

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 15 (100TN)

- Câu 1:** Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 3$. Khi đó $\int f(x)dx$ bằng
A. $x^3 - 3x^2 + C$. B. $x^3 - C$. C. $x^3 - 3x + C$. D. $6x$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ có bán kính bằng
A. 2 B. 4 C. 16 D. 1
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; -3; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 5)$ là
A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 0$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{5}$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$.
- Câu 4:** Số phức liên hợp của số phức $z = 7 - 9i$ là
A. $\bar{z} = 7 + 9i$ B. $\bar{z} = -7 - 9i$ C. $\bar{z} = -7 + 9i$ D. $\bar{z} = 9 - 7i$
- Câu 5:** Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = -4$ thì $\int_0^2 2f(x)dx$ bằng
A. -6. B. -8. C. -2. D. 8.
- Câu 6:** $\int \sin 2x dx$ được kết quả bằng
A. $\frac{-\cos 2x}{2} + C$. B. $2 \cos 2x$. C. $\frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $-2 \cos 2x + C$.
- Câu 7:** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = -4 + 6i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
A. $1 - 8i$. B. $9 - 8i$. C. $1 + 4i$. D. $9 + 4i$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{2}$ có một vector chỉ phương là
A. $\vec{u}_1 = (-2; 2; 0)$. B. $\vec{u}_3 = (-3; 4; 2)$. C. $\vec{u}_4 = (-3; 4; 0)$. D. $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; -2)$ và $B(5; -4; 4)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là
A. $(8; -4; 2)$. B. $(4; -2; 1)$. C. $(4; 2; 1)$. D. $(2; -4; 6)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z = 5$ có một véc-tơ pháp tuyến là
A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (2; -3; 5)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 0; -3)$.
- Câu 11:** Trên mặt phẳng Oxy , cho $M(-3; -4)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Khi đó phần ảo của z bằng
A. -4. B. 5. C. -3. D. 4.
- Câu 12:** Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^5 f(x)dx = -12$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng
A. -10. B. 10. C. 14. D. -14.
- Câu 13:** Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. $\sqrt{17}$. B. 17. C. 25. D. 5.

Câu 14: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ thỏa mãn $F(-\pi) = 1$ thì $F(0)$ bằng
A. 0. B. -1. C. 2. D. 1.

Câu 15: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức $(1 - i)z$ có phần thực và phần ảo lần lượt bằng
A. 3 và 1. B. 3 và -1. C. -1 và 1. D. -3 và 1.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1; -1; 0)$?
A. $(P_3): x + 2y - z - 1 = 0$. B. $(P_4): x - y - z = 0$.
C. $(P_2): 2x + y + 3z + 1 = 0$. D. $(P_1): 2x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 17: Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ có diện tích bằng
A. $e^2 - 1$. B. e^2 . C. $e^2 + 1$. D. $e^2 - e$.

Câu 18: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -6x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay xung quanh trục hoành bằng
A. 36π . B. 12π . C. 12. D. 6π .

Câu 19: Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0) = 2, f(1) = 4$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thì $\int_0^1 f'(x) dx$ bằng
A. 2. B. 1. C. 4. D. -2.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(0; 1; -1), N(-2; 0; 1), P(1; 2; 0)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) có tọa độ là
A. $(-3; 4; -1)$. B. $(-3; 4; -3)$. C. $(-3; -4; -1)$. D. $(1; 4; -1)$.

Câu 21: Nếu $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thì giá trị của $\int_0^1 [f(x) + 1] dx$ bằng
A. 2. B. -2. C. 3. D. 4.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -5; -6)$. Đường thẳng AB có một vector chỉ phương là
A. $\vec{u}_4 = (3; -6; -4)$. B. $\vec{u}_4 = (3; -3; 2)$. C. $\vec{u}_4 = (3; -4; -4)$. D. $\vec{u}_4 = (3; -6; -8)$.

Câu 23: Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 [1 + 2f(x)] dx = 9$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng
A. 4. B. -3. C. 2. D. 3.

Câu 24: Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 2 - i$. Mô đun của số phức $z \cdot w$ bằng
A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. 5.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; 0; -1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$ bằng
A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 26: Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - x, y = 0, x = 0, x = 2$ có diện tích bằng
A. $\int_0^2 (|x^3| - |x|) dx$. B. $\int_0^2 (x^3 - x) dx$. C. $\pi \int_0^2 (x^3 - x)^2 dx$. D. $\int_0^2 |x^3 - x| dx$.

- Câu 27:** Cho tham số thực $a > 0$. Khi đó $\int_0^a 2e^{2x} dx$ bằng
- A. $e^{2a} - 1$. B. $2e^a - 2$. C. $2e^{2a} + 1$. D. $2e^a + 2$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;0;0)$ và $N(2;3;4)$ là
- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$. C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.
- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm O và đi qua điểm $A(1;2;-2)$ là
- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.
- Câu 30:** Cho tham số thực $a > 0$. Khi đó $\int_0^a 2xe^x dx$ bằng
- A. $2ae^a + 2e^a - 2$. B. $2ae^a - 2e^a + 2$. C. $2ae^a + 2e^a + 2$. D. $2ae^a - 2e^a - 2$.
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y + 2z = 0$ là
- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ vuông góc với đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$ là
- A. $2x + y + 4z - 4 = 0$. B. $2x + y + 4z = 0$. C. $2x + y + z = 0$. D. $2x + y + 4z + 4 = 0$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 11 = 0$ có bán kính bằng
- A. 31. B. $\sqrt{31}$. C. 16. D. 4.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục Oz là
- A. $z - 3 = 0$. B. $z + 3 = 0$. C. $x + y - 3 = 0$. D. $z - 2 = 0$.
- Câu 35:** Cho hàm số $f(x) = 2x \cos x$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng
- A. $2x \sin x + 2 \cos x + C$. B. $2x \sin x - 2 \cos x + C$.
C. $-2x \sin x - 2 \cos x + C$. D. $2x \sin x - 2 \cos x$.
- Câu 36:** Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 f(2x) dx$ bằng
- A. 3. B. 12. C. 2. D. -3.
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $N(-1;2;-2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính MN là
- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 36$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0;2;0)$ và song song với đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{4}$ là
- A. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{4}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{4}$. C. $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{4}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$.
- Câu 39:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(0;-2;3)$, cắt trục Ox và song song với mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ có phương trình là
- A. $\frac{x}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$. B. $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$. C. $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$. D. $\frac{x}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-3}$.
- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$. Phương trình của mặt cầu có tâm O và tiếp xúc với (P) là
- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 36$.
- Câu 41:** Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = |2z + i|$. giá trị lớn nhất của $|2z + 1|$ bằng
- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.
- Câu 42:** Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm $M(1;-1;0); N(1;2;1)$ phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với MN :
- A. $y + z + 1 = 0$. B. $3y + z + 3 = 0$. C. $3y + z - 3 = 0$. D. $x + y + z = 0$.
- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(0;1;1)$ góc giữa đường thẳng OM và trục Oy
- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .
- Câu 44:** Cho số phức z thỏa mãn $\frac{1}{|z|+z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{8}$. Mô đun của z bằng:
- A. 8. B. 16. C. 4. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 45:** Cho số thực $a > 4$. Khi đó $\int_1^a 8x \ln x dx$ bằng
- A. $4a^2 \ln a + 2a^2 - 2$. B. $4a^2 \ln a - 2a^2 - 2$. C. $4a^2 \ln a - 2a^2 + 2$. D. $4a^2 \ln a + 2a^2 + 2$.
- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Phương trình của đường thẳng song song với d_1 , cắt d_2 và cắt trục Oz là
- A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
- Câu 47:** Cho số thực $a > 2$. Khi đó $\int_0^a \frac{2}{2x+1} dx$ bằng
- A. $2 \ln|2a-1|$. B. $\ln|2a-1|$. C. $\ln(2a+1)$. D. $2 \ln(2a+1)$.
- Câu 48:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với (P) là
- A. $2y + z = 0$. B. $2y - z = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x - 2z = 0$.

Câu 49: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + 7m - 6 = 0$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Câu 50: Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t$ (t là thời gian). Chiều dài đoạn đường của vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng

A. 276 m.

B. 226 m.

C. 1356 m.

D. 708 m.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.A	5.B	6.A	7.B	8.B	9.B	10.B
11.A	12.A	13.D	14.D	15.A	16.D	17.A	18.B	19.A	20.A
21.A	22.A	23.D	24.D	25.A	26.D	27.A	28.D	29.A	30.B
31.D	32.B	33.D	34.A	35.A	36.A	37.A	38.A	39.A	40.B
41.B	42.B	43.D	44.C	45.C	46.B	47.C	48.B	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 3$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng

- A. $x^3 - 3x^2 + C$. B. $x^3 - C$. C. $x^3 - 3x + C$. D. $6x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ có bán kính bằng

- A. 2 B. 4 C. 16 D. 1

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; -3; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 5)$ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 0$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{5}$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $z = 7 - 9i$ là

- A. $\bar{z} = 7 + 9i$ B. $\bar{z} = -7 - 9i$ C. $\bar{z} = -7 + 9i$ D. $\bar{z} = 9 - 7i$

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = -4$ thì $\int_0^2 2f(x) dx$ bằng

- A. -6 . B. -8 . C. -2 . D. 8 .

Lời giải

Chọn B

$$\int_0^2 2f(x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx = -8.$$

Câu 6: $\int \sin 2x dx$ được kết quả bằng

- A. $-\frac{\cos 2x}{2} + C$. B. $2 \cos 2x$. C. $\frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $-2 \cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int \sin 2x \, dx = \frac{-\cos 2x}{2} + C.$$

- Câu 7:** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = -4 + 6i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
A. $1 - 8i$. **B.** $9 - 8i$. **C.** $1 + 4i$. **D.** $9 + 4i$.

Lời giải

Chọn B

$$z_1 = 5 - 2i \text{ và } z_2 = -4 + 6i \Rightarrow z_1 - z_2 = 9 - 8i.$$

- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{2}$ có một vector chỉ phương là
A. $\vec{u}_1 = (-2; 2; 0)$. **B.** $\vec{u}_3 = (-3; 4; 2)$. **C.** $\vec{u}_4 = (-3; 4; 0)$. **D.** $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đường thẳng } (d): \frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{2} \text{ có một vector chỉ phương là } \vec{u}_3 = (-3; 4; 2).$$

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; -2)$ và $B(5; -4; 4)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là
A. $(8; -4; 2)$. **B.** $(4; -2; 1)$. **C.** $(4; 2; 1)$. **D.** $(2; -4; 6)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ là } (4; -2; 1).$$

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z = 5$ có một véc-tơ pháp tuyến là
A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; 1; -3)$. **C.** $\vec{n}_4 = (2; -3; 5)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (P) \text{ là } \vec{n}_2 = (2; 1; -3).$$

- Câu 11:** Trên mặt phẳng Oxy , cho $M(-3; -4)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Khi đó phần ảo của z bằng
A. -4 . **B.** 5 . **C.** -3 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có số phức } z = -3 - 4i$$

$$\text{Vậy phần ảo của số phức } z \text{ là } -4.$$

- Câu 12:** Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) \, dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) \, dx = -12$ thì $\int_0^5 f(x) \, dx$ bằng
A. -10 . **B.** 10 . **C.** 14 . **D.** -14 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^5 f(x) \, dx = \int_0^2 f(x) \, dx + \int_2^5 f(x) \, dx = 2 - 12 = -10.$$

Câu 13: Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. $\sqrt{17}$.

B. 17.

C. 25.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 14: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ thỏa mãn $F(-\pi) = 1$ thì $F(0)$ bằng

A. 0.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{-\pi}^0 f(x) dx = F(0) - F(-\pi) \Leftrightarrow \int_{-\pi}^0 \cos x dx = F(0) - 1 \Leftrightarrow F(0) = 0 + 1 = 1$.

Câu 15: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức $(1 - i)z$ có phần thực và phần ảo lần lượt bằng

A. 3 và 1.

B. 3 và -1.

C. -1 và 1.

D. -3 và 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1 - i)z = (1 - i)(1 + 2i) = 3 + i$.

Vậy số phức $(1 - i)z$ có phần thực và phần ảo lần lượt bằng 3 và 1.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1; -1; 0)$?

A. $(P_3): x + 2y - z - 1 = 0$.

B. $(P_4): x - y - z = 0$.

C. $(P_2): 2x + y + 3z + 1 = 0$.

D. $(P_1): 2x - y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Xét $(P_1): 2x - y + 3z - 3 = 0$. Vì $2.1 - (-1) + 3.0 - 3 = 0$ nên $A(1; -1; 0)$ thuộc (P_1) .

Câu 17: Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ có diện tích bằng

A. $e^2 - 1$.

B. e^2 .

C. $e^2 + 1$.

D. $e^2 - e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S = \int_0^2 e^x dx = e^x \Big|_0^2 = e^2 - 1$.

Câu 18: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -6x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay xung quanh trục hoành bằng

A. 36π .

B. 12π .

C. 12.

D. 6π .

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \pi \int_0^1 (-6x)^2 dx = 12\pi x^3 \Big|_0^1 = 12\pi$.

A. $\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$z.w = (1+2i)(2-i) = 2-i+4i-2i^2 = 4+3i.$$

$$\text{Vậy } |z.w| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;0;-1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$d[A, (P)] = \frac{|2 \cdot 1 + 0 + 2 \cdot (-1) + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 2.$$

Câu 26: Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - x, y = 0, x = 0, x = 2$ có diện tích bằng

A. $\int_0^2 (|x^3| - |x|) dx$.

B. $\int_0^2 (x^3 - x) dx$.

C. $\pi \int_0^2 (x^3 - x)^2 dx$.

D. $\int_0^2 |x^3 - x| dx$.

Lời giải

Chọn D

$$S = \int_0^2 |x^3 - x| dx.$$

Câu 27: Cho tham số thực $a > 0$. Khi đó $\int_0^a 2e^{2x} dx$ bằng

A. $e^{2a} - 1$.

B. $2e^a - 2$.

C. $2e^{2a} + 1$.

D. $2e^a + 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^a 2e^{2x} dx = 2 \cdot \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^a = e^{2a} - 1.$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;0;0)$ và $N(2;3;4)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;0;0)$ và $N(2;3;4)$ có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (1;3;4)$ có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm O và đi qua điểm $A(1;2;-2)$ là

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. **C.** $x^2 + y^2 + z^2 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bán kính mặt cầu là $R = OA = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Câu 30: Cho tham số thực $a > 0$. Khi đó $\int_0^a 2xe^x dx$ bằng

- A.** $2ae^a + 2e^a - 2$. **B.** $2ae^a - 2e^a + 2$. **C.** $2ae^a + 2e^a + 2$. **D.** $2ae^a - 2e^a - 2$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$I = 2 \int_0^a xe^x dx = 2 \left(xe^x \Big|_0^a - \int_0^a e^x dx \right) = 2 \left(ae^a - e^x \Big|_0^a \right) = 2 \left[ae^a - (e^a - 1) \right] = 2ae^a - 2e^a + 2.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y + 2z = 0$ là

- A.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. **B.** $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$. **C.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{2}$. **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y + 2z = 0$ nên d có vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_d(1;1;2)$.

Do đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ vuông góc với đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$ là

- A.** $2x + y + 4z - 4 = 0$. **B.** $2x + y + 4z = 0$. **C.** $2x + y + z = 0$. **D.** $2x + y + 4z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$ nên mặt phẳng có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;1;4)$

Do đó phương mặt phẳng là $2(x-1) + 1(y+2) + 4z = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 4z = 0$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 11 = 0$ có bán kính bằng

A. 31.

B. $\sqrt{31}$.

C. 16.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} -2a = -2 \\ -2b = 0 \\ -2c = 4 \\ d = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -2 \\ d = -11 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2 + 11} = 4.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục Oz là

A. $z - 3 = 0$.

B. $z + 3 = 0$.

C. $x + y - 3 = 0$.

D. $z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục Oz là $z - 3 = 0$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = 2x \cos x$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng

A. $2x \sin x + 2 \cos x + C$.

B. $2x \sin x - 2 \cos x + C$.

C. $-2x \sin x - 2 \cos x + C$.

D. $2x \sin x - 2 \cos x$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \int f(x) dx = \int 2x \cos x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dx \\ v = \sin x. \end{cases}$$

$$I = 2x \sin x - \int 2 \sin x dx = 2x \sin x + 2 \cos x + C.$$

Câu 36: Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 f(2x) dx$ bằng

A. 3.

B. 12.

C. 2.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Leftrightarrow \frac{dt}{2} = dx.$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 3 \Rightarrow t = 6.$$

$$\int_0^3 f(2x) dx = \int_0^6 f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_0^6 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $N(-1;2;-2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính MN là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 36$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu đường kính MN có tâm I là trung điểm của đoạn MN và bán kính bằng IM .

$\Rightarrow$ mặt cầu có tâm $I \equiv O(0;0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{(1-0)^2 + (-2-0)^2 + (2-0)^2} = 3$.

Vậy mặt cầu có đường kính MN là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0;2;0)$ và song song với đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{4}$ là

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{4}$. **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{4}$. **C.** $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng cần viết.

d song song với đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{4}$ nên d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;3;4)$. Mà

d đi qua điểm $A(0;2;0)$ nên d có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{4}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(0;-2;3)$, cắt trục Ox và song song với mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$. **B.** $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$. **C.** $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$. **D.** $\frac{x}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d' là đường thẳng cần viết và $N = d' \cap Ox \Rightarrow N(x;0;0)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (x;2;-3)$ là vectơ chỉ phương của d' .

$d' // (P): x - y + z + 1 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow 1 \cdot x - 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) = 0 \Rightarrow x = 5$.

Vậy d' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MN} = (5;2;-3)$. Do đó, d' có phương trình: $\frac{x}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$. Phương trình của mặt cầu có tâm O và tiếp xúc với (P) là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. **C.** $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = 36$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm O và tiếp xúc với (P) nên có bán kính $R = d(O, (P)) = \frac{|0 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 2$.

Do đó, mặt cầu có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = |2z + i|$. giá trị lớn nhất của $|2z + 1|$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Giả sử } z = a + bi \ (a; b \in \mathbb{R}) \Rightarrow |z + 2i| = |2z + i| \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b+2)^2} = \sqrt{(2a)^2 + (2b+1)^2}$$

$$\Rightarrow 3a^2 + 3b^2 = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow |z| = 1$$

$$\text{Ta có : } |2z + 1| \leq 2|z| + 1 = 3$$

Dấu "=" xảy ra khi $z = 1$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm $M(1; -1; 0); N(1; 2; 1)$ phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với MN :

A. $y + z + 1 = 0$. **B.** $3y + z + 3 = 0$. **C.** $3y + z - 3 = 0$. **D.** $x + y + z = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } (\alpha) \text{ là mặt phẳng cần tìm } \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \overrightarrow{MN} = (0; 3; 1)$$

$$\text{Vậy } (\alpha): 3(y+1) + (z-0) = 0 \Leftrightarrow 3y + z + 3 = 0$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(0; 1; 1)$ góc giữa đường thẳng OM và trục Oy

A. 60° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 45° .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có : } \cos(\overrightarrow{OM}; \vec{j}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \vec{j}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vậy góc giữa đường thẳng OM và trục Oy bằng 45°

Câu 44: Cho số phức z thỏa mãn $\frac{1}{|z| + z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{8}$. Mô đun của z bằng:

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$ và điều kiện $|z| + z \neq 0 \Leftrightarrow y \neq 0$.

$$\text{Ta có: } w = \frac{1}{|z| + z} = \frac{1}{(\sqrt{x^2 + y^2} + x) + yi} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{(\sqrt{x^2 + y^2} + x)^2 + y^2} - \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2} + x)^2 + y^2}i$$

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{(\sqrt{x^2 + y^2} + x)^2 + y^2} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 8(\sqrt{x^2 + y^2} + x) = 2x^2 + 2y^2 + 2x\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow 4(\sqrt{x^2 + y^2} + x) = \sqrt{x^2 + y^2}(\sqrt{x^2 + y^2} + x)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + y^2} - x)(\sqrt{x^2 + y^2} - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \\ \sqrt{x^2 + y^2} + x = 0 \end{cases}$$

$$\text{TH1: } \sqrt{x^2 + y^2} + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ (không thỏa mãn điều kiện).}$$

$$\text{TH2: } \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 16 \Leftrightarrow |z| = 4.$$

Câu 45: Cho số thực $a > 4$. Khi đó $\int_1^a 8x \ln x dx$ bằng

A. $4a^2 \ln a + 2a^2 - 2$. **B.** $4a^2 \ln a - 2a^2 - 2$. **C.** $4a^2 \ln a - 2a^2 + 2$. **D.** $4a^2 \ln a + 2a^2 + 2$.

Lời giải

Chọn C

Dùng phương pháp tích phân từng phần. $I = \int_1^a 8x \ln x dx = \int_a^b u dv$

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = 8x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = 4x^2 \end{cases},$$

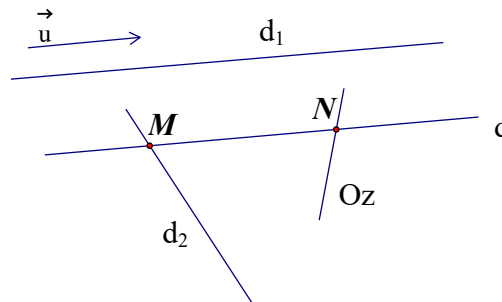
$$I = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du = 4x^2 \ln x \Big|_1^a - \int_1^a 4x dx = 4a^2 \ln a - 2x^2 \Big|_1^a = 4a^2 \ln a - 2a^2 + 2.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Phương trình của đường thẳng song song với d_1 , cắt d_2 và cắt trục Oz là

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Gọi } M = d \cap d_2 \Rightarrow M \in d_2 \Rightarrow M(2t; 1+2t; t).$$

$$N = d \cap Oz \Rightarrow N \in Oz \Rightarrow N(0; 0; c).$$

$$\overrightarrow{NM} = (2t; 1+2t; t-c), \quad d_1 \text{ có vector chỉ phương } \vec{u} = (2; 1; 1).$$

$$\text{Vì } d // d_1 \text{ nên } \overrightarrow{NM}, \vec{u} \text{ cùng phương suy ra } \frac{2t}{2} = \frac{1+2t}{1} = \frac{t-c}{1} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Đường thẳng d đi qua điểm $N(0; 0; 0)$ và nhận $\vec{u} = (2; 1; 1)$ làm vector chỉ phương, có phương

$$\text{trình chính tắc là: } \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

Thử lại: Ta thấy đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ song song với d_1 , cắt d_2 và cắt trục Oz nên phương trình $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ thỏa đề bài.

Câu 47: Cho số thực $a > 2$. Khi đó $\int_0^a \frac{2}{2x+1} dx$ bằng

- A. $2\ln|2a-1|$. B. $\ln|2a-1|$. C. $\ln(2a+1)$. D. $2\ln(2a+1)$.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^a \frac{2}{2x+1} dx = 2 \cdot \frac{1}{2} \ln(2x+1) \Big|_0^a = \ln(2a+1).$$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với (P) là

- A. $2y + z = 0$. B. $2y - z = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến của $(P): x + y + 2z + 1 = 0$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với (P) .

Khi đó (Q) đi qua O và nhận $\vec{n} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{i}] = (0; 2; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra (Q) có phương trình là $(Q): 2y - z = 0$.

Câu 49: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + 7m - 6 = 0$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta' = m^2 - 7m + 6$.

Trường hợp 1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 1 \end{cases}$, phương trình có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 thỏa

$$|z_1| = |z_2| \Leftrightarrow z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 6$, phương trình có hai nghiệm phức liên hợp $z_1, z_2 = \overline{z_1}$ nên ta luôn có $|z_1| = |z_2|$.

Do đó $m \in (1; 6) \cup \{0\}$ và $m \in \mathbb{Z}$ nguyên nên có 5 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50: Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t$ (t là thời gian). Chiều dài đoạn đường của vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng

- A. 276 m. B. 226 m. C. 1356 m. D. 708 m.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = 3t^2 + C$ và $v(0) = 10$ nên $C = 10$.

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

$$s = \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 (3t^2 + 10) dt = 276(\text{m}).$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 16 (100TN)

Câu 1: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính $A = |z_1| + |z_2|$.

- A. 20. B. $\sqrt{10}$. C. 10. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 2: Căn bậc hai của số thực -7 là

- A. $-\sqrt{7}$. B. $\pm i\sqrt{7}$. C. $\sqrt{7}$. D. $\pm 7i$.

Câu 3: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. 3. B. 2. C. $-3i$. D. -3 .

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ là

- A. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$. B. $x + \frac{\sin 2x}{2} + C$. C. $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$. D. $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{6}{\cos^2 x}$ là

- A. $6 \cot x + C$. B. $6 \tan x + C$. C. $-6 \cot x + C$. D. $-6 \tan x + C$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 - 4t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (1; 0; -4)$. B. $\vec{u}_2 = (1; -1; 4)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 0; 4)$.

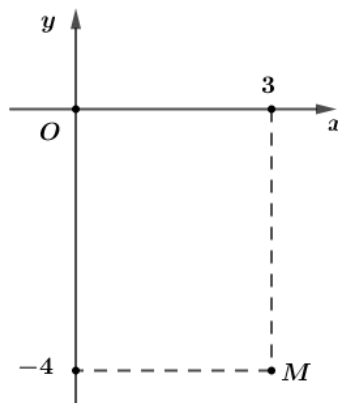
Câu 7: Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và $\int_{-1}^2 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^1 f(3x-1) dx$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 18. D. 3.

Câu 8: Tích phân $\int_0^1 x^{2020} dx$ có kết quả là

- A. $\frac{1}{2020}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{2021}$.

Câu 9: Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b .



- A. $a = -4, b = 3$. B. $a = 3, b = 4$. C. $a = 3, b = -4$. D. $a = -4, b = -3$.

Câu 10: Cho số phức $z = 5 - 3i + i^2$. Khi đó môđun của số phức z là

- A. $|z| = \sqrt{29}$. B. $|z| = 3\sqrt{5}$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = \sqrt{34}$.

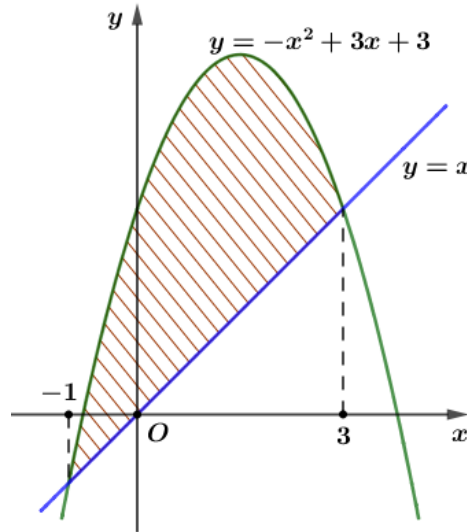
Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là

- A. $\frac{4^x}{\ln 4} + C$. B. $4^{x+1} + C$. C. $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$. D. $4^x \ln 4 + C$.

Câu 12: Hình (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$) và trục Ox . Khi quay (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích tính bằng công thức sau

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau bằng



- A. $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx$. B. $S = \int_{-1}^3 (x^2 - 2x - 3) dx$.
C. $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x - 3) dx$. D. $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 4x + 3) dx$.

Câu 14: Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx$ bằng

- A. 144. B. -144. C. 34. D. -34.

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Phần thực của số phức $w = 1 - iz + z$ bằng

- A. -1. B. 2. C. -3. D. 4.

Câu 16: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $F(x) = \tan x + C$. B. $F(x) = \cos x + C$.
C. $F(x) = -\tan x + C$. D. $F(x) = -\cos x + C$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}$ và điểm $A(-1; 2; 3)$. Phương trình

mặt phẳng qua A và vuông góc với d là

- A. $3x - 4y + 7z - 10 = 0$. B. $3x - 4y + 7z + 10 = 0$.
C. $2x + 5y - 6z + 10 = 0$. D. $-x + 2y + 3z - 10 = 0$.

- Câu 18:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $2z_1 - \bar{z}_2$ có phần ảo bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.
- Câu 19:** Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
A. $\int 5f(x)dx = 5\int f(x)dx$. **B.** $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$. **D.** $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2; 4; -1)$ và $A(0; 2; 3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là
A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 2\sqrt{6}$. **B.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 2\sqrt{6}$.
C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 24$. **D.** $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$.
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -1; -2)$ có phương trình là
A. $3x - y - 2z - 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z + 1 = 0$.
C. $3x - y - 2z + 1 = 0$. **D.** $x - 2y + 2z - 1 = 0$.
- Câu 22:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x+2}$ trên khoảng $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ là
A. $\ln(3x+2) + C$. **B.** $\frac{1}{3}\ln(3x+2) + C$. **C.** $-\frac{1}{3(3x+2)^2} + C$. **D.** $-\frac{1}{(3x+2)^2} + C$.
- Câu 23:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(0; -1; 2)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là
A. $(-1; -3; 1)$. **B.** $(-1; -3; -1)$. **C.** $(1; -3; 1)$. **D.** $(-1; 3; -1)$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ tại điểm $H(0; -1; 0)$ là
A. $-x + y + z + 1 = 0$. **B.** $-x + y - 1 = 0$. **C.** $x - y + z - 1 = 0$. **D.** $-x + y + 1 = 0$.
- Câu 25:** Điểm biểu diễn của số phức $z = (2 - i)^2$ là
A. $(3; -4)$. **B.** $(3; 4)$. **C.** $(-3; 4)$. **D.** $(-3; -4)$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(1; 2; -3)$ và $B(2; -1; 1)$ là
A. $(3; 1; -2)$. **B.** $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **C.** $\left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}; -2\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{2}; 2\right)$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y + 2z - 3 = 0$ là
A. $11x - 7y - 2z + 21 = 0$. **B.** $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.
C. $5x + 3y - 4z = 0$. **D.** $x + 7y - 2z + 13 = 0$.
- Câu 28:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Tính $z_1 - z_2$.

- A. $-2i$. B. $2i$. C. 2 . D. -2 .

Câu 29: Môđun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 2-i$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. C. 3 . D. $\sqrt{5}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;0;5)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$ bằng

- A. 4 . B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(1;0;0)$. B. $(0;-2;3)$. C. $(1;0;3)$. D. $(1;-2;0)$.

Câu 32: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. 2 . B. -2 . C. 4 . D. -3 .

Câu 33: Số phức liên hợp của số phức $z = 6-8i$ là

- A. $6+8i$. B. $-6-8i$. C. $8-6i$. D. $-6+8i$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z - (1+2i)\bar{z} = 7-i$. Tìm môđun của z .

- A. $|z| = \sqrt{3}$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3 \end{cases}$ và $\Delta': \begin{cases} x=3+2t' \\ y=1-t' \\ z=-3 \end{cases}$. Vị trí tương

đối của Δ và Δ' là

- A. Δ cắt Δ' . B. Δ và Δ' chéo nhau.
C. $\Delta // \Delta'$. D. $\Delta \equiv \Delta'$.

Câu 36: Cho số phức $z = 3-2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1+2i)z$.

- A. -4 . B. 4 . C. $4i$. D. 7 .

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x-1$ và $f(0) = 1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

- A. 2 . B. $-\frac{5}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=2-t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc Δ ?

- A. $(2;3;-1)$. B. $(-1;-4;3)$. C. $(-1;1;-2)$. D. $(2;-2;4)$.

Câu 39: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{\pi^2}{4}$.

D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $3x + 2y - z + 1 = 0$ là

A. $\vec{n}_3 = (3; 2; -1)$.

B. $\vec{n}_4 = (3; -2; -1)$.

C. $\vec{n}_2 = (-2; 3; 1)$.

D. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1; 2)$ và $B(4; 1; 0)$ là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

Câu 42: Biết $\int f(x)dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| \leq 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1+i\sqrt{8})z-1$ là hình tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(0; \sqrt{8}), R=3$.

B. $I(0; \sqrt{8}), R=6$.

C. $I(-1; \sqrt{8}), R=2$.

D. $I(0; -\sqrt{8}), R=6$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 9y - 9z - 123 = 0$. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) là

A. 96.

B. 144.

C. 120.

D. 124.

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $|z+4+i| + |z-4-3i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z+3-7i|$. Khi đó $M^2 + m^2$ bằng

A. 90.

B. $\frac{405}{4}$.

C. 100.

D. $\frac{645}{4}$.

Câu 46: Cho $F(x) = 4^x$ là một nguyên hàm của hàm số $2^x \cdot f(x)$. Tích phân $\int_0^1 \frac{f'(x)}{\ln^2 2} dx$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 2}$.

B. $-\frac{4}{\ln 2}$.

C. $-\frac{2}{\ln 2}$.

D. $\frac{4}{\ln 2}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và

$(f'(x))^2 + 4(6x^2 - 1) \cdot f(x) = 40x^6 - 44x^4 + 32x^2 - 4, \forall x \in [0; 1]$. Tích phân $\int_0^1 xf(x)dx$ bằng

A. $-\frac{13}{15}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{13}{15}$.

D. $-\frac{5}{12}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $M(4; -2; 1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y + z - 12 = 0$ và cách $A(-2; 5; 0)$ một khoảng lớn nhất là

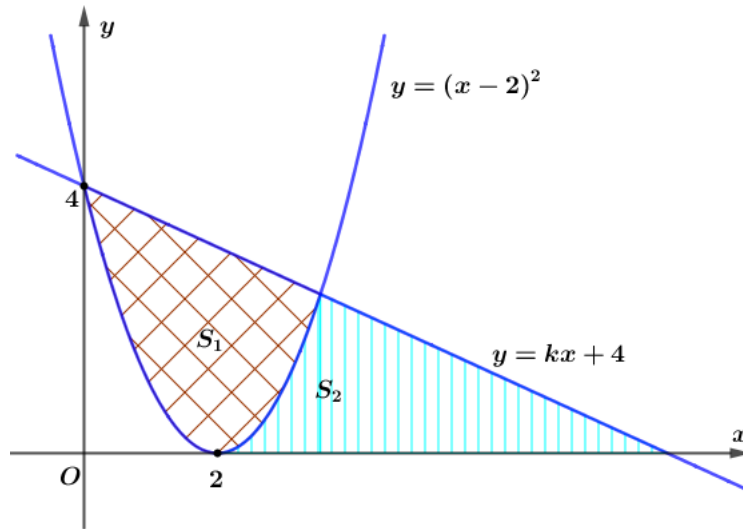
A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 49: Đường thẳng $y = kx + 4$ cắt parabol $y = (x - 2)^2$ tại hai điểm phân biệt và diện tích các hình phẳng S_1, S_2 bằng nhau như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $k \in (-6; -4)$.

B. $k \in (-2; -1)$.

C. $k \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $k \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m + t \end{cases}$. Tổng các giá trị của m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các

mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau bằng

A. -1 .

B. -5 .

C. 3 .

D. -4 .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính $A = |z_1| + |z_2|$.
- A.** 20. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 10. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1. Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z^2 + 2z + 1 = -9 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}$

Suy ra $|z_1| = |z_2| = \sqrt{10}$.

Vậy $A = |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{10}$.

Cách 2. Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng nhanh máy tính cầm tay để tìm nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$.

- Câu 2:** Căn bậc hai của số thực -7 là
- A.** $-\sqrt{7}$. **B.** $\pm i\sqrt{7}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\pm 7i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-7 = 7i^2 = (\sqrt{7}i)^2 = (-\sqrt{7}i)^2$ nên -7 có hai căn bậc hai là các số phức $\pm\sqrt{7}i$.

- Câu 3:** Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là
- A.** 3. **B.** 2. **C.** $-3i$. **D.** -3 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = 2 - 3i$ nên phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là -3 .

- Câu 4:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ là
- A.** $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$. **B.** $x + \frac{\sin 2x}{2} + C$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$. **D.** $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx = \int \cos^2 x dx = \int \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

- Câu 5:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{6}{\cos^2 x}$ là
- A.** $6 \cot x + C$. **B.** $6 \tan x + C$. **C.** $-6 \cot x + C$. **D.** $-6 \tan x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \frac{6}{\cos^2 x} dx = 6 \tan x + C$.

- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 - 4t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là
- A.** $\vec{u}_1 = (1; 0; -4)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1; -1; 4)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; -1; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1 \\ z=3-4t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;0;-4)$.

- Câu 7:** Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $\int_{-1}^2 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^1 f(3x-1)dx$ bằng
- A.** 2. **B.** 1. **C.** 18. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 3x - 1 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3}dt$

Đổi cận:

x	0	1
t	-1	2

Khi đó $\int_0^1 f(3x-1)dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^2 f(t)dt = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$.

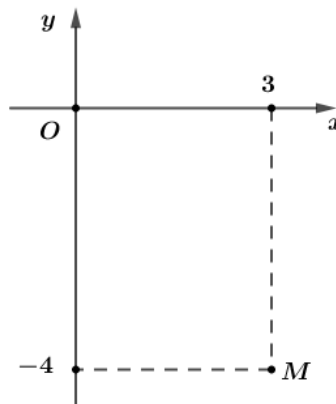
- Câu 8:** Tích phân $\int_0^1 x^{2020}dx$ có kết quả là
- A.** $\frac{1}{2020}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2021}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1 x^{2020}dx = \frac{x^{2021}}{2021} \Big|_0^1 = \frac{1}{2021}$.

- Câu 9:** Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b .



- A.** $a = -4, b = 3$. **B.** $a = 3, b = 4$. **C.** $a = 3, b = -4$. **D.** $a = -4, b = -3$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 10:** Cho số phức $z = 5 - 3i + i^2$. Khi đó môđun của số phức z là

A. $|z| = \sqrt{29}$.

B. $|z| = 3\sqrt{5}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = \sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = 5 - 3i + i^2 = 4 - 3i$. $z = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là

A. $\frac{4^x}{\ln 4} + C$.

B. $4^{x+1} + C$.

C. $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$.

D. $4^x \ln 4 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ nên $\int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C$.

Câu 12: Hình (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$) và trục Ox . Khi quay (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích tính bằng công thức sau

A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

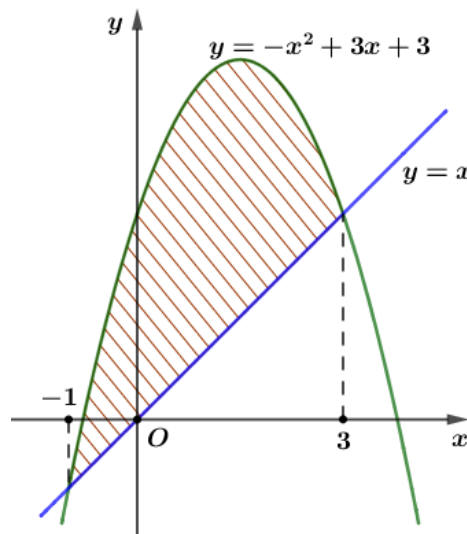
C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $V = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Diện tích hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau bằng



A. $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx$.

B. $S = \int_{-1}^3 (x^2 - 2x - 3) dx$.

C. $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x - 3) dx$.

D. $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 4x + 3) dx$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy $-x^2 + 3x + 3 \geq x, \exists x \in [-1; 3]$ nên ta có diện tích miền phẳng (gạch sọc) là

$$S = \int_{-1}^3 |(-x^2 + 3x + 3) - x| dx = \int_{-1}^3 |-x^2 + 2x + 3| dx = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx.$$

- Câu 14:** Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx$ bằng
- A. 144. B. -144. C. 34. **D. -34.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_2^5 [2 - 4f(x)] dx = 2 \int_2^5 dx - 4 \int_2^5 f(x) dx = 2x \Big|_2^5 - 4 \cdot 10 = -34.$$

- Câu 15:** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Phần thực của số phức $w = 1 - iz + z$ bằng
- A. -1. B. 2. C. -3. **D. 4.**

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1+3i}{1+i} = \frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i+3i-3i^2}{1-i^2} = \frac{4+2i}{2} = 2+i.$$

$$\Rightarrow z = 2-i \Rightarrow w = 1 - iz + z = 1 - 2i + i^2 + 2 - i = 2 - 3i.$$

- Câu 16:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $F(x) = \tan x + C$. B. $F(x) = \cos x + C$.
C. $F(x) = -\tan x + C$. **D. $F(x) = -\cos x + C$.**

Lời giải

Chọn D

$$\int \sin x dx = -\cos x + C.$$

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}$ và điểm $A(-1; 2; 3)$. Phương trình

mặt phẳng qua A và vuông góc với d là

- A. $3x - 4y + 7z - 10 = 0$.** B. $3x - 4y + 7z + 10 = 0$.
C. $2x + 5y - 6z + 10 = 0$. D. $-x + 2y + 3z - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3; -4; 7)$.

Mặt phẳng đi qua $A(-1; 2; 3)$ và vuông góc với d , nhận $\vec{u}_d = (3; -4; 7)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình là: $3(x+1) - 4(y-2) + 7(z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 7z - 10 = 0$.

- Câu 18:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $2z_1 - \bar{z}_2$ có phần ảo bằng
- A. 1. B. 3. C. 7. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 2z_1 - \bar{z}_2 = 2(2 + 3i) - (3 + i) = 1 + 5i.$$

Vậy, số phức $2z_1 - \bar{z}_2$ có phần ảo bằng 5.

Câu 19: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int 5f(x)dx = 5 \int f(x)dx$.

B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$.

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$. **D.** $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng tính chất của nguyên hàm, ta có đáp án B là sai.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;4;-1)$ và $A(0;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 2\sqrt{6}$.

B. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 2\sqrt{6}$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 24$.

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (-2; -2; 4) \Rightarrow IA = |\overrightarrow{IA}| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{24}$.

Mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A nên bán kính của mặt cầu bằng $IA = \sqrt{24}$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-1;-2)$ có phương trình là

A. $3x - y - 2z - 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z + 1 = 0$.

C. $3x - y - 2z + 1 = 0$. **D.** $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình của mặt phẳng (P) qua $A(1;-2;2)$ với véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-1;-2)$ là

$3(x-1) - (y+2) - 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 2z - 1 = 0$.

Câu 22: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x+2}$ trên khoảng $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ là

A. $\ln(3x+2) + C$.

B. $\frac{1}{3} \ln(3x+2) + C$.

C. $-\frac{1}{3(3x+2)^2} + C$.

D. $-\frac{1}{(3x+2)^2} + C$.

Lời giải

Chọn B

Với $x \in \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ thì $3x+2 > 0$, ta có

$\int f(x)dx = \int \frac{1}{3x+2}dx = \frac{1}{3} \ln|3x+2| + C = \frac{1}{3} \ln(3x+2) + C$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(0;-1;2)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-1;-3;1)$.

B. $(-1;-3;-1)$.

C. $(1;-3;1)$.

D. $(-1;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0-1; -1-2; 2-3) = (-1; -3; -1)$.

- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ tại điểm $H(0; -1; 0)$ là
- A.** $-x + y + z + 1 = 0$. **B.** $-x + y - 1 = 0$. **C.** $x - y + z - 1 = 0$. **D.** $-x + y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ có tâm $I(1; -2; 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{IH} = (-1; 1; 0)$.

Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm $H(0; -1; 0)$ là mặt phẳng đi qua $H(0; -1; 0)$ và nhận $\overrightarrow{IH} = (-1; 1; 0)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$-1(x-0) + 1(y+1) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow -x + y + 1 = 0.$$

- Câu 25:** Điểm biểu diễn của số phức $z = (2-i)^2$ là

A. $(3; -4)$. **B.** $(3; 4)$. **C.** $(-3; 4)$. **D.** $(-3; -4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (2-i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 4 - 4i - 1 = 3 - 4i$.

Suy ra điểm biểu diễn của số phức z là $(3; -4)$.

- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(1; 2; -3)$ và $B(2; -1; 1)$ là

A. $(3; 1; -2)$. **B.** $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **C.** $\left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}; -2\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x_I; y_I; z_I)$ là trung điểm của AB khi đó ta có
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{-3+1}{2} = -1 \end{cases}$$

Suy ra $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y - 2z + 21 = 0$. **B.** $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.
C. $5x + 3y - 4z = 0$. **D.** $x + 7y - 2z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+2z-3=0$.

Mặt phẳng $x+y+2z-3=0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;2)$; $\overrightarrow{AB}=(1;3;-5)$.

$\Rightarrow$ vector pháp tuyến của (α) là $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}]=(11;-7;-2)$.

Vậy $(\alpha): 11(x-2)-7(y+1)-2(z-4)=0 \Leftrightarrow 11x-7y-2z-21=0$.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=1-i$. Tính z_1-z_2 .

A. $-2i$.

B. $2i$.

C. 2 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1-z_2=(1+i)-(1-i)=2i$.

Câu 29: Môđun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z=2-i$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

C. 3 .

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$(1+i)z=2-i$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{2-i}{1+i}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$$

$$|z|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}.$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;0;5)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. 4 .

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$d(M, (P))=\frac{|0+2.0+2.5-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{7}{3}.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;0;0)$.

B. $(0;-2;3)$.

C. $(1;0;3)$.

D. $(1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có hình chiếu của $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oyz) có tọa độ là $(0;-2;3)$.

