{2S}{a}$. D. $\frac{3S}{a}$.

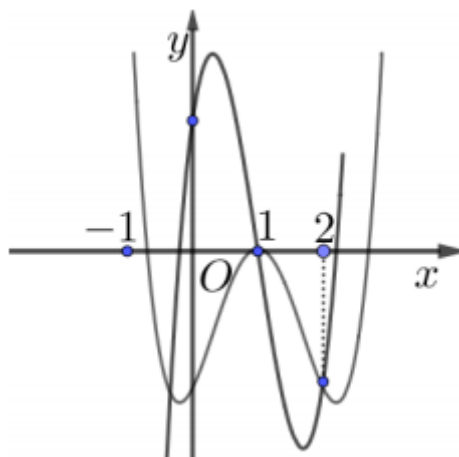
Câu 18. [Vận dụng cao].

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 \geq 9$ và $\log_{x^2+y^2} (x(8x^2+8y^2-7x)-7y^2) \geq 2$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + y$ lần lượt là M và m . Khi đó giá trị của biểu thức $M + 2m$ bằng?

- A. $12 + 18\sqrt{2}$. B. 24. C. $6\sqrt{10}$. D. $10 - 2\sqrt{3}$.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức hệ số thực. Hình vẽ bên là đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f'(x)$. Phương trình $f(x) = me^x$ có hai nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2]$ khi và chỉ khi m thuộc nửa khoảng $[a; b)$. Giá trị của $a + b$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?



- A. 0,27. B. -0,54. C. -0,27. D. 0,54.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Phương trình $\log_2 \left(\left((x^2 - 2)^2 - 2 \right)^2 - 2 \right) = \log_4 (x + 2)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

- A. 8. B. 12. C. 16. D. 10.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XVI

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: Hàm số - Logarit – Hình học

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm + 1 câu tự luận ngắn)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $\log x \geq 1$ là:

- A. 10. B. 0. C. 100. D. 1.

Câu 2. [Nhận biết].

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-2021; 2022]$ là?

- A. -23. B. $2021^4 - 10 \cdot 2021^2 + 2$. C. 2. D. Cả ba đều sai.

Câu 3. [Nhận biết].

Tính đạo hàm tại điểm $x_0 = 2022$ của hàm số $y = \ln x$.

- A. $\ln 2022$. B. $\frac{2022}{x}$. C. $\frac{1}{2022}$. D. $\frac{e}{2022}$.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi với diện tích S_1 , hai mặt chéo $ACC'A', BDD'B'$ có diện tích lần lượt là S_2, S_3 . Thể tích của khối hộp là:

- A. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$. B. $\sqrt{\frac{2 S_1 S_2 S_3}{9}}$. C. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{3}}$. D. $S_1 \cdot \sqrt{\frac{S_2 S_3}{3}}$.

Câu 5. [Nhận biết].

Nhận định đúng là:

- (1) Hàm số $y = 2^{\sqrt{x}}$ luôn đồng biến trên toàn tập số thực.
(2) Hàm phân thức hữu tỉ luôn có đường tiệm cận.
(3) Nếu hàm số đồng biến trên tập số thực thì đạo hàm của nó luôn dương.

- A. (1), (3). B. (2). C. (1). D. Cả ba đáp án A, B, C đều sai.

Câu 6. [Nhận biết].

Nếu hàm số đa thức $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị thì hàm số $y = f(1-2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x) = 2020$. Tính giá trị của biểu thức sau: $f\left(f\left(f\left(f\left(\dots f(n)\right)\right)\right)\right)$.
 n functions of f

A. 2020.

B. $2020n$.C. 2020^n .

D. 0.

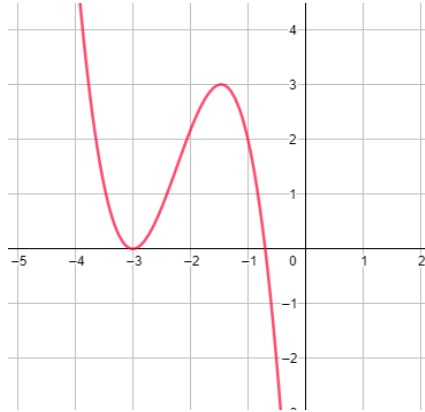
Câu 8. [Thông hiểu].Cho hàm số $y = 4x^4 - 6x^2 - 4x + 2021$. Số điểm cực đại của hàm số là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 9. [Thông hiểu].Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ là bao nhiêu?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Câu 10. [Thông hiểu].Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x^2 - 4x + 2m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng?

A. 11.

B. 12.

C. Vô số.

D. 13.

Câu 11. [Thông hiểu].Biết rằng hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 7m}{x + 1}$ đạt giá trị lớn nhất là 9 trên đoạn $[0; 2]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?A. $m < -1$.B. $0 < m < 1$.C. $1 < m < 5$.D. $m > 10$.**Câu 12. [Thông hiểu].**Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + 2ma - a^2}{x + a^2 + 1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 2]$. Khẳng định đúng là:A. $a > 0$.B. $am < 0$.C. $a + m > 1$.

D. Cả ba đều sai.

Câu 13. [Vận dụng].Cho hàm số $y = \sqrt{1010 + 2x - x^2} + 2$ (C) và họ đường thẳng (d): $mx - my + 2022 = 0$. Gọi m_0 là tham số thực sao cho đường thẳng (d) tiếp xúc với hàm số (C) đã cho tại một điểm nào đó thuộc (C). Giá trị của m_0 bằng bao nhiêu?A. $\frac{-2022 - 2022\sqrt{2022}}{2021}$.B. $\frac{-2022 + 2022\sqrt{2022}}{2021}$.

$$C. \frac{-2021 - 2021\sqrt{2021}}{2022}.$$

$$D. \frac{-2021 + 2021\sqrt{2021}}{2022}.$$

Câu 14. [Vận dụng].

Phương trình $(x+2m)|x-m| = x^2 + m^2$ có tối đa bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. Tùy thuộc vào giá trị của m .

Câu 15. [Vận dụng].

Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_3(10 - 3^{x+1}) \geq 1 - x$ chứa mấy số nguyên?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. Vô số.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực và thỏa mãn $x.f(x) + f'(x).(x^2 + 1) > 0$ với mọi giá trị của biến trên tập số thực. Biết rằng $f(0) = 1$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 17. [Vận dụng cao].

Cho các số thực a, b, m, n sao cho $2m + n < 0$ và thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} \log_2(a^2 + b^2 + 9) = 1 + \log_2(3a + 2b) \\ 9^{-m} \cdot 3^{-n} \cdot 3^{\frac{-4}{2m+n}} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81 \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a-m)^2 + (b-n)^2}$?

- A. $2\sqrt{5} - 2$. B. 2. C. $\sqrt{5} - 2$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Biết rằng:
$$\begin{cases} \log_{10}(2|x| + 2|y|) \leq \frac{2}{\log_3 100} \\ \sqrt{1-x} + \sqrt{1-y} + \ln\left(\frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-y}}\right) = 1 \end{cases}$$

Tập hợp điểm biểu diễn quan hệ giữa x, y là một

- A. Hình tròn. B. Một phần tư hình tròn. C. Elip. D. Cả ba đáp án đều sai.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = (2a - 2b - c)x^8 + (5a^2 + 5b^2 - 4c^2)x^4 + (9 - b^2)x^3 + x + 1$. Biết rằng

$c \in [0; 10]$ và a, b, c là các số tự nhiên. Số cặp giá trị (a, b, c) để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ là?

- A. 11. B. 10. C. 6. D. 4.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AD = a$, $CD = a\sqrt{2}$, $ABC = DAB = 90^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD là?

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XVII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

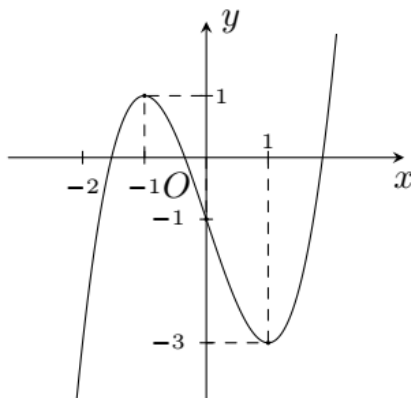
Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 1)$.B. $(-1; 2)$.C. $(-2; -1)$.D. $(-1; 1)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Tìm điểm cực đại và cực tiểu của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 4$ lần lượt là?

A. $x_{CD} = -1; x_{CT} = 0$.B. $A(-1; 5); B(0; 4)$.C. $x_{CD} = 0; x_{CT} = -1$.D. $A(-1; 5); B(0; 4)$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	2	-2	$2\sqrt{5}$	

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$.B. $\max_{[-\sqrt{3}; 1]} y = 2$.C. $\max_{[-\sqrt{3}; 1]} y = 2\sqrt{5}$.D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 4]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-2	-1	0	4
$f(x)$	-3	1	-2	2

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2; 4]$

Tính $M^2 - m^2$.

A. 9.

B. 8.

C. 3.

D. 5.

Câu 5. [Nhận biết].

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$?

A. $\frac{1}{2}$.

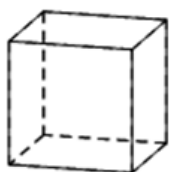
B. $\frac{13}{27}$.

C. -6.

D. 0.

Câu 6. [Nhận biết].

Hình đa diện đều $\{3, 5\}$ là hình nào sau đây?



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 2.

C. Hình 4.

D. Hình 1.

Câu 7. [Nhận biết].

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ lần lượt là:

A. $x = \frac{1}{3}; y = 3$.

B. $y = -1; x = 3$.

C. $y = 2; x = -1$.

D. $x = -1; y = 3$.

Câu 8. [Thông hiểu].

Số mặt phẳng đối xứng của hình chóp tứ giác đều là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

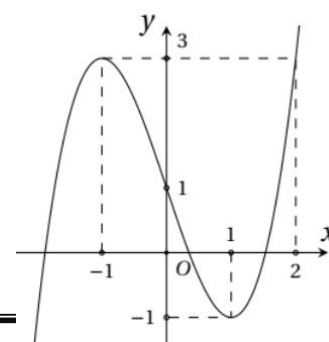
Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số

$y = f(x^2 - 2x + 1) + 2019$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(1; 2)$.



C. $(2; +\infty)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 10. [Thông hiểu].

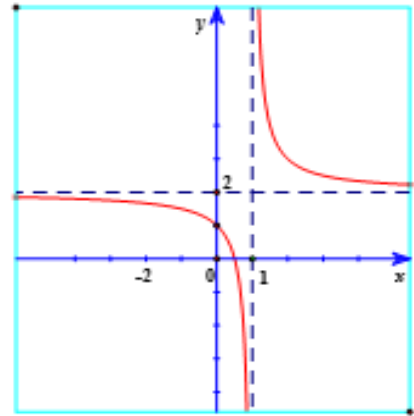
Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$. Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{1}{6}a\sqrt{21}$ B. $\frac{1}{5}a\sqrt{10}$ C. $\frac{1}{7}a\sqrt{21}$ D. $\frac{1}{3}a\sqrt{10}$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Xác định a, b, c để hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?

- A. $a = 2, b = 1, c = -1$.
 B. $a = 2, b = -1, c = 1$.
 C. $a = 2, b = 1, c = 1$.
 D. $a = 2, b = 2, c = -1$.

**Câu 12. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có hai hoành độ cực trị là $x = 1$ và $x = 3$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = f(m)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

A. $(f(1); f(3))$. B. $(0; 4)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

Câu 13. [Vận dụng].

Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $0 < m < 4$. B. $4 < m < 8$. C. $8 < m < 10$. D. $m > 10$.

Câu 14. [Vận dụng].

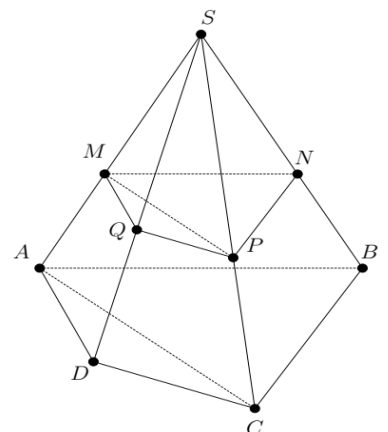
Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hình chóp $S.ABCD$ gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC và SD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng thể tích khối $S.MNPQ$ bằng 1?

A. $\frac{1}{8}$. B. 8.
 C. $\frac{1}{4}$. D. 4.



Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) .

Xét tam giác đều $\triangle ABI$ có hai đỉnh A, B thuộc (C) , độ dài đoạn AB bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 2. D. $2\sqrt{2}$.

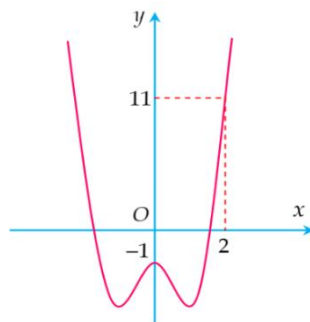
Câu 17. [Vận dụng cao].

Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Các điểm M, N, P, Q thay đổi tương ứng trên cạnh AB, AD, CD, CB . Giá trị nhỏ nhất của tổng $MN + NP + PQ + QM$ là?

- A. a . B. $a\sqrt{3}$. C. $2a$. D. $3a$.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ đồng thời $f(x+1) - f(x) = 2x(2x+1)(x+1)$. Biết rằng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; $g(x) = mx^2 + nx + p$ và $f(x) = g(x^2 - 1)$. Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x bằng?



- A. $-\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. -2. D. -4.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho ba số nguyên dương x, y, z là độ dài các cạnh của một tam giác cân bất kỳ. Ta có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{xyz}$?

- A. 156. B. 81. C. 165 D. 216.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm cấp 3 với $f'''(x) = 0$ và thỏa mãn:

$$[f'(x)]^{2022} [1 - f''(x)] = \frac{2x(x+1)^2 (x-2022)^{2023}}{f''(x)}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số $g(x) = [f'(x)]^{2023} [1 - f''(x)]$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 4 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XVIII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - LOGARIT - HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1; -2)$?

A. $y = \frac{2-2x}{1-x}$.

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$.

C. $y = \frac{2x-3}{2x+4}$.

D. $y = -2x^3 + 6x^2 + x - 1$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y = -2x + 1$.

B. $y = 2x + 1$.

C. $y = 3x - 2$.

D. $y = -3x - 2$.

Câu 3. [Nhận biết]. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ không tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$?

A. $-2 \leq m \leq 2$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $-2 \leq m \leq -1$.

D. $-2 < m \leq -1$.

Câu 4. [Nhận biết].

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{\log_2(x-1)} \leq 1$.

A. $S = (1; +\infty)$.

B. $S = [2; 3]$.

C. $S = (1; 3]$.

D. $S = (1; 3)$.

Câu 5. [Nhận biết].

Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 6. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào đi qua điểm $M(1;2)$?

A. $y = \frac{-2x-1}{x+2}$.

B. $y = 2x^3 - x + 1$.

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 7. [Thông hiểu].

Gọi M và N là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = -x^2 + 4$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là?

A. $(1;0)$.

B. $(0;2)$.

C. $(2;0)$.

D. $(0;1)$.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho $a = \log_3 2, b = \log_3 5$. Khi đó biểu thức $\log 60$ được biểu diễn bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{-2a+b-1}{a+b}$.

B. $\frac{2a+b+1}{a+b}$.

C. $\frac{2a+b-1}{a+b}$.

D. $\frac{2a-b-1}{a+b}$.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3(x-1)^2(x+2)$. Khoảng nghịch biến của hàm số là?

A. $(-\infty; -2); (0; +\infty)$.

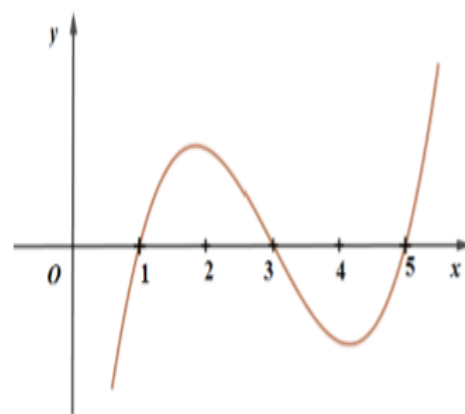
B. $(-2; 0)$.

C. $(-\infty; -2); (0; 1)$.

D. $(-2; 0); (1; +\infty)$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4;6)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Nếu $(7+4\sqrt{3})^{a-1} < 7-4\sqrt{3}$ thì:

A. $a < 1$.

B. $a > 1$.

C. $a > 0$.

D. $a < 0$.

Câu 13. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu số nguyên dương là ước của 2592 hoặc là ước của 2916?

A. 24.

B. 51.

C. 36.

D. 32.

Câu 14. [Thông hiểu].

Bất phương trình $\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4 - x} \geq 2\sqrt{3}$ có tập nghiệm là $[a; b]$. Hỏi tổng $a + b$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. -2.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho phương trình $\sin^{2020} x + \cos^{2020} x = 2(\sin^{2022} x + \cos^{2022} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2022)$.

A. $\left(\frac{1287}{2}\right)^2 \pi$.

B. $(643)^2 \pi$.

C. $(642)^2 \pi$.

D. $\left(\frac{1287}{4}\right)^2 \pi$.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + \frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x) - 1} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 9 nghiệm.

B. 6 nghiệm.

C. 5 nghiệm.

D. 4 nghiệm.

Câu 17. [Vận dụng].

Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn: $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 18. [Vận dụng cao].

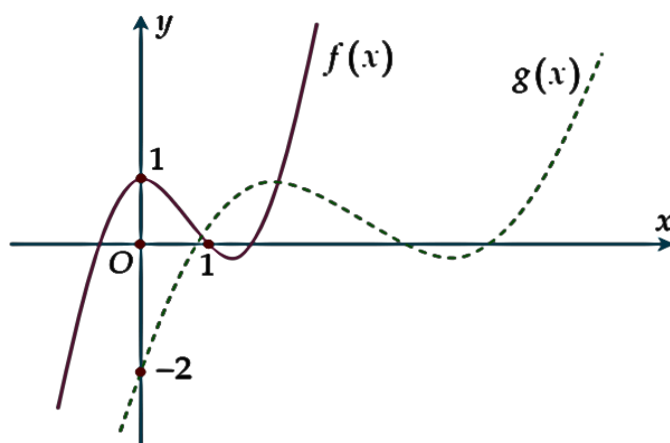
Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = f(mx + n)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng có độ dài bằng k , hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng có độ dài bằng $2k$. Tính giá trị biểu thức $2m + n$?

A. 3.

B. 0.

C. -1.

D. 5.

**Câu 19. [Vận dụng cao].**

Với $m \in [a; b]$, với $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ thì phương trình $(\sqrt{m-x} + \sqrt{m})(\sqrt{x-1} + \sqrt{x}) = 4$ có một nghiệm duy nhất. Tính giá trị biểu thức $T = 63a + 512b - 434$?

A. 2024.

B. 2021.

C. 2022.

D. 2023.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho một mô hình tứ diện đều $ABCD$ cạnh 1 và vòng tròn thép có bán kính R . Hỏi có thể cho mô hình tứ diện trên đi qua vòng tròn đó (bỏ qua bề dày của vòng tròn) thì bán kính R nhỏ nhất gần với số nào trong các số sau?

A. 0,461.

B. 0,441.

C. 0,468.

D. 0,448.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 6 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XIX

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có BBT như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

Cực tiểu của hàm số đã cho là?

A. $x = -3$.B. $y = -3$.C. $x = 3$.D. $y = 2$.

Câu 2. [Nhận biết].

Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đúng 2 cực trị?

A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$.B. $y = x^3 - 5x^2 + 7$.C. $y = \frac{2x^2 - 1}{3x}$.D. $y = 2017x^6 + 2016x^4$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 . Khi đó, giá trị của tích $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ là?

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 0.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 5. [Nhận biết].

Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{1}{2^x - 16} + \sqrt{2x - 5}$.

- A. $D = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right) \setminus \{4\}$. B. $D = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $D = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$. D. $D = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right) \setminus \{4\}$.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2}\sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $M = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $M \in (330; 340)$. B. $M \in (340; 350)$. C. $M \in (350; 360)$. D. $M \in (360; 366)$.

Câu 7. [Thông hiểu].

Các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ là?

- A. $m \in (-3; 1] \cup [2; +\infty)$. B. $m \in (-3; +\infty)$.
- C. $m \in (-\infty; -3)$. D. $m \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Câu 8. [Thông hiểu].

Một đường dây điện được kết nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo C. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện lắp đặt trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

- A. 120.10^6 VNĐ. B. $164,92.10^6$ VNĐ. C. $114,64.10^6$ VNĐ. D. $106,25.10^6$ VNĐ.

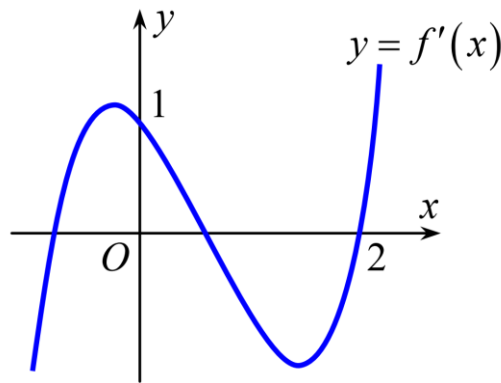
Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của hàm số (C). Xét tam giác đều $\triangle ABI$ có hai đỉnh $A, B \in (C)$, đoạn thẳng AB có độ dài bằng?

- A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực nghiệm đúng $\forall x \in (0; 2)$) khi và chỉ khi:



- A. $m \leq f(2) - 2$. B. $m < f(2) - 2$. C. $m \leq f(0)$. D. $m < f(0)$.

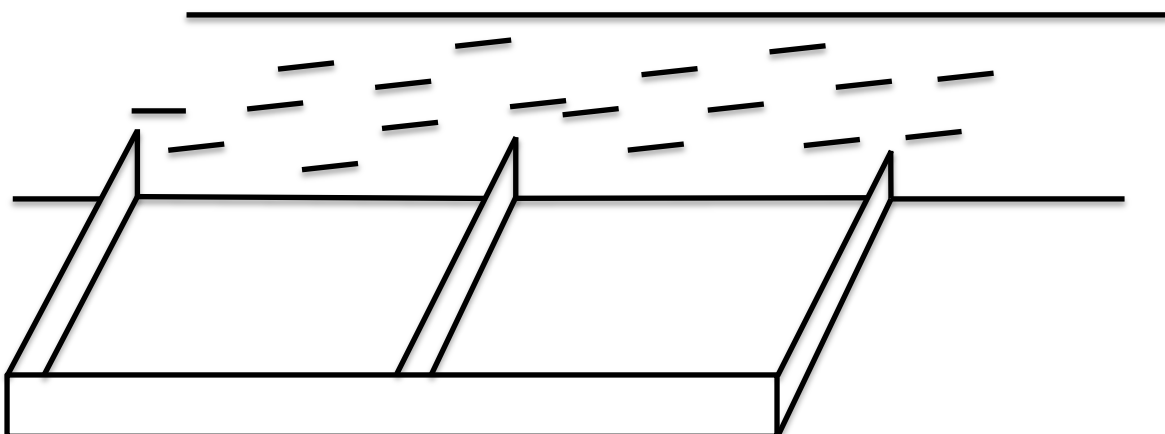
Câu 11. [Thông hiểu].

Kỳ thi THPT Quốc gia năm 2020 vừa kết thúc, Tèo đỗ vào trường Đại học An Giang. Kỳ I năm nhất gần qua, kỳ II sắp đến. Hoàn thành không được tốt nên gia đình rất lo lắng về việc đóng học phí cho Tèo, kỳ I đã khó khăn, kỳ II càng khó khăn hơn. Gia đình đã quyết định bán một phần mảnh đất hình chữ nhật có chu vi $50m$, lấy tiền lo cho việc học của Tèo cũng như tương lai của em. Mảnh đất còn lại sau khi bán là một hình vuông cạnh bằng chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu. Tìm số tiền lớn nhất mà gia đình Tèo nhận được khi bán mảnh đất là $15.000.000 VNĐ$.

- A. $112.687.500 VNĐ$. B. $114.187.500 VNĐ$.
C. $152.687.500 VNĐ$. D. $117.187.500 VNĐ$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Một người nông dân có $15.000.000$ đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo 1 con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có 2 phần chữ nhật như nhau để trồng hai loại rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 (đồng/mét), còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50.000 (đồng/mét). Diện tích lớn nhất của đất rào có thể thu được là?



A. 6250 m^2 .

B. 3125 m^2 .

C. 1250 m^2 .

D. 50 m^2 .

Câu 13. [Vận dụng].

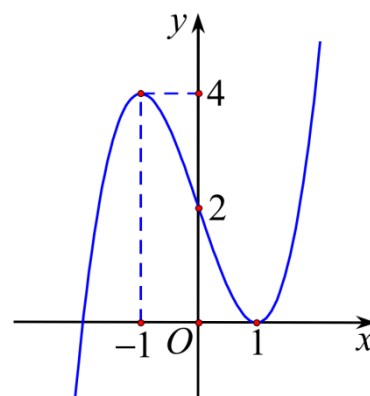
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đường cong trong hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(f(x))$. Số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

**Câu 14. [Vận dụng].**

Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3(\sqrt{x-m})$ xác định trên khoảng $(2;3)$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m+1)x^2 + (m^2+3)x - 1$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m sao cho tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của (C) song song với đường thẳng $y = -5x - \sqrt{3}$. Tổng các phần tử của S là?

A. 1.

B. -2.

C. $-\frac{7}{3}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$, biết bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là?

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. 7.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	0	2	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < \sqrt{x^2 + e} + m$ đúng với mọi $x \in (-3; -1)$ khi và chỉ khi:

A. $m \geq f(-1) - \sqrt{e+1}$.

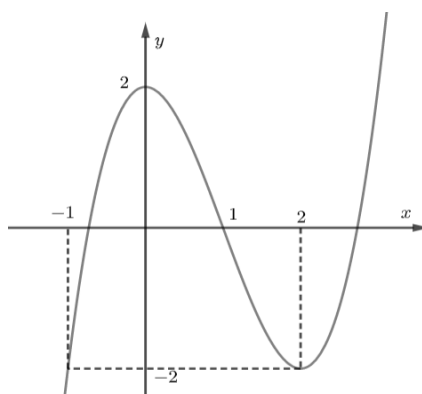
B. $m > f(-1) - \sqrt{e+1}$.

C. $m \geq f(-3) - \sqrt{e+1}$.

D. $m > f(-3) - \sqrt{e+1}$.

Câu 18. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(2\sin x + 1) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[0; \frac{\pi}{6}\right)$ là?



A. $(-2; 0]$.

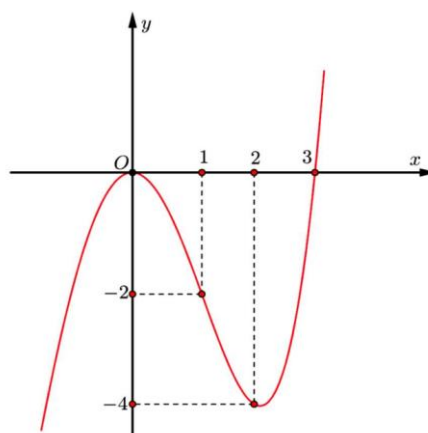
B. $(0; 2]$.

C. $[-2; 2]$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$7f\left(5-2\sqrt{1+3\cos x}\right)=3m-10 \text{ có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

A. 0.

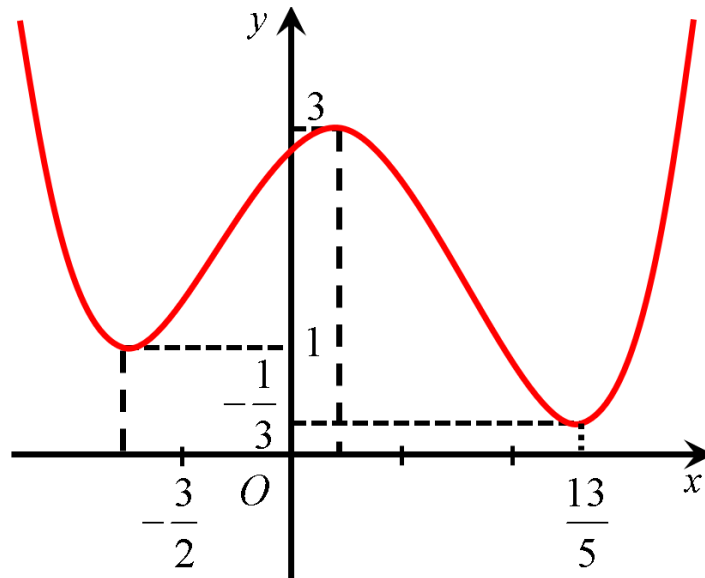
B. 1.

C. 15.

D. 2.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{9m^3 + m}{\sqrt{3f^2(x) + 8}} = f^2(x) + 3$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Đề thi gồm có 4 trang)

**ĐỀ THI THỬ LẦN XX****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].Cho hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 2. [Nhận biết].Cho hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 3. [Thông hiểu].

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Số đỉnh và số mặt của một đa diện luôn luôn bằng nhau.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 4. [Nhận biết].Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, MQ . Tính tỷ sốthể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$?

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 5. [Nhận biết].Đạo hàm của $y = \log_5(x^2 + x + 1)$ là?

- A. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$. B. $\frac{1}{(x^2+x+1)\ln 5}$.
C. $\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 5}$. D. $\frac{1}{x^2+x+1}$.

Câu 6. [Nhận biết].

Bát diện đều thuộc loại đa diện nào?

A. $\{3;3\}$.

B. $\{3;4\}$.

C. $\{4;3\}$.

D. $\{4;4\}$.

Câu 7. [Thông hiểu].Số nghiệm của phương trình $3^x + 4^x = 5^x$ là?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 8. [Thông hiểu].Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		3	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$				4	$-\infty$

Diagram illustrating the flow of the system:

- From $y = +\infty$, the flow goes down to $y = 1$.
- From $y = 1$, the flow goes up to $y = 4$.
- From $y = 4$, the flow goes down to $y = -\infty$.

Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào?A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.**Câu 9. [Thông hiểu].**Tìm nguyên hàm của $\int \frac{-2}{x(1 + \ln x)^2} dx$?

A. $\frac{1 + \ln x}{1 - \ln x} + C$.

B. $\frac{-1 + \ln x}{1 + \ln x} + C$.

C. $\frac{1 - \ln x}{1 + \ln x} + C$.

D. $\frac{1 + \ln x}{-1 + \ln x} + C$.

Câu 10. [Thông hiểu].Cho hàm số $y = \log[100(x - 3)]$. Khẳng định nào dưới đây là sai?A. Tập xác định của hàm số là $[3; +\infty)$.B. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(4; 2)$.C. $f(x) = 2 + \log(x - 3)$ với $x > 3$.D. Hàm số đồng biến trên $(3; +\infty)$.**Câu 11. [Thông hiểu].**Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.A. Có 7 giá trị nguyên m thỏa mãn.B. Có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn.C. Có 4 giá trị nguyên m thỏa mãn.D. Có 6 giá trị nguyên m thỏa mãn.**Câu 12. [Vận dụng].**Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. 1.

B. $-\sqrt[3]{3}$.

C. $\sqrt[3]{3}$.

D. -1.

Câu 13. [Vận dụng].Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?

A. $m = 4$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Câu 14. [Vận dụng].Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$ thỏa $F(1) = \frac{1}{3}$. Giá trị của $F^2(e)$ là:

A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho $I = \int_0^1 x \left[\ln(x+2) - \frac{1}{x^2+1} \right] dx = \frac{ab \ln 2 + bc \ln 3 - c}{4}, \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = abc$.

A. 18.

B. 16.

C. -16.

D. -18.

Câu 16. [Vận dụng].

Biết đồ thị $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=0$. Tính $a+2b$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Câu 17. [Vận dụng cao].

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(x+y+3) \geq 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3x + 4y - 6$?

A. $\frac{5\sqrt{6}-9}{2}$.

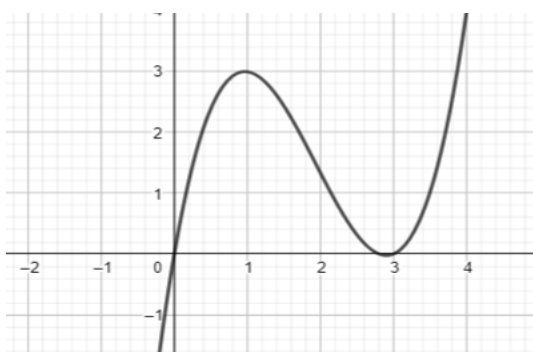
B. $\frac{5\sqrt{6}-3}{2}$.

C. $\frac{5\sqrt{6}-4}{2}$.

D. $\frac{5\sqrt{6}-5}{2}$.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị?



A. $m > \frac{1}{4}$.

B. $m \geq \frac{1}{4}$.

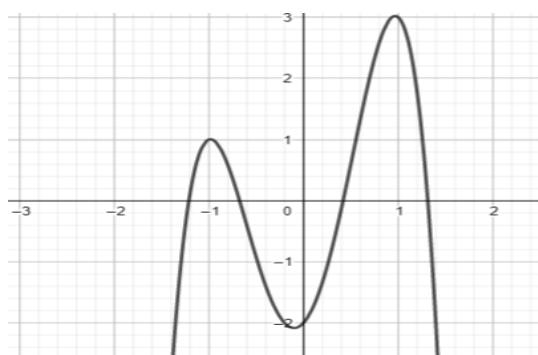
C. $m < 1$.

D. $m \leq 1$.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f(1-x)$ được cho trong hình bên.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left| f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) + m \right| = 1$ có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc $[-1; 1]$?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và (SBC) với $\alpha < 45^\circ$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3$.B. $\frac{8a^3}{3}$.C. $\frac{4a^3}{3}$.D. $\frac{2a^3}{3}$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XXI

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN

Mức độ: (★★)

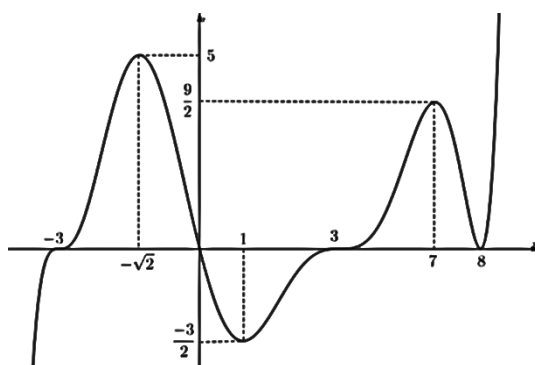
Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho đồ thị $y = f(x)$ xác định và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ:Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào không sai?

A. (C) không có điểm cực trị.

B. (C) có hai điểm cực trị.

C. (C) có ba điểm cực trị.

D. (C) có một điểm cực trị.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho $\int_{-2}^0 f(x)dx = 2$, $\int_0^2 f(x)dx = 2$. Tích phân $\int_{-2}^2 f(x)dx$ bằng?

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 1.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh AB' bằng $a\sqrt{3}$. Tính $V_{A'ABCD}$?A. $3a^3\sqrt{3}$.B. $a^3\sqrt{3}$.C. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$.D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 5. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$ có tổng số đường tiệm cận là bao nhiêu?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 6. [Nhận biết].

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. $m = 0$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \leq 0$.

Câu 7. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		2		-3	$+\infty$

Hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 8. [Thông hiểu].

Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ tại ba điểm phân biệt M, N, P trong đó biết rằng N nằm giữa M và P . Tính độ dài MP ?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD . Biết $V_{SBCD} = \frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến (SBC) bằng?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

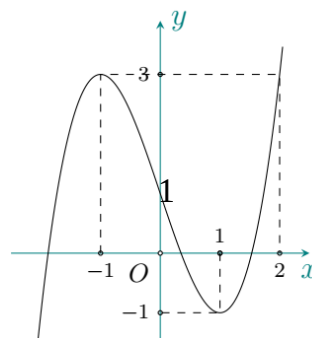
B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc $(0; \pi)$ là:



A. $m \in [-1; 3)$.

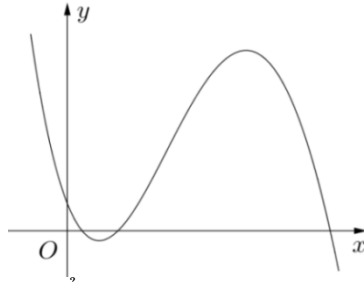
B. $m \in (-1; 1)$.

C. $m \in (-1; 3)$.

D. $m \in [-1; 1)$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} c > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} b > 0 \\ d > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} ac > 0 \\ bd < 0 \end{cases}$

Câu 12. [Thông hiểu].

Nhà anh Nhân có một trang trại mỗi ngày thu hoạch được có 1 tấn rau hà. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30.000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán cứ tăng thêm 1.000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2.000 đồng/kg. Hỏi số tiền bán rau nhiều nhất mà trang trại của anh Nhân có thể thu được mỗi ngày là bao nhiêu?

- A. 32.420.000 đ. B. 32.400.000 đ. C. 34.400.000 đ. D. 34.240.000 đ.

Câu 13. [Thông hiểu].

Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 12, gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$, M là trung điểm của cạnh SA . Tính thể tích khối tứ diện $S.MGB$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)(x^2+mx+5)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2+x-2)$ đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$ là?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 7.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = a\sqrt{11}$, cosin góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng?

- A. $3a^3$. B. $12a^3$. C. $4a^3$. D. $9a^3$.

Câu 16. [Vận dụng].

Một mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a . Bán kính mặt cầu (S) là?

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 17. [Vận dụng].

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{mx^2 - 4}}{x - 1}$$
 có ba đường tiệm cận?

A. 7.

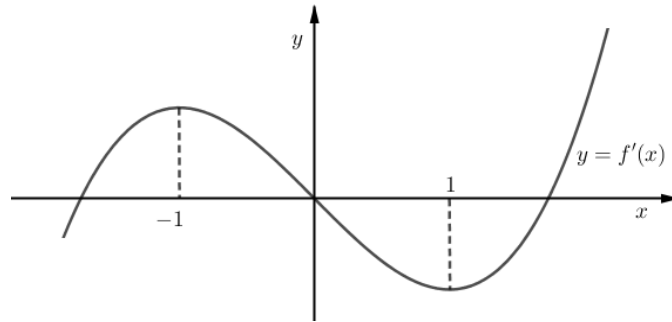
B. 8.

C. 10.

D. 6.

Câu 18. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - a|$ nghịch biến trên

$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2.

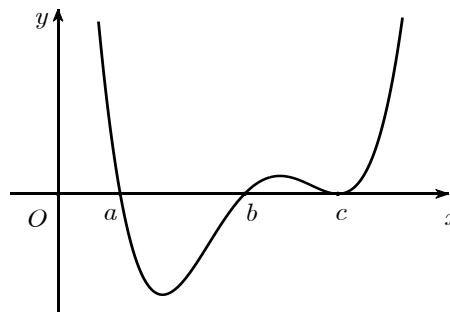
B. 3.

C. Vô số.

D. 5.

Câu 19. [Vận dụng cao].

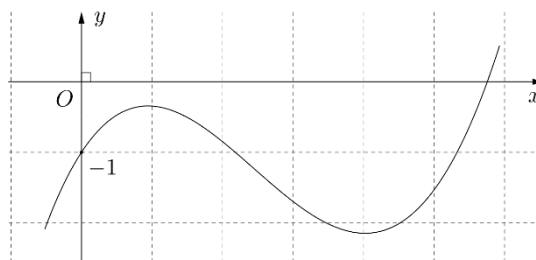
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x + 2019)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ a, b, c là các số nguyên và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m_1 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$; m_2 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. Khi đó, $m_1 + m_2$ bằng?

A. $2b - 2a$.B. $2b - 2a + 1$.C. $2b - 2a - 2$.D. $2b - 2a + 2$.**Câu 20. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là?



A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Đề thi gồm có 5 trang)

**ĐỀ THI THỬ LẦN XXII****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**

Cho khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh k , thể tích là V . Chiều cao h của khối chóp được tính bằng công thức nào sau đây theo k, V ?

A. $h = \frac{4V\sqrt{3}}{3k^2}$. B. $h = \frac{V\sqrt{3}}{4k^2}$. C. $h = \frac{V\sqrt{3}}{12k^2}$. D. $h = \frac{4V\sqrt{3}}{k^2}$.

Câu 2. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào dưới đây không có đường tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{-x^2}$. B. $y = \frac{1}{1+x^2}$. C. $y = \frac{1}{x^2}$. D. $y = \frac{1}{1-x^2}$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{x^2}{1-x}$. Khi đó y' bằng?

A. $\frac{y-2}{1-x}$. B. $\frac{y+2x}{1-x}$. C. $\frac{y-2x}{1-x}$. D. $\frac{2-y}{1-x}$.

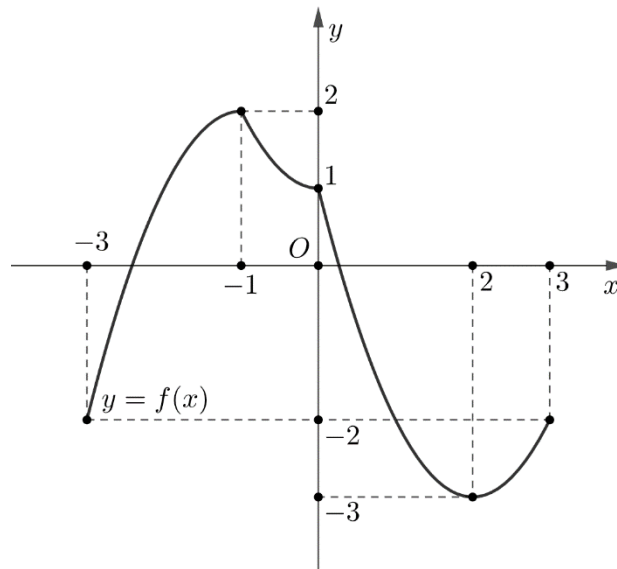
Câu 4. [Nhận biết].

Hàm số $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$ xác định tại?

A. $x \in [1; +\infty)$. B. $x \in [0; 1]$. C. $x \in (1; +\infty)$. D. $x \in (0; 1)$.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\max_{[-3;1]} |f(x)| = 1.$

B. $\max_{[1;3]} f(x) = 3.$

C. $\max_{[-1;2]} |f(x)| = 2.$

D. $\max_{[-2;2]} |f(x)| = 3.$

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên hàm số đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f''(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 7. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2.$

B. $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2.$

C. $\frac{f(x_1)}{f(x_2)} < 1, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2.$

D. $f(x_1) < f(x_2), \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2.$

Câu 8. [Thông hiểu].

Biết rằng $5^k = 3$ và $\log_3 \sqrt{\frac{9}{2}} = x \cdot \log 5 + y \cdot \log 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{x}{y} = -k$.

B. $\frac{x}{y} = -2k$.

C. $\frac{x}{y} = k$.

D. $\frac{x}{y} = 2k$.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho bất phương trình $e^{\cos x} < \frac{\sqrt{e}}{e}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos x \in \left[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right]$.

B. $\sin x \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$.

C. $\sin x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

D. $\cos x \in \left(-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh k , các cạnh bên tạo với đáy một góc α . Đỉnh A' cách đều các đỉnh A, B, C, D . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng?

A. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{\sqrt{2}}$.

B. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{3\sqrt{2}}$.

C. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{6}$.

D. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{2}$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$ có chứa tối đa bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 12. [Thông hiểu].

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực đại tại $x = 1$, $f(1) = 2$; đạt cực tiểu tại $x = -2$, $f(-2) = -1$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b + c + 2d$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 13. [Thông hiểu].

Tìm tất cả các giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x) = mx^3 + (m+2)x^2 - (1-m)x + 3$

có hai điểm cực trị có hoành độ dương là?

A. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

B. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $m \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$.

Câu 14. [Vận dụng].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số:

$$y = \frac{3}{2}x^3 - 4mx^2 + (m-1)^2x + 1$$

có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 > x_1 + x_2$ là?

A. 12.

B. 18.

C. 16.

D. 15.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho n, m là các số thực thỏa mãn $n > 0, n \neq 1$, biết phương trình $n^x - \frac{1}{n^x} = 2\cos(mx)$ có 7 nghiệm phân biệt. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $n^{2x} - 2n^x(\cos(mx) + 2) + 1 = 0$ là?

A. 13.

B. 7.

C. 14.

D. 6.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(2x+k+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm k để hàm số $h(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm AM với M là trung điểm BC . Biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA .

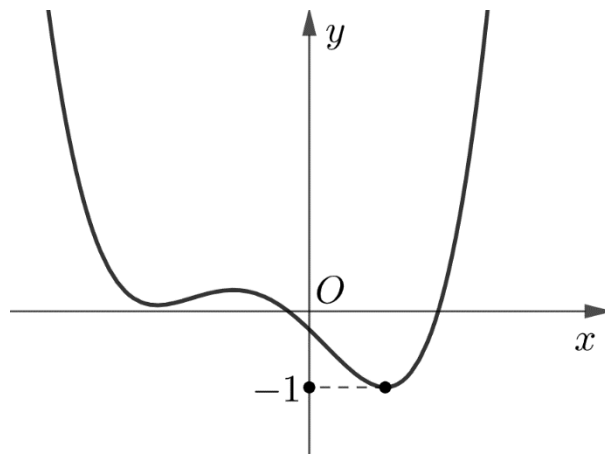
A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{3a}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 18. [Vận dụng cao].



Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 3^{f(x)} - 4^{f(x)}$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a để bất phương trình sau có nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$: $1 + \log_6(x^2 + 1) \geq \log_6(ax^2 + 2x + a)$.

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4x - x^2} + 12}{\sqrt{x^2 - 6x + 2k}}$ có đồ thị (C) . Tìm tập hợp S chứa tất cả các giá trị thực của tham số k để đồ thị (C) có đúng hai tiệm cận đứng?

A. $S = [8; 9)$.

B. $S = \left[4; \frac{9}{2}\right)$.

C. $S = \left(4; \frac{9}{2}\right)$.

D. $S = (0; 9]$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 5 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XXIII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 20 câu trắc nghiệm)

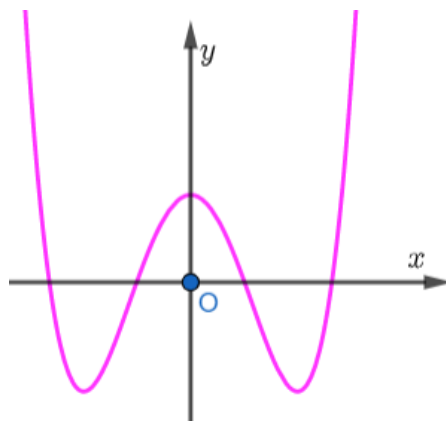
Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



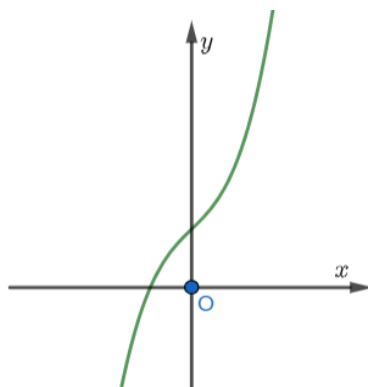
A. $y = x^2 - 3x + 1.$

B. $y = x^4 - 3x^2 + 1.$

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1.$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. y là hàm số chẵn.B. y là hàm số lẻ.C. y là hàm số không có tính chẵn lẻ.D. y là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 3. [Nhận biết].

Tập nghiệm của phương trình : $\log_3(2x+1) + 2\log_9(x-1) = 3$ là ?

- A. $\{4\}$. B. $\left\{-\frac{7}{2}; 4\right\}$. C. $\{10\}$. D. $\{2; 10\}$.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

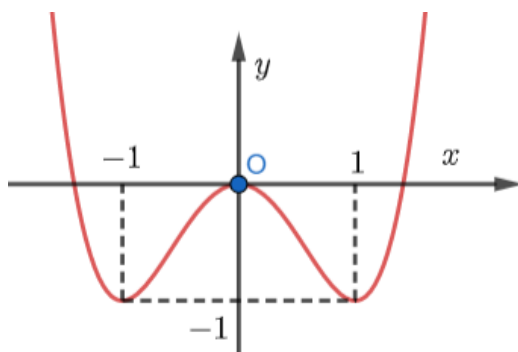
Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $(a < b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
 C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. [Thông hiểu].

Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị thực của tham số m để hàm số

$y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2021$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

Tính $P = a + 2b$?

- A. $P = 5$. B. $P = 6$. C. $P = 7$. D. $P = 8$.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối tứ diện $A'C'BA$ bằng?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+2020)(x+2021)$. Tính $f'(0)$.

- A. 0. B. $\frac{2021(1+2021)}{2}$. C. P_{2021} . D. 2021.

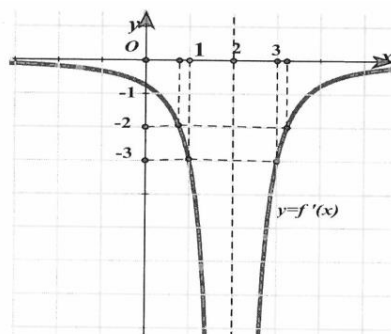
Câu 10. [Thông hiểu].

Cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Định m để phương trình có nghiệm thỏa mãn: $x_1 = 2x_2$.

- A. $m = 16 \pm 3\sqrt{33}$. B. $m = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$.
C. $m = \frac{29}{12}$. D. $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Biết rằng: $f(1) \neq 10$; $f(3) = 4$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ mà tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $3x + y - 13 = 0$?

- A. 2. B. 1.
C. 0. D. 3.

Câu 12. [Thông hiểu].

Biết hiệu số của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x \cdot (1 + |\cos x|)$ có dạng

$$T = \frac{3^a}{b}, \left(a, b \in \mathbb{Q}^+, 6(a+b) \in \mathbb{Z}_p \right) \text{ với } \mathbb{Z}_p \text{ là tập các số nguyên tố.}$$

Tích $P = ab$ có giá trị là số nào dưới đây?

A. 2.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 13. [Thông hiểu].

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 1}$ là

A. 2.

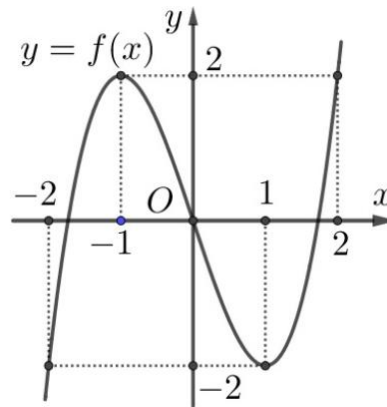
B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = f(x)$ bằng?



A. 7.

B. 3.

C. 6.

D. 9.

Câu 15. [Vận dụng].

Biết (x, y, z) là bộ ba số thực thỏa mãn đồng thời ba phương trình

$$\begin{cases} 2x + x^2y = y \\ 2y + y^2z = z \\ 2z + z^2x = x \end{cases}$$

Có tất cả bao nhiêu bộ số (x, y, z) như vậy?

A. 7.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 16. [Vận dụng].

Với mọi số thực khác không x, y, z thỏa mãn: $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} + \frac{2}{z} = \frac{1}{xyz}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số

$P = 20x^2 + 5y^2 + z^2$ là?

A. 26.

B. 0.

C. $\frac{26}{11}$.

D. 1.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) . Xét hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = \sqrt{3}BC$ với A, B, C, D là bốn điểm thuộc đồ thị (C) . Khi đó độ dài AB bằng?

- A. 4. B. $4\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 6a$; $SBC = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

- A. $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$. B. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$. C. $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$. D. $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC = a$, $AD' = b$, $CD' = c$. Tính thể tích $V_{\max}$ lớn nhất của hình hộp khi a, b, c thay đổi nhưng chu vi tam giác ACD' luôn bằng p , ($p > 0$)?

- A. $V_{\max} = \frac{1}{54\sqrt{2}} p^3$. B. $V_{\max} = \frac{1}{27\sqrt{2}} p^3$. C. $V_{\max} = \frac{1}{9\sqrt{2}} p^3$. D. $V_{\max} = \frac{1}{108\sqrt{2}} p^3$.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ và hàm số

$$f(x) = a \ln^{2021} \left(x + \sqrt{1+x^2} \right) + b \left(\sqrt{x+2020} - \sqrt{2020-x} \right) + cx|x| + 24, \text{ biết } f(3^{\ln 2}) = 2044.$$

Tính $P = f(-4^{\ln \sqrt{3}})$?

- A. 2020. B. -2020. C. 2021. D. -2021.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 6 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XXIV

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

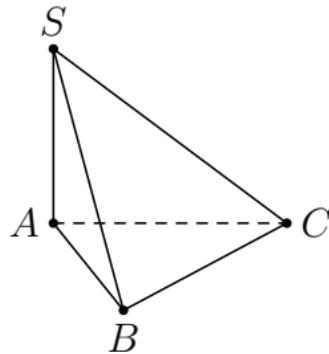
Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , với $AB = a, BC = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{15}$ (tham khảo hình vẽ).

Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng?A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .

Câu 2. [Nhận biết].

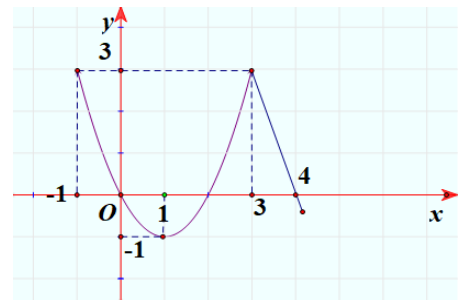
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$.

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 3.



Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y									
	$-\infty$		3		-1		3		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

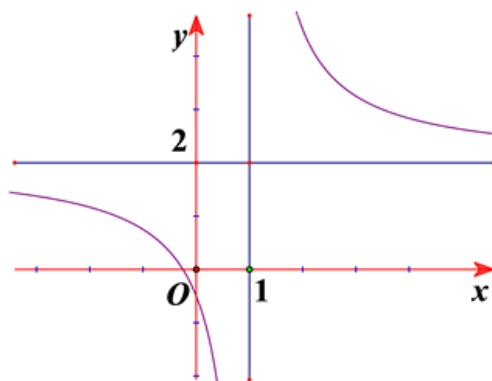
B. $(-\infty; -2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 4)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là?

A. $x=1$.

B. $x=2$.

C. $y=1$.

D. $y=2$.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. a^3 .

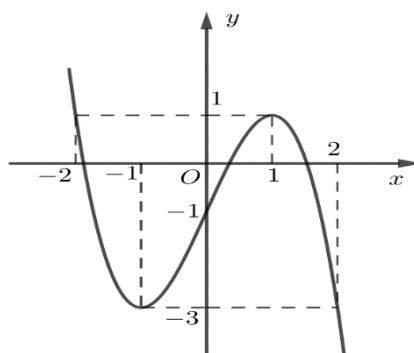
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Câu 7. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x(1-x)^3(x-2)^4$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

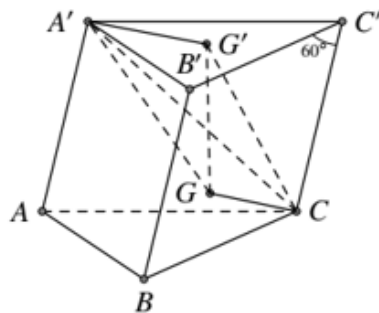
Câu 8. [Thông hiểu].

Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{x^7}{42} + mx - \frac{1}{12x^3} + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $m \leq 0$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m \geq -\frac{5}{12}$. D. $m \geq \sqrt{3}$.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Biết tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , các mặt bên là hình thoi, $CC'B' = 60^\circ$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của tam giác BCB' và $A'B'C'$ (hình vẽ bên dưới).

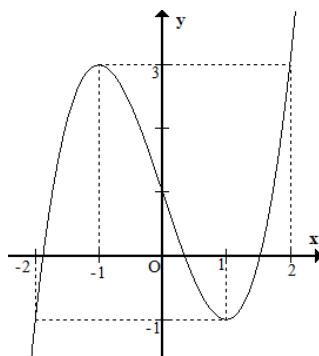


Tính theo V thể tích của khối đa diện $GG'CA'$.

- A. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{6}$. B. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{8}$. C. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{12}$. D. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{9}$.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 5. B. 9. C. 7. D. 3.

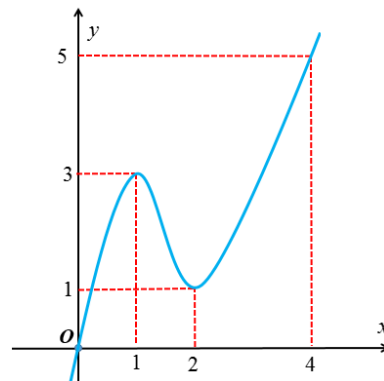
Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C ; $CA = CB = a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0; f(4) > 4$. Biết hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^2) - 2x|$.



A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc với mặt đáy, $SB = a$; tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MA}, SN = NC$. Tính thể tích khối chóp $B.ACNM$?

A. $\frac{7a^3}{9}$.

B. $\frac{5a^3}{9}$.

C. $\frac{5a^3}{18}$.

D. $\frac{7a^3}{18}$.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2021$. Số giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ để đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị là?

A. 2018.

B. 2017.

C. 2016.

D. 2021.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+2m}{x+1}$ có đồ thị là (C) và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là (C') . Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị (C) và (C') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AB nhỏ hơn $5\sqrt{2}$?

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 12.

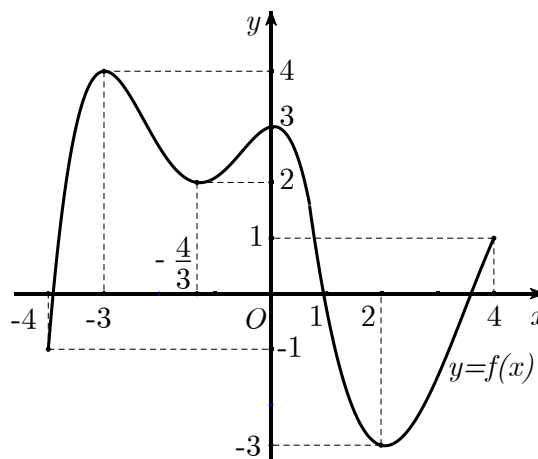
Câu 16. [Vận dụng].

Cho khối chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $3\sqrt{2}a^2$, M là trung điểm của BC , AM vuông góc với BD tại H , SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) bằng a . Thể tích V của khối chóp đã cho là?

A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[-4; 4]$, có các điểm cực trị trên $(-4; 4)$ là $-3; -\frac{4}{3}; 0; 2$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y = g(x) = f(x^3 + 3x) + m$ với m là tham số. Gọi m_1 là giá trị của m để $\max_{[0;1]} g(x) = 4$, m_2 là giá trị của m để $\min_{[-1;0]} g(x) = -2$. Giá trị của $m_1 + m_2$ bằng?



A. -2 . B. 0 . C. 2 . D. -1 .

Câu 18. [Vận dụng cao].

Biết $S = (a + b\sqrt{2}; c]$, $(a, b, c \in \mathbb{Q})$ là tập hợp m để phương trình: $x + \sqrt{9 - x^2} = m + x\sqrt{9 - x^2}$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = \frac{7}{2}$. B. $T = \frac{21}{2}$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = \frac{25}{2}$.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = f(f(x))$, $y = f(4 - 2x)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) , (C_3) . Đường thẳng $x = 1$ cắt (C_1) , (C_2) , (C_3) lần lượt tại M , N , P . Biết tiếp tuyến của (C_1) tại M có phương trình là $y = 3x - 1$, tiếp tuyến của (C_2) tại N có phương trình là $y = x + 1$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P là?

A. $y = -2x - 4$. B. $y = -\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$. C. $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$. D. $y = -2x + 4$.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M , N , P , Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB ,

SBC , SCD , SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Tính $V_{S'.MNPQ}$?

A. $\frac{20a^3\sqrt{14}}{81}$.

B. $\frac{40a^3\sqrt{14}}{81}$.

C. $\frac{10a^3\sqrt{14}}{81}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{14}}{9}$.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 8 trang)



ĐỀ THI THỬ LẦN XXV

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 60 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 30 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$						

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
 B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
 C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.
 D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3
			-2		$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$		$- \parallel +$	
y	-1	$+\infty$	0	1
	$-\infty$			

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là?

A. 0.

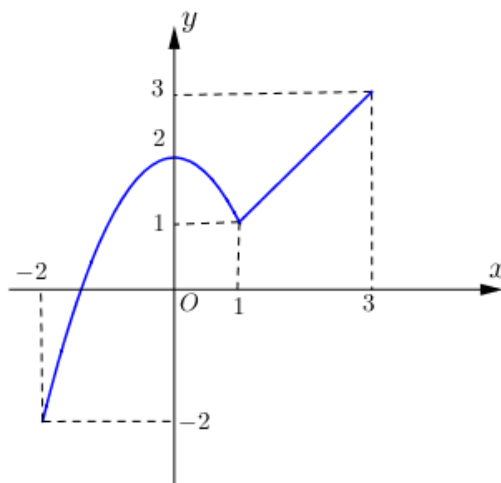
B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng?



A. 5.

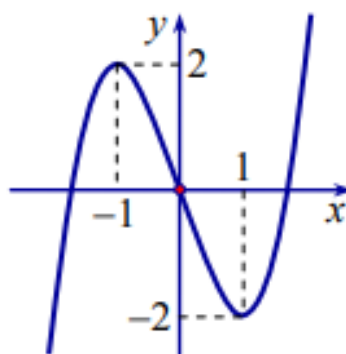
B. 1.

C. 3.

D. -1.

Câu 5. [Nhận biết].

Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^3 + 3x$.B. $y = x^4 - 2x^2$.C. $y = -x^4 + 2x^2$.D. $y = x^3 - 3x$.**Câu 6. [Nhận biết].**

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$ bằng?

A. 60° .B. 45° .C. 90° .D. 30° .**Câu 7. [Nhận biết].**

Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.**Câu 8. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (Với a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a + b < 0$; (3): $a + b + c = 0$; (4): $a > 0$.

Số phát biểu đúng là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 10. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = m(2020 + x - 2\cos x) + \sin x - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

- A. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$. B. $\frac{a}{\sqrt{33}}$. C. $\frac{a}{\sqrt{22}}$. D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

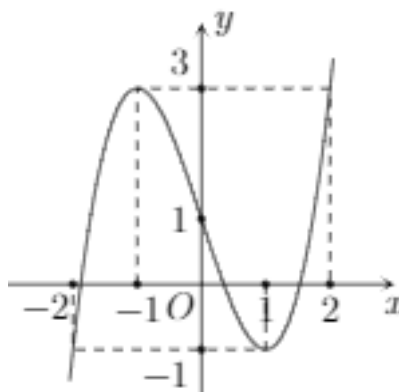
Câu 12. [Thông hiểu].

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tổng $M + m$ bằng?

- A. 21. B. -3. C. 18. D. 15.

Câu 13. [Thông hiểu].

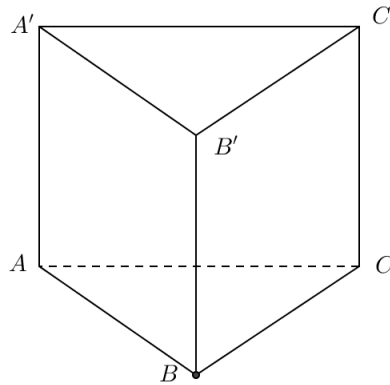
Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x) = f(2x - 1) - 2x + 1$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng?



- A. $f(1) - 1$. B. $f(-1) + 1$. C. $f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$. D. $f(0)$.

Câu 14. [Thông hiểu].

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BC = a$ biết mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc 60° (tham khảo hình bên dưới). Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

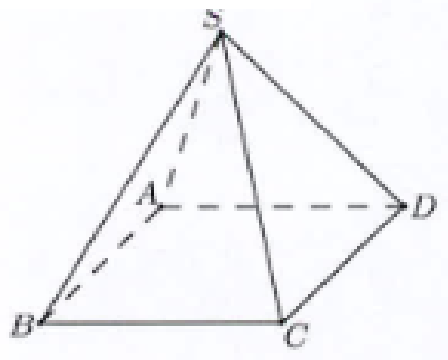
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15. [Thông hiểu].

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 5 (Tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng?



A. $\sqrt{21}$.

B. 1.

C. $\sqrt{17}$.

D. 3.

Câu 16. [Thông hiểu].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn OA . Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng?

A. $\frac{9\sqrt{22}a}{44}$.

B. $\frac{3\sqrt{22}a}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{22}a}{11}$.

D. $\frac{3\sqrt{22}a}{44}$.

Câu 17. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = x^3 + (m-2)x^2 + (m-2)x + 1$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ là?

A. 3.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

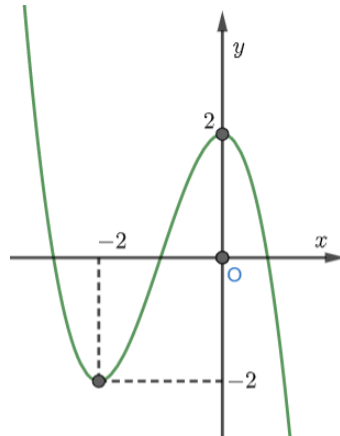
Câu 18. [Thông hiểu].

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC . Góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng?

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$.

Câu 19. [Thông hiểu].

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

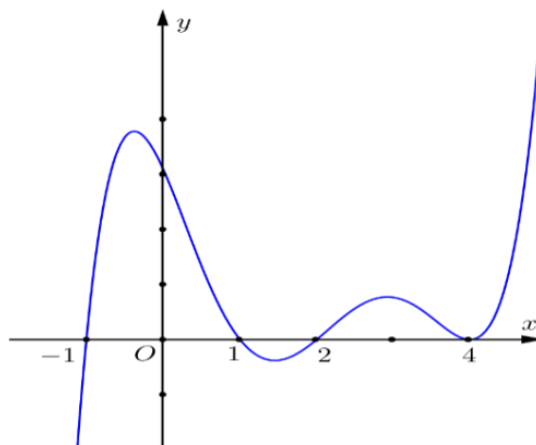


Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 20. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x) = f(2019 - 2020x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?



- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

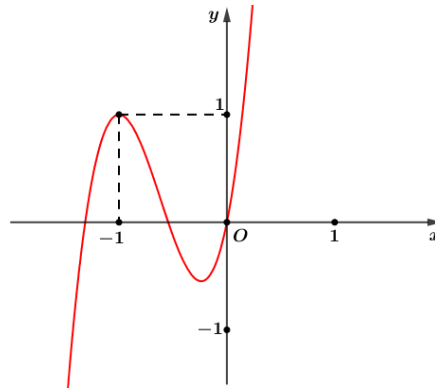
Câu 21. [Vận dụng].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi H là hình chiếu của A lên SB . Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng?

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{3a\sqrt{30}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. D. $\frac{3a\sqrt{30}}{40}$.

Câu 22. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình: $f\left(f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}\right)-f(1)=0$ là?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 23. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{(x^2 - 2x + m)^2 - 3x - m}{x - 3}$ (C) và đường thẳng (d): $y = 2x$ (m là tham số thực). Số giá trị nguyên của $m \in [-15; 15]$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt là?

A. 15.

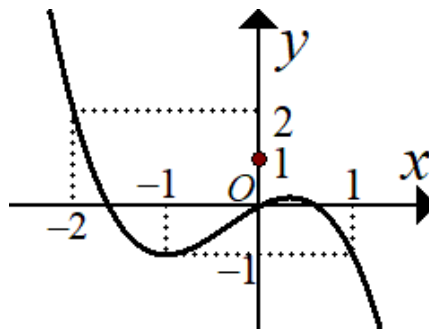
B. 30.

C. 16.

D. 17.

Câu 24. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây



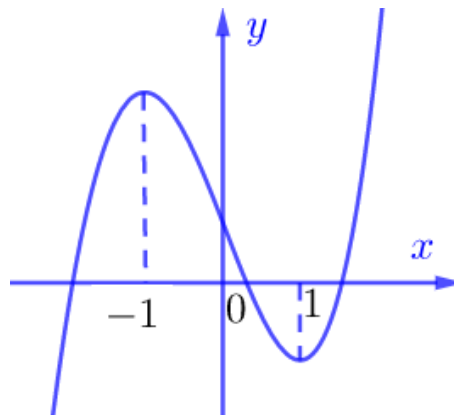
Gọi m, n là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = |f^3(x) - 3f(x)|$.

Đặt $T = n^m$ hãy chọn mệnh đề đúng?

A. $T \in (0; 80)$.B. $T \in (80; 500)$.C. $T \in (500; 1000)$.D. $T \in (1000; 2000)$.

Câu 25. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y = f(|x| - m)$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ là?

A. -10.

B. 10.

C. 9.

D. 11.

Câu 26. [Vận dụng].

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-100)$ bằng?

A. 50.

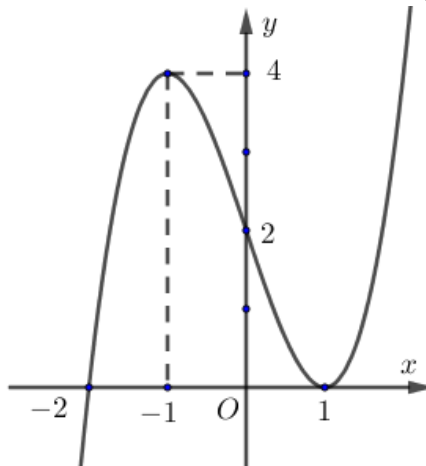
B. 99.

C. 49.

D. 100.

Câu 27. [Vận dụng].

Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ dưới đây:



Đồ thị của hàm số $g(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{3f^2(x) - 6f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 28. [Vận dụng cao].

Có bao nhiêu giá trị của $m \neq -3$ để đường thẳng $y = \left[1 - \frac{9}{(m+3)^2}\right]x + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2$

tiếp xúc với đồ thị $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3}$?

A. Tất cả các giá trị của $m \neq -3$.

B. Duy nhất 1.

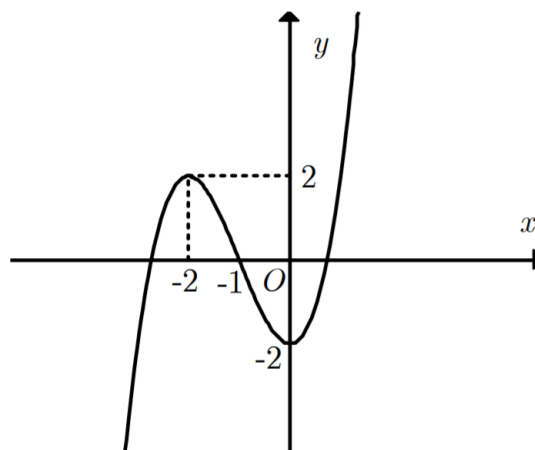
C. Không có.

D. 2 giá trị.

Câu 29. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) + m$ (m là tham số thực) liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ và $f'(-3) < 0$, $f'(1) > 0$.

Khi hàm số $y = |f(x) + m|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f(x^3 - 3x) + m = 0$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm $x \in (-2; 2)$.



A. 3.

B. 6.

C. 9.

D. 12.

Câu 30. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + k$ với hệ số thực. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có điểm $O(0;0)$ là điểm cực trị, cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$ và có đồ thị như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để phương trình $f(-x^2 + 2x + m) = k$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. 5.

B. 7.

C. 0.

D. 2.

...HẾT...

ĐÁP ÁN

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)



Đáp án: ĐỀ THI THỬ LẦN I

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải chi tiết: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Giải

Xét hàm số $y = \frac{x-3}{x+2}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có: $y' = \frac{5}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in D$.

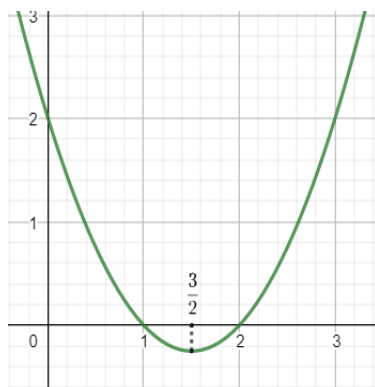
Vì thế hàm số $y = \frac{x-3}{x+2}$ đồng biến trên hai khoảng rời nhau $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Đáp án: D.

Note: Khi kết luận một hàm số đồng biến hay nghịch biến thì ta luôn kết luận trên một khoảng, đoạn, nửa đoạn hay nửa khoảng. Ta không định nghĩa hàm số đồng biến hay nghịch biến trên một tập có phép toán $(\cup, \cap, \setminus, \dots)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Giải

Xét hàm số $y = f(x)$ có **đồ thị đạo hàm** $f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến khi $f'(x) \leq 0$ và dấu bằng xảy ra tại một số điểm.

Dựa vào đồ thị hàm số như hình vẽ ta thấy $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Đáp án: C.

Câu 3. [Nhận biết].

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

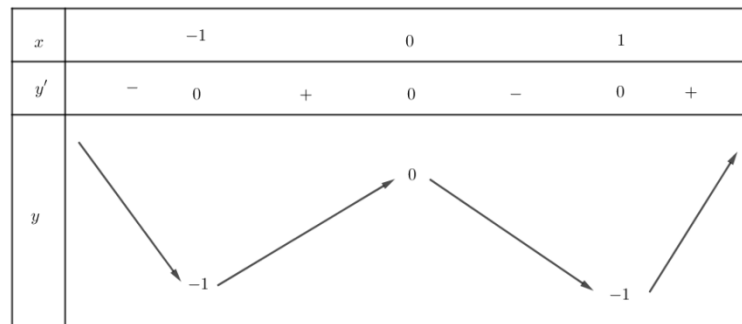
Giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$.

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	-1		0		1		
y'	-	0	+	0	-	0	+
y							

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta nhận thấy rằng hàm số $y = x^4 - 2x^2$ đồng biến trên hai khoảng rời nhau lần lượt là $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Đáp án: B.

Câu 4. [Nhận biết].

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{3}$ là?

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $A\left(1; \frac{7}{6}\right)$.

D. $B(2; 1)$.

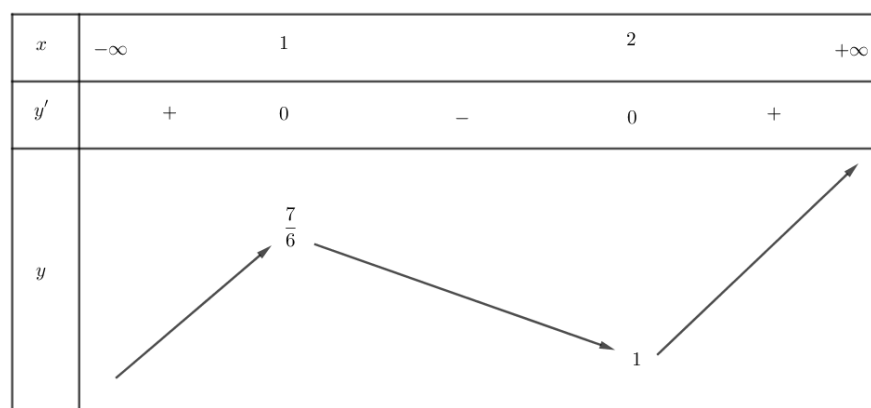
Giải

Xét hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{3}$

Ta có: $y' = x^2 - 3x + 2$.

Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1		2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y					

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy **điểm cực tiểu của đồ thị hàm số** là điểm $B(2; 1)$.

Đáp án: D.

Note: Điểm cực tiểu (cực đại) của **hàm số** là điểm $x = x_0$.

Điểm cực tiểu (cực đại) của **đồ thị hàm số** là điểm $A(x_0; f(x_0))$.

Câu 5. [Nhận biết].

Số cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

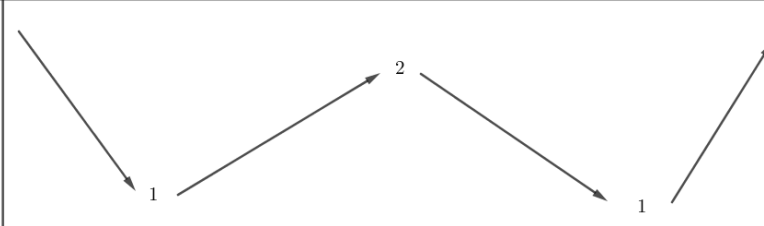
D. 4.

Giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	-1		0		1		
y'	-	0	+	0	-	0	+
y							

Đồ thị hàm số có duy nhất một **cực tiểu** (**Giá trị cực tiểu**) là $y = 1$.

Đáp án: A.

Câu 6. [Nhận biết].

Hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

D. $(1; +\infty)$.

Giải

Xét hàm số: $y = \sqrt{x - x^2}$

TXĐ: $D = [0; 1]$.

Ta có: $y' = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{2}$	1		
y'		+	0	-	
y					

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Đáp án: C.

Câu 7. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = -x^4 + 2020x^2 + 2021$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
- B.** Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.
- C.** Hàm số chỉ có một điểm cực đại.
- D.** Hàm số chỉ có một điểm cực tiểu.

Giải

Đồ thị hàm số là hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a = -1 < 0$ nên hàm số có xu hướng đi xuống khi x dần đến một số đủ lớn. Và tích hệ số $ab = -2020 < 0$ nên hàm số có ba điểm cực trị.

Khi đó đồ thị hàm số có dạng hình chữ "M". Nên hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Đáp án: A.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ chính bằng tổng số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có $x = x_0 \in (a; b)$ là một cực đại thì $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) < 0$.

C. Nếu $y = f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = f(x)$ luôn đạt cực trị tại các điểm mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.

Giải

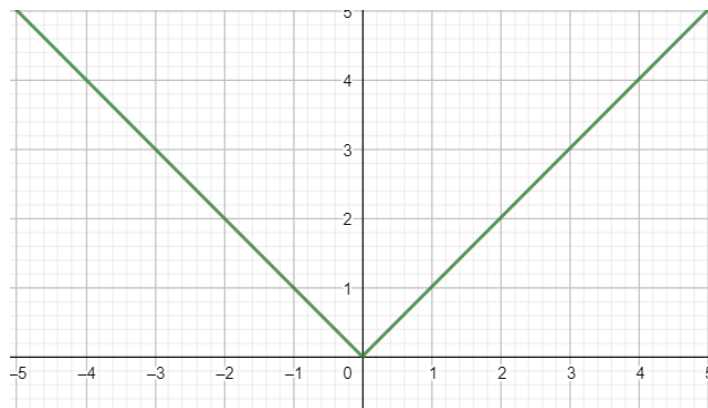
Xét từng đáp án:

- Đáp án **A**: Sai vì tại điểm có đạo hàm không xác định thì hàm số vẫn có khả năng có cực trị. Chẳng hạn hàm số $y = |x|$ không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng $x = 0$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số.

Thật vậy: $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$. Nên $y' = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$.

Vì vậy hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

Đồ thị hàm số $y = |x|$:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy rằng: hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Loại **A**.

- Đáp án **B**: Đáp án **B** sai vì hàm số $y = -x^4$ có một điểm cực đại là $x = 0$. Mặc dù: $f'(0) = 0$ nhưng $f''(0) = 0$.

Loại **B**.

Note: Hàm số $y = f(x)$ có $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ (tương ứng với $f''(x_0) < 0$) thì hàm số đạt cực tiểu (tương ứng với cực đại) tại $x = x_0$.

- Đáp án **C**: Nếu $y = f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là một nhận định đúng.

Chọn **C**.

Note: Tuy nhiên khi ta kết luận rằng: "Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y = f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ " thì đây hoàn toàn là một kết luận sai.

Bởi lẽ: "Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y = f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và dấu " $=$ " chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm".

- Đáp án **D**: Đây là một mệnh đề sai. Chẳng hạn ta xét hàm số $y = f(x) = x^3$. Hàm số có: $f'(x) = 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Tuy nhiên $x = 0$ là nghiệm kép (nghiệm bội chẵn) nên khi qua điểm $x = 0$ thì đạo hàm không đổi dấu $\rightarrow$ Hàm số không đạt cực trị tại điểm $x = 0$.

Loại **D**.

Note: Nghiệm bội lẻ của đạo hàm cấp một và điểm mà tại đó đạo hàm không xác định (bội lẻ) thường là những điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Đáp án: C.

Câu 9. [Thông hiểu].

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m+3)x + 2m + 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \geq 2$ hoặc $m \leq 1$.

B. $-2 \leq m \leq 1$.

C. $m \geq 1$ hoặc $m \leq -2$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Giải

Ta có: $y' = x^2 - 2(m+1)x + m + 3$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì: $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - (m+3) \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 1$$

Đáp án: B.

Câu 10. [Thông hiểu].

Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{(m+1)x - 2}{x - 2m + 1}$ nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$?

A. $m < -\frac{3}{2}$ hoặc $1 < m \leq 3$.

B. $m < -\frac{3}{2}$ hoặc $m > 1$.

C. $-\frac{3}{2} < m < 1$.

D. Không tồn tại giá trị m thỏa mãn.

Giải

Ta có: $y' = \frac{(m+1)(-2m+1)+2}{(x-2m+1)^2} = \frac{-2m^2-m+3}{(x-2m+1)^2}$.

Cho $y' < 0$. Khi đó: $\frac{-2m^2-m+3}{(x-2m+1)^2} < 0 \Leftrightarrow -2m^2-m+3 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m > 1 \end{cases}$.

Mặt khác, để hàm số liên tục trên khoảng $(5; +\infty)$

Khi đó: $2m-1 \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 3$

Kết hợp với điều kiện ta có: $\begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ 1 < m \leq 3 \end{cases}$.

Đáp án: A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{2x-4}{x-2}$.

B. $y = 2020x^3 - 2021$.

C. $y = 4x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = \frac{2x-3}{3x+2}$.

Giải

Xét từng đáp án:

- Đáp án A: Hàm số là hàm nhất biến có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Vì vậy hàm số không liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. $\rightarrow$ Loại A.
- Đáp án B: Ta có: $y' = 6060x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Dấu " $=$ " cũng chỉ xảy ra tại $x = 0$ (hữu hạn điểm). Vì thế hàm số $y = 2020x^3 - 2021$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn B.

- Đáp án C: Hàm số là hàm bậc bốn trùng phương nên ít nhất hàm số sẽ có một điểm cực trị tại $x = 0$ vì thế hàm số sẽ luôn có khoảng đồng biến và nghịch biến. $\rightarrow$ Loại C.

- Đáp án **D**: Hàm số là hàm nhất biến có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$. Vì vậy hàm số không liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. $\rightarrow$ Loại **D**.

Đáp án: B.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f'(x) = x^4 + 4x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng nhất?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là điểm $A(0; 1)$.

Giải

Ta có: $f'(x) = x^4 + 4x^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vì vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Đáp án **C** đúng nhất có nghĩa là đáp án **A**, **B** và **D** có thể sai hoặc chưa đúng nhất. Giải thích thêm về phương án **D**. Vì hàm số $y = f(x)$ vô nghiệm nên hàm số không có cực trị

Đáp án: C.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm liên tục trên khoảng $(a; b)$. Số mệnh đề sai là?

- (1) Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ có ít nhất 1 điểm cực trị.
- (2) Nếu hàm số $y = f(x)$ có $x = x_0 \in (a; b)$ là một cực đại thì $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$.
- (3) Tổng số cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$ chính bằng tổng số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $(a; b)$.
- (4) Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x = x_0 \in (a; b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $A(x_0; f(x_0))$ song song với trục hoành.
- (5) Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = x_0 \in (a; b)$ thì $f''(x_0) > 0$.

A. 1

B. 3

C. 5

D. Cả năm mệnh đề đều đúng.

Giải

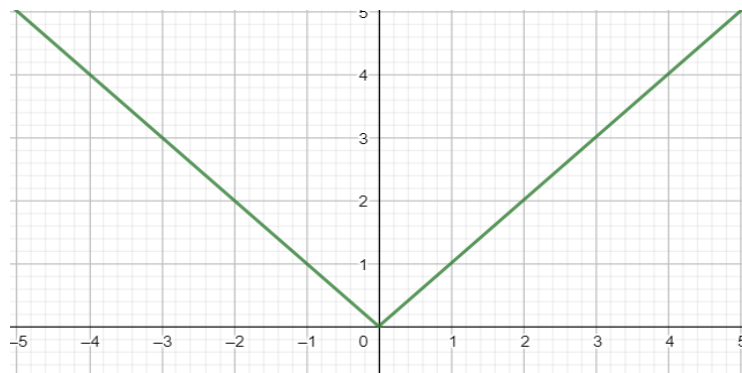
Xét từng phương án:

- Phương án (1) sai. Chẳng hạn hàm số $y = x^3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Nhưng hàm số không có một điểm cực trị nào trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Phương án (2) sai. Chẳng hạn ta xét hàm số $y = -x^4$ có một điểm cực đại là $x = 0$. Mặc dù: $f'(0) = 0$ nhưng $f''(0) = 0$.
- Phương án (3) sai. Vì tại điểm có đạo hàm không xác định thì hàm số vẫn có khả năng có cực trị. Chẳng hạn hàm số $y = |x|$ không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng $x = 0$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số.

Thật vậy: $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$. Nên $y' = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$.

Vì vậy hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

Đồ thị hàm số $y = |x|$:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy rằng: hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

- Phương án (4) sai. Chẳng hạn tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^2$ tại điểm $x = 0$ là đường thẳng $y = 0$ (trùng với trục hoành).
- Phương án (5) sai. Chẳng hạn ta xét hàm số $y = x^4$ có một điểm cực tiểu là $x = 0$. Mặc dù: $f'(0) = 0$ nhưng $f''(0) = 0$.

Note: "Phát biểu đúng": Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x = x_0 \in (a; b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $A(x_0; f(x_0))$ là một đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành.

Đáp án: C.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[2;6]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	2	4	6		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$					

Phương trình $f(x-2) = \frac{7}{-x^2+12x-37}$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[4;8]$?

A. 3.**B. 2.****C. 1.****D. Vô nghiệm.**Giải

Ta có: $-x^2+12x-37 = -(x^2-12x+36)+1 = 1-(x-6)^2 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó: $f(x-2) = \frac{7}{-x^2+12x-37} \Leftrightarrow f(x-2)(-x^2+12x-37) = 7$

$$\Leftrightarrow g(x) = (x^2-12x+37)f(x-2)+7 = 0$$

Ta có: $g'(x) = (2x-12)f(x-2) + (x^2-12x+37)f'(x-2)$.

Xét phương trình: $g(x) = 0$ trên đoạn $[4;8]$.