Câu 32: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_2^5 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2 .

B. -2 .

C. 4 .

D. -3 .

Lời giải

Chọn A

$$+ \text{Ta có } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 3 + (-1) = 2.$$

Câu 33: Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 8i$ là

A. $6 + 8i$.

B. $-6 - 8i$.

C. $8 - 6i$.

D. $-6 + 8i$.

Lời giải**Chọn A**Ta có số phức $z = a + bi$ sẽ có số phức liên hợp là $\bar{z} = a - bi$.Do đó số phức liên hợp của $z = 6 - 8i$ là $\bar{z} = 6 + 8i$.**Câu 34:** Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z - (1 + 2i)\bar{z} = 7 - i$. Tìm môđun của z .

A. $|z| = \sqrt{3}$.

B. $|z| = 1$.

C. $|z| = 2$.

D. $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải**Chọn D**Gọi $z = a + bi$ khi đó $\bar{z} = a - bi$.Ta có $(2 + 3i)z - (1 + 2i)\bar{z} = 7 - i$

$$\Leftrightarrow (2 + 3i)(a + bi) - (1 + 2i)(a - bi) = 7 - i$$

$$\Leftrightarrow a - 5b + (a + 3b)i = 7 - i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 5b = 7 \\ a + 3b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Số phức $z = 2 - i$ nên $|z| = \sqrt{5}$.**Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$ và $\Delta': \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = -3 \end{cases}$. Vị trí tươngđối của Δ và Δ' là

A. Δ cắt Δ' .

B. Δ và Δ' chéo nhau.

C. $\Delta // \Delta'$.

D. $\Delta \equiv \Delta'$.

Lời giải**Chọn D**Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}_\Delta = (2; -1; 0)$ và qua $N(1; 2; -3)$, đường thẳng Δ' cóVTCP $\vec{u}_{\Delta'} = (2; -1; 0)$ và qua $M(3; 1; -3)$.Xét $[\vec{u}_\Delta, \vec{u}_{\Delta'}] = \vec{0}$ suy ra Δ và Δ' có thể song song hoặc trùng. (Có thể dùng $\vec{u}_\Delta = \vec{u}_{\Delta'}$.)

$$\text{Thay tọa độ } N(1; 2; -3) \text{ vào } \Delta' \text{ ta được } \begin{cases} 1 = 3 + 2t' \\ 2 = 1 - t' \\ -3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow t' = -1 \text{ hay } N(1; 2; -3) \text{ thuộc } \Delta'.$$

Vậy $\Delta \equiv \Delta'$.**Câu 36:** Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + 2i)z$.

A. -4 .

B. 4 .

C. $4i$.

D. 7 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w = (1 + 2i)z = (1 + 2i)(3 - 2i) = 7 + 4i$.

Suy ra phần ảo của w là 4.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x - 1$ và $f(0) = 1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

- A. 2. B. $-\frac{5}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) = \int f'(x)dx = \int (2x - 1)dx = x^2 - x + C \Rightarrow f(0) = C = 1$.

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1 \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (x^2 - x + 1)dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{6}.$$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc Δ ?

- A. $(2; 3; -1)$. B. $(-1; -4; 3)$. C. $(-1; 1; -2)$. D. $(2; -2; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy với $t = -1$ thay vào đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2(-1) = -1 \\ y = -1 + 3(-1) = -4 \\ z = 2 - (-1) = 3 \end{cases} \Rightarrow M(-1; -4; 3) \in \Delta$.

Câu 39: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{\pi^2}{4}$. D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ quay quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx = \pi \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \pi \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \right) \Big|_0^\pi = \pi \left(\frac{1}{2}\pi - 0 \right) = \frac{\pi^2}{2}.$$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $3x + 2y - z + 1 = 0$ là

- A. $\vec{n}_3 = (3; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (3; -2; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (-2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $3x + 2y - z + 1 = 0$ là $\vec{n}_3 = (3; 2; -1)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1; 2)$ và $B(4; 1; 0)$ là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\overrightarrow{AB}(1; 2; -2)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1; 2)$ và $B(4; 1; 0)$ nhận vectơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ có

phương trình là : $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$.

Câu 42: Biết $\int f(x)dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa, ta có : $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| \leq 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1+i\sqrt{8})z-1$ là hình tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(0; \sqrt{8}), R=3$. **B.** $I(0; \sqrt{8}), R=6$. **C.** $I(-1; \sqrt{8}), R=2$. **D.** $I(0; -\sqrt{8}), R=6$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $w = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$)

Ta có: $w = (1+i\sqrt{8})z-1$ nên $z = \frac{w+1}{1+\sqrt{8}i}$

Vì $|z-1| \leq 2$ nên

$$\left| \frac{w+1}{1+\sqrt{8}i} - 1 \right| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w+1}{1+\sqrt{8}i} - \frac{1+\sqrt{8}i}{1+\sqrt{8}i} \right| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w+\sqrt{8}i}{1+\sqrt{8}i} \right| \leq 2 \Leftrightarrow \frac{|w+\sqrt{8}i|}{|1+\sqrt{8}i|} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow |w+\sqrt{8}i| \leq 2 \cdot |1+\sqrt{8}i| \Leftrightarrow |w+\sqrt{8}i| \leq 6 \Leftrightarrow |a+(b-\sqrt{8})i| \leq 6 \Leftrightarrow a^2 + (b-\sqrt{8})^2 \leq 36$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1+i\sqrt{8})z-1$ là hình tròn có tâm và bán kính lần lượt là: $I(0; \sqrt{8}), R=6$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+9y-9z-123=0$. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) là

A. 96.

B. 144.

C. 120.

D. 124.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu (S) là khoảng cách từ $I(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x+9y-9z-123=0$

$$\text{Nên } R = \frac{|2.1 + 9.(-2) - 9.3 - 123|}{\sqrt{2^2 + 9^2 + (-9)^2}} = \sqrt{166}$$

Do đó phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 166$

$$\text{Ta có } 166 = 3^2 + 6^2 + 11^2 = 6^2 + 7^2 + 9^2 = 2^2 + 9^2 + 9^2$$

Do bộ số $(|x-1|; |y+2|; |z-3|)$ là một hoán vị của bộ ba số $(3; 6; 11)$, có tất cả 6 hoán vị như vậy.

Với mỗi bộ hoán vị $(3; 6; 11)$ cho ta hai giá trị x , hai giá trị y , hai giá trị z tức là có

$2.2.2 = 8$ bộ $(x; y; z)$ là phân biệt nên theo quy tắc nhân có tất cả $6.8 = 48$ điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) .

Tương tự với bộ số $(6; 7; 9)$ cũng có 48 điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) .

Với bộ số $(2; 9; 9)$ chỉ có 3 hoán vị là $(2; 9; 9); (9; 2; 9); (9; 9; 2)$. Và mỗi hoán vị như vậy lại có 8 bộ $(x; y; z)$ là phân biệt nên theo quy tắc nhân có tất cả $3.8 = 24$ điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) .

Vậy có tất cả $48 + 48 + 24 = 120$ điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) .

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $|z+4+i| + |z-4-3i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z+3-7i|$. Khi đó $M^2 + m^2$ bằng

A. 90.

B. $\frac{405}{4}$.

C. 100.

D. $\frac{645}{4}$.

Lời giải

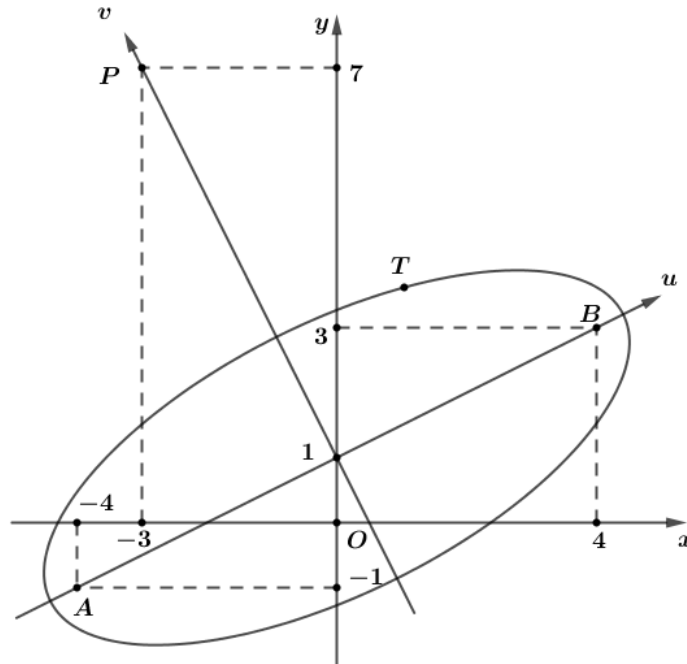
Chọn B

Trong mặt phẳng phức với hệ trục tọa độ Oxy , gọi $T(x; y)$, $A(-4; -1)$, $B(4; 3)$ và $P(-3; 7)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z , $-4-i$, $4+3i$ và $-3+7i$.

Khi đó giả thiết $|z+4+i| + |z-4-3i| = 10$ được viết lại thành $TA + TB = 10$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của TP .

Ta có $AB = 4\sqrt{5}$ nên tập hợp tất cả các điểm T thỏa mãn $TA + TB = 10$ là một đường elip có tiêu cự $2c = 4\sqrt{5}$ và độ dài trục lớn $2a = 10$.

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó $I(0; 1)$, $IP = 3\sqrt{5}$ và $IP \perp AB$ vì $\overrightarrow{IP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.



Chọn lại hệ trục tọa độ mới Iuv với gốc tọa độ là I , tia Iu trùng với tia IB và tia Iv trùng với tia IP . Đối với hệ trục tọa độ Iuv , ta có $I(0;0)$, $A(-2\sqrt{5};0)$, $B(2\sqrt{5};0)$, $P(0;3\sqrt{5})$ và $T(u;v)$.

Elip có $a=5$, $c=2\sqrt{5}$ nên $b=\sqrt{5}$ và phương trình của elip là $\frac{u^2}{25} + \frac{v^2}{5} = 1$.

Ta cần tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $TP = \sqrt{u^2 + (v - 3\sqrt{5})^2}$.

Từ phương trình của elip $\frac{u^2}{25} + \frac{v^2}{5} = 1$, ta đặt $u = 5 \cos t$, $v = \sqrt{5} \sin t$, $t \in [0; 2\pi]$.

Khi đó

$$\begin{aligned} TP &= \sqrt{25 \cos^2 t + 5(\sin t - 3)^2} = \sqrt{25 \cos^2 t + 5 \sin^2 t - 30 \sin t + 45} \\ &= \sqrt{20 \cos^2 t - 30 \sin t + 50} = \sqrt{-20 \sin^2 t - 30 \sin t + 70} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(k) = -2k^2 - 3k + 7$ trên đoạn $[-1; 1]$, ta có bảng biến thiên như sau:

k	-1	$-\frac{3}{4}$	1
$f(k)$	8	$\frac{65}{8}$	2

Từ bảng biến thiên trên, ta được $\sqrt{20} \leq TP = \sqrt{10f(\sin t)} \leq \sqrt{\frac{325}{4}}$. Dễ dàng kiểm tra các dấu

đẳng thức xảy ra nên $M = \sqrt{\frac{325}{4}}$, $m = \sqrt{20}$ và $M^2 + m^2 = \frac{325}{4} + 20 = \frac{405}{4}$.

Câu 46: Cho $F(x) = 4^x$ là một nguyên hàm của hàm số $2^x \cdot f(x)$. Tích phân $\int_0^1 \frac{f'(x)}{\ln^2 2} dx$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 2}$.

B. $-\frac{4}{\ln 2}$.

C. $-\frac{2}{\ln 2}$.

D. $\frac{4}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $F(x) = 4^x$ là một nguyên hàm của hàm số $2^x \cdot f(x)$ nên $2^x \cdot f(x) = F'(x) = 4^x \cdot \ln 4$.

Suy ra $f(x) = 2^x \cdot \ln 4$.

Từ đó $f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 \cdot \ln 4 = 2^{x+1} \cdot \ln 2$.

Vậy $\int_0^1 \frac{f'(x)}{\ln^2 2} dx = \int_0^1 2^{x+1} dx = \frac{2^{x+1}}{\ln 2} \Big|_0^1 = \frac{2}{\ln 2}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và

$(f'(x))^2 + 4(6x^2 - 1) \cdot f(x) = 40x^6 - 44x^4 + 32x^2 - 4, \forall x \in [0;1]$. Tích phân $\int_0^1 xf(x) dx$ bằng

A. $-\frac{13}{15}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{13}{15}$.

D. $-\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy tích phân hai vế của đẳng thức trên đoạn $[0;1]$ có

$$\int_0^1 (f'(x))^2 dx + 4 \int_0^1 (6x^2 - 1)f(x) dx = \int_0^1 (40x^6 - 44x^4 + 32x^2 - 4) dx = \frac{376}{105}$$

Theo công thức tích phân từng phần có

$$\begin{aligned} \int_0^1 (6x^2 - 1)f(x) dx &= \int_0^1 f(x) d(2x^3 - x) = (2x^3 - x)f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 (2x^3 - x)f'(x) dx \\ &= 1 - \int_0^1 (2x^3 - x)f'(x) dx \end{aligned}$$

Thay lại đẳng thức trên ta có

$$\int_0^1 (f'(x))^2 dx + 4 \left(1 - \int_0^1 (2x^3 - x)f'(x) dx \right) = \frac{376}{105} \Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x))^2 dx - 4 \int_0^1 (2x^3 - x)f'(x) dx + \frac{44}{105} = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x))^2 dx - 4 \int_0^1 (2x^3 - x)f'(x) dx + \int_0^1 [2(2x^3 - x)]^2 dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x) - 2(2x^3 - x))^2 dx = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2(2x^3 - x), \forall x \in [0;1] \Rightarrow f(x) = x^4 - x^2 + C$$

Mặt khác $f(1)=1 \Rightarrow C=1 \Rightarrow f(x) = x^4 - x^2 + 1 \Rightarrow \int_0^1 xf(x) dx = \int_0^1 x(x^4 - x^2 + 1) dx = \frac{5}{12}$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y + z - 12 = 0$ và cách $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất là

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$

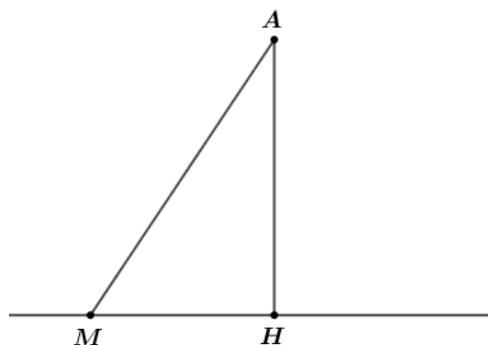
B. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của điểm A xuống đường thẳng Δ . Khi đó $AH \leq AM$. Vậy $d(A, \Delta)$ lớn nhất khi $H \equiv M$, hay $AM \perp \Delta$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (6; -7; 1)$

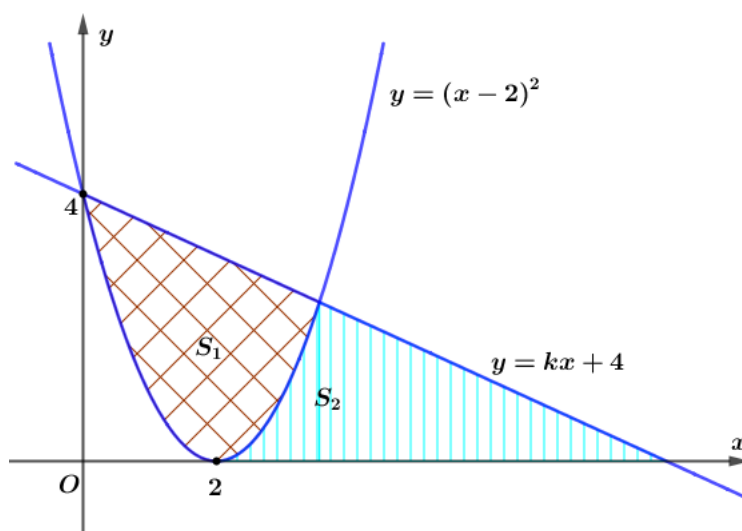
Gọi $\vec{n}_\alpha = (3; -4; 1)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) . Ta có $[\overrightarrow{AM}, \vec{n}_\alpha] = (-3; -3; -3)$

$\begin{cases} AM \perp \Delta \\ \Delta // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \Delta$ nhận $[\overrightarrow{AM}, \vec{n}_\alpha]$ làm một vector chỉ phương.

Hay $\vec{u}_\Delta = (1; 1; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ

Do $M \in \Delta$ nên phương trình Δ là $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 49: Đường thẳng $y = kx + 4$ cắt parabol $y = (x - 2)^2$ tại hai điểm phân biệt và diện tích các hình phẳng S_1, S_2 bằng nhau như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $k \in (-6; -4)$. **B.** $k \in (-2; -1)$. **C.** $k \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. **D.** $k \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Theo hình vẽ ta có $k < 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = kx + 4$ cắt parabol $y = (x - 2)^2$ là:

$$(x - 2)^2 - (kx + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (k + 4)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = k + 4 \end{cases}.$$

+ Đường thẳng $y = kx + 4$ cắt trục hoành tại điểm $x = -\frac{4}{k}$.

Điều kiện $-2 < k < 0$, theo hình vẽ, ta có:

$$S_1 = \int_0^{k+4} (kx + 4 - (x-2)^2) dx = \int_0^{k+4} (-x^2 + (k+4)x) dx.$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{k+4}{2}x^2 \right) \Big|_0^{k+4} = \frac{(k+4)^3}{6}.$$

$$S_2 = \int_2^{k+4} (x-2)^2 dx + \int_{k+4}^{-\frac{4}{k}} (kx+4) dx = \frac{(x-2)^3}{3} \Big|_2^{k+4} + \left(\frac{k}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_{k+4}^{-\frac{4}{k}}$$

$$= \frac{(k+2)^3}{3} + \left(-\frac{8}{k} \right) - \left(\frac{k}{2}(k+4)^2 + 4(k+4) \right).$$

$$= \frac{-k^4 - 12k^3 - 48k^2 - 80k - 48}{6k}.$$

$$\text{Do đó: } S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{(k+4)^3}{6} = \frac{-k^4 - 12k^3 - 48k^2 - 80k - 48}{6k}$$

$$\Leftrightarrow k^4 + 12k^3 + 48k^2 + 72k + 24 = 0 \Leftrightarrow (k^2 + 6k)^2 + 12(k^2 + 6k) + 24 = 0 (*)$$

$$\text{Giải phương trình trên với } t = k^2 + 6k \text{ ta được } \begin{cases} t = -6 + 2\sqrt{3} \\ t = -6 - 2\sqrt{3} \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = -6 + 2\sqrt{3} \Leftrightarrow k^2 + 6k = -6 + 2\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow (k+3)^2 = (3+2\sqrt{3}) \Leftrightarrow \begin{cases} k = \sqrt{3+2\sqrt{3}} - 3 \\ k = -\sqrt{3+2\sqrt{3}} - 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = -6 - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow k^2 + 6k = -6 - 2\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow (k+3)^2 = (3-2\sqrt{3}) \text{ (vô nghiệm)}$$

Tóm lại $k = \sqrt{3+2\sqrt{3}} - 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m + t \end{cases}. \text{ Tổng các giá trị của } m \text{ để } d \text{ cắt } (S) \text{ tại hai điểm phân biệt } A, B \text{ sao cho các}$$

mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau bằng

A. -1.

B. -5.

C. 3.

D. -4.

Lời giải

Chọn B

Do $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ nên tâm của mặt cầu là $I(1; 0; -2)$.

Xét phương trình $(2-t)^2 + t^2 + (m+t)^2 - 2(2-t) + 4(m+t) + 1 = 0$.

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 2(m+1)t + m^2 + 4m + 1 = 0 \quad (1).$$

Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân

$$\text{biệt } t_1, t_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -2m^2 - 10m - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} < m < \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} \quad (2).$$

Khi đó, theo định lý Vi – ét ta có:
$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{2(m+1)}{3} \\ t_1 t_2 = \frac{m^2 + 4m + 1}{3} \end{cases}.$$

Ta có $A(2 - t_1; t_1; m + t_1); B(2 - t_2; t_2; m + t_2)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IA}(1 - t_1; t_1; m + 2 + t_1); \overrightarrow{IB}(1 - t_2; t_2; m + 2 + t_2).$$

Các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (1 - t_1)(1 - t_2) + t_1 t_2 + (m + 2 + t_1)(m + 2 + t_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -4 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện (2)}).$$

Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là -5 .

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 17 (100TN)

Câu 1: Nếu đặt $u = 2x + 1$ thì $\int_0^1 (2x+1)^4 dx$ bằng

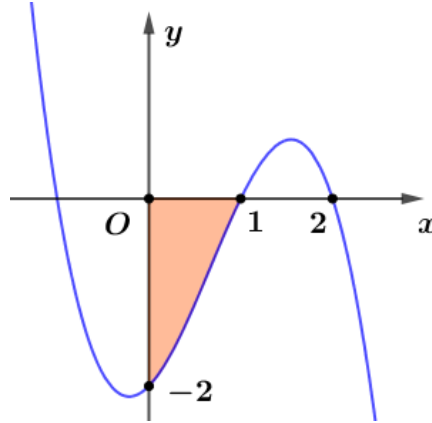
A. $\int_0^1 u^4 du$.

B. $\frac{1}{2} \int_1^3 u^4 du$.

C. $\int_1^3 u^4 du$.

D. $\frac{1}{2} \int_0^1 u^4 du$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần tô đậm bằng



A. $\int_{-2}^1 |f(x)| dx$.

B. $\int_0^1 |f(x)| dx$.

C. $\int_0^2 |f(x)| dx$.

D. $\int_{-1}^0 |f(x)| dx$.

Câu 3: Cho số phức $z = -5 + 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. -5 và -2 .

B. 5 và -2 .

C. 5 và 2 .

D. -5 và 2 .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 0; 1)$, bán kính bằng 3 là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2; -3; 0)$.

B. $\vec{n} = (2; -3; 2)$.

C. $\vec{n} = (2; 3; 2)$.

D. $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Câu 6: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

A. $26 - 15i$.

B. $23 - 6i$.

C. $-14 + 33i$.

D. $7 - 30i$.

Câu 7: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và trục Ox . Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\frac{64\pi}{15}$.

B. $\frac{16\pi}{15}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. $\frac{256\pi}{15}$.

Câu 8: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x^2 + 1)^9$ là

A. $(x^2 + 1)^{10} + C$.

B. $\frac{1}{2}(x^2 + 1)^{10} + C$.

C. $\frac{1}{20}(x^2 + 1)^{10} + C$.

D. $\frac{1}{10}(x^2 + 1)^{10} + C$.

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2$, $y = x$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

A. $\int_{-1}^0 |x^2 + x| dx.$

B. $\int_0^1 |x^2 - x| dx.$

C. $\int_{-1}^0 |x^2 - x| dx.$

D. $\int_0^1 |x^2 + x| dx.$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(2; 1; 0)$ và $C(4; -1; 5)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) có tọa độ là

A. $(11; -21; -4).$

B. $(11; 21; 4).$

C. $(2; 7; 2).$

D. $(-2; 7; -2).$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $M(1; 1; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}.$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}.$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-2}.$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; 1; 4)$ và $N(0; 2; -1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

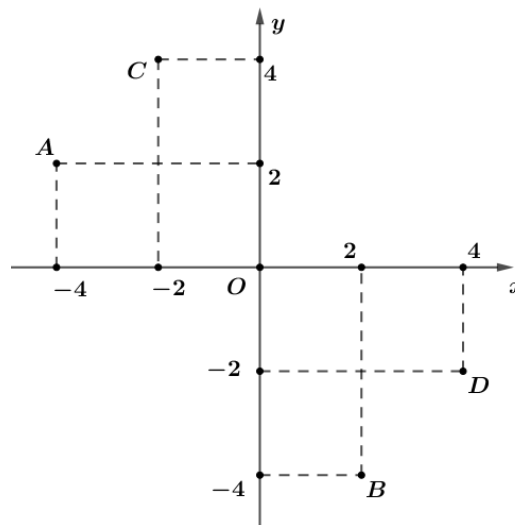
A. $(-3; 1; -5).$

B. $(-1; -1; -1).$

C. $(3; 3; 3).$

D. $(1; 1; 1).$

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , số phức $z = -2 + 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm ở hình vẽ dưới đây?



A. Điểm C .

B. Điểm A .

C. Điểm D .

D. Điểm B .

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 11 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z + 2 = 0$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. 1.

D. 9.

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

A. $(x-1)e^x + C.$

B. $(x+1)e^x + C.$

C. $\frac{xe^x}{2} + C.$

D. $xe^x + C.$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -4; 5)$. Giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 10.

B. -14.

C. 6.

D. 3.

Câu 17: Giá trị thực của x và y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$ là

- A.** $x = \sqrt{2}$ và $y = 2$. **B.** $x = 0$ và $y = 2$.
C. $x = \sqrt{2}$ và $y = -2$. **D.** $x = -\sqrt{2}$ và $y = 2$.

Câu 18: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A.** $\frac{x^4}{4} + C$. **B.** $3x^2 + C$. **C.** $x^4 + C$. **D.** $\frac{x^3}{3} + C$.

Câu 19: Cho hàm số phức $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 7]$ sao cho $\int_1^7 f(x)dx = 2$ và

$$\int_1^7 g(x)dx = -3. \text{ Giá trị của } \int_1^7 [f(x) - g(x)]dx \text{ bằng}$$

- A.** 6. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 20: Biết $\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}}dx = a + be$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + b$ bằng

- A.** 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 21: Phương trình bậc hai nhận hai số phức $2 + 3i$ và $2 - 3i$ làm nghiệm là

- A.** $-z^2 + 4z - 6 = 0$. **B.** $z^2 - 4z + 13 = 0$. **C.** $z^2 + 4z + 13 = 0$. **D.** $2z^2 + 8z + 9 = 0$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -2; 1)$ và $B(0; -2; -1)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

- A.** $(x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 20$. **B.** $(x+2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 20$.
C. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$. **D.** $(x+2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

Câu 23: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$. Giá trị của $3x + y$ bằng

- A.** 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x}$ là

- A.** $x^3 + \ln|x| + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + C$. **C.** $\frac{x^3}{3} + \ln|x| + C$. **D.** $x^3 + 3\ln|x| + C$.

Câu 25: Mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- A.** 5. **B.** 1. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; -1; 1)$ và $N(0; 1; 3)$ là

- A.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 27: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A.** $F(x) = f''(x)$. **B.** $F(x) = f'(x)$. **C.** $F''(x) = f(x)$. **D.** $F'(x) = f(x)$.

- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-3;4;-2)$ và nhận $\vec{n}=(-2;3;-4)$ làm vecto pháp tuyến là
- A. $2x-3y+4z+26=0$. B. $-2x+3y-4z+29=0$.
C. $2x-3y+4z+29=0$. D. $-2x+3y-4z-26=0$.
- Câu 29:** Các nghiệm của phương trình $z^2+4=0$ là
- A. $z=2i; z=-2i$. B. $z=i; z=-i$. C. $z=4i; z=-4i$. D. $z=2; z=-2$.
- Câu 30:** Trong mặt phẳng Oxy , biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+4i|=5$ là một đường tròn. Tọa độ tâm của đường tròn đó là
- A. $(-1;2)$. B. $(-2;4)$. C. $(1;-2)$. D. $(2;-4)$.
- Câu 31:** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{6}x$ và các đường thẳng $y=0, x=1, x=2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng
- A. $\pi \int_1^2 \sqrt{6}x dx$. B. $\pi \int_0^2 6x^2 dx$. C. $\pi \int_0^1 6x^2 dx$. D. $\pi \int_1^2 6x^2 dx$.
- Câu 32:** Giá trị của $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ bằng
- A. e . B. 1 . C. -1 . D. $\frac{1}{e}$.
- Câu 33:** Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $z=2-i$ có tọa độ là
- A. $(2;1)$. B. $(-2;-1)$. C. $(2;-1)$. D. $(-2;1)$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$ cho vector $\vec{a}=(2;m;n)$ và $\vec{b}=(6;-3;4)$ với m,n là các tham số thực. Giá trị của m,n sao cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương là
- A. $m=1; n=\frac{4}{3}$. B. $m=-3; n=4$. C. $m=-1; n=\frac{4}{3}$. D. $m=-1; n=\frac{3}{4}$.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) là
- A. $2x+4y+z-8=0$. B. $x-3y+2z+8=0$.
C. $x-3y+2z-8=0$. D. $2x+4y+z+8=0$.
- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-4=0$ là
- A. $(1;-1;0)$. B. $(1;-1;2)$. C. $(-2;2;0)$. D. $(-1;1;0)$.
- Câu 37:** Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z=-3+2i$. Giá trị $a-b$ bằng
- A. 1 . B. 5 . C. -5 . D. -1 .
- Câu 38:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^x$ và các đường thẳng $y=0, x=0, x=2$ bằng
- A. $\pi \int_0^2 e^x dx$. B. $\int_0^2 e^{2x} dx$. C. $\pi \int_0^2 e^{2x} dx$. D. $\int_0^2 e^x dx$.

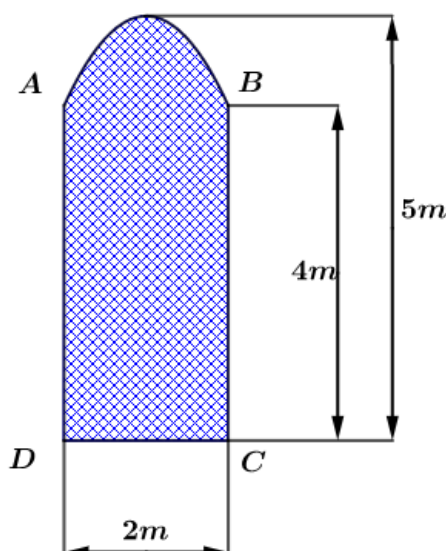
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

- A.** $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 40: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$ bằng

- A.** 9. **B.** -9. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 41: Ông An muốn làm một cánh cửa bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ. Biết rằng đường cong phía trên là một parabol, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật. Giá của cánh cửa sau khi hoàn thành là 900.000 đồng/m². Số tiền mà ông An phải trả để làm cánh cửa đó bằng



- A.** 15.600.000 đồng. **B.** 8.160.000 đồng.
C. 8.400.000 đồng. **D.** 9.600.000 đồng.

Câu 42: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - e^x + 1 - m$ với m là tham số. Biết rằng $F(0) = 2$ và $F(2) = 1 - e^2$. Giá trị của m thuộc khoảng

- A.** (3;5). **B.** (6;8). **C.** (4;6). **D.** (5;7).

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $A(1; -3; 1)$ qua đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{3} \text{ có tọa độ là:}$$

- A.** $(-10; -6; 10)$. **B.** $(4; 9; -6)$. **C.** $(-4; -9; 6)$. **D.** $(10; 6; -10)$.

Câu 44: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(1-2x)$ và $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $F(x) = \cos(1-2x) + 1$.
- B.** $F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}$.

- C.** $F(x) = -\frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{3}{2}$.
- D.** $F(x) = \cos(1-2x)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$, $d': \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = -1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x - y - z = 0$. Biết rằng đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) , cắt các đường thẳng d, d' lần lượt tại M và N sao cho $MN = \sqrt{2}$ (điểm M không trùng với gốc tọa độ O). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -\frac{4}{7} + 3t \\ y = \frac{4}{7} + 8t \\ z = -\frac{8}{7} - 5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{1}{7} + 3t \\ y = -\frac{4}{7} + 8t \\ z = -\frac{3}{7} - 5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -\frac{1}{7} + 3t \\ y = \frac{4}{7} + 8t \\ z = \frac{3}{7} - 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{4}{7} + 3t \\ y = -\frac{4}{7} + 8t \\ z = -\frac{8}{7} - 5t \end{cases}$.

Câu 46: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 150 - 10t$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc vật chuyển động chậm dần đều. Trong 4 giây trước khi dừng hẳn, vật di chuyển được một quãng đường bằng

A. 150 m. **B.** 100 m. **C.** 520 m. **D.** 80 m.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1)$ và $A'(1;1;-1)$. Giá trị của $\cos(\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{B'D'})$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, thỏa mãn $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - f'(x) \right)$, $\forall x \in (0; +\infty)$ và $f(4) = \frac{4}{3}$.

Giá trị của $\int_1^4 (x^2 - 1)f'(x)dx$ bằng

A. $-\frac{263}{15}$. **B.** $\frac{457}{30}$. **C.** $-\frac{263}{30}$. **D.** $\frac{457}{15}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-6)^2 = 56$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$. Biết rằng đường thẳng Δ cắt (S) tại điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ với $x_0 > 0$.

Giá trị của $y_0 + z_0 - 2x_0$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 9. **D.** 30.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)dx = 2020$. Giá trị của $\int_0^2 xf(x^2)dx$ bằng

A. 1010. **B.** 2019. **C.** 1008. **D.** 4040.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Nếu đặt $u = 2x + 1$ thì $\int_0^1 (2x + 1)^4 dx$ bằng

A. $\int_0^1 u^4 du$.

B. $\frac{1}{2} \int_1^3 u^4 du$.

C. $\int_1^3 u^4 du$.

D. $\frac{1}{2} \int_0^1 u^4 du$.

Lời giải

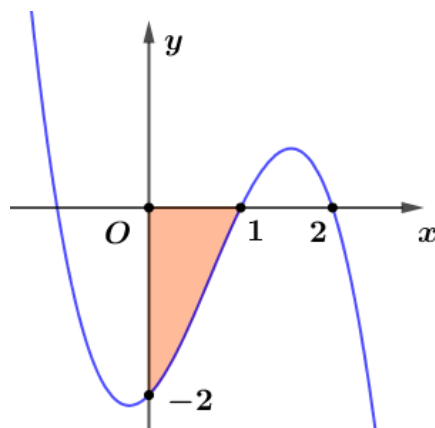
Chọn B

Đặt $u = 2x + 1 \Rightarrow du = 2dx$.

Khi $x = 0 \Rightarrow u = 1$ và $x = 1 \Rightarrow u = 3$.

Khi đó $\int_0^1 (2x + 1)^4 dx = \frac{1}{2} \int_1^3 u^4 du$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần tô đậm bằng



A. $\int_{-2}^1 |f(x)| dx$.

B. $\int_0^1 |f(x)| dx$.

C. $\int_0^2 |f(x)| dx$.

D. $\int_{-1}^0 |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích phần tô đậm bằng $S = \int_0^1 |f(x)| dx$.

Câu 3: Cho số phức $z = -5 + 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. -5 và -2 .

B. 5 và -2 .

C. 5 và 2 .

D. -5 và 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = -5 + 2i \Rightarrow \bar{z} = -5 - 2i$.

Do đó số phức $\bar{z}$ có phần thực và phần ảo lần lượt là -5 và -2 .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 0; 1)$, bán kính bằng 3 là

A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$.

B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3$.

D. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu tâm $I(-1; 0; 1)$, bán kính bằng 3 có phương trình là $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$.

- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là
- A.** $\vec{n} = (2; -3; 0)$. **B.** $\vec{n} = (2; -3; 2)$. **C.** $\vec{n} = (2; 3; 2)$. **D.** $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 2 = 0$.

Suy ra mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 0; -3)$

- Câu 6:** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng
- A.** $26 - 15i$. **B.** $23 - 6i$. **C.** $-14 + 33i$. **D.** $7 - 30i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3z_1 - 4z_2 = 3(5 - 6i) - 4(2 + 3i) = 7 - 30i$.

- Câu 7:** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và trục Ox . Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng
- A.** $\frac{64\pi}{15}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và trục Ox :

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay là $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

- Câu 8:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x^2 + 1)^9$ là
- A.** $(x^2 + 1)^{10} + C$. **B.** $\frac{1}{2}(x^2 + 1)^{10} + C$. **C.** $\frac{1}{20}(x^2 + 1)^{10} + C$. **D.** $\frac{1}{10}(x^2 + 1)^{10} + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int x(x^2 + 1)^9 dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 1)^9 d(x^2 + 1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} (x^2 + 1)^{10} + C = \frac{1}{20} (x^2 + 1)^{10} + C.$$

- Câu 9:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2$, $y = x$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

A. $\int_{-1}^0 |x^2 + x| dx$. **B.** $\int_0^1 |x^2 - x| dx$. **C.** $\int_{-1}^0 |x^2 - x| dx$. **D.** $\int_0^1 |x^2 + x| dx$.

Lời giải

Chọn B

Sử dụng công thức tính diện tích hình phẳng, ta có diện tích cần tìm bằng $\int_0^1 |x^2 - x| dx$.

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(2; 1; 0)$ và $C(4; -1; 5)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) có tọa độ là

A. $(11; -21; -4)$.

B. $(11; 21; 4)$.

C. $(2; 7; 2)$.

D. $(-2; 7; -2)$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\overrightarrow{AB}(3; -1; -3)$, $\overrightarrow{AC}(5; -3; 2)$, $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-11; -21; -4)$.

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AB}, [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AC}$$

$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

Các vector pháp tuyến khác đều cùng phương với vector $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]$.

Xét các phương án trên, chỉ có phương án B là vector $(11; 21; 4)$ thỏa mãn.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $M(1; 1; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

Lời giải**Chọn A**

Mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$ có 1 VTPT là $\vec{n} = (1; -1; -1)$

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow d$ nhận $\vec{n} = (1; -1; -1)$ làm VTCP

Suy ra đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; 1; 4)$ và $N(0; 2; -1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

A. $(-3; 1; -5)$.

B. $(-1; -1; -1)$.

C. $(3; 3; 3)$.

D. $(1; 1; 1)$.

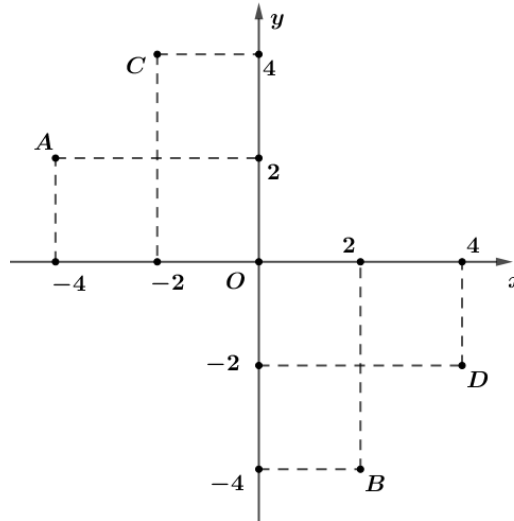
Lời giải**Chọn D**

Ta có tọa độ $M(3; 1; 4)$, $N(0; 2; -1)$ và $O(0; 0; 0)$

$$\text{Trọng tâm } G \text{ của tam giác } OMN \text{ có tọa độ thỏa } \begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_O}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_O}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_M + z_N + z_O}{3} = 1 \end{cases}$$

Suy ra $G(1; 1; 1)$

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , số phức $z = -2 + 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm ở hình vẽ dưới đây?



A. Điểm C .

B. Điểm A .

C. Điểm D .

D. Điểm B .

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = -2 + 4i$ được biểu diễn bởi điểm có tọa độ là $(-2; 4)$, tức là điểm C trên hình vẽ.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 11 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z + 2 = 0$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. 1.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \neq \frac{11}{2} \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

Lấy $M(-11; 0; 0) \in (P)$.

Khi đó: $d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|-11 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3$.

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

A. $(x-1)e^x + C$.

B. $(x+1)e^x + C$.

C. $\frac{xe^x}{2} + C$.

D. $xe^x + C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$.

Khi đó $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C = (x-1)e^x + C$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -4; 5)$. Giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 10.

B. -14.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3) \cdot 0 + 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 5 = 6$.

Câu 17: Giá trị thực của x và y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$ là

- A.** $x = \sqrt{2}$ và $y = 2$. **B.** $x = 0$ và $y = 2$.
C. $x = \sqrt{2}$ và $y = -2$. **D.** $x = -\sqrt{2}$ và $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } x^2 - 1 + yi = -1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Câu 18: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A.** $\frac{x^4}{4} + C$. **B.** $3x^2 + C$. **C.** $x^4 + C$. **D.** $\frac{x^3}{3} + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C.$$

Câu 19: Cho hàm số phức $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 7]$ sao cho $\int_1^7 f(x) dx = 2$ và

$$\int_1^7 g(x) dx = -3. \text{ Giá trị của } \int_1^7 [f(x) - g(x)] dx \text{ bằng}$$

- A.** 6. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

$$\int_1^7 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^7 f(x) dx - \int_1^7 g(x) dx = 2 - (-3) = 5.$$

Câu 20: Biết $\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}} dx = a + be$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + b$ bằng

- A.** 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 3x - 1 \\ dv = e^{\frac{x}{2}} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 3dx \\ v = 2e^{\frac{x}{2}} \end{cases}$$

$$\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}} dx = 2(3x-1)e^{\frac{x}{2}} \Big|_0^2 - \int_0^2 6e^{\frac{x}{2}} dx = 10e + 2 - 12e^{\frac{x}{2}} \Big|_0^2 = 10e + 2 - 12e + 12 = 14 - 2e.$$

Suy ra $a = 14, b = -2$. Vậy $a + b = 12$.

Câu 21: Phương trình bậc hai nhận hai số phức $2 + 3i$ và $2 - 3i$ làm nghiệm là

- A.** $-z^2 + 4z - 6 = 0$. **B.** $z^2 - 4z + 13 = 0$. **C.** $z^2 + 4z + 13 = 0$. **D.** $2z^2 + 8z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét đáp án A: } -z^2 + 4z - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 - i\sqrt{2} \\ z = 2 + i\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Xét đáp án B: } z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 - 3i \\ z = 2 + 3i \end{cases}$$

$$\text{Xét đáp án C: } z^2 + 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 - 3i \\ z = -2 + 3i \end{cases}$$

$$\text{Xét đáp án D: } 2z^2 + 8z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 - \frac{i}{\sqrt{2}} \\ z = -2 + \frac{i}{\sqrt{2}} \end{cases}.$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -2; 1)$ và $B(0; -2; -1)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 20$.

B. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 20$.

C. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.

D. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có đường kính AB nhận trung điểm $I(2; -2; 0)$ của AB là tâm và bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \sqrt{5} \text{ có phương trình là: } (x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5.$$

Câu 23: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$. Giá trị của $3x + y$ bằng

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$z + 2\bar{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow x + yi + 2(x - yi) = 2 - 4i$$

$$\Leftrightarrow 3x - yi = 2 - 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ -y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ -y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } 3x + y = 3 \cdot \frac{2}{3} + 4 = 6.$$

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x}$ là

A. $x^3 + \ln|x| + C$.

B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + C$.

C. $\frac{x^3}{3} + \ln|x| + C$.

D. $x^3 + 3\ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \left(x^2 + \frac{3}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + C.$$

Câu 25: Mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 7.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; -1; 1)$ và $N(0; 1; 3)$ là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\overrightarrow{NM} = (2; -2; -1)$, đường thẳng MN nhận $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{NM} = (1; -1; -1)$ là một véc-tơ chỉ

phương và đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Câu 27: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F(x) = f''(x)$. **B.** $F(x) = f'(x)$. **C.** $F''(x) = f(x)$. **D.** $F'(x) = f(x)$.

Lời giải**Chọn D**

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-3; 4; -2)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 3; -4)$ làm vectơ pháp tuyến là

A. $2x - 3y + 4z + 26 = 0$. **B.** $-2x + 3y - 4z + 29 = 0$.
C. $2x - 3y + 4z + 29 = 0$. **D.** $-2x + 3y - 4z - 26 = 0$.

Lời giải**Chọn D**

Mặt phẳng đi qua điểm $A(-3; 4; -2)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 3; -4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $-2(x + 3) + 3(y - 4) - 4(z + 2) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y - 4z - 26 = 0$.

Câu 29: Các nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$ là

A. $z = 2i; z = -2i$. **B.** $z = i; z = -i$. **C.** $z = 4i; z = -4i$. **D.** $z = 2; z = -2$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z^2 = -4 \Leftrightarrow z^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2i \\ z = 2i \end{cases}$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 4i| = 5$ là một đường tròn. Tọa độ tâm của đường tròn đó là

A. $(-1; 2)$. **B.** $(-2; 4)$. **C.** $(1; -2)$. **D.** $(2; -4)$.

Lời giải**Chọn D**

Gọi số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z - 2 + 4i = x - 2 + (y + 4)i$.

Ta có: $|z - 2 + 4i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = 5 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$.

Do đó tâm đường tròn là $I(2; -4)$.

Câu 31: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{6}x$ và các đường thẳng $y = 0, x = 1, x = 2$.
Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

- A.** $\pi \int_1^2 \sqrt{6}x dx$. **B.** $\pi \int_0^2 6x^2 dx$. **C.** $\pi \int_0^1 6x^2 dx$. **D.** $\pi \int_1^2 6x^2 dx$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \pi \int_1^2 (\sqrt{6}x)^2 dx = \pi \int_1^2 6x^2 dx$.

Câu 32: Giá trị của $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ bằng

- A.** e . **B.** 1 . **C.** -1 . **D.** $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln|x| \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1$.

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - i$ có tọa độ là

- A.** $(2; 1)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(2; -1)$. **D.** $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$z = 2 - i$ có phần thực là 2 , phần ảo là -1 .

Ta có điểm biểu diễn số phức $z = 2 - i$ có tọa độ là $(2; -1)$.

Câu 34: Trong không gian Oxyz cho vector $\vec{a} = (2; m; n)$ và $\vec{b} = (6; -3; 4)$ với m, n là các tham số thực.

Giá trị của m, n sao cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương là

- A.** $m = 1; n = \frac{4}{3}$. **B.** $m = -3; n = 4$. **C.** $m = -1; n = \frac{4}{3}$. **D.** $m = -1; n = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{2}{6} = \frac{m}{-3} = \frac{n}{4}$.

$$\frac{2}{6} = \frac{m}{-3} \Leftrightarrow 6m = -6 \Leftrightarrow m = -1.$$

$$\frac{2}{6} = \frac{n}{4} \Leftrightarrow 6n = 8 \Leftrightarrow n = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

Câu 35: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2; 4; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) là

- A.** $2x + 4y + z - 8 = 0$. **B.** $x - 3y + 2z + 8 = 0$.
C. $x - 3y + 2z - 8 = 0$. **D.** $2x + 4y + z + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$

Mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) là

$$1(x-2) - 3(y-4) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 2z + 8 = 0.$$

- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4 = 0$ là
A. $(1; -1; 0)$. **B.** $(1; -1; 2)$. **C.** $(-2; 2; 0)$. **D.** $(-1; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4 = 0$ nên tọa độ tâm của mặt cầu là $(1; -1; 0)$.

- Câu 37:** Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = -3 + 2i$. Giá trị $a - b$ bằng
A. 1. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = -3 + 2i$, có phần thực $a = -3$, phần ảo $b = 2$. Do đó $a - b = -3 - 2 = -5$.

- Câu 38:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = 2$ bằng
A. $\pi \int_0^2 e^x dx$. **B.** $\int_0^2 e^{2x} dx$. **C.** $\pi \int_0^2 e^{2x} dx$. **D.** $\int_0^2 e^x dx$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $e^x > 0, \forall x \in [0; 2]$.

Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = 2$ là $S = \int_0^2 e^x dx$.

- Câu 39:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng
A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$ có tâm $I(1; -1; 3)$, bán kính $R = 3$ và

$$d(I, (Oyz)) = |x_I| = 1. \text{ Do đó bán kính đường tròn giao tuyến là } r = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}.$$

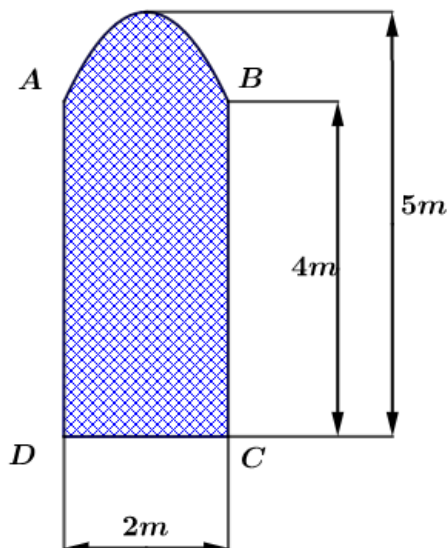
- Câu 40:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$ bằng
A. 9. **B.** -9. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ nên $z_1 + z_2 = 2; z_1 z_2 = 5$. Do đó $z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2 = (z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2 = 2^2 - 5 = -1$.

Câu 41: Ông An muốn làm một cánh cửa bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ. Biết rằng đường cong phía trên là một parabol, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật. Giá của cánh cửa sau khi hoàn thành là 900.000 đồng/m². Số tiền mà ông An phải trả để làm cánh cửa đó bằng



- A. 15.600.000 đồng. B. 8.160.000 đồng.
C. 8.400.000 đồng. D. 9.600.000 đồng.

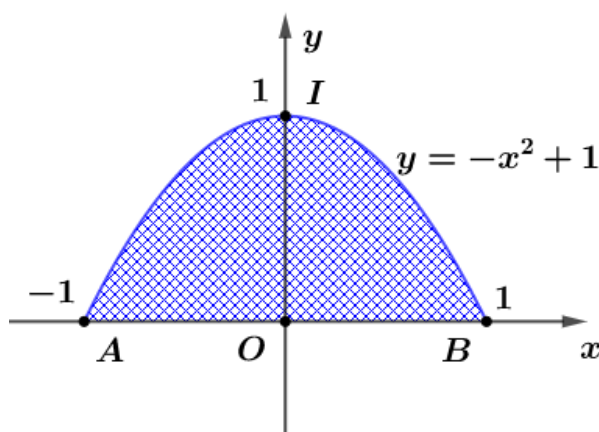
Lời giải

Chọn C

Diện tích phần hình chữ nhật $ABCD$ là $S_1 = 2.4 = 8 \text{ m}^2$.

Xét phần diện tích giới hạn bởi parabol và đoạn AB

Dựng hệ tọa độ Oxy với O là trung điểm của đoạn AB , đỉnh I của parabol nằm trên tia Oy , khi đó ta có $I(0;1)$, $A(-1;0)$, $B(1;0)$.



Parabol có trục đối xứng Oy và cắt Oy tại $I(0;1)$ nên có phương trình dạng: $y = ax^2 + 1, (a \neq 0)$.

Parabol qua $B(1;0)$ nên ta có phương trình: $a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -1$.

Do đó phương trình của parabol là: $y = -x^2 + 1$.

Diện tích phần giới hạn bởi parabol với đoạn AB là:

$$S_2 = \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{3} (m^2).$$

Diện tích toàn bộ phần cánh cửa là $S = S_1 + S_2 = 8 + \frac{4}{3} = \frac{28}{3} (m^2).$

Số tiền ông An phải trả bằng $\frac{28}{3} \cdot 9000000 = 8400000$ (đồng).

Câu 42: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - e^x + 1 - m$ với m là tham số. Biết rằng $F(0) = 2$ và $F(2) = 1 - e^2$. Giá trị của m thuộc khoảng

A. $(3; 5)$.

B. $(6; 8)$.

C. $(4; 6)$.

D. $(5; 7)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 - e^x + 1 - m) dx = x^3 - e^x + x - mx + C$.

Tồn tại C_0 để $F(x) = x^3 - e^x + x - mx + C_0$.

Lại có $F(0) = 2, F(2) = 1 - e^2$ nên ta có hệ:
$$\begin{cases} -1 + C_0 = 2 \\ 10 - e^2 - 2m + C_0 = 1 - e^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_0 = 3 \\ m = 6 \end{cases}.$$

Vậy m thuộc khoảng $(5; 7)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $A(1; -3; 1)$ qua đường thẳng

$d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{3}$ có tọa độ là:

A. $(-10; -6; 10)$.

B. $(4; 9; -6)$.

C. $(-4; -9; 6)$.

D. $(10; 6; -10)$.

Lời giải

Chọn B

+) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d . Khi đó, (P) nhận vector chỉ phương $\vec{u}(-1; 2; 3)$ của d làm vector pháp tuyến. Do đó, phương trình mặt phẳng (P) là:

$$-1(x-1) + 2(y+3) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 3z + 4 = 0.$$

+) Phương trình tham số của d :
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}.$$

+) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d , suy ra $H = d \cap (P)$ có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = -1 + 3t \\ -x + 2y + 3z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 3 \\ z = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{5}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right).$$

+) Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d . Suy ra, H là trung điểm của AA' nên A' có tọa độ

$$\text{là: } \begin{cases} x = 2 \cdot \frac{5}{2} - 1 = 4 \\ y = 2 \cdot 3 + 3 = 9 \\ z = -2 \cdot \frac{5}{2} - 1 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \\ z = -6 \end{cases}.$$

Vậy $A'(4; 9; -6)$.

Câu 44: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(1-2x)$ và $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F(x) = \cos(1-2x) + 1$.

B. $F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{3}{2}$.

D. $F(x) = \cos(1-2x)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $F(x) = \int \sin(1-2x) dx = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + C$.

Vì $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ nên $\frac{1}{2} \cos(0) + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$, $d': \begin{cases} x = -1-2t \\ y = t \\ z = -1-t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x - y - z = 0$. Biết rằng đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) , cắt các đường thẳng d, d' lần lượt tại M và N sao cho $MN = \sqrt{2}$ (điểm M không trùng với gốc tọa độ O). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -\frac{4}{7} + 3t \\ y = \frac{4}{7} + 8t \\ z = -\frac{8}{7} - 5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{1}{7} + 3t \\ y = -\frac{4}{7} + 8t \\ z = -\frac{3}{7} - 5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -\frac{1}{7} + 3t \\ y = \frac{4}{7} + 8t \\ z = \frac{3}{7} - 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{4}{7} + 3t \\ y = -\frac{4}{7} + 8t \\ z = -\frac{8}{7} - 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi điểm $M(t; t; -2t) \in d$, $N(-1-2t'; t'; -1-t') \in d'$.

Đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (-1-2t'-t; t'-t; -1-t'+2t)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; -1)$

Do $\Delta // (P)$ nên $\vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow t + t' = 0 \Leftrightarrow t = -t'$ và $M \notin (P)$ hay $t \neq 0$.

Mặt khác $MN = \sqrt{2} \Leftrightarrow (-1-2t'-t)^2 + (t'-t)^2 + (-1-t'+2t)^2 = 2$ (*)

Thay $t' = -t$ vào (*) ta được: $(1-t)^2 + 4t^2 + (3t-1)^2 = 2 \Leftrightarrow t = \frac{4}{7}$ (do $t \neq 0$)

Từ đó tìm được hai điểm $M\left(\frac{4}{7}; \frac{4}{7}; -\frac{8}{7}\right), N\left(\frac{1}{7}; -\frac{4}{7}; -\frac{3}{7}\right)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $N\left(\frac{1}{7}; -\frac{4}{7}; -\frac{3}{7}\right)$ và có vector chỉ phương

$$\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{3}{7}; -\frac{8}{7}; \frac{5}{7}\right) = -\frac{1}{7}(3; 8; -5) \text{ là: } \begin{cases} x = \frac{1}{7} + 3t \\ y = -\frac{4}{7} + 8t \\ z = -\frac{3}{7} - 5t \end{cases}$$

Câu 46: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 150 - 10t$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc vật chuyển động chậm dần đều. Trong 4 giây trước khi dừng hẳn, vật di chuyển được một quãng đường bằng

- A.** 150 m. **B.** 100 m. **C.** 520 m. **D.** 80 m.

Lời giải

Chọn D

Tại thời điểm vật dừng hẳn ta có: $v(t) = 0 \Leftrightarrow 150 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 15$

Do vậy trong 4 giây trước khi dừng hẳn, vật di chuyển được một quãng đường bằng

$$S = \int_{11}^{15} (150 - 10t) dt = 80 \text{ m.}$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1)$ và $A'(1;1;-1)$. Giá trị của $\cos(\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{B'D'})$ bằng

- A.** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 0), \overrightarrow{AA'} = (0; 1; -2), \overrightarrow{BD} = (-1; -2; -1).$$

Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = (1; 1; -1)$.

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD} \text{ nên } \cos(\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{B'D'}) = \frac{\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{B'D'}}{|\overrightarrow{AC'}| \cdot |\overrightarrow{B'D'}|} = \frac{-2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = \frac{-\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, thỏa mãn $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - f'(x) \right), \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(4) = \frac{4}{3}$.

Giá trị của $\int_1^4 (x^2 - 1) f'(x) dx$ bằng

- A.** $-\frac{263}{15}$. **B.** $\frac{457}{30}$. **C.** $-\frac{263}{30}$. **D.** $\frac{457}{15}$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có

$$\forall x \in (0; +\infty): f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - f'(x) \right) \Leftrightarrow f(x) + xf'(x) = x + \sqrt{x} \Leftrightarrow (xf(x))' = x + \sqrt{x}.$$

Do đó $xf(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + C$. Thay $x = 4$ và áp dụng giả thiết $f(4) = \frac{4}{3} \Rightarrow C = -8$.

Vậy $xf(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 8$.

Với $\begin{cases} u = x^2 - 1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = f(x) \end{cases}$, áp dụng công thức tích phân từng phần ta có:

$$I = \int_1^4 (x^2 - 1) f'(x) dx = (x^2 - 1) f(x) \Big|_1^4 - 2 \int_1^4 xf(x) dx = 20 - 2 \int_1^4 \left(\frac{x^2}{2} + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 8 \right) dx.$$

$$I = 20 - 2 \left(\frac{x^3}{6} \Big|_1^4 + \frac{4}{15} \sqrt{x^5} \Big|_1^4 - 8x \Big|_1^4 \right) = \frac{457}{15}.$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-6)^2 = 56$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$. Biết rằng đường thẳng Δ cắt (S) tại điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ với $x_0 > 0$.

Giá trị của $y_0 + z_0 - 2x_0$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 9.

D. 30.

Lời giải

Chọn A

Vì $A \in \Delta$ nên $\exists t \in \mathbb{R}: A(1+2t; -1+3t; 5+t)$. Do A có hoành độ dương nên $t > -\frac{1}{2}$.

Vì $A \in (S)$ nên $(2t-2)^2 + (3t-3)^2 + (t-1)^2 = 56 \Leftrightarrow 14t^2 - 28t - 42 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 3 \end{cases}.$$

Với $t = 3 \Rightarrow A(7; 8; 8)$ hay $x_0 = 7, y_0 = 8; z_0 = 8 \Rightarrow y_0 + z_0 - 2x_0 = 2$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x) dx = 2020$. Giá trị của $\int_0^2 xf(x^2) dx$ bằng

A. 1010.

B. 2019.

C. 1008.

D. 4040.

Lời giải

Chọn A

Xét $I = \int_0^2 xf(x^2) dx$. Đặt $t = x^2$ được $dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{dt}{2}$.

Khi $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow t = 4$.

$$\Rightarrow I = \int_0^4 f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = 1010$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 18 (100TN)

- Câu 1:** Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$ nghịch biến trên những khoảng nào?
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(1; 2)$.
- Câu 2:** Cho số phức $z = 2 - 5i$. Phần thực và phần ảo của số phức liên hợp $\bar{z}$ là
A. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng 5. **B.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-5i$.
C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $5i$. **D.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -5 .
- Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$ là
A. $d(M; (P)) = 1$. **B.** $d(M; (P)) = \frac{1}{3}$. **C.** $d(M; (P)) = 3$. **D.** $d(M; (P)) = \frac{11}{3}$.
- Câu 4:** Cho hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. (C) có tiệm cận ngang là $y = -1$. **B.** (C) có tiệm cận ngang là $y = -2$.
C. (C) có hai tiệm cận. **D.** (C) có tiệm cận đứng.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?
A. $\vec{n} = (2; 1; 3)$. **B.** $\vec{n} = (-4; 2; -6)$. **C.** $\vec{n} = (2; 1; -3)$. **D.** $\vec{n} = (-2; 1; 3)$.
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
A. $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$. **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 7:** Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?
A. $z = 3 + 2i$. **B.** $z = -3 + 2i$. **C.** $z = -3 - 2i$. **D.** $z = 3 - 2i$.
- Câu 8:** Đạo hàm của hàm số $y = 2^{\sin x}$ là:
A. $y' = -\cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$. **B.** $y' = \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$. **C.** $y' = 2^{\sin x} \cdot \ln 2$. **D.** $y' = \frac{\cos x \cdot 2^{\sin x}}{\ln 2}$.
- Câu 9:** Cho khối nón đỉnh S có độ dài đường sinh là a , góc giữa đường sinh và mặt đáy là 60° . Thể tích khối nón là:
A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{3\pi a^3}{8}$.
- Câu 10:** Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 1$ là:
A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2 = 0$, $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Góc giữa (P) và (Q) là
A. 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 120° .

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 0$ là

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 13: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $\int f(x) dx = F(x) + C$. **B.** $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$. **D.** $\left(x \int f(x) dx\right)' = f'(x)$.

Câu 14: Trên $\mathbb{C}$ phương trình $\frac{2}{z-1} = 1+i$ có nghiệm là:

- A.** $z = 2-i$. **B.** $z = 1-2i$. **C.** $z = 1+2i$. **D.** $z = 2+i$.

Câu 15: Nguyên hàm $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ bằng

- A.** $\sqrt{1-x} + C$. **B.** $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$. **C.** $-2\sqrt{1-x} + C$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$.

Câu 16: Phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): x-y-z+2=0$ là

- A.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1-2t \\ z = 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 2t \\ z = -1-3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1-2t \\ z = 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1-3t \\ y = 1+2t \\ z = t \end{cases}$

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và trên $[0;1]$ ta có $f(1)-f(0)=2$. Tích phân

$$I = \int_0^1 f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A.** $I = 0$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = -1$. **D.** $I = 1$.

Câu 18: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{5}$.

Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy là 60° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A.** $15a^3\sqrt{5}$. **B.** $5a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{5a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $15a^3\sqrt{3}$.

Câu 19: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;-2;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;6)$ có phương trình

- A.** $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{6}$. **B.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{6}$.
C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{6}$. **D.** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{4}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;3;-6)$ và bán kính $R=4$ có phương trình là

- A.** $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+6)^2 = 4$. **B.** $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+6)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-6)^2 = 16.$

D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-6)^2 = 4.$

Câu 21: Nếu $\int_0^m (2x-1)dx = 2$ thì m có giá trị là

A. $\begin{cases} m=1 \\ m=2. \end{cases}$

B. $\begin{cases} m=-1 \\ m=-2. \end{cases}$

C. $\begin{cases} m=-1 \\ m=2. \end{cases}$

D. $\begin{cases} m=1 \\ m=-2. \end{cases}$

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$ và $x=b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

A. $V = \int_a^b S(x)dx.$ **B.** $V = \pi \int_a^b S(x)dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx.$ **D.** $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx.$

Câu 23: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$ và có gia tốc $a(t) = \frac{3}{t+1}(m/s^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là $6(m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau 10 giây là bao nhiêu?

A. $3 \ln 11 - 6.$

B. $3 \ln 6 + 6.$

C. $2 \ln 11 + 6.$

D. $3 \ln 11 + 6.$

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \max_{x \in \mathbb{R}} f(x)$.

B. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1 \in \mathbb{R}$ sao cho $f(x_0) < f(x_1)$.

C. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \min_{x \in \mathbb{R}} f(x)$.

D. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) < f(x_1)$.

Câu 25: Mô-đun của số phức $z = (2-3i)(1+i)^4$ là

A. $|z| = 4\sqrt{13}.$

B. $|z| = \sqrt{31}.$

C. $|z| = 208.$

D. $|z| = \sqrt{13}.$

Câu 26: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và thỏa mãn $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = e^{2x}.$

B. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}.$

C. $F(x) = 2e^{2x} - 1.$

D. $F(x) = e^x.$

Câu 27: Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

C. (C) không cắt trục hoành.

D. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

Câu 28: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i| = |2-3i-z|$ là

- A.** Đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. **B.** Đường thẳng có phương trình $x + 2y + 1 = 0$.
- C.** Đường thẳng có phương trình $x - 2y - 3 = 0$. **D.** Đường elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$.
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , $AB = a\sqrt{5}$, $AC = a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là
- A.** a^3 . **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 30:** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là
- A.** $y = -3x - 2$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $y = -2x + 1$. **D.** $y = 3x - 2$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A.** $x - y - z + 1 = 0$. **B.** $x - y - 1 = 0$. **C.** $x + y - z - 1 = 0$. **D.** $x + y - 3 = 0$.
- Câu 32:** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?
- A.** abc . **B.** $\frac{1}{2}abc$. **C.** $\frac{1}{3}abc$. **D.** $3abc$.
- Câu 33:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$. Biết $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC) là
- A.** $h = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $h = 2a\sqrt{2}$. **D.** $h = a\sqrt{3}$.
- Câu 34:** Giả sử ta có hệ thức $a^2 + 4b^2 = 5ab$ ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây đúng?
- A.** $2\log_3(a + 2b) = \log_3 a + \log_3 b$. **B.** $2\log_3 \frac{a + 2b}{2} = \log_3 a + 2\log_3 b$.
- C.** $\log_3 \frac{a + 2b}{3} = 2(\log_3 a + \log_3 b)$. **D.** $2\log_3 \frac{a + 2b}{3} = \log_3 a + \log_3 b$.
- Câu 35:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng
- A.** 36π . **B.** 12π . **C.** 24π . **D.** 48π .
- Câu 36:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) là
- A.** $A_1(1; 2; 0)$. **B.** $A_1(1; 0; 3)$. **C.** $A_1(0; 2; 3)$. **D.** $A_1(1; 0; 0)$.
- Câu 37:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(4; 1; 1)$. Độ dài đường cao OH của tam giác OAB là

A. $\sqrt{\frac{86}{19}}$.

B. $\sqrt{\frac{19}{86}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{19}}$.

D. $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{86}{19}}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u} = (-1; 0; 2)$, $\vec{v} = (4; 0; -1)$?

A. $\vec{w} = (1; 7; 1)$.

B. $\vec{w} = (-1; 7; -1)$.

C. $\vec{w} = (0; 7; 1)$.

D. $\vec{w} = (0; -1; 0)$.

Câu 39: Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(1) = 1$ và $\int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{3}$.

Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx$ bằng:

A. $I = \frac{4}{3}$.

B. $I = \frac{2}{3}$.

C. $I = \frac{1}{3}$.

D. $I = -\frac{2}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) tâm $I(1; -3; 3)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(2; 0; 1)$, bán kính $r = 2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

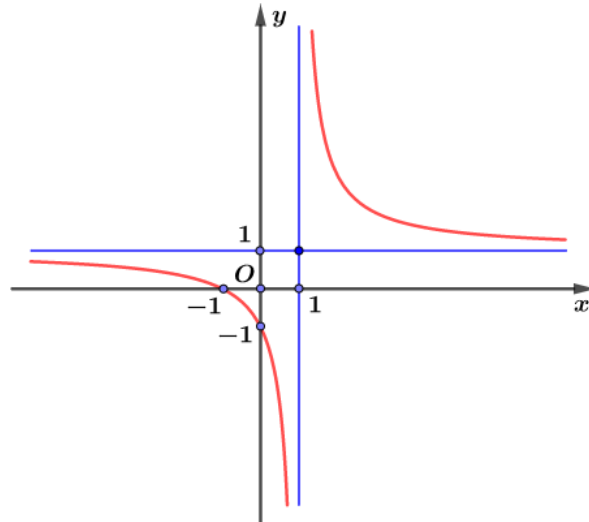
A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 18$.

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 4$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 18$.

Câu 41: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^3 - 3x + 2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - my - z + 7 = 0$ và $(Q): 6x + 5y - 2z - 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau khi m bằng

A. $m = \frac{-5}{2}$.

B. $m = \frac{5}{2}$.

C. $m = -30$.

D. $m = 4$.

Câu 43: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = 4 - |x|$ và trục hoành là

A. 0.

B. 16.

C. 8.

D. 4.

Câu 44: Phương trình mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 2 = 0$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ là
A. $3x + y - z + 3 = 0$. **B.** $x + y + z - 1 = 0$. **C.** $x - y + z - 3 = 0$. **D.** $2x + y - z + 3 = 0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có phương trình là:
A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$.

Câu 46: Nếu $\int_2^3 \frac{x+2}{2x^2-3x+1} dx = a \ln 5 + b \ln 3 + 3 \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Q}$) thì giá trị của $P = 2a - b$ là:
A. $P = 7$. **B.** $P = -\frac{15}{2}$. **C.** $P = \frac{15}{2}$. **D.** $P = 1$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Đường thẳng đi qua M cắt và vuông góc với d có phương trình là
A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ **D.** $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Cho biết $f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt là:
A. $0 < m < e$. **B.** $1 < m < e$. **C.** $m > e$. **D.** $0 < m \leq 1$.

Câu 49: Cho biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và giả sử $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Khi đó $a + b$ bằng
A. $a + b = 14$. **B.** $a + b = 13$. **C.** $a + b = 16$. **D.** $a + b = 11$.

Câu 50: Cho $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 5} - \frac{x^2}{4} + x$. Gọi $M = \max_{x \in [0; 3]} f(x); m = \min_{x \in [0; 3]} f(x)$. Khi đó $M - m$ bằng:
A. 1. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{9}{5}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$ nghịch biến trên những khoảng nào?

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3 \Rightarrow y' = 6x^2 - 18x + 12$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ y = 7 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	8	7	$+\infty$	

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 2: Cho số phức $z = 2 - 5i$. Phần thực và phần ảo của số phức liên hợp $\bar{z}$ là

- A.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng 5. **B.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-5i$.
C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $5i$. **D.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -5 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = 2 - 5i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 5i$.

Phần thực của $\bar{z}$ là 2, phần ảo của $\bar{z}$ là 5.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$ là

- A.** $d(M; (P)) = 1$. **B.** $d(M; (P)) = \frac{1}{3}$. **C.** $d(M; (P)) = 3$. **D.** $d(M; (P)) = \frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } d(M; (P)) = \frac{|1 + 4 + 6 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** (C) có tiệm cận ngang là $y = -1$. **B.** (C) có tiệm cận ngang là $y = -2$.
C. (C) có hai tiệm cận. **D.** (C) có tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \Rightarrow (C)$ có tiệm cận ngang $y = -2$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty \Rightarrow (C)$ có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

- A.** $\vec{n} = (2; 1; 3)$. **B.** $\vec{n} = (-4; 2; -6)$. **C.** $\vec{n} = (2; 1; -3)$. **D.** $\vec{n} = (-2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

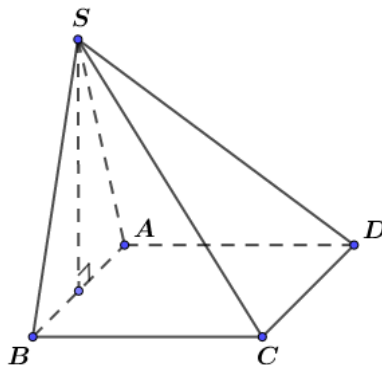
Theo giả thiết ta thấy mặt phẳng có một vectơ pháp tuyến là $(2; -1; 3)$, do đó $(-4; 2; -6)$ cũng là một vectơ pháp tuyến.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A.** $V_{S.ABCD} = a^3 \sqrt{3}$. **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AB . Khi đó AH là đường cao của tam giác đều SAB , nên $SH \perp AB$.

Ta có $(SAB) \perp (ABCD)$

$(SAB) \cap (ABCD) = AB$

$SH \perp AB$

Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là a^2 .

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A.** $z = 3 + 2i$. **B.** $z = -3 + 2i$. **C.** $z = -3 - 2i$. **D.** $z = 3 - 2i$.

Lời giải

Chọn B

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 2i$.

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{\sin x}$ là:

A. $y' = -\cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$. **B.** $y' = \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$. **C.** $y' = 2^{\sin x} \cdot \ln 2$. **D.** $y' = \frac{\cos x \cdot 2^{\sin x}}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

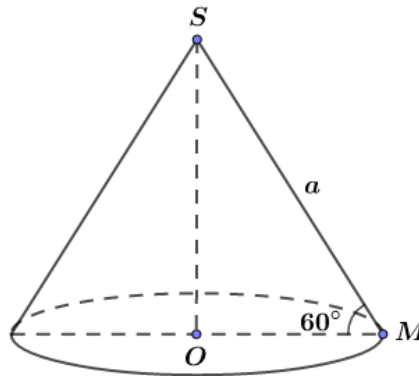
Ta có: $y' = (2^{\sin x})' = (\sin x)' \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2 = \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$.

Câu 9: Cho khối nón đỉnh S có độ dài đường sinh là a , góc giữa đường sinh và mặt đáy là 60° . Thể tích khối nón là:

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{3\pi a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi SM là một đường sinh, O là tâm đường tròn đáy ta có OM là hình chiếu của SM trên mặt phẳng đáy nên góc giữa đường sinh OM và mặt đáy là $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Trong tam giác SOM vuông tại M ta có: $OM = \frac{SM}{2} = \frac{a}{2}$, $SO = SM \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \pi \cdot OM^2 \cdot SO = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Câu 10: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 1$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x^2-2x+1} = 1 \Leftrightarrow 2^{x^2-2x+1} = 2^0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2 = 0$, $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Góc giữa (P) và (Q) là

A. 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 120° .

Lời giải

Chọn A

$(P): x - 2y - z + 2 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; -1)$.

$(Q): 2x - y + z + 1 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}| \cdot |\vec{n_2}|} = \frac{|1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-1) + (-1) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}$$

Suy ra góc giữa (P) và (Q) là 60° .

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 0$ là

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2^0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 0$ là $(0; 1)$.

Câu 13: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $\int f(x) dx = F(x) + C$. **B.** $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$. **D.** $\left(x \int f(x) dx\right)' = f'(x)$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa nguyên hàm ta có: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x)$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên K là $\int f(x) dx = F(x) + C$ nên đáp án A, B, C đúng.

Đáp án D sai vì $\left(x \int f(x) dx\right)' = [x \cdot (F(x) + C)]' = xf(x) + F(x) + C \neq f'(x)$.

Câu 14: Trên $\mathbb{C}$ phương trình $\frac{2}{z-1} = 1+i$ có nghiệm là:

- A.** $z = 2-i$. **B.** $z = 1-2i$. **C.** $z = 1+2i$. **D.** $z = 2+i$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{2}{z-1} = 1+i \Leftrightarrow \frac{z-1}{2} = \frac{2}{1+i} \Leftrightarrow \frac{z-1}{2} = \frac{1-i}{2} \Leftrightarrow z-1 = 1-i \Leftrightarrow z = 2-i.$$

Câu 15: Nguyên hàm $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ bằng

- A.** $\sqrt{1-x} + C$. **B.** $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$. **C.** $-2\sqrt{1-x} + C$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{1-x} \Rightarrow t^2 = 1-x \Rightarrow 2tdt = -dx \Rightarrow dx = -2tdt$.

$$\text{Ta có: } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = \int \frac{-2tdt}{t} = -2 \int dt = -2t + C = -2\sqrt{t} + C = -2\sqrt{1-x} + C$$

Câu 16: Phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): x-y-z+2=0$ là

- A.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1-2t \\ z = 3t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 2t \\ z = -1-3t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1-2t \\ z = 3t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1-3t \\ y = 1+2t \\ z = t. \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

♦ $(\alpha): x+2y+z-1=0 \Rightarrow$ vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = (1; 2; 1)$.

$(\beta): x-y-z+2=0 \Rightarrow$ vector pháp tuyến của mặt phẳng (β) là: $\vec{n}_\beta = (1; -1; -1)$

Ta có: $\Delta = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (-1; 2; -3) \Rightarrow$ loại đáp án B, C, D (1).

♦ Xét đáp án A: $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1-2t \\ z = 3t. \end{cases}$

$\Rightarrow M_0 = (-1; 1; 0) \in \Delta$ và vector chỉ phương của (Δ) là: $\vec{u}'_\Delta = (1; -2; 3)$

♦ $\vec{u}'_\Delta = -\vec{u}_\Delta \Rightarrow \vec{u}'_\Delta$ cùng phương với $\vec{u}_\Delta$ (1).

♦ $M_0 = (-1; 1; 0) \in (\alpha); M_0 = (-1; 1; 0) \in (\beta) \Rightarrow M_0$ giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) (2).

♦ Từ (1) và (2): $\Delta: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 1-2t \\ z = 3t \end{cases}$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và trên $[0;1]$ ta có $f(1)-f(0)=2$. Tích phân

$$I = \int_0^1 f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A.** $I = 0$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = -1$. **D.** $I = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0) = 2$.

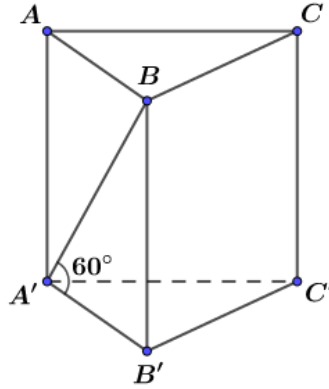
Câu 18: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{5}$.

Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy là 60° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A.** $15a^3\sqrt{5}$. **B.** $5a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{5a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $15a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



- Xác định góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy là 60° .

$A'B'$ là hình chiếu vuông góc của $A'B$ lên mặt phẳng $(A'B'C')$.

Do đó góc giữa $A'B$ và mặt đáy bằng góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $A'B'$, và bằng góc $BA'B'$. Theo bài ta có: $\angle BA'B' = 60^\circ$

- Tam giác $A'BB'$ vuông tại B' , $A'B' = AB = a\sqrt{5}$, $\angle BA'B' = 60^\circ$.

$$\Rightarrow BB' = A'B' \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a\sqrt{5} \cdot a\sqrt{5} = \frac{5a^2}{2}.$$

$$- V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{15} \cdot \frac{5a^2}{2} = \frac{5\sqrt{15}a^3}{2}.$$

Câu 19: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; -2; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 6)$ có phương trình

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{6}$. **B.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{6}$.

C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{6}$. **D.** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua điểm $A(3; -2; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 6)$ có phương trình:

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{6}.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 3; -6)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+6)^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+6)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-6)^2 = 16$.

D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-6)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) tâm $I(2; 3; -6)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+6)^2 = 16.$$

Câu 21: Nếu $\int_0^m (2x-1)dx = 2$ thì m có giá trị là

A. $\begin{cases} m=1 \\ m=2. \end{cases}$

B. $\begin{cases} m=-1 \\ m=-2. \end{cases}$

C. $\begin{cases} m=-1 \\ m=2. \end{cases}$

D. $\begin{cases} m=1 \\ m=-2. \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^m (2x-1)dx = 2 \Leftrightarrow (x^2 - x)\Big|_0^m = 2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-1 \end{cases}$.

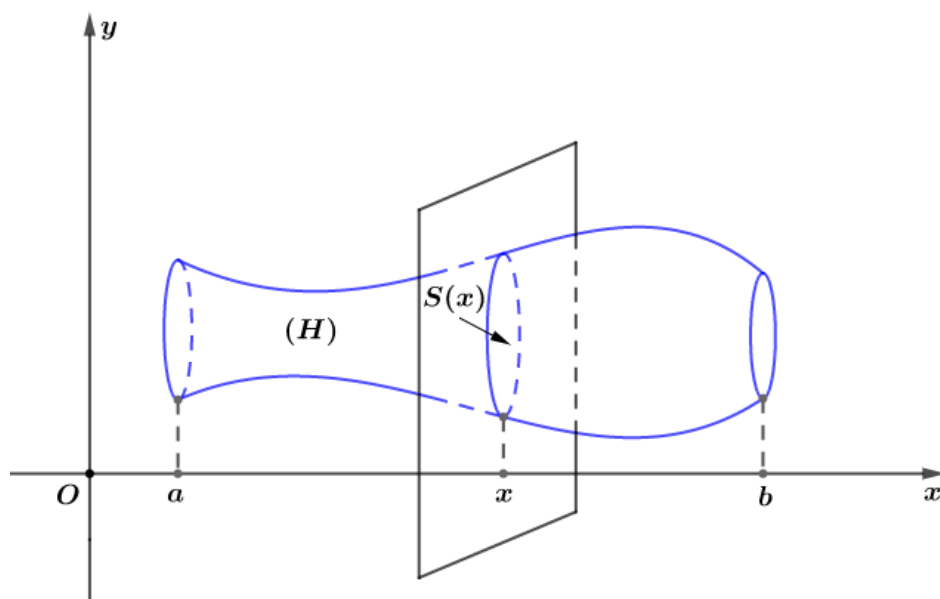
Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$ và $x=b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

A. $V = \int_a^b S(x)dx.$ **B.** $V = \pi \int_a^b S(x)dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx.$ **D.** $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx.$

Lời giải

Chọn A



Diện tích hình (H) được tính theo công thức $V = \int_a^b S(x)dx.$

Câu 23: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$ và có gia tốc $a(t) = \frac{3}{t+1}(m/s^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là $6(m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau 10 giây là bao nhiêu?

A. $3\ln 11 - 6.$

B. $3\ln 6 + 6.$

C. $2\ln 11 + 6.$

D. $3\ln 11 + 6.$

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$v(t) = \int a(t)dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3\ln|t+1| + C$$

$$v(0) = 6 \Rightarrow 3\ln 1 + C = 6 \Rightarrow C = 6$$

$$\Rightarrow v(10) = 3\ln 11 + 6$$

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \max_{x \in \mathbb{R}} f(x)$.

B. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1 \in \mathbb{R}$ sao cho $f(x_0) < f(x_1)$.

C. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \min_{x \in \mathbb{R}} f(x)$.

D. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) < f(x_1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 25: Mô-đun của số phức $z = (2-3i)(1+i)^4$ là

A. $|z| = 4\sqrt{13}$.

B. $|z| = \sqrt{31}$.

C. $|z| = 208$.

D. $|z| = \sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z = (2-3i)(1+i)^4 = (2-3i)[(1+i)^2]^2 = (2-3i)(2i)^2 = (2-3i)(-4) \Leftrightarrow z = -8+12i.$$

$$\text{Vậy: } |z| = \sqrt{(-8)^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}.$$

Câu 26: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và thỏa mãn $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = e^{2x}$.

B. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = 2e^{2x} - 1$.

D. $F(x) = e^x$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int f(x)dx = \int e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

$$\text{Vì } F(0) = 1 \text{ nên } \frac{1}{2}e^0 + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}.$$

Câu 27: Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

C. (C) không cắt trục hoành.

D. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành:

$$(x-2)(x^2+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x^2+1=0 \end{cases} (L) \Leftrightarrow x=2.$$

Phương trình trên chỉ có 1 nghiệm nên đồ thị (C) chỉ cắt trục hoành tại 1 điểm. **Chọn A**

Câu 28: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|2-3i-z|$ là

- A.** Đường tròn có phương trình $x^2+y^2=4$. **B.** Đường thẳng có phương trình $x+2y+1=0$.
C. Đường thẳng có phương trình $x-2y-3=0$. **D.** Đường elip có phương trình $x^2+4y^2=4$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử số phức z có dạng $z=x+yi$; $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo đề bài, ta có: $|z-i|=|2-3i-z| \Leftrightarrow |x+yi-i|=|2-3i-x-yi|$

$$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(2-x)^2+(-3-y)^2 \Leftrightarrow x-2y-3=0.$$

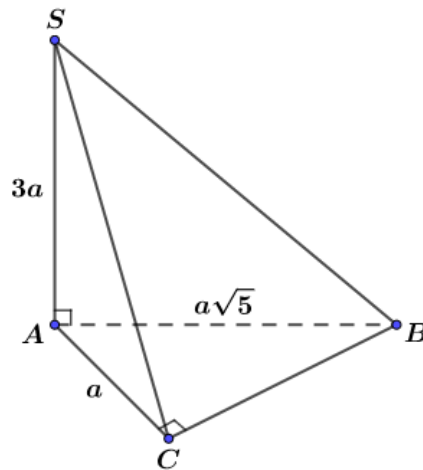
Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x-2y-3=0$. **Chọn C**

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , $AB=a\sqrt{5}$, $AC=a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A.** a^3 . **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông tại C nên $CB=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{(a\sqrt{5})^2-a^2}=2a$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\triangle ABC}=\frac{1}{3}.3a.\frac{1}{2}.a.2a=a^3$.

Câu 30: Cho hàm số $y=-x^3+3x-2$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

- A.** $y=-3x-2$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-2x+1$. **D.** $y=3x-2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là giao điểm của đồ thị (C) và trục tung thì $M(0;-2)$.

Ta có $y' = -3x^2 + 3, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y'(0) = 3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(0; -2)$ là

$$y = y'(0)(x - 0) - 2 \Leftrightarrow y = 3x - 2$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3x - 2$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A.** $x - y - z + 1 = 0$. **B.** $x - y - 1 = 0$. **C.** $x + y - z - 1 = 0$. **D.** $x + y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm AB , ta có $I(2; 1; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua điểm $I(2; 1; 2)$ và có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$. Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

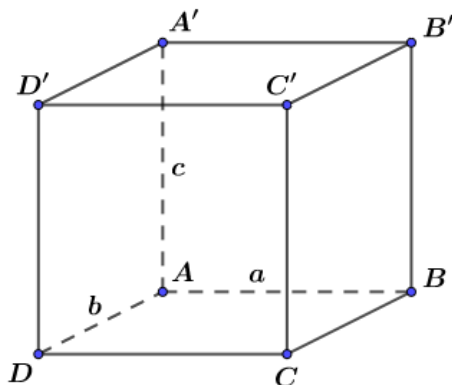
$$2(x - 2) - 2(y - 1) + 0(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0.$$

Câu 32: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

- A.** abc . **B.** $\frac{1}{2}abc$. **C.** $\frac{1}{3}abc$. **D.** $3abc$.

Lời giải

Chọn A



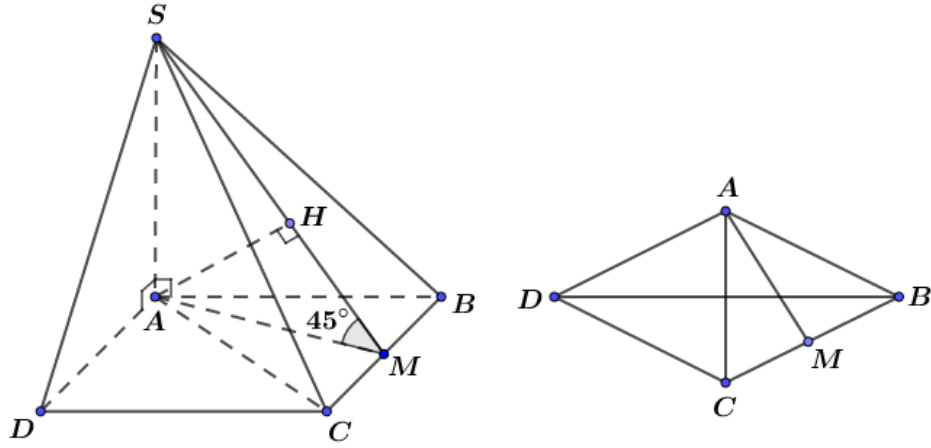
Thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = abc$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$. Biết $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC) là

- A.** $h = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $h = 2a\sqrt{2}$. **D.** $h = a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy nên ta suy ra $SA \perp (ABCD)$.

$ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD} = 120^\circ$ suy ra tam giác ABC là tam giác đều.

Gọi M là trung điểm của BC . Suy ra $AM \perp BC$ và $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 3a$.

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SMA}$ và bằng 45° . Vì thế tam giác SAM vuông cân tại.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM . Suy ra $AH \perp (SBC)$.

Vì vậy $d(A, (SBC)) = AH = h$.

Trong tam giác SAM ta có: $AH = \frac{1}{2}SM = \frac{1}{2}AM\sqrt{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34: Giả sử ta có hệ thức $a^2 + 4b^2 = 5ab$ ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $2\log_3(a+2b) = \log_3 a + \log_3 b$.

B. $2\log_3 \frac{a+2b}{2} = \log_3 a + 2\log_3 b$.

C. $\log_3 \frac{a+2b}{3} = 2(\log_3 a + \log_3 b)$.

D. $2\log_3 \frac{a+2b}{3} = \log_3 a + \log_3 b$.

Lời giải

Chọn D

Đề cho $a^2 + 4b^2 = 5ab$ ($a, b > 0$).

$$\Leftrightarrow (a+2b)^2 - 4ab = 5ab \Leftrightarrow (a+2b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+2b}{3}\right)^2 = ab$$

Lấy logarit cơ số 3 hai vế ta được: $\log_3 \left(\frac{a+2b}{3}\right)^2 = \log_3 ab$

$$\Leftrightarrow 2\log_3 \left(\frac{a+2b}{3}\right) = \log_3 a + \log_3 b.$$

Câu 35: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 36π .

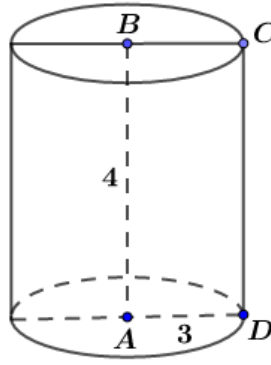
B. 12π .

C. 24π .

D. 48π .

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{LT} = \pi r^2 h = 36\pi$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) là

- A.** $A_1(1;2;0)$. **B.** $A_1(1;0;3)$. **C.** $A_1(0;2;3)$. **D.** $A_1(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oyz)

Nên có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = \vec{i} = (1;0;0)$

$$\text{Ta có } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Do } \begin{cases} A_1 \in d \\ A_1 \in (Oyz): x = 0 \end{cases}, \text{ nên } A_1(0;2;3).$$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(4;1;1)$. Độ dài đường cao OH của tam giác OAB là

- A.** $\sqrt{\frac{86}{19}}$. **B.** $\sqrt{\frac{19}{86}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{19}}$. **D.** $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{86}{19}}$.