- Trên đoạn $[4;6]$ hay $4 \leq x \leq 6 \Leftrightarrow 2 \leq x-2 \leq 4$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2x-12 \leq 0 \\ f(x-2) \geq 4 > 0 \\ x^2-12x+37 > 0 \\ f'(x-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x-12)f(x-2) < 0 \\ (x^2-12x+37)f'(x-2) < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0$$

- Trên đoạn $[6;8]$ hay $6 \leq x \leq 8 \Leftrightarrow 4 \leq x-2 \leq 6$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2x-12 \geq 0 \\ f(x-2) \geq 4 > 0 \\ x^2-12x+37 > 0 \\ f'(x-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x-12)f(x-2) > 0 \\ (x^2-12x+37)f'(x-2) > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0$$

Một số điểm đặc biệt:
$$\begin{cases} g(4) = (4^2 - 12 \cdot 4 + 37) \cdot f(2) + 7 = 42 \\ g(6) = (6^2 - 12 \cdot 6 + 37) \cdot f(4) + 7 = 11 \\ g(8) = (8^2 - 12 \cdot 8 + 37) \cdot f(6) + 7 = 32 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	4	6	8		
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	42 11 32				

Vì $g(x) \geq 11 > 0$ vì thế phương trình $g(x) = 0$ vô nghiệm.

Đáp án: D.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho $(P): y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương $(Q):$

$y = g(x) = x^4 - 2mx^2 - m^2 - 4$ cùng đi qua ba điểm $A(a; f(a)), B(b; f(b)), C(c; f(c))$, $(a < b < c)$. Biết rằng $f'(c) = g'(a) = g'(b) = g'(c) = 0$. Gọi $m_1, m_2, (m_1 < m_2)$ là hai giá trị mà tại $m = m_1$ hoặc $m = m_2$ thì điểm $D(2; -3)$ luôn thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$. Tỉ số

$T = \frac{m_2}{m_1}$ xấp xỉ số nào dưới đây?

A. 11.

B. 22.

C. 44.

D. 55.

Giải

Ta có: $f'(c) = g'(a) = g'(b) = g'(c) = 0$

Vì thế đồ thị hàm số $y = g(x)$ nhận ba điểm A, B, C làm ba điểm cực trị. Và đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận điểm C là điểm cực trị.

Tìm tọa độ điểm A, B, C thông qua đạo hàm $y' = g'(x)$.

$$\text{Ta có: } y' = g'(x) = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{m} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-\sqrt{m}; -2m^2 - 4) \\ B(0; -m^2 - 4) \\ C(\sqrt{m}; -2m^2 - 4) \end{cases}.$$

Vì $f'(c) = 0$ và $y = f(x)$ đi qua ba điểm A, B, C và điểm $D(2; -3)$.

Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Khi đó ta có hệ năm phương trình: } \begin{cases} -a(m\sqrt{m}) + mb - c\sqrt{m} + d = -2m^2 - 4 & (1) \\ d = -m^2 - 4 & (2) \\ a(m\sqrt{m}) + mb + c\sqrt{m} + d = -2m^2 - 4 & (3) \\ 3ma + 2b\sqrt{m} + c = 0 & (4) \\ 8a + 4b + 2c + d = -3 & (5) \end{cases}$$

Lấy (1) + (3) theo từng vế: $2mb + 2d = -4m^2 - 8 \Leftrightarrow mb + d = -2m^2 - 4$

$$\Leftrightarrow b = \frac{-2m^2 - 4 - d}{m} = \frac{-2m^2 - 4 + m^2 + 4}{m} = -m \quad (*)$$

Lấy (3) - (1) theo từng vế: $2am\sqrt{m} + 2c\sqrt{m} = 0 \Leftrightarrow am + c = 0 \quad (**)$ (do $m > 0$).

$$(4) \Leftrightarrow 3am + 2b\sqrt{m} + c = 0 \Leftrightarrow 3am - am - 2m\sqrt{m} = 0 \Leftrightarrow 2am - 2m\sqrt{m} = 0 \Leftrightarrow a = \sqrt{m} \quad (***)$$

$$\text{Từ } (2)(*)(**)(***) \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{m} \\ b = -m \\ c = -am = -m\sqrt{m} \\ d = -m^2 - 4 \end{cases} \text{ thay vào (5), ta được:}$$

$$8\sqrt{m} - 4m - 2m\sqrt{m} - m^2 - 4 = -3 \Leftrightarrow 8\sqrt{m} - 4m - 2m\sqrt{m} - m^2 = 1 \quad (****)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{m} > 0. \text{ Khi đó: } (****) \Leftrightarrow -t^4 - 2t^3 - 4t^2 + 8t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0,1347... \rightarrow A \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} m = A^2 = 0,018... \rightarrow B = m_1 \\ m = 1 = m_2 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó: } T = \frac{m_2}{m_1} = 55,091... \approx 55$$

Đáp án: D.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN II****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ****Mức độ: (★)**

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

(Lời giải đề thi gồm có 13 trang)



Họ tên :

Đáp án: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{x-3}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Giải

Ta có: $y = \frac{x-3}{1-x} = \frac{x-3}{-x+1}$

TXĐ: $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

Khi đó: $y' = \frac{-2}{(1-x)^2} < 0, \forall x \in D$.

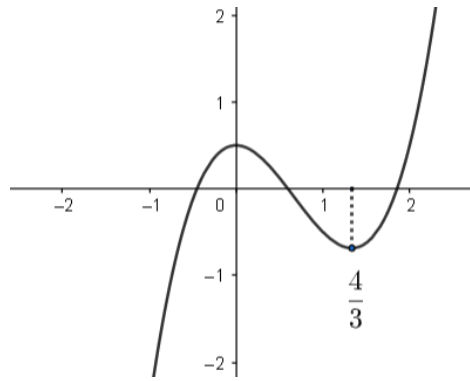
Như vậy, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định hay hàm số nghịch biến trên hai khoảng rời nhau $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Đáp án: D.

Note: Khi kết luận một hàm số đồng biến hay nghịch biến thì ta luôn kết luận trên một khoảng, đoạn, nửa đoạn hay nửa khoảng. Ta không định nghĩa hàm số đồng biến hay nghịch biến trên một tập có phép toán $(\cup, \cap, \setminus, \dots)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta nhận thấy: Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; 0)$ và khoảng $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Đáp án: B.

Câu 3. [Nhận biết].

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Giải

Xét hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	-1			0			1		
y'	-	0	+	0	-	0	+		
y									

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta nhận thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Vì: $\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \subset (-1; 0)$. Vì thế hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

Đáp án C.

Câu 4. [Nhận biết].

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là?

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $A(0; 3)$.

D. $B(1; 2)$.

Giải

Ta có: $y' = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Vì $y'' = 2 > 0$. Nên $x = 1$ là điểm cực tiểu của **hàm số**.

Như vậy điểm cực tiểu của **đồ thị hàm số** $y = x^2 - 2x + 3$ là điểm $B(1; 2)$.

Đáp án D.

Note: Điểm cực tiểu (cực đại) của **hàm số** là điểm $x = x_0$.

Điểm cực tiểu (cực đại) của **đồ thị hàm số** là điểm $A(x_0; f(x_0))$.

Câu 5. [Nhận biết].

Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Ta có: $a = 1 > 0$ nên hàm số có xu hướng quay lên khi x dần đến một giá trị đủ lớn. Và tích hệ số $ab = 1 \cdot (-2) = -2 < 0$. Vì thế hàm số đã cho có ba điểm cực trị và đồ thị có dạng hình chữ "W". Vì thế đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu.

Đáp án B.**Câu 6. [Nhận biết].**

Hàm số $y = \frac{x^3 - 2x}{x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

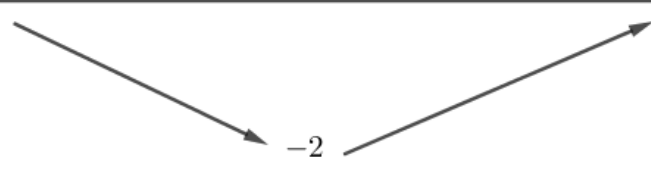
A. $(-1;0)$.**B. $(0;1)$.**C. $(-2;1)$.D. $(-1;+\infty)$.Giải

Ta có: $y = \frac{x^3 - 2x}{x} = x^2 - 2$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có: $y' = 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$+$
y			

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta thấy rằng hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Vì: $(0;1) \subset (0;+\infty)$.

Vì vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Đáp án B.**Câu 7. [Nhận biết].**

Hàm số $ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi?

A. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

$$\text{C. } \begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{D. } a > 0; b^2 - 3ac \leq 0$$

Giải

Xét hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

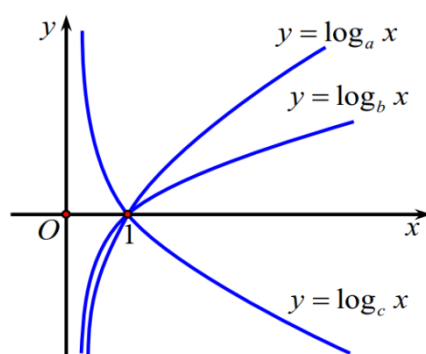
Để hàm số: $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} a = b = 0 \\ c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ c > 0 \\ a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ c > 0 \\ a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}.$$

Đáp án C.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



$$\text{A. } a < b < c.$$

$$\text{B. } c < a < b.$$

$$\text{C. } b < c < a.$$

$$\text{D. } c < b < a.$$

Giải

Với mọi số thực dương $x > 1$, ta có: $\log_a x > \log_b x > 0 > \log_c x \Leftrightarrow c < a < b$.

Đáp án B.

Note: Giải thích thêm. Vì:

$$\begin{aligned} \log_a x > \log_b x > 0 > \log_c x &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_x a} > \frac{1}{\log_x b} > 0 > \frac{1}{\log_x c} \\ &\Leftrightarrow \log_x c < 0 < \log_x a < \log_x b \Leftrightarrow x^{\log_x c} < x^0 < x^{\log_x a} < x^{\log_x b} \Leftrightarrow c < 1 < a < b \end{aligned}$$

Câu 9. [Thông hiểu].

Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)$.
- B.** Nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
- C.** Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .
- D.** Nếu $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số.

Giải

Ta xét từng đáp án:

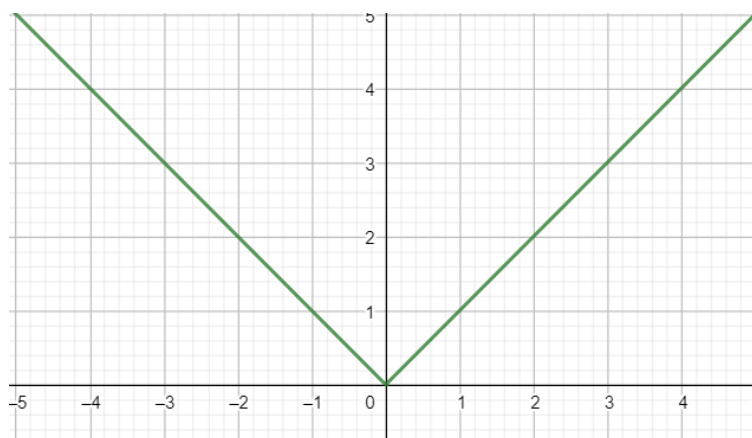
- Đáp án **A** sai vì tại những điểm mà đạo hàm không xác định. Hàm số $y = f(x)$ vẫn có thể có cực trị.

Chẳng hạn hàm số $y = |x|$ không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng $x = 0$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số.

Thật vậy: $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$. Nên $y' = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$.

Vì vậy hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

Đồ thị hàm số $y = |x|$:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy rằng: hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Loại **A**.

- Đáp án **B** sai vì nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt **cực tiểu** tại x_0

Loại **B**.

- Đáp án C đúng vì:

"Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 ."

Chọn C.

- Đáp án D sai vì:

Hàm số $y = -x^4$ có một điểm cực đại là $x = 0$. Mặc dù: $f''(0) = 0$.

Loại D.

Đáp án C.

Câu 10. [Thông hiểu].

Đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + x + 1$ tiếp xúc với đường thẳng nào dưới đây ?

A. $y = x + 1$.

B. $y = -2x + 1$.

C. $y = -x + 1$.

D. $y = 2x + 1$.

Giải

Gọi $A(x_0; f(x_0))$ là tiếp điểm và $y = g(x) = ax + b$ là đường thẳng tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại tiếp điểm A.

Khi đó yêu cầu đề bài tương đương với: $\begin{cases} f(x_0) = g(x_0) \\ f'(x_0) = g'(x_0) \end{cases}$ có nghiệm.

Ta có: $\begin{cases} f(x_0) = g(x_0) \\ f'(x_0) = g'(x_0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^3 + x_0 + 1 = ax_0 + b \\ 3x_0^2 + 1 = a \end{cases}$.

Vì: $3x_0^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow a \geq 1$.

Loại B, C.

Thử từng đáp án:

- Đáp án A đúng vì: $\begin{cases} x_0^3 + x_0 + 1 = x_0 + 1 \\ 3x_0^2 + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 0$.

Vì hệ trên có nghiệm nên đường thẳng $y = x + 1$ tiếp xúc với đồ thị hàm số

$y = f(x) = x^3 + x + 1$

Chọn A.

- Đáp án **D** sai vì: $\begin{cases} x_0^3 + x_0 + 1 = 2x_0 + 1 \\ 3x_0^2 + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = \emptyset.$

Vì hệ trên vô nghiệm nên đường thẳng $y = 2x + 1$ không tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + x + 1$

Loại **D**.

Đáp án A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Biết đồ thị hàm số $(C) y = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$), tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ và cắt đường thẳng $x = 1$ tại điểm có tung độ bằng 3. Tổng $S = a + 2b + 3c$ bằng?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Giải

Vì hàm số đi tiếp xúc với trục hoành ($y = 0$) tại điểm $O(0;0)$ và $y(1) = 3$ ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 0 \\ 1 + a + b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow S = a + 2b + 3c = 2.$$

Đáp án C.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{1 - x}$ có đồ thị (C) . Tịnh tiến (C) xuống dưới 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{(x+1)^2}{1-x}.$

B. $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{1-x}.$

C. $y = -\frac{x^2 + 4x + 7}{1+x}.$

D. $y = \frac{x^2 - 4x + 7}{3-x}.$

Giải

Hàm số $y = g(x) = f(x) - 2$ là hàm số $y = f(x)$ đã được tịnh tiến xuống 2 đơn vị.

$$\text{Khi đó: } y = g(x) = \frac{x^2 + 3}{1 - x} - 2 = \frac{(x^2 + 3) - 2(1 - x)}{1 - x} = \frac{x^2 + 2x + 1}{1 - x} = \frac{(x+1)^2}{1 - x}.$$

Đáp án A.

Note: Giả sử đồ thị hàm số: $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và m là một số dương.

Khi đó:

Hàm số $y = g(x) = f(x) + m$ là đồ thị nhận được sau khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ **lên** m đơn vị (theo phương Oy).

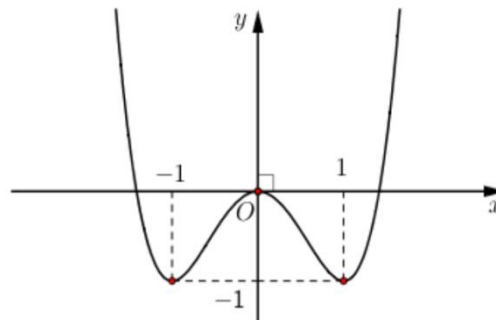
Hàm số $y = g(x) = f(x) - m$ là đồ thị nhận được sau khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ **xuống** m đơn vị (theo phương Oy).

Hàm số $y = g(x) = f(x - m)$ là đồ thị nhận được sau khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ **sang phải** m đơn vị (theo tia Ox).

Hàm số $y = g(x) = f(x + m)$ là đồ thị nhận được sau khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ **sang trái** m đơn vị (theo tia Ox).

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(f(x)) + 1 = 0$ là.

A. 9.

B. 4.

C. 8.

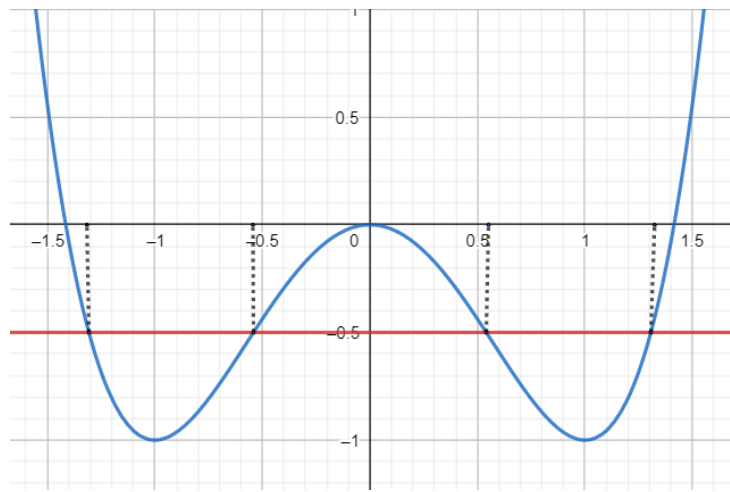
D. 7.

Giải

Xét phương trình: $2f(f(x)) + 1 = 0$ (*).

Ta có: $(*) \Leftrightarrow f(f(x)) = -\frac{1}{2}$ (**).

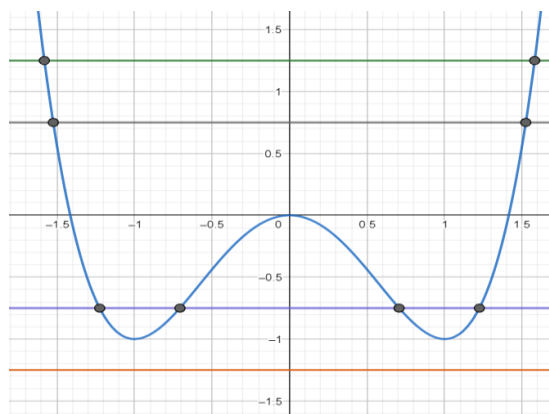
Kẻ đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ lên đồ thị hàm số $y = f(x)$.



Dựa vào sự tương giao giữa hai đồ thị ta thấy $(**) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a & (-1,5 < a < -1) \\ f(x) = b & (-1 < b < -0,5) \\ f(x) = c & (0,5 < c < 1) \\ f(x) = d & (1 < d < 1,5) \end{cases}$

Ta vẽ lần lượt bốn đường thẳng $y = a, y = b, y = c, y = d$ lên đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Biểu diễn trên đồ thị hàm số:



Dựa vào sự tương giao của đồ thị ta nhận thấy các hàm số giao nhau tại 8 điểm phân biệt.

Vì vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(f(x)) + 1 = 0$ là 8.

Đáp án C.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(4x^2 - 2x^4) = 1$ là

A. 9.

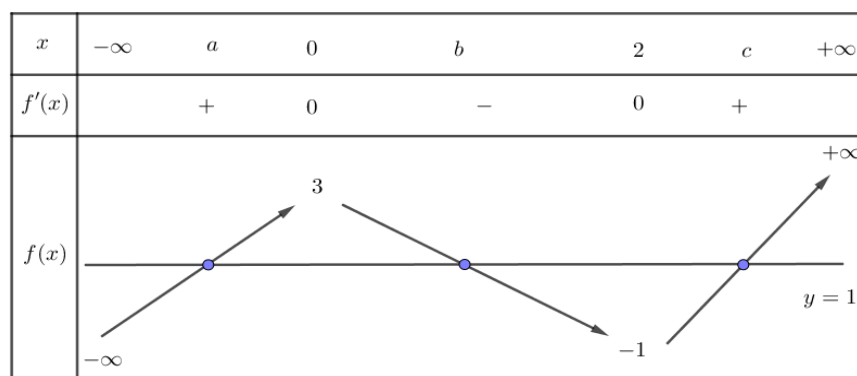
B. 6.

C. 8.

D. 12.

Giải

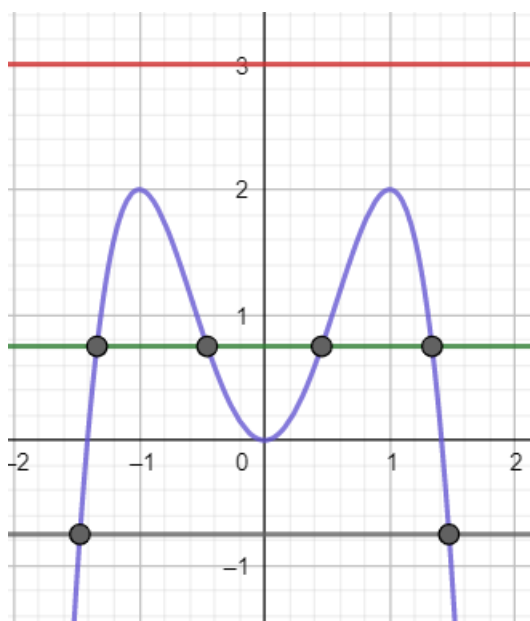
Kẻ đường thẳng $y = 1$ lên bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta được:



Dựa vào sự tương giao của đồ thị ta có thể suy ra:

$$f(4x^2 - 2x^4) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^4 + 4x^2 = a \quad (a < 0) \\ -2x^4 + 4x^2 = b \quad (0 < b < 2) \\ -2x^4 + 4x^2 = c \quad (c > 2) \end{cases}$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2$ với ba đường thẳng $y = a, y = b, y = c$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ, ta được:



Dựa vào sự tương giao của các đồ thị ta thấy số nghiệm của phương trình

$f(4x^2 - 2x^4) = 1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2$ với ba đường thẳng $y = a, y = b, y = c$.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $f(4x^2 - 2x^4) = 1$ là 6.

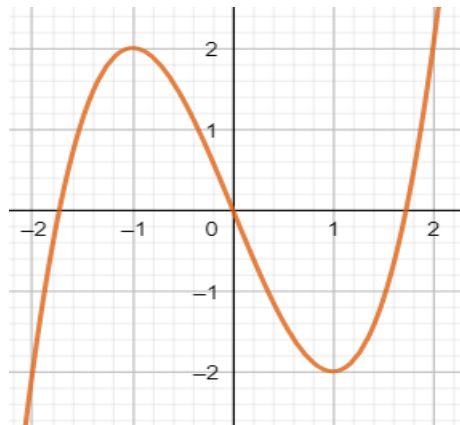
Đáp án B.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho x, y thỏa mãn $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 16$ và hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = f\left(\frac{x^2 + y^2 - 2}{x^2 - y^2 - 2xy + 4}\right)$. Tính

$$S = M^2 + m^2.$$



A. $S = 4$.

B. $S = 1$.

C. $S = 25$.

D. $S = 2$.

Giải

Ta có:
$$t = \frac{x^2 + y^2 - 2}{x^2 - y^2 - 2xy + 4} = \frac{8x^2 + 8y^2 - 16}{8x^2 - 8y^2 - 16xy + 2 \cdot 16}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{8x^2 + 8y^2 - (5x^2 + 6xy + 5y^2)}{8x^2 - 8y^2 - 16xy + 2 \cdot (5x^2 + 6xy + 5y^2)} = \frac{3x^2 - 6xy + 3y^2}{18x^2 - 4xy + 2y^2}.$$

- **Trường hợp 1:** Xét $y = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{6} \Rightarrow f(t) = m \in (-2; 0)$.

- **Trường hợp 2:** Xét $y \neq 0 \Rightarrow t = \frac{3\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 6 \cdot \frac{x}{y} + 3}{18\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 4 \cdot \frac{x}{y} + 2}.$

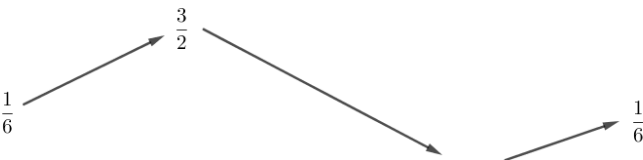
Đặt $u = \frac{x}{y}$, ta có: $t = \frac{3u^2 - 6u + 3}{18u^2 - 4u + 2}$.

Xét hàm số $g(u) = \frac{3u^2 - 6u + 3}{18u^2 - 4u + 2}$. Khi đó: $g'(u) = \frac{96u^2 - 96u}{(18u^2 - 4u + 2)^2}$.

Cho $g'(u) = 0$. Khi đó ta được: $g'(u) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ u = 1 \end{cases}$.

Mặt khác: $\lim_{u \rightarrow +\infty} g(u) = \lim_{u \rightarrow -\infty} g(u) = \frac{1}{6}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$g'(u)$	+	0	-	0	+
$g(u)$					

Từ bảng biến thiên ta có: $0 \leq g(u) \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 0 \leq t \leq \frac{3}{2}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$, ta thấy $\begin{cases} \max_{\left[0; \frac{3}{2}\right]} P = 0 \\ \min_{\left[0; \frac{3}{2}\right]} P = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 2 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow S = 4$.

Đáp án A.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm có 12 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN III

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

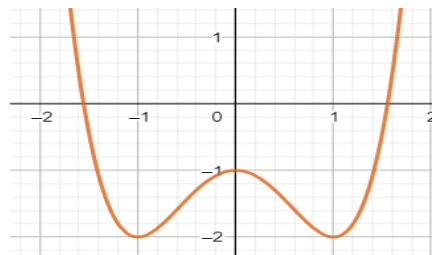
Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.B. $(-\infty;1)$.C. $(-1;1)$.D. $(-1;0)$.Giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta nhận thấy: Hàm số đồng biến trên hai khoảng rời nhau $(-1;0)$ và khoảng $(1;+\infty)$.

Đáp án D.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình bên.

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x	-3	-1	0	1	2	3			
$f'(x)$	0	+	0	-	0	+	0	-	0

A. Đạt cực tiểu tại $x=1$.B. Đạt cực đại tại $x=-1$.C. Đạt cực đại tại $x=2$.D. Đạt cực tiểu tại $x=0$.Giải

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta có thể phác họa đường đi của đồ thị như sau:

x	-3	-1	0	1	2	3			
$f'(x)$	0	+	0	-	0	+	0	-	0
$f(x)$									

Dựa vào bảng biến thiên đầy đủ ta dễ dàng nhận ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và đạt cực đại tại hai điểm $x=-1$ và $x=2$.

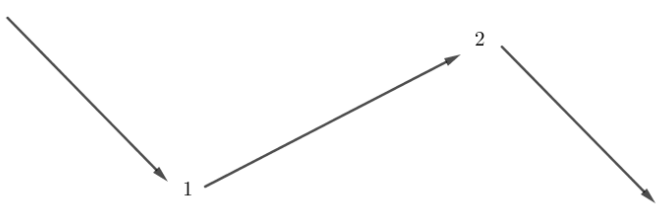
Nhưng tại $x=0$ hàm số không đạt cực trị.

Đáp án D.

Note: Hàm số đạt cực trị tại điểm mà qua nó, đạo hàm của hàm số đổi dấu. Lưu ý: Hàm số phải liên tục tại điểm đó, vẫn có trường hợp hàm số đạt cực trị tại điểm mà tại đó đạo hàm không xác định.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1.

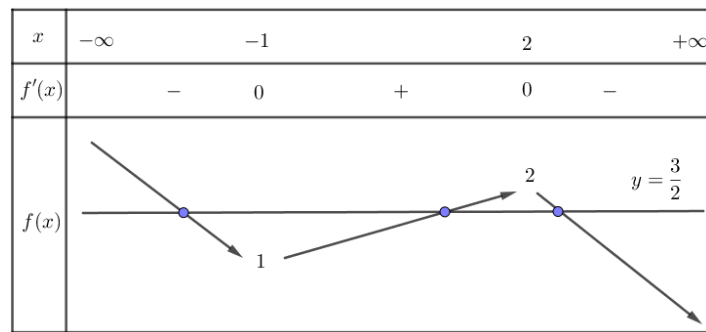
B. 2.

C. 3.

D. 0.

Giải

Ta có: $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$. Kẻ đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ lên bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta được:



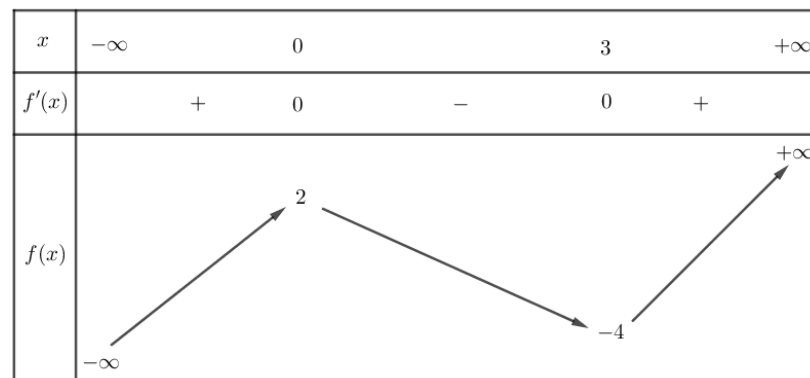
Như thế số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Thế nên: phương trình đã cho có 3 nghiệm thực phân biệt.

Đáp án C.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -4.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên ta dễ dàng kết luận rằng hàm số có giá trị cực tiểu là $y = -4$.

Đáp án D.

Câu 5. [Nhận biết].

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

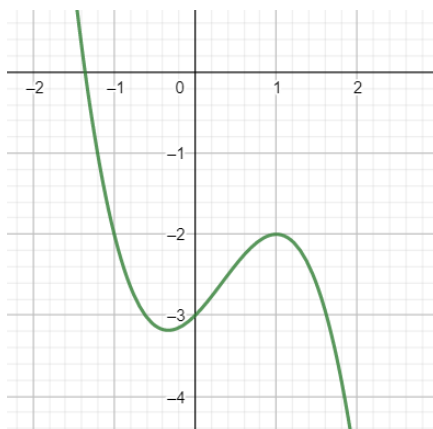
Giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường: $y = 1$.

Đáp án B.**Câu 6. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có thể chú ý các điểm đặc biệt sau:

- Hàm số có xu hướng đi xuống khi x dần đến một số đủ lớn. Như vậy: $a < 0$.
- Dễ thấy: $f(0) = d < 0$.
- Giả sử: x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy rằng: $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases} (*)$. Do điểm cực trị của hàm số x_2 có xu hướng lệch xa trục tung nhiều hơn so với điểm cực trị của hàm số x_1 và chúng nằm về hai phía của trục Oy .

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Theo định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} \end{cases} (**)$

$$\text{Từ } (*) (**) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases} \quad (\text{Do } a < 0).$$

Đáp án A.**Câu 7. [Thông hiểu].**

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

A. 1.

B. 37.

C. 33.

D. 12.

Giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = -4x^3 + 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{6}(L) \\ x = 0 \\ x = \sqrt{6}(L) \end{cases}.$$

$$\text{Ta lại có: } \begin{cases} f(-1) = 12 \\ f(0) = 1 = \min \\ f(2) = 33 = \max \end{cases}.$$

Đáp án C.**Câu 8. [Thông hiểu].**

Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .

A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}.$

C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$

D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}.$

Giải

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1 + m^2 - m}{(x + 1)^2} = \frac{m^2 - m + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}}{(x + 1)^2} = \frac{\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{(x + 1)^2} > 0.$$

Do đó hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 1]$.

$$\text{N như vậy: } \min_{[0; 1]} y = y(0) = -m^2 + m.$$

$$\text{Theo giả thuyết ta có: } -m^2 + m = -2 \Leftrightarrow -m^2 + m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Đáp án D.**Câu 9. [Vận dụng].**

Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Giải

Xét các khả năng:

- **Trường hợp 1:** $m = 1$.

Khi đó: $y = -x + 4$ là một đường thẳng có hệ số góc âm vì thế hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Vậy $m = 1$ thỏa mãn.

- **Trường hợp 2:** $m = -1$.

Khi đó: $y = -2x^2 - x + 4$ là một Parabol nên có cả khoảng đồng biến và nghịch biến.

Vậy $m = -1$ không thỏa mãn.

- **Trường hợp 3:** $m \neq \pm 1$.

Ta có: $y' = 3(m^2 - 1)x^3 + 2(m - 1)x - 1$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì:
$$\begin{cases} a = m^2 - 1 < 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m^2 - 2m + 1 + 3m^2 - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ 4m^2 - 2m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1 \Rightarrow m = 0.$$

Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

Đáp án A.

Câu 10. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

x	-1	0	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

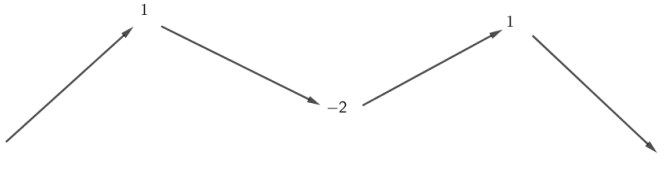
D. $x = -2$.

Giải

Ta có: $y' = 2f'(2x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -1 \\ 2x = 0 \\ 2x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{1}{2}$	0	1
$f'(2x)$	+	0	-
$f(2x)$			



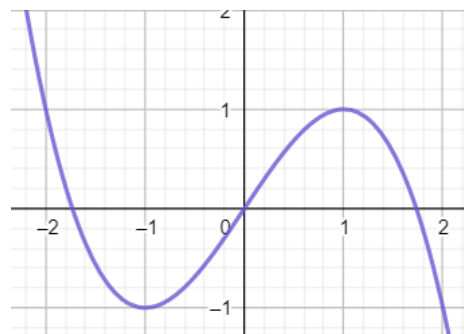
The graph shows a function $f(2x)$ with a peak at $x = -\frac{1}{2}$ and a local minimum at $x = 1$. The y-axis has labels 1 and -2.

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(2x)$ ta nhận thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -\frac{1}{2}$ và điểm $x = 1$.

Đáp án C.

Câu 11. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-2; -1)$.

Giải

Ta có: $y' = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1$.

Ta lại có: $\begin{cases} -1 \leq \cos x \leq 1 \\ -1 \leq -\sin x \leq 1 \\ -1 \leq f(\cos x) \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq -\sin x \cdot f'(\cos x) \leq 1 \Rightarrow -\sin x \cdot f'(\cos x) \geq -1.$

Để hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - 1$ đồng biến thì $y' \geq 0$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm.

Ta xét điều kiện lỏng như sau: $y' = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1 \geq 2x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$.

Nên hàm số chắc chắn sẽ đồng biến trên khoảng $(1; 2) \subset (1; +\infty)$.

Note: Hàm số có thể còn khoảng đồng biến khác nữa, nhưng ta không đủ dữ kiện để xét hết tất cả. Vì thế trong ba phương án còn lại, tác giả cố tình chen một số điểm không thỏa mãn để ta có thể dễ dàng loại chúng.

Đáp án A.

Câu 12. [Vận dụng].

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là?

A. 0.

B. 6.

C. 1.

D. 2.

Giải

Ta xét hàm số: $y = f(x) = x^3 - 3x + m$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(L) \\ x = 1 \end{cases}$.

$$\text{Và: } \begin{cases} f(0) = m \\ f(1) = m - 2 \\ f(2) = m + 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	m	$m - 2$	$m + 2$

Ta xét các khả năng:

- **Trường hợp 1:** $m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Khi đó: $\text{Max } y = f(2) = m + 2$. $\text{Max } y = 3 \Rightarrow m + 2 = 3 \Rightarrow m = 1(L)$.

- **Trường hợp 2:** $m - 2 < 0 \leq m \Leftrightarrow 0 \leq m < 2$.

Khi đó: $\text{Max } y = f(2) = m + 2$. $\text{Max } y = 3 \Rightarrow m + 2 = 3 \Rightarrow m = 1$.

Vậy: $m = 1$ là một giá trị thỏa mãn.

- **Trường hợp 3:** $m < 0 \leq m + 2 \Leftrightarrow -2 \leq m < 0$.

Khi đó: $\text{Max } y = |f(1)| = 2 - m$. $\text{Max } y = 3 \Rightarrow 2 - m = 3 \Rightarrow m = -1$.

Vậy: $m = -1$ là một giá trị thỏa mãn.

- **Trường hợp 4:** $m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$.

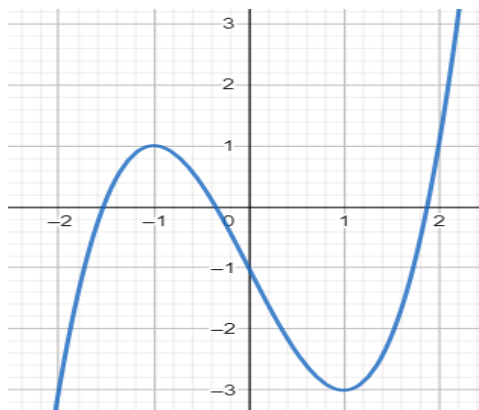
Khi đó: $\text{Max } y = |f(1)| = 2 - m$. $\text{Max } y = 3 \Rightarrow 2 - m = 3 \Rightarrow m = -1$ (L).

Vậy $m = \pm 1$ là hai giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án D.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

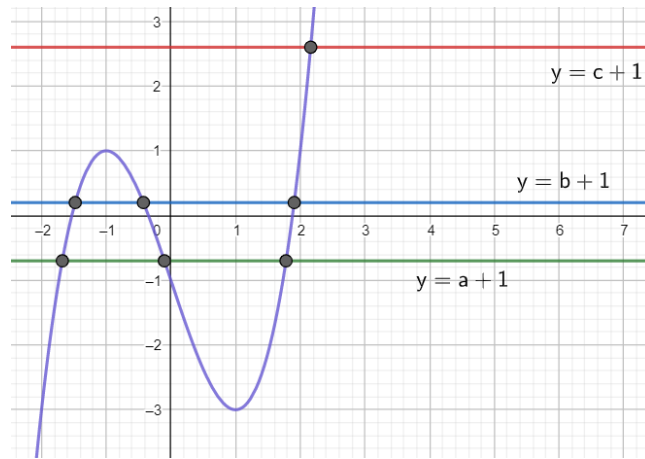
D. 4.

Giải

Xét hàm số: $f(f(x) - 1) = 0$.

$$\text{Ta có: } f(f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = a \quad (-2 < a < -1) \\ f(x) - 1 = b \quad (-1 < a < 0) \\ f(x) - 1 = c \quad (1 < a < 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a + 1 \quad (-1 < a + 1 < 0) \\ f(x) = b + 1 \quad (0 < a < 1) \\ f(x) = c + 1 \quad (2 < a < 3) \end{cases}.$$

Vẽ các đường thẳng: $y = a + 1, y = b + 1, y = c + 1$ lên đồ thị hàm số, ta được:



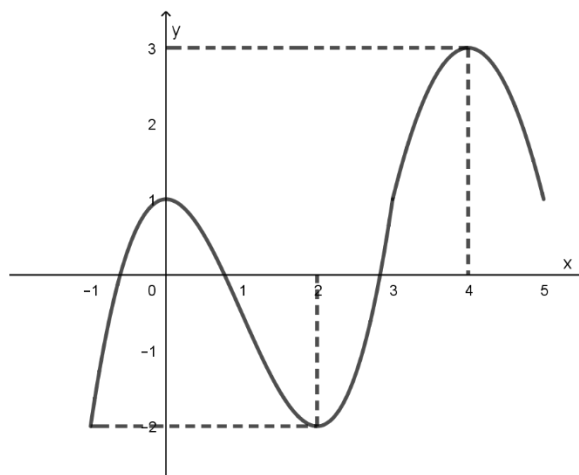
Dựa vào đồ thị các hàm số ta nhận thấy hàm số $y = f(x)$ cắt ba hàm số $y = a + 1, y = b + 1, y = c + 1$ tại 7 điểm phân biệt.

Như vậy: phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có 7 nghiệm thực phân biệt.

Đáp án C.

Câu 14. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có liên tục trên $(-3; 6)$ và đạo hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = -2f(2-x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; -2)$. **B. $(-1; 0)$.** C. $(-2; -1)$. D. $(0; 2)$.

Giải

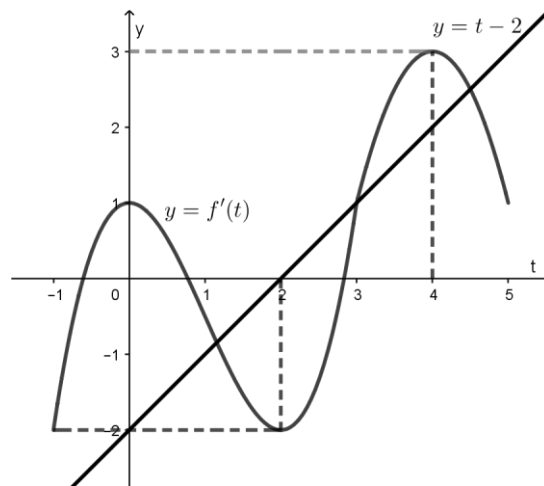
Xét hàm số: $g(x) = -2f(2-x) + x^2$.

Ta có: $g'(x) = 2f'(2-x) + 2x$.

Cho $g'(x) \leq 0 \Rightarrow 2f'(2-x) + 2x \leq 0 \Leftrightarrow f'(2-x) \leq -x \Leftrightarrow f'(2-x) \leq (2-x) - 2$.

Đặt: $t = 2 - x \Rightarrow f'(t) = t - 2$.

Vẽ đường thẳng $y = t$, ta được:



Dựa vào hình vẽ bên trên ta thấy bất phương trình $f'(t) < t - 2$ có chứa tập nghiệm là $t \in (a; 3)$ với $1 < a < 2$. Suy ra $x \in (-1; 2 - a)$ với $0 < 2 - a < 1$.

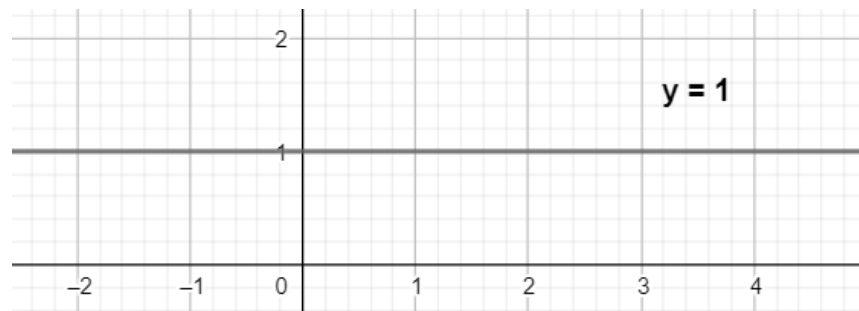
Do đó, hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 2 - a)$ với $0 < 2 - a < 1$.

Để thấy, chỉ có đáp án B thỏa mãn vì $(-1; 0) \subset (-1; 2 - a)$ với $0 < 2 - a < 1$.

Đáp án B.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số:

$$y = g(x) = \frac{f(x)+1}{f(x)+1} + \frac{\sqrt{f^2(x)+2}}{f(x)+2} + \frac{\sqrt[3]{f^3(x)+3}}{f(x)+3} + \dots + \frac{\sqrt[2021]{f^{2021}(x)+2021}}{f(x)+2021}$$

A. 2022.

B. 2.

C. 2021.

D. 0.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số đạo hàm ta thấy: $f'(x) = 1 \Rightarrow f(x) = x + C$.

Khi đó hàm số là một hàm đồng biến và $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} |f(x)| = -x - C \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} |f(x)| = x + C \end{cases}$

$$\text{Xét hàm số: } y = g(x) = \frac{f(x)+1}{f(x)+1} + \frac{\sqrt{f^2(x)+2}}{f(x)+2} + \frac{\sqrt[3]{f^3(x)+3}}{f(x)+3} + \dots + \frac{\sqrt[2021]{f^{2021}(x)+2021}}{f(x)+2021}.$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2021-C; -2020-C; \dots; -1-C\}.$$

$$\text{Với mọi số } x_0 = f(a) \in \{-2021-C; -2020-C; \dots; -2-C\}.$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow x_0^-} g(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = \infty.$$

Suy ra: $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Như vậy hàm số $y = g(x)$ có tất cả 2020 tiệm cận đứng. (Lưu ý: $x = x_0 = f(a) = -1$ không là tiệm cận đứng).

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \underbrace{1+1+\dots+1}_{2021 \text{ elements of } 1} = 2021$$

Bên cạnh đó:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= 1 + \frac{|f(x)|\sqrt{1+\frac{2}{f^2(x)}}}{f(x)+2} + \frac{f(x)\sqrt{1+\frac{3}{f^3(x)}}}{f(x)+3} + \dots + \frac{|f(x)|\sqrt{1+\frac{2020}{f^{2020}(x)}}}{f(x)+2020} + \frac{f(x)\sqrt{1+\frac{2021}{f^{2021}(x)}}}{f(x)+2021} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= 1 + \frac{-f(x)\sqrt{1+\frac{2}{f^2(x)}}}{f(x)+2} + \frac{f(x)\sqrt{1+\frac{3}{f^3(x)}}}{f(x)+3} + \dots + \frac{-f(x)\sqrt{1+\frac{2020}{f^{2020}(x)}}}{f(x)+2020} + \frac{f(x)\sqrt{1+\frac{2021}{f^{2021}(x)}}}{f(x)+2021} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= 1 - 1 + 1 + \dots + 1 - 1 + 1 = 1 \end{aligned}$$

Vì thế đồ thị hàm số $y = g(x)$ có hai tiệm cận ngang là đường $y = 2021$ và $y = 1$.

Như vậy hàm số có tất cả 2022 đường tiệm cận.

Đáp án A.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 10 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN IV

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 - KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ là:

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 13.Giải

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta tính giá trị hàm số tại các điểm } x = -1, x = 0, x = 1, x = 2. \text{ Khi đó: } \begin{cases} f(-1) = 4 \\ f(0) = 5 \\ f(1) = 4 \\ f(2) = 13 = \max_{[-1; 2]} y \end{cases}.$$

Đáp án D.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

thỏa mãn $\frac{2}{5}F(2) = F(1) = 4$. Giá trị của $2F(0) - 3F(3)$ bằng:

A. 57.

B. -69.

C. -61.

D. 65.

Giải

$$\text{Ta có: } f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}.$$

Ta xét các khoảng (nửa khoảng):

- **Trường hợp 1:** $\forall x \geq 2, F(x) = \int (3x^2 - 2x - 1)dx = x^3 - x^2 - x + C_1$.

Vì: $\frac{2}{5}F(2) = 4 \Rightarrow F(2) = 10 \Rightarrow 2 + C_1 = 10 \Rightarrow C_1 = 8 \Rightarrow F(x) = x^3 - x^2 - x + 8$.

- **Trường hợp 2:** $\forall x < 2, F(x) = \int (2x + 3)dx = x^2 + 3x + C_2$.

Vì: $F(1) = 4 \Rightarrow 4 + C_2 = 4 \Rightarrow C_2 = 0 \Rightarrow F(x) = x^2 + 3x$.

Vậy: $F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - x + 8 & , x \geq 2 \\ x^2 + 3x & , x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F(0) = 0 \\ F(3) = 23 \end{cases}$.

Khi đó: $2F(0) - 3F(3) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 23 = -69$.

Đáp án B.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-3; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Giải

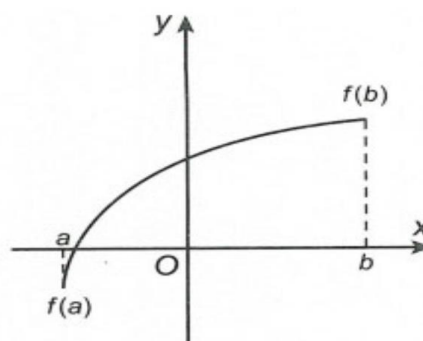
Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Mà $(0; 1) \subset (-2; 1)$. Nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Đáp án C.

Câu 4. [Nhận biết].

Phương pháp tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn được thực hiện theo các bước sau, trình tự sắp xếp đúng là?



Các bước giải:

- 1) Tính $f(a), f(x_i), f(b)$.
- 2) Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên.
- 3) Tính $f'(x)$.
- 4) Tìm các điểm $x_i \in (a; b)$ mà tại đó $f'(x_i) = 0$ hoặc $f'(x_i)$ không xác định.

Khi đó $M = \max_{[a;b]} f(x)$ và $m = \min_{[a;b]} f(x)$.

- A. 1-2-3-4. B. 2-3-1-4. C. 1-4-2-3. D. 3-4-1-2.

Giải

Trình tự các bước giải:

- **Bước 1:** Tính $f'(x)$.
- **Bước 2:** Tìm các điểm $x_i \in (a; b)$ mà tại đó $f'(x_i) = 0$ hoặc $f'(x_i)$ không xác định.
- **Bước 3:** Tính $f(a), f(x_i), f(b)$.
- **Bước 4:** Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên.

Khi đó $M = \max_{[a;b]} f(x)$ và $m = \min_{[a;b]} f(x)$.

Đáp án D.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{-5+x}{x-3}$. Giá trị của $\left(\min_{[-5;-1]} y\right)^2 + \left(\max_{[-5;-1]} y\right)^2$ bằng:

- A. $\frac{61}{16}$. B. $\frac{11}{4}$. C. 61. D. 14.

Giải

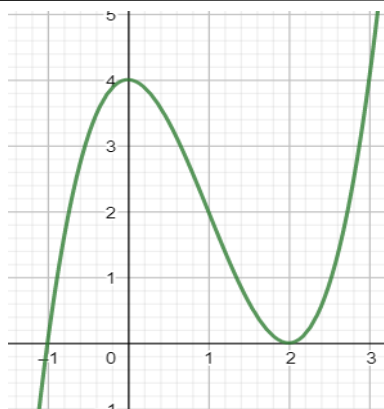
Ta có: $y' = \frac{2}{(x-3)^2} > 0$. Vì thế hàm số $y = \frac{-5+x}{x-3}$ là một hàm đồng biến trên từng khoảng xác định có chứa đoạn $[-5; -1]$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} \min_{[-5;-1]} y = y(-5) = \frac{5}{4} \\ \max_{[-5;-1]} y = y(-1) = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(\min_{[-5;-1]} y\right)^2 + \left(\max_{[-5;-1]} y\right)^2 = \frac{25}{16} + \frac{9}{4} = \frac{61}{16}.$$

Đáp án A.

Câu 6. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó hàm số $y = f(2 - x^2)$ đạt GTNN trên $[0; \sqrt{2}]$ bằng:

A. $f(-1)$.

B. $f(0)$.

C. $f(2)$.

D. $f(1)$.

Giải

Đặt $t = 2 - x^2$. Từ $x \in [0; \sqrt{2}] \Leftrightarrow 0 \leq x^2 \leq 2 \Leftrightarrow 2 \geq 2 - x^2 \geq 0 \Rightarrow t \in [0; 2]$.

Dựa vào đồ thị, hàm số $y = f(t)$ có GTNN $\min_{[0;2]} f(t) = f(2)$.

Đáp án C.

Câu 7. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	3	2	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+3)$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

A. 66.

B. 67.

C. 64.

D. 65.

Giải

Hàm số có dạng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Từ bảng biến thiên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 2 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$$

Đặt $t = x + 3, x \in [0; 2] \Leftrightarrow t \in [3; 5]$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên đoạn $[3; 5]$.

Do đó $\min_{[0; 2]} f(x + 3) = \min_{[3; 5]} f(t) = f(3) = 66$.

Đáp án A.

Câu 8. [Vận dụng].

Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} (mg / L)$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Xét hàm số: $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} (t > 0)$

Ta có: $c'(t) = \frac{1 - t^2}{(t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in (0; +\infty) \\ t = -1 \notin (0; +\infty) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$	0	$c(1)$	0

Sau $t = 1$ giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Đáp án A.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-2	0	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	3	-1	3

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 1.

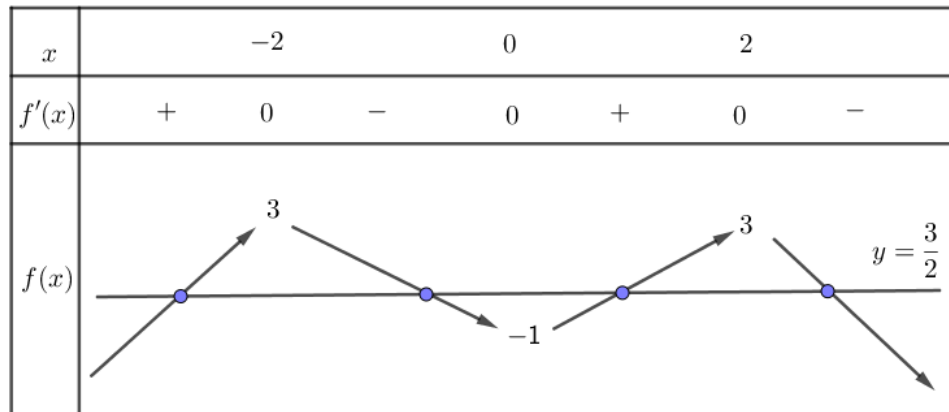
B. 2.

C. 3.

D. 4.Giải

Ta có: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$.

Kẻ đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ lên bảng biến thiên của đồ thị hàm số, ta được:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ tại bốn điểm phân biệt. Do đó phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Đáp án D.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 3$. Giá trị $\left(\max_{[1;4]} y\right)^3 - \left(\min_{[1;2]} y\right)^2$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\text{Trên đoạn } [1;4], \text{ ta có: } \begin{cases} y(1) = 0 \\ y\left(\frac{8}{3}\right) = -\frac{175}{27} \\ y(4) = 3 = \max_{[1;4]} y \end{cases}$$

$$\text{Trên đoạn } [1;2], \text{ ta có: } \begin{cases} y(1) = 0 \\ y(2) = -5 = \min_{[1;2]} y \end{cases}$$

Khi đó: $\left(\max_{[1;4]} y\right)^3 - \left(\min_{[1;2]} y\right)^2 = 3^3 - (-5)^2 = 2.$

Đáp án B.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Xét $f'(x) = (x+1)(x+2)^2.$

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}.$

x	$-\infty$	-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$					$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta nhận thấy hàm số có duy nhất một điểm cực trị.

Đáp án A.

Note: Hoặc ta có thể xác định nhanh từ bước tìm nghiệm. Hàm số đã cho có duy nhất một nghiệm bội lẻ $x = -1$ vì thế hàm số chỉ có duy nhất một điểm cực trị. (Vì đi qua nghiệm bội chẵn, dấu đạo hàm không đổi).

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
y'	$-$			$-$ 0 $+$	
y	2	$+\infty$		$+\infty$	
	$\searrow$	$\searrow$		$\nearrow$	
	-4	-2			

Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số cho là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Đáp án B.

Câu 13. [Vận dụng].

Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là?

A. $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C.$

B. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C.$

C. $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C.$

D. $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C.$

Giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{2x-1}{(x+1)^2} dx = \int \frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2} dx$

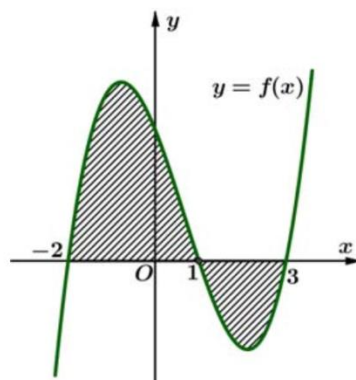
$$\Leftrightarrow \int f(x) dx = 2 \int \frac{dx}{x+1} - 3 \int \frac{dx}{(x+1)^2} = 2\ln|x+1| + \frac{3}{x+1} + C$$

Vì $x \in (-1; +\infty)$ nên $\int f(x) dx = 2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C.$

Đáp án A.

Câu 14. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 3$. (Như hình vẽ bên dưới).



$$\text{A. } S = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$$

$$\text{B. } S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$$

$$\text{C. } S = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$$

$$\text{D. } S = -\int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$$

Giải

$$\text{Ta có: } S = \int_{-2}^3 |f(x)|dx = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$$

Đáp án C.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{-8}{3}$	$\searrow \frac{-40}{3}$	$\nearrow +\infty$	

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Hỏi có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt trục hoành và tung lần lượt tại A và B thỏa mãn tam giác OAB vuông cân?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

$$\text{Ta có } y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hệ:

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'(5) = 0 \\ f(1) = -\frac{8}{3} \\ f(5) = -\frac{40}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 75a + 10b + c = 0 \\ a + b + c + d = -\frac{8}{3} \\ 125a + 25b + 5c + d = -\frac{40}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -3 \\ c = 5 \\ d = -5 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 5.$$

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 6x + 5.$$

Vì tiếp tuyến cắt trục hoành và tung lần lượt tại A và B thỏa mãn tam giác OAB vuông cân nên tiếp tuyến phải có hệ số góc là 1 hoặc -1 .

$$\text{Vì vậy } \begin{cases} x^2 - 6x + 5 = 1 \\ x^2 - 6x + 5 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{5} \Rightarrow y = \frac{-24 \mp 7\sqrt{5}}{3} \\ x = 3 \pm \sqrt{3} \Rightarrow y = -8 \mp 3\sqrt{3} \end{cases}.$$

Ta thấy trong 4 điểm tìm được không có điểm nào nằm trên đường thẳng $y = x$ hoặc $y = -x$ nên ta nhận cả 4 điểm trên.

Vậy có 4 điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án D.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm có 10 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN V

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Đáp án: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

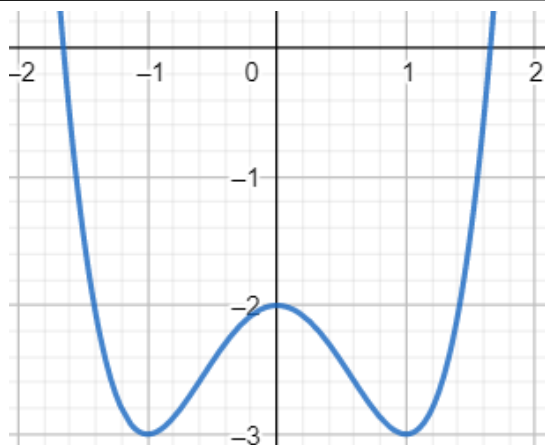
x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	0		-4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Đáp án C.

Câu 2. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Giải

Dễ thấy hàm số đã cho là hàm số bậc bốn trùng phương vì thế phương án **A**, **C** hoàn toàn không hợp lý. Mặt khác hàm số có xu hướng đi lên khi x càng dần đến một số đủ lớn vì thế $a > 0$. Loại **D**.

Đáp án B.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'				+		
y				$+\infty$	1	
			$-\infty$			0

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên ta rút ra một số điểm đặc biệt:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \end{cases}$$

Vì thế đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận $y = 0$ làm tiệm cận ngang và đường thẳng $x = 0$,

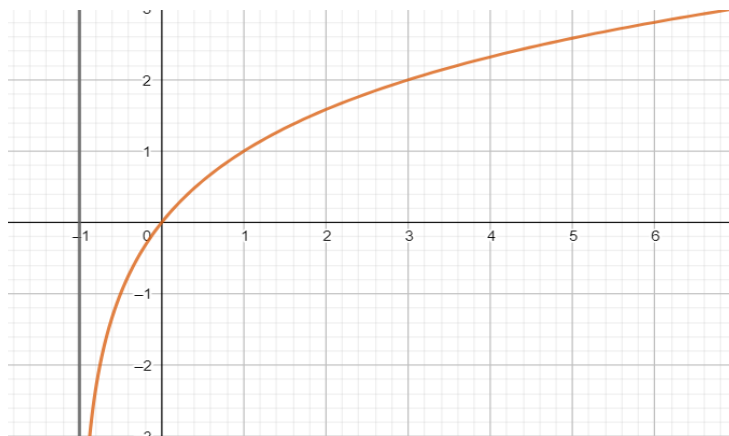
$x = -2$ làm tiệm cận đứng.

Như vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 3 đường tiệm cận.

Đáp án B.

Câu 4. [Thông hiểu].

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A.** $y = \log_3 x$. **B.** $y = \log_2 x + 1$. **C.** $y = \log_2 (x+1)$. **D.** $y = \log_3 (x+1)$.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có một số điểm cần chú ý như sau:

- Hàm số có đường tiệm cận đứng là đường $x = -1$ ta dễ dàng loại phương án **A**, **B** do điều kiện xác định của phương án **A** và **B** đều là $D = [0; +\infty)$.
- Hàm số đi qua điểm $A(1; 1)$. Vì thế ta loại phương án **D** vì: $1 \neq \log_3 (1+1) = \log_3 2$.

Đáp án C.

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. **B.** $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$. **C.** $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. **D.** $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

Giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} y' = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2} \\ y'' = \left(\frac{1 - \ln x}{x^2} \right)' = \frac{-\frac{1}{x} \cdot x^2 - (1 - \ln x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{-x - 2x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{2 \ln x - 3}{x^3} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} 2y' + xy'' = 2 \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2} + x \cdot \frac{2 \ln x - 3}{x^3} = \frac{2 - 2 \ln x + 2 \ln x - 3}{x^2} = -\frac{1}{x^2} \\ y' + xy'' = \frac{1 - \ln x}{x^2} + x \cdot \frac{2 \ln x - 3}{x^3} = \frac{1 - \ln x + 2 \ln x - 3}{x^2} = \frac{\ln x - 2}{x^2} \end{cases}$$

Đáp án A.**Câu 6. [Thông hiểu].**

Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

Giải

Xét hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$.

Khi đó đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số chính là hàm số dư trong phép chia y cho y' . Khi đó: $d': y = -2x + 1$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Để đường thẳng d vuông góc với đường thẳng d' khi đó: $(2m-1)(-2) = -1 \Rightarrow m = \frac{3}{4}$.

Đáp án B.

Note: Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số bậc ba chính là hàm số dư trong phép chia của hàm số cho hàm số đạo hàm của chính nó.

Câu 7. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 7.

Giải

Ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì các điều kiện sau đây cần thỏa mãn:

$$\begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ m^2 + 3(4m+9) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ m^2 + 12m + 27 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Suy ra: $m = \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\}$.

Vì thế ta có 7 giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Đáp án D.**Câu 8. [Vận dụng].**

Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $OA = OB$ (O là gốc tọa độ)?

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{5}{2}$.

Giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; m) \\ B(2; m-4) \end{cases}$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Theo giả thuyết ta có: $OA = OB \Rightarrow \sqrt{0^2 + m^2} = \sqrt{2^2 + (m-4)^2} \Leftrightarrow m^2 = m^2 - 8m + 20 \Rightarrow m = \frac{5}{2}$.

Đáp án D.

Câu 9. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	0	1	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	9	5

Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình $f(x) \geq mx^2(x^2 - 2) + 2m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 3]$. Số phần tử của tập S là

A. Vô số.

B. 10.

C. 9.

D. 0.

Giải

Xét bất phương trình: $f(x) \geq mx^2(x^2 - 2) + 2m$.

Ta có: $f(x) \geq mx^2(x^2 - 2) + 2m \Leftrightarrow f(x) \geq m(x^4 - 2x^2 + 2) \Leftrightarrow f(x) \geq m[(x^2 - 1)^2 + 1]$

$\Leftrightarrow m \leq \frac{f(x)}{(x^2 - 1)^2 + 1}$. (Dấu bất đẳng thức không đổi chiều cho $(x^2 - 1)^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$).

Để bất phương trình có nghiệm thuộc đoạn $[0; 3]$. Khi đó: $m \leq \max_{[0; 3]} \frac{f(x)}{(x^2 - 1)^2 + 1}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[0;3]} f(x) = f(1) = 9$.

Mặt khác: $(x^2 - 1)^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow \min_{[0;3]} [(x^2 - 1)^2 + 1] = 1$. Và dấu "=" cũng xảy ra tại điểm $x = 1$.

$$\text{Vì vậy: } \max_{[0;3]} \frac{f(x)}{(x^2 - 1)^2 + 1} = \frac{\max_{[0;3]} f(x)}{\min_{[0;3]} [(x^2 - 1)^2 + 1]} = \frac{f(1)}{(1^2 - 1)^2 + 1} = \frac{9}{1} = 9.$$

Nên: $m \leq 9 \Rightarrow m = \{1; 2; 3; \dots; 9\}$.

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên dương của m để bất phương trình có nghiệm trên đoạn $[0; 3]$.

Đáp án C.

Câu 10. [Vận dụng].

Cho $2^a = 6^b = 12^{-c}$ và $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 2$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Giải

$$\text{Đặt: } 2^a = 6^b = 12^{-c} = t \Rightarrow \begin{cases} a = \log_2 t \\ b = \log_6 t \\ -c = \log_{12} t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = \log_t 2 \\ \frac{1}{b} = \log_t 6 \\ \frac{-1}{c} = \log_t 12 \end{cases}.$$

$$\text{Vì: } \frac{-1}{c} = \log_t 12 = \log_t 2 + \log_t 6 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow -\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow -ab = bc + ac \Rightarrow ab + bc + ca = 0.$$

$$\text{Ta có: } (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 2(a+b+c) + 3 = 2 \Leftrightarrow A - 2B = -1 (*)$$

$$\text{Với } \begin{cases} A = a^2 + b^2 + c^2 \\ B = a + b + c \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác: } B^2 = (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = a^2 + b^2 + c^2 = A (**).$$

$$\text{Từ } (*) (**) \Rightarrow \begin{cases} A - 2B = -1 \\ A = B^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B^2 - 2B + 1 = 0 \\ A = B^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 1.$$

Đáp án B.**Câu 11. [Vận dụng].**

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2021; 2021]$ để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành?

A. 2022.**B.** 2017.**C.** 2020.**D.** 2021.**Giải**

Ta có: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$.

Gọi tiếp điểm là $M\left(x_0; \frac{x_0+2}{x_0-1}\right)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là:

$$d: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0+2}{x_0-1}.$$

Vì đường thẳng $d: y = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0+2}{x_0-1}$ đi qua điểm $A(0;a)$. Khi đó:

$$\Rightarrow \frac{3x_0}{(x_0-1)^2} + \frac{x_0+2}{x_0-1} = a \Leftrightarrow 3x_0 + x_0^2 + x_0 - 2 = ax_0^2 - 2ax_0 + a$$

$$\Leftrightarrow (a-1)x_0^2 - 2(a+2)x_0 + a+2 = 0, \quad (x_0 \neq 1) \quad (1)$$

Từ A kẻ được 2 tiếp tuyến đến $(C) \Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm x_0 phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (a+2)^2 - (a-1)(a+2) > 0 \\ (a-1) \cdot 1 - 2(a+2) \cdot 1 + a+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 3a+6 > 0 \\ -3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > -2.$$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm $x_1, x_2 \neq 1$.

Hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành

$$\Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{(x_1+2)(x_2+2)}{(x_1-1)(x_2-1)} < 0 \Leftrightarrow \frac{x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4}{x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1} < 0 \Leftrightarrow \frac{\frac{a+2}{a-1} + 2 \frac{2(a+2)}{a-1} + 4}{\frac{a+2}{a-1} - \frac{2(a+2)}{a-1} + 1} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{a+2+4a+8+4a-4}{a-1}}{\frac{a+2-2a-4+a-1}{a-1}} < 0 \Leftrightarrow \frac{9a+6}{-3} < 0 \Leftrightarrow 3a+2 > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{2}{3}.$$

Suy ra: $a > -\frac{2}{3}$. Mà a nguyên và $a \in [-2021; 2021] \Rightarrow a \in \{0; 1; 2; \dots; 2021\}$.

Vậy có 2022 giá trị nguyên của a thỏa mãn.

Đáp án A.

Câu 12. [Vận dụng].

Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn điều kiện $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$.

C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$.

D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Giải

$$\text{Đặt } \log_2 a = x \Rightarrow \begin{cases} \log_3 b = 1 - x \\ 0 < x < 1 \\ a = 2^x \\ b = 3^{1-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 b = 1 - x \\ 0 < x < 1 \\ \log_3 a = x \log_3 2 \\ \log_2 b = (1 - x) \log_2 3 \end{cases}$$

$$\text{Đặt: } P = f(x) = \sqrt{x \log_3 2} + \sqrt{(1-x) \log_2 3}.$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{\log_3 2}{2\sqrt{x \log_3 2}} - \frac{\log_2 3}{2\sqrt{(1-x) \log_2 3}} = \frac{\sqrt{(1-x) \cdot (\log_2 3 \cdot \log_3 2) \cdot \log_3 2} - \sqrt{x \cdot (\log_3 2 \cdot \log_2 3) \cdot \log_2 3}}{2\sqrt{x(1-x)}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{\sqrt{(1-x) \log_3 2} - \sqrt{x \log_2 3}}{2\sqrt{x(1-x)}}$$

$$\text{Khi đó: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x) \log_3 2 = x \log_2 3 \Leftrightarrow x = \frac{\log_3 2}{\log_2 3 + \log_3 2}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{\log_3 2}{\log_2 3 + \log_3 2}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\sqrt{\log_3 2}$	$\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$	$-\sqrt{\log_2 3}$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}.$$

Đáp án A.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Cho $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$, với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right].$$

A. $T = 9$.

B. $T = 3$.

C. $T = 10$.

D. $T = 4$.

Giải

Có: $f(1) = 1, f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$.

Suy ra: $f(96) = f(95+1) = f(95) + f(1) + 95 = f(95) + 96 = f(94) + 95 + 96$

$$= \dots = f(1) + 2 + \dots + 95 + 96 = 1 + 2 + 3 + \dots + 96 = \frac{96 \cdot 97}{2} = 4656.$$

Tương tự $f(69) = 1 + 2 + 3 + \dots + 69 = \frac{69 \cdot 70}{2} = 2415$.

Vậy $T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right] = \log \left(\frac{4656 - 2415 - 241}{2} \right) = \log 1000 = 3$.

Đáp án B.**Câu 14. [Vận dụng cao].**

Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Giải

Ta có $f(x) + f(y) = 1 \Leftrightarrow \frac{9^x}{9^x + m^2} + \frac{9^y}{9^y + m^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 9^{x+y} + m^2 \cdot (9^x + 9^y)}{9^{x+y} + m^2(9^x + 9^y) + m^4} = 1$

$$\Leftrightarrow 9^{x+y} + m^2(9^x + 9^y) + m^4 = 2 \cdot 9^{x+y} + m^2(9^x + 9^y) \Leftrightarrow 9^{x+y} = m^4 \Rightarrow x+y = \log_9 m^4 = \log_3 m^2$$

Đặt $x+y=t, t>0$. Vì $e^{x+y} \leq e(x+y) \Rightarrow e^t \leq et \Leftrightarrow t \leq 1 + \ln t \Leftrightarrow 1 + \ln t - t \geq 0, \forall t > 0$ (1)

Xét hàm $f(t) = \ln t + 1 - t$ với $t > 0$. $f'(t) = \frac{1}{t} - 1 = \frac{1-t}{t} = 0 \Rightarrow t = 1$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	0	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(t) \leq f(1), \forall t > 0 \Leftrightarrow 1 + \ln t - t \leq 0, \forall t > 0$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $t = 1 \Rightarrow \log_3 m^2 = 1 \Rightarrow m^2 = 3 \Rightarrow m = \pm\sqrt{3}$

Số phần tử của tập S là 2.

Đáp án C.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Giả sử $m^{2x} + m^{-2x} = n, (m, n, x > 0)$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow (\min n)^+} \left(\frac{(m^x + m^{-x}) - 2}{(m^{2x} - m^{-2x})^2} \right)$ bằng?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Giải

Ta có: $m^{2x} + m^{-2x} = n \Rightarrow m^{2x} + 2 + m^{-2x} = n + 2 \Leftrightarrow (m^x + m^{-x})^2 = n + 2 \Rightarrow m^x + m^{-x} = \sqrt{n + 2}$.

Và: $m^{2x} + m^{-2x} = n \Leftrightarrow m^{2x} - 2 + m^{-2x} = n - 2 \Leftrightarrow (m^x - m^{-x})^2 = n - 2$.

Mặt khác: $m^{2x} + m^{-2x} \geq 2\sqrt{m^{2x} \cdot m^{-2x}} = 2\sqrt{1} = 2 \Rightarrow \min(m^{2x} + m^{-2x}) = 2 \Leftrightarrow \min n = 2$.

Theo giả thuyết ta có:

$$\lim_{n \rightarrow (\min n)^+} \left(\frac{(m^x + m^{-x}) - 2}{(m^{2x} - m^{-2x})^2} \right) = \lim_{n \rightarrow 2^+} \left(\frac{\sqrt{n+2} - 2}{n - 2} \right) = \lim_{n \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{\sqrt{n+2} + 2} \right) = \frac{1}{4}$$

Đáp án D.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm 10 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN VI

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 3x^3 + 3x - 2$.

B. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

C. $y = x^4 + 3x^2$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Giải

Xét phương án A.

Ta có: $y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn A.

Đáp án A.

Note: Phương án C, D ta có thể loại ngay lập tức vì ở phương án C, hàm số là hàm bậc bốn trùng phương có ít nhất một điểm cực trị là $x = 0$. Vì thế hàm số sẽ có ít một khoảng nghịch biến và một khoảng đồng biến. Còn ở phương án D, vì hàm số là một hàm nhất biến nên chúng không liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2. [Nhận biết].

Hàm số $y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 1}$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây ?

A. $(-2; 1)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.

Giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+1)^2} = \frac{(x^2 + 2x + 1) + 3}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2 + 3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D,$$

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định hay hàm số $y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 1}$ đồng biến trên

hai khoảng rời nhau $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Note: Sở dĩ ta không chọn phương án **D** là vì khi kết luận đồng biến, nghịch biến ta không thể kết luận trên một tập hợp chứa phép toán $\cup, \cap, \setminus, \dots$

Đáp án C.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			5			$+\infty$
		4			4		

Chọn mệnh đề **sai** ?

- A.** Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.
- B.** Giá trị lớn nhất của hàm số là 5 .
- C.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
- D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta có thể suy ra một vài điểm quan trọng:

Hàm số đồng biến trên hai khoảng rời nhau là $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên hai khoảng rời nhau là $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Hàm số không có giá trị lớn nhất trên đoạn $(-\infty; +\infty)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4 đạt tại hai điểm cực tiểu của hàm số.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Hàm số đạt cực tiểu tại hai điểm $x = -1$ và $x = 1$.

Đáp án B.

Câu 4. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có

- A. 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
- B. 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- C. 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- D. 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Giải

Hàm số đã cho là hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a = -1 < 0$ và $ab = -2 < 0$. Vì thế hàm số đã cho có 3 điểm cực trị và có dạng hình chữ "M".

Suy ra hàm số đã cho có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Đáp án D.

Câu 5. [Thông hiểu].

Số cực trị của hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là?

- A. $x = 0, x = 1, x = -1$.
- B. $y = 0, y = 1$.
- C. 2.
- D. Cả ba đáp án đều đúng.

Giải

Hàm số đã cho là hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a = 1 > 0$ và tích $ab = -2 < 0$. Nên hàm số đã cho có 3 **điểm cực trị** và có dạng hình chữ "W".

Suy ra hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Tuy nhiên hàm số chỉ có 2 **cực trị** (1 cực đại và 1 cực tiểu) do cực tiểu chính là giá trị cực tiểu và hai điểm cực tiểu cho ra cùng một giá trị cực tiểu.

Đáp án C.

Câu 6. [Thông hiểu].

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1, 2]$

- A. 6.
- B. 10.
- C. 15.
- D. 11.

Giải

Ta có: $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2(L) \\ x = 1 \end{cases}$.

Giải

Ta xét các khả năng:

- **Trường hợp 1:** $m = -1$, khi đó: $y = f(x) = -2x + 4$ là một đường thẳng có hệ số góc $k = -2 < 0$. Nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- **Trường hợp 2:** $m > -1$, khi đó:

Nếu $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép thì hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. (Loại)

Nếu $f'(x) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thì hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; x_1)$ và $(x_2; +\infty)$. (Loại)

Như vậy ở **Trường hợp 2** không tồn tại giá trị thực m nào để cho hàm số đồng biến trên khoảng có độ dài bằng 1.

- **Trường hợp 3:** $m < -1$, khi đó:

Nếu $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép thì hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. (Loại)

Nếu $f'(x) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thì hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.

Như vậy để hàm số đồng biến trên khoảng có độ lớn bằng 1 thì:
$$\begin{cases} m < -1 \\ \Delta'_{f'(x)} > 0 \quad (*) \\ |x_1 - x_2| = 1 \end{cases}$$

Ta có: $f'(x) = 3(m+1)x^2 - 6(m+1)x + 2m$.

Suy ra: $\Delta'_{f'(x)} = 9(m+1)^2 - 6m(m+1) = (m+1)(3m+9) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < -3 \end{cases}$.

Theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{2m}{3(m+1)} \end{cases}$$

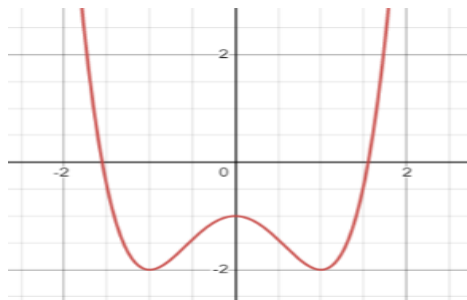
Mà $|x_1 - x_2| = 1 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 1$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \begin{cases} m > -1 \\ m < -3 \end{cases} \\ 2^2 - 4 \cdot \frac{2m}{3(m+1)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ 2^2 - 4 \cdot \frac{2m}{3(m+1)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -9.$$

Đáp án A.

Câu 9. [Thông hiểu].

Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



- A.** Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.
B. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực phân biệt.
C. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.
D. Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số như hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị vì thế phương trình: $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Đáp án A.

Câu 10. [Vận dụng].

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$?

- A.** $m \geq \frac{5}{2}$. **B.** $m \leq \frac{5}{2}$.
C. $m \geq \frac{5}{4}$. **D.** $m \leq \frac{5}{4}$.

Giải

Đặt: $t = \sin x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Ta có: $t' = \cos x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right)$ nên tính đơn điệu không đổi.

Khi đó: $y = \frac{m - t}{1 - t^2} = \frac{-t + m}{-t^2 + 1}, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Ta có: $y' = \frac{-t^2 + 2mt - 1}{(1-t^2)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ thì: $-t^2 + 2mt - 1 \leq 0, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 + 1}{2t} = \frac{t}{2} + \frac{1}{2t}, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow m \leq \min_{\left(0; \frac{1}{2}\right)} \left[\frac{t}{2} + \frac{1}{2t} \right].$$

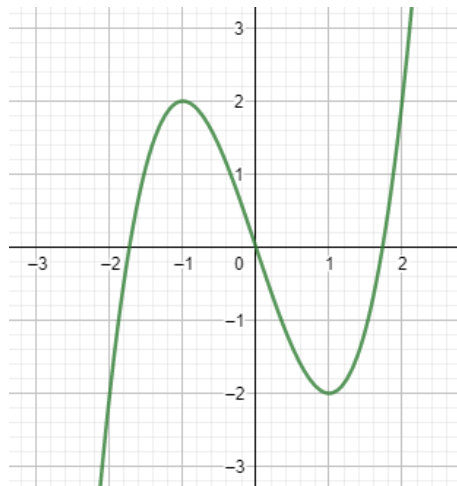
Xét hàm số: $y = \frac{1}{2}t + \frac{1}{2t}$. Ta có: $y' = \frac{1}{2} - \frac{1}{2t^2} = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1 \quad (L)$.

Ta có: $\begin{cases} f(0^+) = +\infty \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4} = \min_{\left(0; \frac{1}{2}\right]} y \end{cases}$. Suy ra: $m \leq \frac{5}{4}$.

Đáp án D.

Câu 11. [Thông hiểu].

Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Giải

Loại trừ các phương án:

Đáp án **B**: Ta có: $y(0) = 1 \neq 0$. Loại **B**.

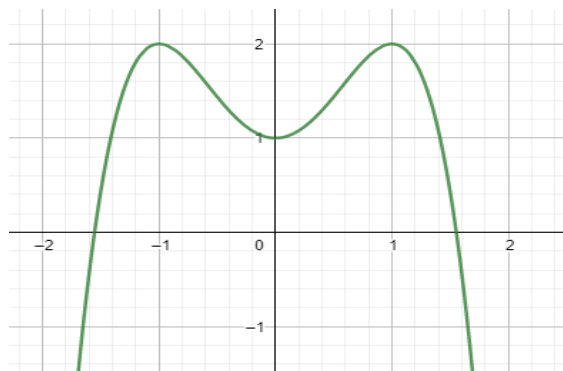
Đáp án **C**: Hàm số có $a = -1 < 0$ nên hàm số có xu hướng quay xuống. (Nhưng đề bài có xu hướng quay lên khi x đủ lớn). Loại **C**.

Đáp án **D**: Hàm số là hàm bậc bốn trùng phương. (Nhưng đề bài lại là hàm số bậc ba).
Loại **D**.

Đáp án A.

Câu 12.[Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau. Nhận định nào sau đây là **sai**?



A. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0, x = 1, x = -1$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-1, 0)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có thể đọc một số điểm đáng chú ý như sau:

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = -1, x = 0, x = 1$.

Hàm số đồng biến trên hai khoảng rời nhau: $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Hàm số nghịch biến trên hai khoảng rời nhau: $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Khi đó, phương án **B** là phương án sai.

Đáp án B.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + ax + 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2

thỏa mãn điều kiện $(x_1^2 + x_2 + 2a)(x_2^2 + x_1 + 2a) = 9$.

A. $a = 2$.

B. $a = -4$.

C. $a = -3$.

D. $a = -1$.

Giải

Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Hay $y' = x^2 - x + a = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Suy ra: $\Delta = 1 - 4a > 0 \Rightarrow a < \frac{1}{4}$.

Theo định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = a \end{cases}$.

Ta có: $(x_1^2 + x_2 + 2a)(x_2^2 + x_1 + 2a) = 9$

$$\Leftrightarrow (x_1 x_2)^2 + (x_1^3 + x_2^3) + 2a(x_1^2 + x_2^2) + x_1 x_2 + 2a(x_1 + x_2) + 4a^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x_1 x_2)^2 + [(x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)] + 2a[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + x_1 x_2 + 2a(x_1 + x_2) + 4a^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow a^2 + [1^3 - 3a \cdot 1] + 2a[1^2 - 2a] + a + 2a \cdot 1 + 4a^2 = 9 \Leftrightarrow a^2 + 2a - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \quad (L) \\ a = -4 \quad (N) \end{cases}$$

Đáp án B.**Câu 14. [Vận dụng].**

Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng gang hình trụ không có nắp đủ chứa 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy (đơn vị cm, làm tròn đến hàng phần chục) của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất.

A. 14,7.

B. 15.

C. 15,2.

D. 14.

Giải

Ta có: $V = \pi R^2 h = 10 \Rightarrow h = \frac{10}{\pi R^2}$.

Mặt khác, để làm được chiếc xô như mẫu, ta tốn:

$$S = S_{xq} + S_d = 2\pi R h + \pi R^2 = 2\pi R \cdot \frac{10}{\pi R^2} + \pi R^2 = \frac{20}{R} + \pi R^2.$$

Để chi phí ít nhất thì bài toán đã cho được quy về việc tìm bán kính R để cho $S_{\min}$.

$$\text{Ta có: } S = \frac{20}{R} + \pi R^2 = \frac{10}{R} + \frac{10}{R} + \pi R^2 \geq 3\sqrt{\frac{10}{R} \cdot \frac{10}{R} \cdot \pi R^2} = 3\sqrt{100\pi}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \frac{10}{R} = \frac{10}{R} = \pi R^2 \Rightarrow \pi R^3 = 10 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}} \text{ (dm)} \approx 14,7 \text{ cm}.$$

Đáp án A.**Câu 15. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị thực của m để hàm số có 3 điểm cực trị?

A. Vô số.

B. 5.

C. 1.

D. 0.

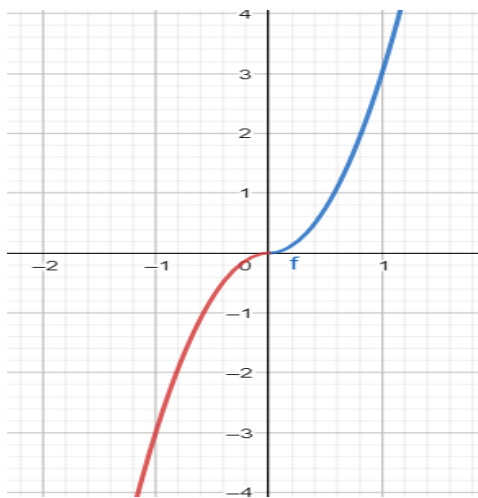
Giải**Cách 1:**

Ta có: $y = \begin{cases} x^3 - mx + 5, & x \geq 0 \\ -x^3 - mx + 5, & x < 0 \end{cases}$. Khi đó: $y' = \begin{cases} 3x^2 - m, & x \geq 0 \\ -3x^2 - m, & x < 0 \end{cases}$.

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số chính là số nghiệm bội lẻ của phương trình: $y' = 0$.

Hay $\begin{cases} 3x^2 - m = 0, & x \geq 0 \\ -3x^2 - m = 0, & x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3x^2, & x \geq 0 \\ m = -3x^2, & x < 0 \end{cases}$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = \begin{cases} 3x^2, & x \geq 0 \\ -3x^2, & x < 0 \end{cases}$, ta được:



Dựa vào đồ thị hàm số $y = \begin{cases} 3x^2, & x \geq 0 \\ -3x^2, & x < 0 \end{cases}$. Nếu ta kẻ đường thẳng $y = m$ với m là tham số

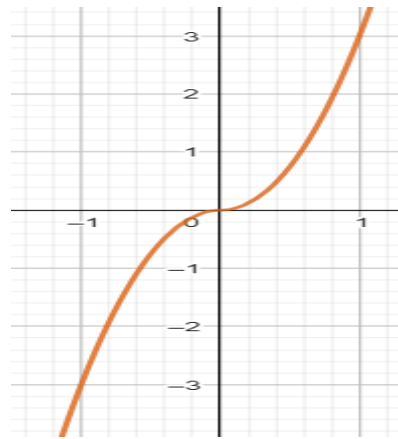
thực thì nó cũng chỉ cắt đồ thị hàm số tại một điểm phân biệt duy nhất. vậy hàm số có tối đa 1 cực trị.

Do vậy, không tồn tại giá trị thực nào của m sao cho hàm số có 3 điểm cực trị.

Đáp án D.**Cách 2:**

Ta có: $y' = 3|x|^2 \cdot (|x|)' = 3|x|^2 \cdot \frac{x}{|x|} = 3x \cdot |x|$.

Vẽ đồ thị $y = 3x \cdot |x|$, ta được:



Dựa vào đồ thị hàm số $y = 3x|x|$. Nếu ta kẻ đường thẳng $y = m$ với m là tham số thực thì nó cũng chỉ cắt đồ thị hàm số tại một điểm phân biệt duy nhất. vậy hàm số có tối đa 1 cực trị. Do vậy, không tồn tại giá trị thực nào của m sao cho hàm số có 3 điểm cực trị.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN VII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – Khởi động

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

(Lời giải đề thi gồm có 9 trang)



Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

GTLN của hàm số $y = \frac{x}{x+2}$ trên nửa khoảng $(-2; 4]$ là?

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. Không tồn tại.

Giải

Ta có: $y' = \frac{2}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in (-2; 4]$.

Khi đó: $\max_{(-2; 4]} \left[\frac{x}{x+2} \right] = y(4) = \frac{2}{3}$.

Đáp án C.

Câu 2. [Nhận biết].

GTNN của hàm số $y = \frac{1}{x-1} + x + 2$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là?

A. 5

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. Không tồn tại.

Giải

Cách 1: Đạo hàm

Ta có: $y' = -\frac{1}{(x-1)^2} + 1 = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (L) \\ x = 2 \end{cases}$.