Lời giải

Chọn A

Cần nhớ: Trong không gian $Oxyz$ thì diện tích tam giác ABC được tính bởi công thức

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right|$$

Áp dụng:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = (1;-2;0), \overrightarrow{OB} = (4;1;1) \text{ và } AB = \sqrt{(4-1)^2 + (1-(-2))^2 + (1-0)^2} = \sqrt{19}.$$

$$\text{Suy ra } [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-2;-1;9) \Rightarrow \left| [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \right| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 9^2} = \sqrt{86}.$$

$$\text{Vậy } S_{OAB} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \right| = \frac{\sqrt{86}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } S_{OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} OH \cdot \sqrt{19} = \frac{\sqrt{86}}{2} \Rightarrow OH = \sqrt{\frac{86}{19}}.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u} = (-1; 0; 2)$, $\vec{v} = (4; 0; -1)$?

- A.** $\vec{w} = (1; 7; 1)$. **B.** $\vec{w} = (-1; 7; -1)$. **C.** $\vec{w} = (0; 7; 1)$. **D.** $\vec{w} = (0; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Cần nhớ: Cho 2 vectơ không cùng phương $\vec{u}$ và $\vec{v}$, vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$ được gọi là tích có hướng của 2 vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ và $[\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{u}, [\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{v}$.

Áp dụng:

Với $\vec{u} = (-1; 0; 2)$, $\vec{v} = (4; 0; -1)$, ta có $[\vec{u}, \vec{v}] = (0; 7; 0) = -7(0; -1; 0)$

Chọn vectơ $\vec{w} = (0; -1; 0)$ cùng phương với $[\vec{u}, \vec{v}]$, suy ra $\vec{w} \perp \vec{u}$ và $\vec{w} \perp \vec{v}$.

Câu 39: Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(1) = 1$ và $\int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{3}$.

Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx$ bằng:

- A.** $I = \frac{4}{3}$. **B.** $I = \frac{2}{3}$. **C.** $I = \frac{1}{3}$. **D.** $I = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x \cdot f'(\sin x) dx$

Đặt $\begin{cases} u = \sin x \\ dv = \cos x f'(\sin x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \cos x dx \\ v = f(\sin x) \end{cases}$

Vậy $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x \cdot f'(\sin x) dx = 2[\sin x \cdot f(\sin x)]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx = 2f(1) - 2J$

Xét $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx$

Đặt $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$

Với $x = 0 \Rightarrow u = 0; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$

Vậy $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx = \int_0^1 f(u) du = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3}$

Suy ra $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx = 2f(1) - 2J = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) tâm $I(1; -3; 3)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(2; 0; 1)$, bán kính $r = 2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 4.$

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 18.$

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 4.$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 18.$

Lời giải

Chọn B

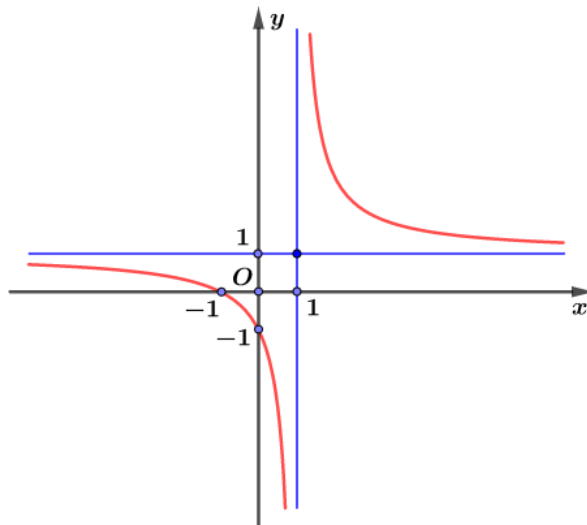
Ta có $IH = |\vec{IH}| = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$

Bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{r^2 + IH^2} = \sqrt{4+14} = 3\sqrt{2}$

Vậy PT mặt cầu (S) tâm $I(1;-3;3)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là:

$(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 18.$

Câu 41: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^3 - 3x + 2.$

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$

C. $y = \frac{x+1}{x-1}.$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}.$

Lời giải

Chọn C

+) Dựa vào hình dạng của đồ thị, loại phương án A và **B.**

+) Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ nên loại phương án D, chọn phương án **C.**

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - my - z + 7 = 0$ và $(Q): 6x + 5y - 2z - 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau khi m bằng

A. $m = \frac{-5}{2}.$

B. $m = \frac{5}{2}.$

C. $m = -30.$

D. $m = 4.$

Lời giải

Chọn A

+) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau khi và chỉ khi

$\frac{3}{6} = \frac{-m}{5} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{7}{-4} \Rightarrow m = -\frac{5}{2}.$

Câu 43: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = 4 - |x|$ và trục hoành là

A. 0.

B. 16.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = 4 - |x|$ và trục hoành:

$$4 - |x| = 0 \Leftrightarrow |x| = 4 \Leftrightarrow x = \pm 4$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = 4 - |x|$ và trục hoành là

$$S = \int_{-4}^4 |4 - |x|| dx = 16.$$

Câu 44: Phương trình mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 2 = 0$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ là

A. $3x + y - z + 3 = 0$. **B.** $x + y + z - 1 = 0$. **C.** $x - y + z - 3 = 0$. **D.** $2x + y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng cần viết phương trình.

$(P) \perp (\alpha) \Rightarrow$ giá của $\vec{n}_{(\alpha)}$ song song với (P) .

(P) chứa đường thẳng (d) nên giá của $\vec{u}_d$ song song với (P) .

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}; \vec{u}_d] = (1; 1; 1).$$

Lấy điểm $M(0; -1; 2) \in d \Rightarrow M \in (P)$

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M có vpt $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1)$ là:

$$1(x - 0) + 1(y + 1) + 1(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 1 = 0.$$

Do đó **Chọn B**

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(2; -3; 6)$ làm véc tơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng đó là $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

Câu 46: Nếu $\int_2^3 \frac{x+2}{2x^2-3x+1} dx = a \ln 5 + b \ln 3 + 3 \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Q}$) thì giá trị của $P = 2a - b$ là:

A. $P = 7$. **B.** $P = -\frac{15}{2}$. **C.** $P = \frac{15}{2}$. **D.** $P = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_2^3 \frac{x+2}{2x^2-3x+1} dx = \int_2^3 \frac{x+2}{(x-1)(2x-1)} dx = \int_2^3 \left(\frac{3}{x-1} - \frac{5}{2x-1} \right) dx$

$$= 3 \ln|x-1| \Big|_2^3 - \frac{5}{2} \ln|2x-1| \Big|_2^3 = 3(\ln 2 - \ln 1) - \frac{5}{2}(\ln 5 - \ln 3)$$

$$= -\frac{5}{2} \ln 5 + \frac{5}{2} \ln 3 + 3 \ln 2.$$

$$\Rightarrow a = -\frac{5}{2}; b = \frac{5}{2}.$$

Vậy $2a - b = 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) - \frac{5}{2} = -\frac{15}{2}.$

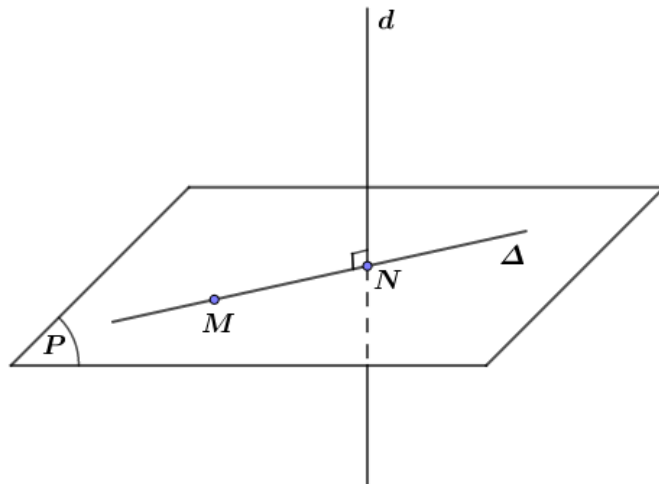
Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t. \end{cases} \text{ Đường thẳng đi qua } M \text{ cắt và vuông góc với } d \text{ có phương trình là}$$

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}.$ **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}.$ **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ **D.** $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}.$

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và vuông góc với d .

Khi đó $\vec{u}_d = (3; 1; 1)$ là VTPT của (P)

Nên phương trình của (P) là $3(x-0) + 1(y-2) + 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + z - 2 = 0$

Gọi N là giao điểm của (P) và (d) .

$$\text{Khi đó tọa độ của } N \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \\ 3x + y + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = -2 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow N(1; 1; -2).$$

Vậy đường thẳng Δ là đường thẳng đi qua hai điểm M và N là $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}.$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Cho biết

$f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$

có hai nghiệm thực phân biệt là:

A. $0 < m < e$.

B. $1 < m < e$.

C. $m > e$.

D. $0 < m \leq 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (2 - 2x) dx$$

$$\Leftrightarrow \ln|f(x)| = 2x - x^2 + C \quad (1)$$

$$\text{Do } f(x) > 0 \text{ nên } (1) \Leftrightarrow \ln f(x) = 2x - x^2 + C \Leftrightarrow f(x) = e^{-x^2+2x+C}$$

$$\text{Bài ra } f(0) = 1 \Leftrightarrow e^C = 1 \Leftrightarrow C = 0$$

$$\text{Do đó } f(x) = e^{-x^2+2x}$$

$$\text{Xét phương trình } f(x) = m \Leftrightarrow e^{-x^2+2x} = m \quad (2)$$

Để (2) có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $f(x) = e^{-x^2+2x}$ tại 2 điểm phân biệt

$$\text{Xét hàm số } f(x) = e^{-x^2+2x} \Rightarrow f'(x) = (-2x+2) \cdot e^{-x^2+2x}$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		0	
y		e	
	0		0

Từ BBT $\Rightarrow 0 < m < e$.

Câu 49: Cho biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và giả sử

$$x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b}) \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Khi đó } a + b \text{ bằng}$$

A. $a + b = 14$.

B. $a + b = 13$.

C. $a + b = 16$.

D. $a + b = 11$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của phương trình:

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} > 0 \Leftrightarrow \frac{(2x-1)^2}{2x} > 0 \Leftrightarrow 0 < x \neq \frac{1}{2}$$

Với điều kiện trên, phương trình được viết lại dưới dạng

$$\log_7 (4x^2 - 4x + 1) + (4x^2 - 4x + 1) = \log_7 (2x) + 2x.$$

Vì hàm số $f(t) = \log_7 t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ $\left(f'(t) = \frac{1}{t \ln 7} + 1 > 0, \forall t > 0 \right)$ nên suy ra

$$4x^2 - 4x + 1 = 2x$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 6x + 1 = 0$$

Giải phương trình bậc hai này ta được $x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$, $x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{4}$ hoặc $x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{4}$, $x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$.

Với việc $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ trong đó a, b là hai số nguyên dương, ta chọn

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{4}, x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{4}.$$

Khi đó $\frac{1}{4}(a + \sqrt{b}) = x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(9 + \sqrt{5})$ nên $a = 9, b = 5, a + b = 14$.

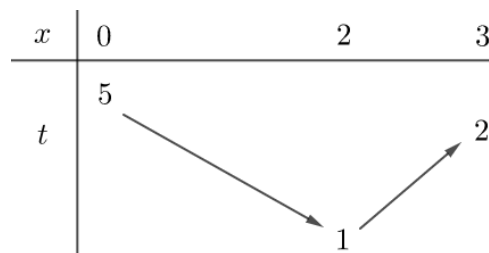
Câu 50: Cho $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 5} - \frac{x^2}{4} + x$. Gọi $M = \max_{x \in [0;3]} f(x)$; $m = \min_{x \in [0;3]} f(x)$. Khi đó $M - m$ bằng:

- A. 1. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{5}$. D. $\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = x^2 - 4x + 5$. Ta có bảng biến thiên của t khi $x \in [0;3]$ như sau:



Vậy khi $x \in [0;3]$ thì $t \in [1;5]$.

Viết lại $f(x)$ dưới dạng: $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 5} - \frac{x^2 - 4x + 5}{4} + \frac{5}{4}$.

Thay vì tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;3]$, ta tìm giá trị

lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(t) = \frac{1}{t} - \frac{t}{4} + \frac{5}{4}$ trên đoạn $[1;5]$.

Ta có $g'(t) = -\frac{1}{t^2} - \frac{1}{4} < 0, \forall t \in [1;5]$ nên hàm số $g(t)$ nghịch biến trên đoạn $[1;5]$.

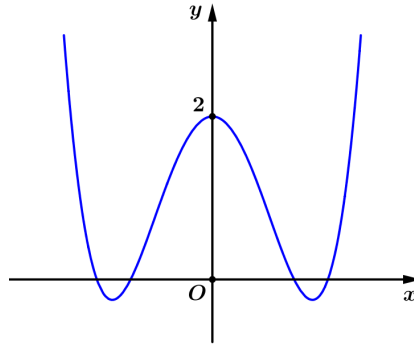
Do đó, $\max_{t \in [1;5]} g(t) = g(1) = 2$; $\min_{t \in [1;5]} g(t) = g(5) = \frac{1}{5}$.

Vậy $M = 2, m = \frac{1}{5}, M - m = \frac{9}{5}$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 19 (100TN)

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



- A. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = -x^4 + 3x^2 + 2$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 2x^2 - 2$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 32. B. 16. C. 8. D. 6.

Câu 3: Một tổ có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ để đi tập văn nghệ?

- A. A_{11}^2 . B. 30. C. C_{11}^2 . D. 11.

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + 4x$ là

- A. $2^x \ln 2 + 2x^2 + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + 2x^2 + C$. C. $2^x \ln 2 + C$. D. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 5: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $4a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $3a^3$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 8) = 2$ là

- A. $x = -4$. B. $x = 12$. C. $x = 4$. D. $x = -\frac{4}{3}$.

Câu 7: Cho khối trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng 2. Thể tích khối trụ đã cho là:

- A. 8π . B. $8\sqrt{3}\pi$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 24π .

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2), B(3; -4; 1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-2; 5; -3)$. B. $(2; 5; 3)$. C. $(2; -5; 3)$. D. $(2; 5; -3)$.

Câu 10: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ là:

- A. $y = 2$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 11: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $12\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 12: Với a là số thực dương khác 1, $\log_{a^2}(a\sqrt{a})$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $2a^3$. C. $4a^3$. D. a^3 .

Câu 14: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. -4 . B. 0. C. 5. D. -3 .

Câu 15: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết

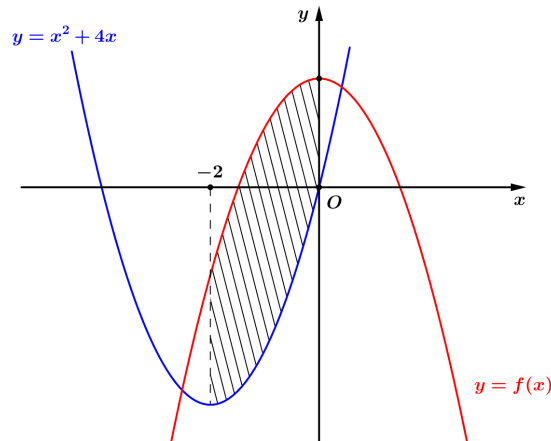
$\int_1^3 f(x)dx = 3$ và $F(1) = 1$. Giá trị $F(3)$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -2 . D. 3.

Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x^2 - x + 1)$ là

- A. $\frac{2x-1}{(2x^2-x+1)\ln 3}$. B. $\frac{4x-1}{(2x^2-x+1)\ln 3}$. C. $\frac{(4x-1)\ln 3}{2x^2-x+1}$. D. $\frac{4x-1}{2x^2-x+1}$.

Câu 17: Phần hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 0$.



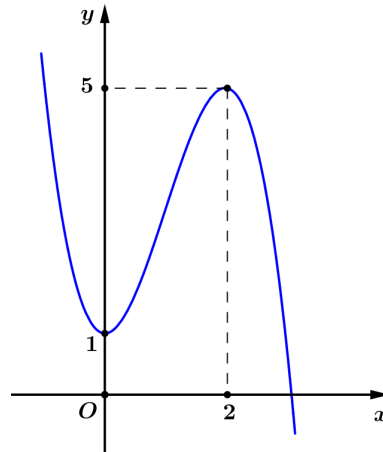
Biết $\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$, diện tích hình phẳng (H) là

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{20}{3}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 0)$ và $B(3; 5; -2)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là

- A. $(2; 2; -1)$. B. $(2; 6; -2)$. C. $(4; 4; -2)$. D. $(1; 3; -1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ba điểm phân biệt là



- A. Vô số. B. 3. C. 0. D. 5.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x} \geq 64$ là

- A. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. B. $[3; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $[-1; 3]$.

Câu 21: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng:

- A. $\sqrt{2}\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. πa^2 . D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 0]$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	+		-	+
y	3	$+\infty$	4	$+\infty$

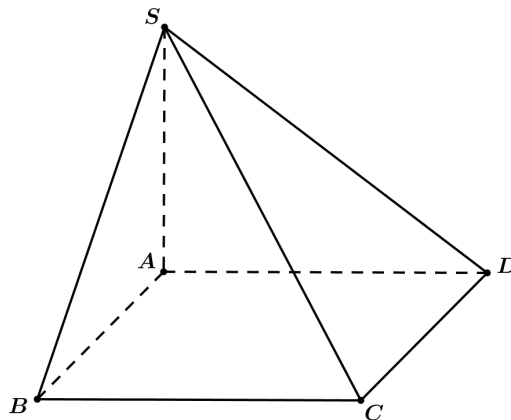
Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) + \log_3(x-2) = \log_3 5$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

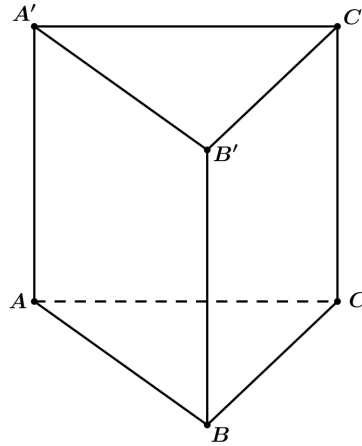
Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+3)(x-1)^2$. Số điểm cực trị của hàm số bằng

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 27: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{x}{\cos^2 x} \right)$ với $x \in (0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là

- A. $-\frac{1}{x^2} + \tan x + C$. B. $\ln x + \tan x + C$. C. $-\frac{1}{x^2} - \tan x + C$. D. $\ln x - \tan x + C$.

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$, $AA' = 2a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Cosin góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2\sqrt{7}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{7}}$. C. $-\frac{3}{2\sqrt{7}}$. D. $\frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{6}$	0	$\sqrt{6}$	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			5			$+\infty$
		-4			-4		

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 11 = 0$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 4.

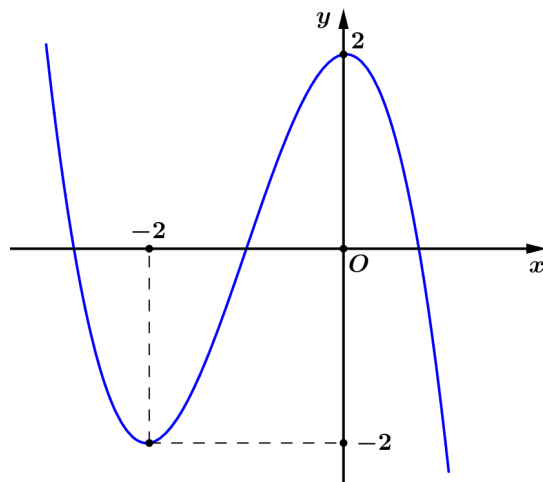
Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn OA . Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{9\sqrt{22}a}{44}$. B. $\frac{3\sqrt{22}a}{11}$. C. $\frac{\sqrt{22}a}{11}$. D. $\frac{3\sqrt{22}a}{44}$.

- Câu 32:** Cho phương trình $16^{x^2} - 2 \cdot 4^{x^2+1} + 10 = m$ (m là tham số). Số giá trị nguyên của tham $m \in [-10; 10]$ để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực phân biệt là
- A. 7. B. 9. C. 8. D. 1.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 4; -3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là
- A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 29$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16$.
- Câu 34:** Giả sử n là một số nguyên dương thỏa mãn $3C_n^2 - C_n^3 = 24$. Hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^n$ bằng
- A. $672x^{12}$. B. $-672x^{12}$. C. 672. D. -672.
- Câu 35:** Cho hàm số $f(x) > 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0) = \left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng
- A. $\frac{1}{2}(4\ln 2 - \ln 5)^2$. B. $4(4\ln 2 - \ln 5)^2$. C. $\frac{1}{4}(4\ln 2 - \ln 5)^2$. D. $2(4\ln 2 - \ln 5)^2$.
- Câu 36:** Cho hàm số $y = x^3 + (m-2)x^2 + (m-2)x + 1$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ là
- A. 3. B. 0. C. 4. D. 2.
- Câu 37:** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh HC của cạnh AC . Góc giữa hai mặt phẳng $(BCB'C')$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:
- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.
- Câu 38:** Trong không gian $OXYZ$ cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(1; -2; 5)$. Phương trình mặt cầu đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc trục oy là:
- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 22 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 22 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 26 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 26 = 0$.
- Câu 39:** Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = e^2$ và $f'(x) = \frac{2x-1}{x^2}e^{2x}$ với mọi x khác 0. Khi đó $\int_1^{\ln 3} xf(x) dx$ bằng

- A. $6 - e^2$. B. $\frac{6 - e^2}{2}$. C. $9 - e^2$. D. $\frac{9 - e^2}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 41: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2 \leq x \leq 2021$ và $2^y - \log_2(x + 2^{y-1}) = 2x - y$?

- A. 2020. B. 9. C. 2019. D. 10.

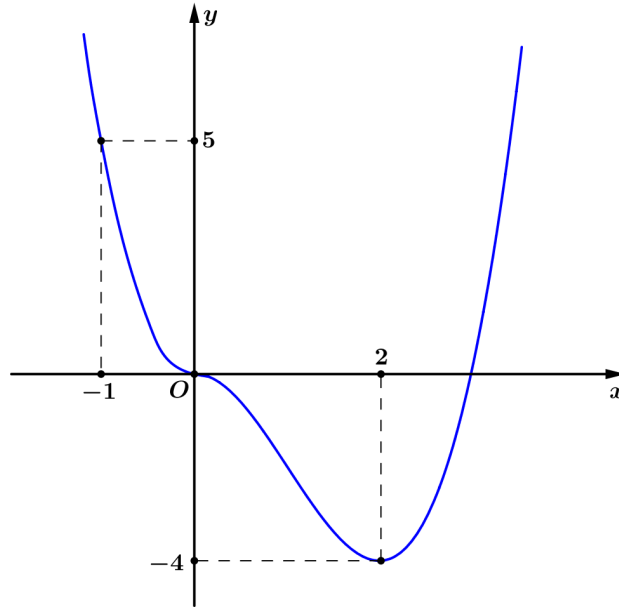
Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-1) = 5, f(-3) = 0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $3f(2-x) + \sqrt{x^2 + 4} - x = m$ có nghiệm trong khoảng $(3; 5)$ là

- A. 16. B. 17. C. 0. D. 15.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-1) = 1, f\left(-\frac{1}{e}\right) = 2$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) < \ln(-x) + x^2 + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$ khi và chỉ khi



- A. $m > 0$. B. $m > 3 - \frac{1}{e^2}$. C. $m \geq 3 - \frac{1}{e^2}$. D. $m \geq 0$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn

$f(x^2 + 1) + \frac{f(\sqrt{x})}{4x\sqrt{x}} = \frac{2x+1}{2x} \ln(x+1)$. Biết $\int_1^{17} f(x) dx = a \ln 5 - 2 \ln b + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b + 2c$ bằng

- A. $\frac{29}{2}$. B. 5. C. 7. D. 37.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB , góc giữa mặt phẳng (SAC) và đáy bằng 45° . Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Khoảng cách giữa hai đường AM và SC bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và xác định trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1) = 2$ và

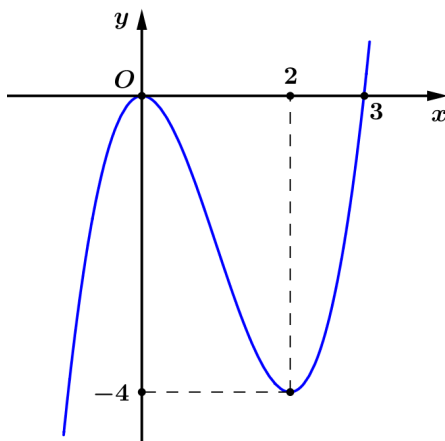
$\int_0^1 x^2 f'(x) dx = \int_1^4 \frac{1+3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f(2-\sqrt{x}) dx = 4$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 47: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông SAB có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $4\sqrt{10}\pi a^2$. B. $2\sqrt{10}\pi a^2$. C. $\sqrt{10}\pi a^2$. D. $8\sqrt{10}\pi a^2$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(e^x - 2) - 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. B. $(-1; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng φ , với $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $a^3 \sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

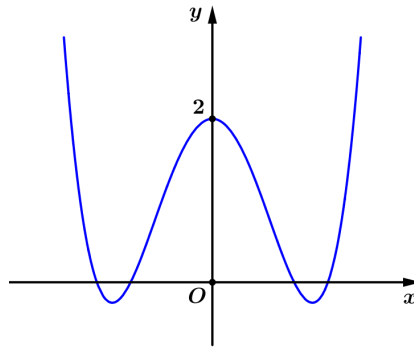
Câu 50: Cho đa giác đều (H) có 30 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (H) . Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác tù bằng

- A. $\frac{39}{140}$. B. $\frac{39}{58}$. C. $\frac{45}{58}$. D. $\frac{39}{280}$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



- A. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = -x^4 + 3x^2 + 2$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 2x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số trong hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a > 0$, nên dựa vào các đáp án ta **Chọn C**

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 32. B. 16. C. 8. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q là: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Vậy giá trị của số hạng thứ ba là $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot 4^2 = 32$.

Câu 3: Một tổ có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ để đi tập văn nghệ?

- A. A_{11}^2 . B. 30. C. C_{11}^2 . D. 11.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn một học sinh nam là C_6^1 .

Số cách chọn một học sinh nữ là C_5^1 .

Vậy số cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ để đi tập văn nghệ là $C_6^1 \cdot C_5^1 = 6 \cdot 5 = 30$.

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + 4x$ là

- A. $2^x \ln 2 + 2x^2 + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + 2x^2 + C$. C. $2^x \ln 2 + C$. D. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x) dx = \int (2^x + 4x) dx = \int 2^x dx + \int 4x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + 2x^2 + C$.

Câu 5: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $4a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $3a^3$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy khối lăng trụ là $S = a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = S.h = a^2.3a = 3a^3$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-8) = 2$ là

- A. $x = -4$. B. $x = 12$. C. $x = 4$. D. $x = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đã cho tương đương với $3x-8 = 2^2 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy, phương trình có nghiệm là $x = 4$.

Câu 7: Cho khối trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng 2. Thể tích khối trụ đã cho là:

- A. 8π . B. $8\sqrt{3}\pi$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 24π .

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức thể tích khối trụ

$$V_{\text{trụ}} = \pi R^2 h = 8\sqrt{3}\pi.$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ và $(-\infty; -1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2), B(3;-4;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A.** $(-2;5;-3)$. **B.** $(2;5;3)$. **C.** $(2;-5;3)$. **D.** $(2;5;-3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A(1;1;-2) \\ B(3;-4;1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;-5;3).$$

Câu 10: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ là:

- A.** $y = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty.$$

Vậy $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 11: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** $12\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** πa^2 .

Lời giải

Chọn B

Hình nón có độ dài đường sinh $l = 3a$ và bán kính đáy $R = a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi Rl = \pi \cdot a \cdot 3a = 3\pi a^2$.

Câu 12: Với a là số thực dương khác 1, $\log_{a^2}(a\sqrt{a})$ bằng

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_{a^2}(a\sqrt{a}) = \log_{a^2} a^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}.$$

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3 .

Lời giải

Chọn A

Gọi B là diện tích đáy, h là chiều cao của khối chóp.

Thể tích của khối chóp đã cho bằng: $V = \frac{1}{3}h.B = \frac{1}{3}.2a.a^2 = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 14: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. -4 .

B. 0 .

C. 5 .

D. -3 .

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

$$y' = 4x^3 - 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Ta có: $y(0) = -3$; $y(\pm 1) = -4$; $y(2) = 5$

Suy ra: $\min_{[-1; 2]} y = \min \{y(-1); y(0); y(1); y(2)\} = y(\pm 1) = -4$.

Câu 15: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết

$\int_1^3 f(x)dx = 3$ và $F(1) = 1$. Giá trị $F(3)$ bằng

A. 4 .

B. 2 .

C. -2 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn A

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ ta có

$$\int_1^3 f(x)dx = 3 \Leftrightarrow F(3) - F(1) = 3 \Leftrightarrow F(3) = 4$$

Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x^2 - x + 1)$ là

A. $\frac{2x-1}{(2x^2-x+1)\ln 3}$.

B. $\frac{4x-1}{(2x^2-x+1)\ln 3}$.

C. $\frac{(4x-1)\ln 3}{2x^2-x+1}$.

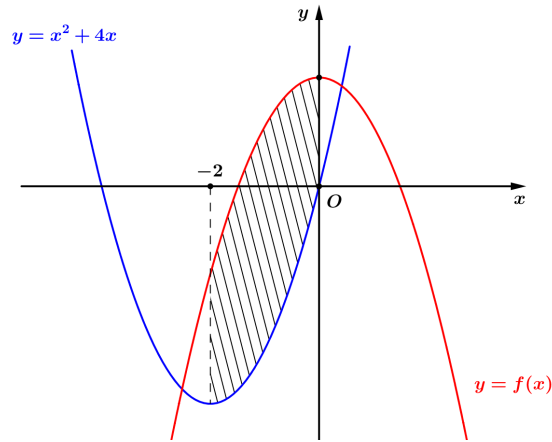
D. $\frac{4x-1}{2x^2-x+1}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \left(\log_3(2x^2 - x + 1) \right)' = \frac{(2x^2 - x + 1)'}{(2x^2 - x + 1)\ln 3} = \frac{2x-1}{(2x^2 - x + 1)\ln 3}$$

Câu 17: Phần hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 0$.



Biết $\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$, diện tích hình phẳng (H) là

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$S = \int_{-2}^0 |f(x) - (x^2 + 4x)| dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_{-2}^0 (x^2 + 4x) dx = \frac{4}{3} - \left(-\frac{16}{3}\right) = \frac{20}{3}.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 0)$ và $B(3; 5; -2)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là

A. $(2; 2; -1)$.

B. $(2; 6; -2)$.

C. $(4; 4; -2)$.

D. $(1; 3; -1)$.

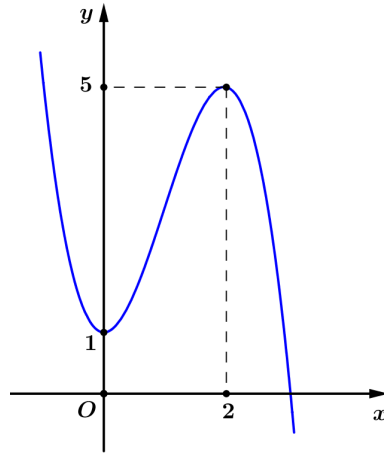
Lời giải

Chọn D

Ta có tọa độ trung điểm M là

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = 3 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = -1 \end{cases}.$$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ba điểm phân biệt là



A. Vô số.

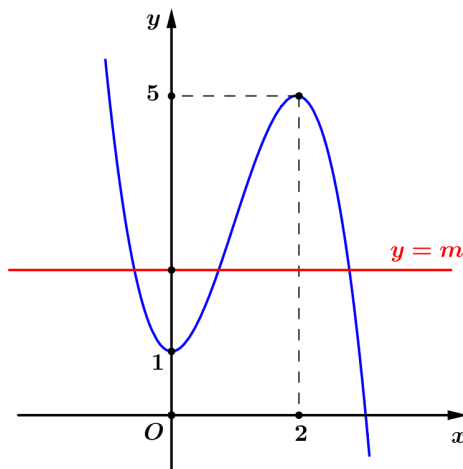
B. 3.

C. 0.

D. 5.

Lời giải

Chọn B



Dựa vào đồ thị ta có: đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ba điểm phân biệt khi $1 < m < 5$.

Kết hợp điều kiện $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x} \geq 64$ là

A. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1]$.

D. $[-1; 3]$.

Lời giải

Chọn A

$$4^{x^2-2x} \geq 64 \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq \log_4 64 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}.$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 21: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng:

A. $\sqrt{2}\pi a^2$.

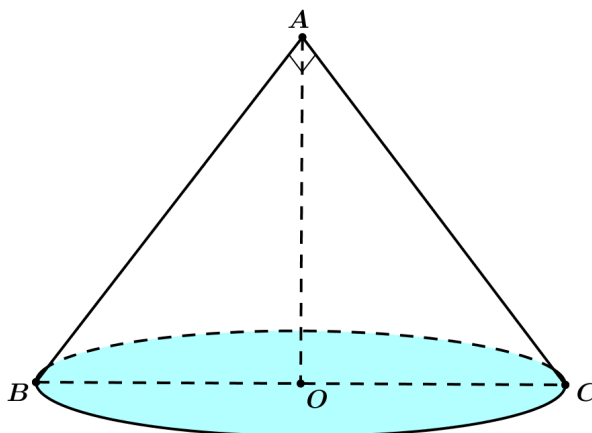
B. $\frac{\pi a^2}{2}$.

C. πa^2 .

D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi thiết diện qua trục của hình nón là tam giác ABC vuông cân tại A . Khi đó:

+) Bán kính đáy: $r = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

+) Độ dài đường sinh: $l = AB = \frac{\sqrt{2}}{2}BC = a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{sq} = \pi rl = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Tính giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;0]$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Trên $[-1;0]$ ta có: $y' = -\frac{3}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in [-1;0]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$ nên:

$\max_{[-1;0]} y = y(-1) = \frac{1}{2}$; $\min_{[-1;0]} y = y(0) = -1$.

Vậy tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$+$	
y	3	$+\infty$	4	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty \Rightarrow x = -1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Tóm lại, tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng 2.

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) + \log_3(x-2) = \log_3 5$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn C

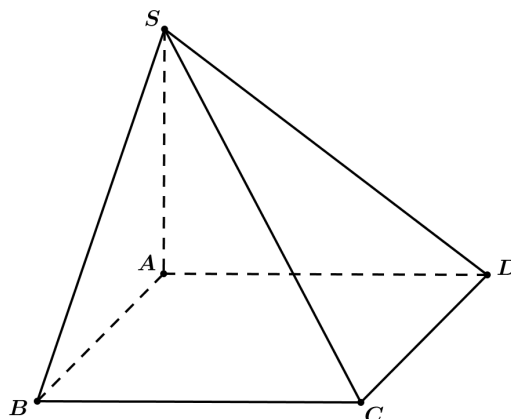
$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+2 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành:

$$\log_3(x+2)(x-2) = \log_3 5 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 5 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3(l) \\ x = 3(n) \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất $x = 3$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B

Theo bài ra ta có: Hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AC .

Do đó: Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa hai đường thẳng SC và AC hay $\widehat{SCA}$.

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $\triangle SAC$ vuông tại A có: $\tan C = \frac{SA}{AC} = 1 \Rightarrow \hat{C} = 45^\circ$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+3)(x-1)^2$. Số điểm cực trị của hàm số bằng

A. 0.

B. 2.

C. 3.

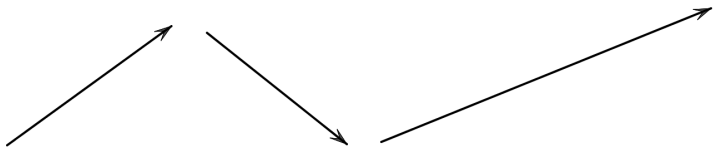
D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+3)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	
$f(x)$									

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Cách làm trắc nghiệm: $f(x)$ là hàm đa thức nên số cực trị là số nghiệm bội lẻ của $f'(x)$.

$f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội lẻ là $x = 0$; $x = -3$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 27: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{x}{\cos^2 x} \right)$ với $x \in (0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là

A. $-\frac{1}{x^2} + \tan x + C$.

B. $\ln x + \tan x + C$.

C. $-\frac{1}{x^2} - \tan x + C$.

D. $\ln x - \tan x + C$.

Lời giải

Chọn B

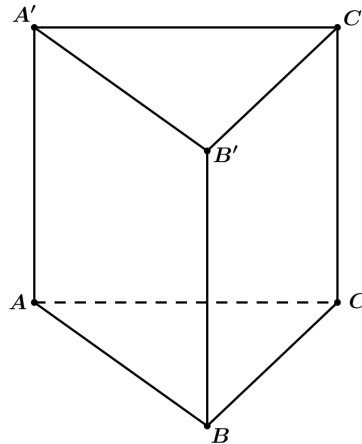
Ta có:

$$+) f(x) = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{x}{\cos^2 x} \right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$+) \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \ln|x| + \tan x + C = \ln x + \tan x + C$$

$$\text{do } x \in (0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$, $AA' = 2a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $4\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ABC ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = a^2 \cdot 2a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}a^3.$$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Côsin góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $-\frac{1}{2\sqrt{7}}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{7}}$.

C. $-\frac{3}{2\sqrt{7}}$.

D. $\frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } \varphi \text{ là góc giữa hai vector } \vec{a} \text{ và } \vec{b}, \text{ ta có: } \cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2 + 0 + 1}{\sqrt{4 + 9 + 1} \cdot \sqrt{1 + 0 + 1}} = -\frac{1}{2\sqrt{7}}.$$

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{6}$	0	$\sqrt{6}$	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			5			$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
		-4		-4			

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 11 = 0$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$	$-\sqrt{6}$	0	$\sqrt{6}$	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$y = \frac{11}{2}$					$+\infty$
	$\swarrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
	-4		5		-4		

Ta có: $2f(x) - 11 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{11}{2}$.

Khi đó, số nghiệm của phương trình $2f(x) - 11 = 0$ bằng số điểm chung của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{11}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{11}{2}$ có hai điểm chung phân biệt nên phương trình $2f(x) - 11 = 0$ có hai nghiệm.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn OA . Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{9\sqrt{22}a}{44}$.

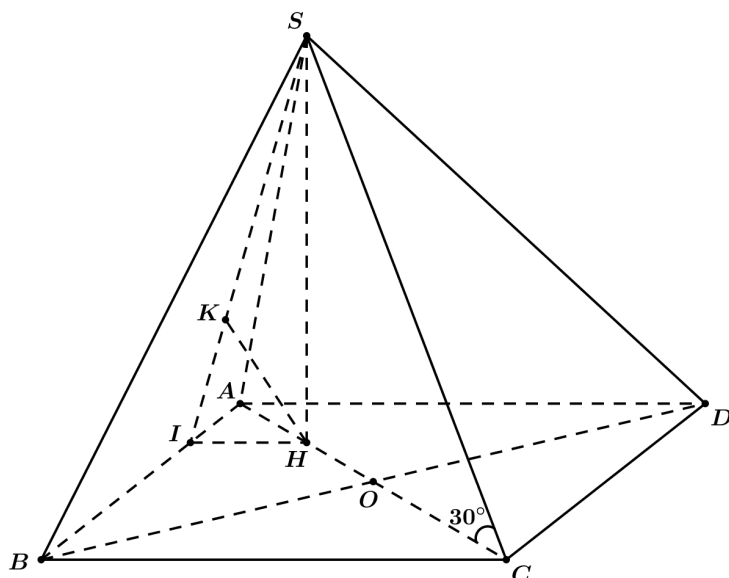
B. $\frac{3\sqrt{22}a}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{22}a}{11}$.

D. $\frac{3\sqrt{22}a}{44}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AO , ta có $SH \perp (ABCD)$.

Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SCH}$ bằng 30° .

Ta có $CA = 4HA$, suy ra $d(C, (SAB)) = 4d(H, (SAB))$.

Kẻ $HI \perp AB$, $HK \perp SI$, ta suy ra $HK \perp (SAB)$.

$$d(H, (SAB)) = HK.$$

$$HI = \frac{1}{4}AD = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$CH = \frac{3}{4}AC = \frac{3\sqrt{3}a}{4}$$

$$\text{Suy ra } SH = CH \cdot \tan 30^\circ = \frac{3a}{4}.$$

Xét tam giác SHI vuông tại H có HK là đường cao.

$$\text{Suy ra } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{16}{9a^2} + \frac{16}{2a^2}$$

$$HK = \frac{3a}{2\sqrt{22}}.$$

$$d(C, (SAB)) = 4d(H, (SAB)) = 4 \cdot \frac{3a}{2\sqrt{22}} = \frac{3\sqrt{22}a}{11}.$$

Câu 32: Cho phương trình $16^{x^2} - 2 \cdot 4^{x^2+1} + 10 = m$ (m là tham số). Số giá trị nguyên của tham $m \in [-10; 10]$ để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực phân biệt là

A. 7.

B. 9.

C. 8.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 4^{x^2}$, $t \geq 1$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2 - 8t + 10 = m$ (1)

Nghiệm $t = 1$ cho một nghiệm $x = 0$.

Mỗi nghiệm $t > 1$ cho hai nghiệm x đối nhau.

Do vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng một nghiệm $t > 1$, nghiệm còn lại (nếu có) phải nhỏ hơn 1.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 10$.

Bảng biến thiên

t	1	4	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	3	$\searrow$ —6 $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình (1) có một nghiệm lớn hơn 1 khi $\begin{cases} m > 3 \\ m = -6 \end{cases}$.

Suy ra số giá trị nguyên $m \in [-10; 10]$ là 8.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 4; -3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 29$.

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y = 0$.

Gọi R là bán kính mặt cầu cần tìm. Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) nên

$$R = d(I; (Oxz)) = 4.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Câu 34: Giả sử n là một số nguyên dương thỏa mãn $3C_n^2 - C_n^3 = 24$. Hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^n$ bằng

- A.** $672x^{12}$. **B.** $-672x^{12}$. **C.** 672 . **D.** -672 .

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $n \in \mathbb{N}^*; n \geq 3$.

Khi đó:

$$3C_n^2 - C_n^3 = 24 \Leftrightarrow \frac{3n!}{(n-2)!2!} - \frac{n!}{(n-3)!3!} = 24 \Leftrightarrow \frac{3n(n-1)}{2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 24$$

$$\Leftrightarrow n^3 - 12n^2 + 11n + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện xác định suy ra $n = 9$.

$$\text{Ta có: } \left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot (x^2\sqrt{x})^{9-k} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot (-2)^k \cdot x^{\frac{45-7k}{2}}.$$

Số hạng chứa x^{12} trong khai triển ứng với k thỏa mãn: $\frac{45-7k}{2} = 12 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{12} là $C_9^3 \cdot (-2)^3 = -672$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) > 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0) = \left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng

- A.** $\frac{1}{2}(4\ln 2 - \ln 5)^2$. **B.** $4(4\ln 2 - \ln 5)^2$. **C.** $\frac{1}{4}(4\ln 2 - \ln 5)^2$. **D.** $2(4\ln 2 - \ln 5)^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } (x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}.$$

Khi đó

$$\int_0^3 \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = \int_0^3 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx \Leftrightarrow \int_0^3 \frac{d(f(x))}{\sqrt{f(x)}} = \int_0^3 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{f(x)} \Big|_0^3 = \ln \frac{x+1}{x+2} \Big|_0^3 \Leftrightarrow 2\sqrt{f(3)} - 2\sqrt{f(0)} = \ln \frac{4}{5} - \ln \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{f(3)} = \ln \frac{8}{5} + 2\sqrt{f(0)} \Leftrightarrow \sqrt{f(3)} = \frac{1}{2}(\ln 8 - \ln 5) + \sqrt{f(0)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{f(3)} = \frac{1}{2}(3\ln 2 - \ln 5) + \frac{\ln 2}{2} \Leftrightarrow \sqrt{f(3)} = \frac{1}{2}(4\ln 2 - \ln 5).$$

$$\text{Vậy } f(3) = \frac{1}{4}(4\ln 2 - \ln 5)^2.$$

Câu 36: Cho hàm số $y = x^3 + (m-2)x^2 + (m-2)x + 1$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ là

A. 3.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 + 2(m-2)x + m-2$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m-2)^2 - 3(m-2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)(m-5) \leq 0 \Leftrightarrow m \in [2; 5].$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh HC của cạnh AC . Góc giữa hai mặt phẳng $(BCB'C')$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

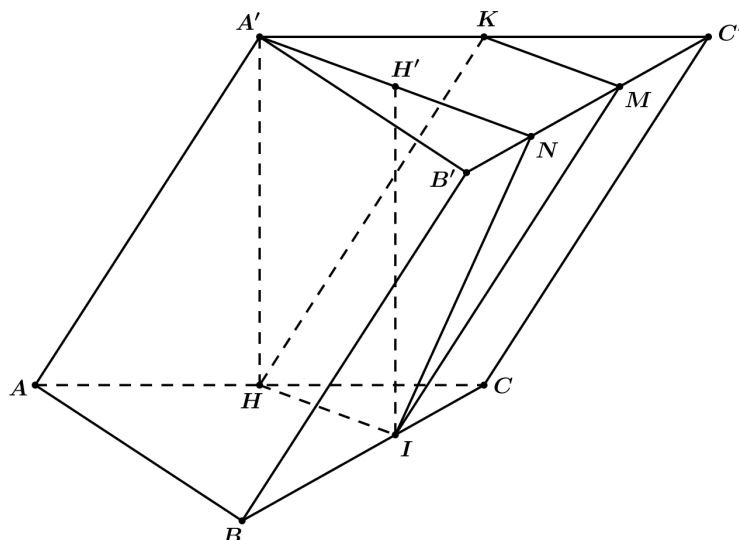
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC = a\sqrt{3}$. Từ H kẻ HI vuông góc với BC .

$$\text{Ta có } \triangle HIC \sim \triangle BAC \text{ nên } \frac{HI}{AB} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow HI = \frac{AB \cdot HC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi K là trung điểm của $A'C'$. từ K kẻ KM vuông góc với $B'C'$.

$$\text{Tứ giác } KMIH \text{ là hình bình hành nên } KM = IH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Gọi } N \text{ là điểm trên } B'C' \text{ sao cho } M \text{ là trung điểm của } C'N \Rightarrow A'N = 2KM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Do $A'H \perp (ABC)$ nên $(A'NIH) \perp (ABC)$. Mà $A'N > HI$ nên $\widehat{HIN}$ là góc tù. Suy ra $\widehat{HIN} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{A'NI} = 60^\circ$.

Gọi H' là hình chiếu của I lên $A'N$ suy ra H' là trung điểm của $A'N$.

$$\Rightarrow A'H = IH' = NH', \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}.$$

$$\Rightarrow V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Câu 38: Trong không gian $OXYZ$ cho hai điểm $A(1;2;3), B(1;-2;5)$. Phương trình mặt cầu đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc trục oy là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 22 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 22 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 26 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 26 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $I(0; y; 0)$ là tâm của mặt cầu.

$$\text{Ta có } IA = IB \text{ nên } (-1)^2 + (y-2)^2 + (-3)^2 = (-1)^2 + (y+2)^2 + (-5)^2 \Rightarrow y = -2.$$

Vậy $I(0; -2; 0)$ và $R = IA = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{26}$ nên phương trình mặt cầu là:

$$x^2 + (y+2)^2 + z^2 = 26 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 22 = 0.$$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = e^2$ và $f'(x) = \frac{2x-1}{x^2} e^{2x}$ với mọi x khác 0. Khi đó $\int_1^{\ln 3} xf(x) dx$ bằng

A. $6 - e^2$.

B. $\frac{6 - e^2}{2}$.

C. $9 - e^2$.

D. $\frac{9 - e^2}{2}$.

Lời giải**Chọn D**

Xét tích phân $\int f'(x) dx = \int \frac{2x-1}{x^2} e^{2x} dx$

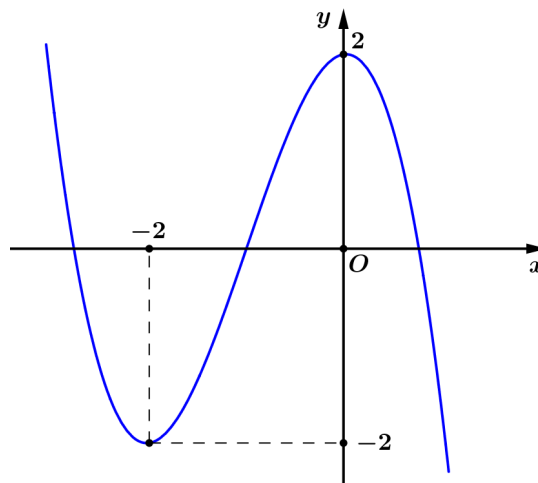
$$\text{Đặt } \begin{cases} u = (2x-1)e^{2x} \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 4xe^{2x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}, \text{ khi đó}$$

$$\int f'(x) dx = \int \frac{2x-1}{x^2} e^{2x} dx = -\frac{1}{x} (2x-1) e^{2x} + 4 \int e^{2x} dx = -\frac{1}{x} (2x-1) e^{2x} + 2e^{2x} + C.$$

Do $f(1) = e^2 \Rightarrow C = 0$. Vậy $f(x) = -\frac{1}{x} (2x-1) e^{2x} + 2e^{2x}$.

$$\text{Khi đó, ta có } \int_1^{\ln 3} xf(x) dx = \int_1^{\ln 3} [(1-2x)e^{2x} + 2xe^{2x}] dx = \int_1^{\ln 3} e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} \Big|_1^{\ln 3} = \frac{1}{2} (9 - e^2).$$

Câu 40: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải**Chọn D**

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khi đó $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Theo đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có

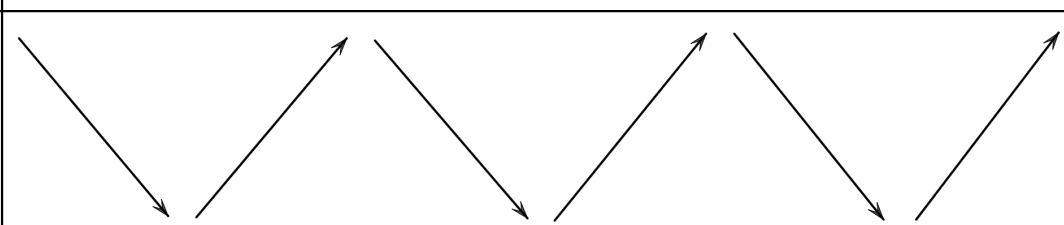
$$\begin{cases} f'(-2) = 0 \\ f'(0) = 0 \\ f(-2) = -2 \\ f(0) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 4b + c = 0 \\ c = 0 \\ -8a + 4b - 2c + d = -2 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 4b = 0 \\ -8a + 4b = -4 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Vậy $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Khi đó, ta có $g(x) = f(-x^2 + x) = x^6 - 3x^5 + 5x^3 - 3x^2 + 2$.

$$g'(x) = 3x(2x^4 - 5x^3 + 5x - 2) \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	$0,5$	1	2	$+\infty$				
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$
$g(x)$											

Suy ra, hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ có ba điểm cực tiểu.

Câu 41: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2 \leq x \leq 2021$ và $2^y - \log_2(x + 2^{y-1}) = 2x - y$?

A. 2020.

B. 9.

C. 2019.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_2(x + 2^{y-1}) = t$. Suy ra $x + 2^{y-1} = 2^t$, $x = 2^t - 2^{y-1}$.

Phương trình đã cho trở thành: $2^y - t = 2(2^t - 2^{y-1}) - y \Leftrightarrow 2.2^y + y = 2.2^t + t$.

Xét hàm số $g(x) = 2.2^x + x$ có $g'(x) = 2.2^x \ln 2 + 1 > 0, \forall x$ nên hàm số $y = g(x)$ luôn đồng biến.

Khi đó $2.2^y + y = 2.2^t + t \Leftrightarrow y = t$ hay $y = \log_2(x + 2^{y-1})$.

Suy ra $x + 2^{y-1} = 2^y \Leftrightarrow x = 2^y - 2^{y-1} = 2^{y-1}$.

Mà $2 \leq x \leq 2021$ nên $2 \leq 2^{y-1} \leq 2021 \Leftrightarrow 1 \leq y-1 \leq \log_2 2021$ hay $2 \leq y \leq (\log_2 2021) + 1$.

Lại có y là số nguyên nên $y \in \{2, 3, \dots, 11\}$ tức 10 giá trị thỏa mãn.

Xét biểu thức $x = 2^{y-1}$, mỗi giá trị nguyên của y cho tương ứng 1 giá trị nguyên của x nên có 10 cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-1) = 5, f(-3) = 0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $3f(2-x) + \sqrt{x^2+4} - x = m$ có nghiệm trong khoảng $(3;5)$ là

A. 16.

B. 17.

C. 0.

D. 15.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x) = 3f(2-x) + \sqrt{x^2+4} - x$ với $x \in (3;5)$.

Ta có: $g'(x) = -3f'(2-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - 1$.

Với $x \in (3;5)$:

Ta có: $2-x \in (-3;-1)$ nên $f'(2-x) > 0$ suy ra $-3f'(2-x) < 0$.

Ta có: $\frac{x}{\sqrt{x^2+4}} < \frac{x}{x} = 1$

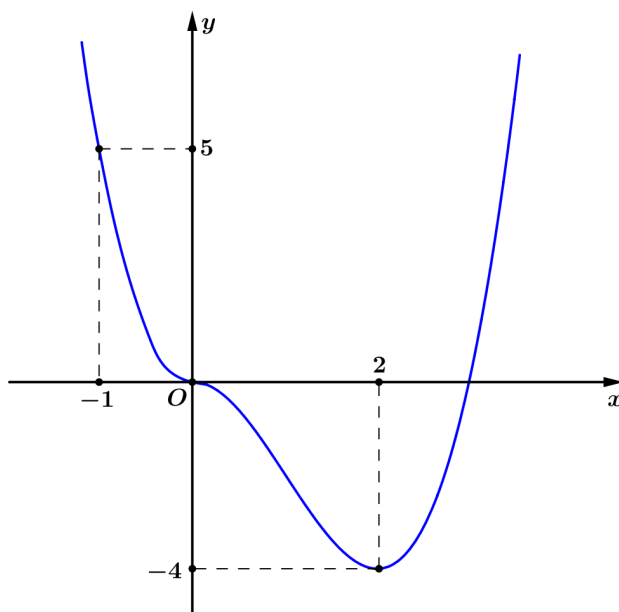
Suy ra $g'(x) = -3f'(2-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - 1 < 0, \forall x \in (3;5)$ nên hàm số nghịch biến trên $(3;5)$.

Suy ra $\min_{(3;5)} g(x) = g(5) = 3f(-3) + \sqrt{5^2+4} - 5 = \sqrt{29} - 5$;

$\max_{(3;5)} g(x) = g(3) = 3f(-1) + \sqrt{3^2+4} - 3 = 12 + \sqrt{13}$.

Để phương trình $3f(2-x) + \sqrt{x^2+4} - x = m$ có nghiệm thì $\sqrt{29} - 5 \leq m \leq 12 + \sqrt{13}$ mà m nguyên dương nên $m \in \{1, 2, \dots, 15\}$ tức là có 15 giá trị

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-1) = 1$, $f\left(-\frac{1}{e}\right) = 2$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) < \ln(-x) + x^2 + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$ khi và chỉ khi



A. $m > 0$.

B. $m > 3 - \frac{1}{e^2}$.

C. $m \geq 3 - \frac{1}{e^2}$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $-x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

Bất phương trình đã cho tương đương với $f(x) - \ln(-x) - x^2 < m$ (*).

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \ln(-x) - x^2$ trên $\left(-1; -\frac{1}{e}\right)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) - \frac{1}{x} - 2x$. Với $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$ thì $f'(x) > 0$; $-\frac{1}{x} - 2x > 0$ nên $g'(x) > 0$.

Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left(-1; -\frac{1}{e}\right)$.

Suy ra (*) nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$ khi và chỉ khi $m \geq g\left(-\frac{1}{e}\right) = f\left(-\frac{1}{e}\right) - \ln \frac{1}{e} - \frac{1}{e^2} = 3 - \frac{1}{e^2}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn

$f(x^2 + 1) + \frac{f(\sqrt{x})}{4x\sqrt{x}} = \frac{2x+1}{2x} \ln(x+1)$. Biết $\int_1^{17} f(x) dx = a \ln 5 - 2 \ln b + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b + 2c$ bằng

A. $\frac{29}{2}$.

B. 5.

C. 7.

D. 37.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(x^2 + 1) + \frac{f(\sqrt{x})}{4x\sqrt{x}} = \frac{2x+1}{2x} \ln(x+1) \Leftrightarrow xf(x^2 + 1) + \frac{f(\sqrt{x})}{4\sqrt{x}} = \frac{2x+1}{2} \ln(x+1).$$

$$\text{Suy ra } \int_1^4 \left[xf(x^2 + 1) + \frac{f(\sqrt{x})}{4\sqrt{x}} \right] dx = \int_1^4 \frac{2x+1}{2} \ln(x+1) dx.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_1^4 \left[xf(x^2 + 1) + \frac{f(\sqrt{x})}{4\sqrt{x}} \right] dx &= \int_1^4 f(x^2 + 1) \frac{d(x^2 + 1)}{2} + \int_1^4 f(\sqrt{x}) \frac{d(\sqrt{x})}{2} \\ &= \int_2^{17} \frac{1}{2} f(x) dx + \int_1^2 \frac{1}{2} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^{17} f(x) dx. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_1^4 \frac{2x+1}{2} \ln(x+1) dx &= \frac{1}{2} \int_1^4 \ln(x+1) d(x^2 + x) = \frac{1}{2} \left[(x^2 + x) \ln(x+1) \Big|_1^4 - \int_1^4 (x^2 + x) \frac{1}{x+1} dx \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[20 \ln 5 - 2 \ln 2 - \frac{x^2}{2} \Big|_1^4 \right] = \frac{1}{2} \left[20 \ln 5 - 2 \ln 2 - \frac{15}{2} \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \int_1^{17} f(x) dx = 20 \ln 5 - 2 \ln 2 - \frac{15}{2} \Rightarrow a = 20, b = 2, c = -\frac{15}{2}.$$

$$\text{Vậy } a + b + 2c = 7.$$

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB , góc giữa mặt phẳng (SAC) và đáy bằng 45° . Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Khoảng cách giữa hai đường AM và SC bằng

A. a .

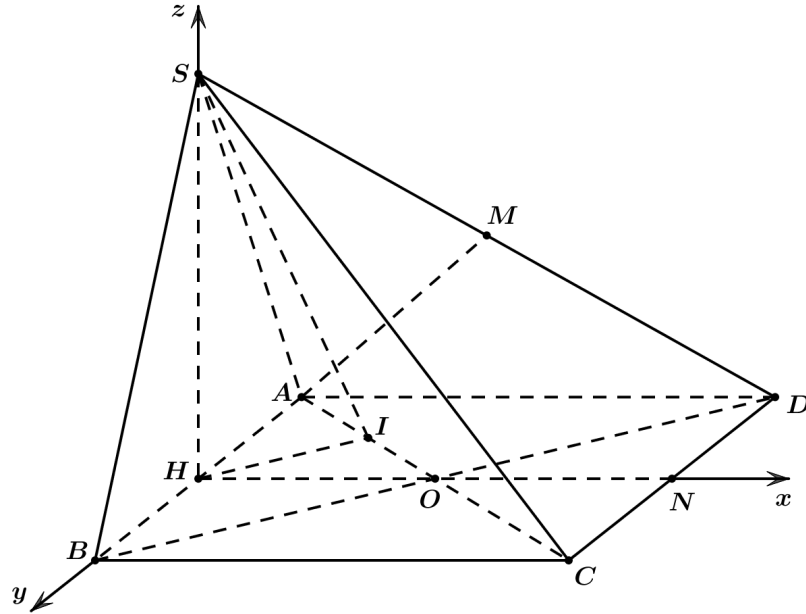
B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh AB , I là trung điểm cạnh AO . Suy ra $SH \perp (ABCD)$,

$$\widehat{(SAC), (ABCD)} = \widehat{SIH} = 45^\circ. \text{ Do đó } SH = IH = \frac{1}{2}BO = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Gọi N là trung điểm cạnh CD , khi đó $HN \perp AB$.

Chọn hệ trục tọa độ trong không gian như hình vẽ, ta có tọa độ các điểm

$$H(0;0;0), A\left(0;-\frac{a}{2};0\right); S\left(0;0;\frac{a\sqrt{2}}{4}\right); D\left(a;-\frac{a}{2};0\right); M\left(\frac{a}{2};-\frac{a}{4};\frac{a\sqrt{2}}{8}\right); C\left(a;\frac{a}{2};0\right).$$

$$\text{Nên } \overrightarrow{AM} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{2}}{8}\right); \overrightarrow{SC} = \left(a; \frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{2}}{4}\right); \overrightarrow{AC} = (a; a; 0).$$

Khoảng cách giữa hai đường AM và SC là

$$d(AM, SC) = \frac{\left| [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{AC} \right|}{\left| [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{SC}] \right|} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và xác định trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1)=2$ và

$$\int_0^1 x^2 f'(x) dx = \int_1^4 \frac{1+3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f(2-\sqrt{x}) dx = 4. \text{ Giá trị của } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

- A.** 1. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$4 = \int_0^1 x^2 f'(x) dx = \left(x^2 f(x) \right) \Big|_0^1 - \int_0^1 2xf(x) dx = 2 - 2 \int_0^1 xf(x) dx \Rightarrow \int_0^1 xf(x) dx = -1$$

$$\text{Đặt } t = 2 - \sqrt{x} \Rightarrow dt = -\frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

Khi đó

$$\int_1^4 \frac{1+3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f(2-\sqrt{x}) dx = 4 \Leftrightarrow -\int_1^0 (1+3(2-t)) f(t) dt = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 7f(t) dt - 3 \int_0^1 tf(t) dt = 4$$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 f(t) dt = \frac{4 + 3 \int_0^1 t f'(t) dt}{7} = \frac{4 + 3 \cdot (-1)}{7} = \frac{1}{7}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{7}.$$

Câu 47: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông SAB có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $4\sqrt{10}\pi a^2$.

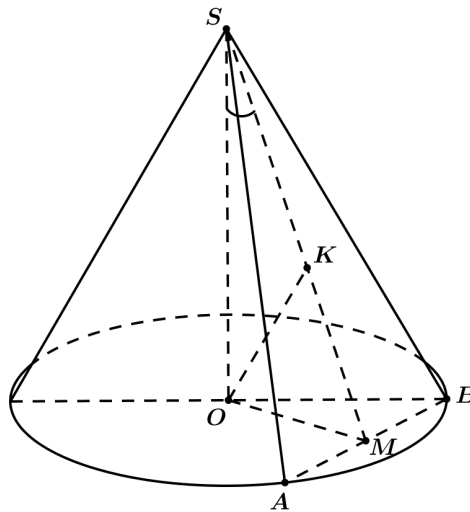
B. $2\sqrt{10}\pi a^2$.

C. $\sqrt{10}\pi a^2$.

D. $8\sqrt{10}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AB , tam giác OAB cân đỉnh O nên $OM \perp AB$ và $SO \perp AB$ suy ra $AB \perp (SOM)$.

Dựng $OK \perp SM$.

Theo trên có $OK \perp AB$ nên $OK \perp (SAB)$.

Vậy góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{OSM} = 30^\circ$.

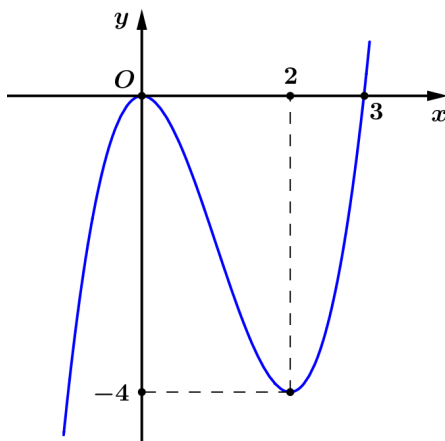
Tam giác vuông cân SAB có diện tích bằng $4a^2$ suy ra $\frac{1}{2}SA^2 = 4a^2 \Rightarrow SA = 2a\sqrt{2}$
 $\Rightarrow AB = 4a \Rightarrow SM = 2a$.

Xét tam giác vuông SOM có $\cos \widehat{OSM} = \frac{SO}{SM} \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = \sqrt{3}a$.

Cuối cùng $OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = a\sqrt{5}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón bằng $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a\sqrt{5} \cdot 2a\sqrt{2} = 2a^2\sqrt{10}\pi$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(e^x - 2) - 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $(-1; 2)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra $f'(x) \leq 0 \forall x < 3$ và $f'(x) > 0 \forall x > 3$.

$$g'(x) = e^x f'(e^x - 2).$$

Hàm số $g(x) = f(e^x - 2) - 2020$ nghịch biến nếu $g'(x) < 0 \Leftrightarrow e^x f'(e^x - 2) < 0$

$$\Leftrightarrow f'(e^x - 2) < 0 \Leftrightarrow e^x - 2 < 3 \Leftrightarrow e^x < 5 \Leftrightarrow x < \ln 5.$$

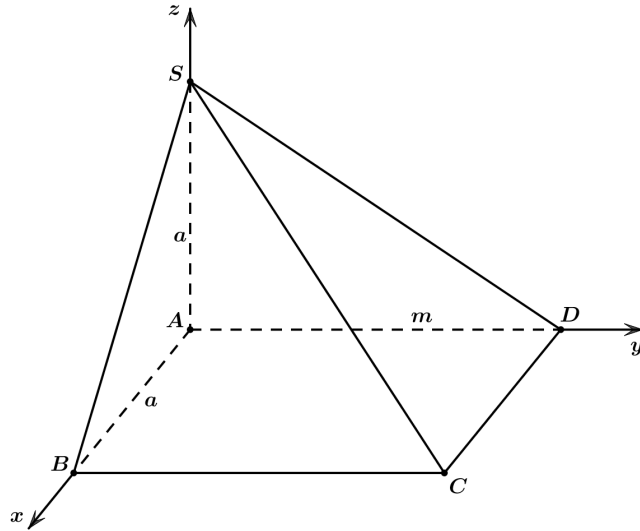
Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng φ , với $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. **B.** $a^3 \sqrt{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $AD = m$, $m > 0$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gốc tọa độ trùng với A , tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS . Khi đó tọa độ của các điểm là:

$$B(a; 0; 0); D(0; m; 0); C(a; m; 0); S(0; 0; a)$$

$$\overrightarrow{SB} = (a; 0; -a); \overrightarrow{BC} = (0; m; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BC}] = (ma; 0; ma)$$

$$\overrightarrow{SD} = (0; m; -a); \overrightarrow{DC} = (a; 0; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{DC}] = (0; -a; -ma)$$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) là $[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BC}] = (ma; 0; ma)$, của mặt phẳng (SCD) là $[\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{DC}] = (0; -a; -ma)$.

$$\text{Theo giả thiết: } \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{m^2 a^2}{a\sqrt{a^2 + m^2} \cdot ma \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3m^2 = 2(a^2 + m^2) \Rightarrow m = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ bằng } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 50: Cho đa giác đều (H) có 30 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (H) . Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác tù bằng

A. $\frac{39}{140}$.

B. $\frac{39}{58}$.

C. $\frac{45}{58}$.

D. $\frac{39}{280}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh có C_{30}^3 .

Gọi (T) là đường tròn ngoại tiếp đa giác (H) .

Giả sử chọn được một tam giác tù ABC với góc A nhọn, B tù, C nhọn.

Chọn 1 đỉnh bất kì làm đỉnh A có 30 cách. Kẻ đường kính của đường tròn (T) đi qua đỉnh vừa chọn chia đường tròn (T) thành hai phần. (Bên trái và bên phải).

Để tạo thành một tam giác tù thì hai đỉnh còn lại cùng nằm bên trái hoặc cùng nằm bên phải.

Hai đỉnh cùng nằm bên trái có C_{14}^2 cách.

Hai đỉnh cùng nằm bên phải có C_{14}^2 cách.

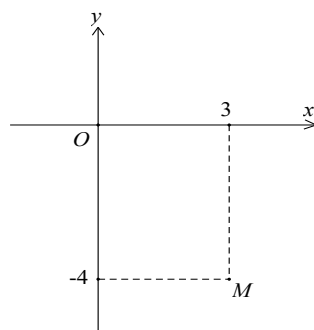
Vì trong mỗi tam giác vai trò của đỉnh A và C như nhau nên số tam giác tù tạo thành là:

$$\frac{30(C_{14}^2 + C_{14}^2)}{2} = 2730.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{2730}{C_{30}^3} = \frac{39}{58}.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 20 (100TN)

- Câu 1:** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ trên tập số phức, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo dương. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $3z_1 - 2z_2$
- A. $M(-1; 15)$. B. $M(-2; 15)$. C. $M(15; -2)$. D. $M(15; -1)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - 5y - z + 3 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là
- A. $\vec{n}(-2; 5; -1)$. B. $\vec{n}(2; -5; 3)$. C. $\vec{n}(2; -5; -1)$. D. $\vec{n}(2; 5; 1)$.
- Câu 3:** Số phức $z = 2i - 5$ có số phức liên hợp là
- A. $\bar{z} = -5 + 2i$. B. $\bar{z} = 2i + 5$. C. $\bar{z} = -5 - 2i$. D. $\bar{z} = 5 - 2i$.
- Câu 4:** Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm M, N, P lần lượt biểu diễn cho các số phức $z_1 = -1 + 4i$, $z_2 = 2 + i$, $z_3 = 5 + 4i$. Tam giác MNP là
- A. Tam giác vuông cân. B. Tam giác cân. C. Tam giác đều. D. Tam giác vuông.
- Câu 5:** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 + 2i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. $3 + i$. B. $3 - i$. C. $-3 + i$. D. $-3 - i$.
- Câu 6:** Số phức liên hợp của số phức $z = (2 - 3i)(3 + 2i)$ là
- A. $\bar{z} = -12 + 5i$. B. $\bar{z} = 12 - 5i$. C. $\bar{z} = 12 + 5i$. D. $\bar{z} = -12 - 5i$.
- Câu 7:** Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị $\int_1^2 [2f(x) + 1] dx$ bằng
- A. $\frac{17}{2}$. B. 45. C. 31. D. $\frac{67}{5}$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2022 = 0$, $(Q): x - 2y + 2z - 3 = 0$ bằng
- A. 673. B. 672. C. 674. D. 675.
- Câu 9:** Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{6x} + 3x^2 - 1$ là
- A. $F(x) = e^{6x} + x^3 - x + C$. B. $F(x) = \frac{1}{6}e^{6x} + x^3 - x + C$.
C. $F(x) = e^{6x} + 3x^2 - x + C$. D. $F(x) = \frac{1}{6}e^{6x} + 3x^3 - x + C$.
- Câu 10:** Điểm M trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- A.** Phần thực là -4 và phần ảo là 3 . **B.** Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$. **D.** Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

Câu 11: Phần ảo của số phức $z = \frac{3-i}{1+i}$ bằng

- A.** -2 . **B.** -1 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Câu 12: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. **B.** $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$ ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$).
C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. **D.** $\int f(x) g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 13: Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(x+2) + (x+3y-3)i = (y+4) + (2x-1)i$. Giá trị của biểu thức $P = xy$ bằng

- A.** 6 . **B.** 8 . **C.** 1 . **D.** -8 .

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; -1); B(4; -1; 7)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

- A.** $3x - 2y + 4z + 13 = 0$. **B.** $3x - 2y + 4z + 16 = 0$.
C. $3x - 2y + 4z - 42 = 0$. **D.** $3x - 2y + 4z - 13 = 0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A.** $P(5; 2; 4)$. **B.** $N(1; -1; 2)$. **C.** $M(1; 0; 0)$. **D.** $Q(3; 2; 2)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 4$ và $f(2) = -2$. Giá trị $I = \int_1^2 f'(x) dx$ bằng?

- A.** -6 . **B.** 2 . **C.** -2 . **D.** 6 .

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, có điểm $M(-2; 3; -1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua M và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình là

- A.** $2x - 3y + z + 4 = 0$. **B.** $2x + y + 3z + 4 = 0$. **C.** $2x + y + 3z + 10 = 0$. **D.** $2x + y + 3z - 4 = 0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $A(1;0;-6)$ và đi qua điểm $B(7;3;-4)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+6)^2 = 49.$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-6)^2 = 49.$

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+6)^2 = 7.$

D. $(x-7)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 49.$

Câu 19: Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $2i.$

D. -2.

Câu 20: Trong tập số phức $\mathbb{C}$, số phức $z = 2 - 3i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + mz + n = 0 (m, n \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2m + n = 5.$

B. $2m + n = 9.$

C. $2m + n = 21.$

D. $2m + n = 22.$

Câu 21: Nếu $\int_0^1 f(1-2x)dx = 7$ thì $\int_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

A. -14.

B. $\frac{7}{2}.$

C. $-\frac{7}{2}.$

D. 14.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $D(2;6;-5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-2;7)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-5}{7}.$

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-7}{-5}.$

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+5}{7}.$

D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+7}{-5}.$

Câu 23: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^1 5f(x)dx$ bằng

A. 8.

B. 3.

C. 15.

D. 45.

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2 - x^2$ và $y = x$ bằng

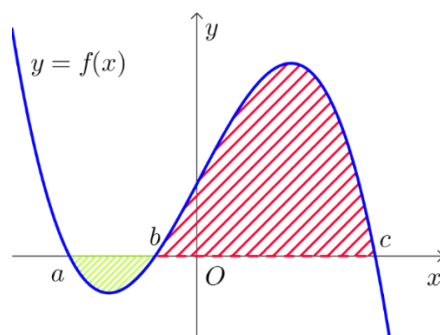
A. 3.

B. $\frac{9}{2}.$

C. $\frac{11}{6}.$

D. $\frac{3}{2}.$

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng trong phần gạch sọc được tính theo công thức

A. $S = -\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx.$

B. $S = \int_a^c f(x)dx.$

C. $S = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$

D. $S = -\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của (S)

A. $I(1;-2;3)$ và $R = 2$.

B. $I(-1;2-3)$ và $R = 2$.

C. $I(-1;2;-3)$ và $R = 4$.

D. $I(1;-2;3)$ và $R = 4$.

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 2$ khi quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^2 x dx.$

B. $V = \pi \int_1^2 \sqrt{x} dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^2 x dx.$

D. $V = \int_1^2 |\sqrt{x}| dx.$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 7 = 0$ là

A. $(6;-4;3)$.

B. $(3;-1;0)$.

C. $(1;4;-2)$.

D. $(0;2;-4)$.

Câu 29: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^3 [2f(x) + 3] dx$ bằng

A. 16.

B. 6.

C. 9.

D. 12.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{3x-2}$ và $f(1) = 2022$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $f(2) = 2 \ln 2.$

B. $f(2) = \frac{2}{3} \ln 2 + 2022.$

C. $f(2) = \ln 4 + 2022.$

D. $f(2) = \frac{1}{3} \ln 2 + 2022.$

Câu 31: Cho $I = \int \sqrt{2x+1} dx$, đặt $t = \sqrt{2x+1}$ khi đó viết I theo t và dt ta được

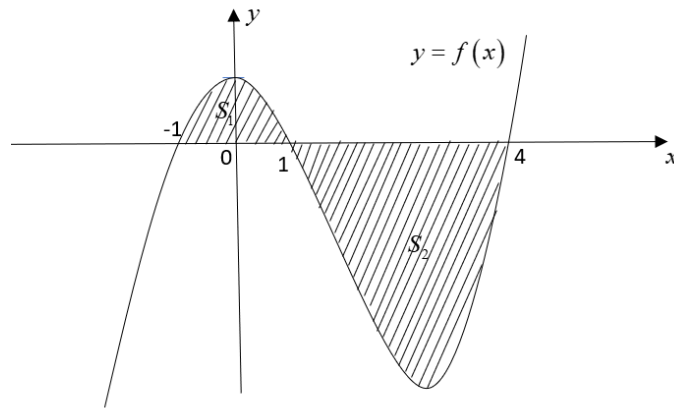
A. $I = \frac{1}{2} \int t dt.$

B. $I = \int t dt.$

C. $I = \frac{1}{2} \int t^2 dt.$

D. $I = \int t^2 dt.$

Câu 32: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba và trục hoành được chia thành hai phần có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (như hình vẽ)



Biết $\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{8}{3}$ và $\int_1^4 f(x) dx = -\frac{63}{8}$. Khi đó diện tích S của hình phẳng (H) bằng

- A. $\frac{125}{24}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{253}{24}$. D. $\frac{63}{8}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 34: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $(1+i)z - 4 - 2i = 2iz$. Giá trị của biểu thức $M = \frac{3^x}{2^y}$ bằng

- A. $\frac{27}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 35: Trên mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x - 1$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxz) .

- A. $A_1(1;0;0)$. B. $A_1(1;2;0)$. C. $A_1(1;0;3)$. D. $A_1(0;2;3)$.

Câu 38: Nếu $\int_{-1}^1 f(x) dx = 5$ và $\int_1^1 f(x) dx = -8$ thì $\int_{-1}^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. -3.

B. 18.

C. 13.

D. 2.

Câu 39: Nguyên hàm $\int x^5 dx$ bằng

A. $\frac{1}{6}x^6 + C$.

B. $6x^6 + C$.

C. $5x^4 + C$.

D. $x^6 + C$.

Câu 40: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Số phức nghịch đảo của z có mô đun bằng

A. 5.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$F(0) = \frac{2}{3}. \text{ Giá trị của } F(-2) + F(2) \text{ bằng}$$

A. $-\frac{13}{2}$.

B. 5.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. -12.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 100$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + 6z - 64 = 0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 12 có phương trình là.

A. $2x - 3y + 6z - 64 = 0$.

B. $2x - 3y + 6z + 48 = 0$.

C. $2x - 3y + 6z - 48 = 0$.

D. $2x - 3y + 6z + 64 = 0$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành. Hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $[f'(x)]^2 + f''(x) \cdot f(x) + 4 = 0$, $f(0) = 0$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$. Diện tích S là hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. 2π .

C. π .

D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 44: Cho các số thực x, y, m . Biết rằng có một số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 4$ và $mx + 2y + 2m - 1 = 0$. Khi đó giá trị m bằng

A. $-\frac{9}{4}$.

B. $-\frac{15}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB . Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x + by + cz + d_1 = 0$ và $2x + by + cz + d_2 = 0$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1; d_2)$?

A. 15.

B. 13.

C. 11.

D. 17.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -5; 4)$ và mặt phẳng (Oxz) , lấy điểm M trên mặt phẳng (Oxz) . Gọi B thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (Oxz) bằng

A. 5.

B. 6.

C. 15.

D. 12.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 2; 3), N(2; 3; 1), P(1; 0; 4)$ và mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-10)^2 = 24$. Gọi A là điểm thay đổi thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $|6\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{AN} - 2\overrightarrow{AP}|$ bằng:

A. $\sqrt{66}$.

B. $\sqrt{202}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $5\sqrt{6}$.

Câu 48: Cho số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z+1+i| = |z-1+3i|$ và biểu thức $T = |z+3+i| + |z-4-4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $2021x - 2022y$ bằng:

A. -4045.

B. 4045.

C. -4041.

D. 4041.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)\sqrt{e^x+3} - 3e^x = 0, f(0) = 12$. Giá trị tích phân $I = \int_2^4 \frac{f(x)}{x^2\sqrt{e^x+3}} dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 4m^2x^2 + 4$ (với m là tham số và $m \neq 0$). Gọi Δ là đường thẳng song song với trục Ox , đi qua điểm cực tiểu của đồ thị hàm số và hợp với đồ thị hàm số tạo thành hình phẳng có diện tích bằng $\frac{32768}{3645}$. Khi đó tích các giá trị của các tham số m bằng

A. $-\frac{4}{9}$.

B. $-\frac{9}{4}$.

C. $-\frac{9}{2}$.

D. $-\frac{2}{9}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.A	5.B	6.C	7.C	8.D	9.B	10.B
11.A	12.D	13.B	14.D	15.D	16.A	17.B	18.A	19.D	20.A
21.D	22.C	23.C	24.B	25.D	26.A	27.A	28.B	29.D	30.B
31.D	32.C	33.D	34.D	35.C	36.B	37.C	38.B	39.A	40.C
41.A	42.B	43.C	44.B	45.C	46.C	47.D	48.D	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ trên tập số phức, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo dương. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $3z_1 - 2z_2$

- A.** $M(-1; 15)$. **B.** $M(-2; 15)$. **C.** $M(15; -2)$. **D.** $M(15; -1)$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}$$

$$3z_1 - 2z_2 = 3(-1 + 3i) - 2(-1 - 3i) = -1 + 15i$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - 5y - z + 3 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

- A.** $\vec{n}(-2; 5; -1)$. **B.** $\vec{n}(2; -5; 3)$. **C.** $\vec{n}(2; -5; -1)$. **D.** $\vec{n}(2; 5; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Số phức $z = 2i - 5$ có số phức liên hợp là

- A.** $\bar{z} = -5 + 2i$. **B.** $\bar{z} = 2i + 5$. **C.** $\bar{z} = -5 - 2i$. **D.** $\bar{z} = 5 - 2i$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm M, N, P lần lượt biểu diễn cho các số phức $z_1 = -1 + 4i$, $z_2 = 2 + i$

$$z_3 = 5 + 4i. \text{ Tam giác } MNP \text{ là}$$

- A.** Tam giác vuông cân. **B.** Tam giác cân.
C. Tam giác đều. **D.** Tam giác vuông.

Lời giải

Chọn A

$$M(-1; 4), N(2; 1), P(5; 4)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN}(3; -3); \overrightarrow{NP}(3; 3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 3 \cdot 3 + (-3) \cdot 3 = 0.$$

Và $MN = NP = 3\sqrt{2}$.

Do đó tam giác MNP vuông cân tại N .

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 + 2i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A.** $3 + i$. **B.** $3 - i$. **C.** $-3 + i$. **D.** $-3 - i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 + z_2 = (2 - 3i) + (1 + 2i) = 3 - i$

Câu 6: Số phức liên hợp của số phức $z = (2 - 3i)(3 + 2i)$ là

- A.** $\bar{z} = -12 + 5i$. **B.** $\bar{z} = 12 - 5i$. **C.** $\bar{z} = 12 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -12 - 5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = (2 - 3i)(3 + 2i) = 12 - 5i \Rightarrow \bar{z} = 12 + 5i$

Câu 7: Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị $\int_1^2 [2f(x) + 1]dx$ bằng

- A.** $\frac{17}{2}$. **B.** 45. **C.** 31. **D.** $\frac{67}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Do $F(x) = x^4 \Rightarrow f(x) = 4x^3 \Rightarrow \int_1^2 [2f(x) + 1]dx = \int_1^2 (8x^3 + 1)dx = 31$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2022 = 0$, $(Q): x - 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- A.** 673. **B.** 672. **C.** 674. **D.** 675.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $d((P), (Q)) = \frac{|2022 - (-3)|}{\sqrt{1 + 2^2 + 2^2}} = 675$

Câu 9: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{6x} + 3x^2 - 1$ là

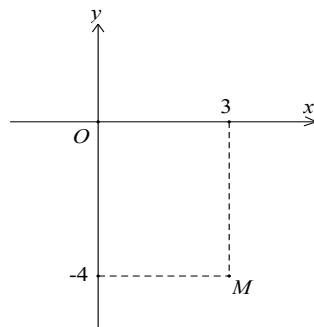
- A.** $F(x) = e^{6x} + x^3 - x + C$. **B.** $F(x) = \frac{1}{6}e^{6x} + x^3 - x + C$.
C. $F(x) = e^{6x} + 3x^2 - x + C$. **D.** $F(x) = \frac{1}{6}e^{6x} + 3x^3 - x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (e^{6x} + 3x^2 - 1) dx = \frac{1}{6}e^{6x} + x^3 - x + C.$$

Câu 10: Điểm M trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .

B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

D. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn hình, ta có $M(3; -4) \Rightarrow z = 3 - 4i$ nên z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Câu 11: Phần ảo của số phức $z = \frac{3-i}{1+i}$ bằng

A. -2 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn A

$$z = \frac{3-i}{1+i} = \frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1 - 2i \text{ nên } z \text{ có phần ảo là } -2.$$

Câu 12: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. B. $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$ ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$).

C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. **D. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.**

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết: tính chất của nguyên hàm.

Câu 13: Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(x+2) + (x+3y-3)i = (y+4) + (2x-1)i$. Giá trị của biểu thức $P = xy$ bằng

A. 6 .

B. 8 .

C. 1 .

D. -8 .

Lời giải

Chọn B

$$(x+2)+(x+3y-3)i=(y+4)+(2x-1)i$$

Ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=y+4 \\ x+3y-3=2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ -x+3y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow P=xy=8$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;-1); B(4;-1;7)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $3x-2y+4z+13=0$. **B.** $3x-2y+4z+16=0$.

C. $3x-2y+4z-42=0$. **D.** $3x-2y+4z-13=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là: $I(1;1;3)$ và $\overrightarrow{AB}=(6;-4;8)$

Chọn $\vec{n}=(3;-2;4)$ là vecto pháp tuyến của mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$$3(x-1)-2(y-1)+4(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+4z-13=0$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $P(5;2;4)$.

B. $N(1;-1;2)$.

C. $M(1;0;0)$.

D. $Q(3;2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm Q và phương trình đường thẳng d ta có: $\frac{3-1}{2} = \frac{2+1}{3} = \frac{2}{2} \Leftrightarrow 1=1=1$

Vậy điểm Q thuộc đường thẳng d

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2], f(1)=4$ và $f(2)=-2$. Giá trị

$I = \int_1^2 f'(x)dx$ bằng?

A. -6 .

B. 2 .

C. -2 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_1^2 f'(x)dx = f(x)|_1^2 = f(2)-f(1)=-2-4=-6$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, có điểm $M(-2;3;-1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua M và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình là

A. $2x-3y+z+4=0$. **B.** $2x+y+3z+4=0$.

C. $2x+y+3z+10=0$. **D.** $2x+y+3z-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) đi qua $M(-2;3;-1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_\Delta = (2;1;3)$ có phương trình là

$$2(x+2) + (y-3) + 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 3z + 4 = 0.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $A(1;0;-6)$ và đi qua điểm $B(7;3;-4)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+6)^2 = 49.$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-6)^2 = 49.$

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+6)^2 = 7.$

D. $(x-7)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 49.$

Lời giải

Chọn A

Có bán kính mặt cầu $R = AB = \sqrt{(7-1)^2 + (3-0)^2 + (-4+6)^2} = 7.$

Phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+6)^2 = 49.$

Câu 19: Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $2i.$

D. $-2.$

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ bằng $-2.$

Câu 20: Trong tập số phức $\mathbb{C}$, số phức $z = 2 - 3i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + mz + n = 0$ ($m, n \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2m + n = 5.$

B. $2m + n = 9.$

C. $2m + n = 21.$

D. $2m + n = 22.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 2 - 3i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + mz + n = 0$ ($m, n \in \mathbb{R}$) nên $z' = 2 + 3i$ là nghiệm thứ hai của phương trình. Suy ra

$$\begin{cases} z + z' = 4 = -m \\ z.z' = 13 = n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 13. \end{cases}$$

Vậy $2m + n = 5.$

Câu 21: Nếu $\int_0^1 f(1-2x)dx = 7$ thì $\int_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

A. $-14.$

B. $\frac{7}{2}.$

C. $-\frac{7}{2}.$

D. $14.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 1 - 2x \Rightarrow dt = -2dx$

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = -1$
 $x = 0 \Rightarrow t = 1$

Khi đó: $\int_0^1 f(1-2x) dx = 7 \Leftrightarrow \int_1^{-1} f(t) \cdot \left(-\frac{1}{2} dt\right) = 7 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx = 7 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = 14.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $D(2; 6; -5)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 7)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-5}{7}$. **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-7}{-5}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+5}{7}$. **D.** $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+7}{-5}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 23: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^1 5f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. 3.

C. 15.

D. 45.

Lời giải

Chọn C

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2 - x^2$ và $y = x$ bằng

A. 3.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{11}{6}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

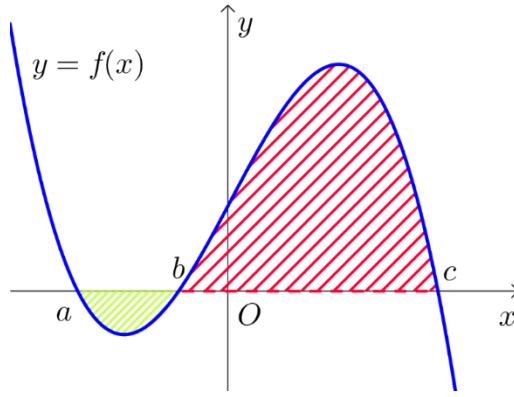
Chọn B

Lập phương trình hoành độ giao điểm: $2 - x^2 = x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Diện tích cần tính $S = \int_{-2}^1 |2 - x^2 - x| dx = \int_{-2}^1 (-x^2 - x + 2) dx$

$= \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{7}{6} - \left(-\frac{10}{3} \right) = \frac{9}{2}.$

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng trong phần gạch sọc được tính theo công thức

A. $S = -\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx.$

B. $S = \int_a^c f(x) dx.$

C. $S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$

D. $S = -\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của (S)

A. $I(1;-2;3)$ và $R=2$. **B.** $I(-1;2-3)$ và $R=2$.

C. $I(-1;2;-3)$ và $R=4$.

D. $I(1;-2;3)$ và $R=4$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết.

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$ và $x=2$ khi quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^2 x dx.$

B. $V = \pi \int_1^2 \sqrt{x} dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^2 x dx.$

D. $V = \int_1^2 |\sqrt{x}| dx.$

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 7 = 0$ là

A. $(6;-4;3).$

B. $(3;-1;0).$

C. $(1;4;-2).$

D. $(0;2;-4).$

Lời giải

Chọn B

Giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \\ 2x - y - z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ x = 3 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{cases}.$$

Câu 29: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^3 [2f(x) + 3] dx$ bằng

A. 16.

B. 6.

C. 9.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_1^3 [2f(x) + 3] dx = 2 \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 3 dx = 2 \cdot 3 + 3x \Big|_1^3 = 12.$$

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{3x-2}$ và $f(1) = 2022$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $f(2) = 2 \ln 2$.