Mặt khác: $\begin{cases} y(1^+) = +\infty \\ y(2) = 5 = \min_{(1; +\infty)} y. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \end{cases}$

Cách 2: Bất đẳng thức Cauchy

Vì: $x > 1 \Rightarrow x - 1 > 0$.

Ta có: $y = \left(\frac{1}{x-1} + x - 1 \right) + 3 \geq 2\sqrt{\frac{1}{x-1}} \cdot (x-1) + 3 = 2 + 3 = 5$. Dấu "=" xảy ra khi $x = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(1; +\infty)$ là 5.

Đáp án A.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(1+x)^3(3-x)$.
Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Giải

Ta có: $(1-x)^2(1+x)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
y							

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$. Mà $(1; 3) \subset (-1; 3)$.

Như vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Đáp án C.

Câu 4. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Giải

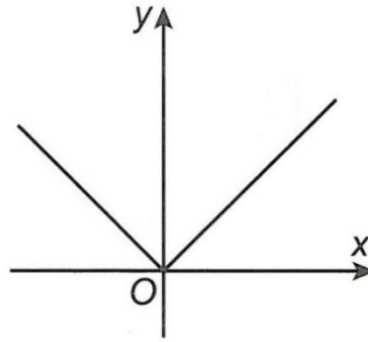
Ta có: $y' = x^2 + 2mx + 4$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì: $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Đáp án A.

Câu 5. [Nhận biết].

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x$.

B. $y = |x|$.

C. $y = x + 1$.

D. $y = |x + 1|$.

GiảiHàm số đã cho là hàm $y = |x|$.**Đáp án B.****Câu 6. [Thông hiểu].**Số cực trị của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

GiảiHàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{(x^3 - 3x + 2)}}$.

$$\text{Từ đó: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^3 - 3x + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$$

 $(f'(x))$ không xác định tại điểm $x = 1$ và $x = -2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+		+	0	-		+
$f(x)$								

Diagram illustrating the function $f(x)$ and its derivative $f'(x)$ for the function $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$.

The derivative $f'(x)$ is shown above the function $f(x)$. The critical points are marked where $f'(x) = 0$, which occurs at $x = -2$ and $x = 1$.

The function $f(x)$ is shown below the derivative. The function has a local maximum at $x = -2$ with value $f(-2) = \frac{32}{3}$ and a local minimum at $x = 1$ with value $f(1) = \frac{2}{3}$. The function approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Vậy hàm số có 2 cực trị là $f(-1) = \sqrt[3]{4}$ và $f(1) = 0$.**Chọn D.**

Câu 7. [Thông hiểu].

Các điểm cực đại của hàm số $f(x) = x - 2\sin x$ có dạng (với $k \in \mathbb{Z}$).

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Giải

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 1 - 2\cos x$. Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$$f''(x) = 2\sin x$$

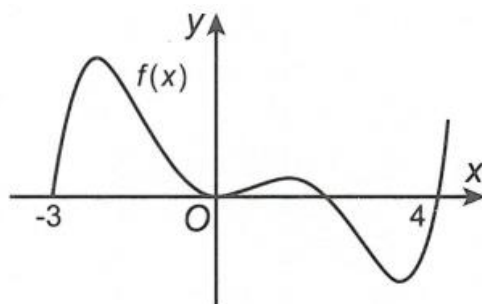
Vì $f''\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = 2\sin\frac{\pi}{3} > 0$ nên $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ là điểm cực tiểu.

Vì $f''\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = 2\sin\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = 2\sin-\frac{\pi}{3} < 0$ nên $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ là điểm cực đại

Chọn A.

Câu 8. [Nhận biết].

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số f trên khoảng $(-3; 4)$ là:



A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

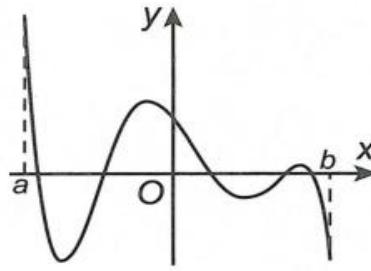
Giải

Hàm số có bốn điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 9. [Thông hiểu].

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số f trên khoảng $(a; b)$ là:

**A. 5.****B. 4.****C. 3.****D. 2.**Giải

Cách 1: Trong khoảng $(a; b)$, đồ thị $f'(x)$ cắt (không tiếp xúc) trục hoành tại 5 điểm nên có 5 điểm cực trị trên $(a; b)$.

Chọn A.

Cách 2: Nhìn vào hình vẽ dưới đây, $f'(x)$ đổi dấu tổng cộng 5 lần trong khoảng $(a; b)$ nên có 5 điểm cực trị trên $(a; b)$.

Chọn A.**Câu 10. [Vận dụng].**

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 7	↗ $+\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x+3) - 9|$ là:

A. 5.**B. 4.****C. 3.****D. 2.**Giải**Hướng dẫn giải:**

Số điểm cực trị của hàm số sau đây là như nhau:

$y = |f(x+3) - 9|$; $y = |f(x) - 9|$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x) - 9|$ là:

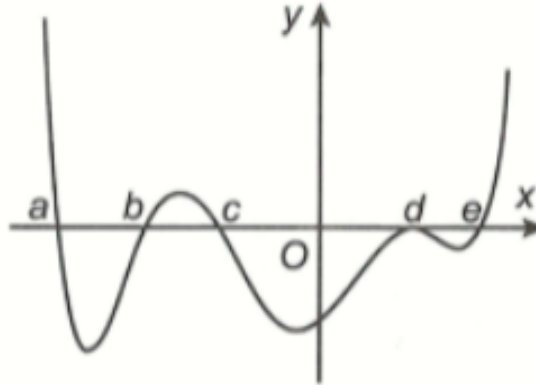
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ -2	↗ $+\infty$	

Suy ra số điểm cực trị hàm số $y = |f(x) - 9|$ là 4.

Chọn B.

Câu 11. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Biết $f(a) > f(c) > 0$; $f(b) < 0 < f(e)$.

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x+m)]^2$ là:

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Giải

Từ đồ thị đạo hàm, ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	a	b	c	d	e	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$										

Diagram illustrating the variation of $f(x)$ based on the sign of $f'(x)$:

- From $-\infty$ to a , $f'(x) > 0$, so $f(x)$ increases from $-\infty$ to $f(a)$.
- From a to b , $f'(x) < 0$, so $f(x)$ decreases from $f(a)$ to $f(b)$.
- From b to c , $f'(x) > 0$, so $f(x)$ increases from $f(b)$ to $f(c)$.
- From c to d , $f'(x) < 0$, so $f(x)$ decreases from $f(c)$ to $f(d)$.
- From d to e , $f'(x) > 0$, so $f(x)$ increases from $f(d)$ to $f(e)$.
- From e to $+\infty$, $f'(x) < 0$, so $f(x)$ decreases from $f(e)$ to $+\infty$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị, suy ra hàm số $y = f(x+m)$ cũng có 4 điểm cực trị và $f'(x+m) = 0$ có 4 nghiệm bội lẻ. Khi

$f(a) > f(c) > 0$; $f(b) < 0 < f(e)$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = f(x+m)$ cũng cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Ta có $g(x) = [f(x+m)]^2 \Rightarrow g'(x) = 2f'(x+m) \cdot f(x+m)$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x+m) = 0 & (1) \\ f(x+m) = 0 & (2) \end{cases}$.

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt, phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt khác với 4 nghiệm của phương trình (1). Vậy $g'(x)$ có 7 nghiệm (bội lẻ) phân biệt hay $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Chọn C.

Câu 12. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 + x - 1)$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Giải

Ta có:

$$\begin{aligned} g'(x) &= (2x+1)f'(x^2+x-1) \\ &= (2x+1)(x^2+x-1)^2(x^2+x-3)^4 \end{aligned}$$

Để thấy $g'(x) = 0$ có 3 nghiệm đơn là $x = -2, x = -\frac{1}{2}, x = 1$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn C.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 17.

B. 16.

C. 15.

D. 14.

Giải

Đặt $g(x) = f(x^2-8x+m)$.

Ta có: $f'(x) = (x-1)^2 x(x-2)$ suy ra

$$\begin{aligned} g'(x) &= (2x-8)f'(x^2-8x+m) \\ &= (2x-8)(x^2-8x+m-1)^2(x^2-8x+m-2). \end{aligned}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ (x^2-8x+m-1)^2 = 0 & (1) \\ (x^2-8x+m) = 0 & (2) \\ (x^2-8x+m-2) = 0 & (3) \end{cases}.$$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và (1) nếu có các nghiệm thì nghiệm ấy là nghiệm bội chẵn.

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) đều có 2 nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m > 0 \\ 16 - m + 2 > 0 \\ 16 - 32 + m \neq 0 \\ 16 - 32 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

Do m nguyên dương và $m < 16$ nên có 15 giá trị m cần tìm.

Chọn C.

Câu 14. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $g(x) = 3f(-4x^4 + 4x^2 - 6) + 2x^6 - 3x^4 - 12x^2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Giải

Ta có: $g'(x) = -12x(x^2 - 2) \left[f'(-2 - (x^2 - 2)^2) - (x^2 + 1) \right]$.

Dựa vào bảng xét dấu, ta có $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $-2 - (x^2 - 2)^2 \leq -2$ nên $\Rightarrow f'[-2 - (x^2 - 2)^2] \leq 0$.

Suy ra $f'[-2 - (x^2 - 2)^2] - (x^2 + 1) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$, cả 3 nghiệm đều là nghiệm bội lẻ.

Vì $-12f'[-2 - (x^2 - 2)^2] - (x^2 + 1) > 0$ nên $g'(x)$ cùng dấu với $h(x) = x(x^2 - 2)$ nên dễ thấy hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Chọn D.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Giá trị của m để hàm số $y = (m+1)x^4 - 2mx^2 + 2m - m^4$ đạt cực đại tại $x = 2$ là:

A. $m = \frac{4}{3}$.

B. $m = -\frac{4}{3}$.

C. $m = \frac{3}{4}$.

D. $m = -\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y' = 4(m+1)x^3 - 4mx \Rightarrow y'' = 12(m+1)x^2 - 4m$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ thì $y'(2) = 0 \Rightarrow 32(m+1) - 8m = 0 \Rightarrow m = -\frac{4}{3}$.

Với $m = -\frac{4}{3}$ thì $y''(2) = 12\left(-\frac{4}{3} + 1\right) \cdot 2^2 - 4\left(-\frac{4}{3}\right) < 0$, suy ra $x = 2$ là điểm cực đại.

Chọn B.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Đề thi gồm có 10 trang)

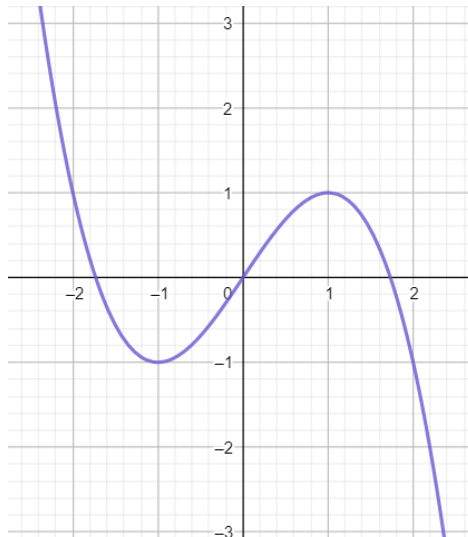
**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN VIII****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ****Mức độ: (★)**

Thời gian làm bài: 30 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây sai?

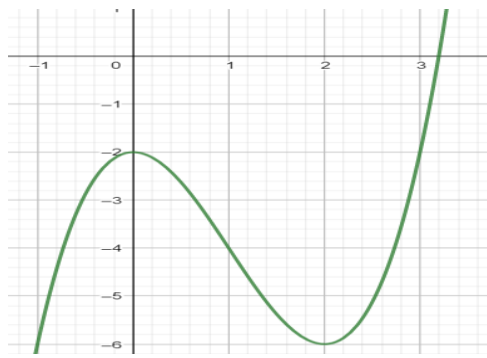
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy rằng: hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ và hàm số nghịch biến trên hai khoảng rời nhau: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Loại A, C, D.**Đáp án B.****Câu 2. [Nhận biết].**

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số là một hàm đa thức bậc ba có xu hướng đi lên khi x dần đến một giá trị đủ lớn nên hệ số $a > 0$.

Loại B, C, D.

Đáp án A.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Vì ba nghiệm của đạo hàm đều là các nghiệm bội lẻ nên $x = -4, x = 0, x = 1$ là các cực trị của hàm số $y = f(x)$.

Như vậy: Hàm số đã cho có ba cực trị.

Đáp án A.

Câu 4. [Thông hiểu].

Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

A. $y_0 = 4$.

B. $y_0 = 0$.

C. $y_0 = 2$.

D. $y_0 = -1$.

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

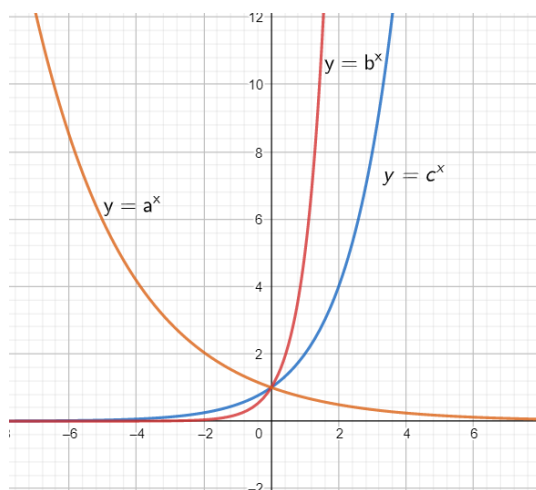
$$-2x_0 + 2 = x_0^3 + x_0 + 2 \Leftrightarrow x_0^3 + 3x_0 = 0 \Leftrightarrow x_0(x_0^2 + 3) = 0 \Rightarrow x_0 = 0.$$

Suy ra: $y_0 = -2.0 + 2 = 2$.

Đáp án C.

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$.

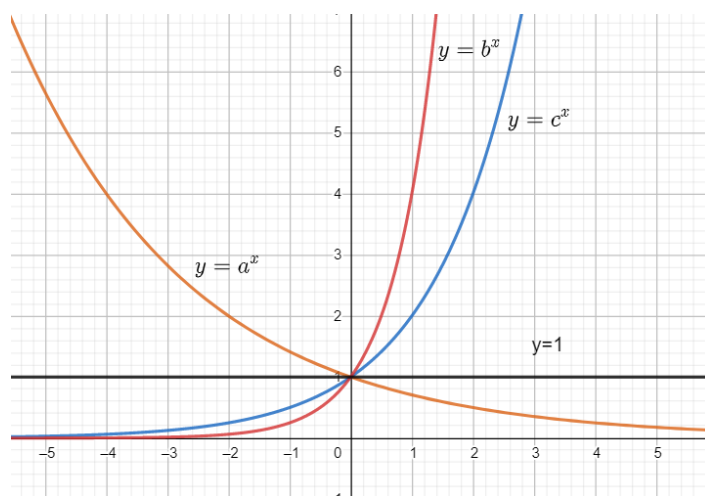
B. $c < a < b$.

C. $a < b < c$.

D. $a < c < b$.

Giải

Kẻ đường thẳng $y = 1$, ta được:



Xét trên khoảng $(1; +\infty)$, ta có: $b^x > c^x > 1 > a^x$ (*).

$$(*) \Leftrightarrow b^x > c^x > 1^x > a^x \Rightarrow b > c > 1 > a.$$

Đáp án D.

Câu 6. [Thông hiểu].

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{-3+x}$ là?

A. $y = -1$.

B. $y = 1$.

C. $y = -3$.

D. $y = 3$.

Giải

Ta có: $y = \frac{3x+1}{x-3}$.

Suy ra: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-3}$ là: $y = 3$.

Đáp án D.**Câu 7. [Vận dụng].**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3(x^2-4x+m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 2020.

B. 2014.

C. 2019.

D. 2016.

Giải

Xét hàm số: $y = f(1-x)$.

Ta có:

$$y' = -f'(1-x) = -(1-x)(1-x-1)^3[(1-x)^2 - 4(1-x) + m] = (1-x)x^3(x^2 + 2x + m - 3).$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì: $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$.

$$\text{Do: } x < 0 \Rightarrow \begin{cases} 1-x > 1 > 0 \\ x^3 < 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x + m - 3 \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0) \quad (*).$$

$$(*) \Leftrightarrow m \geq -x^2 - 2x + 3, \forall x \in (-\infty; 0) \Rightarrow m \geq \max_{(-\infty; 0)}(-x^2 - 2x + 3).$$

$$\text{Ta có: } -x^2 - 2x + 3 = -(x^2 + 2x + 1) + 4 = -(x+1)^2 + 4 \leq 4.$$

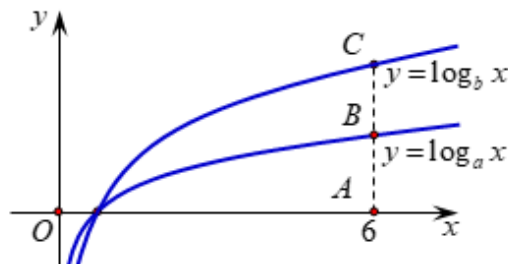
$$\text{Vậy: } \max_{(-\infty; 0)}(-x^2 - 2x + 3) = 4. \text{ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } x = -1 \in (-\infty; 0).$$

$$\text{Suy ra: } m \geq 4 \Rightarrow m = \{4; 5; 6; \dots; 2019\}.$$

$$\text{Do đó số giá trị của } m \text{ thỏa mãn yêu cầu đề bài là: } T = 2019 - 4 + 1 = 2016.$$

Đáp án D.**Câu 8. [Vận dụng].**

Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường thẳng $x=6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Nếu $AC = AB \log_2 3$ thì

- A. $b^3 = a^2$. B. $b^2 = a^3$. C. $\log_3 b = \log_2 a$. D. $\log_2 b = \log_3 a$.

Giải

Ta có: $AC = AB \log_2 3 \Rightarrow \log_b 6 = \log_a 6 \cdot \log_2 3 \Rightarrow \log_b a \cdot \log_a 6 = \log_a 6 \cdot \log_2 3 \Rightarrow \log_b a = \log_2 3$.

$$\Rightarrow b^{\log_b a} = b^{\log_2 3} \Rightarrow a = b^{\log_2 3} \Rightarrow \log_3 a = \log_3 b^{\log_2 3} \Rightarrow \log_3 a = \log_2 3 \cdot \log_3 b = \log_2 b.$$

Đáp án D.

Note: Ta có thể làm cách tương tự như sau:

Từ các đồ thị hàm số đã cho trên hình ta có $A(6;0)$, $B(6; \log_a 6)$, $C(6; \log_b 6)$,

$$AC = y_C - y_A = \log_b 6, \quad AB = y_B - y_A = \log_a 6.$$

$$\text{Vậy } AC = AB \log_2 3 \Leftrightarrow \log_b 6 = \log_a 6 \cdot \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_6 b} = \frac{1}{\log_6 a} \cdot \frac{\log_6 3}{\log_6 2} \Leftrightarrow \frac{\log_6 2}{\log_6 b} = \frac{\log_6 3}{\log_6 a} \Leftrightarrow \log_2 b = \log_3 a.$$

Câu 9. [Vận dụng].

Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- A. $[3;4]$. B. $[2;4]$. C. $(2;4)$. D. $(3;4)$.

Giải

$$\text{Ta có: } 6^x + (3-m) \cdot 2^x - m = 0 \Leftrightarrow 6^x + 3 \cdot 2^x - m \cdot (2^x + 1) = 0 \Rightarrow m = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}.$$

Xét hàm số: $y = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} \Rightarrow y' = \frac{12^x \cdot \ln 3 + 6^x \cdot \ln 6 + 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2} > 0, \forall x \in (0; 1).$

Khi đó: $\begin{cases} \min_{[0;1]} y = y(0) = 2 \\ \max_{[0;1]} y = y(1) = 4 \end{cases}$. Vì hàm số $y = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$ là một hàm đồng biến trên $(0; 1)$ nên

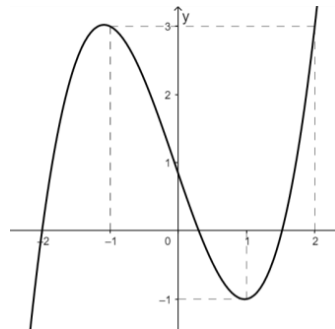
phương trình $m = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$ nếu có nghiệm trên khoảng $(0; 1)$ thì m phải thỏa mãn:

$$\min_{[0;1]} y < m < \max_{[0;1]} y \Rightarrow 2 < m < 4.$$

Đáp án C.

Câu 10. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4-x^2}) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\sqrt{2}; \sqrt{3})$ là:

- A. $[-1; 3]$. B. $[-1; f(\sqrt{2})]$. C. $(-1; f(\sqrt{2})]$. D. $(-1; 3]$.

Giải

TXĐ: $D = [-2; 2]$.

Ta xét hàm số: $y = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Ta có: $\begin{cases} y(-\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) \\ y(0) = f(2) = 3 = \max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]} f(\sqrt{4-x^2}) \\ y(\sqrt{3}) = f(1) = -1 = \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]} f(\sqrt{4-x^2}) \end{cases}$.

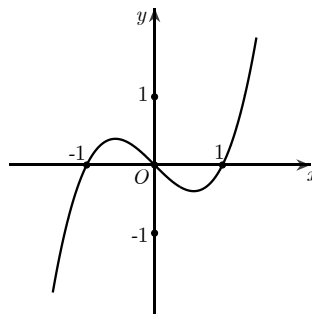
Để phương trình có nghiệm trên nửa khoảng $[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]$ thì:

$$\min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]} f(\sqrt{4-x^2}) < m \leq \max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]} f(\sqrt{4-x^2}) \Leftrightarrow -1 < m \leq 3.$$

Đáp án D.

Câu 11. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại mọi $x \in \mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f[f'(x)]$ là

A. 7.

B. 11.

C. 9.

D. 8.

Giải

Nhận thấy $(f(f'(x)))' = f''(x) \cdot f'(f'(x))$ và dựa vào đồ thị hàm $y = f'(x)$ ta có

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-1; 0) \\ x = x_2 \in (0; 1) \end{cases}$$

$$f'(f'(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = -1 \\ f'(x) = 0 \\ f'(x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_3 < -1 \\ x = -1, x = 0, x = 1 \\ x = x_4 > 1 \end{cases}$$

nên phương trình $(f(f'(x)))' = 0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt. Vậy hàm số $y = f[f'(x)]$ có 7 điểm cực trị.

Đáp án A.

Câu 12. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = x + p + \frac{q}{x+1}$ đạt cực đại tại điểm $A(-2; -2)$. Tính pq .

A. $pq = 2$.

B. $pq = \frac{1}{2}$.

C. $pq = \sqrt{3}$.

D. $pq = 1$.

Giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = 1 - \frac{q}{(x+1)^2}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$, suy ra $y'(-2) = 0 \Rightarrow 0 = 1 - q \Leftrightarrow q = 1$.

Lại có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2; -2)$ nên $-2 = -2 + p - q \Leftrightarrow p - q = 0$.

Do đó $p = q = 1$.

Thử lại: với $p = q = 1$ ta được $y = x + 1 + \frac{1}{x+1}$.

Ta có $y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.

Từ đó có bảng biến thiên của hàm số:

x	-2			-1	0		
y'	+	0	-		-	0	+
y	$-\infty \nearrow -2$				$+\infty \searrow 2 \nearrow +\infty$		
	$-\infty$				2		

Rõ ràng đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $A(-2; -2)$. Vậy $p = q = 1 \Rightarrow pq = 1$.

Đáp án D.

Câu 13. [Vận dụng cao].

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $m \in [-2019; 2019]$ để phương trình (*) có nghiệm?

$$\log_2^2 x - 2\log_2 x - \sqrt{m + \log_2 x} = m \quad (*)$$

A. 2021.

B. 2019.

C. 4038.

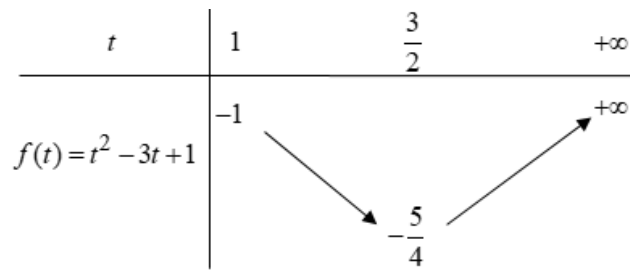
D. 2020.

Giải

Đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình (*) trở thành

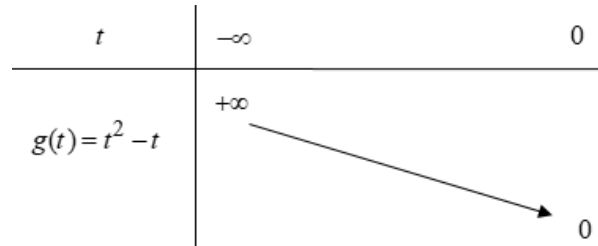
$$\begin{aligned} t^2 - 2t - \sqrt{m+t} &= m \\ \Leftrightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 &= \left(\sqrt{m+t} + \frac{1}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t-1 = \sqrt{m+t} & (2) \\ -t = \sqrt{m+t} & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

Trường hợp thứ nhất: $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} t-1 \geq 0 \\ (t-1)^2 = t+m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ m = t^2 - 3t + 1 \end{cases}$



Phương trình (2) có nghiệm khi $m \geq -\frac{5}{4}$ (4).

Trường hợp thứ hai: (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} -t \geq 0 \\ (-t)^2 = t + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ m = t^2 - t \end{cases}$.



Phương trình (3) có nghiệm khi $m \geq 0$ (5).

Từ (4) và (5) suy ra phương trình (*) có nghiệm khi $m \geq -\frac{5}{4}$. Lấy các giá trị nguyên $m \in [-2019; 2019]$ ta được $m = -1, 0, 1, 2, \dots, 2019$. Có 2021 giá trị nguyên của m .

Đáp án A.

Câu 14. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = |x^2 + 2x + a - 4|$ (a là tham số). Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. $a = 1$.

B. $a = 3$.

C. $a = 2$.

D. $a = 5$.

Giải

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 1]$.

Ta có: $y = |x^2 + 2x + a - 4| = |(x+1)^2 + a - 5|$ (*)

Đặt $t = (x+1)^2$, $x \in [-2; 1] \Rightarrow t \in [0; 4]$.

Lúc đó hàm số trở thành: $f(t) = |t + a - 5|$ với $t \in [0; 4]$.

Nên $\max_{x \in [-2; 1]} y = \max_{t \in [0; 4]} f(t) = \max_{t \in [0; 4]} \{f(0); f(4)\} = \max_{t \in [0; 4]} \{|a-5|; |a-1|\}$

$$\geq \frac{|a-1| + |a-5|}{2} \geq \frac{|a-1+5-a|}{2} = 2$$

Đẳng thức xảy ra khi $|a-1| = |a-5| = 2 \Leftrightarrow a = 3$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của $\max_{t \in [0;4]} f(t)$ là 2 khi $a = 3$.

Đáp án B.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = (m-2)x^5 + (50-25m)x^3 + (100m-199)x + 2021$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn đi qua 5 điểm lập thành một cấp số cộng có công sai d và m_0 là giá trị thực sao cho khi $m = m_0$ thì $f(x)$ trở thành đường thẳng đi qua 5 điểm trên. Tính $T = d^{m_0}$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Giải

Ta có:

$$y = f(x) = (m-2)x^5 + (50-25m)x^3 + (100m-199)x + 2021$$

$$\Leftrightarrow (x^5 - 25x^3 + 100x)m + (-2x^5 + 50x^3 - 199x + 2021 - y) = 0$$

Để tìm 5 điểm mà đường thẳng trên luôn đi qua với mọi m thay đổi thì:

$$\begin{cases} x^5 - 25x^3 + 100x = 0 \\ -2x^5 + 50x^3 - 199x + 2021 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^5 - 25x^3 + 100x = 0 \\ y = -2(x^5 - 25x^3 + 100x) + x + 2021 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^5 - 25x^3 + 100x = 0(1) \\ y = x + 2021(2) \end{cases}$$

Và 5 điểm nói trên chính là nghiệm của phương trình (1)

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

Khi đó: 5 điểm nói trên lập thành một cấp số cộng có công sai là $\pm\sqrt{5}$ (vì ta có thể xét dãy tăng và dãy giảm). Hay $d = \pm\sqrt{5}$.

Để thấy đường thẳng đi qua năm điểm trên chính là phương trình (2): $y = x + 2021$

Đồ thị $y = (m-2)x^5 + (50-25m)x^3 + (100m-199)x + 2021$ trở thành $y = x + 2021$ ứng với $m = m_0$

$$\text{khi và chỉ khi: } \begin{cases} m_0 - 2 = 0 \\ 50 - 25m_0 = 0 \\ 100m_0 - 199 = 1 \end{cases} \Rightarrow m_0 = 2$$

$$\text{Khi đó: } T = d^{m_0} = (\pm\sqrt{5})^2 = 5$$

Đáp án C.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Đề thi gồm có 12 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN IX

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – HÀM SỐ

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★)

Thời gian làm bài: 30. phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 15 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{2x-1}{3x-3}$ là bao nhiêu ?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Giải

Hàm số đã cho không có đường tiệm cận. Tuy nhiên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x-3}$ nhận $x=1$

làm đường tiệm cận đứng và đường $y = \frac{2}{3}$ làm tiệm cận ngang.

Tips: Hàm số không có tiệm cận, chỉ có đồ thị hàm số mới có tiệm cận nhé.

Đáp án: C

Câu 2. [Nhận biết].

Điểm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là?A. $x=0$.B. $x=2$.C. $y=0$.D. $y=2$.GiảiTXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có : } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'	+	0	-	0	+	
y						

Điểm cực đại của hàm số là $x=0$.

Đáp án: A**Câu 3: [Nhận biết].**

Tìm y_0 biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại một điểm duy nhất; kí hiệu (x_0, y_0) là tọa độ điểm đó.

A. $y_0 = 4$.

B. $y_0 = 0$.

C. $y_0 = 2$.

D. $y_0 = -1$.

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm là: $-2x_0 + 2 = x_0^3 + x_0 + 2 \Leftrightarrow x_0^3 + 3x_0 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$.

Vậy tọa độ giao điểm là $(0; 2)$.

Đáp án: C**Câu 4: [Nhận biết].**

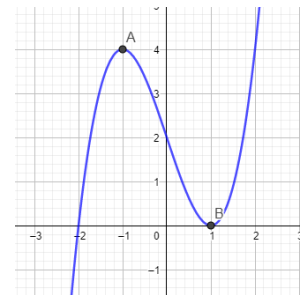
Hàm số bậc ba $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$.

C. $(-1; 0) \cup (0; 2)$.

D. $(-\infty; 4), (1; +\infty)$.

Giải

Hàm số đồng biến trên hai khoảng rời nhau: $(-\infty; -1), (1; +\infty)$.

Đáp án: B

Tips: Đây là đồ thị hàm $f(x)$ nên ta thấy nét đi lên (nhìn từ trái sang phải) của đồ thị là khoảng đồng biến, còn nét đi xuống (nhìn từ trái sang phải) là khoảng nghịch biến.

Note: Ta không chọn những đáp án có các phép toán: $\cup, \cap, \setminus$.

Câu 5: [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x^2-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(1; +\infty)$.

Giải

$$\text{Ta có; } g'(x) = f'(x) = (x-2)(x^2-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y						

Do $x = 2$ là nghiệm kép nên khi qua điểm đó y' không đổi dấu.

Kết luận:

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Đáp án : C

Câu 6. [Thông hiểu].

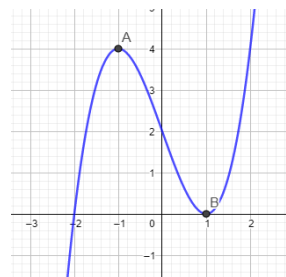
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x| - 2)$ là?

A. 1.

B. 3.

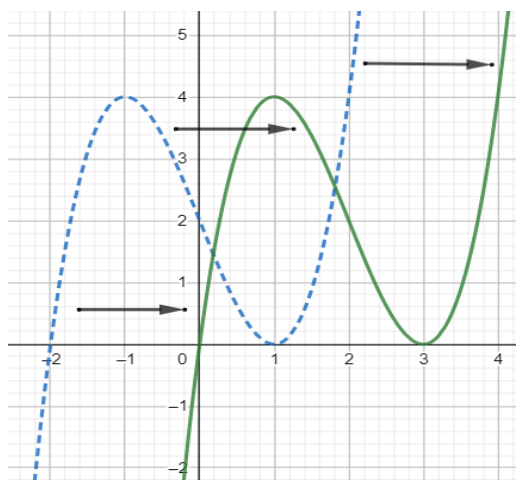
C. 5.

D. 7.

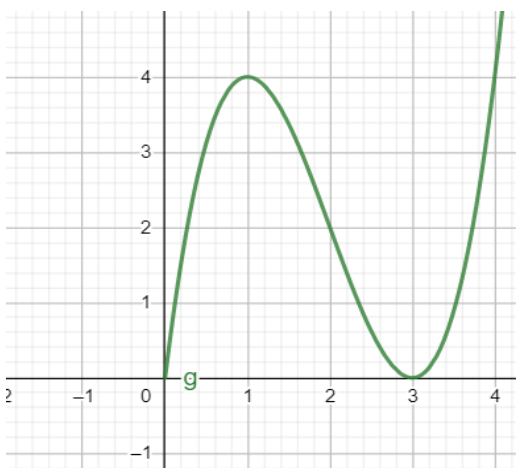


Giải

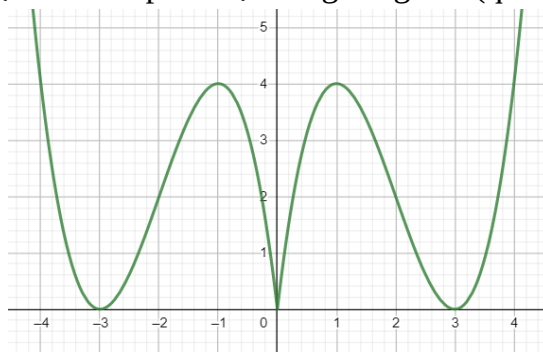
+ Đầu tiên tiến hành tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 2 đơn vị.



+ Bỏ đi phần đồ thị bên trái trục tung ($x < 0$).



+ Lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải trục tung sang trái (qua trục Oy).



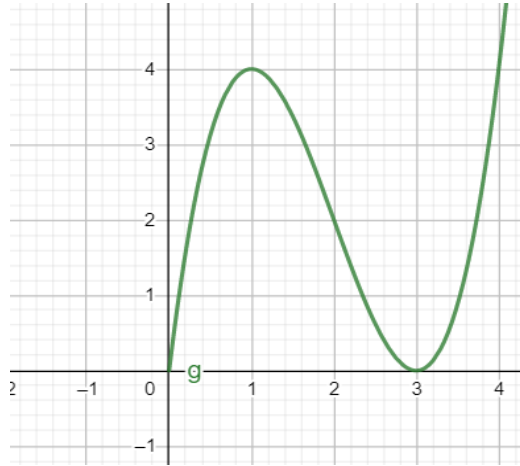
Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Đáp án: C

Note: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có n điểm cực trị dương. Khi đó hàm số $y = f(|x|)$ có: $2n+1$ điểm cực trị.

Khi đó từ bước, ta nhận thấy hàm số có 2 điểm cực trị dương.

Do vậy hàm số $y = f(|x|-2)$ có: $2.2+1=5$ điểm cực trị.



Câu 7. [Thông hiểu].

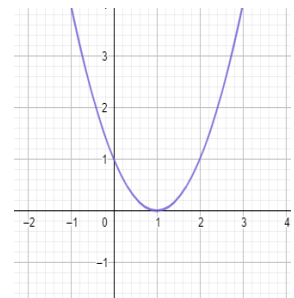
Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x^2)$?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(0; 1)$.



Giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

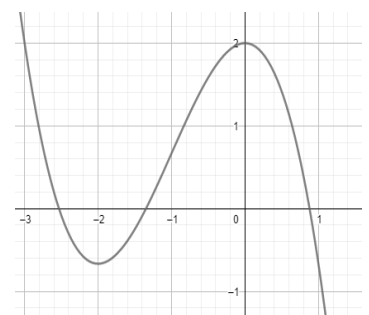
$$\text{Ta có: } y' = 2xf'(x^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ f'(x^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 0 \\ f'(x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} x^2 > 1 \\ x^2 < 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}.$$

Đáp án: A

Câu 8. [Thông hiểu].

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b = 0, c > 0, d > 0$.

B. $a < 0, b = 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

Giải

Dựa vào đồ thị ta thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$ (loại đáp án A)

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; d) \Rightarrow d > 0$

Hàm số có hai điểm cực trị trong đó $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}$ nên $y' = 0$ có 2 nghiệm thỏa mãn $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{-2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0$$

Đáp án : C**Câu 9. [Vận dụng].**

Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp sữa là ít nhất (diện tích toàn phần của lon là nhỏ nhất). Bán kính đáy vỏ lon là bao nhiêu khi ta muốn có thể tích lon là 314cm^3

A. $R = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}}$.

B. $R = \sqrt[3]{\frac{628}{\pi}}$.

C. $R = 942\sqrt[3]{2\pi}$.

D. $R = \sqrt[3]{\frac{157}{\pi}}$.

Giải

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của lon sữa.

$$\text{Thể tích của lon sữa hình trụ là: } V = \pi R^2 h = 314 \Leftrightarrow h = \frac{314}{\pi R^2}.$$

$$\text{Diện tích nguyên liệu làm vỏ hộp (} S_{tp} \text{ hình trụ) là: } S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R^2 + \frac{628}{R}.$$

$$\text{Ta có } 2\pi R^2 + \frac{628}{R} = 2\pi R^2 + \frac{314}{R} + \frac{314}{R} \geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2 \cdot \frac{314}{R} \cdot \frac{314}{R}} = 3\sqrt[3]{2 \cdot (314)^2 \pi}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 2\pi R^2 = \frac{314}{R} \Leftrightarrow R^3 = \frac{157}{\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{157}{\pi}}$$

Đáp án: D**Câu 10. [Vận dụng].**

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2, 4]$ bằng 16. Số phần tử của S là?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 1.**Giải**

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ trên $[2; 4]$, có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

Tính: $f(-2) = m - 2$; $f(-1) = m + 5$; $f(3) = m - 27$; $f(4) = m - 20 \rightarrow \max_{[0;3]} y = \{|m - 27|; |m + 5|\}$.

TH1: Với $\max_{[-2;4]} y = |m - 27| \rightarrow \begin{cases} |m - 27| = 16 \\ |m - 27| \geq |m + 5| \end{cases} \Leftrightarrow m = 11$

TH2: Với $\max_{[-2;4]} y = |m + 5| \rightarrow \begin{cases} |m + 5| = 16 \\ |m + 5| \geq |m - 27| \end{cases} \Leftrightarrow m = 11$

Vậy $m = 11$ là giá trị cần tìm.

Đáp án: D**Câu 11. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Biết rằng đường thẳng AB cũng đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. $P = -9$.B. $P = \frac{-25}{9}$.C. $P = \frac{-16}{25}$.D. $P = 1$.**Giải**

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c; f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\Rightarrow x^3 + ax^2 + bx + c = (3x^2 + 2ax + b)\left(\frac{1}{3}x + \frac{a}{9}\right) + \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right)x + \left(c - \frac{ab}{9}\right)$$

Vậy đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $AB: y = \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right)x + \left(c - \frac{ab}{9}\right)$.

$$O \in AB \Leftrightarrow 0 = \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right) \cdot 0 + \left(c - \frac{ab}{9}\right) \Leftrightarrow ab = 9c$$

$$P = abc + ab + c = 9c^2 + 9c + c = 9c^2 + 10c = (3c)^2 + 2 \cdot 3c \cdot \frac{5}{3} + \frac{25}{9} - \frac{25}{9} \geq \left(3c + \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{25}{9} \geq -\frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow \min P = \frac{-25}{9} \Leftrightarrow c = \frac{-5}{9}$$

Đáp án: B**Câu 12. [Vận dụng].**

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{m \sin^2 x - 16}{\cos^2 x + m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 5.**B.** 8.**C.** 7.**D.** 6.**Giải**

$$y = \frac{m \sin^2 x - 16}{\cos^2 x + m - 1} = \frac{m \sin^2 x - 16}{-\sin^2 x + m} \quad (\text{Do } \cos^2 x - 1 = -\sin^2 x)$$

$$\text{Khi đó } y' = \frac{m^2 - 16}{(-\sin^2 x + m)^2} \cdot (\sin^2 x)' = \frac{m^2 - 16}{(-\sin^2 x + m)^2} \cdot 2 \sin x \cos x$$

Do $2 \sin x \cos x > 0 \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right)$ do đó hàm số đã nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16 < 0 \\ \sin^2 x \neq m \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m \leq 0 \\ 1 \leq m < 4 \end{cases}$$

Kép hợp $m \in \mathbb{Z}$ suy ra có 7 giá trị của m .

Đáp án: C**Câu 13. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số:

$$y = f(x) = 12\sqrt{(2x^2 + x - 1)^3} - 24x^3 + (2a + 6b - 9)x^2 + (a + 3b)x + 4.$$

Biết hàm số luôn có cực trị với a, b là các số thực không âm thỏa mãn: $2a + 3b < 12$.

Giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của biểu thức: $P = a - 3b$ là?

A. $m = 5, M = 7$.**B.** $m = -9, M = 5$.**C.** $m = -3, M = 9$.**D.** $m = -3, M = 0$.**Giải**

$$\text{Xét hàm số: } y = f(x) = 12\sqrt{(2x^2 + x - 1)^3} - 24x^3 + (2a + 6b - 9)x^2 + (a + 3b)x + 4.$$

$$\text{TXĐ: } (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Ta có: $f'(x) = 18(4x+1)\sqrt{2x^2+x-1} - 72x^2 + 2(2a+6b-9)x + a+3b$ (*)

$$\text{Đặt: } k = \frac{1}{18}a + \frac{1}{6}b \Rightarrow \begin{cases} 2a+6b=36k \\ a+3b=18k \end{cases}.$$

$$(*) \Leftrightarrow f'(x) = 18(4x+1)\sqrt{2x^2+x-1} - 72x^2 + (72k-18)x + 18k$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 18(4x+1)\sqrt{2x^2+x-1} - 72x(x-k) - 18(x-k)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 18(4x+1)\sqrt{2x^2+x-1} - 18(4x+1)(x-k)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 18(4x+1)\left[\sqrt{2x^2+x-1} - (x-k)\right] (**)$$

Để hàm số đã cho có cực trị thì phương trình (**) phải có ít nhất một nghiệm bội lẻ trên tập xác định.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4}(L) \\ \sqrt{2x^2+x-1} - (x-k) = 0 (***) \end{cases}.$$

Khi đó bài toán quay về việc tìm điều kiện của tham số k để phương trình (***) có ít nhất một nghiệm bội lẻ.

$$(***) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq k \\ 2x^2+x-1 = (x-k)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq k \\ x^2 + (2k+1)x - k^2 - 1 = 0 \end{cases}.$$

Vì tích $ac = 1 \cdot (-k^2 - 1) = -k^2 - 1 \leq -1 < 0$. Nên phương trình bậc hai luôn có hai nghiệm thực

$$\text{phân biệt: } x_{1,2} = \frac{-2k-1 \pm \sqrt{8k^2+4k+5}}{2}.$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi ít nhất một nghiệm trên thỏa mãn điều kiện $x \geq m$.

$$\frac{-2k-1 + \sqrt{8k^2+4k+5}}{2} \geq k \Leftrightarrow \sqrt{8k^2+4k+5} \geq 4k+1.$$

❖ Dễ thấy, với $k < -\frac{1}{4}$, bất phương trình trên nghiệm đúng.

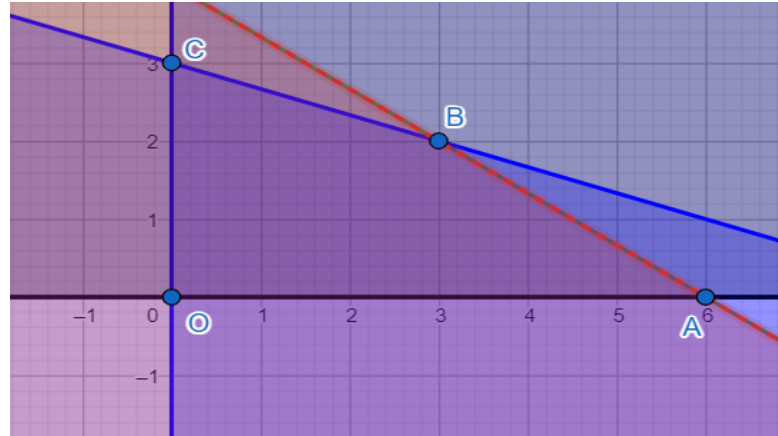
❖ Với $k \geq -\frac{1}{4}$, bất phương trình trên tương đương với:

$$8k^2 + 4k + 5 \geq 16k^2 + 8k + 1 \Leftrightarrow 8k^2 + 4k - 4 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq k \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vì: } a, b \geq 0 \Rightarrow k = \frac{1}{18}a + \frac{1}{6}b \geq 0 \Rightarrow 0 \leq k \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq a + 3b \leq 9.$$

$$\text{Tổng kết ta có: } \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a + 3b \leq 9 \\ 2a + 3b < 12 \end{cases} \quad \text{nếu biểu diễn lên hệ trục tọa độ ta sẽ được miền tứ giác } OABC$$

tuy nhiên ta không lấy các điểm trên cạnh AB . (Minh họa như hình vẽ).



Trong 15 điểm có tọa độ nguyên thuộc miền tứ giác trên. Giá trị của biểu thức P đạt GTLN bằng 5 đạt tại điểm $I_1(5;0)$ và đạt GTNN bằng -9 tại điểm $I_2(0;3)$.

Đáp án B.

Câu 14. [Vận dụng cao].

$$\text{Cho họ đường cong } (C_m): y = \frac{(m-2)x - (m^2 - 2m + 4)}{x - m}.$$

Gọi $f(x) = ax + b$, $g(x) = cx + d$, ($b < |d|$) lần lượt là đồ thị hàm số của hai đường thẳng luôn tiếp xúc với (C_m) . Hàm số $f[g^3(x) - g(x)]$ đồng biến trên khoảng nào sau đây, chọn

phương án đúng nhất?

A. $\left(\frac{18-\sqrt{3}}{3}; \frac{18+\sqrt{3}}{3}\right).$

B. $\left(-\infty; \frac{18-\sqrt{3}}{3}\right)$ và $\left(\frac{18+\sqrt{3}}{3}; +\infty\right).$

C. $\left(\frac{-6-\sqrt{3}}{3}; \frac{-6+\sqrt{3}}{3}\right).$

D. $\left(-\infty; \frac{-6-\sqrt{3}}{3}\right)$ và $\left(\frac{-6+\sqrt{3}}{3}; +\infty\right).$

Giải

Giả sử (C_m) luôn tiếp xúc với đường thẳng $y = ax + b$, khi đó phương trình sau có nghiệm

$$\text{với mọi } m: \begin{cases} \frac{(m-2)x - (m^2 - 2m + 4)}{x-m} = ax + b \\ \frac{4}{(x-m)^2} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(m-2)(x-m) - 4}{x-m} = a(x-m) + am + b \\ \frac{4}{(x-m)^2} = a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 - \frac{4}{x-m} = a(x-m) + am + b \\ \frac{4}{(x-m)^2} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 - am - b = a(x-m) + \frac{4}{x-m} \\ \frac{4}{(x-m)^2} = a(x-m) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 - am - b = \frac{8}{x-m} \\ \frac{4}{(x-m)^2} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [m(1-a) - (b+2)]^2 = \frac{64}{(x-m)^2} = 16a(*) \\ \frac{4}{(x-m)^2} = a \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow (1-a)^2 m^2 - 2(1-a)(b+2)m + [(b+2)^2 - 16a] = 0.$$

Để tìm được hệ số a, b không phụ thuộc vào tham số m thì:

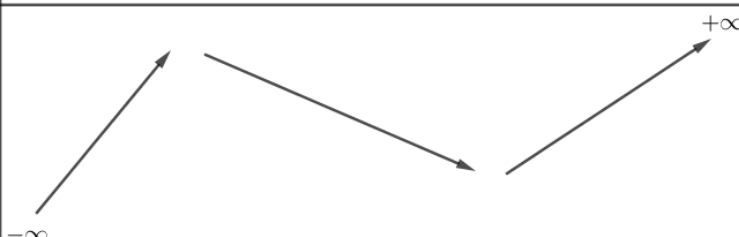
$$\begin{cases} (1-a)^2 = 0 \\ -2(1-a)(b+2) = 0 \\ (b+2)^2 = 16a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 1 \\ b = -2 \\ (b+2)^2 = 16a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ (b+2)^2 = 16a \\ a = 1 \\ b = -2 \\ (b+2)^2 = 16a \end{cases} \quad (VN)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ a = 1 \\ b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ y = x - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x + 2 \\ g(x) = x - 6 \end{cases}.$$

$$\text{Như vậy: } h(x) = f(g^3(x) - g(x)) = (x-6)^3 - (x-6) + 2.$$

$$\text{Suy ra: } h'(x) = 3(x-6)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18 - \sqrt{3}}{3} \\ x = \frac{18 + \sqrt{3}}{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{18 - \sqrt{3}}{3}$		$\frac{18 + \sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$					

Đáp án B.**Câu 15. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số $y = g(x) = f(3x^3 + 5x^2) + x$ thỏa mãn: $g(x) = \frac{1}{x - f(5x^2 - 3x^3)}$, $\forall x \in (1; +\infty)$, $f(x)$,

$f(x)$ là một hàm đồng biến trên $(1; +\infty)$. Tìm số nghiệm của phương trình:

$$g[(x-1)^3 + 3x(x-1)] \cdot g[x(1-x)] - \frac{(x-1) \cdot (x^2+1)}{g(x^2-x)} + 1 = 0$$

A. 0**B. 1****C. 2****D. 3**Giải

Ta có: $y = g(x) = f(3x^3 + 5x^2) + x$

Nên: $y = g(-x) = f(-3x^3 + 5x^2) - x = -[x - f(5x^2 - 3x^3)] = -\frac{1}{g(x)} \Rightarrow g(x) = -\frac{1}{g(-x)}$

Khi đó: ta có một số phép biến đổi như sau:
$$\begin{cases} g(x-x^2) = -\frac{1}{g(x^2-x)} \\ (x-1)^3 + 3x(x-1) = x^3 - 1 \\ x(1-x) = x - x^2 \\ (x-1)(x^2+1) = x^3 - x^2 + x - 1 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow g(x^3 - 1) \cdot g(x - x^2) + g(x - x^2) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1) = -1$$

$$\Leftrightarrow g(x^3 - 1) + (x^3 - x^2 + x - 1) = -\frac{1}{g(x - x^2)}$$

$$\Leftrightarrow g(x^3 - 1) + (x^3 - 1) - (x^2 - x) = g(x^2 - x)$$

$$\Leftrightarrow g(x^3 - 1) + (x^3 - 1) = g(x^2 - x) + (x^2 - x)$$

Đặt:

$$h(t) = g(t) + t \quad (t > 0)$$

$$\Leftrightarrow h'(t) = g'(t) + 1 = (9t^2 + 10t) \cdot f'(3t^3 + 5t^2) + 2 > 0$$

Vì: $t > 0$, $f(x)$ là một hàm đồng biến $\Rightarrow f'(x) > 0$

Nên $y = h(t)$ là một hàm đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Suy ra: $h(x^3 - 1) = h(x^2 - x) \Leftrightarrow x^3 - 1 = x^2 - x \Rightarrow x = 1$.

Thử lại, ta có: $g^2(0) + 1 = 0$ (Vô lý).

Vậy phương trình vô nghiệm.

Chọn A.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm có 12 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN X

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 - KHỞI ĐỘNG NHẹ NHÀNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ + HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

NỘI DUNG ĐỀ:

Câu 1. [Nhận biết].

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ bằng:

A. 3.

B. (0; 2).

C. 2.

D. (1; 3).

Giải

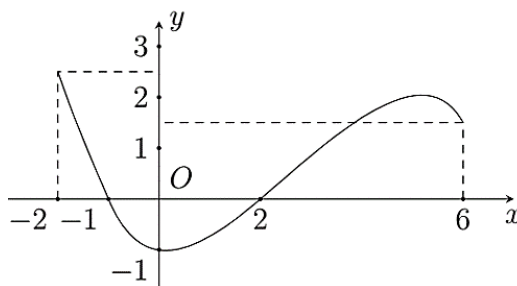
$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-
y	$-\infty$		$\nearrow 3$		$\searrow 2$		$\nearrow 3$	$\searrow -\infty$

Đáp án C.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trên đoạn $[-2; 6]$ như

hình vẽ. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng nhất?

A. $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-2)$.B. $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(6)$.

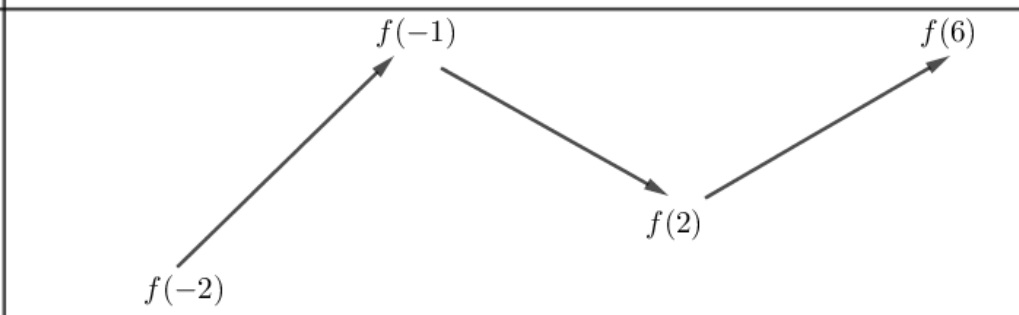
C. $\max_{[-2;6]} f(x) = \max \{ f(-1); f(6) \}.$

D. $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-1).$

Giải

Dựa vào hình vẽ ở đề bài ta thấy: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$

Bảng biến thiên:

x	-2		-1		2		6	
$f'(x)$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	
$f(x)$								

Như vậy: $\max_{[-2;6]} f(x) = \{ f(-1); f(6) \}.$

Tuy nhiên, nếu xét kỹ hơn, ta gọi S_1, S_2 lần lượt là phần diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành trên đoạn $[-1; 2], [2; 6]$.

Ta thấy rằng: $S_1 < S_2 \Leftrightarrow \int_{-1}^2 |f'(x)| dx < \int_2^6 |f'(x)| dx \Leftrightarrow -\int_{-1}^2 f'(x) dx < \int_2^6 f'(x) dx.$

$\Rightarrow f(-1) - f(2) < f(6) - f(2) \Rightarrow f(-1) < f(6).$

Vậy: $\max_{[-2;6]} f(x) = f(6).$

Đáp án B.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hỏi hàm số có đạo hàm luôn âm trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty).$

B. $(-\infty; 1).$

C. $(-1; 0).$

D. $(0; 2).$

Giải

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến (ngặt) trên khoảng $(-1; 1)$ nên hàm số

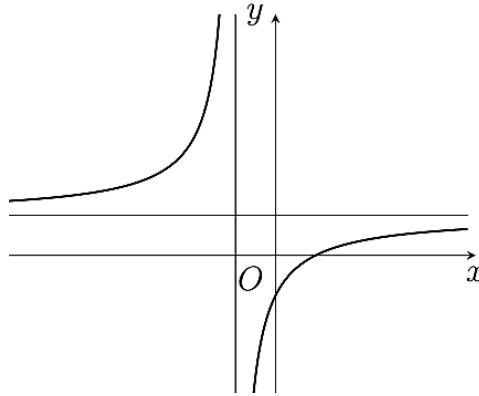
$y = f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 1)$

Mà: $(-1; 0) \subset (-1; 1).$

Đáp án C.

Câu 4. [Nhận biết].

Hàm số $y = \frac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau tìm khẳng định đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Giải

Dễ thấy hàm số có đường tiệm cận đứng: $x = c < 0$.

Bên cạnh: Hàm số có đường tiệm cận ngang: $y = a > 0$.

Giao điểm của hàm số với trục tung: $y(0) = -\frac{b}{c} < 0 \Leftrightarrow \frac{b}{c} > 0 \Rightarrow b < 0 (c < 0)$.

Đáp án C.

Câu 5. [Nhận biết].

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ có nửa diện tích đáy $ABCD$ bằng S và chiều cao h là:

A. $V = S.h$.

B. $V = \frac{1}{3}S.h$

C. $V = \frac{2}{3}S.h$

D. $V = \frac{4}{3}S.h$

Giải

Diện tích đáy: $S_{S.ABCD} = 2S$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{S.ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2S \cdot h = \frac{2}{3}S.h$.

Đáp án C.

Câu 6. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x^2 + mx + 9)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Giải

Xét hàm số: $y = f(3-x)$.

Ta có: $y' = -f'(3-x) = -(3-x) \cdot [(3-x)-1]^2 \cdot [(3-x)^2 + m(3-x) + 9]$.

$\Leftrightarrow y' = (x-3)(2-x)^2[(x-3)^2 - m(x-3) + 9]$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ thì: $y' \geq 0, \forall x \in (3; +\infty)$ (*).

$$(*) \Leftrightarrow (x-3)^2 - m(x-3) + 9 \geq 0, \forall x \in (3; +\infty) \left(\text{Do } \begin{cases} x-3 > 0, \forall x \in (3; +\infty) \\ (2-x)^2 > 0, \forall x \in (3; +\infty) \end{cases} \right).$$

$$\text{Khi đó: } m(x-3) \leq (x-3)^2 + 9, \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x-3 + \frac{9}{x-3}, \forall x \in (3; +\infty).$$

$$\Rightarrow m \leq \min_{(3; +\infty)} \left(x-3 + \frac{9}{x-3} \right).$$

$$\text{Ta xét hàm số: } y = x-3 + \frac{9}{x-3}, \forall x \in (3; +\infty).$$

$$\text{Ta có: } (x-3) + \frac{9}{(x-3)} \geq 2\sqrt{(x-3) \cdot \frac{9}{(x-3)}} = 6.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } x-3 = \frac{9}{x-3}, \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow (x-3)^2 = 9, \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow x = 6.$$

$$\text{Vậy } \min_{(3; +\infty)} \left(x-3 + \frac{9}{x-3} \right) = 6. \text{ Khi đó: } m = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}.$$

Đáp án B.

Câu 7. [Nhận biết].

Khối chóp tam giác đều có ít nhất bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

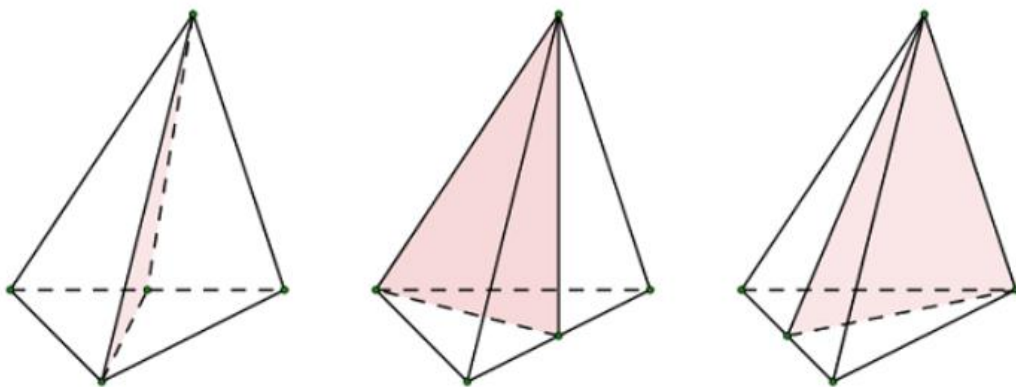
B. 9.

C. 6.

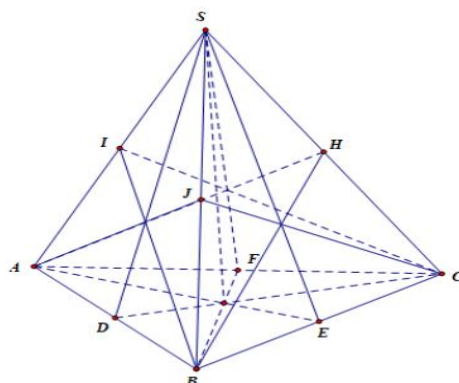
D. 4.

Giải

Khối chóp tam giác đều có ít nhất 3 mặt phẳng đối xứng khi và chỉ khi độ dài cạnh đáy khác độ dài cạnh bên.



Khối chóp tam giác đều có nhiều nhất 6 mặt phẳng đối xứng khi và chỉ khi khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.



Đáp án A.**Câu 8. [Vận dụng cao].**

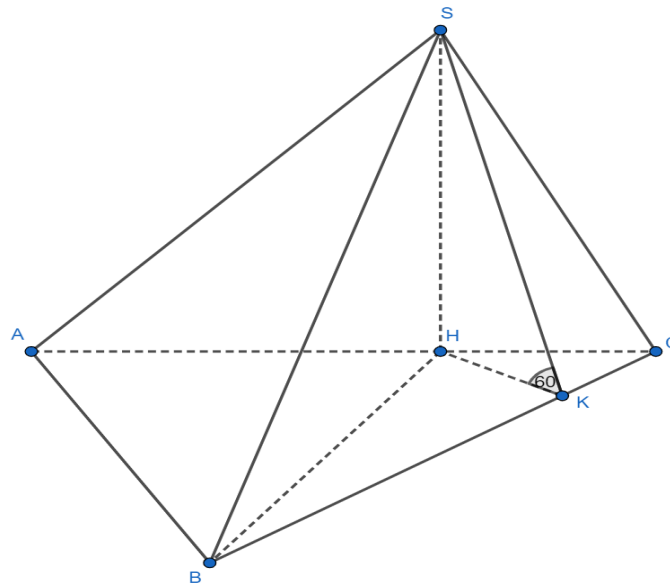
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên đáy là điểm H nằm trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đã cho?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Giải

Kẻ: $SK \perp BC$.

$$\text{Ta có: } AH = \frac{2}{3}AC \Rightarrow HC = \frac{1}{3}AC \Rightarrow S_{BHC} = \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}.$$

Vì: $\triangle BHC$ là hình chiếu của $\triangle SBC$.

$$\text{Nên: } \cos 60^\circ = \frac{S_{BHC}}{S_{SBC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{SBC} = 2S_{BHC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Mặt khác: } S_{SBC} = \frac{1}{2} \cdot SK \cdot BC \Leftrightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2} \cdot SK \cdot a \Rightarrow SK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } \triangle SHK, \text{ có: } \sin 60^\circ = \frac{SH}{SK} \Rightarrow SH = SK \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

Đáp án C.**Câu 9. [Vận dụng].**

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B và $AB = a$, cạnh $A'C$ tạo với (ABA') một góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

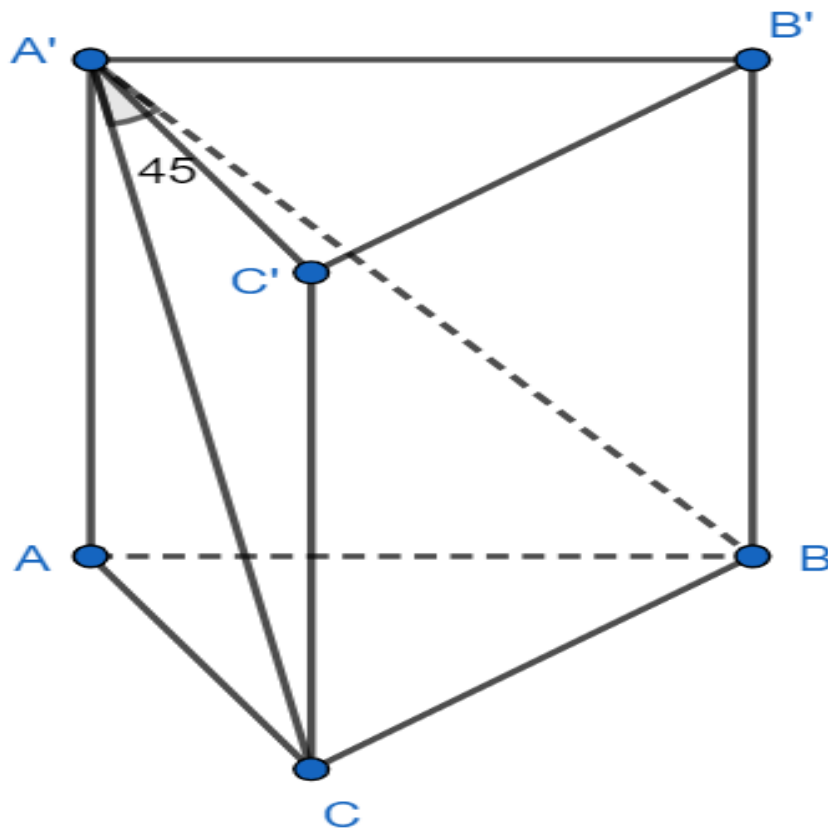
A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $2a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'B'B) \Rightarrow BC \perp A'B.$

Vì: $BC \perp (AA'B'B)$. Nên B là hình chiếu của C lên mặt phẳng $(AA'B'B)$ ($\equiv (ABA')$). Vậy $\angle CA'B = 45^\circ$.

Ta có: $A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a.$

Nên $\triangle A'BC$ là tam giác vuông cân tại B.

Khi đó: $BC = A'B = 2a.$

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V_{A'B'C'.ABC} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot 2a = a^3 \sqrt{3}.$$

Đáp án A.

Câu 10. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số lần lượt là:

A. $-2; 2$.

B. $2; -2$.

C. $0; 3$.

D. $3; 0$.

Giải

Giá trị cực đại của hàm số: $y_{CD} = 3$.

Giá trị cực tiểu của hàm số: $y_{CT} = 0$.

Đáp án D.

Câu 11. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'	+		+	0	-	
y	$+\infty$		2	$-\infty$	4	$-\infty$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
- B.** Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
- C.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang.
- D.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số, ta nhận thấy:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \end{cases}$$

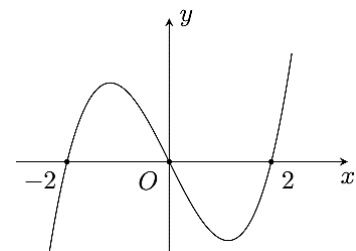
Vậy hàm số có duy nhất một đường tiệm cận đứng là đường: $x = 1$.

Đáp án A.

Câu 12. [Thông hiểu].

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- B.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- C.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Giải

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi: $f'(x) \leq 0$. Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm.

Ta có: $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên hai khoảng rời nhau: $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Đáp án D.

Câu 13. [Vận dụng].

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 + \cos x}$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$.

D. 2.

Giải

Ta có: $y^2 = 2 + (\sin x + \cos x) + 2\sqrt{1 + (\sin x + \cos x) + \sin x \cdot \cos x}$.

Đặt: $t = \sin x + \cos x, t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ (Do $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$).

Khi đó: $t^2 = (\sin^2 x + \cos^2 x) + 2\sin x \cdot \cos x = 1 + 2\sin x \cdot \cos x \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$.

Nên: $y^2 = 2 + t + 2\sqrt{1 + t + \frac{t^2 - 1}{2}} = t + 2 + 2\sqrt{\frac{t^2 + 2t + 1}{2}} = t + 2 + \sqrt{2} \cdot |t + 1|$.

Trường hợp 1: $-1 \leq t \leq \sqrt{2} \Rightarrow y^2 = t + 2 + t\sqrt{2} + \sqrt{2} \geq -1 + 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq -1(L) \end{cases}$.

Trường hợp 2: $-\sqrt{2} \leq t < -1 \Rightarrow y^2 = t + 2 - t\sqrt{2} - \sqrt{2} = (1 - \sqrt{2})t + 2 - \sqrt{2}$.

Hàm số: $y = (1 - \sqrt{2})t + 2 - \sqrt{2}$ là một hàm số giảm (Đường thẳng có hệ số góc: $k = 1 - \sqrt{2} < 0$)

Vậy $\min_{[-\sqrt{2}; -1]} y^2 = y^2(-1) = -1 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 \Rightarrow y^2 \geq 1 \Rightarrow y \geq 1$ (Do $y > 0$).

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 + \cos x}$ bằng 1.

Đáp án B.

Câu 14. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2 + 2x+1}}$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Xét hàm số: $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2 + 2x+1}}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{\sqrt{4x^2 + 2x+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{|x|\sqrt{4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}} \right) = -\frac{1}{2}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{\sqrt{4x^2 + 2x+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{|x|\sqrt{4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x\sqrt{4 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}} \right) = \frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang: $y = \pm \frac{1}{2}$.

Đáp án B.

Câu 15. [Thông hiểu].

Trong các hàm số sau, hàm số nào có 2 điểm cực tiểu:

A. $y = x^2 - 2x + 3$. B. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + \sqrt{2}x^2 + 1$. D. $y = x^4 - x^2$.

Giải

Xét các đáp án:

+)**Đáp án A:** $y = x^2 - 2x + 3$.

Hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ chính là một Parabol có hệ số $a > 0$ nên hàm số đã cho chỉ có duy nhất một điểm cực tiểu.

Loại A.

+)**Đáp án B:** $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$.

Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$ là hàm số bậc ba nên tối đa chỉ có một điểm cực tiểu.

Loại B.

+)**Đáp án C:** $y = -x^4 + \sqrt{2}x^2 + 1$.

Hàm số $y = -x^4 + \sqrt{2}x^2 + 1$ chính là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a = -1 < 0$ nên tối đa có một điểm cực tiểu duy nhất.

Loại C.

+)**Đáp án D:** $y = x^4 - x^2$.

Hàm số $y = x^4 - x^2$ chính là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a = 1 > 0$ và tích $ab = -1 < 0$ nên hàm số có dạng hình chữ W. Khi đó hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu.

Đáp án D.

Câu 16. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Giải

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$.

Và: $y'' = 2x - 2m$.

Để hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ thì:
$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \Rightarrow m = 2. \\ m > 1 \end{cases}$$

Đáp án C.

Câu 17. [Vận dụng].

Với $m \leq a$ thì hàm số $y = mx^3 - 3x^2 + (m - 2)x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + 2a + 3$.

A. 1. B. 5. C. 3. D. 2.

Giải

Xét các khả năng:

+)**Trường hợp 1:** $m > 0$: Khi đó hàm số không thể nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$. (Loại).

+)**Trường hợp 2:** $m = 0 \Rightarrow y = -3x^2 - 2x + 3$.

Hàm số là một Parabol nên có cả khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến. Thế nên hàm số không thể nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$. (Loại).

+) **Trường hợp 3:** $m < 0$.

Ta có: $y' = 3mx^2 - 6x + m - 2$.

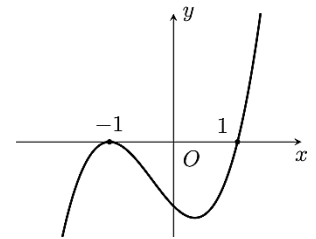
Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$, khi đó:
$$\begin{cases} a = 3m < 0 \\ \Delta' = 9 - 3m^2 + 6m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -1 \Leftrightarrow m \leq -1. \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Vậy: $a = -1 \Rightarrow T = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 3 = 2$.

Đáp án D.

Câu 18. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 2]$ tại x_0 . Giá trị x_0 bằng:



A. $x_0 = -2$. **B.** $x_0 = 2$. **C.** $x_0 = -1$. **D.** $x_0 = 1$.

Giải

Ta có: $y' = f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (NBC)} \\ x = 1 \text{ (NBL)} \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

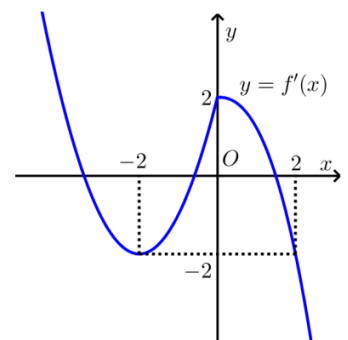
x	-2	-1		1		2	
$f'(x)$		-	0	-	0	+	
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta nhận thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất (đồng thời là cực tiểu) tại điểm $x_0 = 1$.

Đáp án D.

Câu 19. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x-1) + x^2 - 2x$ luôn tăng trong khoảng nào dưới đây?



A. $(1; 2)$. **B.** $(-1; 0)$.
C. $(-1; 1)$. **D.** $(-2; -1)$.

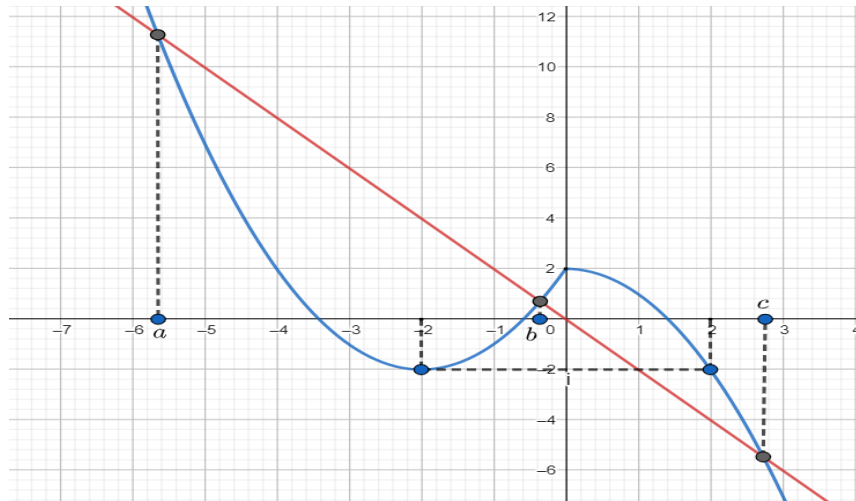
Giải

Xét hàm số: $y = f(x-1) + x^2 - 2x$.

Ta có: $y' = f'(x-1) + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(x-1) = -2(x-1)$.

Đặt: $t = x-1 \Rightarrow f'(t) = -2t$.

Vẽ đường thẳng $y = -2t$ tương giao với đồ thị hàm số $y = f(t)$.



Hàm số $y = f(x-1) + x^2 - 2x$ luôn tăng khi $y' > 0 \Rightarrow f'(t) > -2t$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} t < a < -5 \\ -1 < b < t < c < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < a < -5 \\ -1 < b < x-1 < c < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < a+1 < -4 \\ 0 < b+1 < x < c+1 < 4 \end{cases}$$

Như vậy hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; a+1), (b+1; c+1)$.

Mà: $(1; 2) \subset (b+1; c+1)$.

Vậy hàm số tăng trên khoảng $(1; 2)$.

Đáp án A.**Câu 20. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(2 - \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} - 3$?

- A.** $(-2; -1)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(2; 3)$.

Giải

Xét hàm số: $g(x) = f(2 - \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} - 3$.

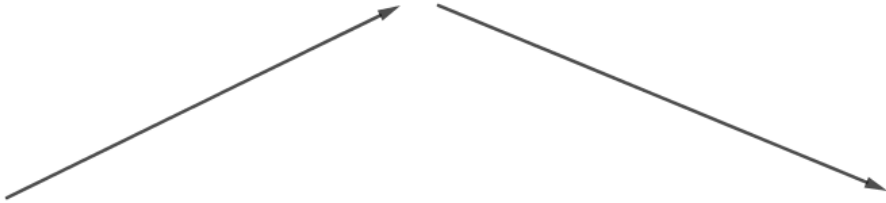
$$\text{Ta có: } g'(x) = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \left[f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) + 1 \right].$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) = -1 (*) \end{cases}$$

$$\text{Đặt: } t = 2 - \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow t^2 - 2t = -1 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\text{Suy ra: } 2 - \sqrt{x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (NBC).}$$

Bảng biến thiên:

x	0		
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$			

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Đáp án A.

HẾT

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 16 trang)

**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XI****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ_LOGARIT****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Số cực trị của hàm số $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ là:**A.** 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 4.Giải

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\sqrt{6}}{2} \\ x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f\left(\frac{-\sqrt{6}}{2}\right) = f\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{-1}{4} \\ f(0) = 2 \end{cases}$$

Vì thế hàm số có 2 cực trị.

Đáp án B.**Note:** Cực trị của hàm số, tức giá trị cực trị của hàm số.**Câu 2. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên hàm số đạo hàm như hình vẽ bên dưới. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. **D. Cả ba đều sai.**

Giải

Nhận thấy rằng hàm số có đạo hàm $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Đáp án D.

Câu 3. [Nhận biết].

GTNN của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[1; 2]$ là :

- A. -1 . B. -2 . **C. -3 .** D. -4 .

Giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có: $y' = \frac{-4}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in D$.

Do đó hàm số nghịch biến trên hai khoảng rời nhau $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$ là $f(2) = -3$.

Đáp án C.

Câu 4. [Nhận biết].

Gọi m và M lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 4$.

Giá trị của biểu thức $m - M$ trên đoạn $[0; 1]$ là:

- A. 2 .** B. -2 . C. 4 . D. -4 .

Giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 8x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	- 0	+
$f(x)$	$-\infty$	-4	-2	$-\frac{58}{27}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số.

Ta nhận thấy, trên đoạn $[0; 1]$, hàm số có giá trị nhỏ nhất $M = f(0) = -4$ và có giá trị lớn nhất $m = f(1) = -2$. Khi đó: $m - M = -2 - (-4) = 2$.

Đáp án A.

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có bậc không vượt quá 3 có bảng xét dấu của hàm số đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Số điểm cực trị tối đa của hàm số $y = f(x) + mx^2$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 4

D. 5.

Giải

Xét hàm số: $y = f(x) + mx^2$.

Ta có: $y' = f'(x) + 2mx = 0$.

Dựa vào sự tương giao ta thấy, đạo hàm là tổng của hàm đa thức bậc 2: ($y_1 = f'(x)$) với hàm đa thức bậc 1: ($y_2 = 2mx^2$).

Khi đó phương trình $y' = 0$ có nhiều nhất 2 nghiệm.

Do đó hàm số có nhiều nhất 2 cực trị.

Đáp án A.

Note: Dựa vào bảng xét dấu của hàm số đạo hàm ta dễ dàng nhận ra hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức bậc ba (Vì bậc cao nhất không quá 3 và hàm số có hai cực trị). Vì thế việc tìm số nghiệm tối đa của phương trình $f'(x) + 2mx = 0$ được quy về bài toán tìm số nghiệm tối đa của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (*). Vì phương trình (*) có tối đa hai nghiệm nên hàm số $y = f(x) + mx^2$ có tối đa 2 cực trị.

Câu 6. [Thông hiểu].

Nếu hàm số $y = x + m + \sqrt{1-x^2}$ có giá trị lớn nhất là $2\sqrt{2}$ thì giá trị của m là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Giải

Xét hàm số $y = x + m + \sqrt{1-x^2}$.

TXĐ: $D = [-1; 1]$.

Ta có: $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2} - x}{\sqrt{1-x^2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} - x = 0 \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = x \Rightarrow 1-x^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Tính các giá trị cần thiết:

$$\begin{cases} y(-1) = m - 1 \\ y\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = m \\ y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = m + \sqrt{2} = \max_{[-1;1]} y \\ y(1) = m + 1 \end{cases} \Rightarrow m + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow m = \sqrt{2}$$

Đáp án C.

Câu 7. [Thông hiểu].

Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n . Giá trị của $m + n$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Giải

Ta có: $y = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3} = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{(x+1)(x-3)}$.

Điều kiện $-2 \leq x \leq 2$ nên không tồn tại các giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{(x+1)(x-3)} = -\infty$ nên $x = -1$ là đường TCD của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 TCD và không có TCN hay $\begin{cases} m = 1 \\ n = 0 \end{cases}$.

Vậy $m + n = 1$.

Chọn A.

Note:

Phương pháp:

- **Tiệm cận đứng:** Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$

nếu nó thỏa mãn một trong 4 điều kiện sau:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow x_0^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow x_0^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow x_0^-} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow x_0^-} y = -\infty \end{cases}.$$

- **Tiệm cận ngang:** Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ nếu nó thỏa mãn một trong 2 điều kiện sau:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0 \end{cases}.$$

Chú ý khi giải:

Một số em có thể sẽ không để ý đến điều kiện $-2 \leq x \leq 2$ mà đi tìm $\lim_{x \rightarrow \pm} y = 0$ dẫn đến kết luận $y = 0$ là TCN là sai.

Câu 8. [Thông hiểu].

Tìm số nghiệm của phương trình $\log_a^2 x + \sqrt{\log_a^2 x + 1} - 5 = 0$ ($a > 1$).

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Giải

Ta có: $\log_a^2 x + \sqrt{\log_a^2 x + 1} - 5 = 0$ ($a > 1$).

$$\Leftrightarrow (\log_a^2 x + 1) + \sqrt{\log_a^2 x + 1} - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\log_a^2 x + 1} = 2 \\ \sqrt{\log_a^2 x + 1} = -3(L) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a x = \sqrt{3} \\ \log_a x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a^{\sqrt{3}} \\ x = \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} \end{cases}$$

Như vậy: Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt

Đáp án C.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$. Tính $T = x + y + z$.

A. $T = 89$.

B. $T = 98$.

C. $T = 105$.

D. $T = 88$.

Giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_2(\log_3(\log_4(x))) = 0 \\ \log_3(\log_4(\log_2(y))) = 0 \\ \log_4(\log_2(\log_3(z))) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\log_4(x)) = 1 \\ \log_4(\log_2(y)) = 1 \\ \log_2(\log_3(z)) = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4(x) = 3 \\ \log_2(y) = 4 \\ \log_3(z) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 64 \\ y = 16 \\ z = 9 \end{cases}$$

$$\rightarrow T = x + y + z = 89$$

Chọn A.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới:

x	$-\infty$	-3		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$			$\frac{113}{6}$		$-\infty$

Hàm số $y = f(-x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(1; \frac{13}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{7}{5}; \frac{17}{5}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$.

D. $(0; 1)$.

GiảiYêu cầu bài toán tương đương: $y' = (2 - 2x). f'(-x^2 + 2x) > 0 (*)$.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2 - 2x > 0 \\ f'(-x^2 + 2x) > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2 - 2x < 0 \\ f'(-x^2 + 2x) < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < 1 \\ -3 < -x^2 + 2x < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} -x^2 + 2x < -3 \\ -x^2 + 2x > 2 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < 1 \\ -1 < x < 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}.$$

Vì: $(0; 1) \in (-1; 1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.**Đáp án D.****Câu 11. [Thông hiểu].**

Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

GiảiTa có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$.Và: $y'' = 2x - 2m$ Điều kiện để hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ là:

$$\begin{cases} y'(3) = 3^2 - 6m + m^2 - 4 = 0 \\ y''(3) = 2.3 - 2.m.3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \\ 6 - 6m < 0 \end{cases} \Rightarrow m = 5.$$

Vậy có duy nhất 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.**Đáp án A.****Câu 12. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d$, $a \neq 0$ có $\min_{(-\infty; 0)} y = y(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3]$ bằng?

A. $d + 2a$.

B. $d + 8a$.

C. $d - 16a$.

D. $d - 11a$.

GiảiNếu $a > 0$: Xét $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow$ không có GTNN của hàm số trên khoảng $(-\infty; 0)$.Nếu $a < 0$: Xét $y' = 3ax^2 + c$ **Trường hợp 1:** Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép ta có BBT:

x	$-\infty$	0	$+\infty$	
y'		- -		
y	$-\infty$			$+\infty$

Hàm số không có GTNN trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Trường hợp 2: Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) ta có BBT:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$+\infty$			$-\infty$

Khi đó để hàm số có $\underset{(-\infty; 0)}{\text{Min}} y = y(-2)$ thì $\begin{cases} ac < 0 \\ x_1 = -2 \\ y(0) > y(-2) \end{cases}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) > 0 \\ d > -8a - 2c + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a + c = 0 \\ -12a > 0 \\ 8a + 2c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -12a \\ a < 0 \end{cases}$$

Khi $\begin{cases} c = -12a \\ a < 0 \end{cases}$ ta thu được hàm số: $y = ax^3 - 12ax + d$.

Hay: $y' = 3ax^2 - 12a = 3a(x^2 - 4)$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$		$y(1)$	$y(2)$	$y(3)$	$-\infty$

Khi đó $\underset{[1;3]}{\text{Max}} y = y(2) = d - 16a$.

Chọn C.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2; 2]$ để hàm số có đúng 3 điểm cực trị là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Ta xét hàm số: $y = f(x) = x^4 - 2mx^2$, có: $y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

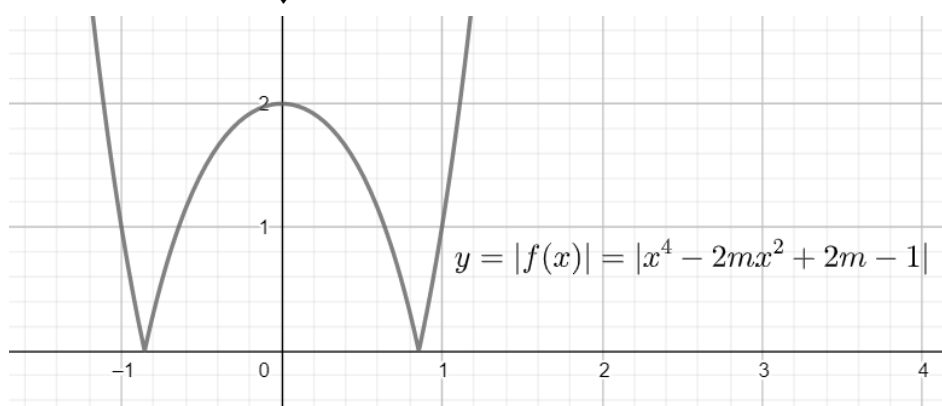
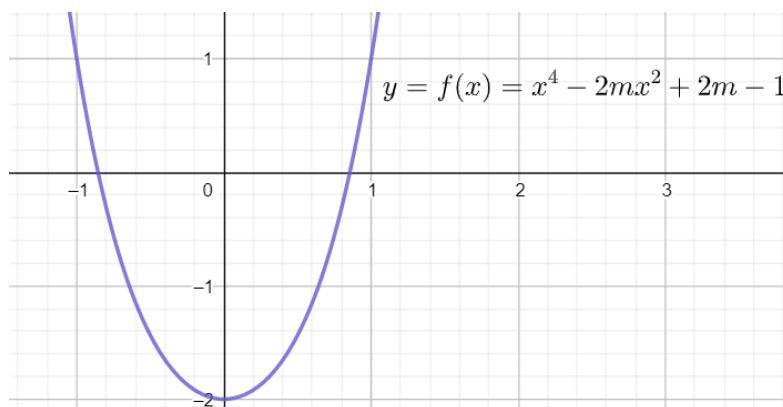
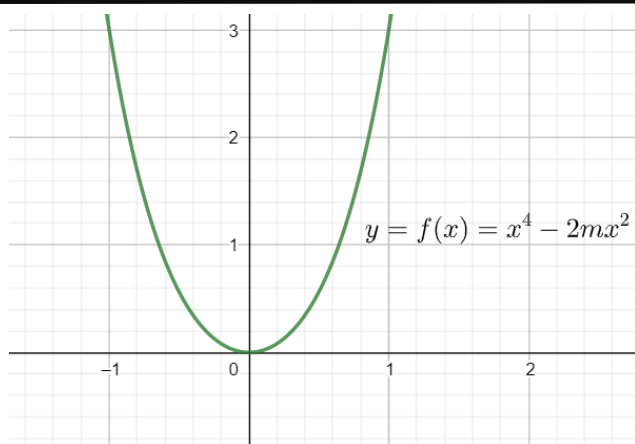
Ta xét các trường hợp:

Trường hợp 1: Hàm số $y = f(x) = x^4 - 2mx^2$ có đúng một cực trị là 0 tức là $m \leq 0$.