B. $f(2) = \frac{2}{3} \ln 2 + 2022$.

C. $f(2) = \ln 4 + 2022$.

D. $f(2) = \frac{1}{3} \ln 2 + 2022$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(x) = \int \frac{1}{3x-2} dx = \frac{1}{3} \ln |3x-2| + C.$$

$$f(1) = 2022 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \ln |3 \cdot 1 - 2| + C = 2022 \Leftrightarrow C = 2022.$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3} \ln |3x-2| + 2022$$

$$\Rightarrow f(2) = \frac{1}{3} \ln |3 \cdot 2 - 2| + 2022 = \frac{1}{3} \ln 4 + 2022 = \frac{2}{3} \ln 2 + 2022.$$

Câu 31: Cho $I = \int \sqrt{2x+1} dx$, đặt $t = \sqrt{2x+1}$ khi đó viết I theo t và dt ta được

A. $I = \frac{1}{2} \int t dt$.

B. $I = \int t dt$.

C. $I = \frac{1}{2} \int t^2 dt$.

D. $I = \int t^2 dt$.

Lời giải

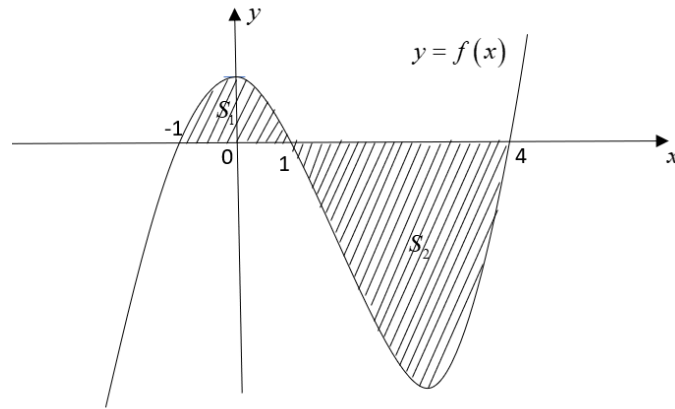
Chọn C

$$I = \int \sqrt{2x+1} dx.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow t^2 = 2x+1 \Rightarrow 2t dt = 2 dx \Rightarrow t dt = dx.$$

$$I = \int \sqrt{2x+1} dx = \int t \cdot t dt = \int t^2 dt.$$

Câu 32: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba và trục hoành được chia thành hai phần có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (như hình vẽ)



Biết $\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{8}{3}$ và $\int_1^4 f(x) dx = -\frac{63}{8}$. Khi đó diện tích S của hình phẳng (H) bằng

A. $\frac{125}{24}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{253}{24}$.

D. $\frac{63}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ, ta có $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx = \frac{8}{3} + \frac{63}{8} = \frac{253}{24}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int f(x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 34: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $(1+i)z - 4 - 2i = 2iz$. Giá trị của biểu thức

$M = \frac{3^x}{2^y}$ bằng

A. $\frac{27}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1+i)z - 4 - 2i = 2iz \Leftrightarrow (1+i)z - 2iz = 4 + 2i \Leftrightarrow (1-i)z = 4 + 2i \Leftrightarrow z = 1 + 3i$.

$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow M = \frac{3^1}{2^3} = \frac{3}{8}$.

Câu 35: Trên mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x - 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$.

$$\Leftrightarrow |x + yi + 2 + i| = |x - yi - 3i|$$

$$\Leftrightarrow |(x + 2) + (y + 1)i| = |x + (-y - 3)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{x^2 + (-y - 3)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + y^2 + 6y + 9$$

$$\Leftrightarrow 4x - 4y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = x - 1$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) chắn 3 trục tọa độ có phương trình là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxz) .

- A. $A_1(1;0;0)$. B. $A_1(1;2;0)$. C. $A_1(1;0;3)$. D. $A_1(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oxz) là $A_1(1;0;3)$.

Câu 38: Nếu $\int_{-1}^1 f(x)dx = 5$ và $\int_1^1 f(x)dx = -8$ thì $\int_{-1}^1 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. -3 . B. 18 . C. 13 . D. 2 .

Lời giải

Chọn B

$$\int_{-1}^1 [2f(x) - g(x)]dx = 2 \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^1 f(x)dx = 2 \cdot 5 - (-8) = 18.$$

Câu 39: Nguyên hàm $\int x^5 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{6}x^6 + C$. B. $6x^6 + C$. C. $5x^4 + C$. D. $x^6 + C$.

Lời giải**Chọn A**

$$\int x^5 dx = \frac{1}{6} x^6 + C.$$

Câu 40: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Số phức nghịch đảo của z có mô đun bằng

A. 5.

B. $\sqrt{5}$.C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.D. $\frac{1}{5}$.**Lời giải****Chọn C**

Số phức nghịch đảo của z là $\frac{1}{z}$. Khi đó: $\frac{1}{z} = \frac{1}{1-2i} = \frac{1+2i}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{1+2i}{1+2^2} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$.

$$\text{Vậy } \left| \frac{1}{z} \right| = \left| \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{5} \right)^2 + \left(\frac{2}{5} \right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(0) = \frac{2}{3}$. Giá trị của $F(-2) + F(2)$ bằng

A. $-\frac{13}{2}$.

B. 5.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. -12.

Lời giải**Chọn A**

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } F(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow C_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + \frac{2}{3} & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{2}x^2 + x + C_1 \right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + \frac{2}{3} \right) \Leftrightarrow \frac{3}{2} + C_1 = 3 \Leftrightarrow C_1 = \frac{3}{2}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + \frac{2}{3} & \text{khi } x < 1 \end{cases}. \text{ Vậy } F(-2) + F(2) = -\frac{8}{3} - 4 - 6 + \frac{3}{2} + 4 - \frac{3}{2} = -\frac{13}{2}.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 100$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + 6z - 64 = 0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 12 có phương trình là.

A. $2x - 3y + 6z - 64 = 0$.

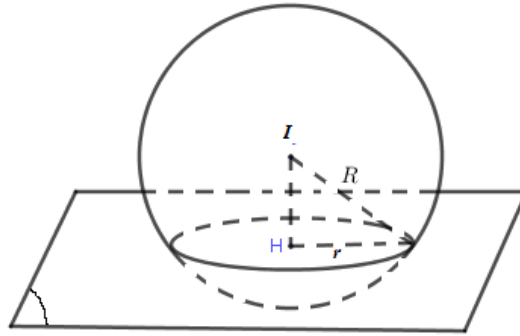
B. $2x - 3y + 6z + 48 = 0$.

C. $2x - 3y + 6z - 48 = 0$.

D. $2x - 3y + 6z + 64 = 0$.

Lời giải

Chọn A



$$(\alpha) \parallel (P) \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{n}_P = (2; -3; 6).$$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + D = 0 \ (D \neq -64)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 0)$, bán kính $R = 10$.

Đường kính đường tròn $d = 12 \Rightarrow r = 6$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng $(\alpha) \Rightarrow IH = \sqrt{R^2 - r^2} = 8$.

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) + 6 \cdot 0 + D|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2}} = 8 \Leftrightarrow |8 + D| = 56 \Leftrightarrow \begin{cases} 8 + D = 56 \\ 8 + D = -56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 48 \\ D = -64 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (α) là $2x - 3y + 6z + 48 = 0$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành. Hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $[f'(x)]^2 + f''(x) \cdot f(x) + 4 = 0, f(0) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$. Diện tích S là hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. 2π .

C. π .

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $[f'(x)]^2 + f''(x) \cdot f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow [f(x) \cdot f'(x)]' = -4$

$$\Rightarrow f(x) \cdot f'(x) = -4x + C \Rightarrow \frac{1}{2} f^2(x) = -2x^2 + Cx + C'$$

Mà $f(0) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$ nên $\begin{cases} \frac{1}{2} f^2(0) = C' \\ \frac{1}{2} f^2\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} C + C' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C' = 0 \\ \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C' = 0 \\ C = 4 \end{cases}$

Suy ra: $f^2(x) = -4x^2 + 8x \Rightarrow f(x) = \sqrt{-4x^2 + 8x}$

Khi đó (C) cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = 0; x = 2$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành là $S = \int_0^2 \sqrt{-4x^2 + 8x} \, dx = \int_0^2 \sqrt{4x(2-x)} \, dx$

Đặt $x = 2 \sin^2 t, t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 4 \sin t \cos t \, dt$

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{8 \sin^2 t (2 - 2 \sin^2 t)} 4 \sin t \cos t \, dt$

$$S = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \sin^2 t \cos^2 t \, dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2t \, dt = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4t) \, dt = 2 \left(t - \frac{1}{4} \sin 4t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi.$$

Câu 44: Cho các số thực x, y, m . Biết rằng có một số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 4$ và $mx + 2y + 2m - 1 = 0$. Khi đó giá trị m bằng

A. $-\frac{9}{4}$.

B. $-\frac{15}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$

Ta có $z \cdot \bar{z} = 4 \Leftrightarrow |z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2$

$\Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm O , bán kính $R = 2$

Mà M thuộc đường thẳng $\Delta: mx + 2y + 2m - 1 = 0$.

Nên để có một số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán thì đường thẳng Δ phải tiếp xúc với đường

tròn $(C) \Leftrightarrow d(O, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|2m-1|}{\sqrt{m^2+4}} = 2$

$$\Leftrightarrow (2m-1)^2 = 4(m^2+4) \Leftrightarrow 4m+15=0 \Leftrightarrow m = -\frac{15}{4}.$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB . Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x + by + cz + d_1 = 0$ và $2x + by + cz + d_2 = 0$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1; d_2)$?

A. 15.

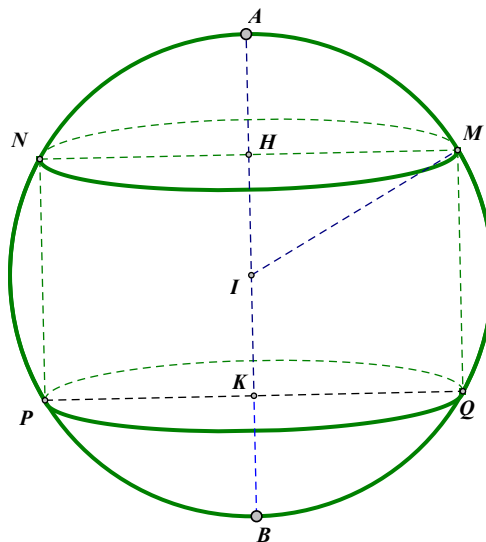
B. 13.

C. 11.

D. 17.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là tâm của đường tròn đáy của khối trụ (T) và I là tâm mặt cầu (S)

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(4;3;4)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = 3$.

Từ giả thiết suy ra mặt phẳng chứa hai đáy của khối trụ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4;4;2) \Rightarrow$ hai mặt phẳng đó có dạng $2x + 2y + z + d_1 = 0$; $2x + 2y + z + d_2 = 0$

Đặt $HI = x (0 < x < 3) \Rightarrow r = HM = \sqrt{R^2 - HI^2} = \sqrt{9 - x^2}$

$\Rightarrow V_{(T)} = \pi \cdot r^2 \cdot 2HI = \pi 2x \cdot (9 - x^2) = \pi 2(9x - x^3)$

Xét hàm số $f(x) = 9x - x^3 \Rightarrow f'(x) = 9 - 3x^2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$, loại $x = -\sqrt{3}$.

x	0	$\sqrt{3}$	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$6\sqrt{3}$	0

Từ BBT suy ra thể tích khối trụ lớn nhất khi $x = HI = \sqrt{3}$

Suy ra khoảng cách giữa hai đáy của khối trụ là $2\sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{|d_1 - d_2|}{3} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |d_1 - d_2| = 6\sqrt{3} \approx 10,39$

$\Rightarrow$ có 11 giá trị nguyên thuộc khoảng $(d_1; d_2)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -5; 4)$ và mặt phẳng (Oxz) , lấy điểm M trên mặt phẳng (Oxz) . Gọi B thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (Oxz) bằng

A. 5.

B. 6.

C. 15.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{d(B, (Oxz))}{d(A, (Oxz))} = \frac{MB}{MA} = 3 \Rightarrow d(B, (Oxz)) = 3.5 = 15.$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 2; 3), N(2; 3; 1), P(1; 0; 4)$ và mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-10)^2 = 24$. Gọi A là điểm thay đổi thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $|6\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{AN} - 2\overrightarrow{AP}|$ bằng:

A. $\sqrt{66}.$

B. $\sqrt{202}.$

C. $\sqrt{6}.$

D. $5\sqrt{6}.$

Lời giải

Chọn D

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-10)^2 = 24 \Rightarrow (E): \begin{cases} E(1; -3; 10) \\ R = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{Tìm điểm } I \text{ sao cho } 6\overrightarrow{IM} - 3\overrightarrow{IN} - 2\overrightarrow{IP} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{6x_M - 3x_N - 2x_P}{6-3-2} = -2 \\ y_I = \frac{6y_M - 3y_N - 2y_P}{6-3-2} = 3 \\ z_I = \frac{6z_M - 3z_N - 2z_P}{6-3-2} = 7 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 3; 7).$$

$$\text{Ta có } |6\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{AN} - 2\overrightarrow{AP}| = |6\overrightarrow{AI} + 6\overrightarrow{IM} - 3\overrightarrow{AI} - 3\overrightarrow{IN} - 2\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{IP}| = |\overrightarrow{AI}| = AI.$$

$$|6\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{AN} - 2\overrightarrow{AP}| = AI \leq IE + R = 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}.$$

Đẳng thức xảy ra khi A, E, I theo thứ tự thẳng hàng.

Câu 48: Cho số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z+1+i| = |z-1+3i|$ và biểu thức $T = |z+3+i| + |z-4-4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị $2021x - 2022y$ bằng:

A. $-4045.$

B. $4045.$

C. $-4041.$

D. $4041.$

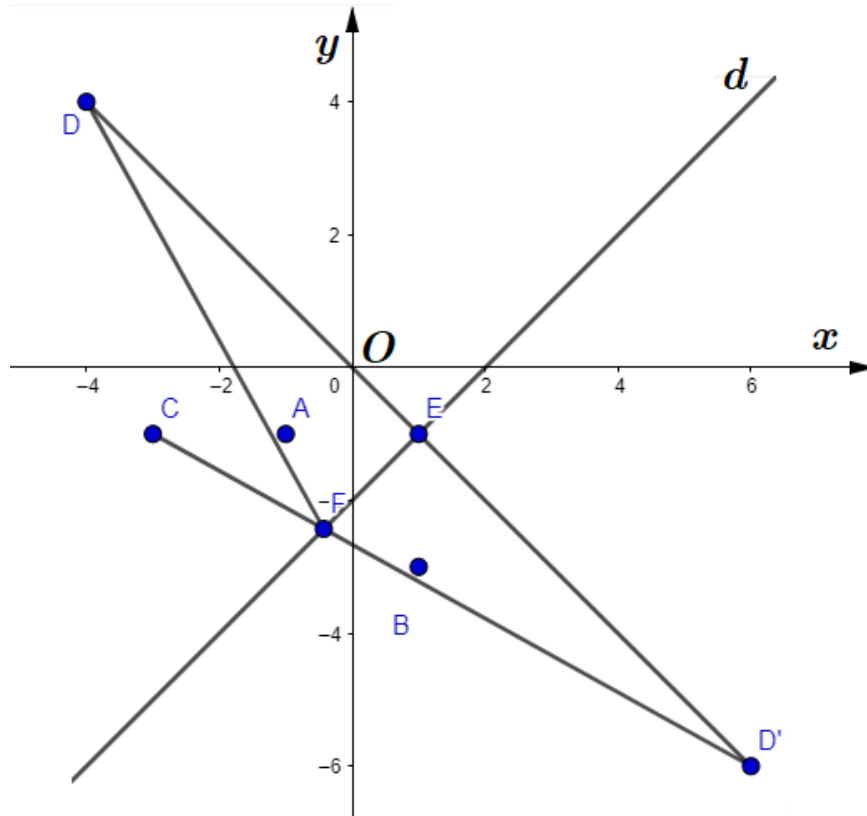
Lời giải

Chọn D

Đặt biểu diễn các số phức $x + yi, -1 - i; 1 - 3i; -3 - i; 4 + 4i$ lần lượt là các điểm $M(x; y), A(-1; -1), B(1; -3), C(-3; -1), D(4; 4).$

$$\text{Ta có } |z+1+i| = |z-1+3i| \Leftrightarrow MA = MB$$

$$\text{Nên } M \text{ thuộc đường trung trực } d \text{ của } AB, \text{ khi đó } d: \begin{cases} I(0; -2) \\ \vec{n} = (2; -2) \end{cases} \Rightarrow d: x - y - 2 = 0.$$



Do C, D nằm cùng phía so với d , gọi D' là điểm đối xứng của D qua d .

Gọi $E(t; t-2)$ là hình chiếu của D trên $d \Rightarrow \overrightarrow{ED} = (4-t; 6-t)$

Ta có $\overrightarrow{ED} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 4-t+6-t=0 \Leftrightarrow t=5 \Rightarrow E(5;3) \Rightarrow D'(6;2) \Rightarrow CD': x-3y=0$.

Khi đó ta có được $T = |z+3+i| + |z-4-4i| = MC + MD = MC + MD' \leq CD'$.

Đẳng thức xảy ra khi $M = d \cap CD'$, khi đó tọa độ M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x-y-2=0 \\ x-3y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}.$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)\sqrt{e^x+3}-3e^x=0, f(0)=12$. Giá trị tích phân

$$I = \int_2^4 \frac{f(x)}{x^2 \sqrt{e^x+3}} dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x)\sqrt{e^x+3}-3e^x=0 \Rightarrow f'(x) = \frac{3e^x}{\sqrt{e^x+3}}.$$

$$\text{Ta có } f'(x)dx = \frac{3e^x}{\sqrt{e^x+3}} dx \Rightarrow f'(x)dx = \frac{3d(e^x+3)}{\sqrt{e^x+3}} \Rightarrow f(x) = 6(\sqrt{e^x+3}) + C$$

$$\text{Mà } f(0)=12 \Rightarrow 12+C=12 \Rightarrow C=0 \Rightarrow f(x) = 6\sqrt{e^x+3}.$$

$$I = \int_2^4 \frac{f(x)}{x^2 \sqrt{e^x + 3}} dx = \int_2^4 \frac{6\sqrt{e^x + 3}}{x^2 \sqrt{e^x + 3}} dx = \int_2^4 \frac{6}{x^2} dx = \frac{-6}{x} \Big|_2^4 = \frac{3}{2}.$$

Câu 50: Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 4m^2x^2 + 4$ (với m là tham số và $m \neq 0$). Gọi Δ là đường thẳng song song với trục Ox , đi qua điểm cực tiểu của đồ thị hàm số và hợp với đồ thị hàm số tạo thành hình phẳng có diện tích bằng $\frac{32768}{3645}$. Khi đó tích các giá trị của các tham số m bằng

A. $-\frac{4}{9}$

B. $-\frac{9}{4}$

C. $-\frac{9}{2}$

D. $-\frac{2}{9}$

Lời giải

Chọn A

$$y = -\frac{1}{4}x^4 + 4m^2x^2 + 4 \Rightarrow y' = -x^3 + 8m^2x = -x(x^2 - 8m^2)$$

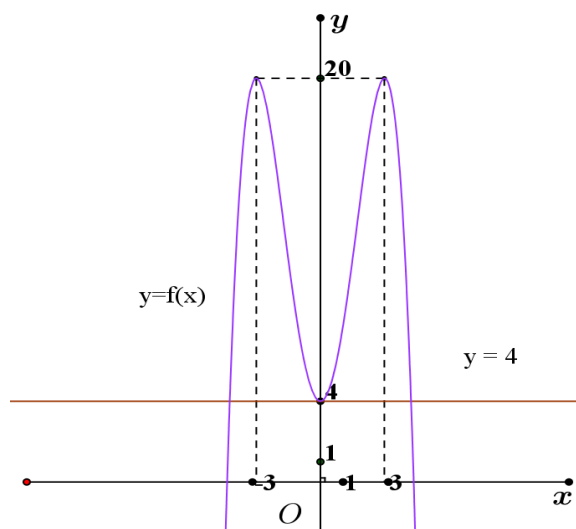
$$y' = 0 \Rightarrow -x(x^2 - 8m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{2}|m| \\ x = -2\sqrt{2}|m| \end{cases} \text{ . Do } m \neq 0 \text{ .}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-2\sqrt{2} m $	0	$2\sqrt{2} m $	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$								
	$-\infty$			4				$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0; 4)$. Phương trình đường thẳng $\Delta: y = 4$.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } -\frac{1}{4}x^4 + 4m^2x^2 + 4 = 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^4 + 4m^2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4|m| \\ x = 4|m| \end{cases}$$



Gọi S là diện tích hình phẳng cần tìm

$$\begin{aligned}
S &= \frac{32768}{3645} \Leftrightarrow 2 \int_0^{4|m|} \left| \frac{-1}{4} x^4 + 4m^2 x^2 \right| dx = \frac{32768}{3645} \Leftrightarrow \int_0^{4|m|} \left(\frac{-1}{4} x^4 + 4m^2 x^2 \right) dx = \frac{16384}{3645} \\
&\Leftrightarrow \left(\frac{-1}{20} x^5 + \frac{4m^2}{3} x^3 \right) \Big|_0^{4|m|} = \frac{16384}{3645} \Leftrightarrow \frac{-1}{20} (4|m|)^5 + \frac{4m^2}{3} (4|m|)^3 = \frac{16384}{3645} \Leftrightarrow (|m|)^5 = \frac{32}{243} \\
&\Leftrightarrow |m| = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{3} = m_1 \\ m = \frac{2}{3} = m_2 \end{cases} \Rightarrow m_1 . m_2 = -\frac{2}{3} . \frac{2}{3} = -\frac{4}{9} .
\end{aligned}$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2$ là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(3; 4; 5)$ đến mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 12z - 14 = 0$ bằng

- A. 3. B. 6. C. $\frac{85}{13}$. D. $\frac{53}{13}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^4 f(x)dx = 12$. Giá trị của $\int_1^2 f(6x-8)dx$ bằng

- A. -2. B. -72. C. 2. D. 72.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý khác 0. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$. B. $\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.
C. $\int_a^b k \cdot f(x)dx = \int_a^b f(kx)dx$. D. $\int_a^b k \cdot f(x)dx = \int_b^a f(kx)dx$.

Câu 15: Nếu đặt $t = \sqrt{x^2 + 1}$ thì $\int x\sqrt{x^2 + 1}dx$ trở thành

- A. $\int 2t dt$. B. $\int t dt$. C. $\int 2t^2 dt$. D. $\int t^2 dt$

Câu 16: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 1 - x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{16\pi}{15}$. C. $\frac{16}{15}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)|dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)|dx$.

Câu 18: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -2, x = 0$ có diện tích bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 19: Biết $z_1 = 2 - 3i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với b, c là các số thực. Giá trị của $b + c$ bằng

- A. 9. B. -5. C. -1. D. 13.

Câu 20: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$ bằng

- A. 16. B. 8. C. 4. D. 12.

Câu 21: Phần ảo của số phức $z = 2 + i$ là

- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -5 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + 5t \end{cases}$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 - z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 3 = 0$.

Câu 24: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x - 2y + (3x + y)i = 2 + 13i$. Giá trị của $x - 2y$ bằng

- A. -6. B. -2. C. 6. D. 2.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;1;-1), B(3;2;-1), C(1;1;2)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

- A. $(3;-3;1)$. B. $(3;3;1)$. C. $(-3;3;1)$. D. $(3;-3;-1)$.

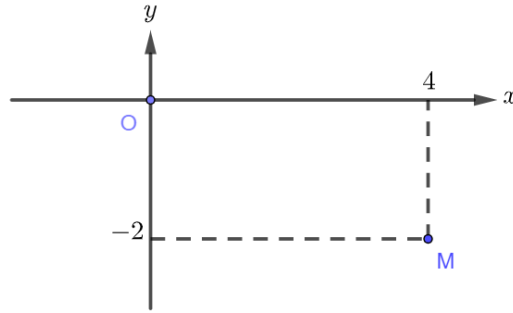
Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 9. D. $\frac{5}{7}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(-1;2;3), B(1;4;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ là

- A. $3x - y - 2z + 11 = 0$. B. $5x - 3y - 4z + 23 = 0$.
C. $3x + 5y + z - 10 = 0$. D. $3x - 5y - 4z + 25 = 0$.

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy , điểm M như hình vẽ bên dưới biểu diễn cho số phức nào sau đây?



- A. $-4 - 2i$. B. $-2 - 4i$. C. $-2 + 4i$. D. $4 - 2i$.

Câu 29: Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ bằng

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$. B. $\frac{\pi + 1}{2}$. C. $\frac{\pi - 1}{2}$. D. $\frac{\pi}{2} + 1$.

Câu 30: Một ô tô chạy với vận tốc 8 m/s thì người lái xe đạp phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 8$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 6 m. B. 16 m. C. 32 m. D. 8 m.

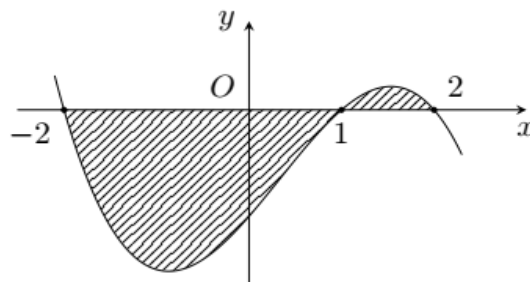
Câu 31: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 4 - 6i$. Số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $2 + 3i$. B. $-2 - 3i$. C. $-2 + 3i$. D. $6 - 9i$.

Câu 32: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

- A. $-xe^x + e^x + C$. B. $-xe^x - e^x + C$. C. $xe^x - e^x + C$. D. $xe^x + e^x + C$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 2$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. B. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(6; -6; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-8}{2} = \frac{y+n}{4} = \frac{z-m}{-3}$ với m , n là các tham số thực. Biết rằng điểm M thuộc đường thẳng Δ , giá trị của $m - n$ bằng

A. -1.

B. -5.

C. 1.

D. 5.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5)$ và $B(3;1;-3)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(4;4;-8)$.

B. $(2;2;-4)$.

C. $(2;-2;2)$.

D. $(1;-1;1)$.

Câu 36: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ là

A. $3x^3 + x^2 + x + C$.

B. $x^3 + x^2 + x + C$.

C. $x^3 + x^2 + C$.

D. $x^3 + 2x^2 + x + C$.

Câu 37: Mô đun của số phức $z = -3 + 4i$ bằng

A. 5.

B. 25.

C. 1.

D. $\sqrt{7}$.

Câu 38: Phần thực của số phức $z = (4 - i) + (1 + 4i)$ là

A. -3.

B. 3.

C. -5.

D. 5.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;1)$, vuông góc với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \text{ có phương trình là}$$

A. $\frac{x}{7} = \frac{y+1}{8} = \frac{z+1}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x}{7} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-1}{-2}$.

D. $\frac{x}{7} = \frac{y-1}{-8} = \frac{z-1}{-2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z + 1 = 0$ có tọa độ là

A. $(3;-2;2)$.

B. $(3;2;2)$.

C. $(3;-2;1)$.

D. $(3;2;1)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và

$$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}.$$

Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng

$(P): x + y + z - 2022 = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB ngắn nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \frac{5}{2} + t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{5}{2} - t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{9}{5} + 3t \\ y = \frac{2}{5} + 6t \\ z = -\frac{12}{5} + 10t \end{cases}$.

Câu 42: Biết rằng $\int \cos^2 x \, dx = \frac{ax + b \sin 2x}{m} + C$ với a, b và m là các số nguyên dương, C là hằng số.

Giá trị của $\frac{a+b}{m}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ và $f'(x) = \frac{1}{2x-1}$ thoả mãn $f(2) = 3 + \frac{1}{2}\ln 3$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. $\frac{1}{2}\ln 5 + 3$.

B. $-2\ln 5 + 5$.

C. $2\ln 5 + 3$.

D. $\frac{1}{2}\ln 5 + 5$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy , biết rằng tập hợp điểm biểu diễn của số phức thoả mãn $|z - 6i + 8| = 25$ là một đường tròn tâm $I(a; b)$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 14.

D. -14.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x) = x^2 + \int_1^2 xf(x)dx$. Giá trị của $\int_0^2 xf(x)dx$

A. -11.

B. 11.

C. -7.

D. 19.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): 2x - z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 2y - 2 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng d tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) . Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 5.

C. 3.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 47: Cho hai số phức z, w thoả mãn $|w - i| = 2$ và $z + 2 = iw$. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 6.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 7m^2 - 1 = 0$ là phương trình mặt cầu. Số phần tử của S là

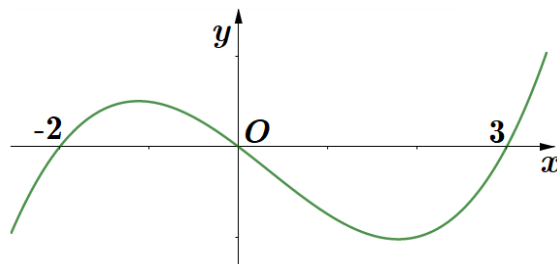
A. 5.

B. 7.

C. 4.

D. 6.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây đúng?

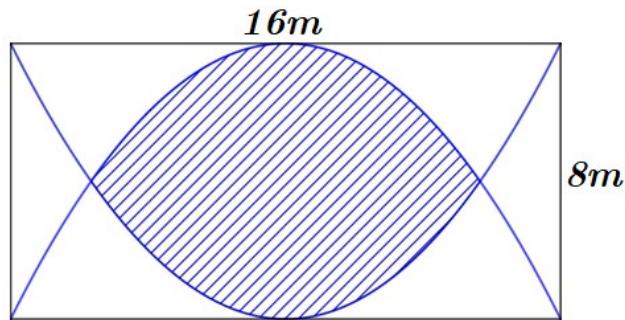
A. $f(-2) > f(0) > f(3)$.

B. $f(0) > f(-2) > f(3)$.

C. $f(0) > f(3) > f(-2)$.

D. $f(3) > f(0) > f(-2)$.

Câu 50: Ông Năm có một khu đất dạng hình chữ nhật với chiều dài là $16m$ và chiều rộng là $8m$. Ông Năm trồng rau sạch trên một mảnh vườn được giới hạn bởi hai parabol. Biết rằng mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua hai điểm đầu mút của cạnh dài đối diện (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa).



Biết chi phí để trồng rau là 45.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông Năm cần bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng phần nghìn) để trồng rau trên phần mảnh vườn đó?

- A.** 2159000 đồng. **B.** 2715000 đồng.
C. 3322000 đồng. **D.** 1358000 đồng.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.C	5.C	6.D	7.A	8.D	9.B	10.C
11.D	12.A	13.C	14.C	15.D	16.B	17.C	18.B	19.A	20.D
21.B	22.C	23.C	24.D	25.A	26.B	27.D	28.D	29.A	30.B
31.C	32.C	33.B	34.C	35.C	36.B	37.A	38.D	39.C	40.A
41.A	42.D	43.A	44.B	45.A	46.D	47.D	48.A	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và C là một hằng số. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = f'(x) + C$. **B. $[F(x) + C]' = f(x)$.**
 C. $f'(x) = F(x) + C$. D. $F(x) = f(x) + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, tâm và bán kính của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$

- A. $I(1;0;-2), R=2$.** B. $I(1;0;2), R=2$.
 C. $I(-1;0;2), R=4$. D. $I(1;0;-2), R=4$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ là

- A. $-\ln|x| + C$. **B. $\ln|x| + C$.** C. $-\frac{1}{x^2} + C$. D. $\frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Giá trị của $\int_0^1 (2x + e^x) dx$ bằng

- A. $e-1$. B. $-e$. **C. e .** D. $e+1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^1 (2x + e^x) dx = (x^2 + e^x) \Big|_0^1 = 1 + e - 0 - 1 = e$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}(-1;2;-3)$ và $\vec{b}(-2;4;5)$. Giá trị vector $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. -16.

B. 16.

C. -5.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 + 8 - 15 = -5$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;1)$ và song song với đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases} \text{ có phương trình là}$$

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{u}_{\Delta}(1;-3;4)$, đường thẳng song song với Δ nhận vector $\vec{u}_{\Delta}(1;-3;4)$ làm vector chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;1)$ và song song với đường thẳng Δ là

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}.$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $M(-1;2;0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(4;0;-5)$ là

A. $4x - 5z + 4 = 0$.

B. $4x - 5z - 4 = 0$.

C. $4x - 5y + 4 = 0$.

D. $4x - 5y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua $M(-1;2;0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(4;0;-5)$ là

$$4(x+1) + 0 \cdot (y-2) - 5(z-0) = 0 \Leftrightarrow 4x - 5z + 4 = 0.$$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ là

A. $-2+i$ và $-2-i$.

B. $2+i$ và $2-i$.

C. $-1+2i$ và $-1-2i$.

D. $1+2i$ và $1-2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\Delta' = 1 - 5 = -4 = 4i^2$. Phương trình có nghiệm là: $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 1 - 2i$.

Câu 9: Cho số phức z thỏa mãn $2z + (1+i) = (5-2i)(1-i)$. Mô đun của số z bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $\sqrt{17}$.

C. 15.

D. 17.

Lời giải

Chọn B

$$2z + (1+i) = (5-2i)(1-i) \Leftrightarrow z = \frac{(5-2i)(1-i) - (1+i)}{2} = 1-4i$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}.$$

Câu 10: Số phức liên hợp của số phức $z = 2021 - 2022i$ là

- A. $-2021 - 2022i$. B. $2022 + 2021i$. C. $2021 + 2022i$. D. $-2021 + 2022i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = 2021 - 2022i \Rightarrow \bar{z} = z = 2021 + 2022i$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2$ là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(3; 4; 5)$ đến mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 12z - 14 = 0$ bằng

- A. 3. B. 6. C. $\frac{85}{13}$. D. $\frac{53}{13}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } d(M; (P)) = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 12 \cdot 5 - 14|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 12^2}} = 3.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^4 f(x) dx = 12$. Giá trị của $\int_1^2 f(6x-8) dx$ bằng

- A. -2. B. -72. C. 2. D. 72.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = 6x - 8 \Rightarrow dt = 6dx \Rightarrow dx = \frac{1}{6} dt.$$

$$\text{Khi } x = 1 \Rightarrow t = -2$$

$$x = 2 \Rightarrow t = 4.$$

$$\text{Khi đó } \int_1^2 f(6x-8) dx = \int_{-2}^4 f(t) \frac{1}{6} dt = \frac{1}{6} \int_{-2}^4 f(x) dx = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2.$$

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý khác 0. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = \int_a^b f(kx) dx.$

D. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = \int_b^a f(kx) dx.$

Lời giải

Chọn C

Câu 15: Nếu đặt $t = \sqrt{x^2 + 1}$ thì $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$ trở thành

A. $\int 2t dt.$

B. $\int t dt.$

C. $\int 2t^2 dt.$

D. $\int t^2 dt$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1$

$2t dt = 2x dx \Leftrightarrow x dx = t dt$

Nguyên hàm đã cho trở thành: $\int t dt = \int t^2 dt.$

Câu 16: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 1 - x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}.$

B. $\frac{16\pi}{15}.$

C. $\frac{16}{15}.$

D. $\frac{4\pi}{3}.$

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết.

Câu 18: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -2, x = 0$ có diện tích bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Hình phẳng đã cho có diện tích bằng $\int_{-2}^0 |x^3| dx = -\int_{-2}^0 x^3 dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-2}^0 = 4$.

Câu 19: Biết $z_1 = 2 - 3i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với b, c là các số thực. Giá trị của $b + c$ bằng

D. 13.

Lời giải

Chọn A

$z_1 = 2 - 3i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nên

$$(2-3i)^2 + b(2-3i) + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 12i + 9i^2 + 2b - 3bi + c = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c = 5 \\ -3b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 13 \end{cases}.$$

Vậy $b + c = 9$.

Câu 20: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$ bằng

D. 12.

Lời giải

Chọn D

$$z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 \\ z_2 = -2 \end{cases} \\ z^2 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_3 = \sqrt{2}i \\ z_4 = -\sqrt{2}i \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2 = 2^2 + (-2)^2 + (\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{2})^2 = 12.$$

Câu 21: Phần ảo của số phức $z = 2 + i$ là

D. -1 .

Lời giải

Chọn B

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

D.
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t. \\ z = 2 + 5t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 2)$

Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_\Delta$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là:
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 - z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

Dễ thấy C đúng

Câu 24: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x - 2y + (3x + y)i = 2 + 13i$. Giá trị của $x - 2y$ bằng

A. -6 .

B. -2 .

C. 6 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x - 2y + (3x + y)i = 2 + 13i \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy $x - 2y = 2$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 1; -1), B(3; 2; -1), C(1; 1; 2)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $(3; -3; 1)$.

B. $(3; 3; 1)$.

C. $(-3; 3; 1)$.

D. $(3; -3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 0), \overrightarrow{AC} = (-1; 0; 3) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(ABC)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; -3; 1)$.

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. 9 .

D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-x^2 + 4 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$. Nên: $S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \frac{9}{2}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(-1;2;3), B(1;4;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ là

- A. $3x - y - 2z + 11 = 0$. B. $5x - 3y - 4z + 23 = 0$.
C. $3x + 5y + z - 10 = 0$. D. $3x - 5y - 4z + 25 = 0$.

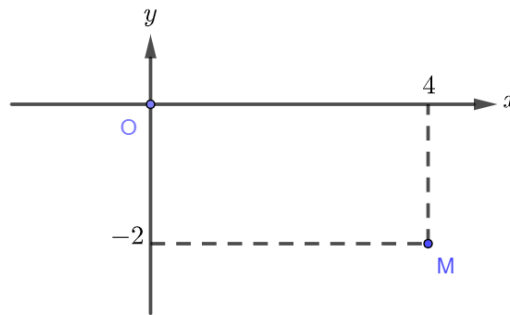
Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(-1;2;3), B(1;4;2)$ và vuông góc (P) .

Khi đó: $\overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (3; -5; -4)$. Nên: $(Q): 3x - 5y - 4z + 25 = 0$.

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy , điểm M như hình vẽ bên dưới biểu diễn cho số phức nào sau đây?



- A. $-4 - 2i$. B. $-2 - 4i$. C. $-2 + 4i$. D. $4 - 2i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 29: Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ bằng

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$. B. $\frac{\pi + 1}{2}$. C. $\frac{\pi - 1}{2}$. D. $\frac{\pi}{2} + 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d(\sin x) = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = (x \sin x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

Câu 30: Một ô tô chạy với vận tốc 8 m/s thì người lái xe đạp phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 8$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 6 m. B. 16 m. C. 32 m. D. 8 m.

Lời giải

Chọn B

Khi ô tô dừng hẳn thì $v = 0 \Rightarrow t = 4$.

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được là $S = \int_0^4 (-2t + 8) dt = (-t^2 + 8t) \Big|_0^4 = 16$.

Câu 31: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 4 - 6i$. Số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $2 + 3i$. B. $-2 - 3i$. C. $-2 + 3i$. D. $6 - 9i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 - z_2 = 2 - 3i - (4 - 6i) = -2 + 3i$.

Câu 32: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

- A. $-xe^x + e^x + C$. B. $-xe^x - e^x + C$. C. $xe^x - e^x + C$. D. $xe^x + e^x + C$.

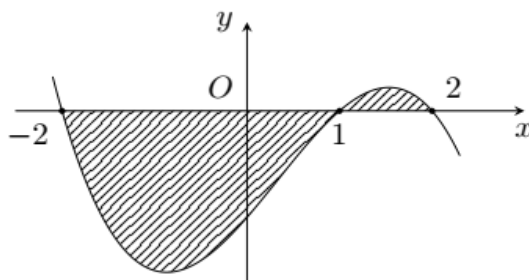
Lời giải

Chọn C

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

$$F(x) = \int f(x) dx = \int xe^x dx = \int x d(e^x) = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C.$$

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 2$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. B. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(6; -6; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-8}{2} = \frac{y+n}{4} = \frac{z-m}{-3}$ với m, n là các tham số thực. Biết rằng điểm M thuộc đường thẳng Δ , giá trị của $m - n$ bằng

- A. -1 . B. -5 . C. 1 . D. 5 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } M \in \Delta \Rightarrow \frac{6-8}{2} = \frac{-6+n}{4} = \frac{6-m}{-3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-6+n}{4} = -1 \\ \frac{6-m}{-3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=2 \\ m=3. \end{cases}$$

Suy ra $m-n=3-2=1$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5)$ và $B(3;1;-3)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(4;4;-8)$. B. $(2;2;-4)$. **C. $(2;-2;2)$.** D. $(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 1-3; -3+5) = (2; -2; 2).$$

Câu 36: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ là

- A. $3x^3 + x^2 + x + C$. **B. $x^3 + x^2 + x + C$.** C. $x^3 + x^2 + C$. D. $x^3 + 2x^2 + x + C$.

Lời giải

Chọn B

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = x^3 + x^2 + x + C$.

Câu 37: Mô đun của số phức $z = -3 + 4i$ bằng

- A. 5.** B. 25. C. 1. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } |z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 38: Phần thực của số phức $z = (4-i) + (1+4i)$ là

- A. -3. B. 3. C. -5. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D

Có $z = (4-i) + (1+4i) = 5+3i$. Suy ra phần thực của z là 5.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(0;1;1)$, vuông góc với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x=2t \\ y=-t \\ z=2+3t \end{cases} \text{ có phương trình là}$$

- A. $\frac{x}{7} = \frac{y+1}{8} = \frac{z+1}{-2}$. B. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z-1}{-2}$.
C. $\frac{x}{7} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-1}{-2}$. D. $\frac{x}{7} = \frac{y-1}{-8} = \frac{z-1}{-2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng cần viết và $\vec{u}$ là VTCP của d .

Do d vuông góc với cả Δ_1, Δ_2 nên $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_1 = (-2; 2; 1) \\ \vec{u} \perp \vec{u}_2 = (2; -1; 3) \end{cases}$, chọn $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; 8; -2)$.

$$\text{Suy ra } d: \frac{x}{7} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-1}{-2}.$$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z + 1 = 0$ có tọa độ là

A. $(3; -2; 2)$.

B. $(3; 2; 2)$.

C. $(3; -2; 1)$.

D. $(3; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z + 1 = 0$ có tọa độ là $(3; -2; 2)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng $(P): x + y + z - 2022 = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB ngắn nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \frac{5}{2} + t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{5}{2} - t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{9}{5} + 3t \\ y = \frac{2}{5} + 6t \\ z = -\frac{12}{5} + 10t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } A \in d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1} \Rightarrow A(2a+1; a; -a-2)$$

$$B \in d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2} \Rightarrow B(b+1; 3b-2; -2b+2)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-2a+b; -a+3b-2; a-2b+4)$$

$$\vec{n}_p = (1; 1; 1) \text{ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng } (P)$$

$$\Delta // (P) \Rightarrow \vec{n}_p \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow (-2a+b) + (-a+3b-2) + (a-2b+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2a + 2b + 2 = 0 \Leftrightarrow a = b + 1$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} = (-b-2; 2b-3; -b+5)$$

$$AB = \sqrt{(-b-2)^2 + (2b-3)^2 + (-b+5)^2} = \sqrt{6\left(b-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}} \geq \frac{7}{\sqrt{2}}$$

Do đó AB ngắn nhất khi và chỉ khi $b = \frac{3}{2}$ và $A\left(6; \frac{5}{2}; -\frac{9}{2}\right), \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{7}{2}; 0; \frac{7}{2}\right)$

Đường thẳng Δ đi qua $A\left(6; \frac{5}{2}; -\frac{9}{2}\right)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 0; 1)$ là một vectơ chỉ phương nên

$$\text{có phương trình là } \begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}.$$

Câu 42: Biết rằng $\int \cos^2 x \, dx = \frac{ax + b \sin 2x}{m} + C$ với a, b và m là các số nguyên dương, C là hằng số.

Giá trị của $\frac{a+b}{m}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int \cos^2 x \, dx = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx = \frac{2x + \sin 2x}{4} + C.$$

$$\text{Do đó } a = 2, b = 1, m = 4 \text{ và } \frac{a+b}{m} = \frac{3}{4}.$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ và $f'(x) = \frac{1}{2x-1}$ thỏa mãn $f(2) = 3 + \frac{1}{2} \ln 3$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. $\frac{1}{2} \ln 5 + 3$.

B. $-2 \ln 5 + 5$.

C. $2 \ln 5 + 3$.

D. $\frac{1}{2} \ln 5 + 5$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) \, dx = \int \frac{1}{2x-1} \, dx = \frac{1}{2} \ln |2x-1| + c = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln(2x-1) + c_1 & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \ln(1-2x) + c_2 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$f(2) = 3 + \frac{1}{2} \ln 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln 3 + c_1 = 3 + \frac{1}{2} \ln 3 \Leftrightarrow c_1 = 3.$$

$$f(3) = \frac{1}{2} \ln 5 + c_1 = 3 + \frac{1}{2} \ln 5.$$

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy , biết rằng tập hợp điểm biểu diễn của số phức thoả mãn $|z - 6i + 8| = 25$ là một đường tròn tâm $I(a; b)$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 14. D. -14.

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó $|z - 6i + 8| = 25 \Leftrightarrow (x + 8)^2 + (y - 6)^2 = 625$.

Suy ra tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn số phức z thoả mãn điều kiện

$|z - 6i + 8| = 25$ là đường tròn tâm $I(-8; 6)$ và bán kính $R = 25$. Vậy $a = -8; b = 6 \Rightarrow a + b = -2$

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x) = x^2 + \int_1^2 xf(x)dx$. Giá trị của $\int_0^2 xf(x)dx$

- A. -11. B. 11. C. -7. D. 19.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 + \int_1^2 xf(x)dx$. Đặt $\int_1^2 xf(x)dx = a$. Khi đó $f(x) = x^2 + a$.

Do đó $a = \int_1^2 xf(x)dx = \int_0^2 x(x^2 + a)dx \Leftrightarrow a = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{ax^2}{2} \right) \Big|_1^2 \Leftrightarrow a = \frac{15}{4} + \frac{3a}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{15}{2}$.

Nên $f(x) = x^2 - \frac{15}{2}$.

Vậy $I = \int_0^2 xf(x)dx = \int_0^2 \left(x^3 - \frac{15}{2}x \right)dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{15x^2}{4} \right) \Big|_0^2 = -11$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): 2x - z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 2y - 2 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng d tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) . Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 5. C. 3. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Vì tâm $I \in d$ nên $I(t; 1+t; 2+t)$.

Do mặt cầu tiếp xúc với cả 2 mặt phẳng (P) và (Q) nên $d(I; (P)) = d(I; (Q)) = R$.

$\Leftrightarrow \frac{|2t - 2 - t - 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|t - 2(1+t) - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} \Leftrightarrow \frac{|t - 6|}{\sqrt{5}} = \frac{|t + 4|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$

và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 47: Cho hai số phức z, w thoả mãn $|w - i| = 2$ và $z + 2 = iw$. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M + n$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có $z+2=iw \Rightarrow w=\frac{z+2}{i}$. Do $|w-i|=2 \Rightarrow \left|\frac{z+2}{i}-i\right|=2 \Leftrightarrow |z+3|=2$

+ Giả sử $z=a+bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

Do $|z+3|=2 \Rightarrow \sqrt{(a+3)^2+b^2}=2 \Leftrightarrow (a+3)^2+b^2=4$

$\Rightarrow M(a; b)$ thuộc đường tròn tâm $I(-3; 0)$, bán kính $R=2$.

+ Ta có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=MO$. Do $|R-IO| \leq MO \leq R+IO \Leftrightarrow 1 \leq MO \leq 5 \Rightarrow 1 \leq |z| \leq 5$.

$\Rightarrow m=1, M=5 \Rightarrow M+m=6$.

Câu 48: Trong không gian Oxyz gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+7m^2-1=0$ là phương trình mặt cầu. Số phần tử của S là

A. 5.

B. 7.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

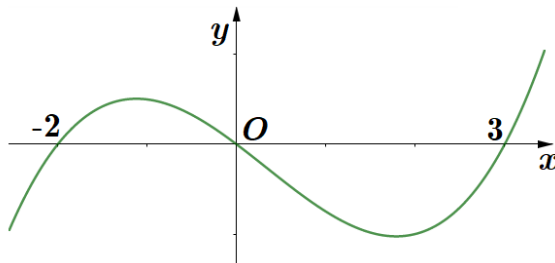
Chọn A

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+7m^2-1=0$ là phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow (m+2)^2+4m^2+m^2-7m^2+1>0 \Leftrightarrow -m^2+4m+5>0 \Leftrightarrow -1<m<5$.

$\Rightarrow S=\{0; 1; 2; 3; 4\}$. Vậy số phần tử của S bằng 5.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(-2)>f(0)>f(3)$.

B. $f(0)>f(-2)>f(3)$.

C. $f(0)>f(3)>f(-2)$.

D. $f(3)>f(0)>f(-2)$.

Lời giải

Chọn B

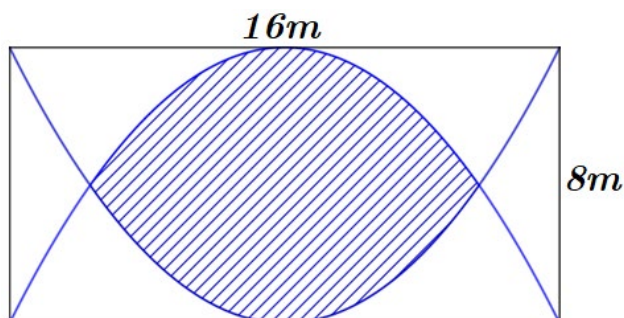
Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$ (1).

Từ hình vẽ ta thấy được $\int_{-2}^0 |f'(x)|dx < \int_0^3 |f'(x)|dx \Leftrightarrow \int_{-2}^0 f'(x)dx < -\int_0^3 f'(x)dx$

$\int_{-2}^0 f'(x)dx < \int_0^3 f'(x)dx \Leftrightarrow f(0)-f(-2) < f(0)-f(3) \Leftrightarrow f(-2) > f(3)$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f(0) > f(-2) > f(3)$.

Câu 50: Ông Năm có một khu đất dạng hình chữ nhật với chiều dài là $16m$ và chiều rộng là $8m$. Ông Năm trồng rau sạch trên một mảnh vườn được giới hạn bởi hai parabol. Biết rằng mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua hai điểm đầu mút của cạnh dài đối diện (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa).

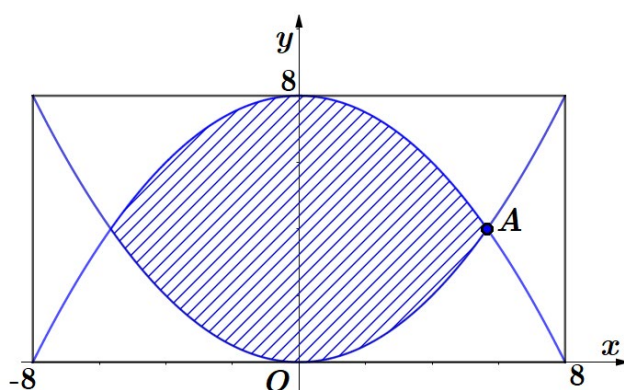


Biết chi phí để trồng rau là 45.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông Năm cần bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng phần nghìn) để trồng rau trên phần mảnh vườn đó?

- A. 2159000 đồng. B. 2715000 đồng.
C. 3322000 đồng. D. 1358000 đồng.

Lời giải

Chọn B



Lời giải

Chọn B

Chọn cạnh đáy khu vườn thuộc trục hoành, gốc tọa độ là trung điểm cạnh đáy:

Khi đó ta có parabol có phương trình là $y = ax^2$ và parabol đi qua điểm $(8;8) \Rightarrow y = \frac{x^2}{8}$.

Gọi A là giao điểm của hai parabol $\Rightarrow A(x_A;4)$

Ta có $A \in y = \frac{x^2}{8} \Rightarrow x_A = 4\sqrt{2}$.

Khi đó diện tích phần trồng rau là $S = 4 \int_0^{4\sqrt{2}} \left(4 - \frac{x^2}{8}\right) dx = \frac{128\sqrt{2}}{3}$.

Số tiền ông Năm cần bỏ ra là $\frac{128\sqrt{2}}{3} \cdot 45000 \approx 2715000$ đồng.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 22 (100TN)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;1;4)$ có một vectơ chỉ phương là

- A.** $\vec{a}_3 = (-4; -1; -1)$. **B.** $\vec{a}_1 = (4; -1; 1)$. **C.** $\vec{a}_4 = (-4; 1; 1)$. **D.** $\vec{a}_2 = (4; -1; -1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $N(-1; -1; 1)$. **B.** $P(1; 1; 1)$. **C.** $Q(-1; 1; 1)$. **D.** $M(1; 1; -1)$.

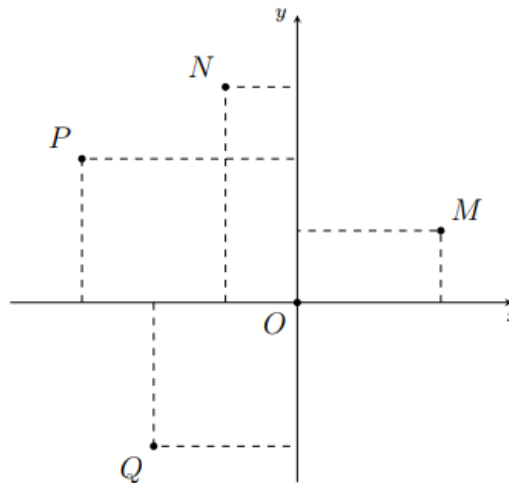
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z + 2 = 0$. Điểm nào sau đây là tâm của (S) ?

- A.** $I(1; -2; 1)$. **B.** $H(2; -4; 2)$. **C.** $J(-1; 2; -1)$. **D.** $K(-2; 4; -2)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 0)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (2; 2; -3)$ làm vectơ chỉ phương.

- A.** $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$.

Câu 5: Cho bốn số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q như hình vẽ. Số phức có mô-đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là



- A.** Q . **B.** P . **C.** M . **D.** N .

Câu 6: Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + i$ là

- A.** $2 + i$. **B.** $2 - i$. **C.** $1 - 2i$. **D.** $-2 - i$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là?

- A.** $\vec{v} = (2; 1; 2)$. **B.** $\vec{u} = (2; -1; -2)$. **C.** $\vec{a} = (-1; 2; -2)$. **D.** $\vec{b} = (4; -2; 4)$.

Câu 8: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$, tính $z_1^2 + z_2^2$.

A. 9.**B. 12.****C. 3.****D. 15.****Câu 9:** Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$. **B.** $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^{3x} + C$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+7}{-5}$. Véc-tơ nào dưới đây không phải là một véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_4 = (1; 3; 5)$.

B. $\vec{u}_3 = (1; 3; -5)$.

C. $\vec{u}_1 = (-1; -3; 5)$.

D. $\vec{u}_2 = (2; 6; -10)$.

Câu 11: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

B. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

D. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$; $x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

D. $S = \int_a^b (|f(x)| - |g(x)|) dx$.

Câu 13: Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1-i)z = 3+i$.**A. 1.****B. -1.****C. 2.****D. -2.****Câu 14:** Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$, $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng**A. 3.****B. 7.****C. -2.****D. -7.****Câu 15:** Cho hai số thực x và y thỏa mãn $2x + y + (x + y - 4)i = x + y + 3 + (7 - y)i$. Khi đó $x + y$ bằng**A. 4.****B. 6.****C. 5.****D. 7.****Câu 16:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -4 + 3i$ là

A. $N(4; -3)$.

B. $M(-4; 3)$.

C. $P(-4; -3)$.

D. $Q(4; 3)$.

Câu 17: Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)]dx$ bằng**A. 10.****B. 16.****C. -18.****D. 24.****Câu 18:** Phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ có các nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $F = |z_1| + |z_2|$ **A. 2.****B. $2\sqrt{2}$.****C. 1.****D. $\sqrt{2}$**

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; -2; 5)$, $B(-2; 1; -3)$ và $C(5; 1; 1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là
- A. $G(2; 0; 1)$. B. $G(2; 0; -1)$. C. $G(2; 1; -1)$. D. $G(-2; 0; 1)$
- Câu 20:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 + 3i$. Mô-đun của số phức $z_1 + 2\overline{z_2}$ bằng
- A. $\sqrt{65}$. B. $\sqrt{50}$. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{41}$
- Câu 21:** Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là
- A. $V = \pi(e - 2)$. B. $V = \pi(e + 1)$. C. $V = \pi(e - 1)$. D. $V = \pi e$.
- Câu 22:** Trong tập hợp các số phức $\mathbb{C}$, xét phương trình $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$ (1). Kí hiệu A, B là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các nghiệm của phương trình (1). Tính số đo góc $\widehat{AOB}$.
- A. 90° . B. 30° . C. 120° . D. 60° .
- Câu 23:** Xét phương trình $z^2 + bz + c = 0$, $b, c \in \mathbb{R}$. Biết số phức $z = 3 - i$ là một nghiệm của phương trình. Tính giá trị của biểu thức $P = b + c$.
- A. $P = 16$. B. $P = 12$. C. $P = 8$. D. $P = 4$.
- Câu 24:** Cho $\int_0^8 f(x) dx = 24$. Tính $\int_0^2 f(4x) dx$.
- A. 6. B. 36. C. 12. D. 76.
- Câu 25:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 2$.
- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $-\frac{1}{6}$.
- Câu 26:** Biết rằng tích phân $I = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx = a + be$, tích ab bằng
- A. 20. B. -1. C. 1. D. -15.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 8 = 0$ cắt mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ theo một đường tròn có diện tích là
- A. 16π . B. 20π . C. 9π . D. 25π .
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Gọi φ là góc giữa Δ và (P) . Tính $\sin \varphi$.
- A. $\sin \varphi = \frac{1}{9}$. B. $\sin \varphi = \frac{5}{9}$. C. $\sin \varphi = \frac{7}{9}$. D. $\sin \varphi = \frac{1}{3}$.
- Câu 29:** Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $z = \overline{z}$ là
- A. Tập rỗng B. Trục Oy C. Tập hợp chỉ gồm điểm O D. Trục Ox
- Câu 30:** Cho số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 2\overline{z} = 2 - 4i$. Tính $3a + b$

A. 10**B.** 7**C.** 6**D.** 5.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (1; 0; 0)$. Góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 30° **B.** 60° **C.** 45° **D.** 135°

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-2}$, $f(1) = 2021$, $f(3) = 2022$.

Tính $P = f(4) - f(0)$

A. $P = \ln 2$ **B.** $P = 4$ **C.** $P = 1$ **D.** $P = \ln 4041$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 2)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x + 3y + 2z - 14 = 0$. **B.** $6x + 2y + 3z - 6 = 0$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 0$. **D.** $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 34: Cho $I = \int \frac{x-1}{(x^2-2x+3)^{2022}} dx$, bằng cách đặt $t = x^2 - 2x + 3$ ta có

A. $I = \int \frac{1}{2(t+3)^{2022}} dt$. **B.** $I = \int \frac{1}{2t^{2022}} dt$. **C.** $I = \int \frac{1}{(t+3)^{2022}} dt$. **D.** $I = \int \frac{1}{t^{2022}} dt$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{x+1}{-1} = \frac{x-8}{3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 11 - 5t \end{cases}$. Tính khoảng cách giữa d_1 và d_2 .

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.**B.** $\frac{10}{\sqrt{14}}$.**C.** $\sqrt{5}$.**D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2; 2; 1)$, $C(3; 3; 1)$, $A'(2; 2; 4)$, $B'(3; 2; 4)$.

A. 3.**B.** 4.**C.** 5.**D.** 2.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 7+i$. Mô-đun của số phức z bằng

A. 40.**B.** 5.**C.** $2\sqrt{10}$.**D.** 25.

Câu 38: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}$

A. $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = \sqrt{x} + C$.**B.** $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = 2\sqrt{x} + C$.**C.** $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = \sqrt{2x} + C$.**D.** $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = 2\sqrt{2x} + C$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$; $z_2 = 1 + 2i$; $z_3 = 4$. Tìm số phức z_4 có điểm biểu diễn là Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành

A. $z_4 = 5 - 5i$. **B.** $z_4 = -1 - i$. **C.** $z_4 = 7 - i$. **D.** $z_4 = 3 + 5i$.

Câu 40: Biết: $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C$, với a, b nguyên. Tính giá trị $T = a + b$

A. $T = 5$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 0$.

Câu 41: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 - 2i| = |z_1 + 2|$ và $|z_2 + 4 + i| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + z_2|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD , tọa độ ba đỉnh $A(2; 1; 1)$, $B(0; 2; -1)$, $C(1; 6; 0)$, $D(a; b; c)$. Biết hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 8$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 5$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d , tiếp xúc với (S) tại A và B . Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

A. $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{-4}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{-2}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos^2 x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

A. $-\sin 2x + 2\cos^2 x + C$. **B.** $\sin 2x + 2\cos^2 x + C$.
C. $\sin 2x - 2\cos^2 x + C$. **D.** $-\sin 2x - 2\cos^2 x + C$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(0; 3; -1)$, $C(21; 0; -19)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. Biết $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của tổng $a + b + c$ là

A. $a + b + c = \frac{12}{5}$. **B.** $a + b + c = \frac{14}{5}$. **C.** $a + b + c = 0$. **D.** $a + b + c = 12$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng đi qua điểm $A(-3; 5; 5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B, C . Độ dài BC là

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** 19 .

Câu 47: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^4 là số thực và $|z - 1 - i| = 1$?

A. 2 . **B.** 4 . **C.** 6 . **D.** 8 .

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2+x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} f(x^2 + 1) x dx$.

A. $I = \frac{37}{6}$.

B. $I = \frac{37}{3}$.

C. $I = \frac{133}{12}$.

D. $I = \frac{133}{6}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(\sqrt{x^2+3}-x)dx = 64$ và $\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2}dx = 16$. Tính tích phân $\int_1^3 f(x)dx$.

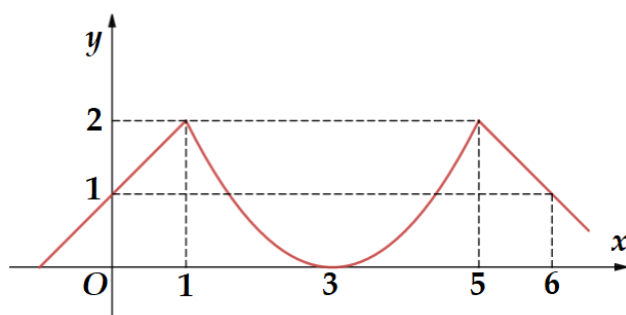
A. 20.

B. 60.

C. 40.

D. 80

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax+b & , 0 \leq x \leq 1 \\ cx^2+dx+e & , 1 < x < 5 \\ kx+m & , 5 \leq x \leq 6 \end{cases}$ có đồ thị như hình bên.



Tính tích phân $I = \int_0^6 f(x)dx$.

A. $I = \frac{25}{3}$.

B. $I = \frac{16}{3}$.

C. $I = \frac{17}{3}$.

D. $I = \frac{26}{3}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 0	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6	1 7	1 8	1 9	2 0	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5
B	A	A	C	B	D	D	C	A	A	B	A	C	A	D	B	D	B	A	D	A	D	D	A	B
2 6	2 7	2 8	2 9	3 0	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6	3 7	3 8	3 9	4 0	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6	4 7	4 8	4 9	5 0
C	A	C	D	C	D	C	B	B	C	A	B	C	A	B	B	A	D	D	B	C	B	C	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;1;4)$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{a}_3 = (-4; -1; -1)$. B. $\vec{a}_1 = (4; -1; 1)$.
 C. $\vec{a}_4 = (-4; 1; 1)$. D. $\vec{a}_2 = (4; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua hai điểm A, B có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $N(-1; -1; 1)$. B. $P(1; 1; 1)$. C. $Q(-1; 1; 1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

$(P): x + y - z + 3 = 0$ đi qua điểm $N(-1; -1; 1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z + 2 = 0$. Điểm nào sau đây là tâm của (S) ?

- A. $I(1; -2; 1)$. B. $H(2; -4; 2)$. C. $J(-1; 2; -1)$. D. $K(-2; 4; -2)$.

Lời giải

Chọn A

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z + 2 = 0$ có tâm $I(1; -2; 1)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 0)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (2; 2; -3)$ làm vectơ chỉ phương.

- A. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$.

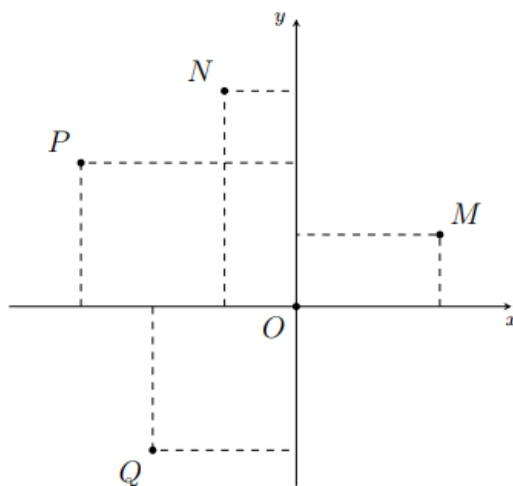
Lời giải

Chọn C

d đi qua điểm $A(1; -1; 0)$ và nhận vector $\vec{u} = (2; 2; -3)$ làm vector chỉ phương có phương trình là

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$$

Câu 5: Cho bốn số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q như hình vẽ. Số phức có mô-đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là



A. Q .

B. P .

C. M .

D. N .

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có $OP > ON > OQ > OM$ nên số phức có điểm biểu diễn là P là số phức có mô-đun lớn nhất.

Câu 6: Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + i$ là

A. $2 + i$.

B. $2 - i$.

C. $1 - 2i$.

D. $-2 - i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + i$ là $-2 - i$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là?

A. $\vec{v} = (2; 1; 2)$.

B. $\vec{u} = (2; -1; -2)$.

C. $\vec{a} = (-1; 2; -2)$.

D. $\vec{b} = (4; -2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{b} = (4; -2; 4)$.

Câu 8: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$, tính $z_1^2 + z_2^2$.

A. 9.

B. 12.

C. 3.

D. 15.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $\begin{cases} z_1 + z_2 = 3 \\ z_1 \cdot z_2 = 3 \end{cases}$

Có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 3^2 - 2.3 = 3$.

Câu 9: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$. **B.** $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^{3x} + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+7}{-5}$. Véc-tơ nào dưới đây không phải là một véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_4 = (1; 3; 5)$. **B.** $\vec{u}_3 = (1; 3; -5)$. **C.** $\vec{u}_1 = (-1; -3; 5)$. **D.** $\vec{u}_2 = (2; 6; -10)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có 1 VTCP $\vec{u}_3 = (1; 3; -5)$.

Ta có: $\vec{u}_1 = (-1; -3; 5) = -1(1; 3; -5)$ là 1 VTCP của d .

$\vec{u}_2 = (2; 6; -10) = 2(1; 3; -5)$ là 1 VTCP của d .

Câu 11: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. **B.** $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$. **D.** $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$; $x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

D. $S = \int_a^b (|f(x)| - |g(x)|) dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13: Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1-i)z = 3+i$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$(1-i)z = 3+i \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{1-i} = 1+2i.$$

Vậy phần ảo của số phức z là 2.

Câu 14: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$, $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 3.

B. 7.

C. -2.

D. -7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_1^5 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = 5 + (-2) = 3.$$

Câu 15: Cho hai số thực x và y thỏa mãn $2x + y + (x + y - 4)i = x + y + 3 + (7 - y)i$. Khi đó $x + y$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Theo bài: } 2x + y + (x + y - 4)i = x + y + 3 + (7 - y)i.$$

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} 2x + y = x + y + 3 \\ x + y - 4 = 7 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x + y = 7.$$

Câu 16: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -4 + 3i$ là

A. $N(4; -3)$.

B. $M(-4; 3)$.

C. $P(-4; -3)$.

D. $Q(4; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điểm biểu diễn số phức } z = -4 + 3i \text{ là } M(-4; 3).$$

Câu 17: Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

A. 10.

B. 16.

C. -18.

D. 24.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 [f(x) + 3g(x)]dx = \int_0^2 f(x)dx + 3 \cdot \int_0^2 g(x)dx = 3 + 3 \cdot 7 = 24.$$

Câu 18: Phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ có các nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $F = |z_1| + |z_2|$

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i \end{cases}$$

$$F = |z_1| + |z_2| = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; -2; 5)$, $B(-2; 1; -3)$ và $C(5; 1; 1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- A.** $G(2; 0; 1)$. **B.** $G(2; 0; -1)$. **C.** $G(2; 1; -1)$. **D.** $G(-2; 0; 1)$

Lời giải

Chọn A

$A(3; -2; 5)$, $B(-2; 1; -3)$ và $C(5; 1; 1)$

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $G(2; 0; 1)$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 + 3i$. Mô-đun của số phức $z_1 + 2\overline{z_2}$ bằng

- A.** $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{50}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn D

$$z_1 + 2\overline{z_2} = (2 + i) + 2(1 - 3i) = 4 - 5i.$$

$$\text{Do đó } |z_1 + 2\overline{z_2}| = |4 - 5i| = \sqrt{41}.$$

Câu 21: Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là

- A.** $V = \pi(e - 2)$. **B.** $V = \pi(e + 1)$. **C.** $V = \pi(e - 1)$. **D.** $V = \pi e$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \pi \int_1^e \ln^2(x) dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{x} \ln x dx \\ v = x \end{cases}. \text{ Do đó } \int_1^e \ln^2(x) dx = x \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e \ln x dx = e - 2 \int_1^e \ln x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}. \text{ Do đó } \int_1^e \ln(x) dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e 1 dx = e - x \Big|_1^e = e - (e - 1) = 1.$$

$$\text{Vậy } V = \pi \int_1^e \ln^2(x) dx = \pi(e - 2).$$

Câu 22: Trong tập hợp các số phức $\mathbb{C}$, xét phương trình $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$ (1). Kí hiệu A, B là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các nghiệm của phương trình (1). Tính số đo góc $\widehat{AOB}$.

- A.** 90° . **B.** 30° . **C.** 120° . **D.** 60° .

Lời giải

Chọn D

$$z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2\sqrt{3} + 2i \\ z = 2\sqrt{3} - 2i \end{cases}.$$

Ta có $A(2\sqrt{3}; 2)$, $B(2\sqrt{3}; -2)$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Gọi H là trung điểm AB nên $H(2\sqrt{3}; 0)$.

Xét tam giác OAH vuông tại H có $\tan \widehat{AOH} = \frac{AH}{OH} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{AOH} = 30^\circ$.

Tam giác OAH cân tại O có OH là đường cao đồng thời là đường phân giác.

$$\widehat{AOB} = 2\widehat{AOH} = 60^\circ.$$

Câu 23: Xét phương trình $z^2 + bz + c = 0$, $b, c \in \mathbb{R}$. Biết số phức $z = 3 - i$ là một nghiệm của phương trình. Tính giá trị của biểu thức $P = b + c$.

A. $P = 16$.

B. $P = 12$.

C. $P = 8$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn D

$z = 3 - i$ là một nghiệm của phương trình thì $\bar{z} = 3 + i$ cũng là một nghiệm của phương trình. Theo Viète $-b = 3 - i + 3 + i = 6 \Leftrightarrow b = -6$; $c = (3 - i)(3 + i) = 10$.

Vậy $P = b + c = -6 + 10 = 4$.

Câu 24: Cho $\int_0^8 f(x) dx = 24$. Tính $\int_0^2 f(4x) dx$.

A. 6.

B. 36.

C. 12.

D. 76.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 4x \Rightarrow dt = 4dx$.

Đổi cận: với $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = 2 \Rightarrow t = 8$.

$$\text{Do đó } \int_0^2 f(4x) dx = \int_0^8 f(t) \frac{1}{4} dt = \frac{1}{4} \int_0^8 f(x) dx = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6.$$

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 2$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{7}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x = x^2 - x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là: } S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 26: Biết rằng tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx = a + be$, tích ab bằng

A. 20.

B. -1.

C. 1.

D. -15.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x+1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2e^x \Big|_0^1 = 1 + e$$

Vậy $ab = 1$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 8 = 0$ cắt mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ theo một đường tròn có diện tích là

A. 16π .

B. 20π .

C. 9π .

D. 25π .

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3), R = 5$

$$h = d(I, (P)) = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 8|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$$

Bán kính đường tròn giao tuyến là: $r = \sqrt{R^2 - h^2} = 4$

Vậy diện tích hình tròn là: $S = \pi r^2 = 16\pi$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Gọi φ là góc giữa Δ và (P) . Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{1}{9}$.

B. $\sin \varphi = \frac{5}{9}$.

C. $\sin \varphi = \frac{7}{9}$.

D. $\sin \varphi = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin \varphi = \frac{|1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-2)|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{7}{9}$$

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $z = \bar{z}$ là

A. Tập rỗng

B. Trục Oy

C. Tập hợp chỉ gồm điểm O

D. Trục Ox

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có $z = \bar{z} \Leftrightarrow x + yi = x - yi \Leftrightarrow y = 0$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là trục Ox .

Câu 30: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$. Tính $3a + b$

A. 10

B. 7

C. 6

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z + 2\bar{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3a - bi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 2 \\ -b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy $3a + b = 6$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (1; 0; 0)$. Góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 30°

B. 60°

C. 45°

D. 135°

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(1)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 135^\circ.$$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-2}$, $f(1) = 2021$, $f(3) = 2022$.

Tính $P = f(4) - f(0)$

A. $P = \ln 2$

B. $P = 4$

C. $P = 1$

D. $P = \ln 4041$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \ln|x-2| + C, \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

+ Xét trên $(2; +\infty)$. Ta có $f(3) = 2022$, suy ra $C = 2022$.

Do đó, $f(x) = \ln|x-2| + 2022$, với mọi $x \in (2; +\infty)$. Suy ra $f(4) = 2022 + \ln 2$.

+ Xét trên $(-\infty; 2)$. Ta có $f(1) = 2021$, suy ra $C = 2021$.

Do đó, $f(x) = \ln|x-2| + 2021$, với mọi $x \in (-\infty; 2)$. Suy ra $f(0) = 2021 + \ln 2$.

Vậy $f(4) - f(0) = 1$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 2)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x + 3y + 2z - 14 = 0$. **B. $6x + 2y + 3z - 6 = 0$.**

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 0$. D. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B

M, N, P lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz nên $M(1; 0; 0), N(0; 3; 0), P(0; 0; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) : $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 6x + 2y + 3z - 6 = 0$.

Câu 34: Cho $I = \int \frac{x-1}{(x^2-2x+3)^{2022}} dx$, bằng cách đặt $t = x^2 - 2x + 3$ ta có

A. $I = \int \frac{1}{2(t+3)^{2022}} dt$. **B. $I = \int \frac{1}{2t^{2022}} dt$.**

C. $I = \int \frac{1}{(t+3)^{2022}} dt$. D. $I = \int \frac{1}{t^{2022}} dt$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Đặt } t = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow dt = (2x - 2)dx \Rightarrow \frac{1}{2}dt = (x - 1)dx.$$

$$\text{Suy ra } I = \int \frac{1}{2t^{2022}} dt.$$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{x+1}{-1} = \frac{x-8}{3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 11 - 5t \end{cases}$. Tính

khoảng cách giữa d_1 và d_2 .

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{10}{\sqrt{14}}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải**Chọn C**

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{x+1}{-1} = \frac{x-8}{3} \text{ đi qua điểm } M(1; -1; 8) \text{ và có vector chỉ phương } \vec{u}_1 = (2; -1; 3).$$

$$d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 11 - 5t \end{cases} \text{ đi qua điểm } N(2; 1; 11) \text{ và có vector chỉ phương } \vec{u}_2 = (-2; 1; -5).$$

$$\text{Ta có } [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (2; 4; 0) = 2(1; 2; 0).$$

Cách 1:

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và song song với d_2 . Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; -1; 8)$, có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $x + 2y + 1 = 0$.

$$\text{Ta có } d(d_1; d_2) = d(d_2; (P)) = d(N; (P)) = \frac{|2 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2}} = \sqrt{5}.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (2; 4; 0); \vec{MN} = (1; 2; 3).$$

$$\text{Ta có } [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} = 10 \neq 0 \Rightarrow d_1, d_2 \text{ chéo nhau.}$$

$$\text{Ta có } d(d_1; d_2) = \frac{|[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \vec{MN}|}{|[\vec{u}_1; \vec{u}_2]|} = \frac{10}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 0^2}} = \sqrt{5}.$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2; 2; 1)$, $C(3; 3; 1)$, $A'(2; 2; 4)$, $B'(3; 2; 4)$.

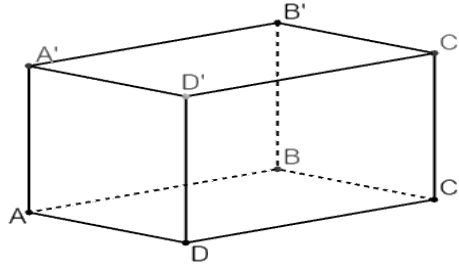
A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải**Chọn A**



Cách 1:

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 3)$, $\overrightarrow{AB'} = (1; 0; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AA'}; \overrightarrow{AB'}] = (0; 3; 0) = 3(0; 1; 0)$.

Ta có $S_{ABB'A'} = 2S_{\triangle AA'B'} = \left| [\overrightarrow{AA'}; \overrightarrow{AB'}] \right| = 3$.

Mặt phẳng $(ABB'A')$ đi qua điểm $A(2; 2; 1)$, nhận $\vec{n} = (0; 1; 0)$ là vector pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(ABB'A')$ là $y - 2 = 0$.

Ta có $d(C; (ABB'A')) = 1$.

Suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABB'A'} \cdot d(C; (ABB'A')) = 3$.

Cách 2:

Ta có $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 3)$, $\overrightarrow{BB'} = (3 - x_B; 2 - y_B; 4 - z_B)$.

Ta có $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \begin{cases} 3 - x_B = 0 \\ 2 - y_B = 0 \\ 4 - z_B = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 3 \\ y_B = 2 \\ z_B = 1 \end{cases} \Rightarrow B(3; 2; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; 0)$, $\overrightarrow{DC} = (3 - x_D; 3 - y_D; 1 - z_D)$.

Ta có $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{cases} 3 - x_D = 1 \\ 3 - y_D = 0 \\ 1 - z_D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 3 \\ z_D = 1 \end{cases} \Rightarrow D(2; 3; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 1; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}] = (0; 0; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}] \overrightarrow{AA'} = 3$.

Suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'} \right| = 3$.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 7+i$. Mô-đun của số phức z bằng

A. 40.

B. 5.

C. $2\sqrt{10}$.

D. 25.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z(1+i) = 7+i \Leftrightarrow z = 4-3i \Rightarrow |z| = 5$

Câu 38: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}$

A. $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = \sqrt{x} + C$. B. $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = 2\sqrt{x} + C$.

C. $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = \sqrt{2x} + C$. D. $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = 2\sqrt{2x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{2x} + C$

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$; $z_2 = 1 + 2i$; $z_3 = 4$. Tìm số phức z_4 có điểm biểu diễn là Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành

A. $z_4 = 5 - 5i$.

B. $z_4 = -1 - i$.

C. $z_4 = 7 - i$.

D. $z_4 = 3 + 5i$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: $M(2; -3)$, $N(1; 2)$, $P(4; 0)$

Do $MNPQ$ là hình bình hành nên: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x_Q = -1 \\ 0 - y_Q = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = 5 \\ y_Q = -5 \end{cases}$

Vậy $z_4 = 5 - 5i$

Câu 40: Biết: $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C$, với a, b nguyên. Tính giá trị $T = a + b$

A. $T = 5$.

B. $T = 1$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx = \int \left(-\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-2} \right) dx = -2 \ln|x-1| + 3 \ln|x-2| + C$

Nên: $a = -2$, $b = 3 \Rightarrow a + b = 1$.

Câu 41: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 - 2i| = |z_1 + 2|$ và $|z_2 + 4 + i| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + z_2|$ bằng

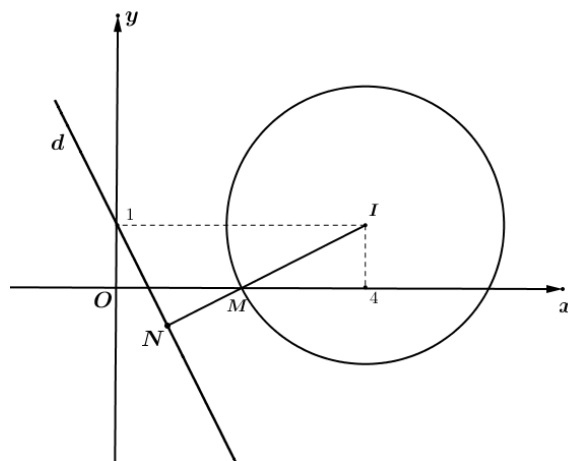
A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có $|z_1 - 2 - 2i| = |z_1 + 2| \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = (x+2)^2 + y^2 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$

Suy ra tập hợp điểm M thuộc đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$.

Gọi $N(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức $-z_2 = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có } |z_2 + 4 + i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |-z_2 - 4 - i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (b - 1)^2 = 5$$

Suy ra tập hợp điểm N thuộc đường tròn $(C): (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 5$ có tâm $I(4; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

$$\text{Khi đó } P = |z_1 + z_2| = MN \geq |R - d(I, d)| \Rightarrow P \geq \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$P_{\min} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ khi N là hình chiếu của I lên đường thẳng d và điểm

$$M \in (C): \overrightarrow{IM} = \frac{R}{d(I, d)} \cdot \overrightarrow{IN} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = \frac{5}{8} \cdot \overrightarrow{IN}$$

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow d_1: x - 2y - 2 = 0$

$$\Rightarrow \text{tọa độ điểm } N \text{ thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = -\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)$$

$$\Rightarrow z_2 = -\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$$

$$\Rightarrow M\left(2; -\frac{5}{3}\right) \Rightarrow z_1 = 2 - \frac{5}{3}i.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD , tọa độ ba đỉnh $A(2; 1; 1)$, $B(0; 2; -1)$, $C(1; 6; 0)$, $D(a; b; c)$. Biết hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 8$.

B. $S = 6$.

C. $S = 7$.

D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2), AB = 3, \overrightarrow{BC} = (1; 4; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (9; 0; -9)$$

$$\Rightarrow d(C, AB) = \frac{|\overrightarrow{BC} \cdot [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{9\sqrt{2}}{3} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Khi đó diện tích hình thang đã cho là } S = \frac{(3 + BC) \cdot 3\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 6\sqrt{2} = \frac{(3 + BC) \cdot 3\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow BC = 1$$

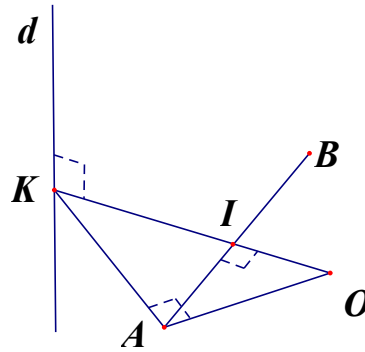
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 3 \cdot (1 - a) \\ 1 = 3 \cdot (6 - b) \\ -2 = 3 \cdot (-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{3} \\ b = \frac{17}{3} \\ c = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 8.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d , tiếp xúc với (S) tại A và B . Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

- A. $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{-4}{3}\right)$. B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{-2}{3}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **D. $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.**

Lời giải

Chọn D



Gọi $O(0;0;0)$ là tâm của mặt cầu (S) , K là hình chiếu của O trên d .

OK cắt AB tại trung điểm I của đoạn AB .

Mặt phẳng (α) qua O và vuông góc với d có phương trình là: $-x + y + z = 0$.

$A, B \in (\alpha)$.

Khi đó K là giao điểm của (α) và d nên $K(3;3;0)$.

$\begin{cases} AB \perp d \\ AB \perp OK \end{cases}$ nên vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{u_{AB}} = \frac{-1}{3} \cdot [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{OK}] = (1; -1; 2)$.

Xét tam giác OAK vuông tại A : $OA^2 = OI \cdot OK \Rightarrow \frac{OA^2}{OK^2} = \frac{OI}{OK} = \frac{2}{9} \Rightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{2}{9} \overrightarrow{OK} = \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; 0\right)$.

Phương trình đường thẳng AB :
$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} - t \\ z = 2t \end{cases}$$

Thay $t = \frac{1}{3}$ vào phương trình (AB) ta tìm được $M\left(1; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \in (AB)$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos^2 x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

- A. $-\sin 2x + 2\cos^2 x + C$. B. $\sin 2x + 2\cos^2 x + C$.
C. $\sin 2x - 2\cos^2 x + C$. **D. $-\sin 2x - 2\cos^2 x + C$.**

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết ta có $\int f(x)e^{2x}dx = \cos^2 x + C'$ hay $f(x)e^{2x} = (\cos^2 x)' = -\sin 2x$.

$$I = \int f'(x)e^{2x}dx = \int e^{2x}.d[f(x)] = e^{2x}f(x) - 2\int f(x)e^{2x}dx = -\sin 2x - 2\cos^2 x + C.$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1), B(0;3;-1), C(21;0;-19)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. Biết $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của tổng $a+b+c$ là

A. $a+b+c = \frac{12}{5}$. **B.** $a+b+c = \frac{14}{5}$. **C.** $a+b+c = 0$. **D.** $a+b+c = 12$.

Lời giải

Chọn B

Gọi điểm I thỏa mãn $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(4;1;-3)$.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $J(1;1;1)$ và bán kính $R=1$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } T &= 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 6MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 + IC^2 \end{aligned}$$

Nhận xét: Biểu thức T nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất do $3IA^2 + 2IB^2 + IC^2$ không đổi

$$\text{Ta có } \overrightarrow{JI} = (3;0;-4) \Rightarrow IJ: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 \\ z = 1 - 4t \end{cases}.$$

Gọi $M = IJ \cap (S)$, do $M \in IJ \Rightarrow M(1+3t;1;1-4t)$.

Mặt khác $M \in (S)$ nên $25t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm \frac{1}{5}$. Vậy IJ cắt (S) tại $M_1\left(\frac{8}{5};1;\frac{1}{5}\right)$ và $M_2\left(\frac{2}{5};1;\frac{9}{5}\right)$.

Ta có $M_1I = 4; M_2I = 6$, do $M_1I < M_2I$ nên $M\left(\frac{8}{5};1;\frac{1}{5}\right)$

$$\text{Khi đó } a = \frac{8}{5}, b = 1; c = \frac{1}{5} \Rightarrow a+b+c = \frac{14}{5}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng đi qua điểm $A(-3;5;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B, C . Độ dài BC là

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-3;5;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B, C .

Giả sử $B(-1-a;1+a;2a); C(1+2b;b;b)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (2-a; -4+a; -5+2a)$ và $\overrightarrow{AC} = (4+2b; -5+b; -5+b)$.

Do A, B, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

$$\text{Hay } \begin{cases} 2-a=k(4+2b) \\ -4+a=k(-5+b) \\ -5+2a=k(-5+b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+4k+2kb=2 \\ a+5k-kb=4 \\ 2a+5k-kb=5 \end{cases} \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $B(-2; 2; 2), C(-1; -1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{19}$.

Câu 47: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^4 là số thực và $|z-1-i|=1$?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó, $z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$

$\Rightarrow z^4$ có phần ảo là $2(x^2 - y^2) \cdot 2xy$ nên z^4 là số thực khi

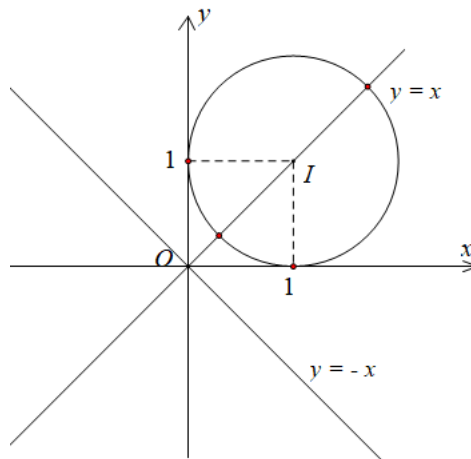
$$2(x^2 - y^2) \cdot 2xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = y \\ x = -y \end{cases}$$

Và $|z-1-i|=1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;1)$ và bán kính $R=1$.

Do đó, số các số phức z thỏa đề là số nghiệm của các hệ

$$\begin{cases} x = 0 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases} \text{ (I)}, \begin{cases} y = 0 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases} \text{ (II)},$$

$$\begin{cases} x = y \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases} \text{ (III)}, \begin{cases} x = -y \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases} \text{ (IV)}.$$



Dựa vào hình trên, ta có 4 số phức thỏa đề.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2+x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} f(x^2+1) dx$.

A. $I = \frac{37}{6}$.

B. $I = \frac{37}{3}$.

C. $I = \frac{133}{12}$.

D. $I = \frac{133}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx$$

$$\Rightarrow I = \int_1^4 f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_1^4 f(x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx \right) = \frac{1}{2} \left(\int_1^2 (2+x) dx + \int_2^4 x^2 dx \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\left(2x + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 + \frac{x^3}{3} \Big|_2^4 \right) = \frac{133}{12}.$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(\sqrt{x^2+3}-x) dx = 64$ và $\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx = 16$. Tính tích phân $\int_1^3 f(x) dx$.