(Vì hàm số bậc bốn trùng phương có một cực trị khi và chỉ khi tích $ab \geq 0$).

Do đó hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$ có ba cực trị khi $2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

Minh họa bằng hình vẽ bên dưới:



Vậy: $m = \{-2; -1; 0\}$.

Trường hợp 2: Hàm số $y = f(x) = x^4 - 2mx^2$ có đúng 3 điểm cực trị lần lượt là:

$x = -\sqrt{m}, x = 0, x = \sqrt{m}$ tức là $m > 0$. Do đó hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$ có ba cực trị

khi $y_{CT} = y(-\sqrt{m}) = y(\sqrt{m}) = -m^2 + 2m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn).

Vậy qua hai trường hợp trên ta thấy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Đáp án D.

Câu 14. [Vận dụng].

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ tại một điểm x_0 thuộc $(0; 2)$?

A. $0 < m < 1$.

B. $m > 1$.

C. $m < 0$.

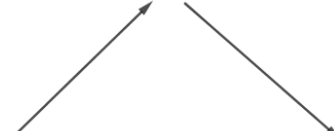
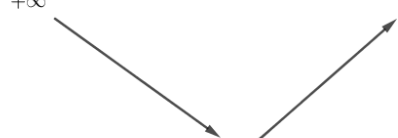
D. $-1 < m < 1$.

Giải

Điều kiện để hàm số liên tục: $x \neq -m \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 0 \\ -m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \end{cases}.$

Xét đạo hàm: $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x+m)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m-1 \\ x = -m+1 \end{cases}.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-m-1$	$-m$	$-m+1$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		$-\infty$		$+\infty$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy bài toán thỏa yêu cầu khi và chỉ khi:

$$-m < 0 < -m+1 < 2 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Đáp án A.**Câu 15. [Vận dụng].**

Cho hàm số $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 10]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số nhỏ hơn -2 là:

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Giải

Ta có: $y \cos x + 2y = 1 - m \sin x \Leftrightarrow y \cos x + m \sin x = 1 - 2y.$

Điều kiện có nghiệm của phương trình đối với $\sin x$ và $\cos x$.

$$y^2 + m^2 \geq (1 - 2y)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{1 + 3m^2}}{3}.$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của y là: $\min y = \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3}.$

Yêu cầu bài toán tương đương với:

$$\frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} < -2 \Leftrightarrow \sqrt{1 + 3m^2} > 8 \Leftrightarrow 3m^2 + 1 > 64 \Leftrightarrow m^2 > 21 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{21} \\ m < -\sqrt{21} \end{cases}.$$

Suy ra: $m = \{5; 6; 7; 8; 9; 10\}.$

Kết hợp với điều kiện bài cho ta thấy có 6 giá trị m thỏa mãn.

Đáp án C.

Note: Điều kiện có nghiệm của phương trình: $a \sin x + b \cos x = c$ là: $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Câu 16. [Vận dụng].

Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x^2+x+1}$ trên $\mathbb{R}$ nhỏ hơn hoặc bằng 1 là:

A. $m \leq 1$.

B. $m \geq 1$.

C. $m < 0$.

D. $m > 2$.

Giải

Do giá trị lớn nhất của hàm số nhỏ hơn hoặc bằng 1 nên: $y = \frac{x+m}{x^2+x+1} \leq 1$.

$$\Leftrightarrow x+m \leq x^2+x+1 \Leftrightarrow x^2+1 \geq m \Leftrightarrow m \leq \min_{\mathbb{R}}(x^2+1) \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Đáp án A.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(a; b)$ với $a > 1$ là điểm thuộc (C) . Biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{OIB} = 8S_{OIA}$, (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận).
Tính giá trị của $S = a + 4b$.

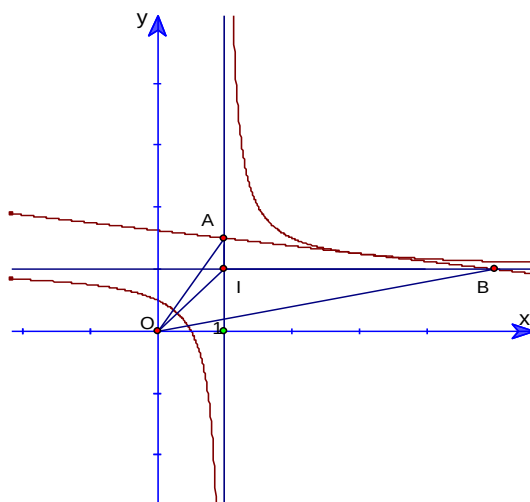
A. $S = 8$.

B. $S = \frac{17}{4}$.

C. $S = \frac{23}{4}$.

D. $S = 2$.

Giải



Cách 1:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 1$.

Ta có: $y' = \frac{-2}{(2x-2)^2}, \forall x \neq 1$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại $M(a; b)$ với $a > 1$ có dạng:

$$y = \frac{-2}{(2a-2)^2}(x-a) + \frac{2a-1}{2a-2}$$

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} y = \frac{-2}{(2a-2)^2}(x-a) + \frac{2a-1}{2a-2} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow A\left(1; \frac{a}{a-1}\right)$$

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} y = \frac{-2}{(2a-2)^2}(x-a) + \frac{2a-1}{2a-2} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(2a-1; 1)$$

Diện tích ΔIOB là: $S_{\Delta IOB} = \frac{1}{2} IB \cdot IO \cdot \sin BIO$

Diện tích ΔIOA là: $S_{\Delta IOA} = \frac{1}{2} IA \cdot IO \cdot \sin AIO$

Khi đó: $S_{OIB} = 8S_{OIA} \Leftrightarrow \frac{1}{2} IB \cdot IO \cdot \sin BIO = 8 \cdot \frac{1}{2} IA \cdot IO \cdot \sin AIO$ (do $BIO = AIO$)

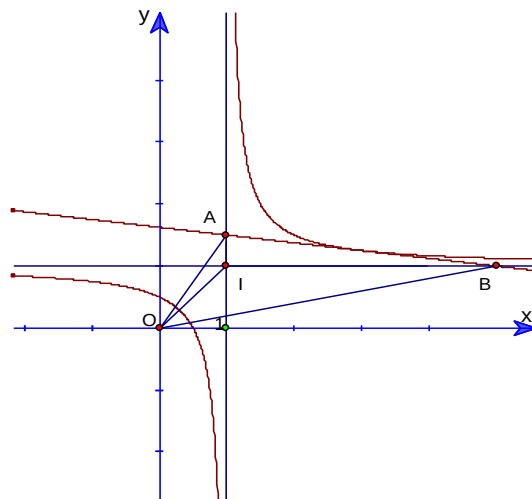
$$\Leftrightarrow IB = 8IA \Leftrightarrow IB^2 = 64IA^2 \Leftrightarrow (2a-2)^2 + (1-1)^2 = 64 \left[(1-1)^2 + \left(\frac{a}{a-1} - 1 \right)^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow (2a-2)^2 = \frac{64}{(a-1)^2} \Leftrightarrow (a-1)^4 = 16 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=2 \\ a-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-1 \end{cases} (L)$$

Vậy $M\left(3; \frac{5}{4}\right)$.

Suy ra: $S = a + 4b = 3 + 4 \cdot \frac{5}{4} = 8$.

Cách 2: Tư duy hình



Ta có:

$$S_{OIB} = 8S_{OIA} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot BI = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot IA \Leftrightarrow BI = 8AI$$

$$\Leftrightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{1}{8} \Rightarrow \tan(\angle ABI) = \frac{1}{8} \Rightarrow \tan \alpha = \tan(180^\circ - \angle ABI) = -\tan(\angle ABI) = -\frac{1}{8}$$

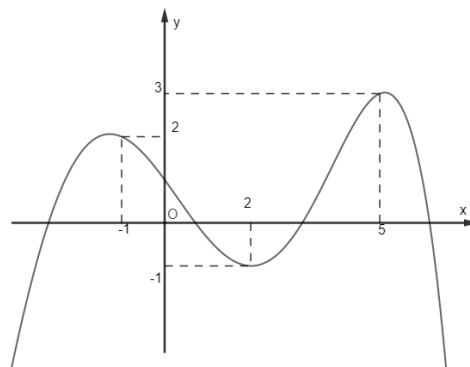
Mặt khác:

$$y'(a) = \tan \alpha = -\frac{1}{8} \Leftrightarrow -\frac{2}{(2x-2)^2} = -\frac{1}{8} \Leftrightarrow (2x-2)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3(TM) \\ x=-1(L) \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=3; b=\frac{5}{4} \Rightarrow S = a + 4b = 8$$

Chọn A.**Câu 18. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Biết rằng trên đoạn $[-1; 5]$ hàm số có giá trị lớn nhất là 3 và giá trị nhỏ nhất là -1,

$$f(4) = 0, f(39) = -\frac{13}{5}.$$

Có bao nhiêu m nguyên để GTLN của $g(x) = |f(x)| + |f(|x^2 - 10x + 24| + 4)| + m$ không lớn hơn 7 trên đoạn $[-1; 5]$?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Giải

Ta đặt: $h(x) = |f(x)| + |f(|x^2 - 10x + 24| + 4)|$.

Xét hàm số $y = |f(x)|$, ta thấy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của nó lần lượt là 3 và 0, đạt tại $x = 5$ và $x = 4$.

Tương tự, ta xét hàm $k(x) = f(|x^2 - 10x + 24| + 4)$.

$$\text{Ta có: } k'(x) = \frac{(2x-10) \cdot (x^2-10x+24)}{|x^2-10x+24|} \cdot f'(|x^2-10x+24|+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-10=0 \\ x^2-10x+24=0 \\ |x^2-10x+24|+4=2 \\ |x^2-10x+24|+4=5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-10=0 \\ x^2-10x+24=0 \\ |x^2-10x+24|=-2(VN) \\ |x^2-10x+24|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=4 \\ x=6(L) \\ x^2-10x+23=0 \\ x^2-10x+25=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=5 \\ x=5+\sqrt{2}(L) \\ x=5-\sqrt{2} \\ x=5(NBC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=5 \\ x=5-\sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} k(-1) = f(39) = -\frac{13}{5} \\ k(4) = f(4) = 0 \\ k(5-\sqrt{2}) = f(5) = 3 \\ k(5) = f(5) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \min_{[-1;5]} |k(x)| = |k(4)| = 0 \\ \max_{[-1;5]} |k(x)| = |k(5)| = 3 \end{cases}$$

thì ta cũng có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của nó lần lượt là 3 và 0, đạt tại $x=5$ và $x=4$.
 Vậy: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $h(x)$ lần lượt là 6 và 0 tại $x=5, x=4$ (Lưu ý, ta xét trên đoạn $[-1;5]$).

Khi đó:
$$\begin{cases} \max_{[-1;5]} g(x) = |m| \\ \max_{[-1;5]} g(x) = |m+6| \end{cases}$$

Để $\max_{[-1;5]} g(x) \leq 7$ thì ta cần có:
$$\begin{cases} |m| \leq 7 \\ |m+6| \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow -7 \leq m \leq 1.$$

Vậy có 9 giá trị nguyên của m .

Đáp án C.

Câu 19. [Vận dụng cao]

Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 2m + 1|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất.

Giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{-3}{2}; -1\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; 2\right)$. C. $[-1; 0]$. D. $(0; 1)$.

Giải

Ta xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Và:
$$\begin{cases} y(0) = 1 = \max_{[0;2]} y \\ y(2) = -3 = \min_{[0;2]} y \end{cases}$$

thì ta thấy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 1 và -3 . Do đó

$$\max_{[0;2]} y = \max \{|2m+1|, |2m-3|\}.$$

Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: $|2m+1| \geq |2m-3| \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$. Thế thì $\max_{[0;2]} y = |2m+1|$. Do $m \geq \frac{1}{2}$ nên

$$|2m+1| \geq 2.$$

Trường hợp 2: $|2m+1| < |2m-3| \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$. Thế thì $\max_{[0;2]} y = |2m-3|$. Do $m < \frac{1}{2}$ nên

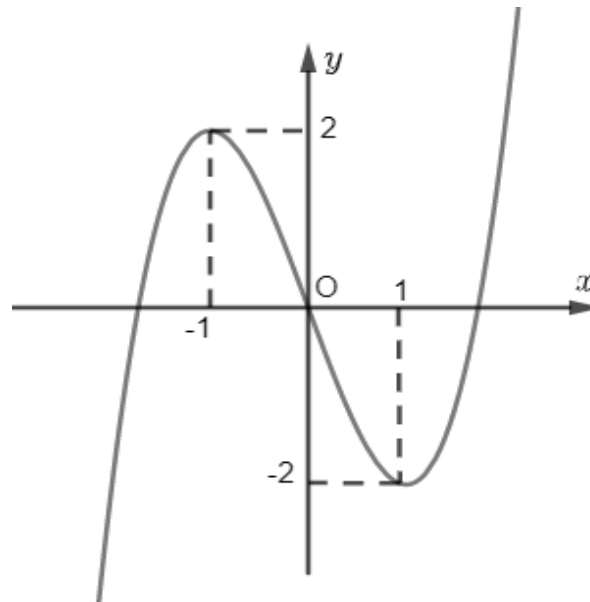
$$|2m-3| > 2.$$

Qua hai trường hợp trên ta thấy giá trị $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn.

Đáp án D.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \left| f(f(|x|)) - |x| \right|$ là:

A. 15.

B. 17.

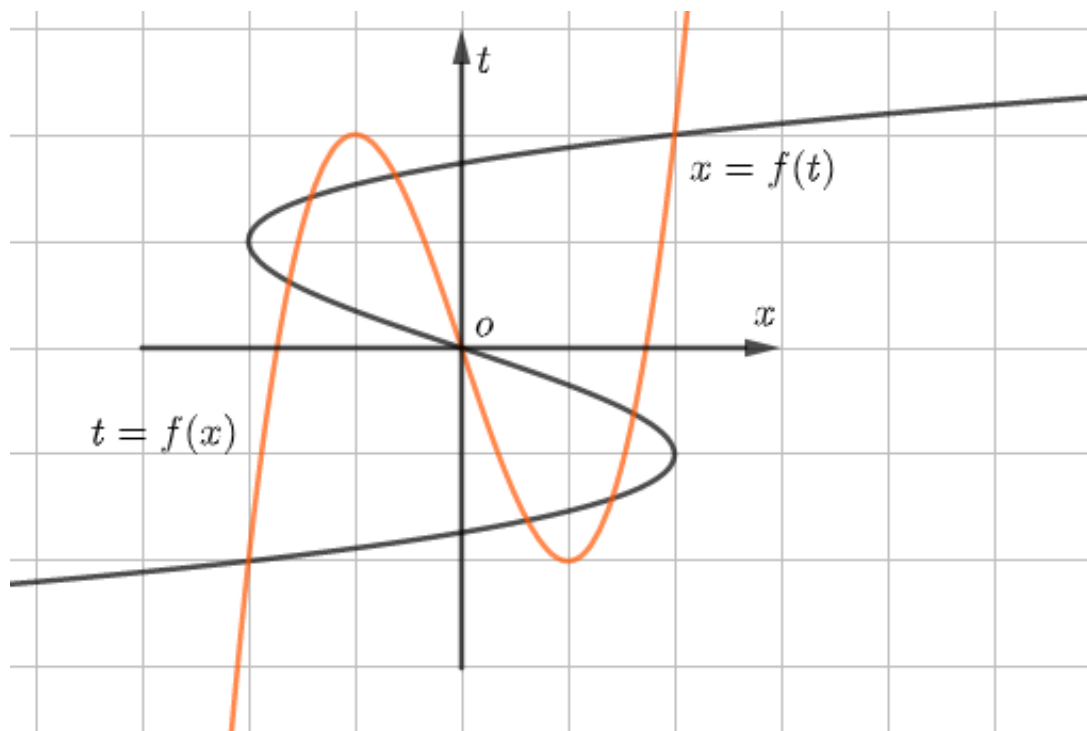
C. 18.

D. 19.

Giải

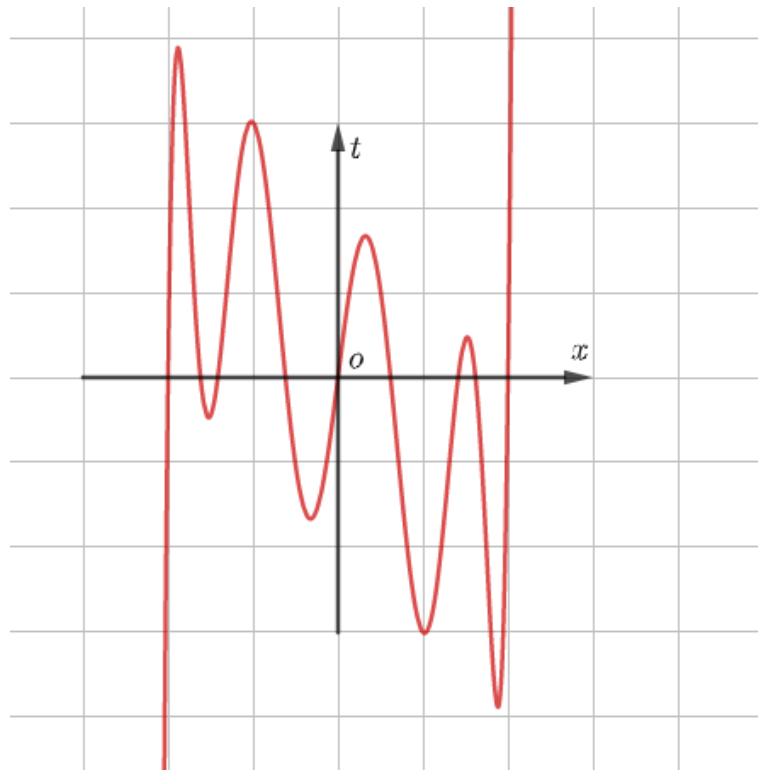
Đặt $k(x) = f(f(x)) - x$ và $t = f(x)$. Bây giờ ta xét số nghiệm của phương trình

$k(x) = 0 \Leftrightarrow f(t) = x$. Để khảo sát ta xét tương giao hàm $f(x)$ và hàm $f(t)$ trên hệ trục tọa độ Oxt .



Trong đó đường màu cam là đồ thị $t = f(x)$.

Từ đồ thị ta thấy được chúng có 9 giao điểm tức là phương trình $k(x) = 0$ có 9 nghiệm và $k(x)$ là đa thức bậc 9 nên buộc có 8 cực trị. Trong đó có 4 nghiệm dương, 4 nghiệm âm và một nghiệm bằng 0. Ta có thể phác họa đồ thị $y = k(x)$ như sau:



Rõ ràng $y = k(x)$ không chỉ có 4 nghiệm dương mà còn có 4 cực trị dương nên hàm $g(x) = |k(|x|)|$ có $2 \cdot 4 + 1 = 17$ điểm cực trị.

Đáp án B.

Note:

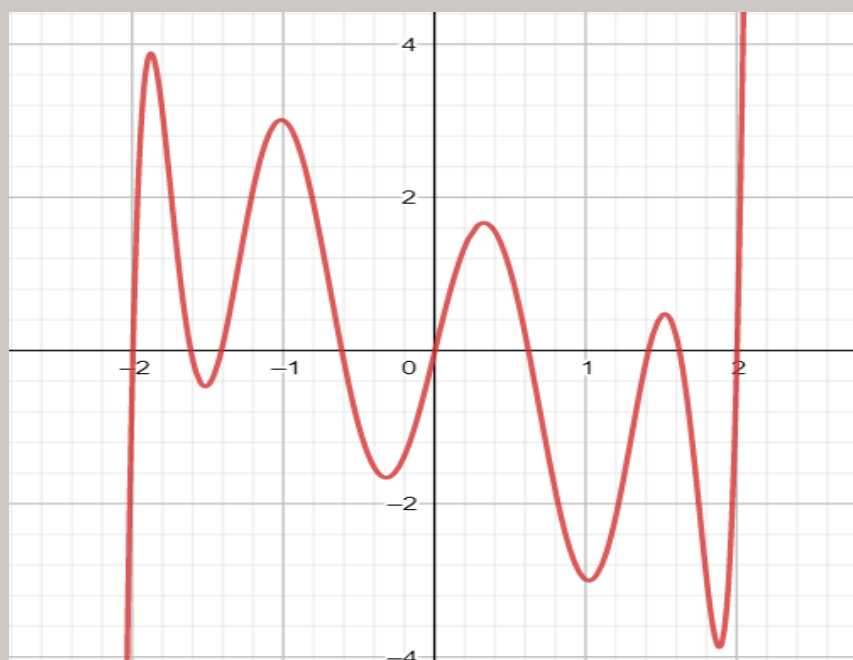
Cách 1:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có n điểm cực trị dương thì hàm số $y = f(|x|)$ có tất cả $S = 2n + 1$ điểm cực trị.

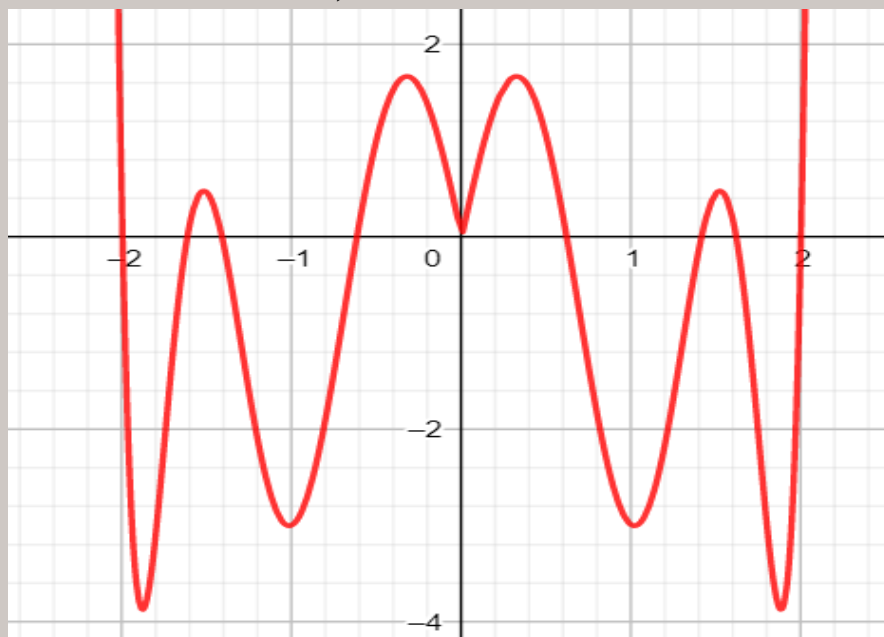
Giả sử hàm số $y = f(x)$ có m điểm cực trị và phương trình $f(x) = 0$ có n nghiệm bội lẻ thì hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả $S = m + n$ điểm cực trị.

Cách 2:

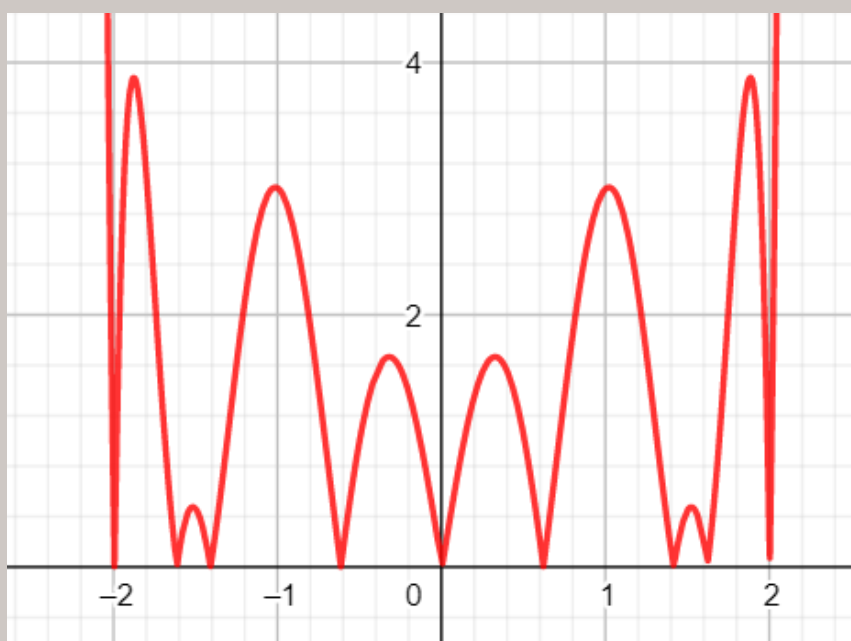
Phác họa đồ thị hàm số: $y = k(x)$.



Khi đó đồ thị hàm số: $y = k(|x|)$ có được bằng cách lấy đối xứng phần bên phải trục tung sang trái (Bỏ phần đồ thị bên trái trục hoành). Minh họa như hình vẽ.



Tiếp đó, đồ thị hàm số: $y = |k(|x|)|$ có được bằng cách giữ lấy phần đồ thị nằm trên trục tung và lấy đối xứng phần đồ thị nằm ở dưới trục tung lên phía trên. Minh họa bằng đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Như vậy hàm số $y = |f(f(|x|)) - |x||$ có tất cả 17 cực trị.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)



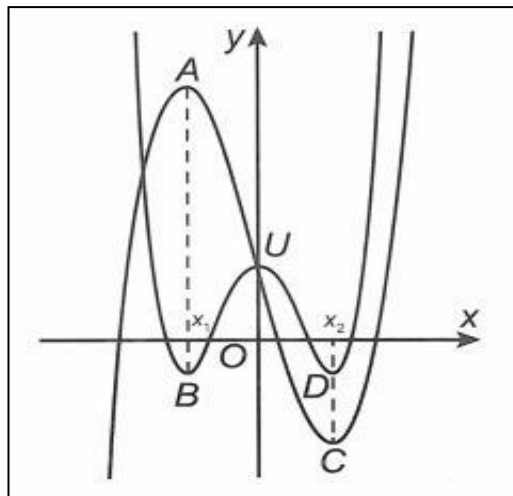
Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Vận dụng cao].

Cho đồ thị hàm số $(C_1): y = f(x) = x^4 + ax^2 + b$ và đồ thị hàm số $(C_2): y = g(x) = x^3 + mx + p$ như hình vẽ bên dưới. Gọi B, D là 2 điểm cực tiểu của (C_1) và A, C lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của (C_2) (A, C đối xứng nhau qua $U \in Oy$). Biết hoành độ của A, B bằng nhau và hoành độ của C, D bằng nhau. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $AB \leq 3$?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

GiảiTa có: $f'(x) = 4x^3 + 2ax$.

$$\text{Suy ra: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B\left(-\sqrt{-\frac{a}{2}}; b - \frac{a^2}{4}\right) \\ U(0; b) \\ D\left(\sqrt{-\frac{a}{2}}; b - \frac{a^2}{4}\right) \end{cases}.$$

Và $g'(x) = 3x^2 + m$.

$$\text{Suy ra: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-m}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{-\frac{m}{3}} \\ x = \sqrt{-\frac{m}{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\left(-\sqrt{-\frac{m}{3}}; p - \frac{2m}{3}\sqrt{-\frac{m}{3}}\right) \\ C\left(\sqrt{-\frac{m}{3}}; p + \frac{2m}{3}\sqrt{-\frac{m}{3}}\right) \end{cases}.$$

Theo đề bài ta có $a, m < 0$ và $x_D = x_C \Leftrightarrow \frac{-a}{2} = \frac{-m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}a$.

Mặt khác: $f(0) = g(0) \Leftrightarrow b = p$.

Khi đó: $y_B = f\left(-\sqrt{\frac{-a}{2}}\right) = b - \frac{a^2}{4}$; $y_A = g\left(-\sqrt{-\frac{m}{3}}\right) = p - \frac{2m}{3}\sqrt{-\frac{m}{3}} = b - a\sqrt{\frac{-a}{2}}$.

Ta có: $AB = |y_A - y_B| = \left|\frac{a^2}{4} + 2\frac{-a}{2} \cdot \sqrt{\frac{-a}{2}}\right| = t^4 + 2t^3$ trong đó $t = \sqrt{\frac{-a}{2}} > 0$.

Xét $AB \leq 3 \Leftrightarrow t^4 + 2t^3 \leq 3 \Leftrightarrow t \leq 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{-a}{2}} \leq 1 \Leftrightarrow a \geq -2$.

Do $a < 0$ nên $a \in \{-2; -1\}$.

Note: dựa vào đồ thị ta có $b = p$ và $m = 0$.

Khi đó: $(C_2): y = x^3 + nx + b$

Ta cần tìm tung độ của điểm A và B (theo a).

Đáp án A.

Câu 2. [Vận dụng cao].

Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có góc bằng 30° ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Ta có $y' = 8x^3 - 8mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

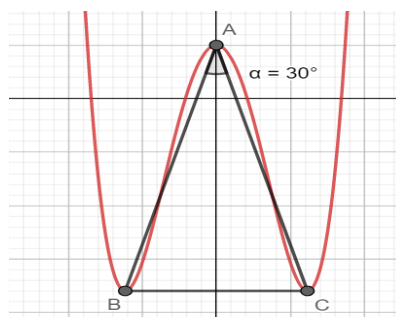
Hàm số có ba cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(-\sqrt{m}; -2m^2 + 1)$, $C(\sqrt{m}; -2m^2 + 1)$.

$\Rightarrow AB^2 = AC^2 = m + 4m^4$, $BC = 2\sqrt{m}$.

Do đó tam giác ABC cân tại A .

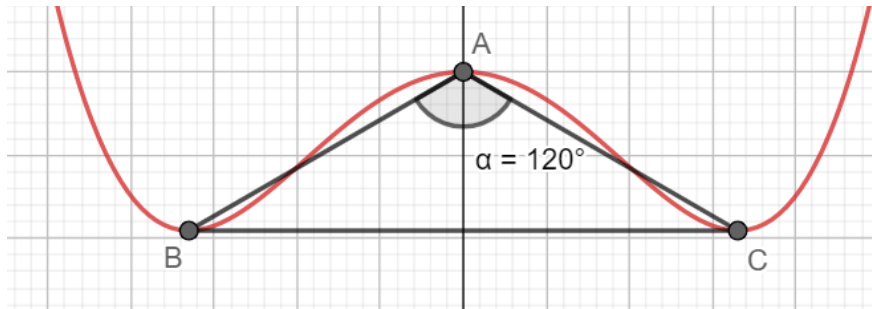
Trường hợp 1: $BAC = 30^\circ$.



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos BAC &= \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB^2} \Leftrightarrow \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2AB^2 - BC^2}{2AB^2} \Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})AB^2 = BC^2 \\ &\Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})(m + 4m^4) = 4m \Leftrightarrow 4(2 - \sqrt{3})m^3 = 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{\frac{2 + \sqrt{3}}{8 - 4\sqrt{3}}}. \text{ (Do } m > 0). \end{aligned}$$

Phương trình này có đúng một nghiệm thực.

Trường hợp 2: $ABC = 30^\circ$.



$$\text{Khi đó: } \cos ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC^2}{2AB \cdot BC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{2AB} \Rightarrow BC = AB\sqrt{3}.$$

$$\text{Mà: } BC = \sqrt{3} \cdot AB \Leftrightarrow 3AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow 3m + 12m^4 = 4m \Leftrightarrow 12m^3 = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{\sqrt[3]{12}}.$$

Phương trình này có đúng một nghiệm thực.

Qua cả hai trường hợp thì ta có tất cả 2 giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị lập thành một tam giác có một góc bằng 30° .

Đáp án B.

Note: Đề yêu cầu ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có một góc bằng 30° khi đó ta có thể có hai khả năng, hoặc là góc ở đỉnh, hoặc là góc ở đáy bằng 30° .

Câu 3. [Vận dụng].

Biết đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 4mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị A (thuộc trục tung) và B, C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{AB \cdot AC}{BC^4}$ là:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{16}$.

Giải

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 8mx; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}.$$

Hàm số có ba cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

$$\text{Khi đó tọa độ ba điểm cực trị là } \begin{cases} A(0;1) \\ B(-\sqrt{m}; -2m^2 + 1) \\ C(\sqrt{m}; -2m^2 + 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB = AC = \sqrt{m + 4m^4}, \quad BC = 2\sqrt{m}.$$

$$T = \frac{AB \cdot AC}{BC^4} = \frac{m + 4m^4}{16m^2} = \frac{1}{16} \left(\frac{1}{m} + 4m^2 \right) = \frac{1}{16} \left(\frac{1}{2m} + \frac{1}{2m} + 4m^2 \right) \geq \frac{1}{16} \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2m} \cdot \frac{1}{2m} \cdot 4m^2} = \frac{3}{16}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{1}{2m} = 4m^2 \Rightarrow m = \frac{1}{2} > 0$.

Đáp án D.

Câu 4. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 + 2x^2)(x^3 - 2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = |f(1 - 2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

A. 9.

B. 2018.

C. 2021.

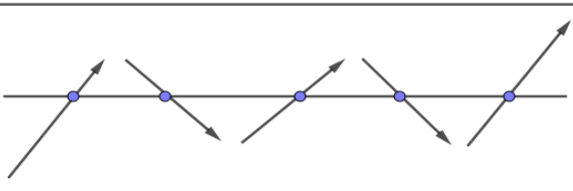
D. 2022.

Giải

Ta có: $f'(x) = x^3(x+2)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$.

Do đó hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị là $x = 0; x = -2; x = \pm\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$.

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$									

Suy ra $f(x) = 0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt. Do đó hàm số $y = |f(x)|$ có tối đa $4 + 5 = 9$ điểm cực trị.

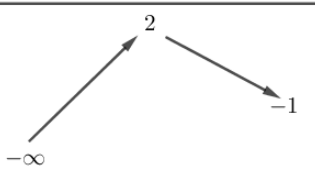
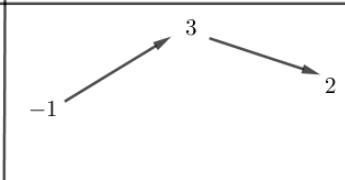
Mặt khác số điểm cực trị hàm số $y = |f(1 - 2018x)|$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$. Do đó hàm số $y = |f(1 - 2018x)|$ có tối đa 9 điểm cực trị.

Đáp án A.

Note: Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ và số điểm cực trị của hàm số $y = f(ax + b)$ là như nhau. Điều đó cũng đúng đối với hàm số: $y = |f(x)|$ và hàm số $y = |f(ax + b)|$. Do hàm số $y = f(ax + b)$ thực chất là hàm số $y = f(x)$ qua các phép co giãn đồ thị và tịnh tiến đồ thị sang ngang (trái, phải). Nên sẽ không làm ảnh hưởng đến số cực trị hàm trị tuyệt đối.

Câu 5. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$						

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Giải

*Từ bảng biến thiên, ta dễ dàng suy ra đồ thị $y = |f(x)|$ bằng hai bước sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị $y = f(x)$ phía trên Ox .
- Với phần đồ thị $y = f(x)$ phía dưới Ox , ta lấy đối xứng qua trục Ox .

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	-1	3	2
$ f(x) $	$+\infty$	2	0	0	3	2

Dựa vào bảng biến thiên mở rộng, ta thấy đồ thị có 5 điểm cực trị.

Đáp án A.

Note:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có hai điểm cực trị. Mặt khác nếu ta kẻ đường thẳng $y = 0$, thì đường thẳng sẽ tương giao với đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt khác $x = \pm 1$. Minh họa như hình vẽ.

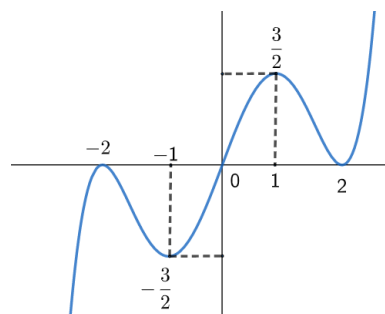
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	-1	3	2

Vậy hàm số: $y = |f(x)|$ có tất cả 5 điểm cực trị.

Câu 6. [Vận dụng].

Cho hàm số đa thức bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm

số $y = \frac{\sqrt{x-1}(x^2-3x+2)}{2f^2(x)-3f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A.1.

B. 2.

C. 3.

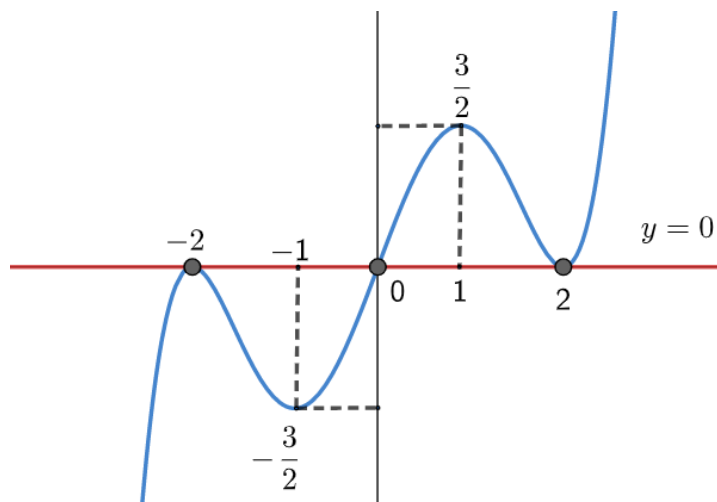
D. 4.

Giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \geq 1 \\ f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq \frac{3}{2} \end{cases} . \text{ Xét } 2f^2(x) - 3f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \quad (1) \\ f(x) = \frac{3}{2} \quad (2) \end{cases} .$$

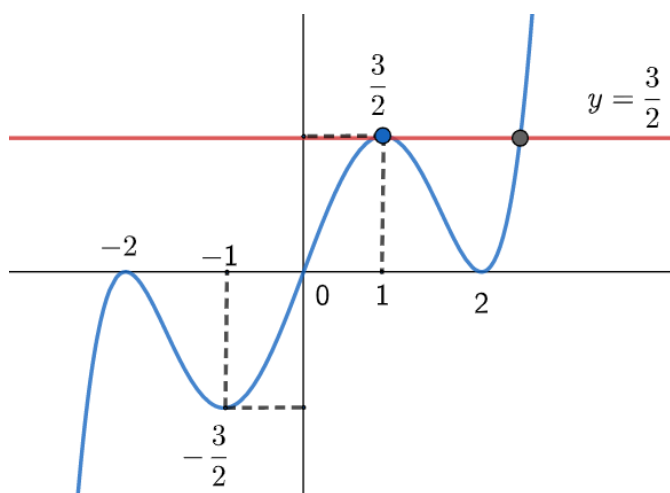
$$(i) \text{ Phương trình (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (loại)} \\ x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (nghiệm kép)} \end{cases} .$$

Minh họa bằng hình vẽ:



$$(ii) \text{ Phương trình (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = a \text{ (} a \in (2;3) \text{)} \end{cases} .$$

Minh họa bằng hình vẽ:



Vậy đồ thị hàm số có ba tiệm cận đứng $x = 1; x = 2; x = a$.

Đáp án C.

Note: Lý do đường thẳng $x = 1, x = 2$ không là đường tiệm cận đứng do ở tử số ta có bậc của biểu thức $(x-1)$ là $\frac{3}{2}$ nhỏ hơn bậc của biểu thức $(x-1)$ ở mẫu là 2 (Nghiệm bội chẵn).

Điều tương tự đối với $x = 2$. Bậc ở tử của biểu thức $(x-2)$ nhỏ hơn bậc của biểu thức $(x-2)$ ở mẫu. Lưu ý: $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$.

Câu 7. [Thông hiểu].

Giá trị cực đại của hàm số $f(m) = m - 2\sqrt{m^2 + 1}$ là số nào dưới đây?

A. $m = \frac{3}{\sqrt{3}}$.

B. $m = \frac{-3}{\sqrt{3}}$.

C. $m = \frac{-\sqrt{3}}{3}$.

D. $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

GiảiTXĐ: $D = \mathbb{R}$.Ta có: $f'(m) = 1 - \frac{2m}{\sqrt{m^2 + 1}}$.

$$f'(m) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 1} = 2m \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \geq 0 \\ m^2 + 1 = 4m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ 3m^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

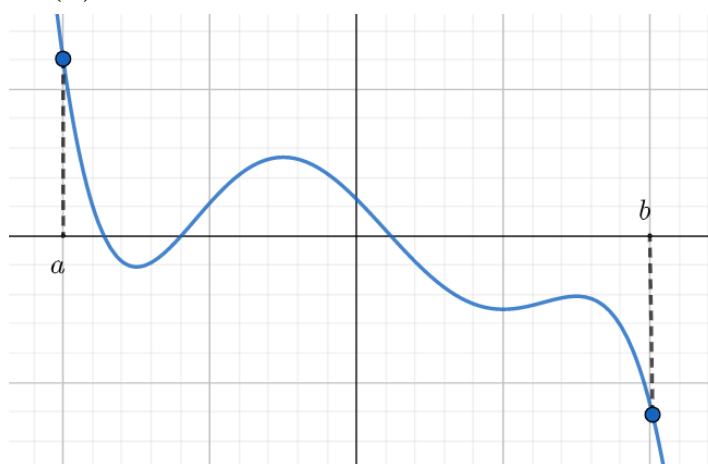
Bảng biến thiên:

m	$-\infty$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
$f'(m)$	+	0	-
$f(m)$	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$-\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$ và đại giá trị cực đại của hàm số $f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\sqrt{3}$.

Đáp án B.

Câu 8: Cho đồ thị $y = f(x)$ là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ:



Số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ trên đoạn $(a; b)$ với trục tung là:

A.1.

B.3.

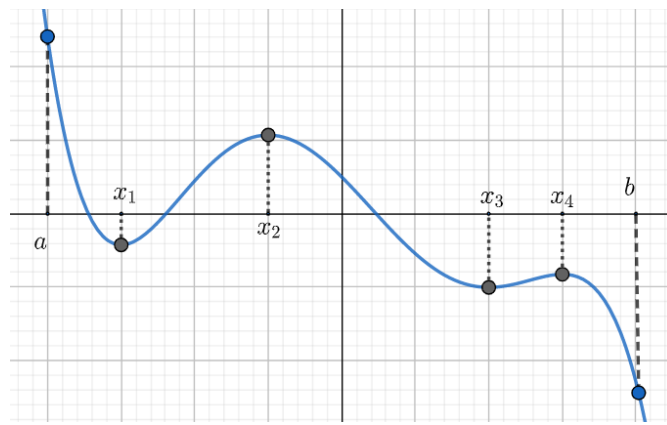
C.4.

D.5.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Gọi: $x = x_1, x = x_2, x = x_3, x = x_4$ lần lượt là bốn điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.



Bảng biến thiên hàm số $y = f'(x)$.

x	$-\infty$	x_1	x_2	0	x_3	x_4	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	0	0	$f(0)$	0	0	$-\infty$

Tại $x = 0$ thì ta có số giao điểm là 1. Giao điểm đó chính là điểm $A(0; f(0))$.

Đáp án A.

Note: Bởi vì đồ thị hàm đa thức luôn có dạng: $y = f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + cx + d$.

Suy ra: $y = f'(x) = nax^{n-1} + (n-1)bx^{n-2} + \dots + c$

Nên số giao điểm của hàm số $y = f'(x)$ với trục tung $x = 0$ luôn là một vì: $f'(0) = c = \text{const}$.

Câu 9. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Dễ thấy, hàm số có 3 điểm cực trị là $x = -1, x = 2, x = 3$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng đạo hàm không xác định tại điểm $x = 0$, và

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = m > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = n < 0 \end{cases} \quad (\text{Đạo hàm đổi dấu khi đi qua điểm } x = 0).$$

Hơn thế nữa, hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tại $x = 0$, hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục.

Vậy hàm số có tất cả 4 điểm cực trị.

Đáp án D.

Câu 10. [Nhận biết].

Tập xác định của hàm số $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ là?

- A. $D = [-2; 2]$. B. $D = [-1; 1] \setminus \{0\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Giải

Hàm số đã cho xác định khi $\frac{1}{x}$ xác định hay $x \neq 0$.

Đáp án D.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(m) = Am^4 + Bm^2 + C$ với $AB < 0$.

Hàm số $y = f(m)$ có tất cả bao nhiêu điểm uốn và hàm số $y = f''(m)$ có mấy lần đổi dấu?

- A. 2 và 3. B. 2 và 2. C. 4 và 3. D. 4 và 4.

Giải

Ta có: $f'(m) = 4Am^3 + 2Bm$ và $f''(m) = 12Am^2 + 2B$.

Do $AB < 0$ nên phương trình $f''(m) = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

$$f''(m) = 0 \Leftrightarrow 12Am^2 + 2B = 0 \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{-\frac{B}{6A}}.$$

Bảng xét dấu mở rộng $f''(m)$:

m	$-\infty$	$-\sqrt{-\frac{B}{6A}}$	$\sqrt{-\frac{B}{6A}}$	$+\infty$	
$f''(m)$	Cùng dấu với hệ số A	0	Trái dấu với hệ số A	0	Cùng dấu với hệ số A
$f(m)$	Lồi hoặc lõm	Điểm uốn	Lõm hoặc lồi	Điểm uốn	Lồi hoặc lõm

Dựa vào bảng xét dấu mở rộng, ta thấy hàm số $y = f(m)$ có 2 điểm uốn là $m = \pm \sqrt{-\frac{B}{6A}}$ và hàm số $y = f''(m)$ có 2 lần đổi dấu khi qua điểm uốn.

Đáp án B.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và các phát biểu sau:

- (1) Hàm số có 2 đường tiệm cận.
- (2) Hàm số có 2 điểm cực trị.
- (3) Hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.
- (4) Hàm số nhận đường thẳng $y = 1$ làm tiệm cận ngang.
- (5) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- (6) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1]$ và $[1; +\infty)$.

Hỏi có bao nhiêu phát biểu sai?

A.3.

B.4.

C.5.

D.6.Giải

Xét từng phát biểu:

Phát biểu (1): Sai, vì ta không có định nghĩa đường tiệm cận của hàm số (Chỉ có định nghĩa đường tiệm cận của đồ thị hàm số).

Phát biểu (2): Sai, vì hàm nhất biến (Hàm đa thức bậc nhất trên bậc nhất), hoặc luôn đồng biến, hoặc luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định nên không có điểm cực trị.

Phát biểu (3): Sai, vì ta không có định nghĩa đường tiệm cận của hàm số (Chỉ có định nghĩa đường tiệm cận của đồ thị hàm số).

Phát biểu (4): Sai, vì ta không có định nghĩa đường tiệm cận của hàm số (Chỉ có định nghĩa đường tiệm cận của đồ thị hàm số).

Phát biểu (5): Sai, vì ta không có định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến trên một tập có chứa phép toán $\cup, \cap, \setminus$.

Phát biểu (6): Sai, vì ta không có định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến trên một tập có chứa phép toán $\cup, \cap, \setminus$.

Đáp án D.**Câu 13. [Nhận biết].**

Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$.

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.B. $(1; +\infty)$.C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.D. $(-\infty; -1)$.Giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Đáp án C.

Note: Xét hàm số $y = [f(x)]^\alpha$.

Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ thì điều kiện xác của hàm số là: $D = \mathbb{R}$.

Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^-$ thì điều kiện xác định của hàm số là: $f(x) \neq 0$.

Nếu $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ thì điều kiện xác định của hàm số là: $f(x) > 0$.

Câu 14. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(a)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

a	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+ 0 -			- 0 +	

Mệnh đề nào sau đây đúng đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Giải

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng:

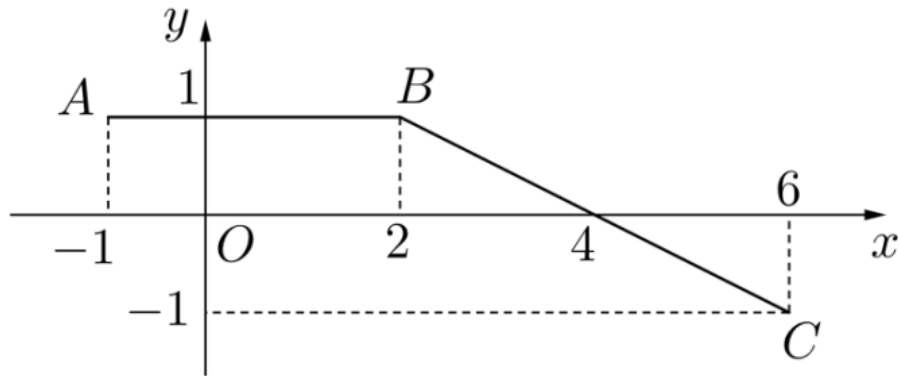
Hàm số đồng biến trên hai khoảng rời nhau: $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên hai khoảng rời nhau: $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

Đáp án D.

Câu 15. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình vẽ bên dưới.



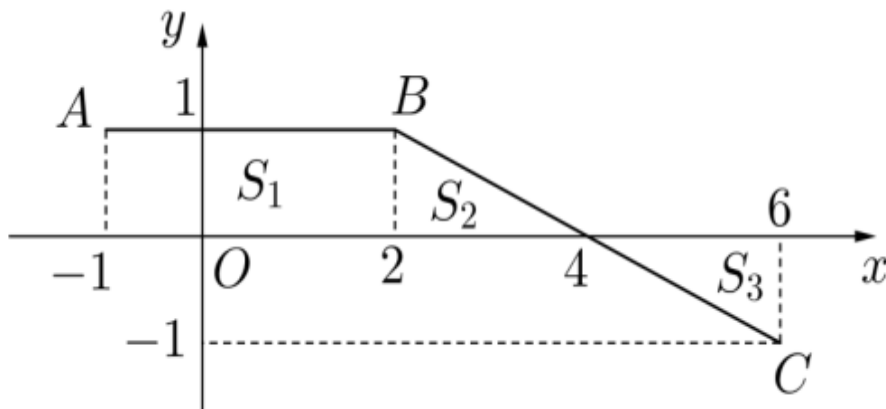
Biết $F(x)$ nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -2$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 8.

Giải

Dựa vào hình vẽ ta có:

$$F(6) - F(-1) = \int_{-1}^6 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx = S_1 + S_2 - S_3 = 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 3$$

$$\Rightarrow F(6) = 3 + F(-1) = 3 + (-2) = 1$$

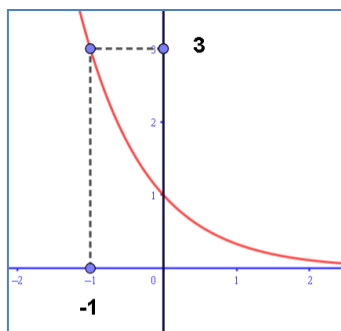
$$F(4) - F(-1) = \int_{-1}^4 f(x) dx = S_1 + S_2 = 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 4 \Rightarrow F(4) = 4 + F(-1) = 4 + (-2) = 2$$

$$F(4) + F(6) = 2 + 1 = 3$$

Đáp án A.

Câu 16. [Nhận biết].

Đồ thị dưới đây có thể là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = 3^x$.

B. $y = (\sqrt{3})^x$.

C. $y = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Giải

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy:

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 3)$.

Loại A, B, C.

Đáp án D.

Câu 17. [Nhận biết].

Kí hiệu K là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Giả sử hàm số $y = f(m)$ xác định trên K .

Chọn đáp án không đúng.

A. $y = f(m)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 < m_2 \Rightarrow f(m_1) < f(m_2)$.

B. $y = f(m)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 > m_2 \Rightarrow f(m_1) < f(m_2)$.

C. $y = f(m)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 < m_2 \Rightarrow f(m_1) > f(m_2)$.

D. $y = f(m)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow m_1, m_2 \in K : m_1 > m_2 \Rightarrow f(m_1) < f(m_2)$.

Giải

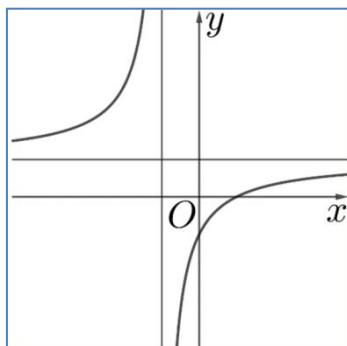
Đáp án B sai, vì:

Nếu $y = f(m)$ là một hàm đồng biến trên K thì $m_1, m_2 \in K : m_1 > m_2 \Rightarrow f(m_1) > f(m_2)$.

Đáp án B.

Câu 18. [Nhận biết].

Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq -1$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

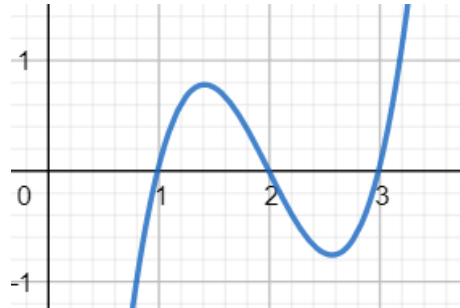
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: Hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

$$\Rightarrow y' > 0, \forall x \neq -1.$$

Đáp án B.

Câu 19. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(m)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ:



Biết hàm số $y = f'(m)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $[1; 3]$ tại m_0 . Giá trị của biểu thức:

$$S = m_0 + \left(\frac{5m_0 + m_0^2 + 2}{m_0^3} \right) + m_0^4 + \sqrt{\left(\frac{m_0^2 + m_0^3 + m_0}{4\sqrt[3]{4m_0} - 1} \right)^2 \cdot (4\sqrt[3]{4m_0} - 1)^2 \cdot (5m_0 + 1)^2 \cdot (m_0^3 + m_0^2 + \ln(e))^2}$$

là?

A. $S = 2019$.

B. $S = 2020$.

C. $S = 2021$.

D. $S = 2022$.

Giải

Xét hàm số $y = f(x)$.

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

m	1	2	3
$f'(m)$	0	+	0
$f(m)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(m)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $m_0 = 2$.

Khi đó:

$$S = 2 + \left(\frac{5 \cdot 2 + 2^2 + 2}{2^3} \right) + 2^4 + \sqrt{\left(\frac{2^2 + 2^3 + 2}{4\sqrt[3]{4 \cdot 2} - 1} \right)^2 \cdot (4\sqrt[3]{4 \cdot 2} - 1)^2 \cdot (5 \cdot 2 + 1)^2 \cdot (2^3 + 2^2 + \ln(e))^2} = 2022$$

Đáp án D.

Câu 20. [Thông hiểu].

Một vật chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vật

bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $v = 35(m/s)$. B. $v = 12(m/s)$. C. $v = 37(m/s)$. **D. $v = 36(m/s)$.**

Giải

Ta có: $v(t) = S'(t) = -t^2 + 12t$.

$$v'(t) = -2t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 6$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} v(0) = 0 \\ v(6) = 36 = \max_{[0;7]} v(t) \\ v(7) = 35 \end{cases}$$

Vì vậy: vận tốc lớn nhất mà vật có thể đạt được bằng $36(m/s)$.

Đáp án D.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)

**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XIII****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Điểm $M(1;1)$ là giao điểm của cặp đồ thị hàm số nào trong các cặp hàm số sau đây?

- A.** Đồ thị hàm số $y = x^4$ và đồ thị hàm số $y = x^{\frac{1}{4}}$.
- B.** Đồ thị hàm số $y = 4^x$ và đồ thị hàm số $y = 1$.
- C.** Đồ thị hàm số $y = \log_4 x$ và đồ thị hàm số $y = 1$.
- D.** Đồ thị hàm số $y = x^4 + 1$ và đồ thị hàm số $x = 1$.

Giải**Xét từng đáp án:**+) **Đáp án A:** Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 = x^{\frac{1}{4}} (*)$.ĐKXD: $x > 0$.

$$(*) \Leftrightarrow x^{16} = x \Leftrightarrow x^{16} - x = 0 \Leftrightarrow x(x^{15} - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (L) \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy điểm: } A(1;1) = (P) \cap (Q), \left((P): y = 4^x, (Q): y = x^{\frac{1}{4}} \right).$$

Chọn A.+) **Đáp án B:** Phương trình hoành độ giao điểm: $4^x = 1 \Rightarrow x = 0 \neq 1$.**Loại B.**+) **Đáp án C:** Phương trình hoành độ giao điểm: $\log_4 x = 1 \Rightarrow x = 4 \neq 1$.**Loại C.**

+) **Đáp án D:** Ta có: $y = x^4 + 1 = 1^4 + 1 = 2 \neq 1$.

Loại D.

Đáp án A.

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$?

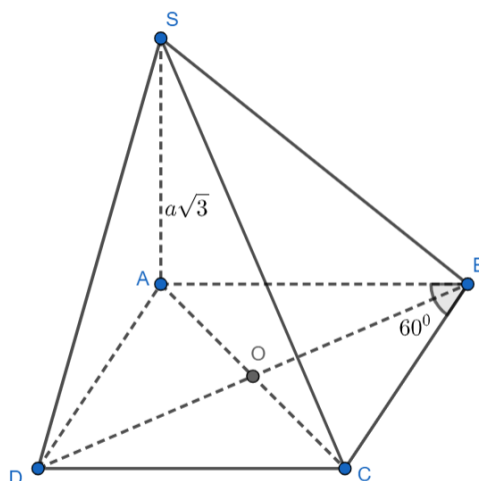
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{4}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Giải



Vì tứ giác $ABCD$ là hình thoi có $ABC = 60^\circ$. Nên hình thoi $ABCD$ được ghép bởi hai tam giác đều $\triangle ABC$ và $\triangle ACD$ bằng nhau. Khi đó: $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp: $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$.

Đáp án C.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x) = \sin x + |x-1|$. Xét hai khẳng định sau

(1) Hàm số trên có đạo hàm tại $x=1$.

(2) Hàm số liên tục tại $x=1$.

Trong hai khẳng định trên

A. Chỉ có (1) đúng. **B.** Chỉ có (2) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

Giải

Xét từng khẳng định:

Khẳng định (1) là một khẳng định sai.

Hàm số $f(x) = \sin x + |x-1|$ không có đạo hàm tại $x=1$ vì $y = |x-1|$ không có đạo hàm tại $x=1$.

Khẳng định (2) là một khẳng định đúng.

Hàm số $f(x) = \sin x + |x-1|$ liên tục trên $\mathbb{R}$ do $y = \sin x$ và $y = |x-1|$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đáp án B.**Note:****Giải thích vì sao hàm số $y = |x-1|$ không có đạo hàm tại $x=1$?**Xét hàm số $y = |x-1|$.

$$\text{Ta có: } y = |x-1| = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ 1-x, & x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra: } y' = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ -1, & x < 1 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = |x-1|$ không có đạo hàm tại $x=1$ (Do $-1 \neq 1$).**Giải thích vì sao hàm số $y = |x-1|$ liên tục trên $\mathbb{R}$?**

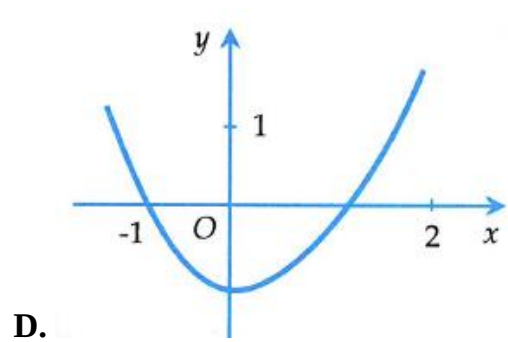
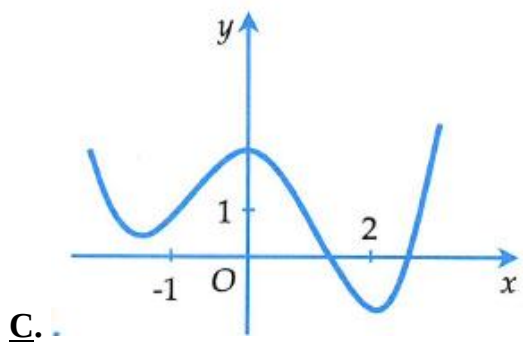
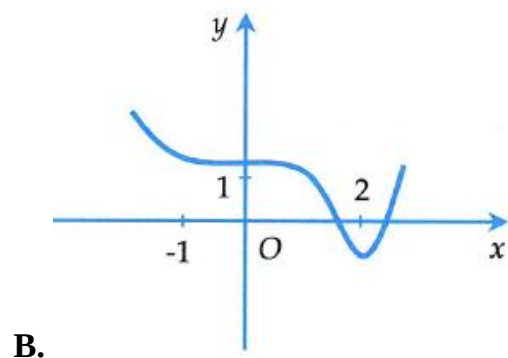
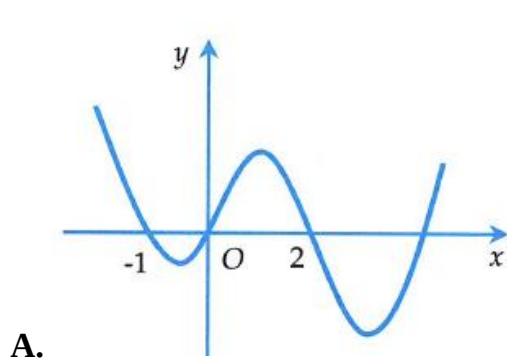
Ta có: $y = |x-1| = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ 1-x, & x < 1 \end{cases}$. Nên hàm số liên tục trên hai khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Hay hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Xét tại điểm $x=1$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^-} |x-1| = \lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x) = |1-1| = 0.$$

Nên hàm số liên tục tại $x=1$.Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.**Câu 4. [Nhận biết].**

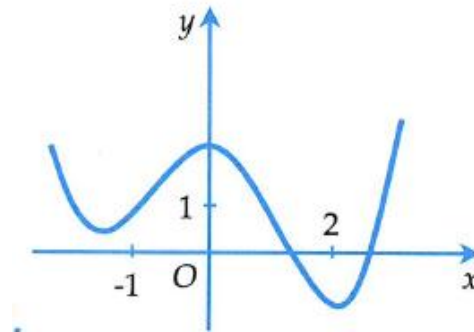
Một trong các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0) = 0$ và $f''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

GiảiTa có: $f''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Suy ra: $f''(0) < 0$.

Như vậy theo giả thuyết ta có: $\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f''(0) < 0 \end{cases}$.

Do vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

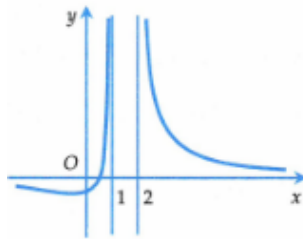
Trong bốn hình vẽ chỉ thấy đồ thị hàm số ở hình 3 thỏa mãn tính chất trên:



Đáp án C.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus [1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số như hình vẽ, ta thấy rằng: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \end{cases}$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = 0$ làm tiệm cận ngang và hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 2$ làm tiệm cận đứng.

Đáp án B.

Câu 6. [Nhận biết].

Gọi M, N là hai giao điểm của đường thẳng $d: y = x - 1$ và đường cong $(C): y = \frac{2x-1}{x+7}$.

Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

A. -1.

B. 2.

C. 1.

D. -2.

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x - 1 = \frac{2x-1}{x+7} (*)$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-7\}$.

$(*) \Leftrightarrow (x-1)(x+7) = 2x-1 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 7 = 2x-1 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 6 = 0$.

Vì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khác -7 . (Do $\begin{cases} ac = 1 \cdot (-6) = -6 < 0 \\ (-7)^2 + 4 \cdot (-7) - 6 = 15 \neq 0 \end{cases}$).

Do vậy: Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

$$x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2.$$

Đáp án D.

Câu 7. [Thông hiểu].

Đặt $a = \ln 2, b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

- A.** $I = -2(a-b)$. **B.** $I = 2(a+b)$. **C.** $I = -2(a+b)$. **D.** $I = 2(a-b)$.

Giải

Xét biểu thức: $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$.

Ta có: $I = \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \ln \left(\frac{1}{100} \right) = \ln \left(\frac{1}{2^2 \cdot 5^2} \right) = \ln (2^{-2} \cdot 5^{-2})$

$\Leftrightarrow I = \ln (2^{-2}) + \ln (5^{-2}) = -2 \ln 2 - 2 \ln 5 = -2(\ln 2 + \ln 5) = -2(a+b)$.

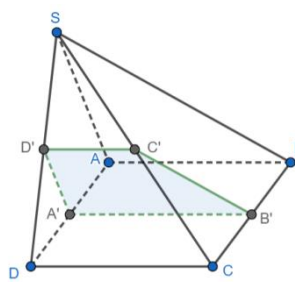
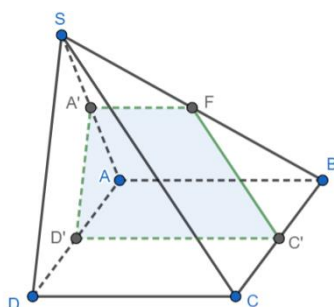
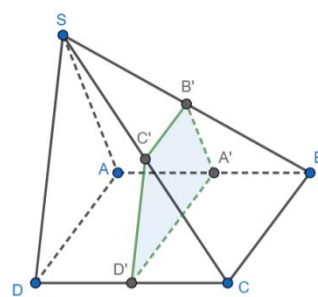
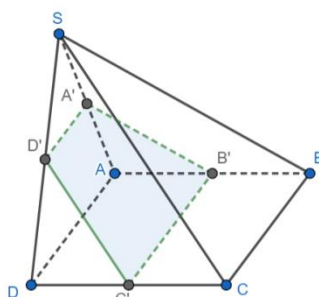
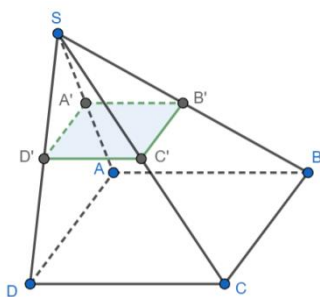
Đáp án C.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

- A.** 1 mặt phẳng. **B.** 2 mặt phẳng. **C.** 4 mặt phẳng. **D.** 5 mặt phẳng.

Giải



Vậy có tất cả 5 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án D.

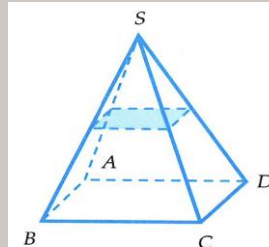
Note:

Một mặt phẳng cách đều hai điểm khi và chỉ khi mặt phẳng này song song với đường thẳng đi qua hai điểm đó hoặc cắt đường thẳng đi qua hai điểm đó tại trung điểm của chúng.

Mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D, S nên cả năm điểm này không thể nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (P) . Ta xét các trường hợp sau:

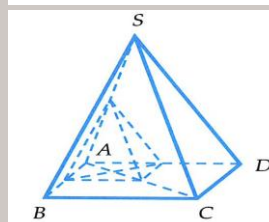
Trường hợp 1: Có một điểm nằm khác phía so với 4 điểm còn lại.

+) Nếu điểm đó là điểm S thì mặt phẳng (P) phải đi qua trung điểm của SA, SB, SC, SD và ta xác định được một mặt phẳng (P) (Hình 1).



Hình 1

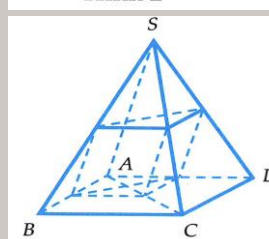
+) Nếu điểm đó là điểm A thì mặt phẳng (P) phải đi qua trung điểm của các cạnh AS, AB, AD, AC . Không thể xác định được mặt phẳng (P) như vậy vì 4 điểm đó tạo thành một tứ diện. Tương tự đối với các điểm còn lại B, C, D (Hình 2).



Hình 2

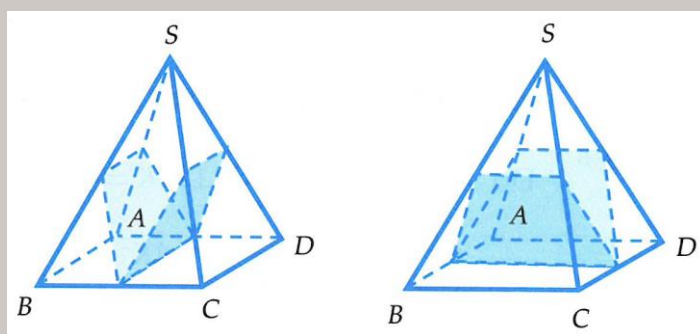
Trường hợp 2: Có 2 điểm nằm khác phía so với 3 điểm còn lại.

+) Nếu hai điểm này là A và S thì mặt phẳng (P) phải đi qua trung điểm của các cạnh AB, AC, AD, SB, SC, SD . Không thể xác định được mặt phẳng (P) vì 6 điểm này tạo thành một hình lăng trụ. Tương tự, 2 điểm này không thể là các cặp S và B, S và C, S và D (Hình 3).



Hình 3

+) Nếu hai điểm này là A và B, A và D, B và C, C và D thì mỗi trường hợp ta xác định được một mặt phẳng.



Như vậy có 5 mặt phẳng (P) thỏa mãn bài toán.

Câu 9. [Thông hiểu].

Tổng các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = |\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 3|$ là?

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Giải

Xét hàm số: $y = |\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 3|$.

Ta có: $y = |\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 3| = |\sqrt{3} \sin 2x - (\cos 2x + 1) + 3| = |\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x + 2|$.

$$\Leftrightarrow y = \left| 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) + 2 \right| = \left| 2 \left[\sin 2x \cdot \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) - \cos 2x \cdot \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \right] + 2 \right| = 2 \left| \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) + 1 \right|.$$

Vì $-1 \leq \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) \leq 1$ nên $0 \leq 1 + \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) \leq 2$ do đó: $0 \leq y \leq 4$.

$$\text{Nên: } \begin{cases} \max y = 4 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \min y = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}.$$

Vậy: $\max y + \min y = 4 + 0 = 4$.

Đáp án A.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm cạnh SC . Gọi α là số đo của góc hợp bởi hai đường thẳng AM và SB . Khi đó $\cos \alpha$ bằng?

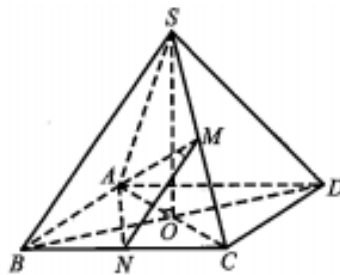
A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{15}$.

Giải



Gọi N là trung điểm của BC .

Do MN là đường trung bình của tam giác $\triangle SBC$ nên $MN \parallel SB$.

Suy ra: $(AM, SB) = (AM, MN)$.

Ta có: $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

$$\text{Mặt khác: } AN = \sqrt{AB^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Một cách tương tự: } AM = \sqrt{SA^2 + SM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Và: } MN = \frac{1}{2} SB = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } \cos AMN = \frac{MA^2 + MN^2 - AN^2}{2MA \cdot MN} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4} - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

Đáp án A.**Câu 11. [Thông hiểu].**

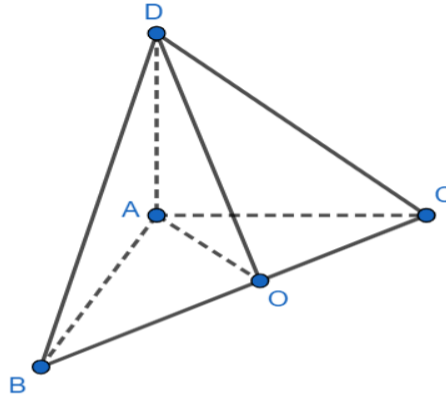
Cho tứ diện $ABCD$ có $BAC = CAD = DAB = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$, $AD = 3$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) là?

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Giải

Gọi O là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh BC .

Khi đó: $DO \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAO)$.

Ta có: $\frac{1}{OA^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{1^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow OA = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Suy ra: $OD = \sqrt{OA^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 3^2} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) là $AOD \Rightarrow \cos AOD = \frac{OA}{OD} = \frac{2}{7}$.

Đáp án A.**Câu 12. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$. Chọn mệnh đề đúng nhất :

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.

Giải

Vì: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \end{cases}$ nên đường $y = -3$ và đường $y = 3$ là hai đường tiệm cận ngang của đồ

thị hàm số $y = f(x)$.

Đáp án C.

Note: Ta không thể nào kết luận đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận đứng vì đề bài không nói rõ hàm số có xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ hay không?

Câu 13. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu đa thức bậc ba $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mà trong đó các hệ số a, b, c, d tùy ý và các hệ số đó thuộc tập $\{-3; -2; 0; 2; 3\}$?

- A. 20. B. 96. C. 625. **D. 500.**

Giải

Có 4 cách chọn hệ số a vì $a \neq 0$. Có 5 cách chọn hệ số b , 5 cách chọn hệ số c , 5 cách chọn hệ số d . Theo yêu cầu bài toán, ta có tất cả $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$ đa thức.

Đáp án D.

Câu 14. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 2$ có hai điểm cực trị nằm hai phía đối với trục hoành?

- A. 2. **B. 7.** C. 3. D. 9.

Giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 6x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = -m + 2 \\ f(2) = -6 - m \end{cases}.$$

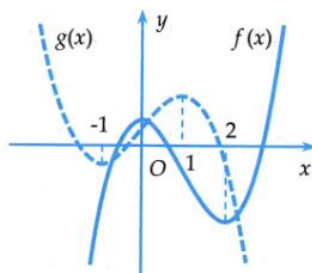
Đồ thị hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 2$ có hai điểm cực trị nằm hai phía đối với trục hoành $\Leftrightarrow f(0) \cdot f(2) < 0 \Leftrightarrow -6 < m < 2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên ta có $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1\}$.

Đáp án B.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng hai hàm số $y = f(-2x+1)$ và $y = 3g(ax+b)$, $(a, b \in \mathbb{Q})$ có cùng khoảng đồng biến. Khi đó giá trị của biểu thức $a+2b$ bằng?

- A. $a+2b=3$. B. $a+2b=4$. **C. $a+2b=2$.** D. $a+2b=6$.

Giải

* Quan sát đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; +\infty)$.

Khi đó $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ và $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

Đặt $y = h(x) = f(-2x+1)$ thì $h'(x) = -2f'(-2x+1)$.

Hàm số $y = h(x) = f(-2x+1)$ đồng biến khi:

$$h'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(-2x+1) < 0 \Leftrightarrow 0 < -2x+1 < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}.$$

Suy ra hàm số $y = h(x) = f(-2x+1)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Ta cũng thấy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1), (1; +\infty)$ và hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Suy ra: $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$ và $g'(x) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$

Đặt $y = k(x) = 3g(ax+b)$ thì $y = k'(x) = 3ag'(ax+b)$.

Hàm số $y = k(x) = 3g(ax+b)$ đồng biến khi $k'(x) = 3ag'(ax+b) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ g'(ax+b) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ -1 < ax+b < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \frac{-1-b}{a} < x < \frac{1-b}{a} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ g'(ax+b) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \begin{cases} ax+b < -1 \\ ax+b > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \begin{cases} x > \frac{-1-b}{a} \\ x < \frac{1-b}{a} \end{cases} \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = k(x) = 3g(ax+b)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{-1-b}{a}; \frac{1-b}{a}\right)$ nếu $a > 0$;

Và hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1-b}{a}\right)$ và $\left(\frac{-1-b}{a}; +\infty\right)$ nếu $a < 0$.

Do hai hàm số $y = h(x) = f(-2x+1)$ và hàm số $y = k(x) = 3g(ax+b)$ có cùng khoảng đồng

biến là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên: $\begin{cases} a > 0 \\ \frac{-1-b}{a} = -\frac{1}{2} \\ \frac{1-b}{a} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a-2b = 2 \\ a+2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$. Vậy $a+2b = 2+2.0 = 2$.

Đáp án C.

Note: Từ bài toán bên, ta rút ra lý thuyết sau:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và **đồng biến (nghịch biến)** trên khoảng $(a; b)$ thì:

Hàm số $y = f(mx+n)$ **đồng biến (nghịch biến)** trên khoảng $\left(\frac{a-n}{m}; \frac{b-n}{m}\right)$ khi $m > 0$.

Khi hàm số $y = f(mx + n)$ **ngịch biến (đồng biến)** trên khoảng $\left(\frac{b-n}{m}; \frac{a-n}{m}\right)$ khi $m < 0$.

Câu 16. [Vận dụng].

Phương trình $2021^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trên $[-2021\pi; 2021\pi]$?

- A. Vô nghiệm. B. 2022. C. 4043. D. 4042.

Giải

Phương trình tương đương với: $2021^{\sin x} = \sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x}$.

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ thì phương trình trở thành $2021^t = t + \sqrt{1 + t^2}$ (*).

Lấy logarit cơ số 2021 hai vế

$$(*) \Leftrightarrow t \cdot \ln 2021 - \ln(t + \sqrt{1 + t^2}) = 0, \text{ do } t + \sqrt{1 + t^2} > \sqrt{t^2} + t = |t| + t \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Xét hàm số $f(t) = t \cdot \ln 2021 - \ln(t + \sqrt{1 + t^2})$ trên $[-1; 1]$.

$$\Rightarrow f'(t) = \ln 2021 - \frac{1 + \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}}{t + \sqrt{1+t^2}} = \ln 2021 - \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} = \frac{\sqrt{t^2+1} \cdot \ln 2021 - 1}{\sqrt{1+t^2}} > \frac{\ln 2021 - 1}{\sqrt{1+t^2}} > 0, \forall t \in [-1; 1].$$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$. Nên nếu phương trình $f(t) = 0$ có nghiệm thì đó là nghiệm duy nhất.

Mà $f(0) = 0$ nên phương trình $f(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm $t = 0$.

Như vậy: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. Vì $x \in [-2021\pi; 2021\pi]$ nên $-2021 \leq k \leq 2021$.

Vậy có tất cả $2021 - (-2021) + 1 = 4043$ giá trị k nên phương trình đã cho có 4043 nghiệm thực trên $[-2021\pi; 2021\pi]$.

Đáp án C.

Câu 17. [Vận dụng].

Phương trình tiếp tuyến của elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tại điểm $(x_0; y_0)$ là?

- A. $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$. B. $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$. C. $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = -1$. D. $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = -1$.

Giải

Phương trình tiếp tuyến của elip tại điểm $(x_0; y_0)$ là: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

$$\text{Từ } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ đạo hàm hai vế theo biến } x \text{ ta được: } \frac{2x}{a^2} + \frac{2y \cdot y'}{b^2} = 0 \Leftrightarrow y' = -\frac{b^2 x}{a^2 y}.$$

$$\text{Suy ra: } y'(x_0) = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}.$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(x_0; y_0)$ là

$$y = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow a^2 y_0 y = -b^2 x_0(x - x_0) + a^2 y_0^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 y_0 y + b^2 x_0 x = b^2 x_0^2 + a^2 y_0^2 \quad (1)$$

Chia cả hai vế của (1) cho a^2b^2 ta được $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} \Leftrightarrow \frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

Đáp án A.

Câu 18. [Vận dụng].

Giá trị thực của tham số a, b để hàm số: $y = \begin{cases} (3a-1)\sin x + b\cos x, & x < 0 \\ a\sin x + (3-2b)\cos x, & x > 0 \end{cases}$ là hàm số lẻ là?

A. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$

Giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra: $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Với $x < 0$ thì $f(x) = (3a-1)\sin x + b\cos x$ và với $x > 0$ thì $f(x) = a\sin x + (3-2b)\cos x$

Để hàm số lẻ thì hàm số thỏa mãn hai điều kiện sau:

Trường hợp 1: $\forall x < 0 \Rightarrow \begin{cases} -x > 0 \\ x < 0 \end{cases}$.

Để hàm số là hàm số lẻ thì: $f(-x) = -f(x), (*)$.

$$(*) \Leftrightarrow a\sin(-x) + (3-2b)\cos(-x) = -[(3a-1)\sin x + b\cos x] \Leftrightarrow (2a-1)\sin x + (3-b)\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=0 \\ 3-b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

Trường hợp 1: $\forall x > 0 \Rightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ x > 0 \end{cases}$.

Để hàm số là hàm số lẻ thì: $f(-x) = -f(x), (*)$.

$$(*) \Leftrightarrow (3a-1)\sin(-x) + b\cos(-x) = -[a\sin x + (3-2b)\cos x] \Leftrightarrow (1-2a)\sin x + (3-b)\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2a=0 \\ 3-b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy: $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$

Đáp án A.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x-10 & \text{khi } x > 2021 \\ f(f(x+11)) & \text{khi } x \leq 2021 \end{cases}$.

Tính giá trị của biểu thức $f(1) + f(3) + \dots + f(2021)$?

A. 2034123.

B. 2032120.

C. 3024132.

D. 2034132.

Giải

Ta có: $f(2021) = f(f(2021+11)) = f(f(2032)) = f(2032-10) = f(2022) = 2022-10 = 2012$.

Tương tự ta có: $f(2020) = f(f(2031)) = f(2021) = 2012$;

$f(2019) = f(f(2030)) = f(2020) = 2012$;

.....

$f(2012) = f(f(2023)) = f(2013) = 2012$;

$f(2011) = f(f(2022)) = f(2012) = 2012$;

$f(2010) = f(f(2021)) = f(2012) = 2012$;

$f(2009) = f(f(2020)) = f(2012) = 2012$;

.....

$f(1) = f(f(12)) = 2012$.

Khi đó suy ra $f(2021) = f(2020) = \dots = f(1) = 2012$.

Vậy $f(1) + f(3) + \dots + f(2021) = 1011 \cdot 2012 = 2034132$.

Đáp án D.**Câu 20. [Vận dụng cao].**

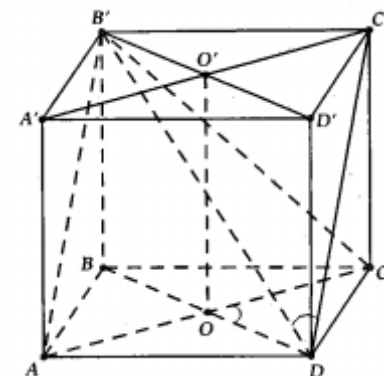
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB < BC$, $BC = 3\text{cm}$. Hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ hợp với nhau góc α ($0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$). Đường chéo $B'D$ hợp với mặt phẳng $(CDD'C')$ một góc β ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$). Hai góc α, β thay đổi nhưng thỏa mãn hình hộp $ADD'A'.BCC'B'$ luôn là hình lăng trụ đều. Giá trị lớn nhất thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là?

A. $\sqrt{3}\text{cm}^3$.

B. $2\sqrt{3}\text{cm}^3$.

C. $6\sqrt{3}\text{cm}^3$.

D. $12\sqrt{3}\text{cm}^3$.

Giải

Ta có: $((ACC'A'), (BDD'B')) = COD = \alpha$.

$\Rightarrow \angle CBD = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow BC = BD \cdot \cos \angle CBD = 3 \cos \frac{\alpha}{2}$, $CD = BD \cdot \sin \angle CBD = 3 \sin \frac{\alpha}{2}$

Ta có: $(B'D, (CDD'C')) = \angle B'DC' = \beta$.

Do $ADD'A'.BCC'B'$ luôn là hình lăng trụ đều nên $BC = CC'$.

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = BC.CD.CC' = 27 \sin \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^4 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^4 \frac{\alpha}{2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{3} \right)^3 = \frac{1}{2} \left(\frac{2 \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right)}{3} \right)^3 = \frac{4}{27}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$$\Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \leq \frac{2\sqrt{3}}{9} \Rightarrow V \leq 6\sqrt{3}.$$

Đáp án C.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)

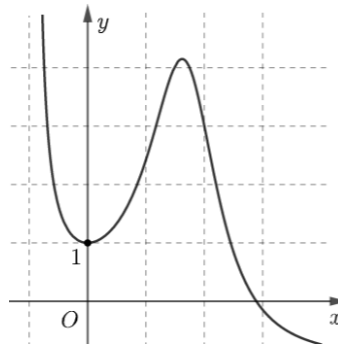
**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XIV****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị liên tục trên khoảng $(-1; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$.**B.** $(0; 1)$.**C.** $(1; 2)$.**D.** $(2; 3)$.Giải**Dạng toán:** Đơn điệu hàm số, đọc đồ thị.

+ Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số luôn đồng biến trong khoảng $(0; 1)$.

+ Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(-1; 0)$ và $(2; +\infty)$.

+ Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số biến thiên trong khoảng $(1; 2)$, cụ thể đồng biến trên khoảng $(1; a)$ và nghịch biến trên khoảng $(a; 2)$ với $x = a$ là điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

Đáp án B.**Câu 2. [Nhận biết].**

Đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ cắt trục hoành tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất bằng

A. 2.**B.** $\sqrt{2}$.**C.** $\sqrt[3]{2}$.**D.** $\sqrt[3]{2}$.

Giải

Dạng toán: Tương giao đồ thị, khoảng cách.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm có nghĩa là phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt. Ta có:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow x = \pm 1; x = \pm\sqrt{2}.$$

So sánh: $-\sqrt{2} < -1 < 0 < 1 < \sqrt{2}$ nên chọn $x = \pm 1; y = 0$.

Nên khoảng cách hai điểm là: $d = |1 - (-1)| = 2$.

Đáp án A.

Note: Khoảng cách giữa hai điểm có cùng tung độ chính bằng trị tuyệt đối của hiệu hai hoành độ.

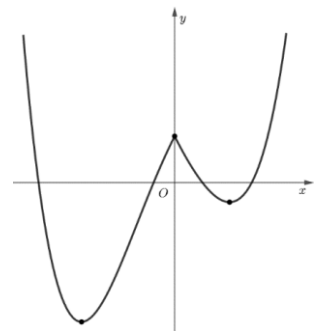
Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là?

A. 7.

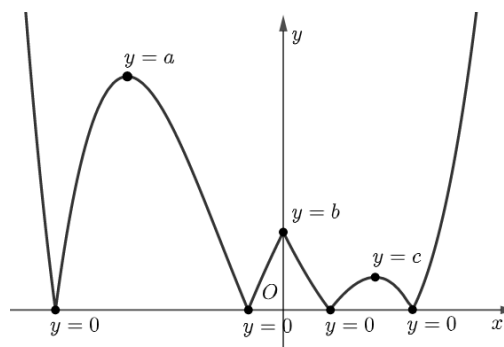
B. 6.

C. 3.

D. 4.Giải

Dạng toán: Đọc đồ thị, biện luận các giá trị.

Để vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$, ta chỉ cần giữ nguyên phần phía trên trục hoành của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và vẽ đối xứng phần phía dưới trục hoành lên phía trên. Ta thu được đồ thị sau:



Nhìn vào đồ thị bên, ta nhận được các giá trị cực trị là

$$y = a; y = b; y = c; y = 0.$$

Vậy hàm số $y = |f(x)|$ có 4 **giá trị** cực trị.

Đáp án D.**Note:** Cực trị - một cách gọi khác của giá trị cực trị.**Câu 4. [Nhận biết].**

Cho tứ diện đều $ABCD$. Trên mặt phẳng (ABC) , đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ có chu vi bằng 4π . Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng?

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $6\sqrt{6}$.

D. $6\sqrt{3}$.

Giải

Tam giác $\triangle ABC$ là tam giác đều nên bán kính đường tròn ngoại tiếp cũng chính bằng độ lớn khoảng cách từ trọng tâm tam giác đến đỉnh tam giác. Ta có: $BG = r = \frac{p}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$.

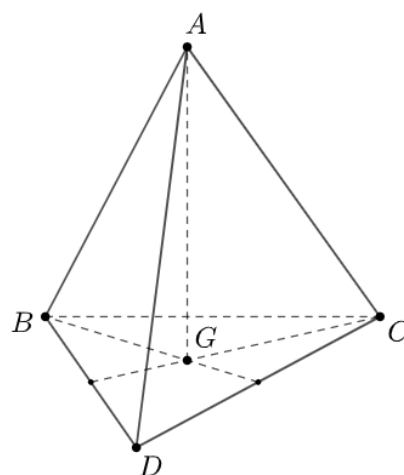
$$\text{Mà } BG = \frac{2}{3}d(B, CD) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot CB \Rightarrow AB = CB = 2\sqrt{3}.$$

Tam giác ABG vuông tại G theo định lý Pythagoras ta có:

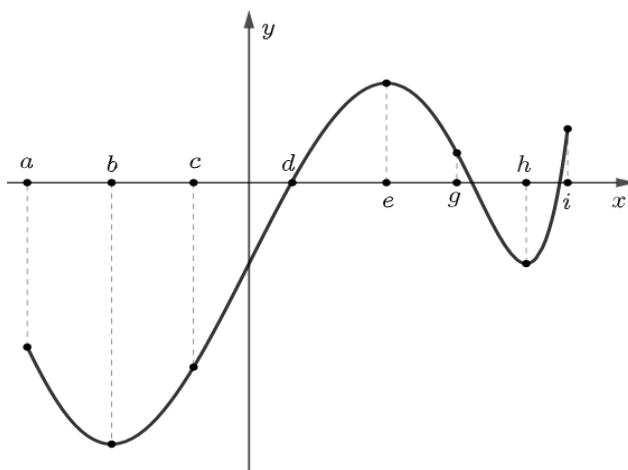
$$AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Vậy thể tích tứ diện bằng:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot AG = \frac{1}{3} \cdot \frac{(2\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{6}.$$

**Đáp án B.****Câu 5. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, i]$ có đồ thị như hình vẽ và các số thực a, b, c, d, e, g, h, i . Lần lượt gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M + m = f(b) + f(d)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; d)$.
- B. $M + m = f(h) + f(i)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(g; i)$.
- C. $M + m = f(c) + f(e)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên (c, h) .
- D.** $M + m = f(b) + f(e)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên (a, g) .

Giải

Dạng toán: Lý thuyết max – min.

Dựa vào đồ thị hàm số ta nhận thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của đồ thị hàm số đạt tại điểm $A(e; f(e)), B(b; f(b))$.

Vậy: $M + m = f(b) + f(e)$ khi hàm số $y = f(x)$ liên tục trên (a, g) .

Đáp án D.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$. Góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính AA' .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Giải

Dạng toán: Góc hai mặt phẳng.

Đặt O là tâm hình chữ nhật $ABCD$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên ta có:

$$\left((A'BD); (ABCD) \right) = \left(AO; A'O \right) = \angle AOA' = 60^\circ.$$

$AB = AD = a \Rightarrow ABCD$ là hình vuông cạnh a .

$$\Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

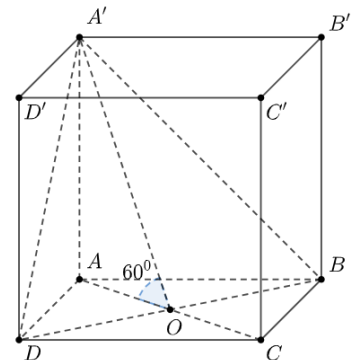
$$\triangle AOA' \text{ vuông tại } A \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AA'}{AO} \Rightarrow AA' = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Đáp án C.

Câu 7. [Nhận biết].

Khẳng định nào sau đây không đúng về hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.



B. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cách nhau một đoạn bằng $2\sqrt{5}$.

C. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng 5.

D. Parabol $y = x^2 - 5$ cắt đồ thị hàm số trên tại 3 điểm có hoành độ âm.

Giải

Dạng toán: Đạo hàm, xét dấu, đơn điệu, cực trị, max - min, khoảng cách, tương giao.

$$y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}; \quad y' = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}; \quad y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	
$f(x)$					$+\infty$		2		$+\infty$
	$-\infty$		-2		$-\infty$				

Xét từng phương án:

+) **Phương án A:** Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

→ **A đúng.**

+) **Phương án B:** Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-2; -2); B(0; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

→ **B đúng.**

+) **Phương án C:** Xét bảng biến thiên trong đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

$$\max_{\left[-\frac{1}{2}; 1\right]} f(x) = \frac{5}{2}; \quad \min_{\left[-\frac{1}{2}; 1\right]} f(x) = 2 \Rightarrow \max_{\left[-\frac{1}{2}; 1\right]} f(x) \cdot \min_{\left[-\frac{1}{2}; 1\right]} f(x) = 5.$$

→ **C đúng.**

+) **Phương án D:** Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x^2 - 5 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 - x^3 - x^2 + 5x + 5 = 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx -1.6...(N) \\ x \approx -1.3...(N) \\ x \approx 3.04...(L) \end{cases}$$

Suy ra hai đồ thị cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ âm.

→ D sai.

Đáp án D.**Câu 8. [Thông hiểu].**

Cho đa thức $f(x)$ hệ số thực và thỏa mãn điều kiện $f(x) + 2f(1-x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = 6x.f(x) + 11x^2 - 78x - 78$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-6; -4)$.**B.** $(-4; -2)$.**C.** $(-2; 0)$.**D.** $(0; 3)$.Giải**Dạng toán:** Hàm số, đơn điệu.Thay x thành $1-x$, ta được: $f(1-x) + 2f(x) = 2 - 2x + x^2$ (*).Theo giả thiết suy ra: $f(1-x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1 - f(x))$ thay vào phương trình (*) ta có:

$$\frac{1}{2}(x^2 + 1 - f(x)) + 2f(x) - 2 + 2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}f(x) + 2f(x) - 2 + 2x - x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 3f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad (1)$$

Thay (1) vào giả thiết ta có:

$$y = 6x.f(x) + 11x^2 - 78x - 78 = 2x(x^2 - 4x + 3) + 11x^2 - 78x - 78 = 2x^3 - 8x^2 + 6x + 11x^2 - 78x - 78$$

$$= 2x^3 + 3x^2 - 72x - 78 = g(x)$$

Xét hàm số $y = g(x)$ ta có: $g'(x) = 6x^2 + 6x - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

nhận thấy hàm đồng biến trên $(-6; -4)$.**Đáp án A.****Câu 9. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = \frac{2x-7}{3-x}$ có đồ thị (C) , I là tâm đối xứng. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng -4 ; gọi d' là đường thẳng qua I và vuông góc với d , cắt (C) tại hai điểm A, B . Phương trình đường tròn $(I; IA)$ là?

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 17$.

B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 17$.

C. $4(x-3)^2 + 4(y+2)^2 = 17$.

D. $4(x+3)^2 + 4(x-2)^2 = 17$.

Giải

Dạng toán: Tiệm cận, tương giao đồ thị, tiếp tuyến đồ thị, quan hệ vuông góc, phương trình đường tròn.

Hàm số $y = \frac{2x-7}{3-x}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow$ tọa độ tâm $I(3; -2)$.

Điểm thuộc (C) có tung độ bằng $-4 \Rightarrow y_0 = -4$ thay vào y ta có: $\frac{2x_0-7}{3-x_0} = -4 \Rightarrow x_0 = \frac{5}{2}$.

$$y' = \frac{-1}{(3-x)^2} \Rightarrow y'\left(\frac{5}{2}\right) = -4 \Rightarrow d: y = (-4)\left(x - \frac{5}{2}\right) + (-4) = 6 - 4x$$

Đường thẳng $d': y = ax + b$ qua I , vuông góc với tiếp tuyến $d: (-4).a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow d': y = \frac{1}{4}(x-3) - 2 = \frac{1}{4}x - \frac{11}{4}.$$

$$\text{Đường thẳng } d' \text{ cắt } (C): \frac{2x-7}{3-x} = \frac{1}{4}x - \frac{11}{4} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y = -\frac{5}{2} \\ x=5 \rightarrow y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow IA = |\overline{IA}| = \sqrt{(1-3)^2 + \left(-\frac{5}{2} + 2\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

Ta có phương trình đường tròn $(I, IA): (x-3)^2 + (y+2)^2 = \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$.

Hay: $4(x-3)^2 + 4(y+2)^2 = 17$.

Đáp án C.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = \sqrt{7}$; $BC' = \sqrt{6}$; $C'A' = 3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng?

A. $\sqrt{14}$.

B. $2\sqrt{21}$.

C. $2\sqrt{14}$.

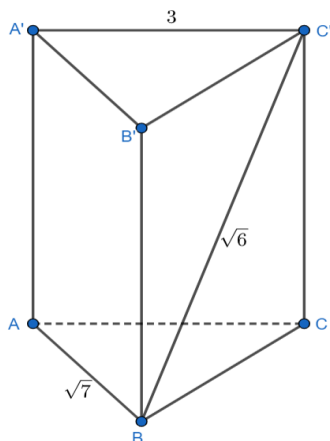
D. $\sqrt{21}$.

Giải

Ta có: $AB = A'C' = 3$.

Áp dụng định lý Pythagoras trong tam giác vuông $\triangle ABC$ có $B = 90^\circ$ và $\triangle BCC'$ có $C = 90^\circ$.

Ta được: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{7})^2} = \sqrt{2}$ và $CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = 2$.



$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot CC' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 = \sqrt{14}$$

Đáp án A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Khi đặt $t = 3^{x+1}$ thì phương trình $9 \cdot 3^{x^2+2x} + 2 \cdot 3^{x+2} = 3^{x-1}$ trở thành $a \cdot 3^{\log_3^2 t} + bt = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2a - b > 1$.

B. $a + b > 80$.

C. $2a + b < 110$.

D. $a - b < -30$.

Giải

Ta có $3^{x+1} = t \Rightarrow \log_3 t = x+1 \Leftrightarrow \log_3^2 t = (x+1)^2$.

$$9 \cdot 3^{x^2+2x} + 2 \cdot 3^{x+2} = 3^{x-1} \Leftrightarrow 3 \cdot 3 \cdot 3^{x^2+2x} + 2 \cdot 3^{x+1+1} = 3^{x+1-2} \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{(x+1)^2} + 6 \cdot 3^{x+1} = \frac{3^{x+1}}{9} \Leftrightarrow 27 \cdot 3^{\log_3^2 t} + 53 \cdot t = 0$$

Suy ra: $\begin{cases} a = 27 \\ b = 53 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 107 < 110$.

Đáp án C.

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 4)(x - 3)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 4]$ bằng?

A. $f(1)$.

B. $f(2)$.

C. $f(3)$.

D. $f(4)$.

Giải

$$f'(x) = x(x^2 - 4)(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x = 3(NBC) \end{cases}$$

Xét bảng biến thiên trên đoạn $[1; 4]$.

x	$-\infty$	-2	0	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

$f(x)$ diagram: $+\infty \rightarrow f(-2) \rightarrow f(0) \rightarrow f(2) \rightarrow f(3) \rightarrow +\infty$

Ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $f(2)$.

Đáp án B.

Câu 13. [Vận dụng].

Biết rằng tồn tại giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = 4mx + \frac{5}{x}$ có hai điểm cực trị thuộc đường tròn tâm O , bán kính $2\sqrt{5}$. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số trên. Đồ thị đạo hàm của hàm số $g(x) = (x - x_1)(x - x_2)$ tạo với trục tung một góc α , tính $\tan \alpha$?

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Giải

Dạng toán: Cực trị, phương trình đường tròn, góc giữa hai đường thẳng.

Điều kiện: $x \neq 0$.

Ta có: $y' = 4m - \frac{5}{x^2}$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi $m > 0$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{m}}$

Tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị là $A\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{m}}; 4\sqrt{5m}\right); B\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{m}}; -4\sqrt{5m}\right)$.

Theo đề bài thì ta có $OA^2 = OB^2 = \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{m}}\right)^2 + (4\sqrt{5m})^2 = 80m + \frac{5}{4m} = 20 \Rightarrow m = \frac{1}{8}$.

Suy ra hàm số có dạng: $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{x}$;

Ta có: $y' = \frac{1}{2} - \frac{5}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}$.

Vậy hàm số: $g(x) = (x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10}) = x^2 - 10 \Rightarrow g'(x) = 2x$.

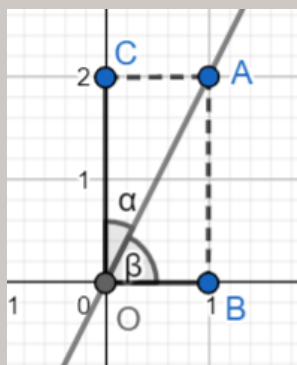
Ta có

$$\begin{cases} \text{vecto } Oy: \vec{j} = (0;1) \\ \text{vecto } g'(x): \vec{a} = (1;2) \end{cases} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{|\vec{j} \cdot \vec{a}|}{|\vec{j}| \cdot |\vec{a}|} = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow \sin(\alpha) = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2}.$$

Đáp án B.

Note: Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ là hệ số $a = \tan \beta$ với β là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục hoành.

Phát họa đồ thị hàm số $y = 2x$ lên hệ trục tọa độ Oxy , được:

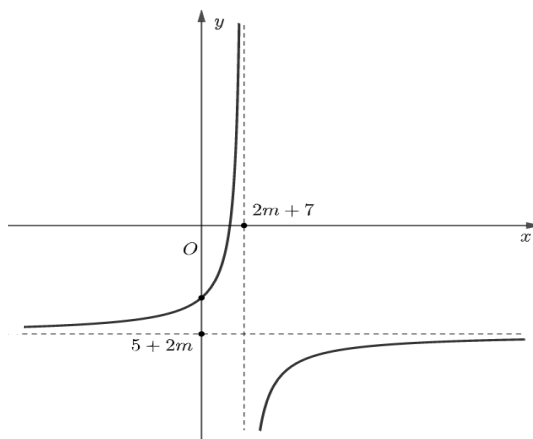


Ta có: $\tan \beta = 2 \Rightarrow \cot \beta = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cot\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho đồ thị hàm số nhất biến $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ được biểu diễn bằng đường cong như hình vẽ dưới đây, biết rằng: $y(1) = -2, y\left(\frac{1}{3}\right) = 0$.

Giá trị của $A = a + b + c$ bằng?



A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Giải

$$\text{Điều kiện : } \begin{cases} x \neq -\frac{1}{c} \\ a - bc \neq 0 \end{cases}; \text{ Hàm số có tiệm cận đứng } x = -\frac{1}{c}; \text{ tiệm cận ngang: } y = \frac{a}{c}$$

$$\text{Dựa vào đồ thị hàm số } y = f(x) \text{ ta nhận xét được: } \begin{cases} 2m+7 > 0 \\ 5+2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < m < -\frac{5}{2}$$

$$\text{Khi } x=1; y=-2 \Rightarrow \frac{a+b}{c+1} = -2 \Leftrightarrow a+b+2c+2=0 \quad (1)$$

$$\text{Khi } x=\frac{1}{3}; y=0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{3}a+b}{\frac{1}{3}c+1} = \frac{a+3b}{c+3} = 0 \Leftrightarrow a+3b=0, c \neq -3 \quad (2).$$

$$\text{Tiệm cận đứng: } x=2m+7; \text{ Tiệm cận ngang } x=5+2m \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{c} = 2m+7 \\ \frac{a}{c} = 5+2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{-1}{2m+7} \\ a = \frac{-5-2m}{2m+7} \end{cases}$$

$$\text{Thế vào (1) ta có: } \frac{-5-2m}{2m+7} + b - \frac{2}{2m+7} + 2 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{5+2m}{2m+7} + \frac{2}{2m+7} - 2 = -1$$

$$\text{Thế } b=-1 \text{ vào (2) ta có: } a+3(-1)=0 \Rightarrow a=3 \Rightarrow c = \frac{a+b+2}{-2} = -2. \text{ Suy ra: } A=a+b+c=0.$$

Đáp án D.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x) = x^5 + 2x^3 - 3m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt[3]{f(x)+2m}) + 2m = x^3$ có nghiệm trên đoạn $[3;5]$.

A. 2991.

B. 2980.

C. 2990.

D. 2981.

Giải

$$\text{Ta có: } f(\sqrt[3]{f(x)+2m}) + 2m = x^3 \Leftrightarrow f(\sqrt[3]{f(x)+2m}) = x^3 - 2m$$

Đặt $\sqrt[3]{f(x)+2m} = t \Rightarrow f(x) = t^3 - 2m$ Kết hợp với phương trình ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f(t) = x^3 - 2m \\ f(x) = t^3 - 2m \end{cases} \Rightarrow f(t) + t^3 = f(x) + x^3 \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm số: } g(a) = f(a) + a^3 = a^5 + 2a^3 - 3m; \quad g'(a) = 5a^4 + 6a^2 > 0 \quad \forall a \in [3;5].$$

Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[3;5]$.

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow t = x \Leftrightarrow f(x) = x^3 - 2m \Leftrightarrow x^5 + 2x^3 - 3m = x^3 - 2m \Leftrightarrow x^5 + x^3 = m \quad (2)$$

$$\text{Với } x \in [3;5], 270 \leq x^5 + x^3 \leq 3250 \Leftrightarrow 270 \leq m \leq 3250 \Leftrightarrow m = \{270, 271, \dots, 3250\}$$

Vậy có: $(3250 - 270) + 1 = 2981$ giá trị m thỏa điều kiện.

Đáp án D.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hai số $\begin{cases} a, b \in \mathbb{R} \\ 0 < b \leq a < 1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2\log_a^2 b + \log_{ab} a^{12}$.

A. 8.

B. 12.

C. 10.

D. 2.

Giải

$$\text{Biến đổi: } 2\log_a^2 b + \log_{ab} a^{12} = 2\log_a^2 b + \frac{12}{\log_a ab} = 2\log_a^2 b + \frac{12}{\log_a b + 1}.$$

$$\text{Đặt } x = \log_a b; \quad (0 < b \leq a < 1) \Rightarrow \log_a b \geq \log_b b \Rightarrow x \geq 1.$$

Xét hàm số $y = f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[1; +\infty)$, ta có:

$$\begin{cases} f(1) = 10 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \min_{[1; +\infty)} f(x) = 10.$$

Đáp án C.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = x^3 - \left(\frac{2m+1}{2}\right)x^2 + 2x - 2022$. Biết rằng tồn tại hai giá trị tham số $m_1 > m_2$;

$m_1 - m_2 = a\sqrt{b} + c$ thỏa mãn hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $2x_1 - 3x_2 - 3 = m$. Giá trị của $A = 12(a + b + c)$ bằng bao nhiêu biết a, b, c là các phân số tối giản.

A. 896.

B. 825.

C. 887.

D. 927.

Giải

$$y = x^3 - \left(\frac{2m+1}{2}\right)x^2 + 2x - 2022; \quad y' = 3x^2 - (2m+1)x + 2$$

Hàm số có hai điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta' = \frac{1}{4}(2m+1)^2 - 6 > 0 \Leftrightarrow (2m+1)^2 > 24, (*)$$

$$\text{Theo định lý Viète ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m+1}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vì: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m+1}{3} \\ 2x_1 - 3x_2 - 3 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{5}(3m-2) \\ x_2 = \frac{1}{15}(m+11) \end{cases}.$$

$$\text{Thế vào } x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3}, \text{ ta được: } x_1 x_2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left[\frac{1}{5}(3m-2) \right] \cdot \left[\frac{1}{15}(m+11) \right] = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{75}(3m^2 + 31m - 22) = \frac{2}{3}.$$

$$3m^2 + 31m - 22 = 50 \Leftrightarrow 3m^2 + 31m - 72 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{1}{6}(5\sqrt{73} - 31) \\ m_2 = -\frac{1}{6}(5\sqrt{73} + 31) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = \frac{5\sqrt{73}}{3} \Rightarrow a = \frac{5}{3}, b = 73, c = 0$$

$$A = 12(a + b + c) = 896.$$

Đáp án A.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Tổng các giá trị nguyên dương $y:2$ sao cho tồn tại giá trị thực $x \in \left(\frac{1}{3}; 6\right)$ thỏa mãn

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{18x} \text{ là?}$$

A. 88.

B. 110.

C. 108.

D. 90.

Giải

Giả sử tồn tại $y \in \mathbb{Z}$ để phương trình trên có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3}; 6\right) \Rightarrow 1 + xy > 0$

Lấy logarit cơ số 27 hai vế, phương trình đã cho tương đương:

$$3x^2 + (y-18)x - \log_{27}(1+xy) = 0$$

Xét hàm số: $f(x) = 3x^2 + (y-18)x - \log_{27}(1+xy); x \in \left(\frac{1}{3}; 6\right).$

$$+) \text{ Với } y < 0, \text{ Do } \begin{cases} 1+xy > 0 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow y > -\frac{1}{x} \Rightarrow -3 < y < 0 \text{ hay } y \in \{-1; -2\}.$$

$$+) \text{ Với } y = -1 \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 19x - \log_{27}(1-x) \text{ là hàm số liên tục trên } \left[\frac{2}{3}; 1\right) \in \left(\frac{1}{3}; 6\right).$$

$$\text{Do } f\left(\frac{2}{3}\right) = -11 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \text{Phương trình có nghiệm trên } \left(\frac{2}{3}; 1\right) \in \left(\frac{1}{3}; 6\right).$$

$$+) \text{ Với } y = -2 \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 20x - \log_{27}(1-2x) \text{ là hàm số liên tục trên } \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Do } f\left(\frac{1}{3}\right) = -6 \text{ và } \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \text{Phương trình có nghiệm trên } \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right).$$

$$+) \text{ Với } y=0 \Rightarrow 3x^2-18x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \notin \left(\frac{1}{3};6\right) \\ x=6 \notin \left(\frac{1}{3};6\right) \end{cases} \text{ (Không thỏa mãn).}$$

$$+) \text{ Với } y \geq 19 \Rightarrow f'(x) = 6x + (y-18) - \frac{y}{3(1+xy)\ln 3}; f''(x) = 6 + \frac{y^2}{3(1+xy)^2 \ln 3} > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3};6\right).$$

Suy ra hàm số $y = f'(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};6\right)$.

$$\Rightarrow f'(x) > f'\left(\frac{1}{3}\right) = 2 + (y-18) - \frac{y}{(3+y)\ln 3} > 0$$

$$\text{Vì: } (3+y)\ln 3 > y \Rightarrow \frac{y}{(3+y)\ln 3} < 1 \Rightarrow -\frac{y}{(3+y)\ln 3} > -1 \Rightarrow (y-18) + \left[2 - \frac{y}{(3+y)\ln 3}\right] > 0.$$

Suy ra hàm số $y = f'(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};6\right)$.

$$\Rightarrow f(x) > f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{y}{3} - \log_{27}\left(1 + \frac{y}{3}\right) - \frac{17}{3}.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = t - \log_{27}(t+1), t > 0; g'(x) = 1 - \frac{1}{3(3+t)\ln 3} > 0, \forall t > 0$$

Suy ra hàm số $y = g(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = g\left(\frac{y}{3}\right) - \frac{17}{3} \geq g\left(\frac{19}{3}\right) - \frac{17}{3} > 0 \text{ (Do } y \geq 19) \Rightarrow f(x) > 0 \forall x \in \left(\frac{1}{3};6\right)$$

Do đó phương trình trên không có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{3};6\right)$.

$$+) \text{ Với } 1 \leq y \leq 18 \text{ do hàm số } f(x) = 3x^2 + (y-18)x - \log_{27}(1+xy) \text{ liên tục trên } \left[\frac{1}{3};6\right].$$

Ta lại có hàm số $g(t) = t - \log_{27}(1+t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Mà } f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{y}{3} - \log_{27}\left(1 + \frac{y}{3}\right) - \frac{17}{3} \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = g\left(\frac{y}{3}\right) - \frac{17}{3} \leq g(6) - \frac{17}{3} < 0, \forall y \in [1;18]$$

$$\text{Mặt khác } f(6) = 6y - \log_{27}(1+6y) = g(6y) \geq g(6) > 0, \forall y \in [1;18] \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) f(6) < 0$$

Do đó phương trình có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$.

$$\text{Vậy có } y = 2k \in [1;18] \Rightarrow y = \{2;4;6;8;10;12;14;16;18\} \Rightarrow \sum_1^9 2k = 90.$$

Đáp án D.**Câu 19. [Vận dụng cao].**

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có M, H lần lượt là trung điểm của $A'B', CD$, $MC = a, AB = b$, mặt phẳng $(ABC'D')$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Biết rằng tỉ số $\frac{HB^2}{MB^2}$ có dạng $x + \frac{a^2 y}{a^2 z + b^2}$ (tối giản). Giá trị của $P = x + y + z$ bằng?

A. -23.

B. -17.

C. 23.

D. 17.

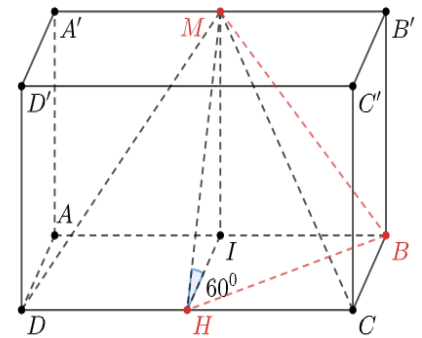
Giải

Theo giả thiết bài toán suy ra $\triangle CDM$ cân tại M , MH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến.

$$\Rightarrow HC = HD = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = \frac{b}{2} = IB$$

$\triangle MHC$ vuông tại H .

$$\Rightarrow MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 - b^2}$$



Góc giữa $(ABC'D')$ và $(ABCD)$ cũng chính bằng góc giữa $(A'B'CD)$ và $(ABCD)$ và bằng góc $IHM = 60^\circ$ với I là trung điểm AB .

$$\text{Ta có: } IH = MH \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{4a^2 - b^2}; IM = MH \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{4} \sqrt{12a^2 - 3b^2}.$$

$$\triangle IHB \text{ vuông tại } I \Rightarrow HB = \sqrt{IH^2 + IB^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{4} \sqrt{4a^2 + 3b^2}$$

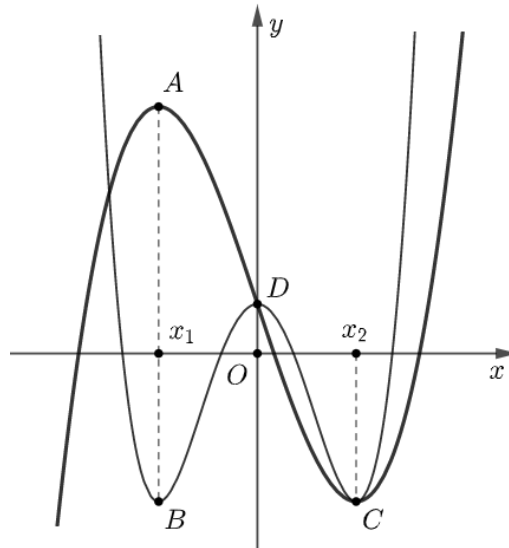
$$\triangle IMB \text{ vuông tại } I \Rightarrow MB = \sqrt{IM^2 + IB^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4} \sqrt{12a^2 - 3b^2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{4} \sqrt{12a^2 + b^2}$$

$$\text{Suy ra } \frac{HB^2}{MB^2} = 3 - \frac{32a^2}{12a^2 + b^2} \Rightarrow x = 3; y = -32; z = 12 \Rightarrow x + y + z = -17.$$

Đáp án B.**Câu 20. [Vận dụng cao].**

Cho hai đồ thị hàm số $\begin{cases} (C_1): y = f(x) = 2x^4 + ax^2 + b \\ (C_2): y = g(x) = x^3 + cx^2 + dx + e \end{cases}$ như hình vẽ bên dưới. Gọi B, C là hai

điểm cực tiểu của (C_1) ; A, C lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của (C_2) (A, C đối xứng nhau qua $D \in Oy$). Biết hoành độ của A, B bằng nhau. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $AB \leq 2022$.



A. 113.

B. 116.

C. 118.

D. 114.

Giải

Phân tích: Dựa vào đồ thị ta có $b = e$ và $c = 0$. Khi đó $(C_2): y = g(x) = x^3 + dx + b$. Ta cần tìm tung độ của hai điểm A, B (theo a).

$$\begin{cases} f'(x) = 2x(4x^2 + a) \\ g'(x) = 3x^2 + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ g'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{a}{4} \\ x^2 = -\frac{d}{3} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có $\begin{cases} a < 0 \\ d < 0 \end{cases}$ và $\frac{-a}{4} = \frac{-d}{3} \Rightarrow d = \frac{3a}{4}$.

$$\text{Khi đó: } y_B = f\left(-\sqrt{\frac{-a}{4}}\right) = b - \frac{a^2}{8}; y_A = f\left(-\sqrt{\frac{-d}{3}}\right) = b - \frac{a\sqrt{-a}}{4} \Rightarrow AB = \frac{a^2}{8} - a\frac{\sqrt{-a}}{4}$$

$$t = \sqrt{\frac{-a}{2}} > 0 \Rightarrow AB = \frac{t^4}{2} + \frac{t^3\sqrt{2}}{2} \leq 2022 \Rightarrow 0 < t \leq 7.64311$$

$$\begin{cases} t > 0 \\ t \leq 7.64 \end{cases} \Rightarrow a \in [-116.834; 0); \Rightarrow a = \{-116; -115; \dots; -1\}$$

Suy ra có 116 giá trị nguyên.

Đáp án B.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 13 trang)

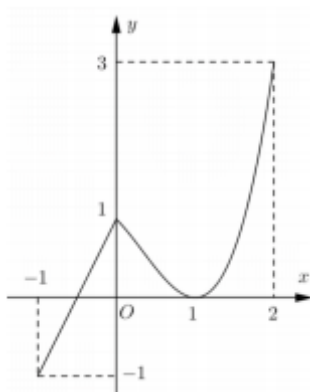
**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XV****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: Hàm số - Logarit – Hình học****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng?**A.** $8a^3$.**B.** $2a^3$.**C.** a^3 .**D.** $6a^3$.GiảiThể tích của khối lập phương cạnh $2a$ là: $V = (2a)^3 = 8a^3$.**Đáp án A.****Câu 2. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$ bằng?

**A.** 1.**B.** 3.**C.** 0.**D.** 2.Giải

Dựa vào đồ thị hàm số trên đoạn $[-1; 1]$, ta nhận thấy hàm số có giá trị lớn nhất là $y = 1$, đạt tại $x = 0$ và hàm số có giá trị nhỏ nhất là $y = -1$ đạt tại điểm $x = -1$.

$$\max_{[-1;1]} f(x) + \min_{[-1;1]} f(x) = 1 + (-1) = 0.$$

Đáp án C.**Câu 3. [Nhận biết].**

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 2x - 3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; 1)$.

Giải

$$\text{Ta có: } f'(x) > 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2x - 3)^3 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Vậy hàm số đồng biến trên hai khoảng rời nhau $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Đáp án B.**Câu 4. [Nhận biết].**

Cho khối cầu (S) ngoại tiếp tứ diện OABC có $OA = OB = OC = a$ và OA, OB, OC đôi một vuông góc. Thể tích của (S) bằng?

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$. C. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Giải

$$\text{Ta có: } R = \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$$

Đáp án A.

Note: Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc và có độ dài cạnh tương ứng là a, b, c có độ lớn bằng $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hình nón có độ dài đường sinh gấp đôi chiều cao và bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng?

- A. $4\sqrt{3}\pi$. B. $(3 + 2\sqrt{3})\pi$. C. $2\sqrt{3}\pi$. D. $\sqrt{3}\pi$.

Giải

$$\text{Theo giả thuyết ta có: } \begin{cases} r = \sqrt{3} \\ l = 2h \\ l^2 = h^2 + r^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{3} \\ l = 2h \\ (2h)^2 = h^2 + (\sqrt{3})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{3} \\ l = 2h \\ 3h^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{3} \\ h = 1 \\ l = 2 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi r l = 2\sqrt{3}\pi.$$

Đáp án C.

Câu 6. [Thông hiểu].

Biết rằng $5^a = 2$, giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{5}}{4}} \frac{\sqrt[3]{100}}{5}$ bằng?

- A.** $\frac{4a-2}{3-12a}$. **B.** $\frac{12a-3}{2-4a}$. **C.** $\frac{4a+2}{12a+3}$. **D.** $\frac{12a+3}{4a+2}$.

Giải

Do $a = \log_5 2$, ta dùng công thức đổi cơ số, khi đó ta có:

$$\begin{aligned} \log_{\frac{\sqrt{5}}{4}} \frac{\sqrt[3]{100}}{5} &= \frac{\log_5 \left(\frac{\sqrt[3]{100}}{5} \right)}{\log_5 \left(\frac{\sqrt{5}}{4} \right)} = \frac{\log_5 \left[\left(5^2 \cdot 2^2 \right)^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{-1} \right]}{\log_5 \left(5^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{-1} \right)} = \frac{\log_5 \left(2^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{-\frac{1}{3}} \right)}{\log_5 \left(5^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-2} \right)} = \frac{\log_5 \left(2^{\frac{2}{3}} \right) + \log_5 \left(5^{-\frac{1}{3}} \right)}{\log_5 \left(5^{\frac{1}{2}} \right) + \log_5 \left(2^{-2} \right)} \\ &= \frac{\frac{2}{3} \log_5 2 - \frac{1}{3} \log_5 5}{\frac{1}{2} \log_5 5 - 2 \log_5 2} = \frac{\frac{2}{3} \log_5 2 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - 2 \log_5 2} = \frac{\frac{2}{3} a - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - 2a} = \frac{6 \left(\frac{2}{3} a - \frac{1}{3} \right)}{6 \left(\frac{1}{2} - 2a \right)} = \frac{4a-2}{3-12a}. \end{aligned}$$

Đáp án A.**Câu 7. [Thông hiểu].**

Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2} < 3^x$.

- A.** $(-\ln 3; 0)$. **B.** $(0; e)$. **C.** $(0; \sqrt[3]{e})$. **D.** $(0; \ln 3)$.

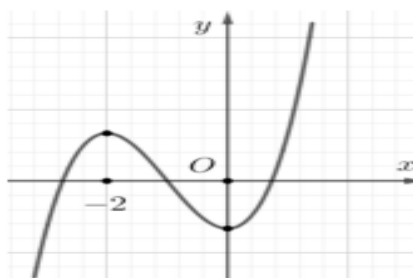
Giải

Lấy logarit cơ số tự nhiên hai vế ta có:

$$e^{x^2} < 3^x \Leftrightarrow \ln(e^{x^2}) < \ln 3^x \Leftrightarrow x^2 < x \ln 3 \Leftrightarrow x(x - \ln 3) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < \ln 3.$$

Đáp án D.**Câu 8. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(-2x^2 + 4x)$ là?



A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.Giải

Quan sát đồ thị $y = f(x)$, ta thấy rằng:

Hàm số có hai điểm cực trị $x = -2; x = 0$ vì vậy: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ có hai nghiệm $x = -2; x = 0$ nên $f'(x) = 3a(x+2)x$.

Ta có: $y' = [f(-2x^2 + 4x)]' = (-4x + 4) \cdot f'(-2x^2 + 4x) = 3a(-4x + 4)(-2x^2 + 4x)(-2x^2 + 4x + 2)$
 $= -48ax(x-2)(x-1)(x^2 - 2x - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -48ax(x-2)(x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}.$$

Đạo hàm của hàm số đổi dấu khi qua các điểm $x = 0; x = 2; x = 1; x = 1 \pm \sqrt{2}$ vì: cả năm nghiệm đều là nghiệm bội lẻ.

Vậy hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Đáp án D.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 3x)(x^2 - 3x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Phương trình $f(x) = 0$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^3 - 3x)(x^2 - 3x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 3)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+
$f(x)$										

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy phương trình $f(x) = 0$ có tối đa 4 nghiệm.

Đáp án B.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}a, BC = a, ACB = 150^\circ$, đường thẳng $B'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là?

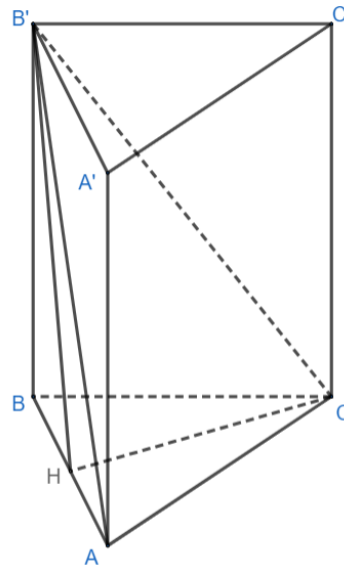
A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{339}}{14}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{339}}{28}$.

Giải



Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin ACB = \frac{1}{2} a \sqrt{3} a \cdot \sin 150^\circ = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

+) Kẻ $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (ABB'A')$ nên $B'H$ là hình chiếu vuông góc của $B'C$ lên $(ABB'A')$.

$\Rightarrow (B'C, (ABB'A')) = (B'C, B'H) = \angle CB'H = \alpha$.

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 150^\circ = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$.

$CH = \frac{2 \cdot S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{14} \Rightarrow B'C = \frac{CH}{\sin \alpha} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

+ Xét $\triangle BB'C$ vuông tại B có: $BB' = \sqrt{B'C^2 - BC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{28}$.

Đáp án A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x}$, có đồ thị (C). Hai điểm A, B trên (C) sao cho tam giác AOB nhận điểm H(8; -4) làm trực tâm. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Giải

Gọi $A\left(a; 1+\frac{2}{a}\right), B\left(b; 1+\frac{2}{b}\right) (a \neq 0, b \neq 0)$, ta có hệ điều kiện:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overline{OA} \cdot \overline{HB} = 0 \\ \overline{OB} \cdot \overline{HA} = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a(b-8) + \left(1+\frac{2}{a}\right)\left(\frac{2}{b}+5\right) = 0 \\ b(a-8) + \left(1+\frac{2}{b}\right)\left(\frac{2}{a}+5\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab-8a+\frac{2}{b}+5+\frac{4}{ab}+\frac{10}{a} = 0 \\ ab-8b+\frac{2}{a}+5+\frac{4}{ab}+\frac{10}{b} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} ab-8a+\frac{2}{b}+5+\frac{4}{ab}+\frac{10}{a} = 0 \\ 8a-8b+\frac{8}{b}-\frac{8}{a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab-8a+\frac{2}{b}+5+\frac{4}{ab}+\frac{10}{a} = 0 \\ 8(a-b)+\frac{8(a-b)}{ab} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab-8a+\frac{2}{b}+5+\frac{4}{ab}+\frac{10}{a} = 0 \\ 8(a-b)\left[1+\frac{1}{ab}\right] = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} ab-8a+\frac{2}{b}+5+\frac{4}{ab}+\frac{10}{a} = 0 \\ a=b \text{ (L)} \\ a=-\frac{1}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab-8a+\frac{2}{b}+5+\frac{4}{ab}+\frac{10}{a} = 0 \\ a=-\frac{1}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1+\frac{8}{b}+\frac{2}{b}+5+\frac{4}{-1}-10b = 0 \\ a=-\frac{1}{b} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{b}-10b = 0 \\ a=-\frac{1}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-b^2}{b} = 0 \\ a=-\frac{1}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1 \\ b=1 \\ a=-\frac{1}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ a=-1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow (a;b) = (-1;1), (1;-1) \end{aligned}$$

Vậy $A(-1;-1); B(1;3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2+4^2} = 2\sqrt{5}$.

Đáp án B.

Câu 12. [Thông hiểu].

Xác định m để bất phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2-1 \leq 0 \\ x^2-2(m+1)x+4m+1 \geq 0 \end{cases}$.

A. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $\left(-2; -\frac{2}{3}\right)$.

Giải

$$\text{Đặt: } \begin{cases} x^2-1 \leq 0 \text{ (1)} \\ x^2-2(m+1)x+4m+1 \geq 0 \text{ (2)} \end{cases}$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ \Delta_{(2)} = m^2 - 2m \end{cases}$$

+) **Trường hợp 1:** $\Delta_{(2)} < 0 \Rightarrow$ hệ phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 1]$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow m \in (0; 2) \quad (*).$$

+) **Trường hợp 2:** $\Delta_{(2)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Rightarrow$ hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow (2)$ có nghiệm

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_2 \geq x_1 \geq -1 \\ x_1 \leq x_2 \leq 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(2)} \geq 0 \\ a \cdot f(-1) \geq 0 \\ \frac{S}{2} \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \\ f(-1) = 6m + 4 \geq 0 \\ \frac{2(m+1)}{2} \geq -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \\ m \geq -\frac{2}{3} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \\ -\frac{2}{3} \leq m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \quad (*) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(2)} \geq 0 \\ a \cdot f(1) \geq 0 \\ \frac{S}{2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \\ f(1) = 2m \geq 0 \\ \frac{2(m+1)}{2} \leq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \\ m \geq 0 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\text{Từ } (*) (**) \Rightarrow m \geq -\frac{2}{3}.$$

Đáp án B.

Câu 13. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + m^4 x^2 + (m^3 - 27)x + 1$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số có hai cực trị nằm về hai phía của trục tung.

A. $m > 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \leq 3$.

D. $m < 3$.

Giải

Ta có: $y' = x^2 + 2m^4 x + m^3 - 27$.

Và: $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2m^4 x + m^3 - 27 = 0$.

Để hàm số có hai cực trị nằm về hai phía của trục tung thì phương trình

$$x^2 + 2m^4 x + m^3 - 27 = 0 \text{ có hai nghiệm trái dấu} \Rightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m^3 - 27 < 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Với $m < 3$, hàm số có hai cực trị nằm về hai phía của trục tung.

Đáp án D.

Câu 14. [Thông hiểu].

Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trong (P) xét đường tròn (C) đường kính BC . Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón có đáy là (C) và đỉnh A bằng?

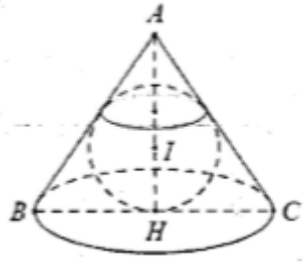
A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $\frac{\pi a^2}{3}$.

C. πa^2 .

D. $2\pi a^2$.

Giải



Mặt cầu nội tiếp hình nón đều cho có một đường tròn lớn nội tiếp tam giác đều ABC (cạnh a).

Nên mặt cầu đó có bán kính: $r = IH = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là: $V = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \right)^2 = \frac{\pi a^2}{3}$.

Đáp án B.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho các số thực a, b, c (với $a \neq 0$) sao cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Giải

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Do $a \neq 0$, nên: $P = \frac{\left(1 - \frac{b}{a}\right)\left(2 - \frac{b}{a}\right)}{\left(1 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right)} = \frac{(1+x_1+x_2)(2+x_1+x_2)}{1+x_1+x_2+x_1x_2} = \frac{2(1+x_1+x_2) + (1+x_1+x_2)(x_1+x_2)}{1+x_1+x_2+x_1x_2}$

$$\Leftrightarrow P = \frac{2(1+x_1+x_2) + (x_1+x_2) + (x_1+x_2)^2}{1+x_1+x_2+x_1x_2} = \frac{2(1+x_1+x_2+x_1x_2) + (x_1^2+x_2^2+x_1+x_2)}{1+x_1+x_2+x_1x_2} = 2 + \frac{x_1^2+x_2^2+x_1+x_2}{1+x_1+x_2+x_1x_2}$$

Giả sử $x_1 \leq x_2$ do 2 nghiệm thuộc $[0;1]$ nên $x_1^2 \leq x_1x_2 \leq x_2^2 \leq 1$.

Và $1+x_1+x_2+x_1x_2 > 0$ nên ta có: $\frac{x_1^2+x_2^2+x_1+x_2}{1+x_1+x_2+x_1x_2} \leq \frac{x_1x_2+1+x_1+x_2}{1+x_1x_2+x_1+x_2} = 1 \Rightarrow P \leq 3$.

Vậy $\max P = 3$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x_1^2 = x_1 x_2 \\ x_2^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -a \neq 0 \\ a = c = -\frac{b}{2} \neq 0 \end{cases}$$

Đáp án B.**Câu 16. [Vận dụng].**

Cho Elip $(E): \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$. Gọi $M(a; b)$ là điểm thuộc (E) sao cho $|a+b|$ đạt giá trị lớn nhất.

Giá trị $a^4 + b^2$ là?

A. $\frac{69}{100}$.

B. $\frac{25}{256}$.

C. $\frac{17}{20}$.

D. $\frac{6}{25}$.

Giải

Ta có $M(a; b) \in (E) \Rightarrow \frac{a^2}{1} + \frac{b^2}{\frac{1}{4}} = 1 \Leftrightarrow a^2 + 4b^2 = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky cho 2 số, ta có:

$$|a+b|^2 = \left| a + \frac{1}{2} \cdot 2b \right|^2 \leq \left(1 + \frac{1}{4} \right) (a^2 + 4b^2) = \frac{5}{4} \cdot 1 = \frac{5}{4}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{a}{1} = \frac{2b}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a = 4b$.

Do đó ta có hệ: $\begin{cases} a = 4b \\ a^2 + 4b^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{4}{5} \\ b^2 = \frac{1}{20} \end{cases} \Rightarrow a^4 + b^2 = \frac{69}{100}.$

Đáp án A.**Câu 17. [Vận dụng].**

Cho hình lăng trụ đều có độ dài cạnh đáy bằng a . Chiều cao của hình lăng trụ bằng h , diện tích một mặt đáy bằng S . Tổng khoảng cách từ một điểm trong của hình lăng trụ đến tất cả các mặt của hình lăng trụ bằng?

A. $h + \frac{2S}{a}$.

B. $h + \frac{3S}{a}$.

C. $\frac{2S}{a}$.

D. $\frac{3S}{a}$.

Giải

Xét hình lăng trụ đều (H) đã cho có đáy là đa giác đều n đỉnh. Xét điểm trong I của hình lăng trụ đều (H) đã cho. Khi đó nối I với các đỉnh của (H) ta được $n+2$ khối chóp có đỉnh

là I (Trong đó có: n khối chóp đỉnh I và nhận các mặt bên của hình lăng trụ đều làm mặt đáy và 2 khối chóp đỉnh I và nhận 2 mặt đáy của hình lăng trụ đều làm mặt đáy). Diện tích mỗi mặt đáy của (H) bằng S ; diện tích mỗi mặt bên của (H) bằng $S = a.h$. Gọi $h_1, h_2, \dots, h_n, h_{n+1}, h_{n+2}$ lần lượt là khoảng cách từ I đến các mặt bên của (H) và các mặt đáy của (H) .

Vậy theo công thức tính thể tích của khối lăng trụ và khối chóp ta có:

$$V_{(H)} = V_1 + \dots + V_n + V_{n+1} + V_{n+2} \Leftrightarrow Sh = \frac{1}{3}h_1 \cdot ah + \dots + \frac{1}{3}h_n \cdot ah + \frac{1}{3}h_{n+1} \cdot S + \frac{1}{3}h_{n+2} \cdot S$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1}{3}(h_1 + h_2 + \dots + h_n)a + \frac{1}{3}\underbrace{(h_{n+1} + h_{n+2})}_h \cdot \frac{S}{h}.$$

$$S = \frac{1}{3}(h_1 + h_2 + \dots + h_n)a + \frac{S}{3} \Leftrightarrow h_1 + h_2 + \dots + h_n = \frac{2S}{a} \Rightarrow h_1 + h_2 + \dots + h_n + h_{n+1} + h_{n+2} = \frac{2S}{a} + h.$$

Đáp án A.

Note: Chú ý tổng khoảng cách từ I đến hai mặt đáy của (H) là $h_{n+1} + h_{n+2} = h$.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 \geq 9$ và $\log_{x^2+y^2}(x(8x^2+8y^2-7x)-7y^2) \geq 2$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + y$ lần lượt là M và m . Khi đó giá trị của biểu thức $M + 2m$ bằng?

A. $12 + 18\sqrt{2}$.

B. 24.

C. $6\sqrt{10}$.

D. $10 - 2\sqrt{3}$.

Giải

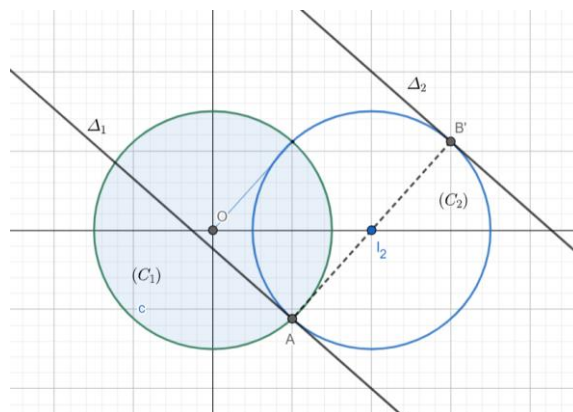
Ta có: $\log_{x^2+y^2}(x(8x^2+8y^2-7x)-7y^2) \geq 2$.

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2)(8x - 7) \geq (x^2 + y^2)^2 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + y^2 \leq 9.$$

Như vậy x, y thỏa mãn $\begin{cases} (x^2 + y^2) \geq 9 \\ (x - 4)^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$.

Đây là miền D giới hạn bởi bên trong đường tròn $(C_2): (x - 4)^2 + y^2 = 9$ và bên ngoài đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 9$.

Hai đường tròn có $R_1 = R_2 = 3$ và tâm $I_1(0;0)$, tâm $I_2(4;0)$ như hình vẽ:



Giao điểm của hai đường tròn là $(2; \pm\sqrt{5})$ điểm $A(2; -\sqrt{5})$.

Xét họ đường thẳng Δ song song với nhau: $3x + y - P = 0$.

Để thỏa mãn bài toán thì họ đường thẳng này phải cắt miền D .

Ứng với giá trị đường thẳng Δ_1 đi qua điểm A ta có: $3 \cdot 2 - \sqrt{5} - P = 0 \Rightarrow P_1 = 6 - \sqrt{5}$.

Ứng với giá trị đường thẳng Δ_2 tiếp xúc với (C_2) ta có: $d(I_2; \Delta_2) = R_2$.

$$\Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 4 + 0 - P|}{\sqrt{9+1}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} P = 12 - 3\sqrt{10} \\ P = 12 + 3\sqrt{10} \end{cases}$$

Từ Δ_1 đến Δ_2 giá trị P tăng nên ta lấy $P_2 = 12 + 3\sqrt{10}$.

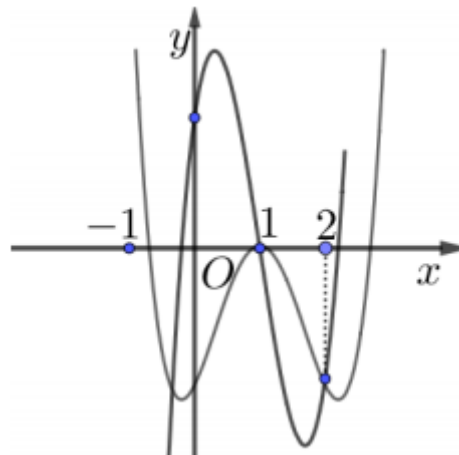
Suy ra GTLN và GTNN của P tương ứng là: $\begin{cases} M = P_2 = P_{\max} = 12 + 3\sqrt{10} \\ m = P_1 = P_{\min} = 6 - \sqrt{5} \end{cases}$.

Vậy $M + 3m\sqrt{2} = 12 + 18\sqrt{2}$.

Đáp án A.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức hệ số thực. Hình vẽ bên là đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f'(x)$. Phương trình $f(x) = me^x$ có hai nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2]$ khi và chỉ khi m thuộc nửa khoảng $[a; b)$. Giá trị của $a + b$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?



A. 0,27.

B. -0,54.

C. -0,27.

D. 0,54.

Giải

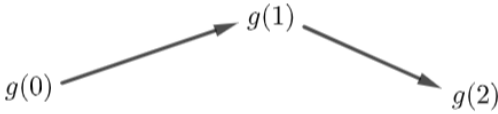
Phương trình $f(x) = me^x$ có hai nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2]$ khi và chỉ khi:

$$f(x) = me^x \Leftrightarrow m = g(x) = \frac{f(x)}{e^x} \text{ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn } [0; 2].$$

Xét $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ trên đoạn $[0; 2]$ có:

$$g'(x) = \frac{f'(x) \cdot e^x - e^x \cdot f(x)}{e^{2x}} = 0 \Leftrightarrow f'(x) = f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = 2 \in [0; 2] \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	2
y'	+	0	-
y			

Để ý thấy, đồ thị $f(x)$ là đường cong cắt trục tung tại điểm có tung độ âm do tại giao điểm của đồ thị $f'(x)$ với trục hoành là điểm cực trị của đồ thị $f(x)$.

$$\text{Suy ra: } g(1) = \frac{f(1)}{e} = 0; g(0) = f(0) \approx -2; g(2) = \frac{f(2)}{e^2} \approx -\frac{2}{e^2}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thực phân biệt trên đoạn $[0; 2]$ khi và chỉ khi:

$$g(2) \leq m < g(1) \Rightarrow a + b = g(2) + g(1) \approx -\frac{2}{e^2} + 0 \approx -0,27.$$

Đáp án C.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Phương trình $\log_2 \left(\left((x^2 - 2)^2 - 2 \right)^2 - 2 \right) = \log_4 (x + 2)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

A. 8.

B. 12.

C. 16.

D. 10.

Giải

Điều kiện: $x > -2$.

Phương trình tương đương với: $\left((x^2 - 2)^2 - 2 \right)^2 - 2 = \sqrt{x + 2}.$

$$+) \text{ Nếu } x \geq 2. \text{ Đặt } x = t + \frac{1}{t} (t > 0) \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = t^2 + \frac{1}{t^2} \\ (x^2 - 2)^2 - 2 = t^4 + \frac{1}{t^4} \\ \left((x^2 - 2)^2 - 2 \right)^2 - 2 = t^8 + \frac{1}{t^8} \end{cases}.$$

Phương trình trở thành:

$$t^8 + \frac{1}{t^8} = \sqrt{t + \frac{1}{t} + 2} \Leftrightarrow t^{16} + \frac{1}{t^{16}} = t + \frac{1}{t} \Leftrightarrow (t^{16} - t) \left(1 - \frac{1}{t^{17}} \right) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow x = 2.$$

+) Nếu $x \in (-2; 2)$. Đặt $x = 2 \cos t, t \in (0; \pi)$, phương trình trở thành:

$$2 \cos 8t = 2 \cos \frac{t}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t = \frac{t}{2} + k2\pi \\ 8t = -\frac{t}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = k \frac{4\pi}{15}, k = 1, 2, 3 \\ t = k \frac{4\pi}{17}, k = 1, 2, 3, 4 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có tất cả 8 nghiệm thực phân biệt.

Đáp án A.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)

**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XVI****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: Hàm số - Logarit – Hình học****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $\log x \geq 1$ là:**A.** 10.**B.** 0.**C.** 100.**D.** 1.GiảiĐiều kiện xác định: $x > 0$.Xét bất phương trình: $\log x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 10$.Vậy 10 là số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $\log x \geq 1$.**Đáp án A.****Câu 2. [Nhận biết].**Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-2021; 2022]$ là?**A.** -23.**B.** $2021^4 - 10 \cdot 2021^2 + 2$.**C.** 2.**D.** Cả ba đều sai.Giải

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

Tính toán tại một số điểm quan trọng:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(-2021) = 16682617438073 \\ f(-\sqrt{5}) = -23 = \min_{[-2021; 2022]} f(x) \\ f(0) = 2 \\ f(\sqrt{5}) = -23 = \min_{[-2021; 2022]} f(x) \\ f(2022) = 16715660533418 \end{cases}$$

Đáp án A.**Câu 3. [Nhận biết].**Tính đạo hàm tại điểm $x_0 = 2022$ của hàm số $y = \ln x$.**A.** $\ln 2022$.**B.** $\frac{2022}{x}$.**C.** $\frac{1}{2022}$.**D.** $\frac{e}{2022}$.Giải

Ta có: $y' = \frac{1}{x} \Rightarrow y'(2022) = \frac{1}{2022}$.

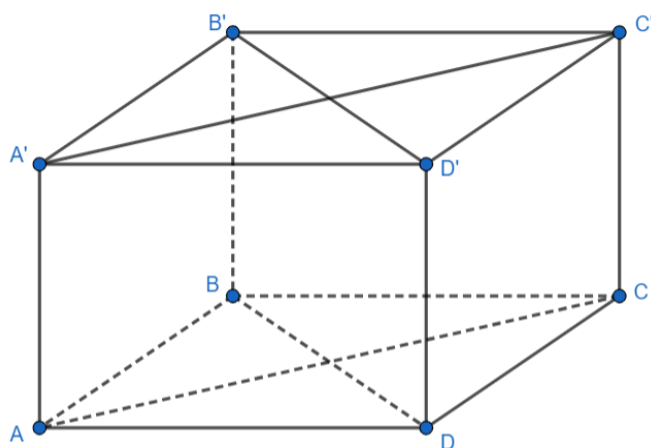
Đáp án C.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi với diện tích S_1 , hai mặt chéo $ACC'A', BDD'B'$ có diện tích lần lượt là S_2, S_3 . Thể tích của khối hộp là:

A. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$. **B.** $\sqrt{\frac{2 S_1 S_2 S_3}{9}}$. **C.** $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{3}}$. **D.** $S_1 \cdot \sqrt{\frac{S_2 S_3}{3}}$.

Giải



Ta có: $\begin{cases} S_{ACC'A'} = S_2 = AA' \cdot AC \\ S_{BDD'B'} = S_3 = BB' \cdot BD \end{cases}$

Ta có: $V = S \cdot h = \frac{AC \cdot BD}{2} \cdot AA' = \sqrt{\frac{AC^2 \cdot BD^2 \cdot AA'^2}{4}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2} AC \cdot BD\right) \cdot (AC \cdot AA') \cdot (BD \cdot AA')}{2}}$.

Mà: $\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \\ S_2 = AC \cdot AA' \\ S_3 = BD \cdot BB' = BD \cdot AA' \end{cases}$.

Thế nên: $V = \sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$.

Đáp án A.

Câu 5. [Nhận biết].

Nhận định đúng là:

(1) Hàm số $y = 2^{\sqrt{x}}$ luôn đồng biến trên toàn tập số thực.

(2) Hàm phân thức hữu tỉ luôn có đường tiệm cận.

(3) Nếu hàm số đồng biến trên tập số thực thì đạo hàm của nó luôn dương.

A. (1), (3). **B.** (2). **C.** (1). **D.** Cả ba đáp án A, B, C đều sai.

Giải

Xét từng phương án:

Phương án (1) sai vì vi phạm điều kiện xác định, do $D = [0; +\infty)$.

Phương án (2) sai vì ta không có định nghĩa đường tiệm cận của hàm số mà chỉ có định nghĩa **đường tiệm cận của đồ thị hàm số**.

Phương án (3) sai vì đạo hàm của nó có thể bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Đáp án D.

Câu 6. [Nhận biết].

Nếu hàm số đa thức $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị thì hàm số $y = f(1-2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Xét hàm số: $y = f(1-2x)$.

$$\text{Ta có: } y' = -2f'(1-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x = a \\ 1-2x = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-a}{2} \\ x = \frac{1-b}{2} \end{cases} \text{ với } x = a; x = b \text{ là hai điểm cực trị}$$

của hàm số $y = f(x)$.

Vậy hàm số $y = f(1-2x)$ có hai điểm cực trị là $x = \frac{1-a}{2}; x = \frac{1-b}{2}$.

Đáp án B.

Note: Số điểm cực trị của hàm $f(1-2x)$ bằng số điểm cực trị của hàm $f(x)$ vì hàm $f(1-2x)$ được sinh ra bởi các phép tịnh tiến và co giãn hàm $f(x)$.

Câu 7. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x) = 2020$. Tính giá trị của biểu thức sau: $f\left(f\left(f\left(f\left(\dots f(n)\right)\right)\right)\right)$.
 n functions of f

A. 2020.

B. $2020n$.

C. 2020^n .

D. 0.

Giải

$$\text{Ta có: } f(n) = 2020 \Rightarrow f(f(n)) = f(2020) = 2020 \Rightarrow f(f(f(n))) = f(2020) = 2020.$$

.....

$$\Rightarrow f\left(f\left(f\left(f\left(\dots f(n)\right)\right)\right)\right) = f(2020) = 2020.$$

 n functions of f

Đáp án A.

Note: Do hàm số $y = f(x) = 2020$ là hàm hằng nên giá trị của hàm số $f\left(f\left(f\left(f\left(\dots f(x)\right)\right)\right)\right)$
 n functions of f

tại điểm $x = n$ luôn có giá trị là 2020.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = 4x^4 - 6x^2 - 4x + 2021$. Số điểm cực đại của hàm số là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Giải

$$\text{Ta có: } y' = 16x^3 - 12x - 4 = 0 \Leftrightarrow (2x+1)^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \text{ (NBC)} \\ x = 1 \end{cases}$$

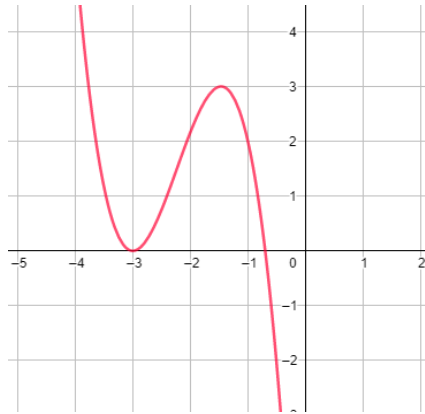
Nhận thấy, hàm số có đúng một nghiệm bội lẻ và đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi

qua nghiệm $x=1$ (do: $\begin{cases} y'(1^-) = a < 0 \\ y'(1^+) = b > 0 \end{cases}$) nên hàm số có đúng một điểm cực tiểu.

Đáp án A.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ là bao nhiêu?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Giải

Điều kiện xác định “lông”: $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

$$\text{Ta có: } f^2(x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x)[f(x) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = a \in (-1; 0) \text{ (L)} \\ x = b < -3 \\ x = c \in (-3; -2) \\ x = d \in (-1; a) \text{ (L)} \end{cases}.$$

Phân tích hàm số ta được:

$$g(x) = \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot (f(x) - 1)} = \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{(x+3)^2 \cdot (x+a)(x+b)(x+c)(x+d) \cdot x}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{(x+1)\sqrt{x+1}}{(x+3) \cdot (x+a)(x+b)(x+c)(x+d) \cdot \sqrt{x}}$$

$$\text{Xét các giới hạn: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -3^-} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow b^+} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow c^+} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = +\infty \end{cases}$$

Do đó hàm số đã cho có tất cả bốn tiệm cận đứng.

Đáp án B.**Câu 10. [Thông hiểu].**

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x^2-4x+2m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng?

A. 11.**B.** 12.**C.** Vô số.**D.** 13.Giải

Điều kiện xác định: $x \geq -3$.

Yêu cầu bài toán đã cho được quy về việc tìm giá trị nguyên của tham số m để phương trình:

$\sqrt{x^2-4x+2m} = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -3 (*).

Xét hàm số: $y = f(x) = x^2 - 4x + 2m$. Khi đó:

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1. f(-3) > 0 \\ \Delta' > 0 \\ \frac{S}{2} = -\frac{b}{2a} = 2 > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 21 > 0 \\ 4 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-21}{2} < m < 2 \Rightarrow m = \{-10; -9; \dots; 1\}.$$

Vậy có tất cả 12 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x^2-4x+2m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

Đáp án B.**Câu 11. [Thông hiểu].**

Biết rằng hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 7m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất là 9 trên đoạn $[0; 2]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m < -1$.**B.** $0 < m < 1$.**C.** $1 < m < 5$.**D.** $m > 10$.Giải

Ta có: $y = \frac{2x^2 + 2x - 7m}{x+1} = \frac{2x(x+1) - 7m}{x+1} = 2x - \frac{7m}{x+1} \Rightarrow y' = 2 + \frac{7m}{(x+1)^2}.$

Xét các khả năng:

Trường hợp 1: $y' = 2 + \frac{7m}{(x+1)^2} = 0$ có nghiệm trên đoạn $[0; 2]$.

$y' = 2 + \frac{7m}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 + 7m = 0$. Do hàm số này là parabol có đỉnh $x = -1$ nên đoạn $[0; 2]$ chỉ chứa 1 nghiệm của $y' = 0$ (Vì nếu có nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$, chắc chắn sẽ có một nghiệm khác có hoành độ $x < -1$). Hơn nữa đạo hàm y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua nghiệm này nên đây là điểm cực tiểu. Do vậy giá trị lớn nhất sẽ đạt tại biên.

Ta có:
$$\begin{cases} y(0) = -7m \\ y(2) = 4 - \frac{7}{3}m \end{cases}.$$

+) **Khả năng 1:** $y(0) = \max_{[0;2]} y$.

$$\text{Điều kiện: } -7m \geq 4 - \frac{7}{3}m \Rightarrow m \leq -\frac{6}{7}.$$

$$\text{Khi đó: } y(0) = 9 \Rightarrow m = -\frac{9}{7}.$$

+) **Khả năng 2:** $y(2) = \max_{[0;2]} y$.

$$\text{Điều kiện: } -7m \leq 4 - \frac{7}{3}m \Rightarrow m \geq -\frac{6}{7}.$$

$$\text{Khi đó: } y(2) = 9 \Rightarrow 4 - \frac{7}{3}m = 9 \Rightarrow m = -\frac{15}{7} (L).$$

Trường hợp 2: $y' = 2 + \frac{7m}{(x+1)^2} = 0$ vô nghiệm trên đoạn $[0;2]$ khi đó $m \geq 0$.

$$\text{Do đó } \max_{[0;2]} y = y(2) = 4 - \frac{7m}{3} = 9 \Leftrightarrow m = -\frac{15}{7}.$$

Đáp án A.

Câu 12. [Thông hiểu].

Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + 2ma - a^2}{x + a^2 + 1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn

$[0;2]$. Khẳng định đúng là:

A. $a > 0$.

B. $am < 0$.

C. $a + m > 1$.

D. Cả ba đều sai.

Giải

Xét đạo hàm $y' = \frac{a^2 + 1 + (a - m)^2}{(x + a^2 + 1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó giá trị lớn nhất của nó trên đoạn $[0;2]$

$$\text{là } y(2) = \frac{2 - (m - a)^2}{3 + a^2}.$$

Hơn nữa $y(2) = \frac{2 - (m - a)^2}{3 + a^2} \leq \frac{2}{3 + a^2} \leq \frac{2}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $a = m = 0$.

Loại A.

Loại B.

Loại C.

Đáp án D.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \sqrt{1010 + 2x - x^2} + 2$ (C) và họ đường thẳng (d): $mx - my + 2022 = 0$. Gọi m_0 là tham số thực sao cho đường thẳng (d) tiếp xúc với hàm số (C) đã cho tại một điểm nào đó thuộc (C). Giá trị của m_0 bằng bao nhiêu?

A. $\frac{-2022 - 2022\sqrt{2022}}{2021}$.

B. $\frac{-2022 + 2022\sqrt{2022}}{2021}$.

C. $\frac{-2021 - 2021\sqrt{2021}}{2022}$.

D. $\frac{-2021 + 2021\sqrt{2021}}{2022}$.

Giải

Xét hàm số: $y = \sqrt{1010 + 2x - x^2} + 2$ (C). Hay $y - 2 = \sqrt{1010 + 2x - x^2}$.

Điều kiện: $y \geq 2$.

Ta có: $y - 2 = \sqrt{1010 + 2x - x^2} \Leftrightarrow (y - 2)^2 = 1011 - (x - 1)^2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1011$

Như vậy: Đồ thị (C) là một nửa đường tròn tâm $I(1; 2)$ bán kính 1011 tính từ bờ $y = 2$ theo tia Oy .

Để họ đường thẳng luôn là tiếp tuyến thì khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng luôn bằng bán kính, khi đó ta có:

$$\frac{|m - 2m + 2022|}{\sqrt{2m^2}} = \sqrt{1011} \Leftrightarrow 2022m^2 = m^2 - 4044m + 2022^2 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{-2022 - 2022\sqrt{2022}}{2021} \\ m = \frac{-2022 + 2022\sqrt{2022}}{2021} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (d_1): \frac{-2022 - 2022\sqrt{2022}}{2021}x - \frac{-2022 - 2022\sqrt{2022}}{2021}y + 2022 = 0 \\ (d_2): \frac{-2022 + 2022\sqrt{2022}}{2021}x - \frac{-2022 + 2022\sqrt{2022}}{2021}y + 2022 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A\left(0; \frac{2021 \cdot 2022}{-2022 - 2022\sqrt{2022}}\right) \in (d_1) \\ B\left(0; \frac{2021 \cdot 2022}{-2022 + 2022\sqrt{2022}}\right) \in (d_2) \end{cases}$$

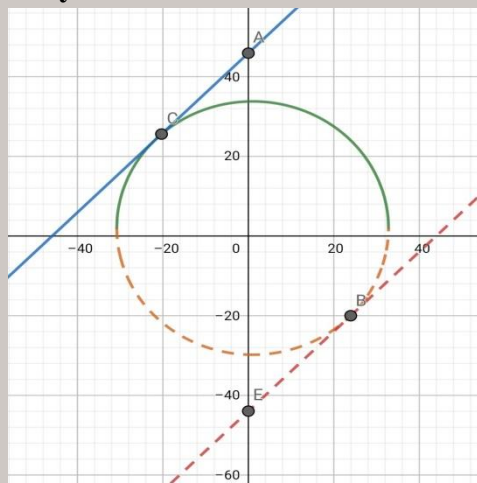
$$\text{Vì: } \begin{cases} y_A < 0 \text{ (L)} \\ y_B > 0 \text{ (N)} \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } m = \frac{-2022 + 2022\sqrt{2022}}{2021}$$

Đáp án B.

Note: Ta chọn giá trị m sao cho đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ dương vì ta cần tìm tiếp tuyến của nửa đường tròn nằm ở bờ trên đường thẳng $y = 2$. Nên tung độ giao điểm của $(d) \cap Oy = y_0 > 0$.

Minh họa bằng hình vẽ dưới đây.



Câu 14. [Vận dụng].

Phương trình $(x+2m)|x-m| = x^2 + m^2$ có tối đa bao nhiêu nghiệm?

A. 2.**B.** 3.**C.** 4.**D.** Tùy thuộc vào giá trị của m .Giải

Ta có: $(x+2m)|x-m| = x^2 + m^2 \Leftrightarrow (x-m)^2 - (x+2m)|x-m| + 2mx = 0$.

Đặt $t = |x-m|, t \geq 0$ ta được $t^2 - (x+2m)t + 2mx = 0$. Phương trình này có hai nghiệm là:

$$\begin{cases} t = x \\ t = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-m| = x \\ |x-m| = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \frac{m}{2} \\ m = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ x = 3m \\ x = -m \end{cases} \end{cases}.$$

Vì thế khi $m > 0$ thì phương trình có tối đa 3 nghiệm.

Vậy số nghiệm tối đa của phương trình là 3.

Đáp án B.**Câu 15. [Vận dụng].**

Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_3(10 - 3^{x+1}) \geq 1 - x$ chứa mấy số nguyên?

A. 3.**B.** 5.**C.** 4.**D.** Vô số.Giải

Ta có: $\log_3(10 - 3^{x+1}) \geq 1 - x \Leftrightarrow 10 - 3^{x+1} \geq 3^{1-x} \Leftrightarrow 3 \cdot 3^x + \frac{3}{3^x} - 10 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $\log_3(10 - 3^{x+1}) \geq 1 - x$ chứa 3 số nguyên.

Đáp án A.**Câu 16. [Vận dụng].**

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực và thỏa mãn $x \cdot f(x) + f'(x) \cdot (x^2 + 1) > 0$ với mọi giá trị của biến trên tập số thực. Biết rằng $f(0) = 1$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là?

A. $(0; +\infty)$.**B.** $(-\infty; 0)$ **C.** $(1; +\infty)$.**D.** $(0; 1)$.Giải

Ta có: $f(x) > \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \Leftrightarrow \frac{f(x)\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0 \Leftrightarrow f(x)\sqrt{x^2 + 1} > 1$.

Bài toán được quy về việc tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho:

$$g(x) = f(x)\sqrt{x^2 + 1} > 1.$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = \frac{f(x) \cdot x + f'(x)(x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0.$$

Nên hàm số đồng biến trên toàn tập số thực.

$$\text{Hơn nữa } g(0) = f(0) = 1.$$

$$\text{Vì thế } g(x) > g(0) = 1, \forall x \in (0; +\infty).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; +\infty)$.

Đáp án A.

Câu 17. [Vận dụng cao].

Cho các số thực a, b, m, n sao cho $2m + n < 0$ và thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} \log_2(a^2 + b^2 + 9) = 1 + \log_2(3a + 2b) \\ 9^{-m} \cdot 3^{-n} \cdot 3^{\frac{-4}{2m+n}} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81 \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a - m)^2 + (b - n)^2}$?

A. $2\sqrt{5} - 2.$

B. $2.$

C. $\sqrt{5} - 2.$

D. $2\sqrt{5}.$

Giải

$$\text{Ta có: } \log_2(a^2 + b^2 + 9) = 1 + \log_2(3a + 2b) \Leftrightarrow \log_2(a^2 + b^2 + 9) = \log_2[2(3a + 2b)].$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 9 = 6a + 4b \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - 2)^2 = 4.$$

Gọi $H(a; b)$, suy ra H thuộc đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 2$.

$$\text{Lại có: } 9^{-m} \cdot 3^{-n} \cdot 3^{\frac{-4}{2m+n}} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81$$

$$\Leftrightarrow 3^{-(2m+n) + \left(\frac{-4}{2m+n}\right)} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81, \quad (1)$$

Với $\forall m, n$ thỏa mãn $2m + n < 0$, ta có:

$$+) \quad -(2m + n) + \frac{-4}{2m + n} \geq 2\sqrt{\left[-(2m + n)\right] \cdot \left(\frac{-4}{2m + n}\right)} = 4 \Rightarrow 3^{-(2m+n) + \left(\frac{-4}{2m+n}\right)} \geq 81.$$

$$+) \quad \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] \geq \ln 1 = 0.$$

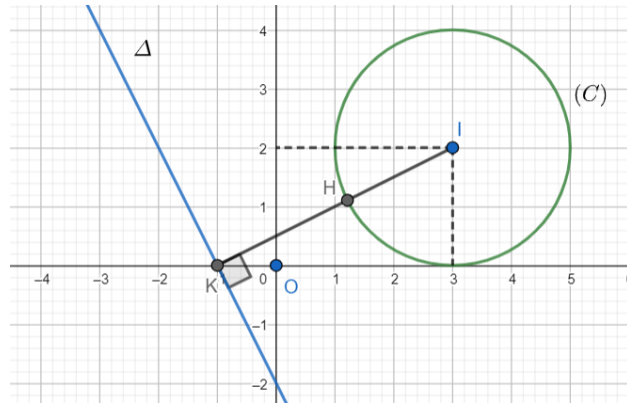
$$\text{Suy ra: } 3^{-(2m+n) + \left(\frac{-4}{2m+n}\right)} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] \geq 81.$$

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} -(2m + n) = \frac{-4}{2m + n} \\ 2m + n + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2m + n + 2 = 0.$$

Gọi $K(m; n)$, suy ra K thuộc đường thẳng Δ có phương trình $2x + y + 2 = 0$.

$$\text{Ta có: } P = \sqrt{(a - m)^2 + (b - n)^2} = HK.$$

$$d(I, \Delta) = \frac{|2 \cdot 3 + 2 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2\sqrt{5} > 2 \Rightarrow \text{đường thẳng } \Delta \text{ không cắt đường tròn } (C).$$



Do đó HK ngắn nhất khi K là hình chiếu của điểm I trên đường thẳng Δ và điểm H là giao điểm của đoạn thẳng IK với đường tròn (C) .

$$\text{Lúc đó } HK = IK - IH = d(I, \Delta) - R = 2\sqrt{5} - 2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $2\sqrt{5} - 2$.

Đáp án A.

Câu 18. [Vận dụng cao].

$$\text{Biết rằng: } \begin{cases} \log_{10}(2|x| + 2|y|) \leq \frac{2}{\log_3 100} \\ \sqrt{1-x} + \sqrt{1-y} + \ln\left(\frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-y}}\right) = 1 \end{cases}.$$

Tập hợp điểm biểu diễn quan hệ giữa x, y là một

- A.** Hình tròn. **B.** Một phần tư hình tròn. **C.** Elip. **D.** Cả ba đáp án đều sai.

Giải

Điều kiện xác định: $x < 1, y \leq 1, y \neq 0$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} \log_{10}(2|x| + 2|y|) \leq \frac{2}{\log_3 100} \\ \sqrt{1-x} + \sqrt{1-y} + \ln\left(\frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-y}}\right) = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_{10}(|x| + |y|) + \log_{10} 2 \leq \frac{2}{2\log_3 10} \\ \sqrt{1-x} + \sqrt{1-y} + \ln(\sqrt{1-x}) - \ln(1-\sqrt{1-y}) = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_{10}(|x| + |y|) \leq \log_{10} 3 - \log_{10} 2 \\ \sqrt{1-x} + \ln(\sqrt{1-x}) = (1-\sqrt{1-y}) + \ln(1-\sqrt{1-y}) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (|x| + |y|) \leq \frac{3}{2} \\ \sqrt{1-x} + \ln(\sqrt{1-x}) = (1-\sqrt{1-y}) + \ln(1-\sqrt{1-y}) \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm $y = f(t) = t + \ln t$ có đạo hàm $y' = 1 + \frac{1}{t} > 0, \forall t > 0$.

Như vậy hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Suy ra: $\sqrt{1-x} = 1 - \sqrt{1-y}$

Do đó: $\sqrt{1-x} = 1 - \sqrt{1-y} \Leftrightarrow \sqrt{1-x} + \sqrt{1-y} = 1$

Vì thế: (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} |x| + |y| \leq \frac{3}{2} \\ \sqrt{1-x} + \sqrt{1-y} = 1 \end{cases}$.

Đặt $u = \sqrt{1-x}, v = \sqrt{1-y}$. Thế thì ta có $\begin{cases} |1-u^2| + |1-v^2| \leq \frac{3}{2} \\ u+v=1 \end{cases}$ với $u > 0, v \geq 0$.

+) Nếu $v = 0$ thì $u = 1$, khi đó: $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài, nên cặp nghiệm $(0;1)$ thỏa mãn.

+) Nếu $u, v > 0$, khi đó ta có: $\begin{cases} v=1-u \\ |1-u^2| + |2u-u^2| \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < u < 1 \\ 4u^2 - 4u + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < u < 1 \Leftrightarrow x > 0$

. Kết hợp với điều kiện xác định ta được $0 < x < 1$.

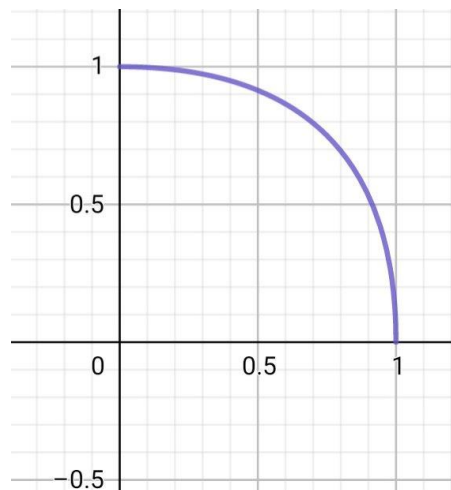
Vậy tập nghiệm của hệ là $\begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ y = 1 - (1 - \sqrt{1-x})^2 \end{cases}$.

Tập hợp điểm biểu diễn quan hệ giữa x, y đơn giản chỉ là một đồ thị hàm số cho bởi công

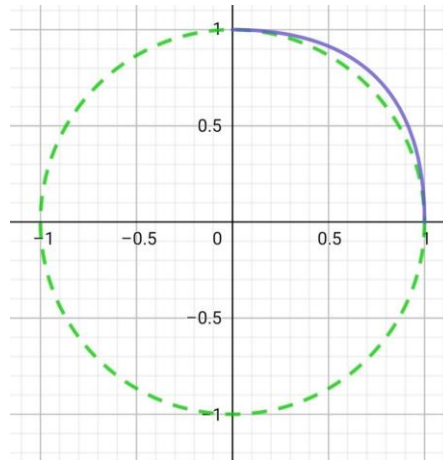
thức $\begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ y = 1 - (1 - \sqrt{1-x})^2 \end{cases}$ không phải là một trong ba hình nêu trên.

Note: Nếu phác họa đồ thị bằng hình vẽ ta rất dễ bị nhầm lẫn và chọn phương án B.

Minh họa bằng hình vẽ:



Đồ thị hàm số cho bởi công thức $\begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ y = 1 - (1 - \sqrt{1-x})^2 \end{cases}$



Tương giao giữa đồ thị hàm số cho bởi công thức $\begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ y = 1 - (1 - \sqrt{1-x})^2 \end{cases}$ và đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R = 1$.

Đáp án D.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = (2a - 2b - c)x^8 + (5a^2 + 5b^2 - 4c^2)x^4 + (9 - b^2)x^3 + x + 1$. Biết rằng $c \in [0;10]$ và a, b, c là các số tự nhiên. Số cặp giá trị (a, b, c) để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ là?

A. 11.

B. 10.

C. 6.

D. 4.

Giải

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì hệ phương trình: $\begin{cases} 2a - 2b = c \\ 5a^2 + 5b^2 = 4c^2 \end{cases}$ có nghiệm.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2a - 2b = c \\ 5a^2 + 5b^2 = 4c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = \frac{c}{2} \end{cases}$$

Khi đó hàm số trở thành $y = (9 - b^2)x^3 + x + 1$.

Ta có: $y' = 3(9 - b^2)x^2 + 1$.

Để hàm số $y = (9 - b^2)x^3 + x + 1$ đồng biến trên tập số thực thì: $(9 - b^2) \geq 0$.

Suy ra: $-3 \leq b \leq 3 \Rightarrow -6 \leq c \leq 6$

Vì: $c \in [0;10]$ nên $0 \leq c \leq 6 \Rightarrow 0 \leq b \leq 3$.

Nên có tất cả 4 giá trị của b thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Mặt khác, ứng với mỗi giá trị của b ta tìm được duy nhất cặp giá trị của (a, c) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Thử lại ta thấy có tất cả 4 bộ giá trị thỏa mãn.

Đáp án D.

Note: Nhận xét rằng hàm số bậc chẵn luôn không thể đơn điệu trên tập số thực vì đạo hàm của nó là hàm số bậc lẻ. Hàm số bậc lẻ thì luôn có ít nhất một nghiệm trên tập số thực nên

hàm bậc chẵn luôn có ít nhất một điểm cực trị. Do đó để thỏa yêu cầu thì hệ số bậc chẵn cao hơn hệ số bậc lẻ cao nhất phải bằng 0.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AD = a$, $CD = a\sqrt{2}$, $ABC = DAB = 90^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD là?

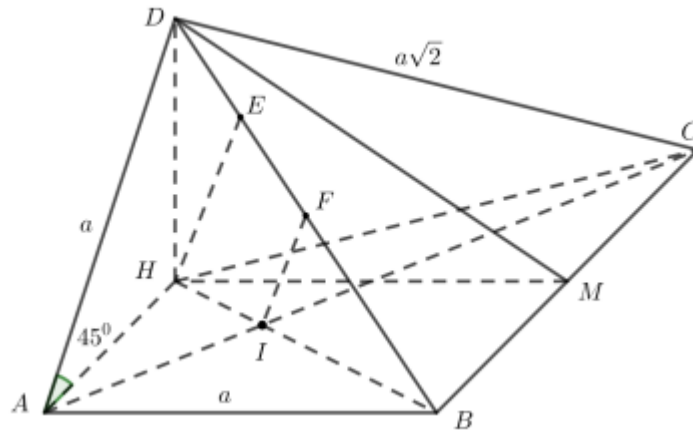
A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (ABC)

Suy ra ta có $AB \perp AH$.

$$\text{Mà } AB \perp BC \Rightarrow (AD, BC) = (AD, AH) = 45^\circ \Rightarrow AH = DH = \frac{AD}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\triangle ABD \text{ vuông tại } A \Rightarrow BD = a\sqrt{2}.$$

Suy ra $DB = DC$ nên $\triangle DBC$ cân tại D .

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC, \text{ ta có } \begin{cases} DM \perp BC \\ DH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp HM.$$

Do đó $AHMB$ là hình chữ nhật.

$$\text{Suy ra } AH = BM = \frac{1}{2}BC.$$

Xét hình thang $ABCH$ ($AH \parallel BC$), gọi $I = AC \cap BH$.

$$\text{Theo định lí Thales ta có: } \frac{IH}{IB} = \frac{AH}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow IH = \frac{1}{3}HB.$$

$$\triangle AHB \text{ vuông tại } A, \text{ có } HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Hơn thế nữa, ta có: } HI \cdot IB = \frac{1}{3}HB \cdot HB = \frac{1}{3}HB^2 = \frac{a^2}{2} = AH^2 \Rightarrow AI \perp HB \Leftrightarrow HB \perp AC.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC \perp DH \\ HB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp DB.$$

Trong tam giác $\triangle DHB$ dựng $HE \perp DB, IF \parallel HE \Rightarrow IF \perp BD \Rightarrow d(AC, BD) = IF$.

Tam giác $\triangle DHB$ vuông tại $H \Rightarrow HE = \frac{HB \cdot HD}{\sqrt{HB^2 + HD^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Trong tam giác $\triangle BHE$: $IF // HE \Rightarrow \frac{IF}{HE} = \frac{BI}{BH} = \frac{2}{3} \Rightarrow IF = \frac{2}{3}HE = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Đáp án D.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)

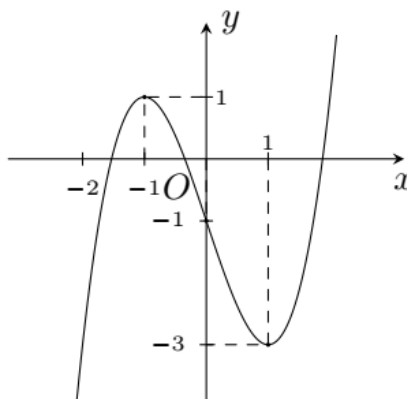
**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XVII****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A. $(-2; 1)$.****B. $(-1; 2)$.****C. $(-2; -1)$.****D. $(-1; 1)$.**Giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đồng biến trên hai khoảng rời nhau $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Mà $(-2; -1) \subset (-\infty; -1)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Đáp án C.**Câu 2. [Nhận biết].**

Tìm điểm cực đại và cực tiểu của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 4$ lần lượt là?

A. $x_{CD} = -1; x_{CT} = 0$.**B. $A(-1; 5); B(0; 4)$.****C. $x_{CD} = 0; x_{CT} = -1$.****D. $A(-1; 5); B(0; 4)$.**Giải

$$\text{Ta có: } y' = 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Vì hàm số có hệ số $a > 0$, nên hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 4$ có dạng hình chữ: 'N'.

Do đó: $x_{CD} = -1; x_{CT} = 0$.

Đáp án A.

Note: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có cực trị tại điểm $x = x_0$, khi đó:

Điểm cực trị (điểm cực tiểu, điểm cực đại) của hàm số $y = f(x)$: $x = x_0$.

Điểm cực trị (điểm cực tiểu, điểm cực đại) của đồ thị hàm số $y = f(x)$: $A(x_0, f(x_0))$.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	2	-2	$2\sqrt{5}$	

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$.

B. $\max_{[-\sqrt{3}; 1]} y = 2$.

C. $\max_{[-\sqrt{3}; 1]} y = 2\sqrt{5}$.

D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$.

Giải

Trên đoạn: $[-\sqrt{3}; 1]$, ta có: $\begin{cases} \min_{[-\sqrt{3}; 1]} y = -2 \\ \max_{[-\sqrt{3}; 1]} y = 2 \end{cases}$.

Trên đoạn: $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$, ta có: $\begin{cases} \min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = -2 \\ \max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5} \end{cases}$.

Đáp án B.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 4]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-2	-1	0	4
$f(x)$	-3	1	-2	2

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2; 4]$

Tính $M^2 - m^2$.

A. 9.

B. 8.

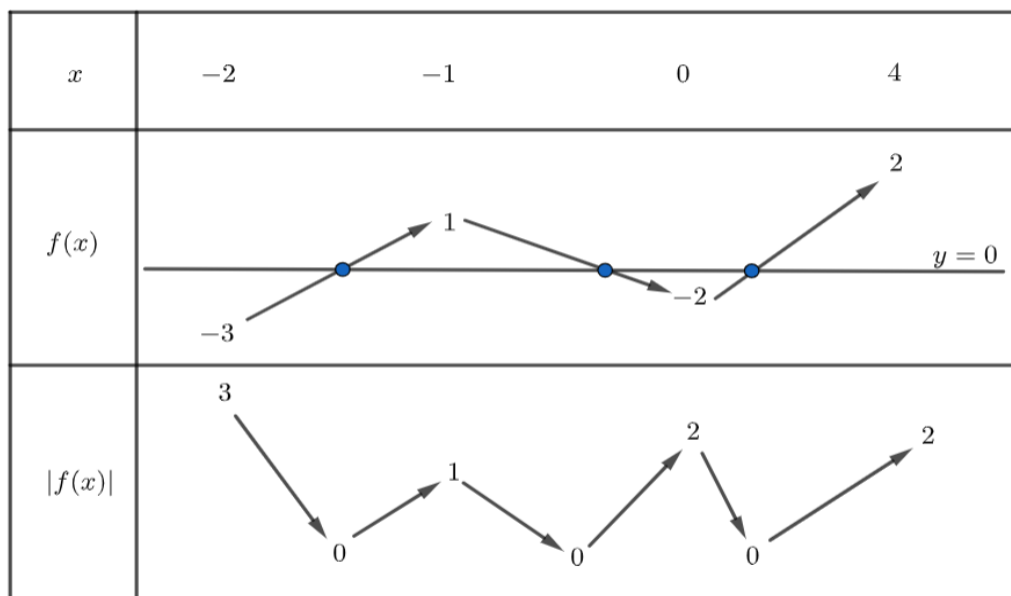
C. 3.

D. 5.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta dễ dàng suy ra:

Bảng biến thiên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$:



Dựa vào bảng biến thiên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$, ta thấy:
$$\begin{cases} \min_{[-2;4]} |f(x)| = 0 \\ \max_{[-2;4]} |f(x)| = 3 \end{cases}.$$

Vậy: $S = M^2 - m^2 = 3^2 - 0^2 = 9$.

Đáp án A.

Note: Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ thu được từ việc giữ nguyên phần hàm nằm bên trên trục hoành và lấy đối xứng phần đồ thị hàm số nằm bên dưới trục hoành qua trục Ox .

Tips: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[x_1; x_2]$. Giả sử $a, b, c, \dots, d$ là các điểm cực đại và $e, f, g, \dots, h$ là các điểm cực tiểu của hàm số trên đoạn $[x_1; x_2]$. Khi đó:

+) **Trường hợp 1:** $\min_{[x_1; x_2]} f(x), \max_{[x_1; x_2]} f(x) < 0$.

Khi đó:
$$\begin{cases} \min_{[x_1; x_2]} |f(x)| = 0 \\ \max_{[x_1; x_2]} |f(x)| = \max |f(i)|, i = \{x_1; a; b; c; \dots; d; e; f; g; \dots; h; x_2\} \end{cases}.$$

+) **Trường hợp 2:** $\min_{[x_1; x_2]} f(x), \max_{[x_1; x_2]} f(x) \geq 0$.

Khi đó:
$$\begin{cases} \min_{[x_1; x_2]} |f(x)| = \min |f(m)|, m = \{x_1; a; b; c; \dots; d; e; f; g; \dots; h; x_2\} \\ \max_{[x_1; x_2]} |f(x)| = \max |f(n)|, n = \{x_1; a; b; c; \dots; d; e; f; g; \dots; h; x_2\} \end{cases}.$$

Câu 5. [Nhận biết].

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{13}{27}$.

C. -6.

D. 0.

Giải

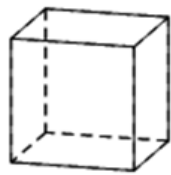
Ta có: $y' = 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = 4 \notin [1;3] \end{cases}$.

Tính toán tại một số điểm cần thiết, ta có: $\begin{cases} y(1) = 0 \\ y\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27} = \max_{[1;3]} y \\ y(3) = -6 = \min_{[1;3]} y \end{cases}$.

Đáp án B.

Câu 6. [Nhận biết].

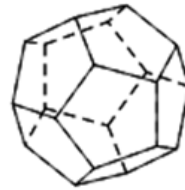
Hình đa diện đều $\{3,5\}$ là hình nào sau đây?



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 2.

C. Hình 4.

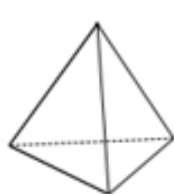
D. Hình 1.

Giải

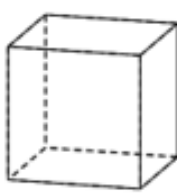
Hình đa diện đều loại $\{3,5\}$ là hình hai mươi mặt đều gồm 12 đỉnh, 30 cạnh, 20 mặt.

Đáp án C.

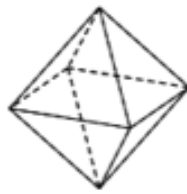
Note:



Khối tứ diện đều



Khối lập phương



Bát diện đều



Hình 12 mặt đều



Hình 20 mặt đều

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Loại	Hình	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$		Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$		Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$		Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$		Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$		Hai mươi mặt đều	12	30	20

Câu 7. [Nhận biết].

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ lần lượt là:

A. $x = \frac{1}{3}; y = 3$.

B. $y = -1; x = 3$.

C. $y = 2; x = -1$.

D. $x = -1; y = 3$.

Giải

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$: $x = -1$.

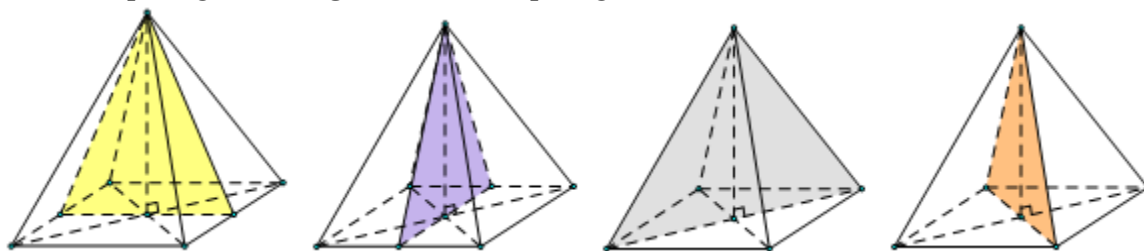
Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$: $y = 3$.

Đáp án D.**Câu 8. [Thông hiểu].**

Số mặt phẳng đối xứng của hình chóp tứ giác đều là:

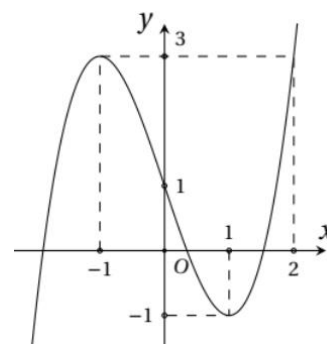
A. 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 4.Giải

Minh họa mặt phẳng đối xứng của hình chóp tứ giác đều:

**Đáp án D.****Câu 9. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số

$y = f(x^2 - 2x + 1) + 2019$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 1)$.**B.** $(1; 2)$.**C.** $(2; +\infty)$.**D.** $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.Giải

$$\text{Ta có: } y' = (2x-2) \cdot f(x^2 - 2x + 1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2 > 0 \\ f(x^2 - 2x + 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < (x-1)^2 < 1 \end{cases} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ \begin{cases} (x-1)^2 < -1 \\ (x-1)^2 > 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x-1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 0 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < 0 \end{cases}$$

Đáp án B.**Câu 10. [Thông hiểu].**

Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$. Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

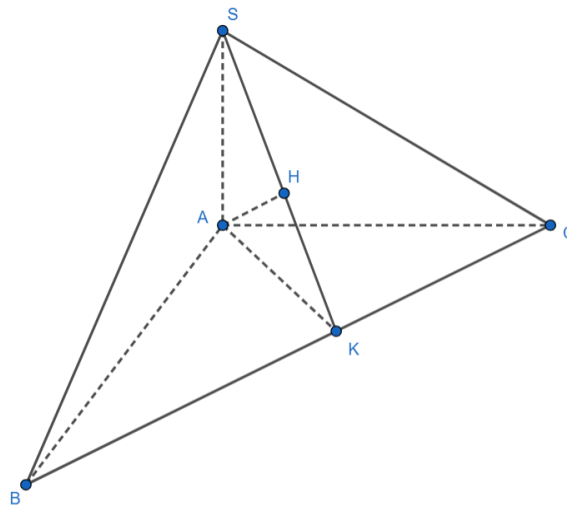
A. $\frac{1}{6}a\sqrt{21}$

B. $\frac{1}{5}a\sqrt{10}$

C. $\frac{1}{7}a\sqrt{21}$

D. $\frac{1}{3}a\sqrt{10}$

Giải

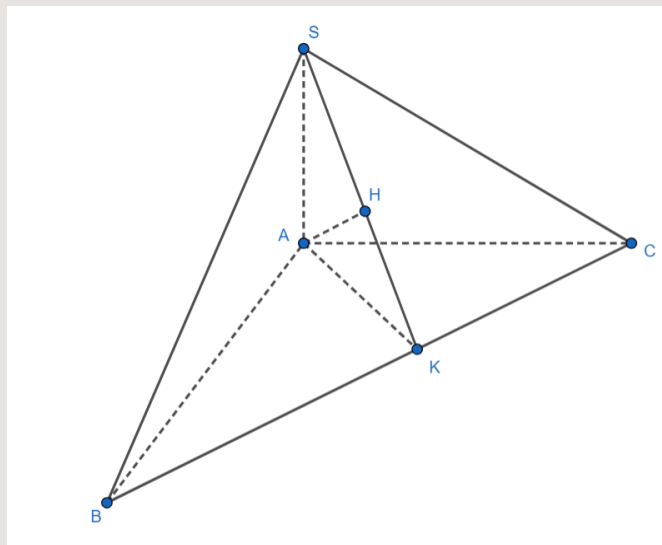


Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

$$\frac{1}{[d(A, (SBC))]^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Đáp án B.

Note: Lý do: $\frac{1}{[d(A, (SBC))]^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$?



Kẻ: $AK \perp BC$. Vì: $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp AH$.

Kẻ: $AH \perp SK$. Vì: $\begin{cases} AH \perp SK \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH = d(A, (SBC))$.

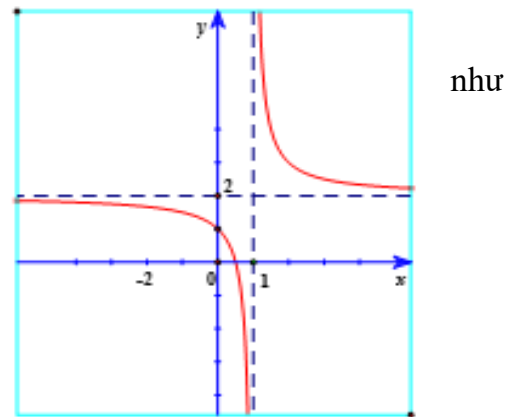
Xét tam giác vuông $\triangle SAK$, $SAK = 90^\circ$, ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2}$ (1).

Mặt khác xét tam giác vuông $\triangle ABC$, $BAC = 90^\circ$, ta có: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ (2).

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}.$$

Câu 11. [Thông hiểu].

Xác định a, b, c để hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a = 2, b = 1, c = -1$.

B. $a = 2, b = -1, c = 1$.

C. $a = 2, b = 1, c = 1$.

D. $a = 2, b = 2, c = -1$.

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có:

+) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x = -\frac{c}{b} = 1 \Rightarrow -c = b \Rightarrow b + c = 0$ (1).

+) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \Rightarrow a - 2b = 0$ (2).

+) Giao điểm với trục tung: $A = \left(0; -\frac{1}{c}\right) = (0; 1) \Rightarrow -\frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = -1$ (3).

Từ (1)(2)(3), ta có:
$$\begin{cases} a - 2b = 0 \\ b + c = 0 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}.$$

Đáp án A.**Câu 12. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có hai hoành độ cực trị là $x=1$ và $x=3$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = f(m)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

A. $(f(1); f(3))$.

B. $(0; 4)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

Giải**Phương pháp:**

+) Tìm mối quan hệ a, b, c dựa vào hoành độ hai điểm cực trị.

+) Xét phương trình $f(x) = f(m)$ và tìm điều kiện để phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do hàm số có hoành độ hai điểm cực trị là: $x_1 = 1, x_2 = 3$ nên
$$\begin{cases} 4 = x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} \\ 3 = x_1 x_2 = \frac{c}{3a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6a \\ c = 9a \end{cases}.$$

Xét phương trình $f(x) = f(m)$, ta được:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = am^3 + bm^2 + cm + d \Leftrightarrow a(x^3 - m^3) + b(x^2 - m^2) + c(x - m) = 0.$$

$$\Leftrightarrow a(x^3 - m^3) - 6a(x^2 - m^2) + 9a(x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - m)(x^2 + mx + m^2) - 6(x - m)(x + m) + 9(x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - m)[x^2 + mx + m^2 - 6x - 6m + 9] = 0 \Leftrightarrow (x - m)[x^2 + (m - 6)x + m^2 - 6m + 9] = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 0 \\ x^2 + (m - 6)x + m^2 - 6m + 9 = 0 \end{cases}$$

Để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình:

$$x^2 + (m - 6)x + m^2 - 6m + 9 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } x = m (*).$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m - 6)^2 - 4(m^2 - 6m + 9) > 0 \\ m^2 + (m - 6)m + m^2 - 6m + 9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 12m > 0 \\ 3m^2 - 12m + 9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 4 \\ m \neq 1, m \neq 3 \end{cases}$$

Vậy $m \in (0; 4) \setminus \{1, 3\}$.

Đáp án D.

Câu 13. [Vận dụng].

Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $0 < m < 4$. B. $4 < m < 8$. C. $8 < m < 10$. D. $m > 10$.

Giải

$$\text{Ta có: } \max_{[1;2]} y + \min_{[1;2]} y = 8 \Leftrightarrow y(1) + y(2) = 8 \Leftrightarrow \frac{1+m}{1+1} + \frac{2+m}{2+1} = 8 \Rightarrow m = \frac{41}{5}.$$

Đáp án C.

Note: Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm nhất biến trên một đoạn (Hàm số liên tục trên khoảng đó) đúng bằng tổng hai giá trị tại hai biên của đoạn. (Do hàm nhất biến luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến trên từng đoạn xác định đó).

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 0.

Giải

Phương pháp:

Xét hàm đa thức bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Hàm số $y = f(|x|)$ có 3 cực trị khi hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có 2 cực trị trái dấu.

Cách giải:

Để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 cực trị thì hàm số $y = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$ có 2 cực trị trái dấu.

Trước hết cần điều kiện: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Ta có: $y' = 3(m-1)x^2 - 10x + m+3$.

Để hàm số $y = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$ có 2 cực trị trái dấu thì phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm trái dấu $\Rightarrow 3(m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Kết hợp điều kiện $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$.

Với $m=1$ thì hàm số trở thành $y = -5x^2 + 4x + 3$ có 1 cực trị $x = \frac{2}{5} > 0$.

Khi đó hàm số $f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị.

Vậy $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Đáp án C.

Note: Xét hàm số: $y = f(x)$ liên tục trên K . Giả sử hàm số có n điểm cực trị **dương** khi đó số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là $2n+1$.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hình chóp $S.ABCD$ gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC và SD (tham khảo hình vẽ).

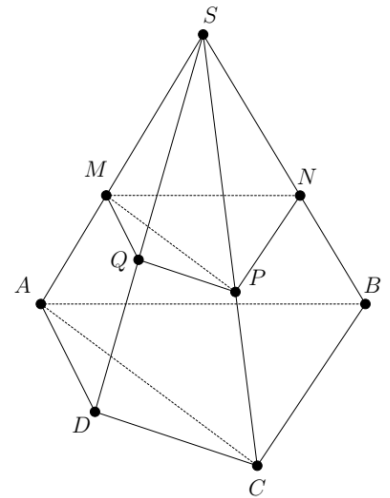
Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng thể tích khối $S.MNPQ$ bằng 1?

A. $\frac{1}{8}$.

B. 8.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 4.



Giải

Ta có:
$$\begin{cases} m = \frac{SA}{SM} = 2 \\ n = \frac{SB}{SN} = 2 \\ p = \frac{SC}{SP} = 2 \\ q = \frac{SD}{SQ} = 2 \end{cases}.$$

Khi đó:
$$\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{m+n+p+q}{4mnpq} = \frac{2+2+2+2}{4.2.2.2} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.ABCD} = 8V_{S.MNPQ} = 8.$$

Đáp án B.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) .

Xét tam giác đều $\triangle ABI$ có hai đỉnh A, B thuộc (C) , độ dài đoạn AB bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Giải

+) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng: $x = -2$.

+) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng: $y = 1$.

+) Giao điểm hai đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là điểm: $I(-2;1)$.

Gọi $A\left(a; 1 - \frac{3}{a+2}\right)$ và $B\left(b; 1 - \frac{3}{b+2}\right)$ là hai điểm bất kỳ thuộc đồ thị hàm số (C) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} IA^2 = (a+2)^2 + \frac{9}{(a+2)^2} \\ IB^2 = (b+2)^2 + \frac{9}{(b+2)^2} \end{cases}.$$

Vì tam giác $\triangle ABC$ là tam giác đều, khi đó: $\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ \cos(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) = \cos 60^\circ \end{cases}$.

$$\text{Hay: } \begin{cases} (a+2)^2 + \frac{9}{(a+2)^2} = (b+2)^2 + \frac{9}{(b+2)^2} \\ \frac{\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}}{IA \cdot IB} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+2)^2 + \frac{9}{(a+2)^2} = (b+2)^2 + \frac{9}{(b+2)^2} \\ \frac{(a+2)(b+2) + \left(-\frac{3}{a+2}\right)\left(-\frac{3}{b+2}\right)}{(a+2)^2 + \frac{9}{(a+2)^2}} = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} x = a+2 \\ y = b+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 9\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) = 0 \quad (1) \\ xy + \frac{9}{xy} = \frac{1}{2} \quad (2) \end{cases}.$$

$$(1) \Leftrightarrow (x-y)(x+y) - \frac{9(x-y)(x+y)}{x^2 y^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x+y)\left(1 - \frac{9}{x^2 y^2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \quad (L) \\ x = -y \\ (xy)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ xy = 3 \\ xy = -3 \end{cases}$$

$$+) \text{ Với } x = -y \Rightarrow (2) \Leftrightarrow \frac{-x^2 - \frac{9}{x^2}}{x^2 + \frac{9}{x^2}} = -1 \neq \frac{1}{2} (L).$$

$$+) \text{ Với } xy = -3 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow \frac{-3 - \frac{9}{x^2}}{x^2 + \frac{9}{x^2}} < 0 < \frac{1}{2} (L).$$

$$+) \text{ Với } xy = 3 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow \frac{3 + \frac{9}{x^2}}{x^2 + \frac{9}{x^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} = 12 \Rightarrow AB = IA = \sqrt{x^2 + \frac{9}{x^2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

Đáp án B.

Câu 17. [Vận dụng cao].

Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Các điểm M, N, P, Q thay đổi tương ứng trên cạnh AB, AD, CD, CB . Giá trị nhỏ nhất của tổng $MN + NP + PQ + QM$ là?

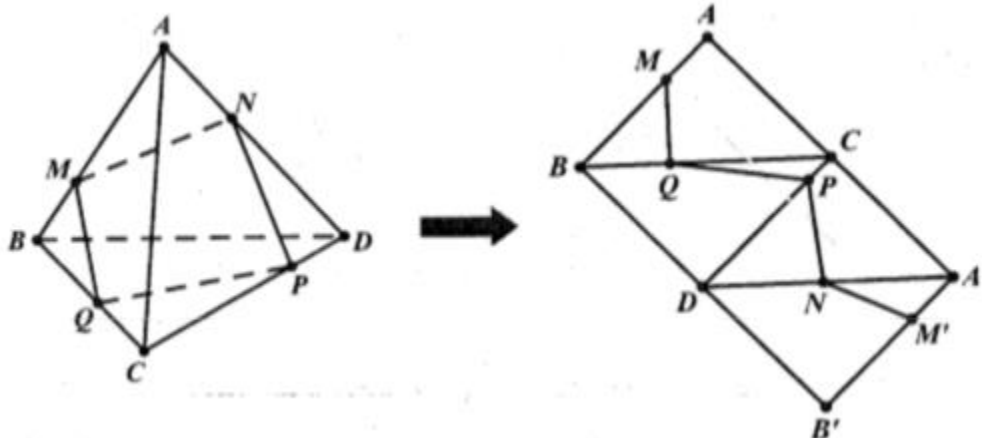
A. a .

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a$.

D. $3a$.

Giải



Khai triển tứ diện trên mặt phẳng ta được hình bình hành $ABB'A'$, do: $\begin{cases} MA = M'A' \\ MA \parallel M'A' \end{cases}$

Nên tứ giác $AMM'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow MM' = AA' = 2a$.

$$\Rightarrow MN + NP + PQ + QM \geq MM' = 2a.$$

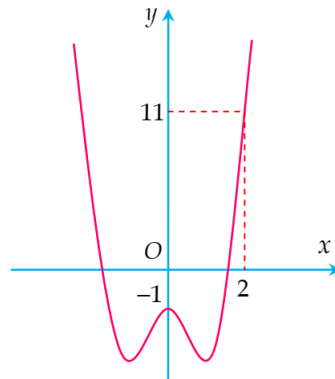
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi Q, P, N lần lượt là giao điểm của MM' với BC, CD, DA' .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} MQ \parallel AC, PN \parallel AC \\ QP \parallel BD, MN \parallel BD \end{cases} \Rightarrow MNPQ \text{ là hình bình hành.}$$

Đáp án C.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ đồng thời $f(x+1) - f(x) = 2x(2x+1)(x+1)$. Biết rằng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; $g(x) = mx^2 + nx + p$ và $f(x) = g(x^2 - 1)$. Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x bằng?



A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. -2 .

D. -4 .

Giải

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} f(x+1) - f(x) = 2x(2x+1)(x+1) \\ f(x) = g(x^2 - 1) \\ f(0) = -1 \\ g(-1) = -1 \\ f(2) = 11 \\ g(3) = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(x+1)^4 + b(x+1)^2 + c - ax^4 - bx^2 - c = 2x(2x+1)(x+1) \\ c = -1 \\ 16a + 4b + c = 11 \\ m - n + p = -1 \\ 9m + 3n + p = 11 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a[(x+1)^2 - x^2][(x+1)^2 + x^2] + b[(x+1)^2 - x^2] = 2x(2x+1)(x+1) \\ c = -1 \\ 16a + 4b + c = 11 \\ m - n + p = -1 \\ 9m + 3n + p = 11 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} (2x+1)[a[(x+1)^2 + x^2] + b] = 2x(2x+1)(x+1) \\ c = -1 \\ 16a + 4b + c = 11 \\ m - n + p = -1 \\ 9m + 3n + p = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2ax^2 + 2ax + a + b = 2x^2 + 2x \\ c = -1 \\ 16a + 4b + c = 11 \\ m - n + p = -1 \\ 9m + 3n + p = 11 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ 16a + 4b + c = 11 \\ m - n + p = -1 \\ 9m + 3n + p = 11 \\ g(0) = p = f(1) = a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ m = 1 \\ n = 1 \\ p = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 + x - 1 = \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = g(x)$ là $-\frac{5}{4}$, đạt tại $x = -\frac{1}{2}$.

Đáp án A.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho ba số nguyên dương x, y, z là độ dài các cạnh của một tam giác cân bất kỳ. Ta có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{xyz}$?

A. 156.

B. 81.

C. 165

D. 216.

Giải

$$\text{Gọi độ dài cạnh bên và cạnh đáy của tam giác cân là } x, y \Rightarrow \begin{cases} 0 < y < 2x \\ 0 < y \leq 9 \\ 0 < x \leq 9 \end{cases}$$

+) Trường hợp 1: $\begin{cases} 0 < y \leq 9 \\ 5 \leq x \leq 9 \end{cases}$ suy ra có tất cả: $9 \cdot 5 = 45$ (cặp số).

+) Trường hợp 2: $\begin{cases} x = i \\ 1 \leq y \leq 2i - 1 \end{cases}$ với $1 \leq i \leq 4$. Với mỗi giá trị của i , có $2i - 1$ số thỏa mãn.

Do đó, trường hợp này có: $(2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + (2 \cdot 4 - 1) = 16$ (cặp số).

Suy ra có 61 cặp số $(x; y)$.

Với mỗi cặp $(x; y)$ ta viết số có 3 chữ số trong đó có 2 chữ số x , một chữ số y .

Trong 61 cặp có:

+) 9 cặp $x = y$, viết được 9 số.

+) 52 cặp $x \neq y$, mỗi cặp viết được 3 số $(\overline{xyx}, \overline{yxx}, \overline{xyx})$ nên có $3 \cdot 52 = 156$ số.

Vậy tất cả có 165 số.

Chọn C.

Note: Tam giác đều là một trường hợp đặc biệt của tam giác cân.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm cấp 3 với $f'''(x) = 0$ và thỏa mãn:

$$[f'(x)]^{2022} [1 - f''(x)] = \frac{2x(x+1)^2 (x-2022)^{2023}}{f''(x)}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số $g(x) = [f'(x)]^{2023} [1 - f''(x)]$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Ta có: $g'(x) = 2023 [f'(x)]^{2022} f''(x) \cdot [1 - f''(x)] - [f'(x)]^{2023} f'''(x)$.

Do: $f'''(x) = 0 \Rightarrow g'(x) = 2023 [f'(x)]^{2022} \cdot f''(x) \cdot [1 - f''(x)]$.

Từ giả thuyết ta có: $[f'(x)]^{2022} [1 - f''(x)] = \frac{2x(x+1)^2 (x-2022)^{2023}}{f''(x)}$.

$\Rightarrow [f'(x)]^{2022} \cdot [1 - f''(x)] \cdot f''(x) = 2x(x+1)^2 (x-2022)^{2023}$.

$\Rightarrow g'(x) = 2023 \cdot 2x(x+1)^2 (x-2022)^{2023}$.

Ta thấy: $x = 0, x = 2022$ là các nghiệm đơn nên hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực trị

Đáp án B.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XVIII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - LOGARIT - HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1; -2)$?

A. $y = \frac{2-2x}{1-x}$.

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$.

C. $y = \frac{2x-3}{2x+4}$.

D. $y = -2x^3 + 6x^2 + x - 1$.

Giải

Xét từng đáp án:

+) **Đáp án A:**

Hàm số $y = \frac{2-2x}{1-x}$, có tâm đối xứng là điểm $I(1; 2)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=2$.

Loại A.+) **Đáp án B:**Ta có: $y' = 6x^2 - 12x + 1 \Rightarrow y'' = 12x - 12 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow I(1; -2)$.Vậy hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$ có tâm đối xứng là điểm: $I(1; -2)$.**Chọn B.**+) **Đáp án C:**

Hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+4}$, có tâm đối xứng là điểm $I(-2; 1)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x=-2$ và đường tiệm cận ngang $y=1$.

Loại C.+) **Đáp án D:**Ta có: $y' = -6x^2 + 12x + 1 \Rightarrow y'' = -12x + 12 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow I(1; 4)$.Vậy hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 + x + 1$ có tâm đối xứng là điểm: $I(1; 4)$.**Loại D.**

Đáp án B.**Câu 2. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

- A. $y = -2x + 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 3x - 2$. D. $y = -3x - 2$.

Giải

Giao điểm của đồ thị hàm số (C) với trục tung là điểm $A(0; -2)$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y'(0) = 3$.

Vì vậy: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm $A(0; -2)$ có phương trình:

$$y = y'(0)(x - 0) - 2 = 3x - 2.$$

Đáp án C.

Câu 3. [Nhận biết]. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ không tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$?

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $-2 < m < 2$. C. $-2 \leq m \leq -1$. D. $-2 < m \leq -1$.

Giải

Để hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ không tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì: $y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2} \leq 0, \forall x \in (-\infty; 1)$ và

hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 1)$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} -m \geq 1 \\ m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ -2 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Đáp án C.

Note: Hàm số không tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$, có nghĩa là hàm số có thể giảm hoặc không đổi trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 4. [Nhận biết].

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{\log_2(x-1)} \leq 1$.

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = [2; 3]$. C. $S = (1; 3]$. D. $S = (1; 3)$.

Giải

$$\text{ĐKXD: } x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

$$\text{TXĐ: } D = (1; +\infty).$$

Ta có: $\sqrt{\log_2(x-1)} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x-1) \geq 0 \\ \log_2(x-1) \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 3.$

Đáp án B.

Câu 5. [Nhận biết].

Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích V theo a .

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{24}$.

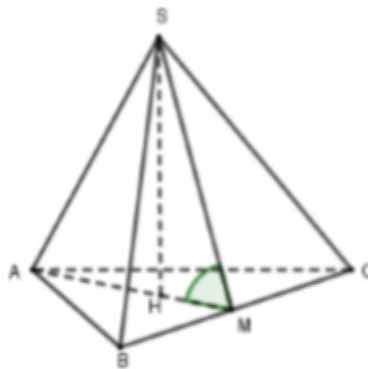
C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Giải

Phương pháp: Tính diện tích đáy và chiều cao rồi áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}Sh$ tính thể tích.

Cách giải:



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ΔABC suy ra SH là đường cao.

Góc giữa mặt bên và đáy là góc giữa SM và AM với M là trung điểm của BC .

Tam giác ΔABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MH = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Tam giác vuông ΔSHM có $MH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $\angle SMH = 45^\circ$ nên $SH = HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vậy thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3}{24}$.

Đáp án B.

Câu 6. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số nào đi qua điểm $M(1;2)$?

A. $y = \frac{-2x-1}{x+2}$.

B. $y = 2x^3 - x + 1$.

$$\text{C. } y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}.$$

$$\text{D. } y = -x^4 + 2x^2 - 2.$$

Giải

Xét từng đáp án:

+) Đáp án A:

$$\text{Ta có: } y(1) = \frac{-2 \cdot 1 - 1}{1 + 2} = -1.$$

Như vậy hàm số đi qua điểm $A(1; -1) \neq M(1; 2)$.

Loại A.

+) Đáp án B:

$$\text{Ta có: } y(1) = 2 \cdot 1^3 - 1 + 1 = 2.$$

Như vậy hàm số đi qua điểm $M(1; 2)$.

Chọn B.

+) Đáp án C:

$$\text{Ta có: } y(1) = \frac{1^2 - 1 + 1}{1 - 2} = -1.$$

Như vậy hàm số đi qua điểm $B(1; -1) \neq M(1; 2)$.

Loại C.

+) Đáp án D:

$$\text{Ta có: } y(1) = -1^4 + 2 \cdot 1^2 - 2 = -1.$$

Như vậy hàm số đi qua điểm $C(1; -1) \neq M(1; 2)$.

Loại D.

Đáp án B.

Câu 7. [Thông hiểu].

Gọi M và N là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = -x^2 + 4$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là?

A. $(1; 0)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(2; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Giải

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra: Giao điểm } M, N \text{ có tọa độ: } \begin{cases} M(-\sqrt{2}; 2) \\ N(\sqrt{2}; 2) \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}; \frac{2 + 2}{2}\right) = (0; 2).$$

Đáp án B.

Câu 8. [Thông hiểu].

Cho $a = \log_3 2, b = \log_3 5$. Khi đó biểu thức $\log 60$ được biểu diễn bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{-2a+b-1}{a+b}$. **B.** $\frac{2a+b+1}{a+b}$. C. $\frac{2a+b-1}{a+b}$. D. $\frac{2a-b-1}{a+b}$.

Giải

Phương pháp: Áp dụng công thức:

+) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_a b^c = c \log_a b$ (các biểu thức trên đều xác định).

Cách giải:

$$\log 60 = \log_{10} 60 = \frac{\log_3 60}{\log_3 10} = \frac{\log_3 (2^2 \cdot 3 \cdot 5)}{\log_3 (2 \cdot 5)} = \frac{\log_3 2^2 + \log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{2 \log_3 2 + 1 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{2a+b+1}{a+b}.$$

Đáp án B.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3(x-1)^2(x+2)$. Khoảng nghịch biến của hàm số là?

- A. $(-\infty; -2); (0; +\infty)$. **B.** $(-2; 0)$.
C. $(-\infty; -2); (0; 1)$. D. $(-2; 0); (1; +\infty)$.

Giải

Bảng biến thiên:

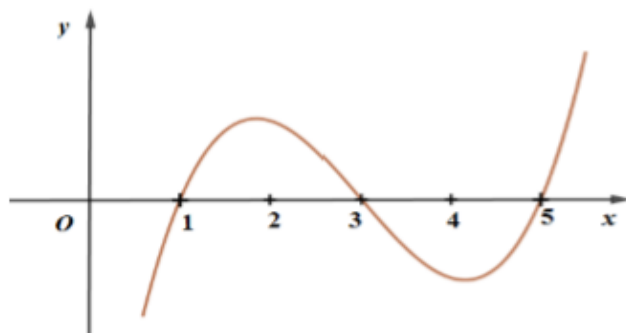
x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Đáp án B.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.
 B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
 C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4;6)$.
 D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Giải

Phương pháp: Xét dấu của $g'(x)$ dựa vào dấu của $f'(x)$.

Cách giải:

Ta có: $g'(x) = f'(x+1)$.

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến khi:

$$g'(x) > 0 \Rightarrow x+1 \in (1;3) \cup (5;+\infty) \Rightarrow \begin{cases} 1 < x+1 < 3 \\ x+1 > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x > 4 \end{cases}.$$

Mà: $(0;1) \subset (0;2)$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Đáp án B.

Note: Một ý giải hay cho bài toán trên:

Ta có: $g(x) = f(x+1) \Rightarrow g'(x) = f'(x+1)$.

Với $x \in (0;1)$ thì $x+1 \in (1;2)$, $f'(x+1) > 0, \forall x \in (0;1) \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (0;1)$.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .
 Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Giải

Phương pháp:

- Xác định góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

- Tính diện tích đáy và chiều cao suy ra thể tích theo công thức $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải:

Gọi $H = AC \cap BD$ thì SH là đường cao.

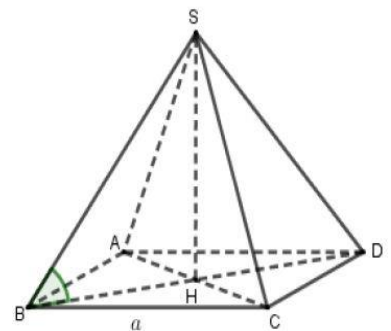
Góc giữa SB và $(ABCD)$ là góc giữa SB và HB hay $SBH = 60^\circ$.

$$\text{Ta có: } BH = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ có độ lớn: $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy thể tích: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Đáp án A.



Câu 12. [Thông hiểu].

Nếu $(7+4\sqrt{3})^{a-1} < 7-4\sqrt{3}$ thì:

A. $a < 1$.**B.** $a > 1$.**C.** $a > 0$.**D.** $a < 0$.Giải

$$(7+4\sqrt{3})^{a-1} < 7-4\sqrt{3} \Leftrightarrow (7+4\sqrt{3})^{a-1} < (7+4\sqrt{3})^{-1}.$$

Mà ta có $7+4\sqrt{3} > 1$ nên: $(7+4\sqrt{3})^{a-1} < (7+4\sqrt{3})^{-1} \Leftrightarrow a-1 < -1 \Leftrightarrow a < 0$.

Đáp án D.**Câu 13. [Thông hiểu].**

Có bao nhiêu số nguyên dương là ước của 2592 hoặc là ước của 2916?

A. 24.**B.** 51.**C.** 36.**D.** 32.Giải**Phương pháp:**

- Đếm số các ước nguyên dương của 2592 và 2916.

Sử dụng công thức: $X = a^n \cdot b^m$ thì số ước nguyên dương của X là $(m+1)(n+1)$.

- Dùng công thức tính số phần tử: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

Cách giải:

Ta có: $2592 = 2^5 \cdot 3^4$ và $2916 = 2^2 \cdot 3^6$.

Gọi A là tập các ước nguyên dương của 2592 suy ra $|A| = (5+1) \cdot (4+1) = 30$.

Gọi B là tập các ước nguyên dương của 2916 suy ra $|B| = (2+1) \cdot (6+1) = 21$.

Lại có $UCLN(2592, 2916) = 324 = 2^2 \cdot 3^4$ nên số ước chung của 2592 và 2916 là số ước của $2^2 \cdot 3^4$ và có $(2+1)(4+1) = 15$ ước như vậy.

Vậy có tất cả: $30 + 21 - 15 = 36$ số thỏa mãn bài toán.

Đáp án C.**Câu 14. [Thông hiểu].**

Bất phương trình $\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x} \geq 2\sqrt{3}$ có tập nghiệm là $[a; b]$. Hỏi tổng $a+b$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 4.**B.** 5.**C.** 3.**D.** -2.

Giải

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 4$.

Xét $f(x) = \sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x}$ trên đoạn $[-2; 4]$.

Ta có: $f'(x) = \frac{3(x^2 + x + 1)}{\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} > 0, \forall x \in (-2; 4)$.

Do đó hàm số đồng biến trên $[-2; 4]$.

Suy ra: $\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x} \geq 2\sqrt{3} \Leftrightarrow f(x) \geq f(1) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x \geq 1$. (Do $f(1) = 2\sqrt{3}$).

So với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x} \geq 2\sqrt{3}$ là tập

$$S = [1; 4] \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 5.$$

Đáp án B.**Câu 15. [Vận dụng].**

Cho phương trình $\sin^{2020} x + \cos^{2020} x = 2(\sin^{2022} x + \cos^{2022} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2022)$.

A. $\left(\frac{1287}{2}\right)^2 \pi$. **B.** $(643)^2 \pi$. **C.** $(642)^2 \pi$. **D.** $\left(\frac{1287}{4}\right)^2 \pi$.

Giải

Xét $\cos x = 0$, ta có $1 + 0 = 2(1 + 0)$. (Do $\sin^{2020} x = (\sin^2 x)^{1010} = (1 - \cos^2 x)^{1010} = 1$).

Vậy $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

Chia cả 2 vế phương trình cho $\cos^{2022} x \neq 0$, được: $\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \tan^{2020} x + \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \tan^{2022} x + 1$.

$$1 \Leftrightarrow 1 + \tan^2 x \tan^{2020} x + 1 + \tan^2 x = 2 \tan^{2022} x + 1.$$

Đặt $t = \tan x$, phương trình trở thành:

$$1 + t^2 t^{2020} + 1 + t^2 = 2 t^{2022} + 1 \Leftrightarrow t^{2020} + t^{2022} + 1 + t^2 = 2 + 2 t^{2022}$$

$$\Leftrightarrow t^{2022} + 1 - t^{2020} - t^2 = 0 \Leftrightarrow t^{2020} t^2 - 1 - t^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow t^{2020} - 1 - t^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow \tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Do: $x \in (0; 2022) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 2022 \Rightarrow 0 \leq k \leq 1286, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2022)$ bằng

$$\frac{\pi}{4} \cdot 1287 + (1 + 2 + \dots + 1286) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \cdot 1287 + \frac{1286 \cdot 1287}{4} \pi = \left(\frac{1287}{2} \right)^2 \pi.$$

Đáp án A.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + \frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x)-1} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 9 nghiệm.

B. 6 nghiệm.

C. 5 nghiệm.

D. 4 nghiệm.

Giải

Điều kiện: $f(x) \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}.$

Xét hàm số $y = f(x)$, ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}.$

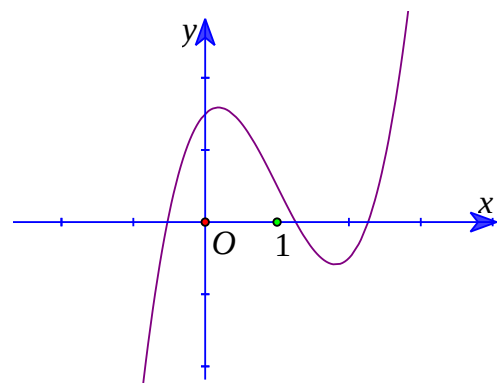
Chia $f(x)$ cho $f'(x)$ ta được: $f(x) = p(x) \cdot f'(x) + \frac{11}{6} - \frac{4}{3}x.$

$$f\left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right) = p\left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right) \cdot f'\left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right) + \frac{11}{6} - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right) = \frac{1}{2} - \frac{4\sqrt{6}}{9} \approx -0,59;$$

$$f\left(\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right) = p\left(\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right) \cdot f'\left(\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right) + \frac{11}{6} - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{4\sqrt{6}}{9} \approx 1,59.$$

Bảng biến thiên và đồ thị:

x	$-\infty$	$\frac{3-\sqrt{6}}{3}$		$\frac{3+\sqrt{6}}{3}$	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y						



Đặt $t = f(x), t \neq \frac{1}{2}$.

Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x)-1} = 1 \Leftrightarrow f(t) = 2t - 1$.

$$\Leftrightarrow t^3 - 3t^2 + t + \frac{3}{2} = 2t - 1 \Leftrightarrow g(t) = t^3 - 3t^2 - t + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_1 \approx 3,06 \\ t = t_2 \approx 0,87 \\ t = t_3 \approx -0,93 \end{cases}$$

Với $t = t_1 \Leftrightarrow f(x) = t_1 \approx 3,06$, từ đồ thị ta thấy phương trình này chỉ cho 1 nghiệm.

Với $t = t_2 \Leftrightarrow f(x) = t_2 \approx 0,87$, từ đồ thị ta thấy phương trình này cho 3 nghiệm.

Với $t = t_3 \Leftrightarrow f(x) = t_3 \approx -0,93 < -0,59$, từ đồ thị ta thấy phương trình này chỉ cho 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt.

Đáp án C.

Câu 17. [Vận dụng].

Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn: $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Giải

Ta có: $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$.

$$\Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a \cdot \log_5 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5^2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_5 a = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \in \mathbb{Z} \\ a = 5^{\pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}}} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

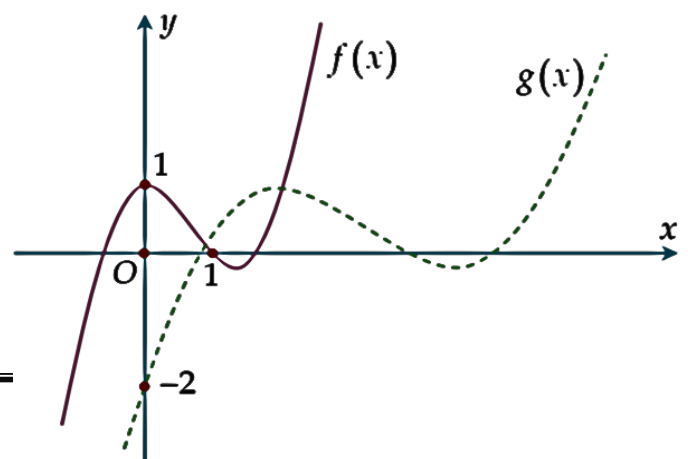
Đáp án B.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ và

$g(x) = f(mx + n)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng có độ dài bằng k , hàm số $y = g(x)$ đồng biến



A. 3. **B.** 0.
C. -1. **D.** 5.

Để giải quyết bài toán này ta cần biết được tính co dãn đồ thị, đồ thị $y = g(x)$ có khoảng đồng biến gấp 2 lần $f(x)$ thì $m = \frac{1}{2}$.

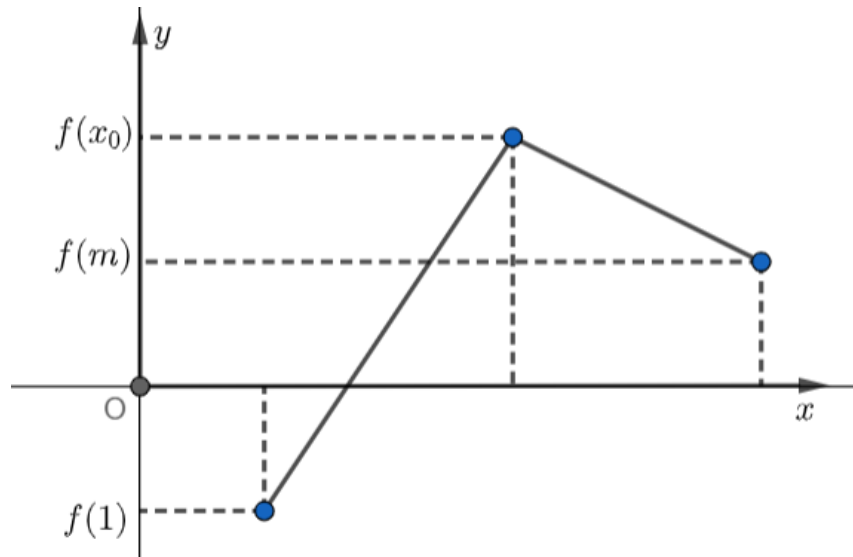
Vậy: $2m + n = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$.

341

x	1	x_0	m		
y'		+	0	-	
y					

Để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thì: $f(1) \cdot f(m) \leq 0$ (*).

Minh họa bằng hình vẽ bên dưới (Hình bên dưới chỉ minh họa 1 trường hợp trong 2 trường hợp cần xét).



$$(*) \Leftrightarrow (\sqrt{m-1} + \sqrt{m} - 4)(-3\sqrt{m} + 4\sqrt{m-1}) \leq 0 (**).$$

$$\text{Đặt: } t = \sqrt{m-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{m} = \sqrt{t^2+1}.$$

$$\text{Vì thế: } (**) \Leftrightarrow (t + \sqrt{t^2+1} - 4)(4t - 3\sqrt{t^2+1}) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{t^2+1} \leq 4-t & (1) \\ 4t \geq 3\sqrt{t^2+1} & (2) \\ \sqrt{t^2+1} \geq 4-t & (3) \\ 4t \leq 3\sqrt{t^2+1} & (4) \end{cases}.$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow \begin{cases} t^2+1 \leq 16-8t+t^2 & (t \leq 4) \\ 16t^2 \geq 9t^2+9 & (t \geq 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t \leq 15 & (t \leq 4) \\ 7t^2 \geq 9 & (t \geq 0) \end{cases} \Rightarrow \frac{3\sqrt{7}}{7} \leq t \leq \frac{15}{8}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{3\sqrt{7}}{7} \leq \sqrt{m-1} \leq \frac{15}{8} \Leftrightarrow \frac{9}{7} \leq m-1 \leq \frac{225}{64} \Rightarrow \frac{16}{7} \leq m \leq \frac{289}{64}.$$

Tương tự:

$$\text{Từ (3)(4)} \Rightarrow \begin{cases} t^2+1 \geq 16-8t+t^2 \\ 16t^2 \leq 9t^2+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t \geq 15 \\ 7t^2 \leq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \geq \frac{15}{8} \\ -\frac{3\sqrt{7}}{7} \leq t \leq \frac{3\sqrt{7}}{7} \end{cases} \Rightarrow t = \emptyset.$$

Vậy tập hợp các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là: $\left[\frac{16}{7}; \frac{289}{64}\right]$.

$$\text{Nên: } \begin{cases} a = \frac{16}{7} \\ b = \frac{289}{64} \end{cases} \Rightarrow 63a + 512b - 434 = 2022.$$

Đáp án C.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho một mô hình tứ diện đều $ABCD$ cạnh 1 và vòng tròn thép có bán kính R . Hỏi có thể cho mô hình tứ diện trên đi qua vòng tròn đó (bỏ qua bề dày của vòng tròn) thì bán kính R nhỏ nhất gần với số nào trong các số sau?

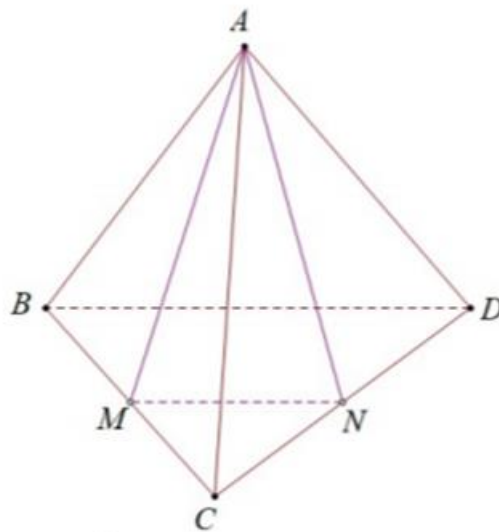
A. 0,461.

B. 0,441.

C. 0,468.

D. 0,448.

Giải



Gọi tứ diện đều có các đỉnh là A, B, C, D . Rõ ràng nếu bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác $\triangle ABD$ thì ta hoàn toàn có thể cho khối chóp đi qua được vòng tròn. Một câu hỏi được đặt ra, liệu còn có một vòng tròn nào có bán kính nhỏ hơn thế mà khối chóp vẫn có thể đi qua được hay không?

Câu trả lời là có!!!

Ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Đưa đỉnh C qua vòng thép.

Bước 2: Đặt điểm A lên vòng thép trên.

Giả sử rằng: Vòng thép trên tiếp xúc với hai cạnh BC và CD lần lượt tại M và N thì ta dễ dàng đưa khối chóp qua vòng thép bằng cách thực hiện tiếp các bước:

Bước 3: Đưa đỉnh A qua khỏi vòng thép.

Bước 4: Đưa đỉnh B qua vòng thép.

Bước 5: Đưa đỉnh D qua vòng thép.

Do vậy: Để tìm vòng thép có bán kính nhỏ nhất thì ta chỉ cần "quy lạ thành quen" hai điểm M, N sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle AMN$ nhỏ nhất.

Do tính đối xứng nên $AM = AN$ nên $\triangle AMN$ cân tại A .

Đặt: $CM = x, (0 < x < 1)$.

Ta có: $MN = CM = CN = x$.

Ta lại có:

$$AM^2 = CM^2 + CA^2 - 2CM \cdot CA \cdot \cos 60^\circ = x^2 + 1 - 2x \cdot \frac{1}{2} = x^2 - x + 1 \Rightarrow AM = \sqrt{x^2 - x + 1}$$

$$AN = AM = \sqrt{x^2 - x + 1}$$

Mặt khác:

$$\cos MAN = \frac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM \cdot AN} = \frac{2(x^2 - x + 1) - x^2}{2(x^2 - x + 1)} = \frac{x^2 - 2x + 2}{2(x^2 - x + 1)}$$

$$\sin MAN = \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{2(x^2 - x + 1)} \right)^2} = \frac{\sqrt{x^2 \cdot (3x^2 - 4x + 4)}}{2(x^2 - x + 1)}$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle AMN$ có độ lớn:

$$R_{AMN} = \frac{MN}{2 \sin MAN} = \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 4}}, (0 < x < 1)$$

Xét hàm số: $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 4}}, x \in (0; 1)$

Nhập hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 4}}$ vào chế độ TABLE trên máy tính CASIO và khai báo

lần lượt:

START: 0.

END: 1.

STEP: Tùy từng loại máy mà ta chọn thương số khác nhau: Cơ bản ta thường chọn STEP theo công thức: $\frac{b-a}{30}$ với a, b lần lượt là START và END đầu bài ta đã nhập.

Khi đó ta dễ dàng chọn được STEP là: $\frac{1-0}{30} = \frac{1}{30}$.

Ta nhận thấy giá trị nhỏ nhất gần với 0,448.

Đáp án D.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 17 trang)

**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XIX****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12 – KHỞI ĐỘNG****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Cho hàm số $y = f(x)$ có BBT như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

Cực tiểu của hàm số đã cho là?

A. $x = -3$.**B.** $y = -3$.**C.** $x = 3$.**D.** $y = 2$.GiảiDựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu là $y_{CT} = -3$.**Đáp án B.****Câu 2. [Nhận biết].**

Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đúng 2 cực trị?

A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$.**B.** $y = x^3 - 5x^2 + 7$.**C.** $y = \frac{2x^2 - 1}{3x}$.**D.** $y = 2017x^6 + 2016x^4$.Giải

Xét từng đáp án:

Đáp án A: Hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 2$ có 1 cực trị.

Loại A.

Đáp án B: Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 25 > 0$. Do đó, hàm số có 2 cực trị.

Chọn B.

Đáp án C: Ta có: $y' = \frac{2x^2 + 1}{3x^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Do đó, hàm số này đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Vậy hàm số $y = \frac{2x^2 - 1}{3x}$ không có cực trị.

Loại C.

Đáp án D: Ta có: $y' = 2017.6x^5 + 2016.4x^3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3(2017.6x^2 + 2016.4) \Leftrightarrow x = 0.$$

Do đó hàm số này có đúng 1 cực trị.

Loại D.**Đáp án B.**

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 . Khi đó, giá trị của tích $x_1.x_2.x_3$ là?

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 0.Giải

Hàm số trùng phương luôn đạt cực trị tại $x = 0$. Do đó: $x_1.x_2.x_3 = 0$.

Đáp án D.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.Giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}} = 0 \Rightarrow x = 0$.

Hàm số đạo hàm $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}} = 0 \Rightarrow x = 0$ đổi dấu từ âm sang dương qua điểm $x = 0$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Đáp án B.

Câu 5. [Nhận biết].

Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{1}{2^x - 16} + \sqrt{2x - 5}$.

A. $D = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right) \setminus \{4\}$. **B.** $D = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **C.** $D = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$. **D.** $D = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right) \setminus \{4\}$.

Giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 2^x - 16 \neq 0 \\ 2x - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4 \\ x \geq \frac{5}{2} \end{cases}$. Vậy TXĐ: $D = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right) \setminus \{4\}$.

Đáp án A.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2}\sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $M = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $M \in (330; 340)$. **B.** $M \in (340; 350)$. **C.** $M = (350; 360)$. **D.** $M = (360; 366)$.

Giải

Ta có: $\sqrt[5]{8\sqrt{2}\sqrt[3]{2}} = \sqrt[5]{2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[5]{2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{3}{5} \cdot 2^{\frac{1}{10}} \cdot 2^{\frac{1}{30}}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}} = 2^{\frac{11}{15}}$.

$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{11}{15} \Rightarrow \begin{cases} m = 11 \\ n = 15 \end{cases} \Rightarrow M = m^2 + n^2 = 11^2 + 15^2 = 346$.

Đáp án B.

Câu 7. [Thông hiểu].

Các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$

là?

A. $m \in (-3; 1] \cup [2; +\infty)$.

B. $m \in (-3; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -3)$.

D. $m \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Giải

Đặt: $t = \cos x$, với $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Khi đó $y = f(t) = \frac{2t+3}{2t-m}$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{m}{2}\right\}.$$

Vì hàm số $t = \cos x$ nghịch biến trên $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ nên hàm số $y = \frac{2\cos x + 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y = f(t) = \frac{2t+3}{2t-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

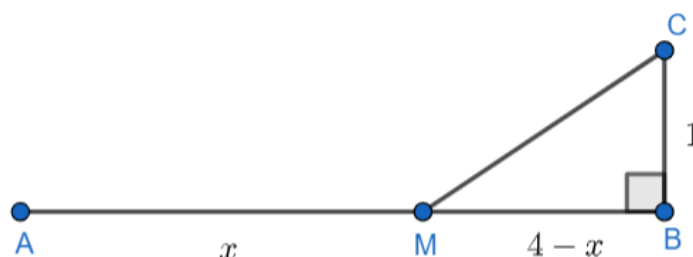
Để hàm số $y = f(t) = \frac{2t+3}{2t-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ thì:

$$\begin{cases} f'(t) = \frac{-2m-6}{(2t-m)^2} > 0, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \\ \frac{m}{2} \notin \left(\frac{1}{2}; 1\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-6 > 0 \\ m \notin (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m \notin (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -3).$$

Đáp án C.**Câu 8. [Thông hiểu].**

Một đường dây điện được kết nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo C. Khoảng cách từ C đến B là 1km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1km dây điện lắp đặt trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 120.10^6 VNĐ . B. $164,92.10^6 \text{ VNĐ}$. C. $114,64.10^6 \text{ VNĐ}$. D. $106,25.10^6 \text{ VNĐ}$.

Giải

Giải

Gọi M là điểm trên đoạn thẳng AB để lắp đặt đường dây điện ra biển nối với điểm C .

$$\text{Đặt: } AM = x \Rightarrow CM = \sqrt{1 + (4 - x)^2} = \sqrt{17 - 8x + x^2}, x \in [0; 4].$$

Khi đó tổng chi phí lắp đặt là: $S = 20.AM + 40.MC = 20x + 40\sqrt{17 - 8x + x^2}, x \in [0; 4]$.

$$S' = 20 + 40 \cdot \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = 20 \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 8x + 17} + 2(x - 4)}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}}.$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 8x + 17} = 8 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 8x + 17 = 64 - 32x + 4x^2 \Leftrightarrow x = \frac{12 - \sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S\left(\frac{12 - \sqrt{3}}{3}\right) = 80 + 20\sqrt{3} \approx 114,64 = \min_{[0;4]} S \\ S(0) = 40\sqrt{17} \approx 164,92 \\ S(4) = 120 \end{cases}.$$

Do đó chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc là $114,64.10^6$ VNĐ.

Đáp án C.**Câu 9. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của hàm số (C) . Xét tam giác đều $\triangle ABI$ có hai đỉnh $A, B \in (C)$, đoạn thẳng AB có độ dài bằng?

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{6}$.

Giải

+) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là đường thẳng: $x = -1$.

+) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là đường thẳng: $y = 1$.

+) Giao điểm hai đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là điểm: $I(-1; 1)$.

Gọi $A\left(a; 1 - \frac{3}{a+1}\right)$ và $B\left(b; 1 - \frac{3}{b+1}\right)$ là hai điểm bất kỳ thuộc đồ thị hàm số (C) .

Ta có:
$$\begin{cases} IA^2 = (a+1)^2 + \frac{9}{(a+1)^2} \\ IB^2 = (b+1)^2 + \frac{9}{(b+1)^2} \end{cases}.$$

Vì tam giác $\triangle ABC$ là tam giác đều, khi đó:
$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ \cos(\vec{IA}, \vec{IB}) = \cos 60^\circ. \end{cases}$$

Hay:
$$\begin{cases} (a+1)^2 + \frac{9}{(a+1)^2} = (b+1)^2 + \frac{9}{(b+1)^2} \\ \frac{\vec{IA} \cdot \vec{IB}}{IA \cdot IB} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + \frac{9}{(a+1)^2} = (b+1)^2 + \frac{9}{(b+1)^2} \\ \frac{(a+1)(b+1) + \left(-\frac{3}{a+1}\right)\left(-\frac{3}{b+1}\right)}{(a+1)^2 + \frac{9}{(a+1)^2}} = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Đặt:
$$\begin{cases} x = a+1 \\ y = b+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 9\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) = 0 \quad (1) \\ \frac{xy + \frac{9}{xy}}{x^2 + \frac{9}{x^2}} = \frac{1}{2} \quad (2) \end{cases}.$$

$$(1) \Leftrightarrow (x-y)(x+y) - \frac{9(x-y)(x+y)}{x^2 y^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x+y)\left(1 - \frac{9}{x^2 y^2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \quad (L) \\ x = -y \\ (xy)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ xy = 3 \\ xy = -3 \end{cases}$$

+) Với $x = -y \Rightarrow (2) \Leftrightarrow \frac{-x^2 - \frac{9}{x^2}}{x^2 + \frac{9}{x^2}} = -1 \neq \frac{1}{2} \quad (L).$

+) Với $xy = -3 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow \frac{-3 - \frac{9}{3}}{x^2 + \frac{9}{x^2}} < 0 < \frac{1}{2} \quad (L).$

+) Với $xy = 3 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow \frac{3 + \frac{9}{3}}{x^2 + \frac{9}{x^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} = 12 \Rightarrow AB = IA = \sqrt{x^2 + \frac{9}{x^2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$

Note: Một cách giải hay ngắn gọn hơn.

Tính tiền hệ trục vecto $\vec{OI} = (-1; 1) \rightarrow I(0; 0)$ và $(C): Y = \frac{-3}{X}.$

Gọi $A\left(a; \frac{-3}{a}\right), B\left(b; \frac{-3}{b}\right) \in (C)$, điều kiện: $(a \neq b)$.

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} IA = IB \\ \cos(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) = 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + \frac{9}{a^2} = b^2 + \frac{9}{b^2} \quad (1) \\ \frac{ab + \frac{9}{ab}}{AB^2} = \frac{1}{2} \quad (2) \end{cases}$$

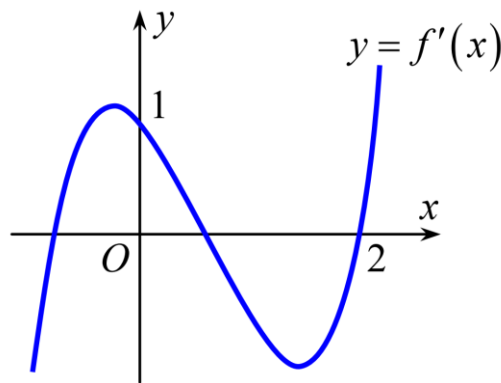
Từ (2) $\Rightarrow ab > 0$, do đó: $(1) \Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a^2b^2 - 9) = 0 \xrightarrow{ab > 0, a \neq b} ab = 3$.

$$\Rightarrow AB^2 = 2\left(3 + \frac{9}{3}\right) = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}.$$

Đáp án A.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực nghiệm đúng $\forall x \in (0; 2)$) khi và chỉ khi:



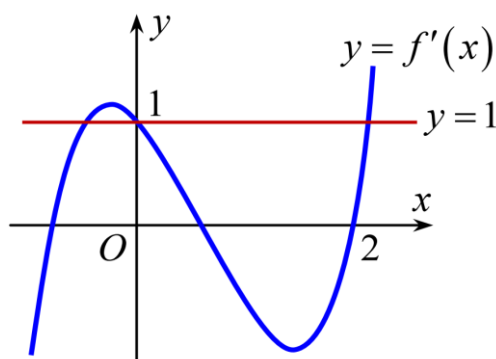
- A.** $m \leq f(2) - 2$. **B.** $m < f(2) - 2$. **C.** $m \leq f(0)$. **D.** $m < f(0)$.

Giải

Ta có: $f(x) > x + m, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow f(x) - x > m, \forall x \in (0; 2)$.

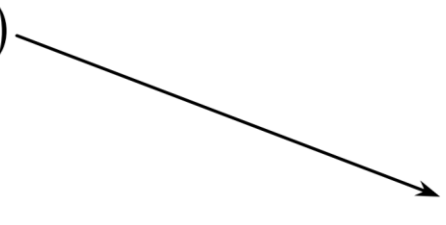
Xét hàm $g(x) = f(x) - x$ trên $(0; 2)$. Ta có $g'(x) = f'(x) - 1$.

Dựa vào đồ thị ta có: $f'(x) < 1, \forall x \in (0; 2)$.



$\Rightarrow g'(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$. Do đó $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Bảng biến thiên:

x	0	2
$g'(x)$	—	
$g(x)$	$f(0)$  $f(2) - 2$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra: $m < g(x), \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 2$.

Đáp án A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Kỳ thi THPT Quốc gia năm 2020 vừa kết thúc, Tèo đổ vào trường Đại học An Giang. Kỳ I năm nhất gần qua, kỳ II sắp đến. Hoàn thành không được tốt nên gia đình rất lo lắng về việc đóng học phí cho Tèo, kỳ I đã khó khăn, kỳ II càng khó khăn hơn. Gia đình đã quyết định bán một phần mảnh đất hình chữ nhật có chu vi $50m$, lấy tiền lo cho việc học của Tèo cũng như tương lai của em. Mảnh đất còn lại sau khi bán là một hình vuông cạnh bằng chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu. Tìm số tiền lớn nhất mà gia đình Tèo nhận được khi bán mảnh đất là $15.000.000 \text{ VNĐ}$.

A. $112.687.500 \text{ VNĐ}$.

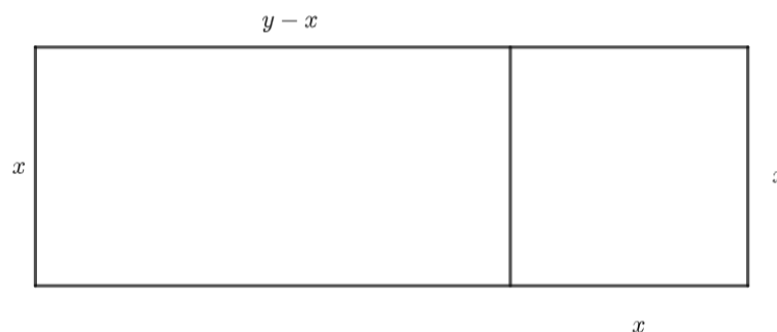
B. $114.187.500 \text{ VNĐ}$.

C. $152.687.500 \text{ VNĐ}$.

D. $117.187.500 \text{ VNĐ}$.

Giải

Diện tích bán đất ra càng lớn thì số tiền bán được càng cao.



Gọi chiều rộng và chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu lần lượt là $x, y(m), (x, y > 0)$. Minh họa như hình vẽ.

Chu vi mảnh đất hình chữ nhật ban đầu bằng $50m \Rightarrow 2(x + y) = 50 \Leftrightarrow y = 25 - x$.

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật đã được bán có độ lớn là:

$$S = x(y - x) = x(25 - x - x) = 25x - 2x^2 = -\left(x\sqrt{2} - \frac{25}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{625}{8} \leq \frac{625}{8}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x\sqrt{2} - \frac{25}{2\sqrt{2}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{25}{4} \Rightarrow y = 25 - \frac{25}{4} = \frac{75}{4}.$$

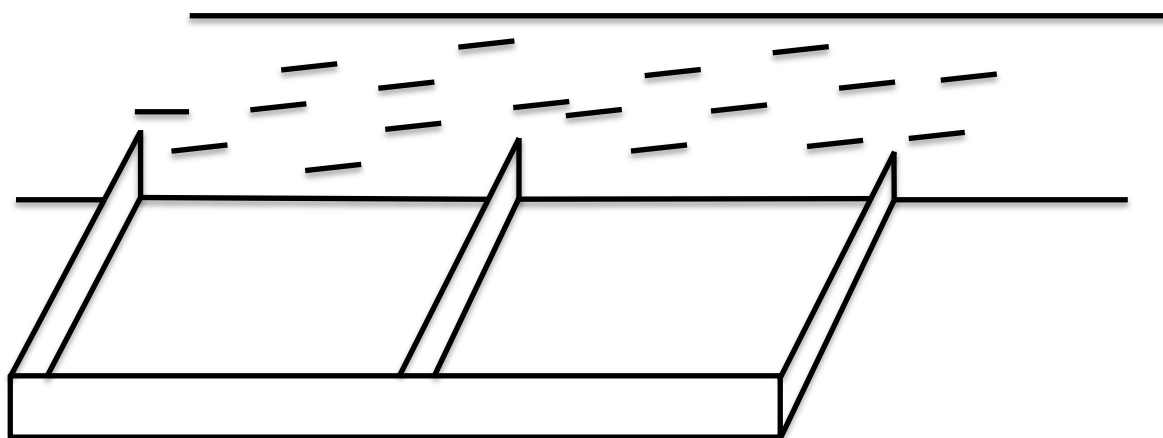
Như vậy, diện tích đất được bán ra lớn nhất $\frac{625}{8} = 78,125 \text{ (m}^2\text{)}$.

Khi đó số tiền lớn nhất mà gia đình Tèo nhận được khi bán đất là:
 $78,125 \cdot 15000000 = 117.187.500 \text{ (VNĐ)}.$

Đáp án D.

Câu 12. [Thông hiểu].

Một người nông dân có 15.000.000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo 1 con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có 2 phần chữ nhật như nhau để trồng hai loại rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 (đồng/mét), còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50.000 (đồng/mét). Diện tích lớn nhất của đất rào có thể thu được là?



A. 6250 m^2 .

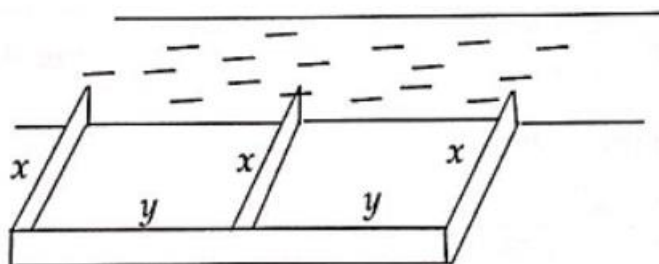
B. 3125 m^2 .

C. 1250 m^2 .

D. 50 m^2 .

Giải

Phân tích: Ta đặt kích thước của hàng rào như hình vẽ:



Do bác nông dân 15.000.000 đồng để chỉ trả cho nguyên vật liệu và biết giá thành từng mét nên ta có mối quan hệ: $3x.50000 + 2y.60000 = 15000000$.

$$\Leftrightarrow 15x + 12y = 1500 \Leftrightarrow y = \frac{1500 - 15x}{12} = \frac{500 - 5x}{4}$$

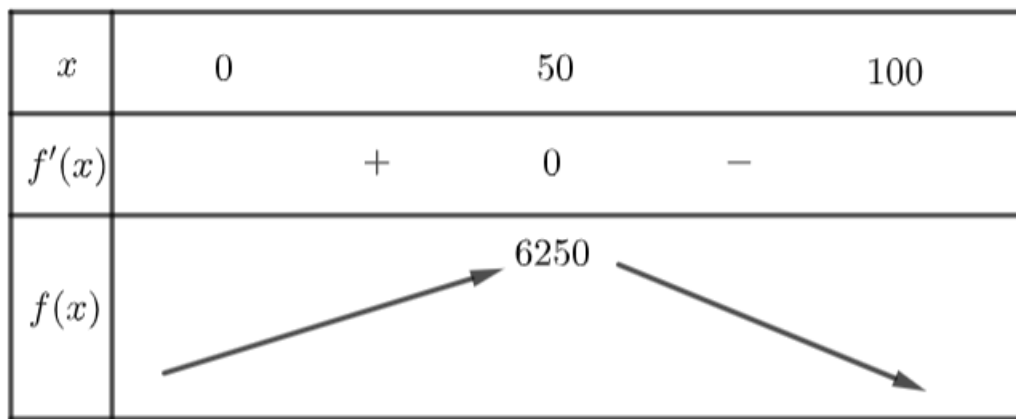
Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức:

$$f(x) = 2 \cdot x \cdot y = 2x \cdot \frac{500 - 5x}{4} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x).$$

Xét hàm số: $f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$, $\forall x \in (0; 100)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	50	100
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Note: Một cách khác để giải nhanh bài toán tìm GTLN.

Ta có: $A - g^2(x) \leq A, \forall x \in \mathbb{R}$. Vì thế:

$$f(x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 100x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 2 \cdot 50 \cdot x - 2500 + 2500) = \frac{5}{2} \cdot [2500 - (x - 5)^2] \leq 6250$$

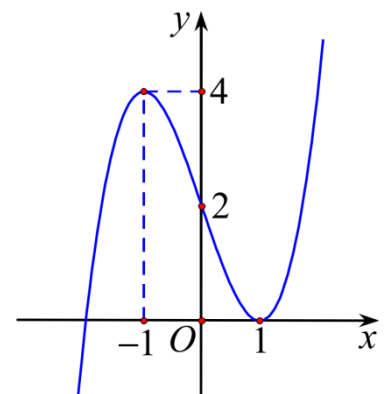
Dấu "=" đạt tại điểm $x = 5$.

Đáp án A.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đường cong trong hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(f(x))$. Số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.



Giải

$$\text{Ta có: } g'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình } f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a < -1 \\ x = b \in (0; 1) \\ x = c > 1 \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình } f(x) = -1 \Leftrightarrow x = d < -1.$$

Như vậy phương trình $g'(x) = 0$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

Đáp án B.

Câu 14. [Vận dụng].

Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3(\sqrt{x-m})$ xác định trên khoảng $(2; 3)$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases} \Rightarrow D = (m; 2m+1).$$

Hàm số đã cho xác định trên khoảng $(2; 3)$ nên $(2; 3) \subset D = (m; 2m+1) \Leftrightarrow m \leq 2 < 3 \leq 2m+1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$.

Đáp án B.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m+1)x^2 + (m^2+3)x - 1$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m sao cho tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của (C) song song với đường thẳng $y = -5x - \sqrt{3}$. Tổng các phần tử của S là?

A. 1.

B. -2.

C. $\frac{-7}{3}$.D. $\frac{-4}{3}$.GiảiTa có: $y' = x^2 - 2(2m+1)x + m^2 + 3$.

$$\begin{aligned}
 &= x^2 - 2(2m+1)x + (2m+1)^2 + m^2 + 3 - (2m+1)^2 \\
 &= (x - 2m - 1)^2 - 3m^2 - 4m + 2 \geq -3m^2 - 4m + 2
 \end{aligned}$$

Vì vậy hệ số góc nhỏ nhất có độ lớn: $k = -3m^2 - 4m + 2$.Vì tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của (C) song song với đường thẳng $y = -5x - \sqrt{3}$ nên ta

$$\text{có: } -3m^2 - 4m + 2 = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{7}{3} \end{cases}.$$

Thử lại với hai giá trị $m = 1, m = -\frac{7}{3}$ đều thỏa mãn yêu cầu đề bài.Vậy tổng phân tử của S là $1 + \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{4}{3}$.**Đáp án D.****Note:** Một cách thử nhanh hai giá trị $m = 1, m = -\frac{7}{3}$ đều thỏa mãn yêu cầu đề bài.Vì $m = 1 \in \mathbb{Q}, m = -\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$. Nên tiếp điểm $x = 2m + 1 \in \mathbb{Q}$.Suy ra: $y = -5x + c, c \in \mathbb{Q}$. Mà $-\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$. Nên hai đường thẳng ứng với hai giá trị m vừa tìm được không thể trùng với đường thẳng $y = -5x - \sqrt{3}$.**Câu 16. [Vận dụng].**Cho hàm số $f(x)$, biết bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là?

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. 7.Giải

Ta có: $y' = (2x+2)f'(x^2+2x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2=0 \\ f'(x^2+2x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x^2+2x=a \in (-\infty; -1) \\ x^2+2x=b \in (-1; 0) \\ x^2+2x=c \in (0; 1) \\ x^2+2x=d \in (1; +\infty) \end{cases}.$$

- ♦ $x^2+2x-a=0$ có $\Delta' = 1+a < 0 \quad \forall a \in (-\infty; -1)$ nên phương trình vô nghiệm.
- ♦ $x^2+2x-b=0$ có $\Delta' = 1+b > 0 \quad \forall b \in (-1; 0)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
- ♦ $x^2+2x-c=0$ có $\Delta' = 1+c > 0 \quad \forall c \in (0; 1)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
- ♦ $x^2+2x-d=0$ có $\Delta' = 1+d > 0 \quad \forall d \in (1; +\infty)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Như vậy phương trình đạo hàm $y' = (2x+2)f'(x^2+2x) = 0$ có tất cả 7 nghiệm đơn.

Vậy hàm số $y = f(x^2+2x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.

Đáp án D.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	0	2	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < \sqrt{x^2+e} + m$ đúng với mọi $x \in (-3; -1)$ khi và chỉ khi:

A. $m \geq f(-1) - \sqrt{e+1}$.

B. $m > f(-1) - \sqrt{e+1}$.

C. $m \geq f(-3) - \sqrt{e+1}$.

D. $m > f(-3) - \sqrt{e+1}$.

Giải

Bất phương trình tương đương $g(x) = f(x) - \sqrt{x^2 + e} < m$ (1).

$$\text{Ta có: } g'(x) = f'(x) - \frac{x}{\sqrt{x^2 + e}} > 0 \Rightarrow \begin{cases} f'(x) \in (0; 2), \forall x \in (-3; 0) \\ -\frac{x}{\sqrt{x^2 + e}} > 0, \forall x \in (-3; 1) \end{cases}$$

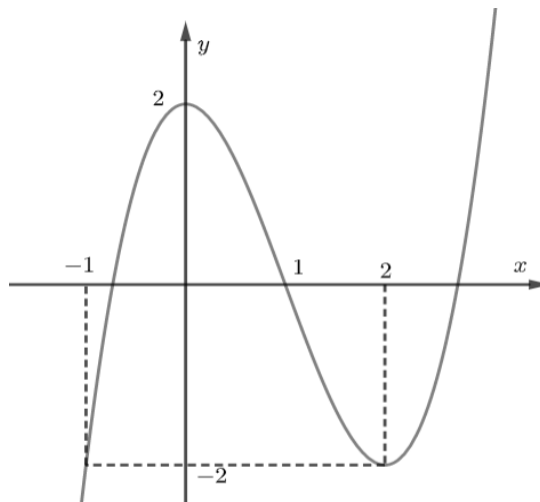
Như vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; -1)$.

Khi đó (1) nghiệm đúng $\forall x \in (-3; -1)$ khi $m \geq g(-1) = f(-1) - \sqrt{e+1}$.

Đáp án A.

Câu 18. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(2\sin x + 1) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[0; \frac{\pi}{6}\right)$ là?



A. $(-2; 0]$.

B. $(0; 2]$.

C. $[-2; 2)$.

D. $(-2; 0)$.

Giải

Đặt: $t = 2\sin x + 1$ do $x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow t \in [1; 2)$.

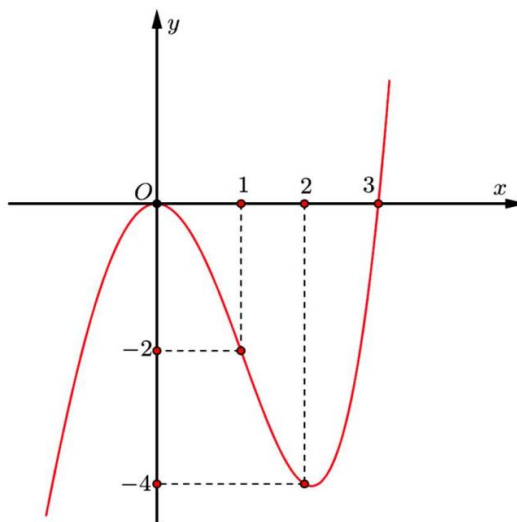
Hàm số $y = f(t)$ trên $t \in [1; 2) \Rightarrow f(t) \in [-2; 0]$.

Ta có: $f(t) = m$ có nghiệm trên $[1; 2)$ khi $m \in (-2; 0]$.

Đáp án A.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$7f\left(5 - 2\sqrt{1 + 3\cos x}\right) = 3m - 10 \text{ có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

A. 0.

B. 1.

C. 15.

D. 2.

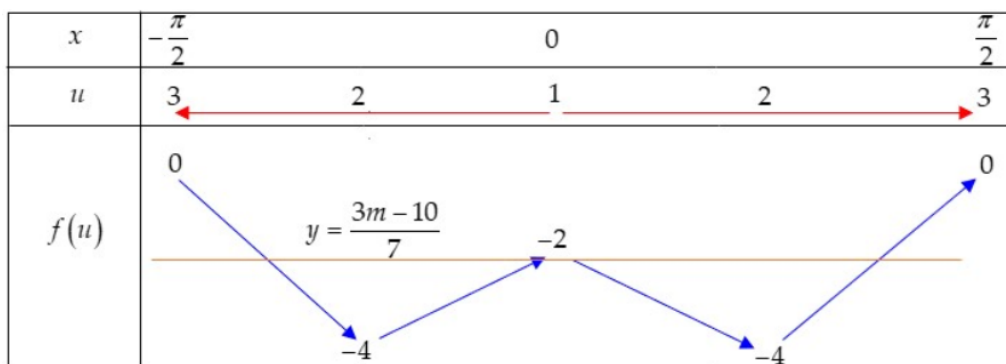
Giải

Phương trình đã cho tương đương với $f\left(5 - 2\sqrt{1 + 3\cos x}\right) = \frac{3m - 10}{7}$.

$$\text{Đặt: } u = 5 - 2\sqrt{1 + 3\cos x} \Rightarrow u' = \frac{3\sin x}{\sqrt{1 + 3\cos x}}.$$

$$\text{Giải phương trình đạo hàm: } u' = \frac{3\sin x}{\sqrt{3\cos x}} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Sử dụng phương pháp ghép trực:

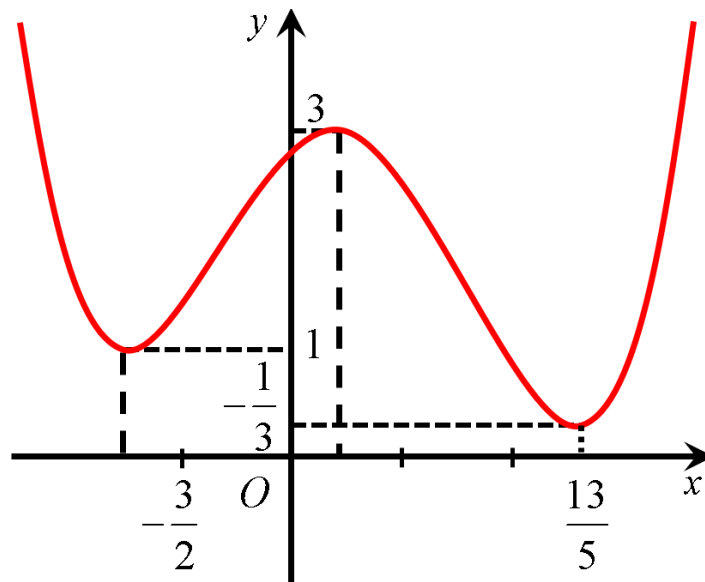


$$\text{Từ bảng biến thiên, yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \frac{3m - 10}{7} = -2 \Leftrightarrow m = \frac{-4}{3}.$$

Đáp án A.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{9m^3 + m}{\sqrt{3f^2(x) + 8}} = f^2(x) + 3$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

$$\frac{9m^3 + m}{\sqrt{3f^2(x) + 8}} = f^2(x) + 3 \Leftrightarrow 27m^3 + 3m = (3f^2(x) + 9)\sqrt{3f^2(x) + 8}.$$

$$\Leftrightarrow (3m)^3 + 3m = \left(\sqrt{3f^2(x) + 8}\right)^3 + \sqrt{3f^2(x) + 8}$$

$$\Leftrightarrow g(3m) = g\left(\sqrt{3f^2(x) + 8}\right) \quad (1)$$

Xét hàm số $g(t) = t^3 + t \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow \sqrt{3f^2(x) + 8} = 3m \Leftrightarrow \begin{cases} 3m \geq \sqrt{8} \\ f^2(x) = \frac{9m^2 - 8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{9m^2 - 8}{3}} & (2) \\ f(x) = -\sqrt{\frac{9m^2 - 8}{3}} & (3) \end{cases}.$$

Dựa vào hình vẽ thì phương trình (3) vô nghiệm (vì $f(x) > 0, \forall x$).

Do đó để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có 3 nghiệm phân biệt hay

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{9m^2 - 8}{3}} = 3 \\ \sqrt{\frac{9m^2 - 8}{3}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{35}}{5} \\ m = \frac{\sqrt{11}}{3} \end{cases}.$$

Đáp án B.

...HẾT...

**TÀI LIỆU MANG TÍNH CHẤT THAM KHẢO VÀ ĐƯỢC SƯU TẦM TỪ CÁC TÀI LIỆU
CỦA QUÝ THẦY CÔ VÀ ĐỀ THI CỦA CÁC TRƯỜNG NHẪM PHỤC VỤ CÁC BẠN
HỌC SINH ĐƯỢC RÈN LUYỆN.**

CHÚC CÁC ĐỒNG CHÍ THÀNH CÔNG

NHÓM TOÁN ANH DÚI**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XX****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

(Lời giải đề thi gồm có 13 trang)

**SƯU TẦM TỪ TÀI LIỆU CỦA QUÝ
THẦY CÔ VÀ CỦA CÁC TRƯỜNG**

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Cho hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; 0)$.**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.Giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4		0	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; 0)$.**Đáp án B.****Câu 2. [Nhận biết].**Cho hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?**A.** $(0; +\infty)$.**B.** $(-1; 1)$.**C.** $(-\infty; +\infty)$.**D.** $(-\infty; 0)$.Giải

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2} < 0 \Rightarrow -4x < 0 \Rightarrow x > 0.$$

Vậy hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.**Đáp án A.****Câu 3. [Thông hiểu].**

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
 B. Số đỉnh và số mặt của một đa diện luôn luôn bằng nhau.
 C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
 D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Giải

Xét các đáp án:

+) Đáp án A:

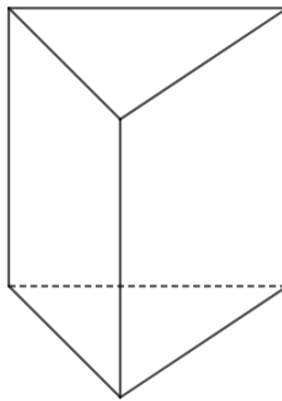
Không tồn tại một hình đa diện nào thỏa mãn số cạnh bằng số đỉnh của chúng.

Loại A.

+) Đáp án B:

Nếu nhận định: Số đỉnh và số mặt của một khối chóp luôn bằng nhau thì đây là nhận định đúng.

Nhưng nếu xét tổng quát tất cả các khối đa diện, chẳng hạn hình lăng trụ đáy tam giác đều.



Có 6 đỉnh nhưng chỉ có 5 mặt.

Vì thế nhận định trên là sai.

Loại B.

+) Đáp án C:

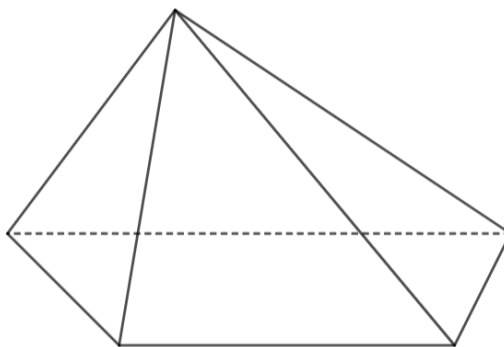
Không tồn tại một hình đa diện nào có số cạnh và số mặt bằng nhau.

Loại C.

+) Đáp án D:

Xét tập các khối chóp, ta sẽ chỉ ra được các khối đa diện thỏa mãn tính chất: số đỉnh và số mặt của khối đa diện đó bằng nhau.

Chẳng hạn:



Chọn D.

Đáp án D.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, MQ . Tính tỷ số

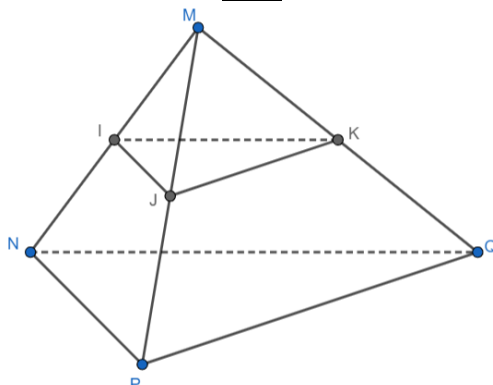
thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$?

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{8}$.

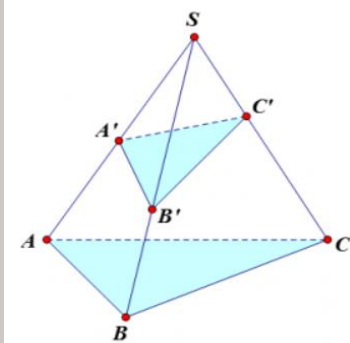
D. $\frac{1}{3}$.

Giải

Ta có: $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Đáp án C.**Note:** Tỷ lệ thể tích khối chóp được tính theo công thức sau:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

**Câu 5. [Nhận biết].**Đạo hàm của $y = \log_5(x^2 + x + 1)$ là?

A. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$.

B. $\frac{1}{(x^2+x+1)\ln 5}$.

C. $\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 5}$.

D. $\frac{1}{x^2+x+1}$.

Giải

Ta có: $y' = [\log_5(x^2 + x + 1)]' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{(x^2 + x + 1) \cdot \ln 5} = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1) \cdot \ln 5}$.

Đáp án C.**Note:** Đạo hàm của hàm hợp: $(f[g(x)])' = f'[g(x)] \cdot g'(x)$.**Câu 6. [Nhận biết].**

Bát diện đều thuộc loại đa diện nào?

A. $\{3;3\}$.

B. $\{3;4\}$.

C. $\{4;3\}$.

D. $\{4;4\}$.

GiảiBát diện đều thuộc loại đa diện $\{3;4\}$.

Đáp án B.**Note:** Một số khối đa diện đều và một số thông số quan trọng.

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Ký hiệu $\{p, q\}$	Số MPĐX
Kử diện đều		4	6	4	$\{3, 3\}$	6
Khối Lập Phương		8	12	6	$\{4, 3\}$	9
Khối Tám Mặt Đều		6	12	8	$\{3, 4\}$	9
Khối Mười Hai Mặt Đều		20	30	12	$\{5, 3\}$	15
Khối Hai Mươi Mặt Đều		12	30	20	$\{3, 5\}$	15

Câu 7. [Thông hiểu].Số nghiệm của phương trình $3^x + 4^x = 5^x$ là?**A.** 3.**B.** 2.**C.** 1.**D.** 0.GiảiXét phương trình: $3^x + 4^x = 5^x$.Chia hai vế cho 5^x , ta được: $\frac{3^x}{5^x} + \frac{4^x}{5^x} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$.Xét hàm số: $y = f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x$.

$$\text{Do } \begin{cases} \left(\frac{3}{5}\right)^x > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \left(\frac{4}{5}\right)^x > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \ln\left(\frac{3}{5}\right) < 0 \\ \ln\left(\frac{4}{5}\right) < 0 \end{cases} \quad \text{nên: } f'(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{4}{5}\right) < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Khi đó hàm số $y = f(x)$ là một hàm số nghịch biến trên toàn tập $\mathbb{R}$.Như vậy phương trình: $f(x) = 1$, nếu có nghiệm, thì đó là nghiệm duy nhất.

$$\text{Mà ta có: } f(2) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1.$$

Nên $x = 2$ là nghiệm của phương trình: $3^x + 4^x = 5^x$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất.

Đáp án C.**Câu 8. [Thông hiểu].**Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		3	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		1		4	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.

Giải

$$\text{Ta có: } y' = 2xf'(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = -2 \\ x^2 - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x^2 - 1)$, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Đáp án B.

Câu 9. [Thông hiểu].

Tìm nguyên hàm của $\int \frac{-2}{x(1 + \ln x)^2} dx$?

- A. $\frac{1 + \ln x}{1 - \ln x} + C$. B. $\frac{-1 + \ln x}{1 + \ln x} + C$. C. $\frac{1 - \ln x}{1 + \ln x} + C$. D. $\frac{1 + \ln x}{-1 + \ln x} + C$.

Giải

$$\text{Đặt: } t = 1 + \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$$

Như vậy nguyên hàm $\int \frac{-2}{x(1 + \ln x)^2} dx$ sau khi đặt ẩn phụ, biến đổi thành:

$$\int \frac{-2}{t^2} dt = \frac{2}{t} + C = \frac{2}{1 + \ln x} + C = \frac{2 - (1 + \ln x)}{1 + \ln x} + C' = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x} + C'.$$

Đáp án C.

Note:

+) Giải bài toán tìm nguyên hàm, nếu đặt ẩn phụ, ta phải trả về biến ban đầu.

+) Các bài toán có chứa lượng $\ln x$, x , $\frac{1}{x}$, ta ưu tiên đặt $t = \ln x$ vì:
$$\begin{cases} dt = \frac{1}{x} dx \\ e^t = e^{\ln x} = x \end{cases}$$

+) Hằng số C được cộng thêm vào nó là một đại lượng tham số bất kỳ nên ta hoàn toàn có thể tách $C = a + C'$, với a là một hằng số nào đó.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \log[100(x-3)]$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. Tập xác định của hàm số là $[3; +\infty)$.

B. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(4; 2)$.

C. $f(x) = 2 + \log(x-3)$ với $x > 3$.

D. Hàm số đồng biến trên $(3; +\infty)$.

Giải

Xét từng đáp án:

+) **Đáp án A:**

TXĐ: $D = (3; +\infty)$.

Chọn A.

+) **Đáp án B:**

Ta có: $y(4) = \log[100(4-3)] = \log 100 = 2$.

Vậy hàm số $y = \log[100(x-3)]$ đi qua điểm $A(4; 2)$.

Loại B.

+) **Đáp án C:**

Ta có: $y = \log[100(x-3)] = \log 100 + \log(x-3) = 2 + \log(x-3)$, $\forall x > 3$.

Loại C.

+) **Đáp án D:**

Ta có: $y' = \frac{100}{100(x-3) \cdot \ln 10} = \frac{1}{(x-3) \cdot \ln 10} > 0$, $\forall x > 3$.

Loại D.

Đáp án A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

A. Có 7 giá trị nguyên m thỏa mãn.

B. Có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn.

C. Có 4 giá trị nguyên m thỏa mãn.

D. Có 6 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Giải

Xét bất phương trình: $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$, $\forall x \in (0; +\infty)$.

Đặt: $t = \log_2 x$. Vì $x > 0 \Rightarrow t = \log_2 x \in (-\infty; +\infty)$.

Yêu cầu bài toán được quy về việc tìm giá trị nguyên của m để bất phương trình

$t^2 + mt - m \geq 0$ có nghiệm đúng với mọi giá trị t .

Để: $t^2 + mt - m \geq 0$, $\forall t \in \mathbb{R}$ thì:
$$\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 + 4m \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq m \leq 0 \Rightarrow m = \{-4; -3; -2; -1; 0\}.$$

Vậy có tất cả 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án B.

Câu 12. [Vận dụng].

Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. 1.

B. $-\sqrt[3]{3}$.

C. $\sqrt[3]{3}$.

D. -1.

GiảiĐK: $m > 0$.

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{m} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{m} \end{cases}.$$

$$\text{Vì thế: } \begin{cases} A(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m) \\ B(0; m^4 + 2m) \\ C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m) \end{cases}.$$

Vì: $BA = BC \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều nên $AB = AC$.

$$\text{Suy ra: } AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow (\sqrt{m})^2 + (m^2)^2 = (2\sqrt{m})^2.$$

$$\Leftrightarrow m^4 + m = 4m \Rightarrow m(m^3 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (L) \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}.$$

Đáp án C.**Note:** Sử dụng công thức tính nhanh:**Xét bài toán:**

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

GiảiVới $ab < 0$ thì hàm số có ba điểm cực trị.

$$\text{Ta có: } y' = 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{-\frac{b}{2a}} \\ x = \sqrt{-\frac{b}{2a}} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra ba điểm cực trị của hàm số: } \begin{cases} A(0; c) \\ B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; c - \frac{b^2}{4a}\right) \\ C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; c - \frac{b^2}{4a}\right) \end{cases}.$$

Do $AB = AC \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều khi và chỉ khi: $AB = BC$.

$$\text{Khi đó: } AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} + \frac{b^4}{16a^2} = 4\left(-\frac{b}{2a}\right) \Rightarrow \frac{b^4}{16a^2} = -\frac{3b}{2a} \Rightarrow b^3 = -24a \Rightarrow b^3 + 24a = 0.$$

Vì thế ta có thể áp dụng công thức: $b^3 + 24a = 0$ từ đây.

$$\text{Áp dụng: Ta có: } (-2m)^3 + 24 = 0 \Leftrightarrow -8m^3 + 24 = 0 \Rightarrow m = \sqrt[3]{3}.$$

Câu 13. [Vận dụng].

Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?

A. $m = 4$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Giải

Ta có: $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m = 0 (*)$.

Xem phương trình $(*)$ là phương trình bậc hai theo ẩn $t = 2^x > 0$.

Khi đó: $(*) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + 2m = 0 (**)$.

Điều kiện để phương trình $(**)$ có hai nghiệm dương phân biệt:
$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m > 0 \\ S = 2m > 0 \\ P = 2m > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 2.$$

Theo định lý Viète, ta có: $t_1 \cdot t_2 = 8 \Rightarrow 2m = 8 \Rightarrow m = 4$.

Đáp án A.

Note:

Để phương trình $(*)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $(**)$ phải có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 8$ do $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^3 = 8 \Rightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 8$.

Câu 14. [Vận dụng].

Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$ thỏa $F(1) = \frac{1}{3}$. Giá trị của $F^2(e)$ là:

A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Giải

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x} dx$.

Đặt: $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx \Rightarrow F(x) = \int t \sqrt{t^2 + 1} dt$.

Đặt: $u = \sqrt{t^2 + 1} \Rightarrow u^2 = t^2 + 1 \Rightarrow 2udu = 2tdt \Rightarrow udu = tdt \Rightarrow F(x) = \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + C$.

Suy ra: $F(x) = \frac{(\sqrt{t^2 + 1})^3}{3} + C = \frac{(\sqrt{\ln^2 x + 1})^3}{3} + C$.

Vì: $F(1) = \frac{1}{3} \Rightarrow F(1) = \frac{1}{3} = \frac{(1)^3}{3} + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = \frac{\sqrt{(\ln^2 x + 1)^3}}{3}$.

Ta có: $F^2(e) = \frac{(\ln^2 e + 1)^3}{9} = \frac{8}{9}$.

Đáp án A.

Câu 15. [Vận dụng cao].

Cho $I = \int_0^1 x \left[\ln(x+2) - \frac{1}{x^2+1} \right] dx = \frac{ab \ln 2 + bc \ln 3 - c}{4}, \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = abc$.

A. 18.

B. 16.

C. -16.

D. -18.

Giải

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 x \left[\ln(x+2) - \frac{1}{x^2+1} \right] dx = \underbrace{\int_0^1 x \ln(x+2) dx}_J - \underbrace{\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx}_K.$$

Tính hai tích phân con:

$$+) J = \int_0^1 x \ln(x+2) dx.$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln(x+2) \\ dv = x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+2} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } J = \int_0^1 x \ln(x+2) dx = \frac{x^2 \ln(x+2)}{2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2}{x+2} dx = \frac{\ln 3}{2} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 - 4 + 4}{x+2} dx.$$

$$J = \frac{\ln 3}{2} - \frac{1}{2} \int_0^1 (x-2) dx - 2 \int_0^1 \frac{1}{x+2} dx = \frac{\ln 3}{2} - \frac{1}{4} (x-2)^2 \Big|_0^1 - 2 \ln(x+2) \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3 + \frac{3}{4}.$$

$$K = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \cdot \ln(x^2+1) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln 2.$$

$$\text{Vậy: } I = J - K = \frac{6 \ln 2 - 6 \ln 3 + 3}{4} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \ln 2 + 2 \cdot (-3) \ln 3 - (-3)}{4}.$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow abc = -18.$$

Đáp án D.

Câu 16. [Vận dụng].

Biết đồ thị $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=0$. Tính $a+2b$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Suy ra phương trình: $x^2 + x - b = 0$ có một nghiệm $x=1$ và $x=1$ không là nghiệm của phương trình $(a-2b)x^2 + bx + 1 = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+1-b=0 \\ a-2b+b+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a \neq 1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó hàm số đã cho có dạng } y = \frac{(a-4)x^2 + 2x + 1}{x^2 + x - 2}.$$

$$\text{Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } y=0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-4)x^2 + 2x + 1}{x^2 + x - 2} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-4) + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a-4}{1} = 0 \Leftrightarrow a-4=0 \Rightarrow a=4.$$

$$\Rightarrow a+2b=8.$$

Đáp án C.**Câu 17. [Vận dụng cao].**

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(x+y+3) \geq 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3x + 4y - 6$?

A. $\frac{5\sqrt{6}-9}{2}$. B. $\frac{5\sqrt{6}-3}{2}$. C. $\frac{5\sqrt{6}-4}{2}$. D. $\frac{5\sqrt{6}-5}{2}$.

Giải

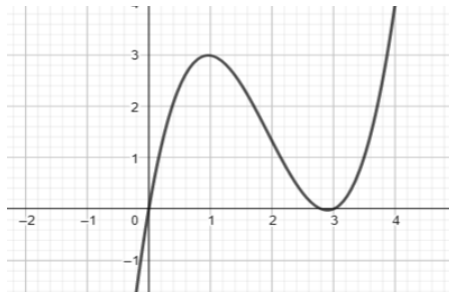
Ta có: $\log_{x^2+y^2+2}(x+y+3) \geq 1 \Leftrightarrow x+y+3 \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{3}{2}$.

Khi đó: $S = 3\left(x-\frac{1}{2}\right) + 4\left(y-\frac{1}{2}\right) - \frac{5}{2} \leq \sqrt{(3^2+4^2)\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2\right]} - \frac{5}{2} \leq \frac{5\sqrt{6}-5}{2}$.

Dấu "=" đạt tại $\begin{cases} \frac{x-\frac{1}{2}}{3} = \frac{y-\frac{1}{2}}{4} \\ 3x+4y-1 = \frac{5\sqrt{6}-5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{6}-1}{10} \\ y = \frac{4\sqrt{6}-3}{10} \end{cases}$.

Đáp án D.**Câu 18. [Vận dụng cao].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị?



A. $m > \frac{1}{4}$. B. $m \geq \frac{1}{4}$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Giải

Ta có: $y = \sqrt{[f^2(x) + f(x) + m]^2} \Rightarrow y' = \frac{[f^2(x) + f(x) + m][2f'(x)f(x) + f'(x)]}{\sqrt{[f^2(x) + f(x) + m]^2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = \frac{-1}{2} \\ f^2(x) + f(x) + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = x_0 < 0 \\ f^2(x) + f(x) + m = 0 \quad (1) \end{cases}$.

Đặt $t = f(x)$, (1) $\Leftrightarrow t^2 + t + m = 0$ (*).

Ta đã tìm được 3 điểm cực trị là $x = 1; x = 3; x = x_0 < 0$.

Nên để hàm số đã cho có đúng 3 điểm cực trị thì:

Phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép là $t = \frac{-1}{2}$.

Suy ra: $\Delta = 1 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}$.

Thử lại, ta thấy: $m = \frac{-1}{4} \Rightarrow \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-1}{2}$ (Thỏa mãn yêu cầu đề bài).

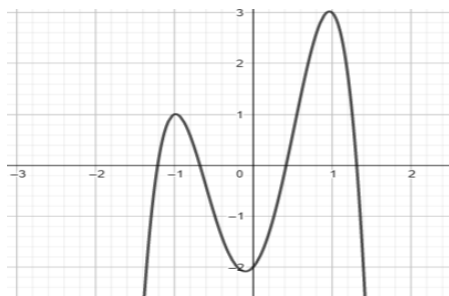
Vậy $m \geq \frac{1}{4}$.

Đáp án B.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f(1-x)$ được cho trong hình bên.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left| f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) + m \right| = 1$ có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc $[-1; 1]$?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Ta dùng phương pháp ghép trục:

Đặt $t = 1 - x$.

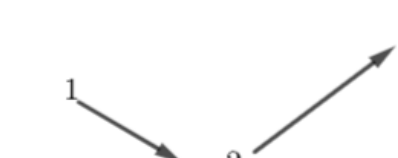
Bảng biến thiên theo ẩn t :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
t	$+\infty$	2	1	0	$-\infty$
$f(t)$	$-\infty$	1	-2	3	$-\infty$

Ta tiến hành vẽ lại bảng biến thiên theo ẩn t :

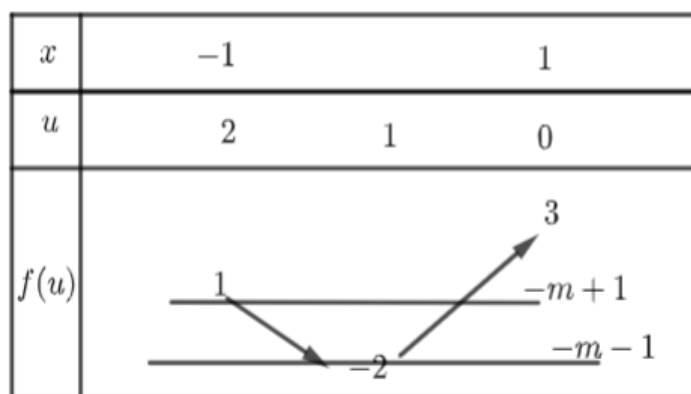
t	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f(t)$	$-\infty$	3	-2	1	$-\infty$

Đặt: $u = \frac{1-x}{x+2}$, ta có:

x	-1	1
u	2	0
$f(u)$		

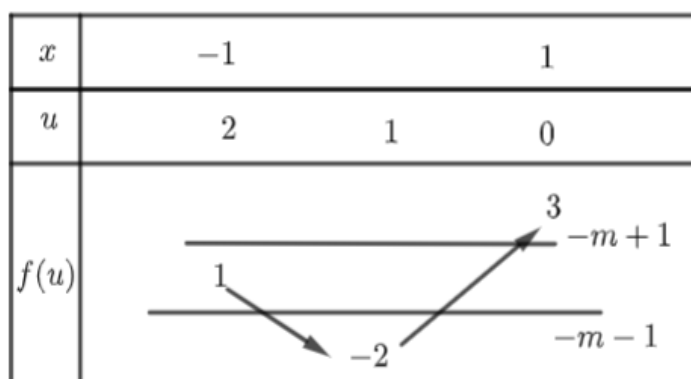
$$\text{Suy ra: } |f(u) + m| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(u) + m = 1 \\ f(u) + m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(u) = -m + 1 \\ f(u) = -m - 1 \end{cases}.$$

Trường hợp 1:



$$\text{Khi đó: } \begin{cases} -m-1 = -2 \\ -2 < -m+1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Trường hợp 2:



$$\text{Khi đó: } \begin{cases} -2 < -m-1 \leq 1 \\ 1 < -m+1 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < -m \leq 2 \\ 0 < -m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m < 1 \\ -2 \leq m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 0 \Leftrightarrow m = -1; m = -2$$

Vậy: $m = -1; m = -2; m = 1$.

Đáp án C.

Câu 20. [Vận dụng cao].

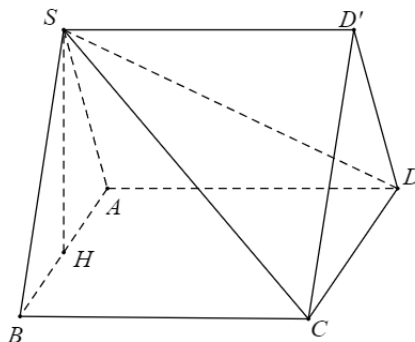
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và (SBC) với $\alpha < 45^\circ$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3$.

B. $\frac{8a^3}{3}$.

C. $\frac{4a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Giải

Gọi D' là đỉnh thứ tư của hình bình hành $SADD'$.

Khi đó $DD' \parallel SA$ mà $SA \perp (SBC)$ (vì $SA \perp SB, SA \perp BC$) nên D' là hình chiếu vuông góc của D lên (SBC) .

Góc giữa SD và (SBC) là $\alpha = DSD' = SDA$, do đó $SA = AD \cdot \tan \alpha = 2a \tan \alpha$.

Đặt $\tan \alpha = x, x \in (0;1)$.

Gọi H là hình chiếu của S lên AB .

Theo giả thuyết ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot SH$.

Do đó $V_{S.ABCD}$ đạt giá trị lớn nhất khi SH lớn nhất.

Vì tam giác SAB vuông tại S nên :

$$SH = \frac{SA \cdot SB}{AB} = \frac{SA \cdot \sqrt{AB^2 - SA^2}}{AB} = \frac{2ax \sqrt{4a^2 - 4a^2 x^2}}{2a} = 2ax \sqrt{1 - x^2} \leq 2a \frac{x^2 + 1 - x^2}{2} = a.$$

Suy ra $\max_{SH} = a$ khi và chỉ khi: $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Suy ra } \max V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 4a^2 = \frac{4}{3} a^3.$$

Đáp án C.

...HẾT...

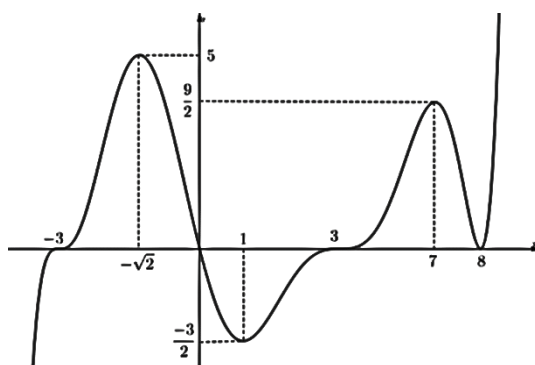
NHÓM TOÁN ANH DÚI**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XXI****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)



Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Cho đồ thị $y = f(x)$ xác định và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ:Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:**A. 3.****B. 4.****C. 1.****D. 2.**Giải

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ chính bằng tổng số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 3 \\ x = 8 \text{ (NBC)} \end{cases}.$$

Nhu vậy chỉ có ba nghiệm $x = -3, x = 0, x = 3$ là ba nghiệm bội lẻ.Vậy hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.**Đáp án A.**

Note: Dấu hiệu để nhận biết nghiệm bội lẻ. Nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$ được hiểu đơn giản là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ mà tại đó dấu của $f'(x)$ thay đổi (Đổi từ âm sang dương hoặc ngược lại).

Câu 2. [Nhận biết].

Cho đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào không sai?

A. (C) không có điểm cực trị.

B. (C) có hai điểm cực trị.

C. (C) có ba điểm cực trị.

D. (C) có một điểm cực trị.

Giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x - 5 = -(3x^2 - 6x + 3) - 2 = -3(x-1)^2 - 2 \leq -2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 5x + 2$ không có điểm cực trị.

Đáp án A.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho $\int_{-2}^0 f(x)dx = 2, \int_0^2 f(x)dx = 2$. Tích phân $\int_{-2}^2 f(x)dx$ bằng?

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 1.

Giải

Ta có: $\int_{-2}^2 f(x)dx = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx = 2 + 2 = 4$.

Đáp án A.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh AB' bằng $a\sqrt{3}$. Tính $V_{A'ABCD}$?

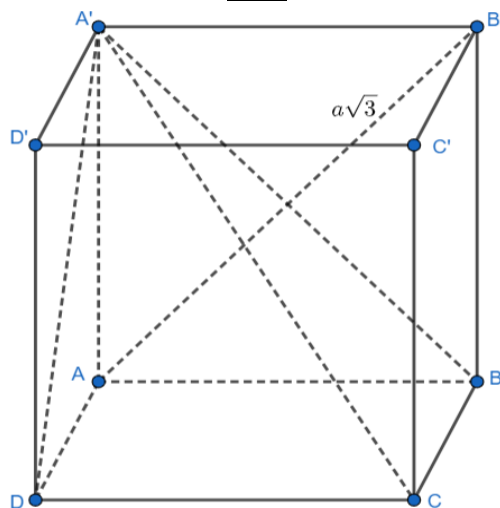
A. $3a^3\sqrt{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Giải



Ta có: $AA' = \frac{AB'}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vì: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB^3 = \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Mặt khác, ta có: $V_{A'.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Đáp án D.

Câu 5. [Nhận biết].

Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$ có tổng số đường tiệm cận là bao nhiêu?

A. 3.**B. 1.****C. 0.****D. 2.**Giải

TXĐ: $D = (-\infty; 1] \setminus \{0\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} \right) = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - 1 + x}{1 + \sqrt{1-x}} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có

đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận.

Đáp án B.**Câu 6. [Nhận biết].**

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. $m = 0$.**B. $m > 0$.****C. $m \geq 0$.****D. $m \leq 0$.**Giải

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định.

+) Nếu $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$ nên $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

+) Nếu $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$ nên $x = x_0$ là điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

+) Trường hợp $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) = 0 \end{cases}$ thì ta cần phải kiểm tra lại lần nữa.

Hàm số $y = x^4 + mx^2$ có: $\begin{cases} y' = 4x^3 + 2mx \\ y'' = 12x^2 + 2m \end{cases}$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ thì điều kiện ban

đầu, hàm số phải thỏa $\begin{cases} 4 \cdot 0^3 + 2m \cdot 0 = 0 \\ 12 \cdot 0^2 + 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 0$.

Với $\begin{cases} 4 \cdot 0^3 + 2m \cdot 0 = 0 \\ 12 \cdot 0^2 + 2m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0$.

Thử lại, với $m = 0 \Rightarrow f(x) = x^4$ là hàm số nhận điểm $x = 0$ là điểm cực tiểu.

Vậy: $m \geq 0$.

Đáp án C.**Câu 7. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

Hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Ta tiến hành kẻ đường thẳng $y = 0$ trên bảng biến thiên khi đó ta có:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

$y = 0$

$$\text{Ta có: } |f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) \leq 0 \end{cases}$$

Do đó đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm hai phần:

Phần 1: Là phần đồ thị nằm trên trục hoành.

Phần 2: Lấy đối xứng phần của đồ thị dưới trục Ox qua Ox .

Khi đó bảng biến thiên sẽ là:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	$+\infty$		
$ f(x) $	$+\infty$	0	2	3	0	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 5 điểm cực trị, trong đó có 3 cực tiểu.

Đáp án C.

Câu 8. [Thông hiểu].

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x+1$ tại ba điểm phân biệt M, N, P trong đó biết rằng N nằm giữa M và P . Tính độ dài MP ?

A. 2.**B. 3.****C. 1.****D. 4.**Giải

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ x_P = 2 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M(0;1) \\ P(2;1) \end{cases} \Rightarrow MP = \sqrt{(2-0)^2 + (1-1)^2} = 2.$$

Đáp án A.**Câu 9. [Thông hiểu].**

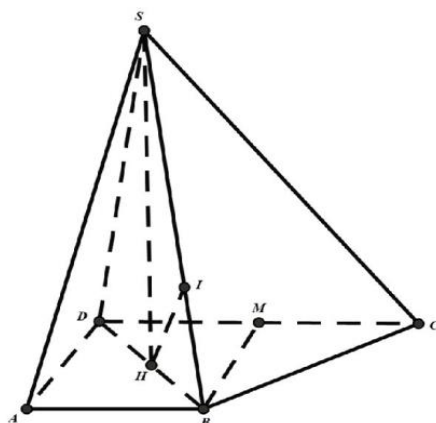
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD . Biết $V_{SBCD} = \frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến (SBC) bằng?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Giải

Gọi M là trung điểm của CD thì ta có $ABMD$ là hình vuông cạnh a do đó:

$$BC = BD = a\sqrt{2} \Rightarrow CD^2 = 4a^2 = BC^2 + BD^2 \text{ do đó tam giác } \triangle BCD \text{ vuông cân tại } B.$$

Gọi H là trung điểm của BD thì $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Khi đó: } V_{S.BCD} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} BD \cdot BC \Rightarrow SH = \frac{6 \cdot \frac{a^3}{\sqrt{6}}}{2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Hạ $HI \perp SB$. Vì $ABMD$ là hình vuông nên H là trung điểm của AM và ta có $AMCB$ là hình bình hành do đó $AH \parallel BC \Rightarrow d(A; (SBC)) = d(H; (SBC)) = HI$.

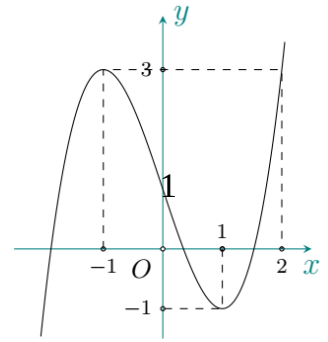
$$\text{Khi đó: } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{4}{6a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{6}}{4} \Rightarrow d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Đáp án D.**Câu 10. [Thông hiểu].**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc $(0; \pi)$ là:

- A. $m \in [-1; 3)$. B. $m \in (-1; 1)$.
C. $m \in (-1; 3)$. D. $m \in [-1; 1)$.



Giải

Đặt: $t = \sin x$ với $x \in (0; \pi)$ thì $t \in (0; 1]$.

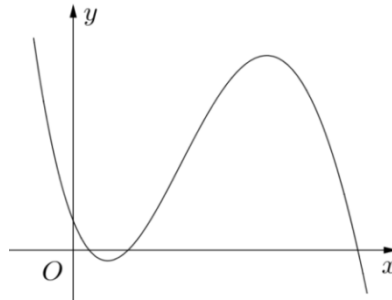
Do đó phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 1]$.

Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m \in [-1; 1)$.

Đáp án D.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} c > 0 \\ b > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} b > 0 \\ d > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} ac > 0 \\ bd < 0 \end{cases}$.

Giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm cực trị của hàm số suy ra x_1, x_2 nghiệm phương trình

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ nên theo định lí Viète, ta có:

+) Tổng hai nghiệm: $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

+) Tích hai nghiệm: $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0$.

Lại có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Đáp án C.

Câu 12. [Thông hiểu].

Nhà anh Nhân có một trang trại mỗi ngày thu hoạch được có 1 tấn rau hà. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30.000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán cứ tăng thêm 1.000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2.000 đồng/kg. Hỏi số tiền bán rau nhiều nhất mà trang trại của anh Nhân có thể thu được mỗi ngày là bao nhiêu?

- A.** 32.420.000 đ. **B.** 32.400.000 đ. **C.** 34.400.000 đ. **D.** 34.240.000 đ.

Giải

Gọi: x , ($x \geq 0$) (nghìn đồng) là số tiền tăng lên cho mỗi kg rau.

Số tiền bán mỗi một kg rau sau khi tăng là: $x + 30$ (nghìn đồng).

Số kg rau thừa là: $20x$ ($x \leq 50$).

Tổng số kg rau bán được là: $1000 - 20x$ (kg).

Tổng số tiền thu được là: $f(x) = (1000 - 20x)(x + 30) + 20x \cdot 2 \Leftrightarrow f(x) = -20x^2 + 440x + 30\,000$

Mà: $-20x^2 + 440x + 30\,000 = 32\,420 - 20(x - 11)^2 \leq 32\,420$.

Do đó: $f(x) \leq 32\,420 \Rightarrow \max f(x) = 32\,420$, dấu "=" xảy ra khi $x = 11$.

Vậy số tiền nhiều nhất bán được là 32.420.000 đồng.

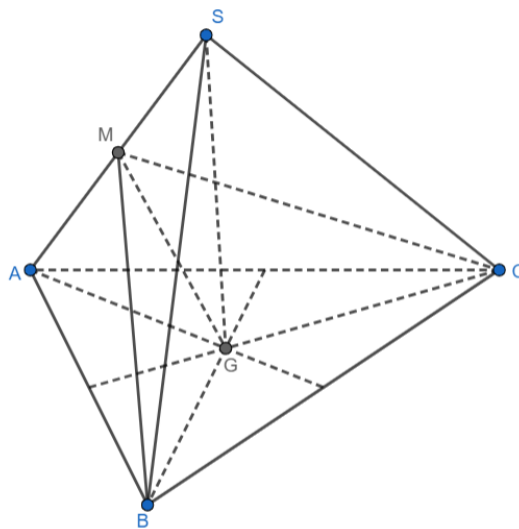
Đáp án A.

Câu 13. [Thông hiểu].

Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 12, gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$, M là trung điểm của cạnh SA . Tính thể tích khối tứ diện $S.MGB$?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\frac{8}{3}$.

Giải



$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.MGB}}{V_{S.AGB}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MGB} = \frac{1}{2} V_{S.AGB}.$$

$$\frac{V_{S.AGB}}{V_{S.ABC}} = \frac{\frac{1}{3} d(S; (ABC)) \cdot S_{\triangle AGB}}{\frac{1}{3} d(S; (ABC)) \cdot S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle AGB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot d(G; AB) \cdot AB}{\frac{1}{2} \cdot d(C; AB) \cdot AB} = \frac{d(G; AB)}{d(C; AB)} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AGB} = \frac{1}{3} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Vậy suy ra: } V_{M.AGB} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2.$$

Đáp án A.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x + 2)(x^2 + mx + 5)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 + x - 2)$ đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$ là?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

Giải

Ta có: $g'(x) = (2x+1).f'(x^2+x-2)$.

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow f'(x^2+x-2) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty).$$

$$\Leftrightarrow (x^2+x-2)^2(x^2+x) \left[(x^2+x-2)^2 + m(x^2+x-2) + 5 \right] \geq 0, \forall x \in (1; +\infty).$$

$$\Leftrightarrow (x^2+x-2)^2 + m(x^2+x-2) + 5 \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \quad (1).$$

Đặt: $t = x^2 + x - 2, x \in (1; +\infty) \Rightarrow t > 0$ và $x^2 + x = t + 2 > 0$.

Khi đó (1) tương đương: $t^2 + mt + 5 \geq 0, \forall t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow t + \frac{5}{t} \geq -m, \forall t \in (0; +\infty) \quad (2).$

Để (1) nghiệm đúng với mọi $x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow (2)$ nghiệm đúng với mọi $t \in (0; +\infty)$.

Ta có: $h(t) = t + \frac{5}{t} \geq 2\sqrt{5}, \forall t \in (0; +\infty)$.

Dấu "=" xảy ra khi $t = \frac{5}{t} \Leftrightarrow t = \sqrt{5}$.

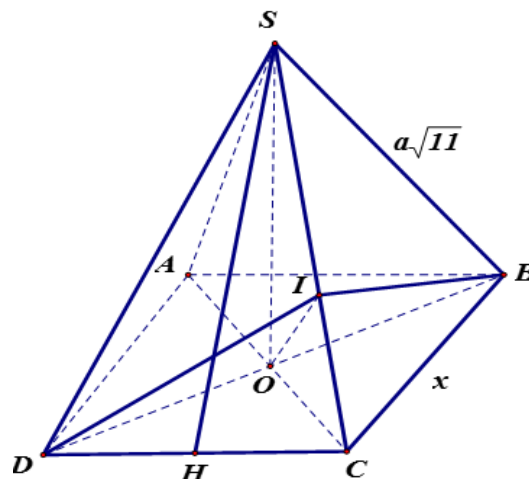
Suy ra: $\min_{t \in (0; +\infty)} [h(t)] = 2\sqrt{5} \Rightarrow (2)$ nghiệm đúng $\forall t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow -m \leq 2\sqrt{5} \Leftrightarrow m \geq -2\sqrt{5}$.

Mà m nguyên âm nên có 4 giá trị nguyên âm của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài, mà 4 giá trị đó là: $m = \{-4; -3; -2; -1\}$.

Đáp án B.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = a\sqrt{11}$, cosin góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng?

A. $3a^3$.B. $12a^3$.C. $4a^3$.D. $9a^3$.Giải

+) Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Kẻ $OI \perp SC$ ($I \in SC$), ta có $BD \perp (SOC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow SC \perp (BID) \Rightarrow BI \perp SC, DI \perp SC$.

Do đó: $((SBC);(SCD)) = (BI; DI)$.

Từ giả thiết suy ra: $\cos(BI; DI) = \frac{1}{10} \Rightarrow \sin BID = \sqrt{1 - \cos^2 BID} = \sqrt{1 - \frac{1}{100}} = \frac{3\sqrt{11}}{10}$.

+) Đặt cạnh đáy $BC = x \Rightarrow OC = \frac{x}{\sqrt{2}}$. Khi đó: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{2}}$.

Ta có: $S_{\Delta SOC} = \frac{1}{2} \cdot SO \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot OI \cdot SC \Rightarrow SO \cdot OC = OI \cdot SC \Rightarrow OI = \frac{SO \cdot OC}{SC} = \frac{\sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{2}}}{a\sqrt{11}}$.

Gọi H là trung điểm $CD \Rightarrow SH \perp CD \Rightarrow SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{4}}$.

Ta có: $\Delta SDC = \Delta SCB \Rightarrow S_{\Delta SDC} = S_{\Delta SCB} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot SH \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot BI \cdot SC \Rightarrow SH \cdot CD = BI \cdot SC$.

$\Rightarrow BI = DI = \frac{SH \cdot CD}{SC} = \frac{\sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{4}} \cdot x}{a\sqrt{11}}$.

Xét trong ΔDIB ta có $DI \cdot BI \cdot \sin(BI; DI) = 2S_{\Delta BID} = OI \cdot BD$.

$$\Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{4}} \cdot x}{a\sqrt{11}} \right)^2 \cdot \frac{3\sqrt{11}}{10} = \frac{\sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{2}}}{a\sqrt{11}} \cdot x\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\left(11a^2 - \frac{x^2}{4}\right) \cdot x^2}{11a^2} \cdot \frac{3\sqrt{11}}{10} = \frac{\sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{2}} \cdot x^2}{a\sqrt{11}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3\left(11a^2 - \frac{x^2}{4}\right)}{10a} = \sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{2}} \Leftrightarrow \frac{3a^2\left(11 - \frac{x^2}{4a^2}\right)}{10a} = a\sqrt{11 - \frac{x^2}{2a^2}} \Leftrightarrow 3\left(11 - \frac{x^2}{4a^2}\right) = 10\sqrt{11 - \frac{x^2}{2a^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(11 - \frac{x^2}{2a^2}\right) + \frac{33}{2} - 10\sqrt{11 - \frac{x^2}{2a^2}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{11 - \frac{x^2}{2a^2}} = \frac{11}{3} \text{ (VN)} \\ \sqrt{11 - \frac{x^2}{2a^2}} = 3 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 4a^2 \Rightarrow x = 2a.$$

Do đó: $SO = \sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{2}} = 3a$ nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = 4a^3$.

Đáp án C.

Câu 16. [Vận dụng].

Một mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a . Bán kính mặt cầu (S) là?

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Giải

Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a . Gọi I là trung điểm cạnh BC , G là trọng tâm của tam giác

ΔABC . Ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và DG là trục của tam giác ABC . Trong mặt phẳng

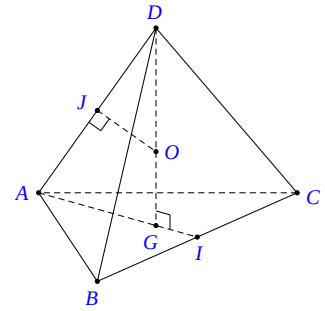
(DAG) kẻ đường trung trực của DA cắt DG tại O thì: $OD = OA = OB = OC$.

Nên O chính là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Bán kính R của mặt cầu (S) chính bằng độ dài đoạn OD . (Minh họa như hình vẽ).

Trong tam giác ADG vuông tại G , ta có:

$$DA^2 = DG^2 + GA^2 \Rightarrow DG^2 = DA^2 - GA^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2a^2}{3}$$

$$\Rightarrow DG = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Tứ giác $AGOI$ nội tiếp nên ta có: $DJ \cdot DA = DO \cdot DG \Rightarrow DO = \frac{DA^2}{2DG} \Rightarrow R = DO = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Đáp án B.

Câu 17. [Vận dụng].

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{mx^2 - 4}}{x - 1}$$
 có ba đường tiệm cận?

A. 7.

B. 8.

C. 10.

D. 6.

Giải

Trường hợp 1: Với $m \leq 0$ thì hàm số không xác định nên không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: Với $m > 0$, hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x \in \left(-\infty; -\frac{2}{\sqrt{m}}\right] \cup \left[\frac{2}{\sqrt{m}}; +\infty\right) \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{mx^2 - 4}}{x - 1} = \sqrt{m}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{mx^2 - 4}}{x - 1} = -\sqrt{m}$, do đó đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận ngang là: $y = \sqrt{m}$ và $y = -\sqrt{m}$.

+) Nếu $-\frac{2}{\sqrt{m}} < 1 < \frac{2}{\sqrt{m}} \Leftrightarrow m < 4$ thì đồ thị hàm số chỉ có 2 đường tiệm cận ngang mà không có đường tiệm cận đứng. Do đó không thỏa mãn.

+) Nếu $m = 4$ khi đó $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{4x^2 - 4}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 1}} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị. Khi đó đồ thị có 3 đường tiệm cận nên $m = 4$ thỏa mãn yêu cầu.

+) Nếu $m > 4$ khi đó $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{mx^2 - 4}}{x - 1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{mx^2 - 4}}{x - 1} = -\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị. Khi đó đồ thị có 3 đường tiệm cận nên $m > 4$ thỏa mãn yêu cầu.

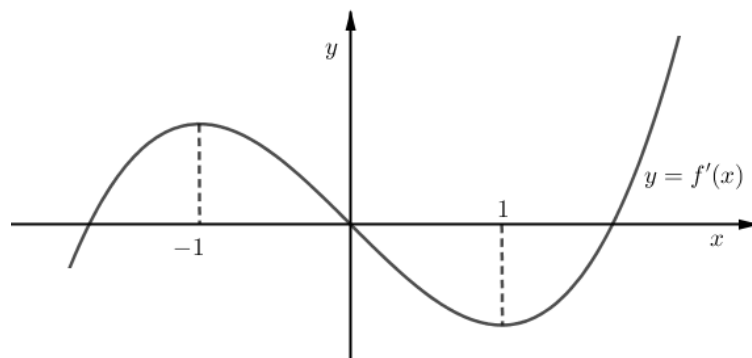
Do m nguyên thuộc $[-10;10]$ nên $m \in \{4;5;6;7;8;9;10\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án A.

Câu 18. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - a|$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 5.

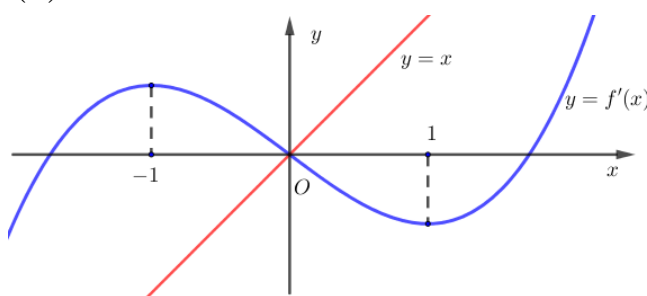
Giải

Xét hàm số: $y = 4f(\sin x) + \cos 2x - a$.

Ta có: $y' = \cos x [4f'(\sin x) - 4\sin x]$.

Ta thấy, $\cos x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ và $y = x$ vẽ trên cùng hệ trục tọa độ như sau:



Từ đồ thị ta có $f'(x) < x, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow f'(\sin x) < \sin x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Suy ra: $y' < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{2}$
y'		-
y	$4f(0) + 1 - a$	$4f(1) - 1 - a$

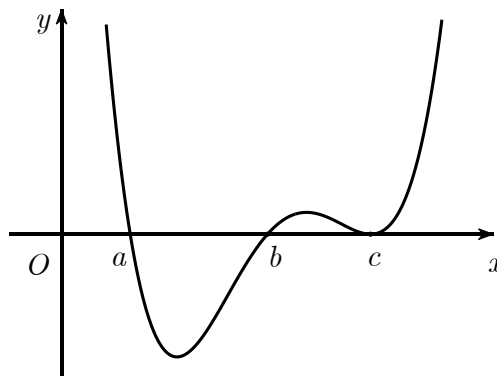
Dựa vào bảng biến thiên thì yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow 4f(1) - 1 - a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 4f(1) - 1 = 3$.

Vì a là số nguyên dương nên $a \in \{1; 2; 3\}$.

Đáp án B.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x + 2019)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ a, b, c là các số nguyên và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m_1 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$; m_2 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. Khi đó, $m_1 + m_2$ bằng?

- A.** $2b - 2a$. **B.** $2b - 2a + 1$. **C.** $2b - 2a - 2$. **D.** $2b - 2a + 2$.

Giải

Xét hàm số: $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$.

+) Đặt: $t = x^2 - 2x + m$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$t = x^2 - 2x + m$	$+\infty$	$m-1$	m	$+\infty$

Với $x \in (1; 2)$ thì $t \in (m-1; m)$ và $t = x^2 - 2x + m$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Khi đó hàm số: $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y = f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m-1; m)$

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y = f(t + 2019)$ nghịch biến trên khoảng $(m-2020; m-2019)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2020 \geq a \\ m-2019 \leq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq a+2020 \\ m \leq b+2019 \end{cases} \Rightarrow a+2020 \leq m \leq b+2019.$$

Do đó: $m_1 = (b+2019) - (a+2020) + 1 = b - a$.

Xét hàm số $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$.

+) Đặt $u = x^2 - 4x + m$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$u = x^2 - 4x + m$	$+\infty$	$m-3$	$m-4$	$+\infty$

Với $x \in (1; 2)$ thì $u \in (m-4; m-3)$ và $u = x^2 - 4x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Khi đó hàm số $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$

$\Leftrightarrow$ hàm số $y = f(u)$ nghịch biến trên khoảng $(m-4; m-3)$

$\Leftrightarrow$ hàm số $y = f(u+2019)$ nghịch biến trên khoảng $(m-2023; m-2022)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2023 \geq a \\ m-2022 \leq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq a+2023 \\ m \leq b+2022 \end{cases} \Rightarrow a+2023 \leq m \leq b+2022.$$

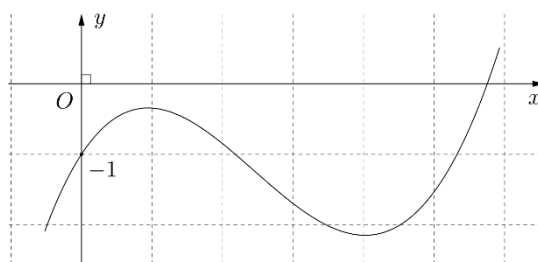
Do đó $m_2 = (b+2022) - (a+2023) + 1 = b - a$.

Vậy: $m_1 + m_2 = 2b - 2a$.

Đáp án A.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là?



A. 8.

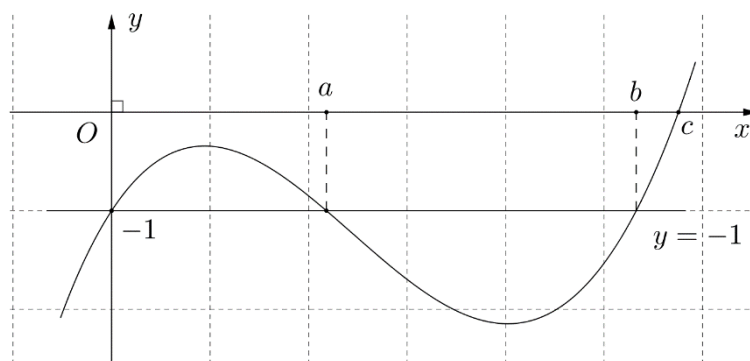
B. 5.

C. 6.

D. 4.

Giải

$$\text{Ta có: } f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^3 f(x)) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 \\ x^3 f(x) = a > 0 \\ x^3 f(x) = b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = \frac{a}{x^3} \text{ (do } x \neq 0) \\ f(x) = \frac{b}{x^3} \text{ (do } x \neq 0) \end{cases}$$



Ta có: $f(x) = 0$ có một nghiệm dương $x = c$.

Xét phương trình $f(x) = \frac{k}{x^3}$ với $x \neq 0, k > 0$.

Đặt: $g(x) = f(x) - \frac{k}{x^3}$.

Suy ra: $g'(x) = f'(x) + \frac{3k}{x^4}$.

Với $x > c$, nhìn hình ta thấy $f'(x) > 0 \Rightarrow g'(x) = f'(x) + \frac{3k}{x^4} > 0$

$\Rightarrow g(x) = 0$ có tối đa một nghiệm.

Mặt khác: $\begin{cases} g(c) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(c; +\infty)$

$\Rightarrow g(x) = 0$ có duy nhất nghiệm trên $(c; +\infty)$.

Với $0 < x < c$ thì $f(x) < 0 < \frac{k}{x^3} \Rightarrow g(x) = 0$ vô nghiệm.

Với $x < 0$, nhìn hình ta ta thấy $f'(x) > 0 \Rightarrow g'(x) = f'(x) + \frac{3k}{x^4} > 0$

$\Rightarrow g(x) = 0$ có tối đa một nghiệm.

Mặt khác $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(-\infty; 0)$.

$\Rightarrow g(x) = 0$ có duy nhất nghiệm trên $(-\infty; 0)$.

Tóm lại $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Suy ra hai phương trình: $f(x) = \frac{a}{x^3}$, $f(x) = \frac{b}{x^3}$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c .

Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có đúng 6 nghiệm.

Đáp án C.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 15 trang)

**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XXII****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**

Cho khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh k , thể tích là V . Chiều cao h của khối chóp được tính bằng công thức nào sau đây theo k, V ?

A. $h = \frac{4V\sqrt{3}}{3k^2}$.

B. $h = \frac{V\sqrt{3}}{4k^2}$.

C. $h = \frac{V\sqrt{3}}{12k^2}$.

D. $h = \frac{4V\sqrt{3}}{k^2}$.

Giải

$$\text{Diện tích tam giác đều cạnh } k : S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot k \cdot k = \frac{\sqrt{3}}{4} k^2.$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} k^2 h \Rightarrow h = \frac{4V\sqrt{3}}{k^2}.$$

Đáp án D.**Câu 2. [Nhận biết].**

Đồ thị hàm số nào dưới đây không có đường tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{-x^2}$.

B. $y = \frac{1}{1+x^2}$.

C. $y = \frac{1}{x^2}$.

D. $y = \frac{1}{1-x^2}$.

Giải**Xét từng đáp án:**

+) Đáp án A: Đường $x = 0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Loại A.

+) Đáp án B: Không có đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn B.

+) Đáp án **C**: Đường $x = 0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Loại C.

+) Đáp án **D**: Đường $x = -1, x = 1$ là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Loại D.

Đáp án B.

Note: Cách giải nhanh: Phương trình ở mẫu vô nghiệm.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = \frac{x^2}{1-x}$. Khi đó y' bằng?

A. $\frac{y-2}{1-x}$. B. $\frac{y+2x}{1-x}$. C. $\frac{y-2x}{1-x}$. D. $\frac{2-y}{1-x}$.

Giải

Ta có: $y = \frac{x^2}{1-x} \Rightarrow (1-x)y = x^2 \Rightarrow [(1-x)y]' = (x^2)'$.

$\Rightarrow (1-x)'y + (1-x)y' = 2x \Leftrightarrow -y + (1-x)y' = 2x$.

$\Rightarrow (1-x)y' = 2x + y \Rightarrow y' = \frac{2x+y}{1-x}$.

Đáp án B.

Note: Một cách thường làm:

Ta có: $y = \frac{x^2}{1-x} \Rightarrow y' = \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2} = \frac{-x^2+2x}{1-x} = \frac{x^2}{1-x} + \frac{-2x^2+2x}{1-x} = \frac{x^2}{1-x} + \frac{2x(1-x)}{1-x}$.

$\Rightarrow y' = \frac{\frac{x^2}{1-x} + 2x}{1-x} = \frac{y+2x}{1-x}$.

Câu 4. [Nhận biết].

Hàm số $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$ xác định tại?

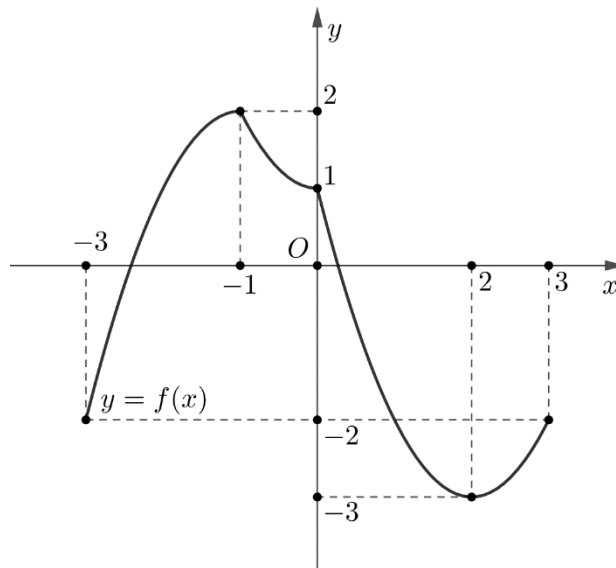
A. $x \in [1; +\infty)$. B. $x \in [0; 1]$. C. $x \in (1; +\infty)$. D. $x \in (0; 1)$.

Giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -1 \Rightarrow x \in (1; +\infty) \\ x > 1 \end{cases}$

Đáp án C.**Câu 5. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\max_{[-3;1]} |f(x)| = 1.$

B. $\max_{[1;3]} f(x) = 3.$

C. $\max_{[-1;2]} |f(x)| = 2.$

D. $\max_{[-2;2]} |f(x)| = 3.$

Giải

Xét từng đáp án:

+) Đáp án A:

Trên đoạn: $[-3; 1]$, ta thấy $f(x) \in [\min\{-3; f(1)\}; 2] \Rightarrow |f(x)| \in [0; \max\{3; -f(1)\}]$.

Vậy $\max_{[-3;1]} |f(x)| = a > 1 \left(\text{do } \begin{cases} 3 > 1 \\ -f(1) > 1 \end{cases} \right).$

Loại A.

+) Đáp án B:

Trên đoạn: $[1; 3]$, ta thấy $f(x) < 0 \Rightarrow \max_{[1;3]} f(x) < 0.$

Loại B.

+) Đáp án C:

Trên đoạn: $[-1; 2]$, ta thấy: $f(x) \in [-3; 2] \Rightarrow |f(x)| \in [0; 3] \Rightarrow \max_{[-1; 2]} |f(x)| = 3 \neq 2$.

Loại C.

+) Đáp án D:

Trên đoạn: $[-2; 2]$, ta thấy: $f(x) \in [-3; 2] \Rightarrow |f(x)| \in [0; 3] \Rightarrow \max_{[-2; 2]} |f(x)| = 3$.

Chọn D.**Đáp án D.****Câu 6. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên hàm số đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+\infty$				1			$+\infty$
			0			0		

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Giải

Theo bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f'(x)$ chỉ chạm (tiếp xúc) trục hoành chứ không cắt qua trục hoành nên phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội chẵn là $x = -2$ và $x = 2$, suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

Đáp án C.

Note: Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu và hàm số $y = f(x)$ liên tục.

Vì: $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau

đây là đúng?

A. $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2.$

B. $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2.$

C. $\frac{f(x_1)}{f(x_2)} < 1, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2.$

D. $f(x_1) < f(x_2), \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2.$

Giải

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2.$

Đáp án A.

Câu 8. [Thông hiểu].

Biết rằng $5^k = 3$ và $\log_3 \sqrt[3]{\frac{9}{2}} = x \cdot \log 5 + y \cdot \log 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{x}{y} = -k.$

B. $\frac{x}{y} = -2k.$

C. $\frac{x}{y} = k.$

D. $\frac{x}{y} = 2k.$

Giải

Ta có: $5^k = 3 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{\log 3}{\log 5} = k \Rightarrow \log 3 = k \cdot \log 5.$

Khi đó: $\log_3 \sqrt[3]{\frac{9}{2}} = \log \left(\frac{9}{2} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log \frac{9}{2} = \frac{1}{3} [\log(3^2) - \log 2] = \frac{1}{3} (2 \log 3 - \log 2).$

$$= \frac{1}{3} (2k \log 5 - \log 2) = \frac{2k}{3} \log 5 - \frac{1}{3} \log 2 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = -2k.$$

Đáp án B.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho bất phương trình $e^{\cos x} < \frac{\sqrt{e}}{e}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos x \in \left[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1 \right].$

B. $\sin x \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right].$

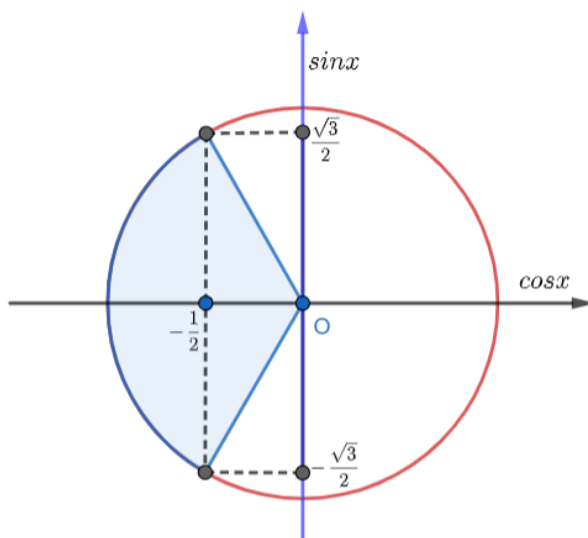
C. $\sin x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

D. $\cos x \in \left(-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$.

Giải

Ta có: $e^{\cos x} < \frac{\sqrt{e}}{e} \Leftrightarrow \ln e^{\cos x} < \ln e^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \cos x < -\frac{1}{2}$.

Vòng tròn lượng giác:



Theo vòng tròn lượng giác, ta thấy: $\sin x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và $\cos x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right)$.

Đáp án C.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh k , các cạnh bên tạo với đáy một góc α . Đỉnh A' cách đều các đỉnh A, B, C, D . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng?

A. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{\sqrt{2}}$.

B. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{3\sqrt{2}}$.

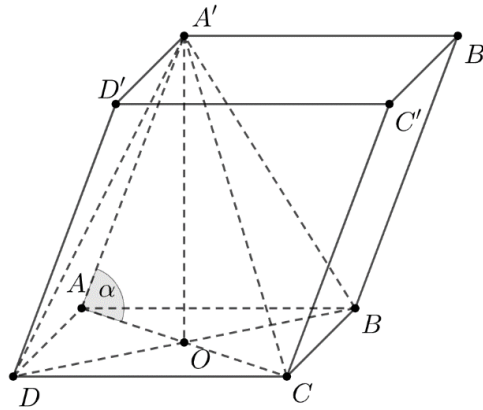
C. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{6}$.

D. $V = \frac{k^3 \tan \alpha}{2}$.

Giải

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Từ giả thiết A' cách đều các đỉnh A, B, C, D ta suy ra hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với điểm O . Hay $A'O$ là đường cao của khối lăng trụ.



Trong $\triangle A'AO$ vuông tại O và $\angle AOA' = \alpha \Rightarrow A'O = AO \cdot \tan \alpha = \frac{k \tan \alpha}{\sqrt{2}}$.

Thể tích: $V = B \cdot h = k^2 \cdot \frac{k \cdot \tan \alpha}{\sqrt{2}} = \frac{k^3 \tan \alpha}{\sqrt{2}}$.

Đáp án A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$ có chứa tối đa bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Giải

Ta có: $f'(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{2} = -\frac{4-x^2}{2x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

Nên khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ chứa hai giá trị nguyên là $m = -1, n = 1$.

Vì thế khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$ có chứa tối đa 2 giá trị nguyên.

Đáp án C.

Câu 12. [Thông hiểu].

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực đại tại $x = 1$, $f(1) = 2$; đạt cực tiểu tại $x = -2$, $f(-2) = -1$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b + c + 2d$ là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Giả thiết} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 2 \\ f'(1) = 0 \\ f(-2) = -1 \\ f'(-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 2 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -8a + 4b - 2c + d = -1 \\ 12a - 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = -\frac{1}{3} \\ c = \frac{4}{3} \\ d = \frac{11}{9} \end{cases} \Rightarrow A = 3.$$

Đáp án C.**Câu 13. [Thông hiểu].**

Tìm tất cả các giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x) = mx^3 + (m+2)x^2 - (1-m)x + 3$ có hai điểm cực trị có hoành độ dương là?

A. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

B. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Giải

Ta có: $f'(x) = 3mx^2 + 2(m+2)x - (1-m)$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị có hoành độ dương thì:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 + 3m(1-m) > 0 \\ -\frac{2(m+2)}{3m} > 0 \\ -\frac{1-m}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < m < 4 \\ -2 < m < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 0.$$

Đáp án A.**Câu 14. [Vận dụng].**

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số:

$$y = \frac{3}{2}x^3 - 4mx^2 + (m-1)^2x + 1$$

có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 > x_1 + x_2$ là?

A. 12.

B. 18.

C. 16.

D. 15.

Giải

Ta có: $y' = \frac{9}{2}x^2 - 8mx + (m-1)^2$.

Hàm số y có hai điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta' = m(23m+18) > 9$.

Theo định lý Viète ta có: $x_1 + x_2 = \frac{16m}{9}$; $x_1x_2 = \frac{2(m-1)^2}{9}$.

$$x_1x_2 > x_1 + x_2 \Leftrightarrow \frac{2}{9}(m-1)^2 > \frac{16}{9}m \Leftrightarrow m^2 - 10m + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 + 2\sqrt{6} \\ m < 5 - 2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m \in [-10; 0] \cup \{10\}.$$

Vậy có 12 giá trị nguyên thỏa mãn.

Đáp án A.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho n, m là các số thực thỏa mãn $n > 0, n \neq 1$, biết phương trình $n^x - \frac{1}{n^x} = 2\cos(mx)$ có 7 nghiệm phân biệt. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $n^{2x} - 2n^x(\cos(mx) + 2) + 1 = 0$ là?

A. 13.

B. 7.

C. 14.

D. 6.

Giải

Ta có: $n^{2x} - 2n^x(\cos(mx) + 2) + 1 = 0 \Leftrightarrow n^x - 2 + \frac{1}{n^x} = 2\cos(mx) + 2$.

$$\Leftrightarrow n^x - 2 + \frac{1}{n^x} = 2\left[\cos\left(2 \cdot \frac{mx}{2}\right) + 1\right] \Leftrightarrow \left(n^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{n^{\frac{x}{2}}}\right)^2 = 4\cos^2 \frac{mx}{2}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{n^{\frac{x}{2}}} = 2 \cos \frac{mx}{2} & (*) \\ n^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{n^{\frac{x}{2}}} = -2 \cos \frac{mx}{2} & (**) \end{cases}.$$

Nếu phương trình (*) và phương trình (**) có nghiệm chung là x_0 thì:

$$2 \cos \frac{mx_0}{2} = -2 \cos \frac{mx_0}{2} \Rightarrow \cos \frac{mx_0}{2} = 0 \Rightarrow n^{\frac{x_0}{2}} - \frac{1}{n^{\frac{x_0}{2}}} = 0 \Leftrightarrow n^{x_0} = 1.$$

$$\Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow \cos \frac{mx_0}{2} = 1 \text{ (VL)}.$$

Do đó phương trình (*) và phương trình (**) không có nghiệm chung.

Chúng minh: Phương trình (*) và phương trình (**) các nghiệm đối nhau.

Giả sử $x = x_0$ là nghiệm của phương trình (*) thì $x = -x_0$ là nghiệm của phương trình (**).

Thật vậy!

$$(*) \Leftrightarrow n^{\frac{x_0}{2}} - \frac{1}{n^{\frac{x_0}{2}}} = 2 \cos \frac{mx_0}{2}.$$

$$\text{Và } (**) \Leftrightarrow n^{-\frac{x_0}{2}} - \frac{1}{n^{-\frac{x_0}{2}}} = -2 \cos \frac{-mx_0}{2} \Rightarrow \frac{1}{n^{\frac{x_0}{2}}} - n^{\frac{x_0}{2}} = -2 \cos \frac{mx_0}{2} \Rightarrow n^{\frac{x_0}{2}} - \frac{1}{n^{\frac{x_0}{2}}} = 2 \cos \frac{mx_0}{2}.$$

(Đúng).

Mặt khác, theo giả thiết phương trình (*) có 7 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $n^{2x} - 2n^x (\cos(mx) + 2) + 1 = 0$ có 14 nghiệm phân biệt.

Đáp án C.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(2x+k+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm k để hàm số $h(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Giải

$$\text{Ta có: } f'(x^2) = x^2(x^2-2)^2(2x^2+k+1).$$

Dựng hình bình hành $ABCD$.

Khi đó: $d(SA, BC) = d(BC, (SAD)) = d(M, (SAD)) = 2d(H, (SAD))$ với H là trung điểm AM .

Theo đề bài ta suy ra: $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AD$.

Kẻ $HJ \perp AD, HK \perp SJ \Rightarrow HK \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HK$.

Kẻ $HI \perp AB \Rightarrow SI \perp AB \Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (SI, HI) = SIH = 60^\circ$.

Vì:
$$\begin{cases} HIA = CAB = 90^\circ \\ IAH = ABC \text{ (Do } BM = AM) \end{cases}$$

Nên: $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle IAH \Rightarrow \frac{AB}{IA} = \frac{BC}{AH} = \frac{BC}{\frac{BC}{4}} = 4 \Rightarrow AI = \frac{AB}{4} = \frac{a}{4}$.

Tam giác $\triangle HIA$ vuông tại $I \Rightarrow IH = \sqrt{AH^2 - IA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$\triangle SHI$ vuông tại H có $SIH = 60^\circ \Rightarrow SH = HI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Ta có: $\tan ABC = \frac{AC}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow ABC = 60^\circ \Rightarrow BAD = 120^\circ \Rightarrow CAD = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$.

Mặt khác: $\triangle IHA = \triangle JHA \Rightarrow IHA = JHA = \frac{180^\circ - IAJ}{2} = 30^\circ$.

Vì:
$$\begin{cases} AJH = ACD = 90^\circ \\ JHA = CAD \end{cases}$$

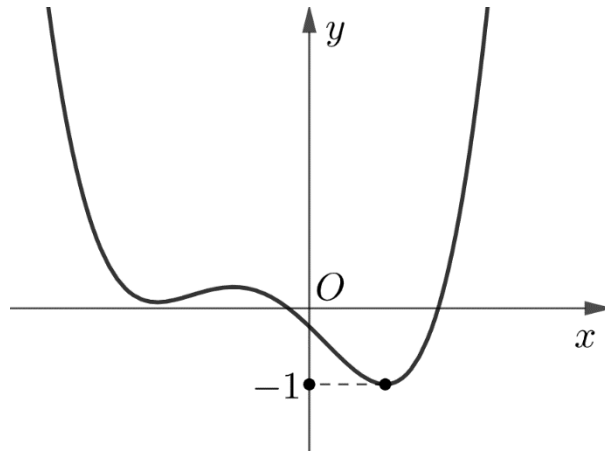
Nên: $\triangle AJH$ đồng dạng $\triangle DCA \Rightarrow \frac{JH}{CA} = \frac{AH}{DA} = \frac{\frac{a}{2}}{2a} = \frac{1}{4} \Rightarrow JH = \frac{CA}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$\triangle SHJ$ vuông tại H có đường cao HK .

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HJ^2} = \frac{64a^2}{9} \Rightarrow HK = \frac{3a}{8} \Rightarrow d = 2HK = \frac{3a}{4}$$
.

Đáp án D.

Câu 18. [Vận dụng cao].



Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 3^{f(x)} - 4^{f(x)}$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Giải

Đặt $y = g(x) = 3^{f(x)} - 4^{f(x)}$. Quan sát đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) \cdot [3^{f(x)} \cdot \ln 3 - 4^{f(x)} \cdot \ln 4] \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ 3^{f(x)} \cdot \ln 3 - 4^{f(x)} \cdot \ln 4 = 0 \end{cases}$$

$$3^{f(x)} \cdot \ln 3 - 4^{f(x)} \cdot \ln 4 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{f(x)} = \frac{\ln 4}{\ln 3} \Leftrightarrow f(x) = \log_{\frac{3}{4}}\left(\frac{\ln 4}{\ln 3}\right) \approx -0.8.$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy phương trình $f(x) = \log_{\frac{3}{4}}\left(\frac{\ln 4}{\ln 3}\right)$ có 2 nghiệm phân

biệt khác các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ nên hàm số $y = 3^{f(x)} - 4^{f(x)}$ có tất cả 5 điểm cực trị.

Đáp án C.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a để bất phương trình sau có nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$: $1 + \log_6(x^2 + 1) \geq \log_6(ax^2 + 2x + a)$.

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Giải

Điều kiện: $ax^2 + 2x + a > 0$.

$$\text{Ta có: } 1 + \log_6(x^2 + 1) \geq \log_6(ax^2 + 2x + a) \Leftrightarrow \log_6[6(x^2 + 1)] \geq \log_6(ax^2 + 2x + a).$$

$$\Leftrightarrow 6(x^2 + 1) \geq ax^2 + 2x + a \Leftrightarrow (a - 6)x^2 + 2x + a - 6 \leq 0.$$

Để bất phương trình: $1 + \log_6(x^2 + 1) \geq \log_6(ax^2 + 2x + a)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

$$\begin{cases} ax^2 + 2x + a > 0, \forall x \in \mathbb{R} & (1) \\ (a - 6)x^2 + 2x + a - 6 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} & (2) \end{cases}$$

+) Phương trình (1):

Do $a = 0$ không là nghiệm của phương trình (1) nên:

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = 1 - a^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 1.$$

+) Phương trình (2):

Do $a = 6$ không là nghiệm của phương trình (2) nên:

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} a < 6 \\ \Delta' = 1 - (a - 6)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 6 \\ -a^2 + 12a - 35 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 6 \\ a \leq 5 \\ a \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow a \leq 5.$$

Suy ra: $1 < a \leq 5 \Rightarrow a = \{2; 3; 4; 5\}$

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số a thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án D.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4x - x^2} + 12}{\sqrt{x^2 - 6x + 2k}}$ có đồ thị (C). Tìm tập hợp S chứa tất cả các giá trị thực của tham số k để đồ thị (C) có đúng hai tiệm cận đứng?

A. $S = [8; 9)$. B. $S = \left[4; \frac{9}{2}\right)$. C. $S = \left(4; \frac{9}{2}\right)$. D. $S = (0; 9]$.

Giải

Điều kiện: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 6x + 2k > 0 \end{cases}$.

Ta có: $12 + \sqrt{4x - x^2} \neq 0, \forall x \in D$.

Nên để (C) có hai tiệm cận đứng thì phương trình:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 2k} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 2k = 0 \quad (*)$$

có hai nghiệm phân biệt thuộc $[0; 4]$.

Để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta' = 9 - 2k > 0 \Leftrightarrow k < \frac{9}{2}$.

Gọi hai nghiệm phân biệt của $(*)$ là $x_1 < x_2$, ta có: $0 \leq x_1 < x_2 \leq 4$.

Theo định lý Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = 2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 0 \\ (x_1 - 4)(x_2 - 4) \geq 0 \\ (x_1 - 4) + (x_2 - 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k \geq 0 \\ 6 \geq 0 \\ 2k - 24 + 16 \geq 0 \\ 6 - 8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq 0 \\ 2k - 8 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k \geq 4$$

Kết hợp nghiệm ta có: $S = \left[4; \frac{9}{2} \right)$.

Đáp án B.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm có 14 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XXIII

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC – TÍCH PHÂN

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
 (Đề có 20 câu trắc nghiệm)

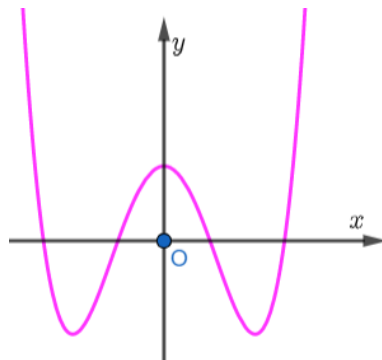
Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Giải

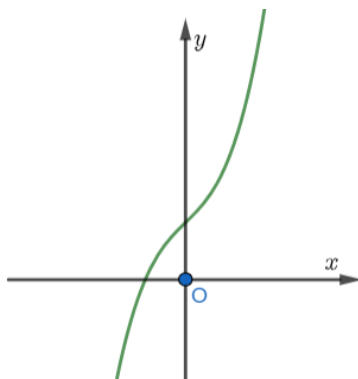
Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy rằng:

+) Đồ thị hàm số có xu hướng đi lên khi x dần đến một giá trị đủ lớn nên $a > 0$.**Loại C.**

+) Hàm số đã cho là hàm bậc bốn trùng phương.

Loại A, D.**Đáp án B.**

Câu 2. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

- A. y là hàm số chẵn.
- B. y là hàm số lẻ.
- C. y là hàm số không có tính chẵn lẻ.
- D. y là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Giải

Đồ thị hàm số không nhận trục tung làm trục đối xứng nên không phải hàm số chẵn.
Đồ thị hàm số không nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng nên không phải hàm số lẻ.

Đáp án C.

Câu 3. [Nhận biết].

Tập nghiệm của phương trình : $\log_3(2x+1) + 2\log_9(x-1) = 3$ là ?

- A. $\{4\}$.
- B. $\left\{-\frac{7}{2}; 4\right\}$.
- C. $\{10\}$.
- D. $\{2; 10\}$.

Giải

Điều kiện xác định: $x > 1$.

Phương trình đã cho tương đương:

$$\log_3(2x+1) + \log_3(x-1) = 3 \Leftrightarrow \log_3[(2x+1)(x-1)] = 3 \Leftrightarrow (2x+1)(x-1) = 27.$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases} (L).$$

Kết hợp điều kiện ta được $x = 4$.

Đáp án A.

Note: Có thể sử dụng lệnh **CALC** với từng giá trị của x trong các đáp án để chọn nhanh đáp án đúng.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Giải

Xét hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - 9x$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$\text{Suy ra: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-27	$+\infty$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Đáp án B.

Câu 5. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, $(a < b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx.$

B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

C. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = 2\int_a^b f(x)dx.$

D. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = -2\int_a^b f(x)dx.$

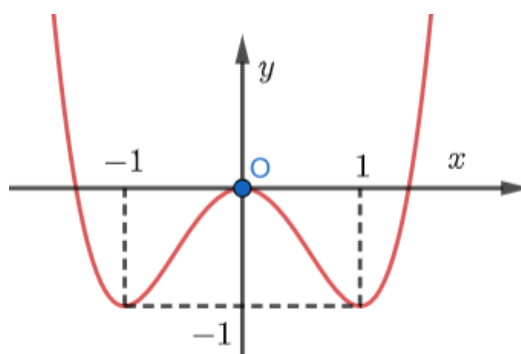
Giải

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

Đáp án B.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là:

A. 0.

B. 2.

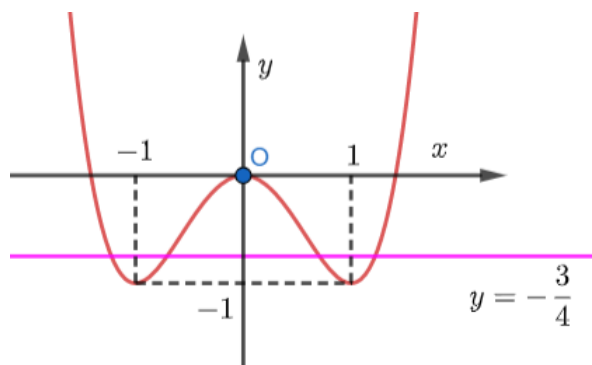
C. 3.

D. 4.

Giải

Xét phương trình: $4f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{4}.$

Kẻ đường thẳng $y = -\frac{3}{4}$ và tương giao đồ thị trên cùng một mặt phẳng tọa độ.



Suy ra: Phương trình $4f(x) + 3 = 0$ có 4 nghiệm.

Đáp án D.

Câu 7. [Thông hiểu].

Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2021 \text{ có hai điểm cực trị } x_1; x_2 \text{ thỏa mãn } x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1.$$

Tính $P = a + 2b$?

A. $P = 5$.

B. $P = 6$.

C. $P = 7$.

D. $P = 8$.

Giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 6(x^2 - mx - 3m^2 + 1).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3m^2 + 1 = 0 \quad (1).$$

Hàm số có hai điểm cực trị phân biệt khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên:

$$\Delta = 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{\sqrt{13}} \\ m < -\frac{2}{\sqrt{13}} \end{cases}.$$

Áp dụng định lý Viète, ta có:

$$x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \quad (L) \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy: $a = 2$; $b = 3$ nên $P = a + 2b = 2 + 2 \cdot 3 = 8$.

Đáp án D.

Câu 8. [Thông hiểu].

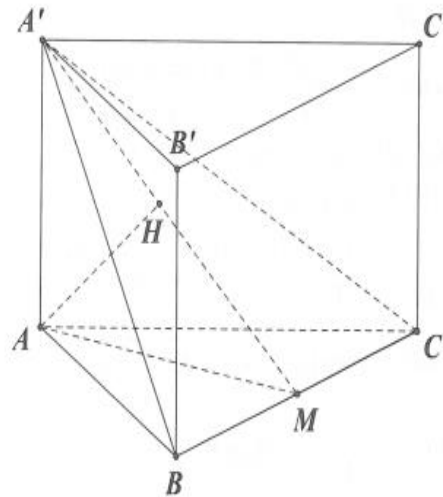
Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối tứ diện $A'C'BA$ bằng?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Giải

Gọi M là trung điểm của cạnh BC suy ra: $BC \perp AM$.

Mặt khác: $BC \perp AA'$ nên $BC \perp (AA'M)$ suy ra $(A'BC) \perp (AA'M)$.

Trong mặt phẳng $(AA'M)$, kẻ $AH \perp A'M$.

$(H \in A'M)$ thì $AH \perp (A'BC)$.

Nên: $d(A, (A'BC)) = AH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét $\triangle AA'M$ có:

$$\frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AM^2} = \frac{16}{3a^2} - \frac{4}{3a^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow AA' = \frac{a}{2}.$$

$$V_{ABCA'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

$$V_{A'C'BA} = \frac{1}{3}V_{ABCA'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{24}.$$

Đáp án D.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+2020)(x+2021)$. Tính $f'(0)$.

- A. 0. B. $\frac{2021(1+2021)}{2}$. C. P_{2021} . D. 2021.

Giải

Cách 1: Tính trực tiếp.

Ta có: $f'(x) = (x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+2020)(x+2021) +$
 $+ x(x+2)(x+3)\dots(x+2020)(x+2021) + \dots + x(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+2020).$

Ta có: $f'(0) = 1.2.3\dots 2021 + 0 + 0 + \dots + 0 = 2021! = P_{2021}.$

Cách 2: Tính bằng định nghĩa. Ta có:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+2020)(x+2021) \\ = 1.2.3\dots 2020.2021 = P_{2021}.$$

Đáp án C.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Định m để phương trình có nghiệm thỏa mãn: $x_1 = 2x_2$.

A. $m = 16 \pm 3\sqrt{33}$.

B. $m = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$.

C. $m = \frac{29}{12}$.

D. $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Giải

Điều kiện để phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} m \neq 1 \\ \Delta' = 4m+5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow m \geq -\frac{5}{4}, m \neq 1.$

Theo giả thuyết, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3x_2 \\ x_1 x_2 = 2x_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{S}{3} \\ x_2^2 = \frac{P}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{S^2}{9} = \frac{P}{2} \Leftrightarrow \frac{(2m+4)^2}{9(m-1)^2} = \frac{m+1}{2(m-1)}.$

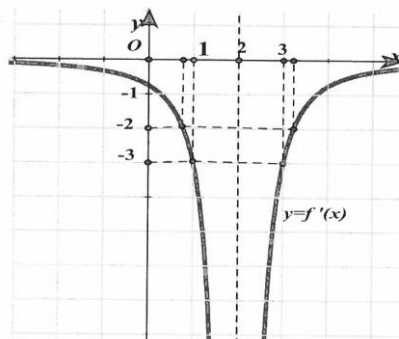
$$\Leftrightarrow 2(2m+4)^2 = 9(m+1)(m-1) \Leftrightarrow m^2 - 32m - 41 = 0 \Rightarrow m = 16 \pm 3\sqrt{33} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy: $m = 16 \pm 3\sqrt{33}$ là các giá trị cần tìm.

Đáp án A.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Biết rằng: $f(1) \neq 10$; $f(3) = 4$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ mà tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $3x + y - 13 = 0$?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Giải

Ta có: $3x + y - 13 = 0 \Leftrightarrow y = -3x + 13$.

Giả sử phương trình tiếp tuyến có dạng $y = ax + b$.

Suy ra $a = 3; b \neq 13$.

Xét phương trình $f'(x) = -3$.

Dựa vào đồ thị phương trình này có hai nghiệm: $x = 1; x = 3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(3; f(3))$ có phương trình:

$$y = -3(x - 3) + f(3) \text{ hay } y = -3x + f(3) + 9.$$

Do $f(3) = 4 \Leftrightarrow f(3) + 9 = 4 + 9 = 13$ nên ta loại trường hợp này.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1; f(1))$: $y = -3(x - 1) + f(1)$ hay $y = -3x + f(1) + 3$.

Do $f(1) \neq 10 \Leftrightarrow f(1) + 3 \neq 10 + 3 = 13$ nên ta nhận trường hợp này.

Đáp án B.

Note: Nếu chỉ dựa vào số nghiệm của phương trình $f'(x) = -3$ thì ta vội vàng kết luận có 2 tiếp tuyến cần tìm.

Sai lầm là do ta phát biểu lại bài toán mới không tương đương với bài toán ban đầu.

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow f'(x) = -3$, chiều ngược lại có thể không đúng.

Ghi nhớ: cho hai đường thẳng $d: y = ax + b$ và $d': y = a'x + b'$. Ta có $d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$.

Câu 12. [Thông hiểu].

Biết hiệu số của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x \cdot (1 + |\cos x|)$ có dạng

$$T = \frac{3^a}{b}, \left(a, b \in \mathbb{Q}^+, 6(a+b) \in \mathbb{Z}_p \right) \text{ với } \mathbb{Z}_p \text{ là tập các số nguyên tố.}$$

Tích $P = ab$ có giá trị là số nào dưới đây?

A. 2.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Giải

Đặt: $t = \sin x \Rightarrow y = t \cdot (1 + \sqrt{1 - t^2})$, $(-1 \leq t \leq 1)$.

$$\text{Ta có: } y' = 1 + \sqrt{1 - t^2} - \frac{t^2}{\sqrt{1 - t^2}} = \frac{\sqrt{1 - t^2} + 1 - t^2 - t^2}{\sqrt{1 - t^2}} = \frac{\sqrt{1 - t^2} - 2t^2 + 1}{\sqrt{1 - t^2}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-t^2} - 2t^2 + 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{1-t^2} = 2t^2 - 1 \Rightarrow t = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Tính toán tại một số điểm đặc biệt:

$$\begin{cases} y(-1) = -1 \\ y\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4} = \min y \\ y\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4} = \max y \\ y(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow S = \max y - \min y = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \left(-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3^{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Đáp án D.

Câu 13. [Thông hiểu].

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-1}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Giải

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ là các tiệm cận ngang.

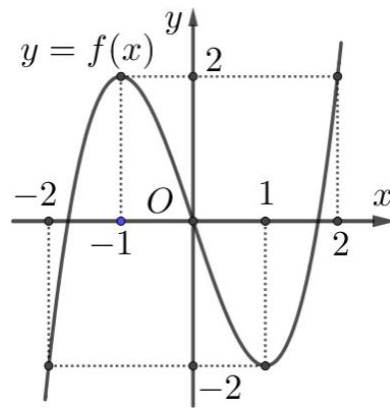
Và: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x-1)(x+1)}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Đáp án D.

Câu 14. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = f(x)$ bằng?

**A.** 7.**B.** 3.**C.** 6.**D.** 9.Giải

Đặt $t = f(x)$, phương trình trở thành: $f(t) = t \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$.

Vì đồ thị $f(t)$ cắt đường thẳng $y = t$ tại ba điểm có hoành độ: $t = -2$; $t = 0$; $t = 2$.

Nên: $\begin{cases} f(x) = -2 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; x = -2 \\ x = 0; x = a \in (-2; -1); x = b \in (1; 2) \\ x = -1; x = 2 \end{cases}$.

Vậy phương trình $f(f(x)) = f(x)$ có 7 nghiệm.

Đáp án A.**Câu 15. [Vận dụng].**

Biết (x, y, z) là bộ ba số thực thỏa mãn đồng thời ba phương trình $\begin{cases} 2x + x^2y = y \\ 2y + y^2z = z \\ 2z + z^2x = x \end{cases}$.

Có tất cả bao nhiêu bộ số (x, y, z) như vậy?

A. 7.**B.** 3.**C.** 1.**D.** 4.Giải

Dễ thấy $x, y, z \neq \pm 1$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + x^2y = y \\ 2y + y^2z = z \\ 2z + z^2x = x \end{cases}$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2x + x^2y = y \\ 2y + y^2z = z \\ 2z + z^2x = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y(1-x^2) \\ 2y = z(1-y^2) \\ 2z = x(1-z^2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2x}{1-x^2} \\ z = \frac{2y}{1-y^2} \\ x = \frac{2z}{1-z^2} \end{cases}.$$

$$\text{Đặt: } x = \tan t \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2x}{1-x^2} = \frac{2 \tan t}{1-\tan^2 t} = \tan 2t \\ z = \frac{2y}{1-y^2} = \frac{2 \tan 2t}{1-\tan^2 2t} = \tan 4t \\ x = \frac{2z}{1-z^2} = \frac{2 \tan 4t}{1-\tan^2 4t} = \tan 8t \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra: } \tan t = \tan 8t \Rightarrow 8t = t + k\pi \Rightarrow t = \frac{k\pi}{7}, t = \overline{0,6}.$$

Ứng với 1 giá trị t , ta có đúng 1 bộ ba $(x, y, z) = (\tan t, \tan 2t, \tan 4t)$.

Mà có tất cả 7 giá trị t thỏa mãn.

Vậy có tất cả 7 bộ ba số (x, y, z) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án A.

Câu 16. [Vận dụng].

Với mọi số thực khác không x, y, z thỏa mãn: $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} + \frac{2}{z} = \frac{1}{xyz}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$P = 20x^2 + 5y^2 + z^2 \text{ là?}$$

- A. 26. B. 0. C. $\frac{26}{11}$. D. 1.

Giải

$$\text{Ta có: } P = 20x^2 + 5y^2 + z^2 = \frac{(4x^2 + y^2) + (9y^2 + z^2) + (36x^2 + z^2)}{2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba bộ hai số dương $(4x^2; y^2)$, $(9y^2; z^2)$, $(36x^2; z^2)$, được:

$$\begin{cases} \frac{4x^2 + y^2}{2} \geq 2|xy| \geq 2xy \\ \frac{9y^2 + z^2}{2} \geq 3|yz| \geq 3yz \\ \frac{36x^2 + z^2}{2} \geq 6|xz| \geq 6xz \end{cases} \Rightarrow P \geq 2xy + 3yz + 6xz = xyz \left(\frac{3}{x} + \frac{6}{y} + \frac{2}{z} \right) = 1.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: } (x, y, z) = \left(\pm \frac{1}{\sqrt{76}}, \pm \frac{2}{\sqrt{76}}, \pm \frac{6}{\sqrt{76}} \right).$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số P là $\min_p = 1$.

Đáp án D.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) . Xét hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = \sqrt{3}BC$ với A, B, C, D là bốn điểm thuộc đồ thị (C) . Khi đó độ dài AB bằng?

A. 4.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 3.

Giải

Phân tích. Bài toán tương tự đề thi THPT 2018, nên có thể đưa về bài toán giao điểm của hai đồ thị. Tuy nhiên phạm vi sử dụng của bài toán giao điểm để giải các dạng toán tương tự là hạn chế, nên tôi đề cập đến phương pháp sử dụng phép quay trong chương trình Hình học 11 để giải bài toán này.

Nhắc lại kiến thức.

Phép quay $Q_{(I(x_0; y_0), \alpha)} : A(x; y) \mapsto B(x'; y')$. Ta có:

$$\begin{cases} x' = (x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sin\alpha + x_0 \\ y' = (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha + y_0 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải:

Bốn điểm $A, B, C, D \in (C)$ tạo thành hình chữ nhật nên tâm đối xứng $I(2; 1)$ của đồ thị (C) là tâm hình chữ nhật $ABCD$.

$$AB = \sqrt{3}BC \Rightarrow \tan IAB = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow IAB = 30^\circ \Rightarrow AIB = 120^\circ.$$

$$\text{Gọi } A(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}.$$

Sử dụng phép quay để giải bài toán tổng quát: $Q_{(I, 120^\circ)} : A \mapsto B(x'; y')$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x' = (x_0 - 2)\cos 120^\circ - (y_0 - 1)\sin 120^\circ + 2 = \frac{-x_0 - \sqrt{3}y_0 + 6 + \sqrt{3}}{2} \\ y' = (x_0 - 2)\sin 120^\circ + (y_0 - 1)\cos 120^\circ + 1 = \frac{\sqrt{3}x_0 - y_0 - 2\sqrt{3} + 3}{2} \end{cases}$$

$$B \in (C) \Rightarrow y' = \frac{x' + 2}{x' - 2} = 1 + \frac{4}{x' - 2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}x_0 - y_0 - 2\sqrt{3} + 3}{2} = 1 + \frac{4}{\frac{-x_0 - \sqrt{3}y_0 + 6 + \sqrt{3}}{2} - 2}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}x_0 - \frac{x_0+2}{x_0-2} - 2\sqrt{3} + 3}{2} = 1 + \frac{4}{\frac{-x_0 - \sqrt{3}\frac{x_0+2}{x_0-2} + 6 + \sqrt{3}}{2} - 2}.$$

Đến đây, ta sử dụng chức năng **SOLVE** của **CASIO**, do tính chất đối xứng nên ta cần lấy một kết quả $x_0 = 0,96472... \rightarrow A$.

Ta có: $AB = 2IA \cos 30^\circ = \sqrt{3}IA = \sqrt{3} \sqrt{(2-A)^2 \left(1 - \frac{A+2}{A-2}\right)^2} = 4\sqrt{3}.$

Đáp án B.

Câu 18. [Vận dụng].

Hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 6a$; $SBC = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

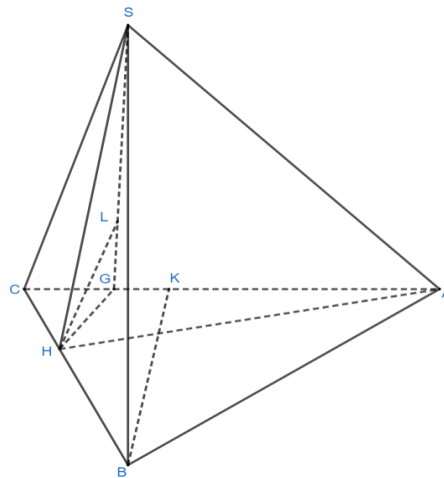
A. $\frac{17a\sqrt{57}}{57}.$

B. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}.$

C. $\frac{19a\sqrt{57}}{57}.$

D. $\frac{6a\sqrt{57}}{19}.$

Giải



Gọi H là hình chiếu S lên BC . Gọi K ; G lần lượt là hình chiếu của B ; H lên CA .

Gọi L là hình chiếu của H lên SG .

Lúc đó $SH \perp (ABC)$.

$$\frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BC}{HC} \Rightarrow d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot HL.$$

Xét $\triangle SHG$ vuông tại H , ta có: $HL = \frac{SH \cdot HG}{SG} = \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}}.$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có:

$$BK = \frac{BC \cdot BA}{\sqrt{BC^2 + BA^2}} = \frac{4a \cdot 3a}{\sqrt{16a^2 + 9a^2}} = \frac{12a}{5}.$$

Xét $\triangle SHB$ vuông tại H , ta có:

$$\cos 60^\circ = \frac{BH}{SB} \Rightarrow BH = 6a \cdot \frac{1}{2} = 3a \text{ và } \sin 60^\circ = \frac{SH}{SB} \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2} 6a = 3\sqrt{3}a.$$

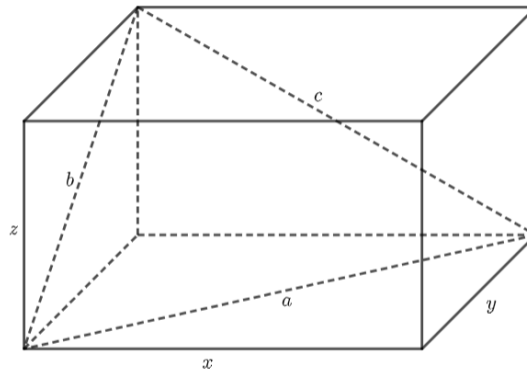
$$\text{Khi đó: } CH = BC - BH = a; \frac{HG}{BK} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow HG = \frac{12a}{5} \cdot \frac{a}{4a} = \frac{3}{5}a.$$

$$\text{Vậy: } d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}} = \frac{4a}{a} \cdot \frac{3\sqrt{3}a \cdot \frac{3a}{5}}{\sqrt{27a^2 + \frac{9}{25}a^2}} = \frac{6\sqrt{57}}{19}a.$$

Đáp án D.**Câu 19. [Vận dụng cao].**

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC = a$, $AD' = b$, $CD' = c$. Tính thể tích $V_{\max}$ lớn nhất của hình hộp khi a, b, c thay đổi nhưng chu vi tam giác ACD' luôn bằng p , ($p > 0$)?

A. $V_{\max} = \frac{1}{54\sqrt{2}} p^3$. **B.** $V_{\max} = \frac{1}{27\sqrt{2}} p^3$. **C.** $V_{\max} = \frac{1}{9\sqrt{2}} p^3$. **D.** $V_{\max} = \frac{1}{108\sqrt{2}} p^3$.

Giải

Gọi: x, y, z là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ y^2 + z^2 = b^2 \\ z^2 + x^2 = c^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{a^2 - b^2 + c^2}{2}} \\ y = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}} \\ z = \sqrt{\frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2}} \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích khối hộp: } V = xyz = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)}{8}}.$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} X = b^2 + c^2 - a^2 \\ Y = c^2 + a^2 - b^2 \\ Z = a^2 + b^2 - c^2 \end{cases}, (X, Y, Z > 0).$$

$$\text{Ta có: } 8V^2 = XYZ.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương:

$$\begin{cases} X + Y \geq 2\sqrt{XY} \\ Y + Z \geq 2\sqrt{YZ} \\ Z + X \geq 2\sqrt{ZX} \end{cases} \Rightarrow 8\sqrt{X^2Y^2Z^2} \leq (X+Y)(Y+Z)(X+Z).$$

$$\Rightarrow 8XYZ \leq 2c^2 \cdot 2b^2 \cdot 2a^2 \Rightarrow XYZ \leq a^2b^2c^2 \Rightarrow 8V^2 \leq a^2b^2c^2 \Rightarrow V \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}abc$$

$$\Rightarrow V \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}abc \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 \leq \frac{p^3}{54\sqrt{2}}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $a = b = c$.

Đáp án A.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ và hàm số

$$f(x) = a \ln^{2021}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + b\left(\sqrt{x+2020} - \sqrt{2020-x}\right) + cx \cdot |x| + 24, \text{ biết } f\left(3^{\ln 2}\right) = 2044.$$

Tính $P = f\left(-4^{\ln \sqrt{3}}\right)$?

A. 2020.

B. -2020.

C. 2021.

D. -2021.

Giải

$$\text{Ta có: } f(x) = a \ln^{2021}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + b\left(\sqrt{x+2020} - \sqrt{2020-x}\right) + cx \cdot |x| + 24.$$

$$\text{Ta đặt: } g(x) = f(x) - 24 = a \ln^{2021}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + b\left(\sqrt{x+2020} - \sqrt{2020-x}\right) + cx \cdot |x|.$$

$$\text{Khi đó ta có: } g(-x) = a \ln^{2021}\left(-x + \sqrt{1+(-x)^2}\right) + b\left(\sqrt{-x+2020} - \sqrt{2020+x}\right) + c(-x) \cdot |-x|.$$

$$\Leftrightarrow g(-x) = a \ln^{2021}\left(\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}}\right) + b\left(\sqrt{2020-x} - \sqrt{x+2020}\right) - cx \cdot |x|$$

$$\Leftrightarrow g(-x) = -a \ln^{2021}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) - b\left(\sqrt{x+2020} - \sqrt{2020-x}\right) - cx \cdot |x|$$

$$\Leftrightarrow g(-x) = -\left(a \ln^{2021}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + b\left(\sqrt{x+2020} - \sqrt{2020-x}\right) + cx \cdot |x|\right) = -g(x)$$

Như vậy: Hàm số $y = g(x)$ là hàm số lẻ.

$$\text{Ta có: } \ln 3 \cdot \ln 2 = \ln 2 \cdot \ln 3 \Leftrightarrow \ln\left(3^{\ln 2}\right) = \ln\left(2^{\ln 3}\right) \Leftrightarrow 3^{\ln 2} = 2^{\ln 3} \Leftrightarrow 3^{\ln 2} = 2^{2 \ln \sqrt{3}} = 4^{\ln \sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có: } g\left(-4^{\ln \sqrt{3}}\right) = -g\left(3^{\ln 2}\right) = -\left[f\left(3^{\ln 2}\right) - 24\right] = -f\left(3^{\ln 2}\right) + 24 = -2044 + 24 = -2020.$$

Đáp án B.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI



(Lời giải đề thi gồm có 18 trang)



Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XXIV

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN 12

CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC

Mức độ: (★★)

Thời gian làm bài: 40 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 20 câu trắc nghiệm)

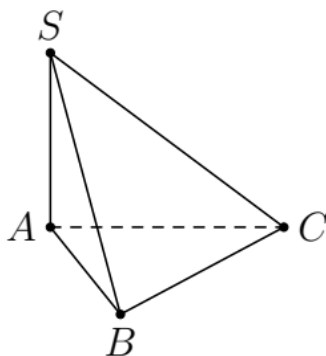
Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG

★★★★★

Câu 1. [Nhận biết].

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , với $AB = a, BC = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{15}$ (tham khảo hình vẽ).

Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng?A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .Giải

Vì: $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC) , góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $\angle SCA = \varphi$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}$.

Tam giác SAC vuông tại A nên ta có $\tan \varphi = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Đáp án C.

Câu 2. [Nhận biết].

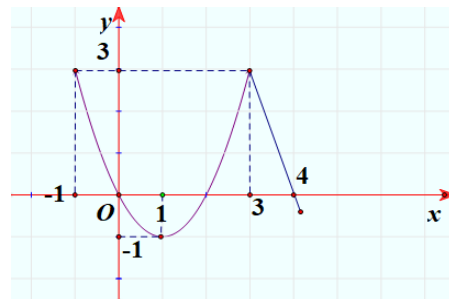
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$.

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Giải

Dựa vào đồ thị trên, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$ bằng 3.

Đáp án D.**Câu 3. [Nhận biết].**

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$		-1		$-\infty$			

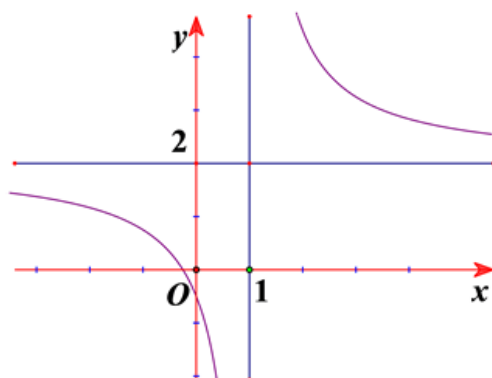
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.B. $(-\infty; -2)$.C. $(0; 2)$.D. $(2; 4)$.Giải

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.

Đáp án D.**Câu 4. [Nhận biết].**

Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là?

A. $x=1$.B. $x=2$.C. $y=1$.D. $y=2$.Giải

Quan sát hình vẽ dễ dàng ta thấy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng.

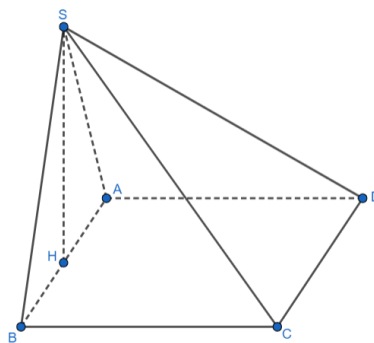
Đáp án A.**Câu 5. [Nhận biết].**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. a^3 .B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.C. $\frac{a^3}{3}$.D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.Giải

Ta có $\triangle SAB$ là tam giác đều suy ra $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $ABCD$ là hình vuông nên $S_{ABCD} = a^2$.

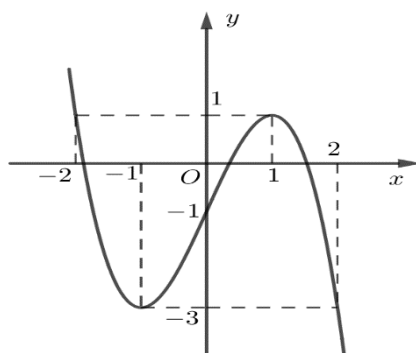


$$\text{Vậy : } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

Đáp án B.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Giải

Ta có: $y = f(x^2 - 2x) \Rightarrow y' = (2x - 2)f'(x^2 - 2x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 3 điểm cực trị.

Đáp án A.

Câu 7. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x(1-x)^3(x-2)^4$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;2)$. B. $(0;1)$. C. $(1;2)$. D. $(-\infty;1)$.

Giải

Hướng dẫn:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	-		
$f(x)$	$+\infty$									$-\infty$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$.

Vì: $(1;2) \subset (1;+\infty)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Đáp án C.**Câu 8. [Thông hiểu].**

Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{x^7}{42} + mx - \frac{1}{12x^3} + 1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$?

- A. $m \leq 0$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m \geq -\frac{5}{12}$. D. $m \geq \sqrt{3}$.

Giải

Hàm số: $y = \frac{x^7}{42} + mx - \frac{1}{12x^3} + 1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$$y' = \frac{1}{6}x^6 + m + \frac{1}{4x^4} \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{4x^4} \geq -m, \forall x \in (0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \min_{(0;+\infty)} f(x) \geq -m \text{ với } f(x) = \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{4x^4}$$

$$\text{Vì: } \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{4x^4} = \frac{1}{12}x^6 + \frac{1}{12}x^6 + \frac{1}{12x^4} + \frac{1}{12x^4} + \frac{1}{12x^4} \geq \frac{5}{12}, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow \min_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{5}{12}.$$

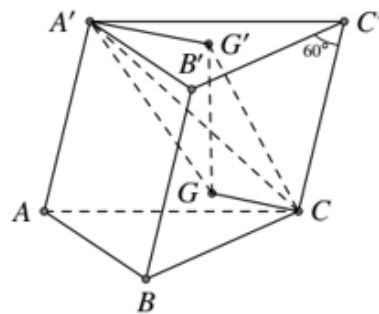
Nên hàm số đã cho đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì điều kiện là:

$$\min_{(0; +\infty)} f(x) \geq -m \Leftrightarrow \frac{5}{12} \geq -m \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{12}.$$

Đáp án C.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Biết tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , các mặt bên là hình thoi, $\angle CC'B' = 60^\circ$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của tam giác BCB' và $A'B'C'$ (hình vẽ bên dưới).



Tính theo V thể tích của khối đa diện $GG'CA'$.

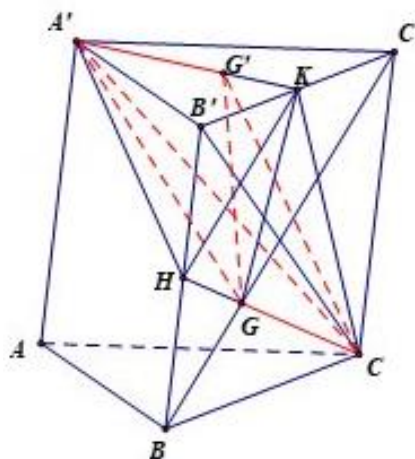
A. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{6}.$

B. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{8}.$

C. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{12}.$

D. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{9}.$

Giải



Gọi H, K lần lượt là trung điểm của $BB'; B'C'$.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{A'GCG'}}{V_{A'GCK}} = \frac{A'G'}{A'K} = \frac{2}{3} \text{ và } \frac{V_{A'GCK}}{V_{A'HCK}} = \frac{CG}{CH} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } V_{A'GCG'} = \frac{4}{9} V_{A'HCK}.$$

$$\text{Mặt khác: } S_{\Delta HCK} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} CB' \right) \cdot \left(\frac{1}{2} C'B \right) = \frac{3}{8} S_{BB'C'C}.$$

$$\text{Suy ra: } V_{A'HCK} = \frac{1}{3} d(A', (BB'C'C)) \cdot S_{\Delta HCK} = \frac{1}{3} d(A', (BB'C'C)) \cdot \frac{3}{8} S_{BB'C'C}.$$

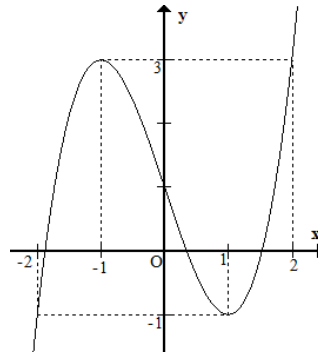
$$= \frac{3}{8} V_{A'.BB'C'C} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2V}{3} = \frac{V}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{A'GCG'} = \frac{4}{9} \cdot \frac{V}{4} = \frac{V}{9}.$$

Đáp án D.

Câu 10. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5.

B. 9.

C. 7.

D. 3.

Giải

$$\text{Từ đồ thị hàm số } y = f(x) \text{ ta có } f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 \in (-2; -1) & (1) \\ f(x) = x_2 \in (0; 1) & (2) \\ f(x) = x_3 \in (1; 2) & (3) \end{cases}$$

+ Phương trình $f(x) = x_1$ với $x_1 \in (-2; -1)$ có đúng 1 nghiệm.

+ Phương trình $f(x) = x_2$ với $x_2 \in (0; 1)$ có đúng 3 nghiệm.

+ Phương trình $f(x) = x_3$ với $x_3 \in (1; 2)$ có đúng 3 nghiệm.

Mặt khác các nghiệm của 3 phương trình (1), (2), (3) không trùng nhau.

Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 7 nghiệm thực.

Đáp án C.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C ; $CA=CB=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

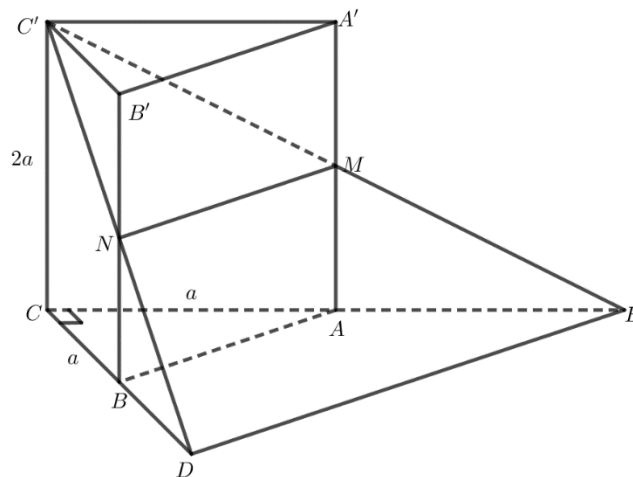
B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Giải

Cách 1:



Gọi N là trung điểm của BB' , $D = C'N \cap BC$, $E = C'M \cap AC$.

Ta có: $NB \parallel CC'$ và $NB = \frac{1}{2}CC'$ nên B là trung điểm của CD hay $CD = 2BC = 2a$.

$MA \parallel CC'$ và $MA = \frac{1}{2}CC'$ nên A là trung điểm của CE hay $CE = 2CA = 2a$.

Ta có:
$$\begin{cases} AB \parallel MN \\ MN \subset (C'DE) \Rightarrow AB \parallel (C'DE). \\ AB \not\subset (C'DE) \end{cases}$$

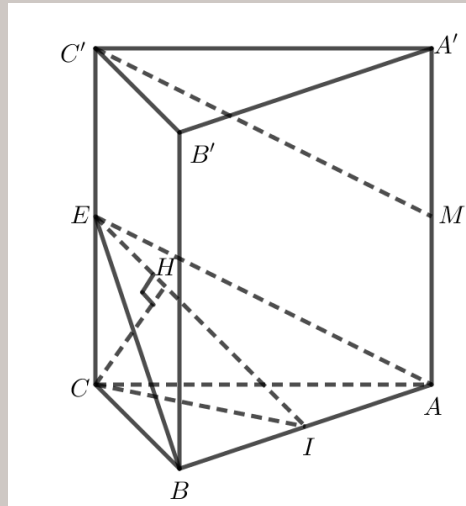
Khi đó: $d(AB, MC') = d(AB, (C'DE)) = d(A, (C'DE)) = \frac{1}{2}d(C, (C'DE)) = \frac{1}{2}h$.

Vì $CC'DE$ là tứ diện vuông tại C nên $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CE^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{4a^2}$

$$\Rightarrow h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $d(AB, MC') = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Đáp án A.

Cách 2:

+ Gọi E là trung điểm của CC' .

+ Ta có $C'M \parallel AE \Rightarrow C'M \parallel (EAB)$.

$$\Rightarrow d(C'M, AB) = d(C'M, (EAB)) = d(C', (EAB)) = d(C, (EAB)) = h.$$

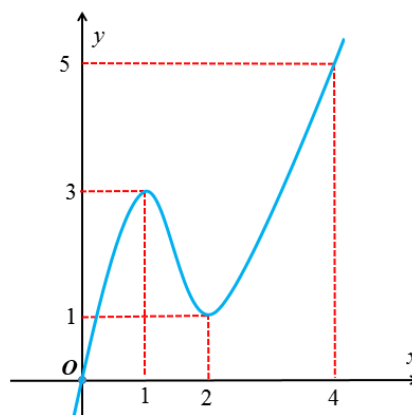
Vì $CEAB$ là tứ diện vuông tại C .

$$\text{Nên ta có: } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{CE^2} + \frac{1}{CA^2} + \frac{1}{CB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(C'M, AB) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 12. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0; f(4) > 4$. Biết hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^2) - 2x|$.

**A. 1.****B. 2.****C. 5.****D. 3.****Giải**

$$\text{Đặt: } h(x) = f(x^2) - 2x.$$

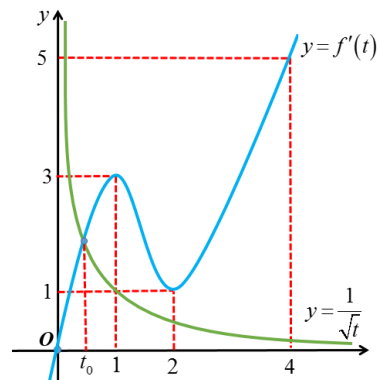
Ta có: $h'(x) = 2x \cdot f'(x^2) - 2$.

Từ đồ thị ta thấy: $f'(x^2) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $h'(x) < 0, \forall x < 0$.

Với $x > 0$, ta có $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^2) = \frac{1}{x}$.

Đặt $t = x^2$, phương trình trở thành $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \Leftrightarrow t = t_0 \in (0; 1)$.

Khi đó $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{t_0}$.



Ta có: $h(0) = f(0) = 0$ và $h(2) = f(4) - 4 > 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$\sqrt{t_0}$	2	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	0	$h(\sqrt{t_0})$	$h(2)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = h(x)$ có 1 điểm cực trị và đồ thị hàm số $y = h(x)$ cắt Ox tại 2 điểm phân biệt $\Rightarrow$ Hàm số $y = g(x) = |h(x)|$ có ba điểm cực trị.

Đáp án D.

Câu 13. [Vận dụng].

Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc với mặt đáy, $SB = a$; tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MA}$, $SN = NC$.

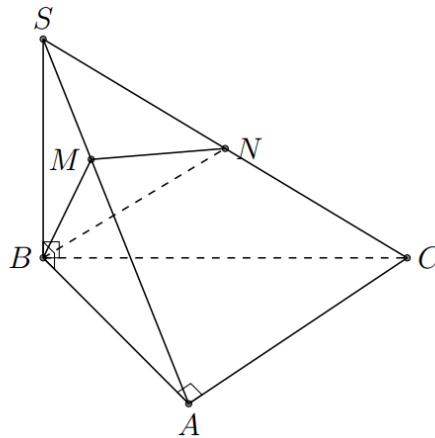
Tính thể tích khối chóp $B.ACNM$?

A. $\frac{7a^3}{9}$.

B. $\frac{5a^3}{9}$.

C. $\frac{5a^3}{18}$.

D. $\frac{7a^3}{18}$.

Giải

Ta có: $SM = \frac{1}{3}SA, SN = \frac{1}{2}SC$.

Nên khi đó: $S_{\Delta SMN} = \frac{1}{6}S_{\Delta SAC} \Rightarrow S_{ACNM} = \frac{5}{6}S_{\Delta SAC} \Rightarrow V_{B.ACNM} = \frac{5}{6}V_{B.SAC}$.

Với $V_{B.SAC} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \right) \cdot a = \frac{1}{3}a^3 \Rightarrow V_{B.ACNM} = \frac{5}{18}a^3$.

Đáp án C.**Câu 14. [Vận dụng].**

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2021$. Số giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ để đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị là?

A. 2018.

B. 2017.

C. 2016.

D. 2021.

Giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2021$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+6)x + 2021$ có hai điểm cực trị nằm bên phải trục Oy hay hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+6)x + 2021$ có hai điểm cực trị dương.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m + 6$.

Bài toán đã cho trở thành việc tìm m để phương trình $x^2 - 2mx + (m+6) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 6 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -2 \\ m > 0 \\ m > -6 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Do m nguyên thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ nên có 2016 giá trị.

Đáp án C.

Câu 15. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+2m}{x+1}$ có đồ thị là (C) và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là (C') . Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị (C) và (C') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AB nhỏ hơn $5\sqrt{2}$?

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 12.

Giải

Ta có: $y' = \frac{1-2m}{(x+1)^2}$. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (C') là:

$$\frac{x+2m}{x+1} = \frac{1-2m}{(x+1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x+2m) = 1-2m \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (2m+1)x + 4m-1 = 0 \quad (1) \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt và

$$m \neq \frac{1}{2}, \text{ khi đó: } \begin{cases} \Delta_{(1)} > 0 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 12m + 5 > 0 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{5}{2} \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Khi đó tọa độ hai giao điểm là: $A\left(a; \frac{a+2m}{a+1}\right); B\left(b; \frac{b+2m}{b+1}\right)$ với $\begin{cases} a+b = -2m-1 \\ ab = 4m-1 \end{cases}$.

Gọi M là trung điểm AB thì $M\left(\frac{-2m-1}{2}; \frac{-2m+3}{2}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (b-a; a-b)$. Đường thẳng AB đi qua M có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1)$ nên có phương trình là: $x + y + 2m - 1 = 0$.

$$d(O; AB) = \frac{|2m-1|}{\sqrt{2}} < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow |2m-1| < 10 \Leftrightarrow -\frac{9}{2} < m < \frac{11}{2}.$$

Kết hợp điều kiện ta được: $-\frac{9}{2} < m < \frac{1}{2}$ hoặc $\frac{5}{2} < m < \frac{11}{2}$.

Do đó có 8 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

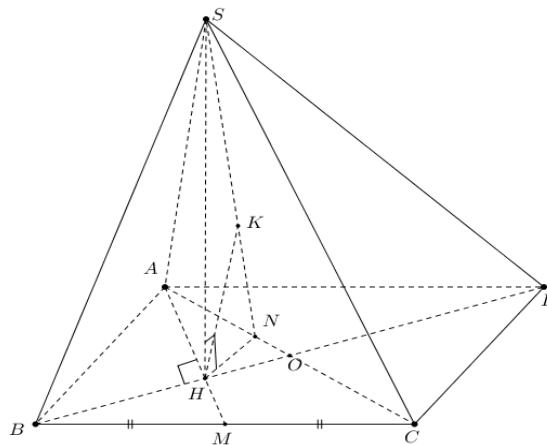
Đáp án C.

Câu 16. [Vận dụng].

Cho khối chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $3\sqrt{2}a^2$, M là trung điểm của BC , AM vuông góc với BD tại H , SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) bằng a . Thể tích V của khối chóp đã cho là?

- A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

Giải



+ Ta thấy $H = AM \cap BD$ nên H là trọng tâm của $\triangle ABC$.

$$\text{Do đó: } d(H; (SAC)) = \frac{1}{3} d(D; (SAC)) = \frac{a}{3}.$$

Trong $\triangle ABC$ kẻ $HN \perp AC$ và kẻ $HK \perp SN$ thì $HK \perp (SAC)$ nên $d(H; (SAC)) = HK = \frac{a}{3}$.

$$\text{+ Ta có: } \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}) \text{ và } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BA}).$$

$\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến $AM \perp BO$ nên $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Rightarrow BC = \sqrt{2}BA$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng $3\sqrt{2}a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{6}$ và $AC = 3a$.

$$OH = \frac{1}{3}OB = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a = \frac{a}{2} \text{ và } BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a = a.$$

Trong $\triangle ABH$ vuông tại H , có: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 3a^2 - a^2 = 2a^2 \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$.

Trong $\triangle AOH$ vuông tại H , có: $\frac{1}{HN^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{HO^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

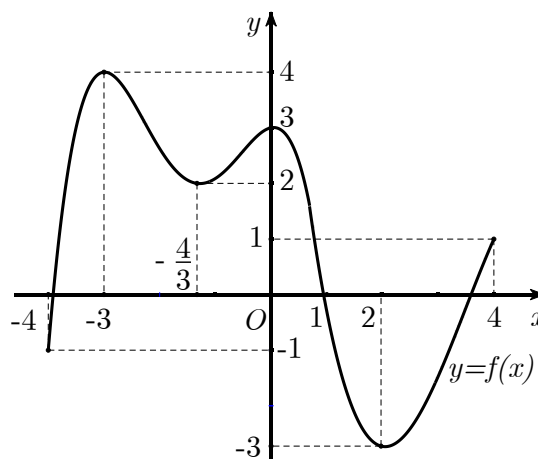
Trong $\triangle SHN$ vuông tại H , có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} \Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{9}{2a^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot 3\sqrt{2}a^2 = \frac{2a^3}{3}$.

Đáp án B.

Câu 17. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[-4; 4]$, có các điểm cực trị trên $(-4; 4)$ là $-3; -\frac{4}{3}; 0; 2$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y = g(x) = f(x^3 + 3x) + m$ với m là tham số. Gọi m_1 là giá trị của m để $\max_{[0;1]} g(x) = 4$, m_2 là giá trị của m để $\min_{[-1;0]} g(x) = -2$. Giá trị của $m_1 + m_2$ bằng?



A. -2.

B. 0.

C. 2.

D. -1.

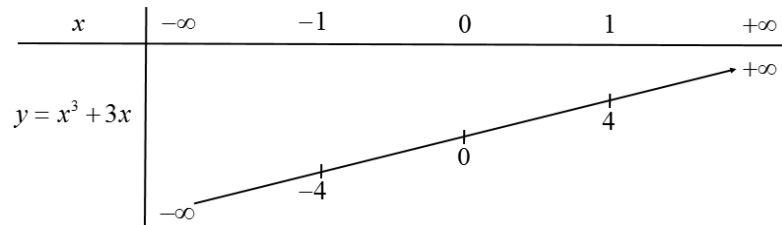
Giải

Ta có: $y = g(x) = f(x^3 + 3x) + m$.

Suy ra: $g'(x) = (3x^2 + 3)f'(x^3 + 3x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + 3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x = -3 & (1) \\ x^3 + 3x = -\frac{4}{3} & (2) \\ x^3 + 3x = 0 & (3) \\ x^3 + 3x = 2 & (4) \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 + 3x$ như sau:



Từ bảng biến thiên trên, ta có:

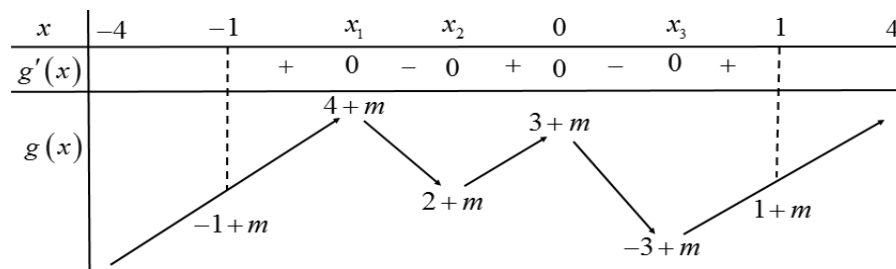
Phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x_1 \in (-1; 0)$.

Phương trình (2) có nghiệm duy nhất $x_2 \in (-1; 0)$, ($x_2 > x_1$).

Phương trình (2) có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Phương trình (4) có nghiệm duy nhất $x_3 \in (0; 1)$.

Bảng biến thiên hàm số $y = g(x)$:



+) $\max_{[0;1]} g(x) = 3 + m = 4 \Leftrightarrow m = 1$. Suy ra $m_1 = 1$.

+) $\min_{[-1;0]} g(x) = -1 + m = -2 \Leftrightarrow m = -1$. Suy ra $m_2 = -1$.

Vậy $m_1 + m_2 = 0$.

Đáp án B.

Câu 18. [Vận dụng cao].

Biết $S = (a + b\sqrt{2}; c]$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) là tập hợp m để phương trình:

$x + \sqrt{9 - x^2} = m + x\sqrt{9 - x^2}$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = \frac{7}{2}$.

B. $T = \frac{21}{2}$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = \frac{25}{2}$.

Giải

Ta có: $x + \sqrt{9 - x^2} = m + x\sqrt{9 - x^2}$.

Điều kiện: $x \in [-3; 3]$.

Đặt: $t = x + \sqrt{9 - x^2}$; $t' = 1 - \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}$, $x \in (-3; 3)$.

Khi đó: $t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	-3	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3
t'	$+$	0	$-$
t	-3	$3\sqrt{2}$	3

Từ bảng biến thiên ta có:

- Với mỗi giá trị của $t \in [-3; 3) \cup \{3\sqrt{2}\}$ thì có 1 giá trị của x tương ứng.
- Với mỗi giá trị của $t \in [3; 3\sqrt{2})$ thì có 2 giá trị của x tương ứng.

Ta có: $t = x + \sqrt{9 - x^2} \Rightarrow x \cdot \sqrt{9 - x^2} = \frac{t^2 - 9}{2}$.

Khi đó, phương trình đã cho trở thành: $t = m + \frac{t^2 - 9}{2} \Leftrightarrow -t^2 + 2t + 9 = 2m$.

Xét hàm số: $y = -t^2 + 2t + 9$, $t \in [-3; 3\sqrt{2}]$.

$y' = -2t + 2$; $y' = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên:

t	-3	1	3	$3\sqrt{2}$			
y'	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$-$	$ $
y	-6	10	6	$-9 + 6\sqrt{2}$			

Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số, ta thấy phương trình $x + \sqrt{9 - x^2} = m + x\sqrt{9 - x^2}$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi: $-9 + 6\sqrt{2} < 2m \leq 6$.

$\Leftrightarrow -\frac{9}{2} + 3\sqrt{2} < m \leq 3$.

Khi đó: $a = -\frac{9}{2}, b = 3, c = 3 \Rightarrow T = a + b + c = \frac{3}{2}$.

Đáp án C.

Câu 19. [Vận dụng cao].

Cho các hàm số $y = f(x), y = f(f(x)), y = f(4-2x)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2), (C_3)$. Đường thẳng $x=1$ cắt $(C_1), (C_2), (C_3)$ lần lượt tại M, N, P . Biết tiếp tuyến của (C_1) tại M có phương trình là $y = 3x - 1$, tiếp tuyến của (C_2) tại N có phương trình là $y = x + 1$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P là?

A. $y = -2x - 4$. **B.** $y = -\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$. **C.** $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$. **D.** $y = -2x + 4$.

Giải

+ Xét hàm số: $y = f(x)$.

Ta có: $y' = f'(x)$.

Theo giả thuyết, ta có $M(1; f(1))$, suy ra phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại M có phương trình: $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$.

Mà theo giả thuyết, ta có: $y = 3x - 1 \Rightarrow f'(1) = 3$ (1).

Từ đó suy ra: $y - f(1) = 3(x - 1) \Leftrightarrow y = 3x - 3 + f(1) \Rightarrow 3x - 3 + f(1) = 3x - 1$

$\Rightarrow f(1) = 2$ (2).

+ Xét hàm số: $y = f(f(x))$.

Ta có: $y' = f'(x) \cdot f'(f(x))$.

Theo giả thuyết, ta có: $N(1; f(f(1)))$, suy ra phương trình tiếp tuyến của (C_2) tại N có phương trình: $y - f(f(1)) = f'(1) \cdot f'(f(1)) \cdot (x - 1)$.

Mà theo giả thuyết, ta có: $y = x + 1 \Rightarrow f'(1) \cdot f'(f(1)) = 1$ (*).

Từ đó suy ra: $y - f(f(1)) = x - 1 \Leftrightarrow y = x - 1 + f(f(1))$.

Theo (2) $\Rightarrow y = x - 1 + f(2)$.

Áp dụng giả thuyết: $x - 1 + f(2) = x + 1 \Rightarrow f(2) = 2$ (3).

Từ (*): $f'(1) \cdot f'(f(1)) = 1$, theo (1) & (2) ta được: $3 \cdot f'(2) = 1 \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{3}$ (4)

- Xét hàm số: $y = f(4 - 2x); y' = -2.f'(4 - 2x)$.

Ta có: $P(1; f(4 - 2.1)) \Rightarrow P(1; f(2))$, phương trình tiếp tuyến (C_3) tại P có phương trình:

$y - f(2) = -2.f'(2).(x - 1)$, áp dụng (3) & (4) ta được:

$$y - 2 = -2.\frac{1}{3}(x - 1) \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}.$$

Đáp án C.

Câu 20. [Vận dụng cao].

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Tính $V_{S'.MNPQ}$?

A. $\frac{20a^3\sqrt{14}}{81}$.

B. $\frac{40a^3\sqrt{14}}{81}$.

C. $\frac{10a^3\sqrt{14}}{81}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{14}}{9}$.

Giải

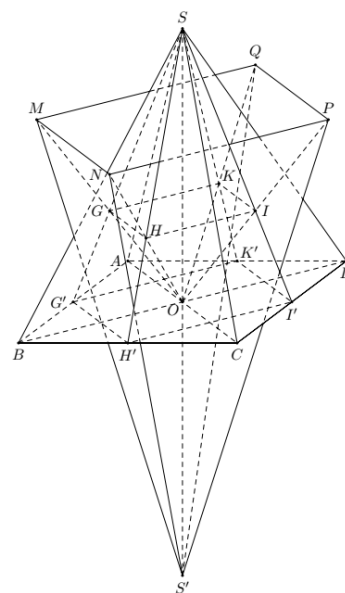
Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và DA .

Ta có: $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SCD, \triangle SDA$.

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng theo tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9}.S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng theo tỉ số bằng 2 nên: $S_{MNPQ} = 4S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.



Tam giác $\triangle SAO$ vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2}a$.

Ta có $d(O; (MNPQ)) = 2d(M; (GHIK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S'; (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{14}}{6}a$.

Vậy $V_{S'.MNPQ} = \frac{1}{3}.S_{MNPQ}.d(S'; (MNPQ)) = \frac{1}{3}.\frac{8}{9}a^2.\frac{5\sqrt{14}}{6}a = \frac{20a^3\sqrt{14}}{81}$.

Đáp án A.

...HẾT...

NHÓM TOÁN ANH DÚI

(Lời giải đề thi gồm có 24 trang)

**Lời giải: ĐỀ THI THỬ LẦN XXV****NĂM HỌC 2021 - 2022****Môn thi: TOÁN 12****CHỦ ĐỀ: HÀM SỐ - HÌNH HỌC****Mức độ: (★★)**

Thời gian làm bài: 60 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề có 30 câu trắc nghiệm)

Họ tên :

Lời giải: ĐỀ THI THỬ KHỞI ĐỘNG**★★★★★****Câu 1. [Nhận biết].**Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$						
			-3		1		$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
 C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.
 D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$; $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Đáp án B.

Note: Khi kết luận đồng biến, nghịch biến ta không kết luận trên một tập cùng với các phép toán tập hợp $(\cup, \cap, \setminus, \dots)$.

Câu 2. [Nhận biết].Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$-\infty$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang.

Vậy có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.

Đáp án B.

Câu 3. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	-		- +	
y	-1	$+\infty$	0	1

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Giải

Phương trình $2f(x) - 1 = 0$ tương đương: $f(x) = \frac{1}{2}$.

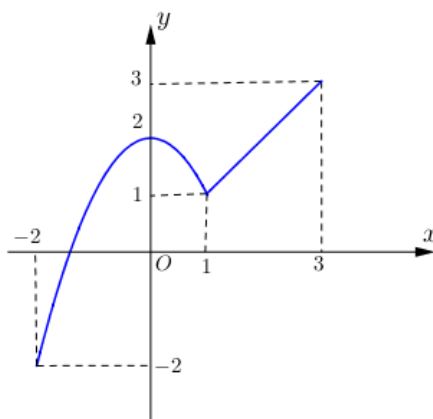
Dựa vào bảng biến thiên đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt.

Suy ra phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

Đáp án C.

Câu 4. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng?



A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Giải

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại giá trị $x = 3$, nên $M = 3$.

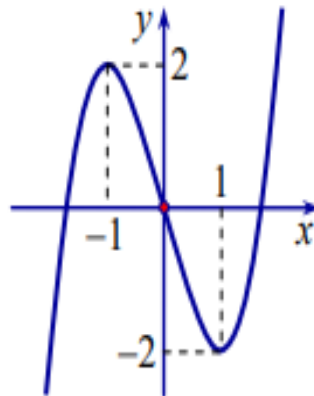
Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại giá trị $x = -2$, nên $m = -2$.

Vậy $M + m = 3 - 2 = 1$.

Đáp án B.

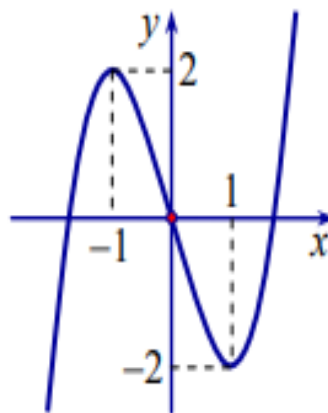
Câu 5. [Nhận biết].

Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Giải



Ta có đồ thị là dạng hàm bậc 3 nên loại phương án B và C.

Mặt khác nhìn đồ thị ta thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và:

+ Xét đáp án A, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 3x) = -\infty$ nên loại A.

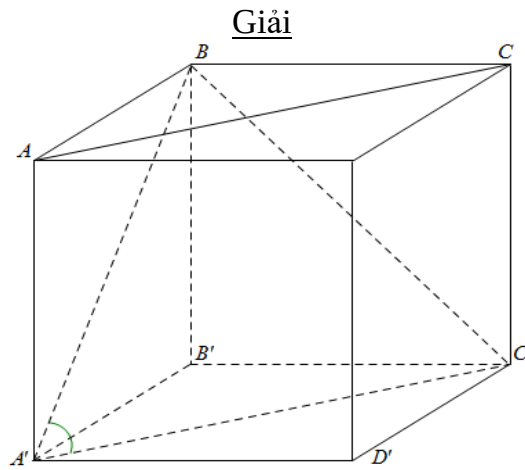
+ Xét đáp án D, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x) = +\infty$ nên chọn D.

Đáp án D.

Câu 6. [Nhận biết].

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$ bằng?

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .



Xét tứ giác $ACC'A'$, có $AA' \parallel CC'$, $AA' = CC'$ và $AA' \perp A'C' \Rightarrow$ tứ giác $ACC'A'$ là hình chữ nhật, nên $AC \parallel A'C'$. Từ đó $(AC, A'B) = (A'C', A'B) = BA'C'$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương và $A'B, BC', A'C'$ là các đường chéo của các mặt của hình lập phương nên $A'B = BC' = A'C'$.

Tam giác $BA'C'$ có $A'B = BC' = A'C'$ nên tam giác $BA'C'$ đều, suy ra $BA'C' = 60^\circ$.

Đáp án A.

Note: Ngoài cách làm ở trên, ta còn có cách xác định góc khác như sau:

Vì $A'B \parallel CD' \Rightarrow (AC, A'B) = (AC, CD') = ACD'$. Cách tìm góc tương tự như lời giải ở trên.

Câu 7. [Nhận biết].

Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Giải

Lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a nên đáy của lăng trụ là tam giác đều cạnh a và chiều cao của lăng trụ cũng bằng a .

$$\text{Khi đó: } V = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Đáp án A.

Câu 8. [Nhận biết].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

- A. 6. B. 2. C. 1. D. 3.

Giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x+2)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f'(x)$.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có hai điểm cực trị.

Note: Đối với bài toán này ta chỉ cần đếm **số nghiệm bội lẻ** của phương trình $f'(x) = 0$.

Đáp án B.

Câu 9. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (Với a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	1	$+\infty$	$-\infty$
			1

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a + b < 0$; (3): $a + b + c = 0$; (4): $a > 0$.

Số phát biểu đúng là?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên ta có

$$\text{hệ: } \begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \\ ac - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \\ ac - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \\ -2b^2 - b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < c < 1 \\ -\frac{1}{2} < a < 0 \\ -\frac{1}{2} < b < 0 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$$

Dựa vào hệ trên ta có các phát biểu (1), (4) là sai, (2), (3) đúng.

Đáp án B.

Câu 10. [Thông hiểu].

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = m(2020 + x - 2\cos x) + \sin x - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Giải

Hàm số: $f(x) = m(2020 + x - 2\cos x) + \sin x - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m(2\sin x + 1) + \cos x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow 2m\sin x + \cos x \leq 1 - m \quad (1), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ta lại có: } 2m\sin x + \cos x \leq \sqrt{(4m^2 + 1)(\sin^2 x + \cos^2 x)} = \sqrt{4m^2 + 1}.$$

$$\Rightarrow 2m\sin x + \cos x \leq \sqrt{4m^2 + 1}.$$

Dấu bằng xảy ra khi: $2m\cos x = \sin x$.

Do đó:

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{4m^2 + 1} \leq 1 - m \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m \geq 0 \\ 4m^2 + 1 \leq 1 - 2m + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 3m^2 + 2m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \leq m \leq 0$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$.

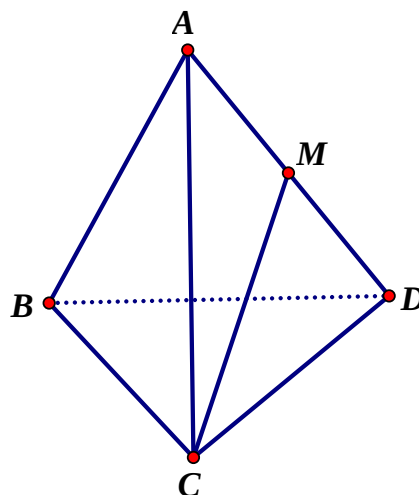
Đáp án C.

Câu 11. [Thông hiểu].

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

- A. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$. B. $\frac{a}{\sqrt{33}}$. C. $\frac{a}{\sqrt{22}}$. D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Giải



$$\text{Ta có: } V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}; \frac{V_{ABCD}}{V_{ABCM}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{ABCM} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{24}.$$

$$V_{ABCM} = \frac{1}{6} AB \cdot CM \cdot d(AB, CM) \cdot \sin(AB, CM).$$

$$\cos(AB, CM) = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{CM}|}{AB \cdot CM} = \frac{|\vec{AB} \cdot (\vec{AM} - \vec{AC})|}{AB \cdot CM} = \frac{\left| \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} \right|}{a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\rightarrow \sin(AB, CM) = \sqrt{1 - \frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{11}{12}}. \text{ Vậy } d(AB, CM) = \frac{6V_{ABCM}}{AB \cdot CM \cdot \sin(AB, CM)} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

Đáp án D.**Câu 12. [Thông hiểu].**

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tổng $M + m$ bằng?

A. 21.

B. -3.

C. 18.

D. 15.

Giải

♦ Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

♦ Ta có: $y' = 4x^3 + 4x$.

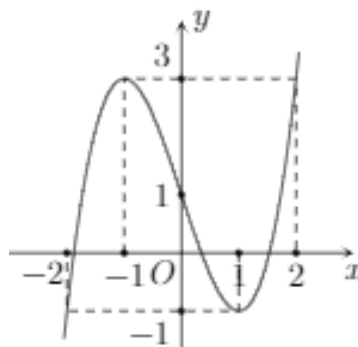
$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in [-1; 2].$$

$$y(0) = -3, y(-1) = 0, y(2) = 21.$$

♦ Suy ra $M = 21, m = -3 \Rightarrow M + m = 18$.

Đáp án C.**Câu 13. [Thông hiểu].**

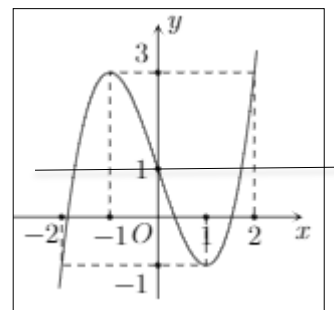
Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x) = f(2x-1) - 2x + 1$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng?



- A. $f(1)-1$. B. $f(-1)+1$. C. $f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}$. D. $f(0)$.

Giải

- ♦ Ta có: $g'(x) = 2f'(2x-1) - 2$.
- ♦ Cho: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(2x-1) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(2x-1) = 1$.
- ♦ Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy trên đoạn $[0;1]$ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tại $x = 0$.
- ♦ Do đó: $f'(2x-1) = 1 \Leftrightarrow 2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.
- ♦ Bảng biến thiên:



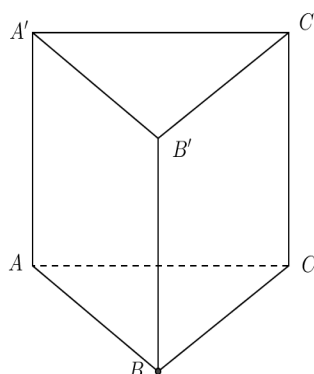
x	0	$\frac{1}{2}$	1
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗ $f(0)$ ↘		

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ là $f(0)$.

Đáp án D.

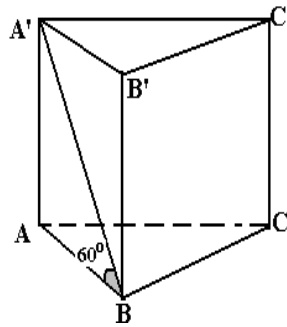
Câu 14. [Thông hiểu].

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BC = a$ biết mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc 60° (tham khảo hình bên dưới). Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Giải

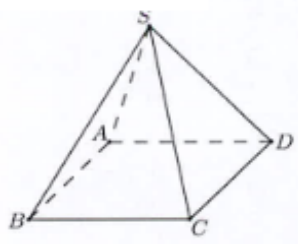


- ♦ Ta có: $AA' \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp AA'$, mà $BC \perp AB$ nên $BC \perp A'B$.
- ♦ Hơn nữa, $BC \perp AB \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = (A'B, AB) = A'BA = 60^\circ$.
- ♦ Xét tam giác $A'BA$ vuông A , ta có $AA' = \tan 60^\circ \cdot AB = a\sqrt{3}$.
- ♦ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Đáp án A.

Câu 15. [Thông hiểu].

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 5 (Tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng?

A. $\sqrt{21}$.

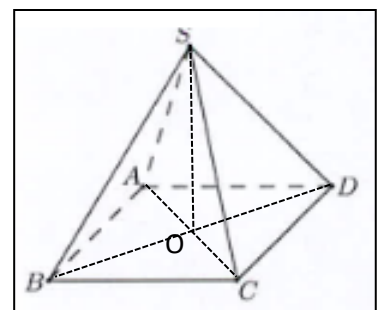
B. 1.

C. $\sqrt{17}$.

D. 3.

Giải

- ♦ Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình vuông $ABCD$.
- ♦ Khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng đoạn SO .
- ♦ Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = 4\sqrt{2} \Rightarrow AO = 2\sqrt{2}$.
- ♦ Áp dụng định lý Pythagoras cho tam giác vuông SAO ta được: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{25 - 8} = \sqrt{17}$.



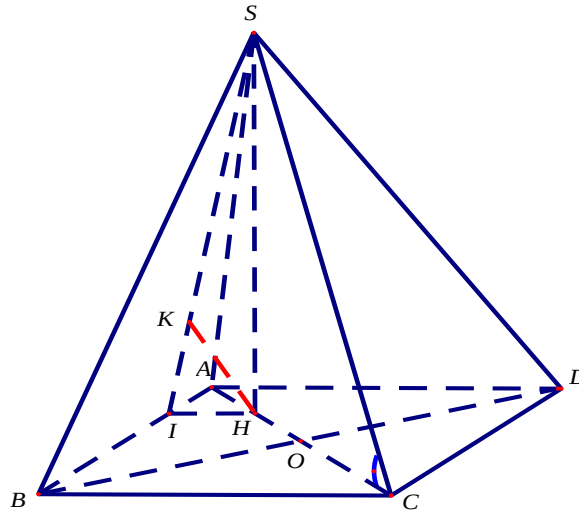
Đáp án C.

Câu 16. [Thông hiểu].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn OA . Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng?

- A. $\frac{9\sqrt{22}a}{44}$. B. $\frac{3\sqrt{22}a}{11}$. C. $\frac{\sqrt{22}a}{11}$. D. $\frac{3\sqrt{22}a}{44}$.

Giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Vì $SH \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $SCH = 30^\circ$.

$ABCD$ là hình chữ nhật nên $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow HC = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$.

$$SH = HC \cdot \tan 30^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3a}{4}.$$

Từ H kẻ đường thẳng $HI \perp AB$, ($I \in AB$) (1).

Ta có: $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB \perp (SHI)$.

Cách 1:

Vì H là trung điểm của $OA \Rightarrow HA = \frac{1}{4}CA$.

Do đó: $d(C; (SAB)) = 4d(H; (SAB))$.

Trong mặt phẳng (SHI) , kẻ $HK \perp SI$ (3).

Vì $AB \perp (SHI) \Rightarrow AB \perp HK$ (4).

Từ (3) và (4) $\Rightarrow HK \perp (SAB)$, suy ra khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAB) là HK .

$$\text{Ta lại có: } \frac{HI}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Trong tam giác vuông SHI ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK^2 = \frac{\frac{9a^2}{16} \cdot \frac{a^2}{8}}{\frac{9a^2}{16} + \frac{a^2}{8}} = \frac{9a^2}{88} \Rightarrow HK = \frac{3a\sqrt{22}}{44}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là: $d(C, (SAB)) = 4HK = \frac{3a\sqrt{22}}{11}$.

Cách 2:

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}.$$

$$+ V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$

$$+ \text{Vì: } AB \perp (SHI) \Rightarrow AB \perp SI \text{ nên } S_{SAB} = \frac{1}{2} SI \cdot AB.$$

$$\Rightarrow S_{SAB} = \frac{1}{2} \sqrt{SH^2 + HI^2} \cdot AB = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{11}}{8}.$$

$$+ V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d(C, (SAB)) \cdot S_{SAB} \Rightarrow d(C, (SAB)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{SAB}} = \frac{\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}}{\frac{a^2\sqrt{11}}{8}} = \frac{3a\sqrt{22}}{11}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{3a\sqrt{22}}{11}$.

Đáp án B.

Câu 17. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = x^3 + (m-2)x^2 + (m-2)x + 1$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ là?

A. 3.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Giải

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$+) y' = 3x^2 + 2(m-2)x + m-2.$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ (m-2)^2 - 3(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m-2)(m-5) \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 5.$$

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án C.

Câu 18. [Thông hiểu].

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC . Góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng?

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

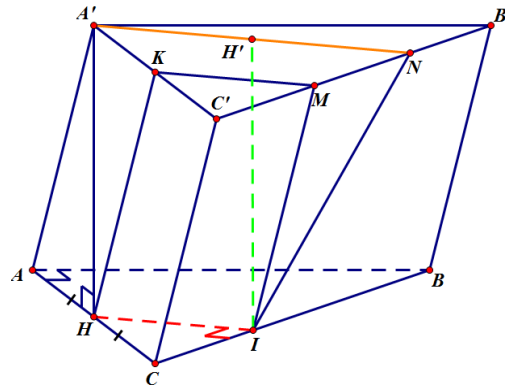
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$.

Giải

Cách 1:



Gọi I là hình chiếu của H lên cạnh BC .

Xét tam giác vuông ABC : $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Xét $\triangle CIH$ và $\triangle CAB$, có: $\begin{cases} C \text{ chung} \\ CIH = CAB = 90^\circ \end{cases}$ nên $\triangle CIH \sim \triangle CAB$.

Suy ra $\frac{IH}{AB} = \frac{CH}{CB} = \frac{AC}{2CB} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow IH = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Gọi K là trung điểm $A'C'$ và M là hình chiếu của K lên $B'C'$. Khi đó tứ giác $IMKH$ là hình bình hành nên $KM = IH$.

Lấy N đối xứng với C' qua M thì KM là đường trung bình trong tam giác $C'A'N$

$$\Rightarrow \begin{cases} A'N \parallel IH \\ A'N = 2IH \end{cases}$$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp HI \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'HIN)$.

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} (BCC'B') \cap (ABC) = BC \\ BC \perp (A'HIN) \\ (A'HIN) \cap (BCC'B') = IN \\ (A'HIN) \cap (ABC) = HI \end{cases} \Rightarrow ((BCC'B'), (ABC)) = (HI, IN).$$

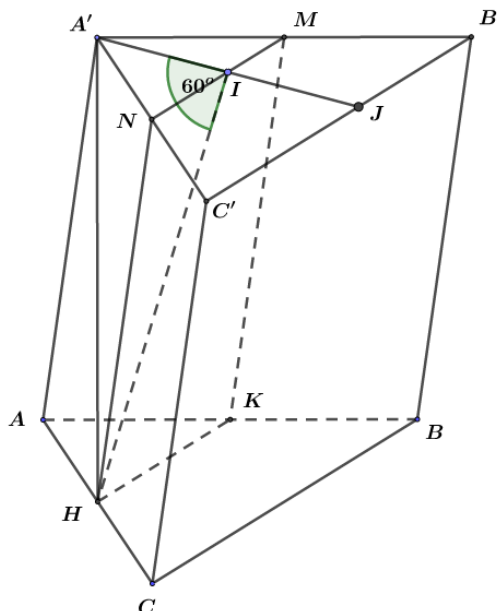
Do hình thang vuông $A'HIN$ có $A'N > HI$ nên góc giữa HI và IN là góc $A'NI$
 $\Rightarrow A'NI = 60^\circ$.

Gọi H' là hình chiếu của I lên $A'N$ thì H' là trung điểm $A'N$ và

$$A'H = IH' = NH' \cdot \tan H'NI = IH \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Từ đó ta có } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Cách 2:



Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'B'$ và $A'C'$.

Dễ thấy $(BCC'B') \parallel (HKMN)$ và $(ABC) \parallel (A'B'C')$

$$\Rightarrow ((BCC'B'), (ABC)) = ((HKMN), (A'B'C')).$$

Trong mặt phẳng $(A'B'C')$ kẻ $A'J \perp B'C'$ ($J \in B'C'$), $A'J \cap MN = I$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \perp AI \\ MN \perp A'H \end{cases} \Rightarrow MN \perp (A'IH) \Rightarrow MN \perp HI.$$

$$\begin{cases} (HKMN) \cap (A'B'C') = MN \\ MN \perp HI, MN \perp A'I \\ HI \subset (HKMN), A'I \subset (A'B'C') \end{cases} \Rightarrow ((HKMN), (A'B'C')) = (HI, A'I) = A'IH \text{ do } \Delta A'IH$$

vuông tại A' .

$$\text{Tam giác } A'B'C' \text{ có } A'I = \frac{1}{2} A'J = \frac{1}{2} \cdot \frac{A'B' \cdot A'C'}{B'C'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{(2a)^2 - a^2}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Tam giác } A'IH \text{ có } A'H = A'I \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{4}.$$

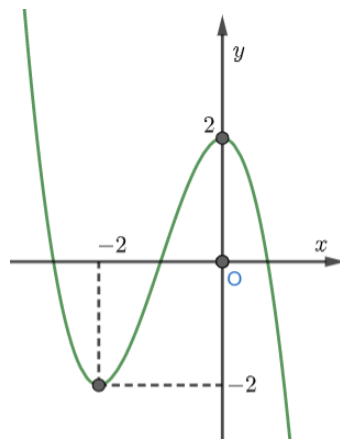
$$\text{Thể tích khối lăng trụ } V = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ } \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Đáp án C.

Câu 19. [Thông hiểu].

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.Giải

Ta có: $g'(x) = (-2x+1) \cdot f'(-x^2+x)$.

$$+) \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+1=0 \\ f'(-x^2+x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ -x^2+x=-2 \\ -x^2+x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=-1 \\ x=2 \\ x=1 \\ x=0 \end{cases}.$$

+) Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra $f'(-x^2+x) > 0 \Leftrightarrow -2 < -x^2+x < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ 1 < x < 2 \end{cases}.$

+) Ta có bảng xét dấu hàm số $y = g'(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$				
$-2x+1$		+	+	0	-	-	-				
$f'(-x^2+x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-		
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ suy ra hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Đáp án D.

Note: (Cách trắc nghiệm).

+) Nhận xét $g'(x)$ là hàm số đa thức bậc 5 có 5 nghiệm phân biệt vì vậy để xét dấu $g'(x)$ ta chỉ cần xét dấu của $g'(x)$ trên một khoảng bất kì, từ đó suy ra dấu của $g'(x)$ cho các khoảng còn lại.

+ Chẳng hạn xét dấu của $g'(x)$ trên khoảng $(2; +\infty)$: Ta có $g'(3) = -5$, $f'(-6) > 0$ (Vì $f'(-6) < 0$) suy ra $g'(x) > 0, \forall x > 2$.

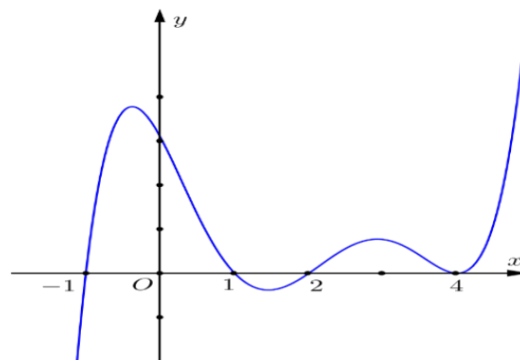
Từ đó ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ suy ra hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 20. [Thông hiểu].

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x) = f(2019 - 2020x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?



A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Giải

Ta có: $g'(x) = (2019 - 2020x)' \cdot f'(2019 - 2020x) = -2020 f'(2019 - 2020x)$.

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(2019 - 2020x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2019 - 2020x < -1 \\ 1 < 2019 - 2020x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{2017}{2020} < x < \frac{1009}{1010} \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và $\left(\frac{2017}{2020}; \frac{1009}{1010}\right)$.

Đáp án D.

Câu 21. [Vận dụng].

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi H là hình chiếu của A lên SB . Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng?

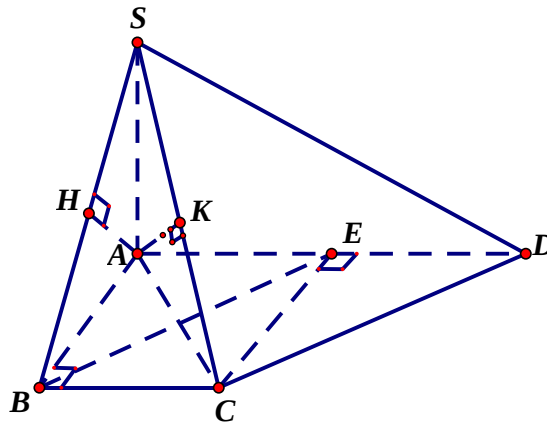
A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{3a\sqrt{30}}{20}$.

C. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

D. $\frac{3a\sqrt{30}}{40}$.

Giải



Gọi E là trung điểm của $AD \Rightarrow ABCE$ là hình vuông $\Rightarrow AC \perp BE$. Kẻ $AK \perp SC$.

Vì $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $AD \parallel BC$.

Mặt khác $BC = AE = ED = a$ nên suy ra $BCDE$ là hình bình hành.

Do đó: $CD \parallel BE \Rightarrow BE \parallel (SCD)$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} CD \parallel BE \\ BE \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp CD$. Mà $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SCA) \Rightarrow CD \perp AK$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} AK \perp SC \\ AK \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK = d(A, (SCD))$.

Ta có: góc giữa SB và mặt phẳng đáy là $SBA = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$BH = AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}; \quad SH = SA \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a}{2} \Rightarrow SH = 3HB.$$

Do đó: $d(H, (SCD)) = \frac{3}{4} d(B, (SCD)) = \frac{3}{4} d(E, (SCD))$ (vì $BE \parallel (SCD)$).

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} d(A, (SCD)) = \frac{3}{8} AK.$$

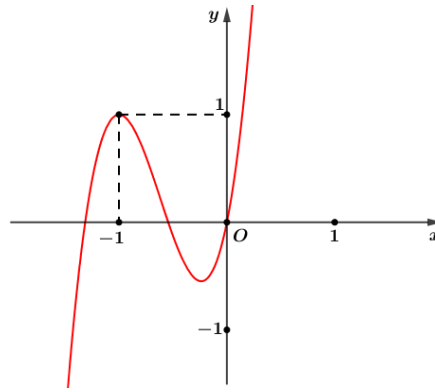
Xét tam giác vuông SAC , ta có: $AK = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{3a^2 + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

$$\text{Vậy: } d(H, (SCD)) = \frac{3}{8} AK = \frac{3a\sqrt{30}}{40}.$$

Đáp án D.

Câu 22. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình: $f\left(f\left(\sqrt{f(x)}\right)+f(x)+2\sqrt{f(x)}\right)-f(1)=0$ là?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Giải

Đặt: $t = \sqrt{f(x)}$ ($t \geq 0$) thì phương trình đã cho trở thành: $f(f(t)+t^2+2t) = f(1)$ (1).

Đặt: $u = f(t)+t^2+2t$ ($t \geq 0$).

Theo đồ thị, vì: $f(t) \geq 0, \forall t \geq 0$.

Nên: $u \geq 0$.

Do đó: (1) $\Leftrightarrow f(u) = f(1) \Leftrightarrow u = 1$ (vì $f(u)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$).

$\Leftrightarrow f(t)+t^2+2t-1=0$ (2).

Xét hàm số: $g(t) = f(t)+t^2+2t-1$, với $t \in [0; +\infty)$.

Hiển nhiên: $g(t)$ liên tục trên $[0; +\infty)$.

Mặt khác, $g'(t) = f'(t)+2t+2 > 0, \forall t \geq 0$ nên $g(t)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Mà $g(0) = f(0)-1 = -1 < 0$ và $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = +\infty$ nên (2) có đúng một nghiệm là $t_0 \in (0; +\infty)$.

Hơn nữa, nếu $t_0 \geq 1$ thì $g(t_0) \geq g(1) = f(1)+2 > 0$ (mâu thuẫn với $g(t_0) = 0$).

Do đó, $t_0 \in (0; 1)$.

Tới đây, ta được $\sqrt{f(x)} = t_0 \Leftrightarrow f(x) = t_0^2$.

Dễ thấy đường thẳng $y = t_0^2$, với $t_0^2 \in (0; 1)$, cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy tóm lại phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Đáp án B.

Câu 23. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = \frac{(x^2 - 2x + m)^2 - 3x - m}{x - 3}$ (C) và đường thẳng (d): $y = 2x$ (m là tham số

thực). Số giá trị nguyên của $m \in [-15; 15]$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt là?

A. 15.

B. 30.

C. 16.

D. 17.

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{(x^2 - 2x + m)^2 - 3x - m}{x - 3} = 2x$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + m)^2 - 2x^2 + 3x - m = 0, (x \neq 3).$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + m)^2 - x^2 - (x^2 - 3x + m) = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 3x + m)(x^2 - x + m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + m = 0 \\ x^2 - x + m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -x^2 + 3x & (*) \\ m = -x^2 + x + 1 & (**) \end{cases}$$

(*) có 2 nghiệm phân biệt khác 3 khi $m < \frac{9}{4}; m \neq 0$.

(**) có 2 nghiệm phân biệt khác 3 khi $m < \frac{5}{4}; m \neq -5$.

Mặc khác (*) và (**) có chung nghiệm $x = \frac{1}{2}$ loại vì m nguyên.

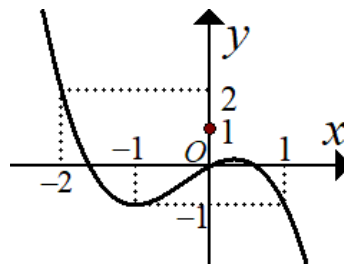
Từ đó suy ra điều kiện cắt tại 4 điểm là: $m < \frac{5}{4}; m \neq 0; m \neq -5$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Đáp án A.

Câu 24. [Vận dụng].

Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Gọi m, n là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = |f^3(x) - 3f(x)|$.

Đặt $T = n^m$ hãy chọn mệnh đề đúng?

A. $T \in (0; 80)$.B. $T \in (80; 500)$.C. $T \in (500; 1000)$.D. $T \in (1000; 2000)$.Giải

- ♦ Đặt: $h(x) = f^3(x) - 3f(x)$.
- ♦ Ta có: $h'(x) = 3f^2(x)f'(x) - 3f'(x)$.
- ♦ Suy ra: $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$.

♦ Dựa vào đồ thị, ta có:

- ♦ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = a \quad (0 < a < 1) \end{cases}$.
- ♦ $f(x) = 1 \Leftrightarrow x = b \quad (-2 < b < -1)$.
- ♦ $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

(Lưu ý: $x = -1$ là nghiệm kép).

- ♦ Ta có bảng biến thiên của hàm số: $y = h(x)$.

x	$-\infty$	b	-1	a	1	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$	$+\infty$	$h(b)$	$h(-1)$	$h(a)$	$h(1)$	$-\infty$

- ♦ Mặt khác: $h(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = \sqrt{3} \\ f(x) = -\sqrt{3} \end{cases}$.

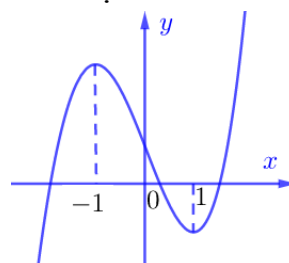
- ♦ Dựa vào đồ thị ta thấy:
- ♦ $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt không trùng với các điểm cực trị của hàm số $y = h(x)$;
- ♦ $f(x) = \sqrt{3}$ có 1 nghiệm không trùng với các điểm nghiệm trên.
- ♦ $f(x) = -\sqrt{3}$ có 1 nghiệm không trùng với các điểm nghiệm trên.
- ♦ Vậy ta có tổng số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |h(x)|$ là 9 điểm, trong đó có 4 điểm cực đại và 5 điểm cực tiểu.

Hay: $m = 4; n = 5$, suy ra: $T = n^m = 5^4 = 625 \in (500; 1000)$.

Đáp án C.

Câu 25. [Vận dụng].

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y = f(|x| - m)$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$ là?

A. -10.

B. 10.

C. 9.

D. 11.

Giải

Hàm số: $y = f(|x| - m)$ đồng biến trên khoảng $(10; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow y' = \frac{x}{|x|} f'(|x| - m) \geq 0, \forall x > 10 \Leftrightarrow f'(|x| - m) \geq 0, \forall x > 10.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x| - m \geq 1 \\ |x| - m \leq -1 \end{cases}, \forall x > 10.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x| \geq 1 + m \\ |x| \leq m - 1 \end{cases}, \forall x > 10.$$

$$\Leftrightarrow 10 \geq 1 + m \Leftrightarrow m \leq 9.$$

Vậy số nguyên lớn nhất của tham số m là 9.

Đáp án C.

Câu 26. [Vận dụng].

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-100)$ bằng?

A. 50.

B. 99.

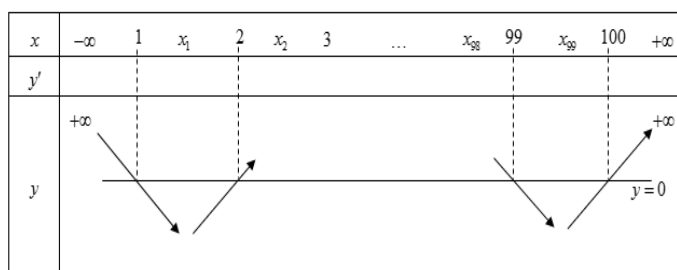
C. 49.

D. 100.

Giải

*Ta thấy hàm số đã cho là hàm đa thức bậc 100, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đúng 100 nghiệm phân biệt ($x=1; x=2; \dots; x=100$), nên hàm số đã cho có 99 điểm cực trị ($x_1; x_2; \dots; x_{99}$), mỗi điểm cực trị nằm giữa 2 nghiệm của phương trình $y=0$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ nên số điểm cực tiểu nhiều hơn số điểm cực đại là một nên đồ thị hàm số đã cho có 49 điểm cực đại là $x_2; x_4; \dots; x_{98}$.

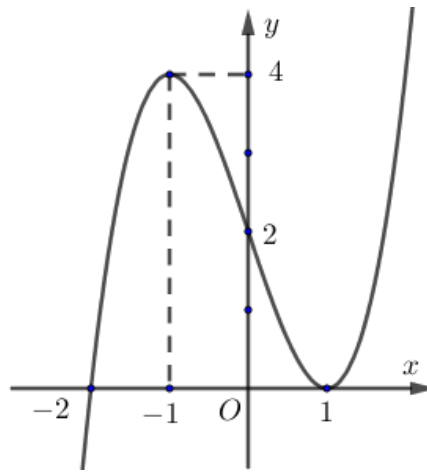


Vậy hàm số đã cho có 49 điểm cực đại.

Đáp án C.

Câu 27. [Vận dụng].

Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ dưới đây:



Đồ thị của hàm số $g(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{3f^2(x) - 6f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Giải

Xét phương trình: $3f^2(x) - 6f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases}$.

Dựa vào đồ thị, ta có:

+) Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$ (trong đó $x = -2$ là nghiệm đơn và $x = 1$ là nghiệm kép).

$$\Rightarrow f(x) = a(x+2)(x-1)^2, (a \neq 0).$$

+) Phương trình $f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \ (-2 < m < -1) \\ x = n \ (n > 1) \end{cases}$ ($x = 0, x = m, x = n$ đều là các nghiệm đơn).

$$\Rightarrow f(x) - 2 = ax(x-m)(x-n), (a \neq 0).$$

$$\text{Suy ra: } g(x) = \frac{(x-1)(3x+2)}{3f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x-1)(3x+2)}{3a^2(x+2)(x-1)^2 x(x-m)(x-n)}, (a \neq 0).$$

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 5 đường tiệm cận đứng.

Đáp án A.

Câu 28. [Vận dụng cao].

Có bao nhiêu giá trị của $m \neq -3$ để đường thẳng $y = \left[1 - \frac{9}{(m+3)^2}\right]x + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2$

tiếp xúc với đồ thị $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3}$?

A. Tất cả các giá trị của $m \neq -3$.

B. Duy nhất 1.

C. Không có.

D. 2 giá trị.

Giải

Đề đường thẳng $y = \left[1 - \frac{9}{(m+3)^2}\right]x + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2$ tiếp xúc với đồ thị $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3}$

thì hệ phương trình sau phải có nghiệm:
$$\begin{cases} \left[1 - \frac{9}{(m+3)^2}\right]x + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2 = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3} \\ 1 - \frac{9}{(m+3)^2} = \frac{x^2 + 6x}{(x+3)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[1 - \frac{9}{(m+3)^2}\right]x + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2 = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3} \\ 1 - \frac{9}{(m+3)^2} = 1 - \frac{9}{(x+3)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[1 - \frac{9}{(m+3)^2}\right]x + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2 = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3} \\ (m+3)^2 = (x+3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[1 - \frac{9}{(m+3)^2}\right].m + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2 = \frac{m^2 + m + 3}{m+3} \\ x = m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2 + 6m}{(m+3)^2}.m + \frac{18}{m+3} - \frac{27}{(m+3)^2} - 2 = \frac{m^2 + m + 3}{m+3} \\ x = m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 6m).m + 18(m+3) - 27 - 2(m+3)^2 = (m^2 + m + 3)(m+3) \\ x = m \end{cases}$$

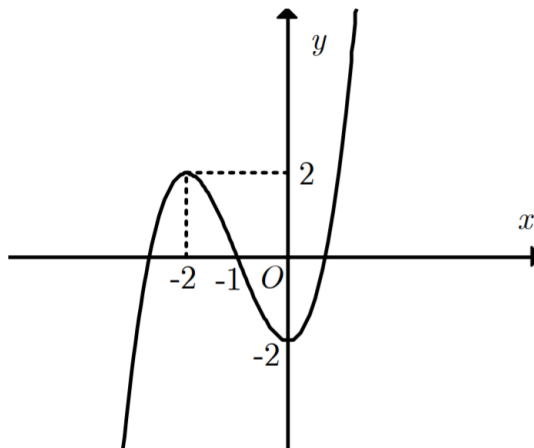
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.m = 0 \\ x = m \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình trên có nghiệm với tất cả các giá trị của $m \neq -3$.

Đáp án A.

Câu 29. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) + m$ (m là tham số thực) liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ và $f'(-3) < 0$, $f'(1) > 0$. Khi hàm số $y = |f(x) + m|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f(x^3 - 3x) + m = 0$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm $x \in (-2; 2)$.

**A. 3.****B. 6.****C. 9.****D. 12.**Giải

Từ đồ thị của hàm số: $y = f'(x)$ và $f'(-3) < 0$, $f'(1) > 0$.

Ta suy ra phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn:
 $-3 < x_1 < x_2 = -1 < x_3 < 1$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) + m$:

x	$-\infty$	x_1	-1	x_3	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x) + m$	$+\infty$	$f(x_1) + m$	$f(-1) + m$	$f(x_3) + m$	$+\infty$	$+\infty$

+) Theo giả thiết, hàm số $y = |f(x) + m|$ có 7 điểm cực trị nên từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) + m$ ta suy ra hàm số $y = f(x) + m$ phải cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt, tức là phương trình $f(x) + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, và cũng từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) + m = 0$ có ít nhất 1 nghiệm $x \in (-1; 1) \subset (-2; 2)$ (1).

+) Đặt: $x^3 - 3x = t$, $-2 < x < 2$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x) = x^3 - 3x$ trên $(-2; 2)$.

x	-2	-1	1	2	
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên ta có nhận xét:

Với mỗi giá trị $t \in (-2; 2)$ thì phương trình $x^3 - 3x = t$ có 3 nghiệm x phân biệt thuộc khoảng $(-2; 2)$ (2).

Kết hợp (1) và (2) suy ra phương trình $f(x^3 - 3x) + m = 0$ có ít nhất 3 nghiệm $x \in (-2; 2)$.

Đáp án A.

Câu 30. [Vận dụng cao].

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + k$ với hệ số thực. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có điểm $O(0;0)$ là điểm cực trị, cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$ và có đồ thị như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để phương trình $f(-x^2 + 2x + m) = k$ có bốn nghiệm phân biệt.

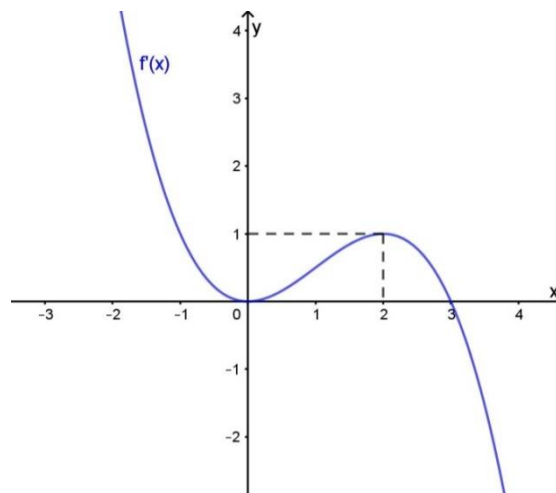
A. 5.

B. 7.

C. 0.

D. 2.

Giải



Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có: $f'(x) = px^2(x-3)$, ($p \in \mathbb{R}$).

Mặt khác đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua điểm $(2;1)$ suy ra:

$$p = -\frac{1}{4} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{4}x^2(x-3) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 \quad (1).$$

Theo đề bài ta có: $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \begin{cases} a = -\frac{1}{16} \\ b = \frac{1}{4} \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{4}x^3 + k.$$

$$\text{Đặt: } u = -x^2 + 2x + m \Rightarrow f(u) = k \Leftrightarrow -\frac{1}{16}u^4 + \frac{1}{4}u^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ u = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x + m = 0 & (3) \\ -x^2 + 2x + m = 4 & (4) \end{cases}$$

Vì phương trình (3) và (4) không có nghiệm chung.

Nên để phương trình $f(-x^2 + 2x + m) = k$ có bốn nghiệm phân biệt thì phương trình (3) và

$$(4) \text{ mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt khi đó: } \begin{cases} 1 + m > 0 \\ 1 + m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Suy ra có hai giá trị nguyên của m là 4, 5.

Đáp án D.

...HẾT...

Lời kết

Chúng tôi từng là học sinh, chúng tôi hiểu được những áp lực của các bạn hiện tại lúc này. Nỗi áp lực về Kinh tế cũng một phần nào làm các bạn trở nên thiệt thòi so với các bạn đồng trang lứa. Vì lý do đó, chúng tôi - những người trẻ nhiệt huyết đến từ “Nhóm Toán anh Dúi”, mong muốn góp một phần nhỏ sức sáng tạo, lòng chân thành và niềm tin tưởng gửi đến các bạn 2k4 năm nay. Tài liệu các bạn đọc bao gồm 25 đề thi thử mà chúng tôi đã soạn và cho các thành viên nhóm chúng tôi thi thử hàng ngày, hàng tuần. Với cách viết cổ điển, chi tiết, chăm chút từng lời giải, phát huy thêm phần ý tưởng sáng tạo “các cách giải nhanh, CASIO” ở một số bài toán. Chúng tôi hy vọng đến tay các bạn, quyển tài liệu này có thể trở nên hữu ích thay vì là một sấp giấy vật vờ trên một góc học tập không được xem đến. Trong Ebook, chúng tôi có sáng tạo và nghiên cứu thêm một số dạng bài tập của các tài liệu từ các Group học tập, các đề thi thử, các tài liệu của quý Thầy, Cô, nhưng với mục đích chỉ vì mong muốn góp một phần sức của mình trong Ngành Giáo dục nước nhà. Tất nhiên, trong quá trình biên soạn, không thể nào tránh khỏi việc sai sót, thiếu sót. Hy vọng chúng tôi vinh hạnh nhận được những lời góp ý chân tình của quý độc giả thông qua thông tin liên hệ dưới đây.

Nhóm Toán anh Dúi

https://www.facebook.com/groups/NhomtoananhDui/?ref=share_group_link

Nguyễn Thành Nhân (Đại diện)

Email: ntnhan_21to@student.agu.edu.vn

Bản Ebook được phát hành miễn phí nên mọi hoạt động sử dụng tài liệu vì mục đích thương mại đều không được cho phép. Chúng tôi xin chân thành cảm ơn quý độc giả.