A. 20.

B. 60.

C. 40.

D. 80

Lời giải

Chọn D

$$\int_{-1}^1 f(\sqrt{x^2+3}-x) dx = 64$$

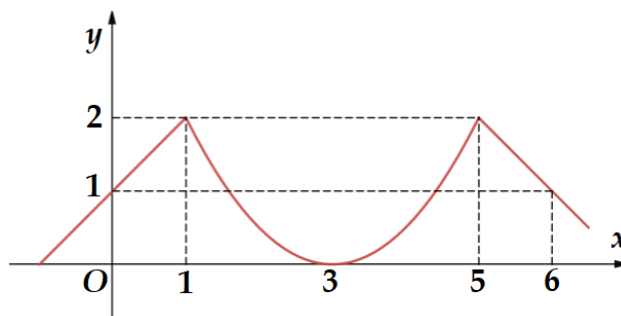
$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2+3}-x, \text{ đổi cận } \begin{cases} x=-1 \Rightarrow t=3 \\ x=1 \Rightarrow t=1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } t = \sqrt{x^2+3}-x \Leftrightarrow t^2 + 2tx + x^2 = x^2 + 3 \Leftrightarrow x = \frac{3-t^2}{2t} \Rightarrow dx = \frac{-1}{2} \left(\frac{3}{t^2} + 1 \right) dt$$

$$\text{Khi đó } \int_{-1}^1 f(\sqrt{x^2+3}-x) dx = \int_1^3 f(t) \frac{1}{2} \left(\frac{3}{t^2} + 1 \right) dt = \frac{1}{2} \int_1^3 \left(3 \frac{f(x)}{x^2} + f(x) \right) dx = 64$$

$$\Leftrightarrow 3 \int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx + \int_1^3 f(x) dx = 128 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 80.$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax+b & , 0 \leq x \leq 1 \\ cx^2+dx+e & , 1 < x < 5 \\ kx+m & , 5 \leq x \leq 6 \end{cases}$ có đồ thị như hình bên.



Tính tích phân $I = \int_0^6 f(x) dx$.

A. $I = \frac{25}{3}$.

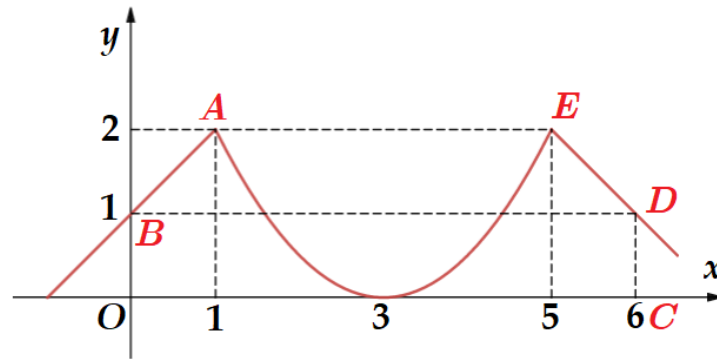
B. $I = \frac{16}{3}$.

C. $I = \frac{17}{3}$.

D. $I = \frac{26}{3}$

Lời giải

Chọn C



Cách 1:

Từ hình vẽ ta thấy được:

Giá trị tích phân $I = \int_0^6 f(x) dx$ sẽ bằng diện tích đa giác $ABOCDE$ trừ cho phần diện tích của parabol bên trong đa giác $ABOCDE$.

$$\text{Khi đó } I = \int_0^6 f(x) dx = 11 - \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 4 = \frac{17}{3}.$$

Cách 2:

Với $0 \leq x \leq 1$ đồ thị hàm số $f(x)$ là một đường thẳng qua hai điểm $(0; 1)$ và $(1; 2)$

Với $1 < x < 5$ đồ thị hàm số $f(x)$ là một parabol tiếp xúc với trục hoành tại điểm $x = 3$ và

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

Với $5 \leq x \leq 6$ đồ thị hàm số $f(x)$ là một đường thẳng qua hai điểm $(5; 2)$ và $(6; 1)$

$$\text{Nên } f(x) = \begin{cases} x+1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2} & , 1 < x < 5 \\ -x+7 & , 5 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

Khi đó

$$I = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx + \int_5^6 f(x) dx = \int_0^1 (x+1) dx + \int_1^5 \left(\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2} \right) dx + \int_5^6 (-x+7) dx = \frac{17}{3}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 23 (100TN)

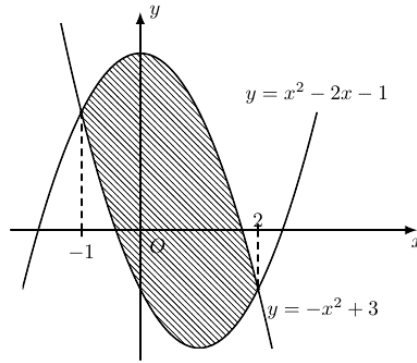
Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ là

- A.** $\frac{x}{2} - \frac{\cos x}{4} + C$. **B.** $x + \frac{\sin 2x}{2} + C$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$. **D.** $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 2: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$.

- A.** $\bar{z} = 5 + 2i$. **B.** $\bar{z} = -5 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 2 - 5i$. **D.** $\bar{z} = 2 + 5i$.

Câu 3: Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A.** $\int_{-1}^2 (2x^3 - 2x - 4) dx$. **B.** $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. **C.** $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. **D.** $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$.

Câu 4: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A.** $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
C. $S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. **D.** $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 5: Gọi $A(-1; 3)$ và $B(4; 5)$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1 và z_2 . Tìm số phức $w = 2z_1 - 3z_2$

- A.** $w = -14 + 9i$. **B.** $w = 14 + 9i$. **C.** $w = -14 - 9i$. **D.** $w = -14 + 9i$.

Câu 6: Cho hai số phức $z = 1 - 3i$ và $w = 2 + i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là A và B . Tính độ dài AB .

- A.** $AB = \sqrt{17}$. **B.** $AB = 17$. **C.** $AB = 5$. **D.** $AB = \sqrt{5}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Câu 8: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 67,25 m.
 B. 70,25 m.
 C. 68,25 m.
 D. 69,75 m.

Câu 9: Cho biết $\int_{-1}^5 f(x) dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7] dx$?

A. $P = 37$.
 B. $P = 15$.
 C. $P = 27$.
 D. $P = 19$.

Câu 10: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

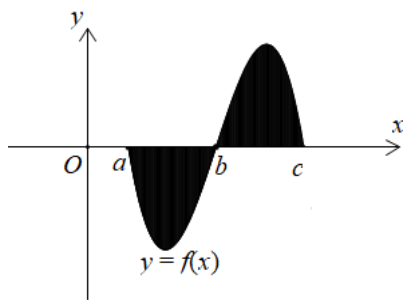
A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
 B. 3.
 C. $3\sqrt{2}$.
 D. $\frac{9}{2}$.

Câu 11: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và thỏa mãn $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = e^x$.
 B. $F(x) = 2e^{2x} - 1$.
 C. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$.
 D. $F(x) = e^{2x}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$ có đồ thị như hình vẽ, biết $\int_a^b f(x) dx = -2$ và

$\int_b^c f(x) dx = 3$. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đậm.



A. $S = 5$.
 B. $S = 7$.
 C. $S = 1$.
 D. $S = 3$.

Câu 13: Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.
 B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.
 C. $V = \int_a^b f(x) dx$.
 D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa $f'(x) = 2x - 1$ và $f(0) = 1$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $\frac{5}{6}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. 2. D. $-\frac{5}{6}$.

Câu 15: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức iz_0 ?

- A. $M_4\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M_3\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M_2\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 16: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{3x}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\int f(x)e^{3x} dx = \frac{1}{3}f(x)e^{3x} + \frac{1}{3}F(x) + C$. B. $\int f(x)e^{3x} dx = f(x)e^{3x} + F(x) + C$.
C. $\int f(x)e^{3x} dx = \frac{1}{3}f(x)e^{3x} - \frac{1}{3}F(x) + C$. D. $\int f(x)e^{3x} dx = f(x)e^{3x} - F(x) + C$.

Câu 17: Cho $f'(x) = \sqrt{x+1}$ và $f(3) = \frac{1}{3}$. Tính $f(0)$

- A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{14}{3}$. D. $-\frac{13}{3}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$. C. $3x - y - z = 0$. D. $x + y + 2z - 6 = 0$.

Câu 19: Cho tích phân $I = \int_1^2 x.e^{x^2} dx$ nếu ta đặt $t = x^2$, thì tích phân đã cho trở thành tích phân nào trong các tích phân sau?

- A. $\frac{1}{2} \int_1^4 e^t dt$. B. $\int_1^2 e^t dt$. C. $\int_1^4 e^t dt$. D. $\frac{1}{2} \int_1^2 e^t dt$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$;

$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 và tạo với d_2 một góc 45° . và nhận $\vec{n} = (1; b; c)$ làm vector

pháp tuyến. Xác định tích $b.c$

- A. -8. B. 8. C. -4. D. 4.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $x + y + z = 0$. B. $z = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

- Câu 22:** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$, $y = 0$ quanh trục Ox .
- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{16}{15}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.
- Câu 23:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
- A. $\sqrt{15}$. B. 3. C. 9. D. $\sqrt{7}$.
- Câu 24:** Biết rằng $\int \frac{\ln^2 x - 5x^2}{x} dx = a \ln^b x + kx^2 + C$ (với, cho mặt cầu $a, b, k \in \mathbb{Q}$ và C là hằng số). Tính $a + b + k^2$ ta được
- A. $\frac{115}{12}$. B. $\frac{105}{12}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $-\frac{35}{12}$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. 2.
- Câu 26:** Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_1^2 f(2x-1) dx = 6$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng:
- A. 5. B. 7. C. 13. D. 4.
- Câu 27:** Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $(2+i)^2 z + 3 - 4i = \frac{4}{1+i}$.
- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{2}{25}$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một vectơ pháp tuyến của (α)
- A. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. C. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$.
- Câu 29:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 1$ và $\int_1^2 [f(x) - 1] dx = 1$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
- A. 2. B. 0. C. -1. D. 1.
- Câu 30:** Cho số phức z thỏa mãn: $(2+3i)z - (1+2i)\bar{z} = 7-i$. Tính mô-đun của số phức $w = 4z - 3 - 8i$
- A. 12. B. 10. C. 13. D. 15
- Câu 31:** Cho tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$, nếu đặt $u = x$; $dv = e^x dx$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $I = xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx.$

B. $I = -xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx.$

C. $I = xe^x \Big|_1^2 + \int_1^2 e^x dx.$

D. $I = -xe^x \Big|_1^2 + \int_1^2 e^x dx.$

Câu 32: Thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$. Thể tích V được tính bởi công thức

A. $V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx.$ **B.** $V = \int_0^3 (x + 2\sqrt{9-x^2}) dx.$

C. $V = 2 \int_0^3 (x + 2\sqrt{9-x^2}) dx.$

D. $V = 4\pi \int_0^3 (9-x^2) dx.$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $2x - 3y - 11 = 0.$ **B.** $x - 3y + 2z - 5 = 0.$ **C.** $2y + 3z - 11 = 0.$ **D.** $3y + 2z - 11 = 0.$

Câu 34: Biết $\int \frac{(x-1)^{2020}}{(x+2)^{2022}} dx = \frac{1}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^b + C, x \neq -2$, với a, b nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng.

A. $a < b.$

B. $b - a = 4038.$

C. $a = b.$

D. $a = 3b.$

Câu 35: Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2; y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$. Tính diện tích của (H) ?

A. 11.

B. 12.

C. $\frac{25}{3}.$

D. 13.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 3t \\ z = t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

Câu 38: Giả sử M là một điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức z . Tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện $|2 + z| = |z - i|$ là một đường thẳng có phương trình là:

A. $4x - 2y - 3 = 0.$

B. $-4x + 2y + 3 = 0..$

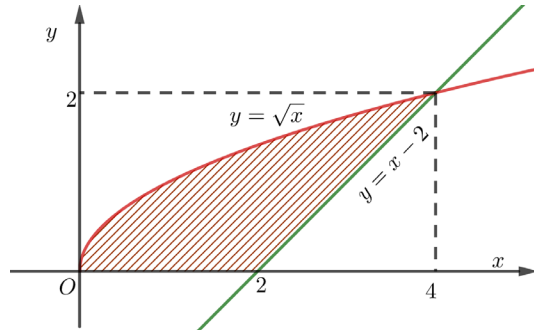
C. $2x + y + 3 = 0.$

D. $4x + 2y + 3 = 0.$

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được xác định bởi công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. **C.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 40: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 41: Cho số phức $z = (2 - 3i)(1 + 4i)$. Tính mô-đun của số phức $w = \frac{z - 3}{1 + i}$

A. $\sqrt{67}$. **B.** $\sqrt{57}$. **C.** $\sqrt{65}$. **D.** $\sqrt{73}$.

Câu 42: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\int_a^b f(x) dx = f(a) - f(b)$. **B.** $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3; 0; 0)$. **B.** $Q(0; 0; 1)$. **C.** $P(0; -1; 0)$. **D.** $N(0; -1; 1)$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K . Gọi a, b, c là ba số thực bất kỳ thuộc K và $a < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\int_a^b [f(x)]^2 dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$. **B.** $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.
C. $\int_a^a f(x) dx = 0$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ bằng

A. $2\sqrt{14}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\sqrt{14}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 2 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất; $\vec{n}_Q = (a; b; 1)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a - b = -1$.

B. $a + b = -2$.

C. $a + b = 0$.

D. $a - b = 1$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ sao cho $x^2 + x \cdot f(e^x) + f(e^x) = 1$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính tích phân $I = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{(\ln x) \cdot f(x)}{x} dx$

A. $I = \frac{3}{8}$.

B. $I = -\frac{1}{8}$.

C. $I = -\frac{2}{3}$.

D. $I = \frac{1}{12}$.

Câu 48: Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$ và $|2z - 1 + i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = 4010a + 8b$.

A. $P = 2021$.

B. $P = 2020$.

C. $P = \frac{361}{16}$.

D. $P = \frac{\sqrt{361}}{4}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ O) thỏa mãn $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 27$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $9\sqrt{3}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2; 3; 0)$, $B(0; -\sqrt{2}; 0)$, $P\left(\frac{6}{5}; -\sqrt{2}; 2\right)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 2 - t \end{cases}$. Giả sử M là điểm thuộc d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất.

Tìm độ dài đoạn MP .

A. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

B. 2 .

C. $2\sqrt{3}$.

D. 4 .

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
C	A	C	A	C	A	B	D	D	A	C	A	A	A	D	C	B	C	A	C	C	D	B	A	A
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	A	D	C	C	A	A	C	D	D	A	B	D	C	C	D	B	D	A	A	B	D	B	B	B

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ là

- A. $\frac{x}{2} - \frac{\cos x}{4} + C$. B. $x + \frac{\sin 2x}{2} + C$. **C. $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.** D. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Lời giải

Chọn C

Họ nguyên hàm của $f(x) = \cos^2 x$ là $F(x) = \int \cos^2 x dx = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 2: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$.

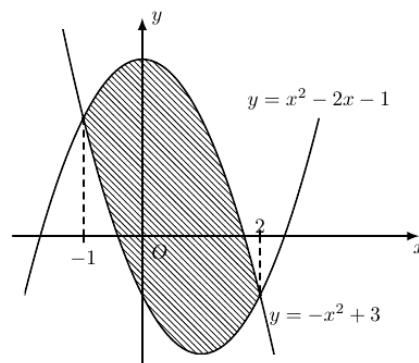
- A. $\bar{z} = 5 + 2i$.** B. $\bar{z} = -5 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 - 5i$. D. $\bar{z} = 2 + 5i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 5 + 2i$.

Câu 3: Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_{-1}^2 (2x^3 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng là $S = \int_{-1}^2 \left| -x^2 + 3 - (x^2 - 2x - 1) \right| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 4: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 5: Gọi $A(-1;3)$ và $B(4;5)$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1 và z_2 . Tìm số phức $w = 2z_1 - 3z_2$

A. $w = -14 + 9i.$

B. $w = 14 + 9i.$

C. $w = -14 - 9i.$

D. $w = -14 + 9i.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 = -1 + 3i, z_2 = 4 + 5i \Rightarrow w = 2z_1 - 3z_2 = -14 - 9i.$

Câu 6: Cho hai số phức $z = 1 - 3i$ và $w = 2 + i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là A và B . Tính độ dài AB .

A. $AB = \sqrt{17}.$

B. $AB = 17.$

C. $AB = 5.$

D. $AB = \sqrt{5}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $A(1;-3), B(2;1) \Rightarrow AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{17}.$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{a} = (4;-6;2)$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}.$

Lời giải

Chọn B

Δ có một vector chỉ phương $\vec{a} = (4;-6;2) = 2(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(2;0;-1)$ có phương

trình là: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$

Câu 8: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 67,25 m.

B. 70,25 m.

C. 68,25 m.

D. 69,75 m.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } v(t) = \int (t^2 + 4t) dt = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + C.$$

$$\text{Mà } v(0) = 15 \Rightarrow C = 15 \text{ nên } v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15.$$

$$\text{Quãng đường cần tính là: } S = \int_0^3 \left(\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75 \text{ (m).}$$

Câu 9: Cho biết $\int_{-1}^5 f(x) dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7] dx$?

A. $P = 37$.

B. $P = 15$.

C. $P = 27$.

D. $P = 19$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = 5 - 3x \Rightarrow dt = -3dx.$$

$$\text{Khi đó: } P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7] dx = \int_5^{-1} -\frac{1}{3} f(t) dt + \int_0^2 7 dx = -\frac{1}{3} \cdot (-15) + 14 = 19.$$

Câu 10: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. 3.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có: } (\bar{z} + 3i)(z - 3) = (x - yi + 3i)(x + yi - 3) = [x + (3 - y)i][(x - 3) + yi]$$

$$= x^2 + y^2 - 3x - 3y + (3x + 3y - 9)i.$$

$$\text{Do } (\bar{z} + 3i)(z - 3) \text{ là số thuần ảo nên } x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0.$$

$$\text{Vậy tập hợp biểu diễn số phức } z \text{ là một đường tròn tâm } I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right); \text{ bán kính } R = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 11: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và thỏa mãn $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = e^x$.

B. $F(x) = 2e^{2x} - 1$.

C. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$.

D. $F(x) = e^{2x}$.

Lời giải

Chọn C

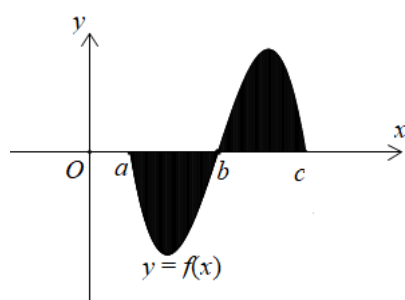
$$F(x) = \int f(x) dx = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C.$$

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} e^0 + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}.$$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$ có đồ thị như hình vẽ, biết $\int_a^b f(x) dx = -2$ và

$\int_b^c f(x) dx = 3$. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đậm.



A. $S = 5$.

B. $S = 7$.

C. $S = 1$.

D. $S = 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} S &= \int_a^c |f(x)| dx = \int_a^b |f(x)| dx + \int_b^c |f(x)| dx \\ &= -\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = -(-2) + 3 = 5. \end{aligned}$$

Câu 13: Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \int_a^b f(x) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa $f'(x) = 2x - 1$ và $f(0) = 1$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{1}{6}$.

C. 2.

D. $-\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x - 1) dx = x^2 - x + C$$

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow 0^2 - 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{6}.$$

Câu 15: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức iz_0 ?

A. $M_4\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M_3\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M_2\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **D. $M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.**

Lời giải

Chọn D

$$2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases} \Rightarrow z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức iz_0 là $M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 16: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{3x}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(x)e^{3x} dx = \frac{1}{3}f(x)e^{3x} + \frac{1}{3}F(x) + C$. B. $\int f(x)e^{3x} dx = f(x)e^{3x} + F(x) + C$.
C. $\int f(x)e^{3x} dx = \frac{1}{3}f(x)e^{3x} - \frac{1}{3}F(x) + C$. D. $\int f(x)e^{3x} dx = f(x)e^{3x} - F(x) + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt: } u = f(x) \Rightarrow du = f'(x) dx$$

$$dv = e^{3x} dx \Rightarrow v = \frac{1}{3}e^{3x}$$

$$\int f(x)e^{3x} dx = \frac{1}{3}f(x)e^{3x} - \int \frac{1}{3}e^{3x} \cdot f'(x) dx = \frac{1}{3}f(x)e^{3x} - \frac{1}{3}F(x) + C$$

Câu 17: Cho $f'(x) = \sqrt{x+1}$ và $f(3) = \frac{1}{3}$. Tính $f(0)$

A. $\frac{10}{3}$. **B. $\frac{11}{3}$.** C. $\frac{14}{3}$. **D. $\frac{-13}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f(x) = \int \sqrt{x+1} dx = \frac{(x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2(x+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + C.$$

$$f(3) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot 4^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3} \Leftrightarrow C = -5.$$

$$\text{Vậy } f(0) = \frac{2}{3} - 5 = \frac{-13}{3}.$$

Góp ý: Theo đề chụp thì bị lỗi $f(x) = \sqrt{x+1}$. Xin phép được điều chỉnh

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$. C. $3x - y - z = 0$. D. $x + y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$ và đi qua trung điểm $I(1; 1; 2)$ của đoạn thẳng AB . Do đó, phương trình mặt phẳng đó là:

$$-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Câu 19: Cho tích phân $I = \int_1^2 x \cdot e^{x^2} dx$ nếu ta đặt $t = x^2$, thì tích phân đã cho trở thành tích phân nào trong các tích phân sau?

- A. $\frac{1}{2} \int_1^4 e^t dt$. B. $\int_1^2 e^t dt$. C. $\int_1^4 e^t dt$. D. $\frac{1}{2} \int_1^2 e^t dt$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 e^{x^2} x dx.$$

$$\text{Đặt } t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt.$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow t = 1 \text{ và } x = 2 \Rightarrow t = 4.$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{2} \int_1^4 e^t dt.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$;

$$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ qua } d_1 \text{ và tạo với } d_2 \text{ một góc } 45^\circ. \text{ và nhận } \vec{n} = (1; b; c) \text{ làm vectơ}$$

pháp tuyến. Xác định tích $b \cdot c$

- A. -8 . B. 8 . C. -4 . D. 4 .

Lời giải

Chọn C

$$d_1 \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{u}_1 = (2; -2; -1)$$

$$d_2 \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{u}_2 = (1; 0; -1)$$

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (1; b; c)$ làm vector pháp tuyến và qua d_1 nên

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2 - 2b - c = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \sin(d_2; P) = \frac{|\vec{u}_2 \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}_2| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|1 + 0 - c|}{\sqrt{2} \sqrt{1 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |1 - c| = \sqrt{1 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow b^2 + 2c = 0 \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) $b = 2; c = -2$

Khi đó $b.c = -4$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $x + y + z = 0$. B. $z = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Oxz) có hai vector không cùng phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Suy ra mặt phẳng (Oxz) có vector pháp tuyến $\vec{n} = \vec{i} \wedge \vec{k} = (0; -1; 0)$.

Mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (0; -1; 0)$ nên mặt phẳng (Oxz) có phương trình $-1.y = 0 \Leftrightarrow y = 0$.

Câu 22: Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$, $y = 0$ quanh trục Ox .

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{16}{15}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = 1 - x^2$ và $y = 0$ là nghiệm của phương trình

$$1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$, $y = 0$ quanh trục

$$Ox \text{ là } V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{15}$. B. 3. C. 9. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$ có $a = -1$, $b = 0$, $c = -1$, $d = -7$.

Vậy mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-1)^2 - (-7)} = 3$.

Câu 24: Biết rằng $\int \frac{\ln^2 x - 5x^2}{x} dx = a \ln^b x + kx^2 + C$ (với, cho mặt câu $a, b, k \in \mathbb{Q}$ và C là hằng số). Tính $a + b + k^2$ ta được

A. $\frac{115}{12}$.

B. $\frac{105}{12}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{35}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \frac{\ln^2 x - 5x^2}{x} dx = \int \frac{\ln^2 x}{x} dx - \int 5x dx = \int \ln^2 x d(\ln x) - \int 5x dx = \frac{\ln^3 x}{3} - \frac{5}{2}x^2 + C$.

Theo bài $\int \frac{\ln^2 x - 5x^2}{x} dx = a \ln^b x + kx^2 + C$.

Suy ra $\begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 3 \\ k = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b + k^2 = \frac{1}{3} + 3 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{115}{12}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;1;0)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;0;1)$, $\overrightarrow{AD} = (-3;1;-1)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;1;1)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 1 \cdot (-3) + 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = -3$.

Vậy thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} \cdot 3 = \frac{1}{2}$.

Câu 26: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_1^2 f(2x-1) dx = 6$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng:

A. 5.

B. 7.

C. 13.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^2 f(2x-1) dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(2x-1) d(2x-1) = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = 12$

Khi đó $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 1 + 12 = 13$.

Câu 27: Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $(2+i)^2 z + 3 - 4i = \frac{4}{1+i}$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{2}{25}$.

Lời giải**Chọn A**

$$(2+i)^2 z + 3 - 4i = \frac{4}{1+i} \Leftrightarrow z = \frac{\frac{4}{1+i} - 3 + 4i}{(2+i)^2} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i.$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một vectơ pháp tuyến của (α)

A. $\vec{n} = (2; 3; -4)$.

B. $\vec{n} = (2; -3; 4)$.

C. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$.

D. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (2; -3; -4)$ hay $\vec{n} = (-2; 3; 4)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 1$ và $\int_1^2 [f(x) - 1] dx = 1$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Lời giải**Chọn C**

$$\int_1^2 [f(x) - 1] dx = \int_1^2 f(x) dx - 1 = 1 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 2.$$

$$\text{Ta có } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = 1 - 2 = -1.$$

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn: $(2+3i)z - (1+2i)\bar{z} = 7-i$. Tính mô-đun của số phức $w = 4z - 3 - 8i$

A. 12.

B. 10.

C. 13.

D. 15

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Ta có } az + b\bar{z} = c \Leftrightarrow z = \frac{\bar{a}c - \bar{b}c}{|a|^2 - |b|^2}$$

$$\text{Khi đó } (2+3i)z - (1+2i)\bar{z} = 7-i \Leftrightarrow z = 2-i \Leftrightarrow w = 5-12i \Rightarrow |w| = 13.$$

Câu 31: Cho tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$, nếu đặt $u = x$; $dv = e^x dx$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $I = xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx$.

B. $I = -xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx$.

C. $I = xe^x \Big|_1^2 + \int_1^2 e^x dx$.

D. $I = -xe^x \Big|_1^2 + \int_1^2 e^x dx$.

Lời giải**Chọn A**

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$. Suy ra $I = xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx$.

Câu 32: Thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$. Thể tích V được tính bởi công thức

A. $V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx$. **B.** $V = \int_0^3 (x + 2\sqrt{9-x^2}) dx$.

C. $V = 2 \int_0^3 (x + 2\sqrt{9-x^2}) dx$. **D.** $V = 4\pi \int_0^3 (9-x^2) dx$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích V được tính bởi công thức $V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $2x-3y-11=0$. **B.** $x-3y+2z-5=0$. **C.** $2y+3z-11=0$. **D.** $3y+2z-11=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$, $\vec{n}_P = (1; -3; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12) = 4(0; 2; 3)$. Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (0; 2; 3)$ và qua $A(2;4;1)$ có phương trình

$$2(y-4) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

Câu 34: Biết $\int \frac{(x-1)^{2020}}{(x+2)^{2022}} dx = \frac{1}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^b + C, x \neq -2$, với a, b nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng.

A. $a < b$. **B.** $b - a = 4038$. **C.** $a = b$. **D.** $a = 3b$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int \frac{(x-1)^{2020}}{(x+2)^{2022}} dx = \frac{1}{3} \int \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2020} d\left(\frac{x-1}{x+2} \right) = \frac{1}{3 \cdot 2021} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2021} + C.$$

Khi đó $a = 3 \cdot 2021 = 3b$.

Câu 35: Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$; $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$. Tính diện tích của (H) ?

A. 11. **B.** 12. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Diện tích của (H) là: $S = \int_{-2}^3 \left| (x^2 + x - 2) - (x + 2) \right| dx = \int_{-2}^3 |x^2 - 4| dx = 13.$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho là phương trình một mặt cầu khi và chỉ khi

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - (3m^2 - 5) > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 10 > 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

Mà m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}.$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 3t \\ z = t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

Lời giải

Chọn B

Gọi là d đường thẳng đi qua $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với (P)

Vì $d \perp (P)$ nên ta chọn một VTCP của đường thẳng (d) là $\vec{u}(1; 3; -1).$

Thay tọa độ điểm $A(2; 3; 0)$ vào đáp án B, C ta thấy đáp án B thỏa mãn

Câu 38: Giả sử M là một điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức z . Tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện $|2 + z| = |z - i|$ là một đường thẳng có phương trình là:

A. $4x - 2y - 3 = 0.$

B. $-4x + 2y + 3 = 0..$

C. $2x + y + 3 = 0.$

D. $4x + 2y + 3 = 0.$

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi (x; y \in \mathbb{R})$

$$|2 + z| = |z - i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + y^2 = x^2 + (y - 1)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng: $4x + 2y + 3 = 0.$

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được xác định bởi công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

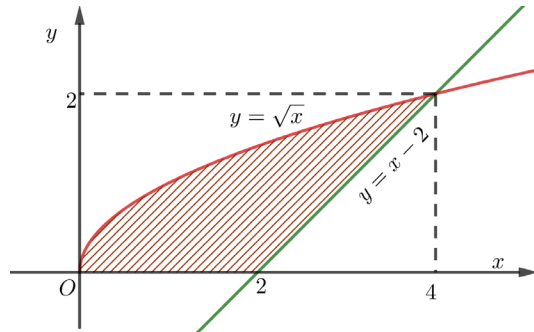
D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Lời giải

Chọn C

Diện tích S của hình phẳng là: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 40: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}$

Vậy diện tích của (H) bằng $\frac{10}{3}$.

Câu 41: Cho số phức $z = (2 - 3i)(1 + 4i)$. Tính mô-đun của số phức $w = \frac{z - 3}{1 + i}$

A. $\sqrt{67}$.

B. $\sqrt{57}$.

C. $\sqrt{65}$.

D. $\sqrt{73}$.

Lời giải

Chọn D

$$z = (2 - 3i)(1 + 4i) = 2 + 8i - 3i + 12 = 14 + 5i.$$

$$w = \frac{z - 3}{1 + i} = \frac{14 + 5i - 3}{1 + i} = \frac{11 + 5i}{1 + i} = 8 - 3i.$$

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{8^2 + (-3)^2} = \sqrt{73}.$$

Câu 42: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\int_a^b f(x) dx = f(a) - f(b)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A.** $M(3; 0; 0)$. **B.** $Q(0; 0; 1)$. **C.** $P(0; -1; 0)$. **D.** $N(0; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K . Gọi a, b, c là ba số thực bất kỳ thuộc K và $a < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $\int_a^b [f(x)]^2 dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$. **B.** $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.
- C.** $\int_a^a f(x) dx = 0$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_a^b [f(x)]^2 dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$ là mệnh đề sai.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ bằng

- A.** $2\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy $N(0; 2; 3) \in \Delta$, $\overrightarrow{MN} = (1; 6; 1)$, véc tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; -1; 2)$, $[\overrightarrow{MN}, \vec{u}_\Delta] = (16; 8; -4)$.

Khoảng cách từ M tới đường thẳng Δ là $d(M, \Delta) = \frac{[\overrightarrow{MN}, \vec{u}_\Delta]}{|\vec{u}_\Delta|} = \frac{\sqrt{16^2 + 8^2 + (-4)^2}}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2\sqrt{14}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 2 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất; $\vec{n}_Q = (a; b; 1)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.** $a - b = -1$. **B.** $a + b = -2$. **C.** $a + b = 0$. **D.** $a - b = 1$.

Lời giải

Chọn B

Vì (Q) chứa d nên $\vec{n}_{(Q)} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + 1 = 0 \Leftrightarrow a = 2b + 1$.

$$\text{Ta có } \cos((P); (Q)) = \frac{|2a - b - 2|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} = \frac{|b|}{\sqrt{5b^2 + 4b + 2}}$$

+) Nếu $b = 0$ thì $\cos((P); (Q)) = 0 \Rightarrow ((P); (Q)) = 90^\circ$.

$$+) \text{ Xét } b \neq 0, \text{ khi đó } \cos((P); (Q)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{b^2} + \frac{4}{b} + 5}} = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{b} + 1\right)^2 + 3}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Góc giữa (P) và (Q) nhỏ nhất

$$\Leftrightarrow \cos((P); (Q)) \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \cos((P); (Q)) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{b} = -1 \Leftrightarrow b = -1 \Rightarrow a = -1.$$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ sao cho $x^2 + x \cdot f(e^x) + f(e^x) = 1$ với

mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính tích phân $I = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{(\ln x) \cdot f(x)}{x} dx$

A. $I = \frac{3}{8}$.

B. $I = -\frac{1}{8}$.

C. $I = -\frac{2}{3}$.

D. $I = \frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x^2 + x \cdot f(e^x) + f(e^x) = 1 \Leftrightarrow (x+1)f(e^x) = 1 - x^2 \Leftrightarrow (x+1)f(e^x) = (1-x)(1+x).$$

Vì $x > 0$ nên $x+1 \neq 0 \Rightarrow f(e^x) = 1-x$. Đặt $t = e^x (t > 0) \Rightarrow x = \ln t$.

$$\Rightarrow f(t) = 1 - \ln t \text{ hay } f(x) = 1 - \ln x.$$

$$I = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{(\ln x) \cdot f(x)}{x} dx = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln x (1 - \ln x)}{x} dx.$$

$$\text{Đặt } u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx; x = \sqrt{e} \Rightarrow u = \frac{1}{2}; x = e \Rightarrow u = 1.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_{\frac{1}{2}}^1 u(1-u) du = \int_{\frac{1}{2}}^1 (u - u^2) du = \frac{1}{12}.$$

Câu 48: Xét các số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$ và $|2z - 1 + i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = 4010a + 8b$.

A. $P = 2021$.

B. $P = 2020$.

C. $P = \frac{361}{16}$.

D. $P = \frac{\sqrt{361}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} 4(z - \bar{z}) - 15i &= i(z + \bar{z} - 1)^2 \Leftrightarrow 4(a + bi - a - bi) - 15i = i(a + bi + a - bi - 1)^2 \\ &\Leftrightarrow 8bi - 15i = i(2a - 1)^2 \Leftrightarrow 8b - 15 = (2a - 1)^2. \end{aligned}$$

Suy ra $8b - 15 \geq 0 \Leftrightarrow b \geq \frac{15}{8}$.

$$\begin{aligned} |2z - 1 + i| &= |2a + 2bi - 1 + i| = |(2a - 1) + (2b + 1)i| = \sqrt{(2a - 1)^2 + (2b + 1)^2} \\ &= \sqrt{8b - 15 + (2b + 1)^2} \geq \sqrt{0 + \left(2 \cdot \frac{15}{8} + 1\right)^2} = \frac{19}{4} \end{aligned}$$

Dấu “=” khi $b = \frac{15}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow z = \frac{1}{2} + \frac{15}{8}i$.

Vậy $P = 4010 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{15}{8} = 2020$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ O) thỏa mãn $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 27$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $9\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: (P) tiếp xúc với $(S) \Rightarrow d(O, (P)) = R = \sqrt{3}$

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc nên ta có: $\frac{1}{d^2(O, (P))} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

Áp dụng bất đẳng thức BCS dạng Engel ta có:

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \geq \frac{(1+1+1)^2}{OA^2 + OB^2 + OC^2} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow OA^2 = OB^2 = OC^2 \Leftrightarrow \begin{cases} OA = 3 \\ OB = 3 \\ OC = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều cạnh bằng $3\sqrt{2}$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{(3\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2; 3; 0)$, $B(0; -\sqrt{2}; 0)$, $P\left(\frac{6}{5}; -\sqrt{2}; 2\right)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 2 - t \end{cases}$. Giả sử M là điểm thuộc d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất.

Tìm độ dài đoạn MP .

A. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P_{\triangle ABM} = AB + AM + BM$ và AB cố định nên $P_{\triangle ABM}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AM + BM$ nhỏ nhất

Ta có $M \in d \Rightarrow M(t; 0; 2-t)$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA + MB &= \sqrt{(2-t)^2 + 3^2} + \sqrt{(2-t)^2 + t^2 + 2} = \sqrt{2(2-t)^2 + 9} + \sqrt{2t^2 - 4t + 6} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{2} - t\sqrt{2})^2 + 3^2} + \sqrt{(t\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + 2^2} \geq \sqrt{(2\sqrt{2} - t\sqrt{2} + t\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + (3+2)^2} \\ &= \sqrt{2+25} = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2} - t\sqrt{2}}{3} = \frac{t\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow t = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow MP = \sqrt{\left(\frac{7}{5} - \frac{6}{5}\right)^2 + 2 + \left(\frac{3}{5} - 2\right)^2} = 2$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 24 (100TN)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 5)$ là

- A.** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{5}$. **B.** $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{5}$.
C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{3}$. **D.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{3}$.

Câu 2: Số nào dưới đây là một căn bậc hai của -25 ?

- A.** $5-i$. **B.** -5 . **C.** $-5i$. **D.** $5+i$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -1)$ có phương trình là

- A.** $x-z=0$. **B.** $x-z-2=0$. **C.** $x+2y-z-2=0$. **D.** $2x+y-z=0$.

Câu 4: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ thì $\int_1^4 3f(x)dx$ bằng

- A.** 9. **B.** 6. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 5: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $V = \pi \int_0^2 (x+1)^2 dx$. **B.** $V = \int_0^2 (x+1)^2 dx$. **C.** $V = \pi \int_0^2 (x+1) dx$. **D.** $V = \int_0^2 |x+1| dx$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; -1; 5)$ và $B(-3; 4; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A.** $\sqrt{66}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{86}$. **D.** $\sqrt{42}$.

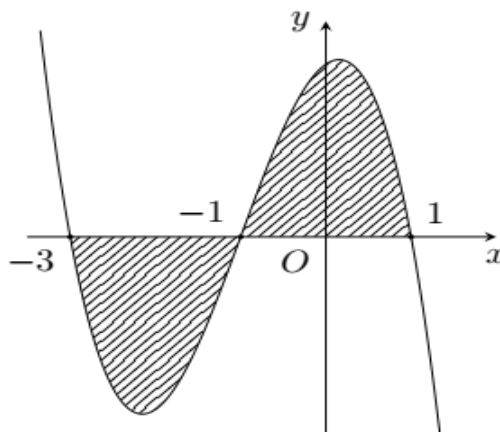
Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-2t \\ y=3+t \\ z=-2 \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A.** $\vec{v} = (-2; 1; 0)$. **B.** $\vec{a} = (-2; 1; -2)$. **C.** $\vec{u} = (1; 3; -2)$. **D.** $\vec{n} = (1; 3; 0)$.

Câu 8: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 5]$ biết $F(5) = 4$, $F(1) = \sqrt{2}$. Khi đó $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A.** $4-\sqrt{2}$. **B.** $-4-\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}-4$. **D.** $4+\sqrt{2}$.

Câu 9: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 1$ (phần tô đậm trong hình vẽ) được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$

B. $S = -\int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx.$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+5)^2 + (z-9)^2 = 4$ có bán kính bằng

A. 16.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 7y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α) ?

A. $(P): 2x + 7y - z + 10 = 0.$

B. $(Q): x + y + 9z - 2 = 0.$

C. $(R): 2x - 7y - z + 1 = 0.$

D. $(S): 2x + 7y + z + 1 = 0.$

Câu 12: Nếu $\int_{-2}^0 f(x) dx = 4$ và $\int_{-2}^0 g(x) dx = 1$ thì $\int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 5.

B. 3.

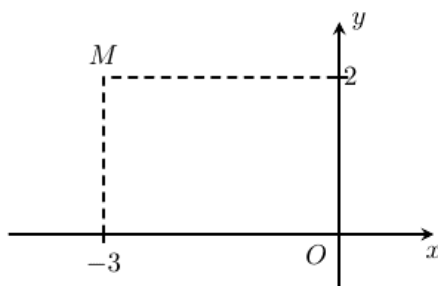
C. -5.

D. -3.

Câu 13: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx.$ **B.** $S = \int_{-1}^1 (x - x^3) dx.$ **C.** $S = \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx.$ **D.** $S = \left| \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx \right|.$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức?



- A. $3+2i$. B. $-3+2i$. C. $-3-2i$. D. $2-3i$.

Câu 15: Số phức $z = 5 - i$ có phần ảo bằng

- A. 5. B. -1. C. $-i$. D. 1.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 2i$. B. $\bar{z} = 3 + 2i$. C. $\bar{z} = -3 - 2i$. D. $\bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x + y - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{q} = (5; 2; 1)$. B. $\vec{a} = (5; 1; 2)$. C. $\vec{p} = (5; -2; 1)$. D. $\vec{b} = (5; 1; -2)$.

Câu 18: Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 1 - i$. Số phức $\frac{z}{w}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$. C. $-\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$. D. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(-3; 0; 5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$ là

- A. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 5t \end{cases}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -3\vec{i} + 7\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

- A. $(3; 7; 0)$. B. $(-3; 7; 1)$. C. $(-3; 7; 0)$. D. $(3; 7; 1)$.

Câu 21: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Phần ảo của số phức $(3 - 2i)z_0$ bằng

- A. -8. B. 7. C. 1. D. -4.

Câu 22: Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

- A. $\frac{17}{4}$. B. $\frac{15}{3}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$ là

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$.

Câu 24: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{14\pi}{3}$.

B. $\frac{15\pi}{2}$.

C. $\frac{14}{3}$.

D. $\frac{15}{2}$.

Câu 25: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 3x$ và $y = 0$ khi quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{81}{10}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{9\pi}{2}$.

D. $\frac{81\pi}{10}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(0;0;2)$?

A. $(\alpha_4): 2x - 3y - z - 3 = 0$.

B. $(\alpha_3): 2x - 3y - z + 2 = 0$.

C. $(\alpha_1): x + 2y - 3z - 1 = 0$.

D. $(\alpha_2): x - 2y - 3z + 9 = 0$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{-5}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 5z + 5 = 0$. Tọa độ giao điểm của Δ và (P) là

A. $\left(0; -\frac{15}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{15}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

C. $(-1; 6; 0)$.

D. $(1; -6; 0)$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)\bar{z} = 3-i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $-\frac{7}{5}$.

B. $\frac{7}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 29: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2 + 1$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ bằng

A. 2.

B. 8π .

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{28}{15}\pi$.

Câu 30: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ và $\int_3^6 f(x) dx = -4$ thì $\int_1^6 f(x) dx$ bằng

A. -6.

B. 2.

C. 6.

D. -2.

Câu 31: Cho số phức $z = (1-2i)^2 + (2-i)$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. $-1-5i$.

B. $-1+5i$.

C. -6.

D. 4.

Câu 32: Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $z_2 = -2 + 5i$. Biết $z_1 = z_2$, khi đó tổng $a + b$ bằng

A. -7.

B. -3.

C. 3.

D. 5.

Câu 33: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz trên mặt phẳng tọa độ?

A. $N(1; 2)$.

B. $Q(2; -1)$.

C. $P(1; -2)$.

D. $M(-2; 1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 3), B(3; -2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 24$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 12$.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|1+z| = |i-z|$ là

A. $x - y = 0$.

B. $x + y - 1 = 0$.

C. $x - y + 1 = 0$.

D. $x + y = 0$.

Câu 36: Số phức nào sau đây là một nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$?

A. $-1 - i$.

B. $1 + 5i$.

C. $1 - i$.

D. $1 + 2i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;4)$ và $B(1;0;1)$. Điểm M nằm trên trục Oz và cách đều hai điểm A, B có tọa độ

A. $(0;0;4)$.

B. $(2;0;0)$.

C. $(0;0;2)$.

D. $(0;4;0)$.

Câu 38: Cho hai số phức $z = 1 + i$ và $w = 3 - 2i$. Mô đun của số phức $w - z$ bằng

A. 13

B. $\sqrt{17}$

C. $\sqrt{15}$

D. $\sqrt{13}$

Câu 39: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx = \frac{\pi}{a} - \frac{b}{c}$ (với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $ab + c$ bằng

A. 12

B. -4

C. 4

D. 10.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-3;2)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 5 = 0$ bằng

A. $\frac{16}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{16}{9}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 1 = 0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo một đường tròn có chu vi bằng

A. 12π .

B. $4\pi\sqrt{3}$.

C. $2\pi\sqrt{3}$.

D. $2\pi\sqrt{13}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm ba điểm $A(1;2;3), B(0;1;1)$ và $C(1;0;-2)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{2}{3}; 0; -\frac{1}{6}\right)$.

B. $M\left(-\frac{2}{3}; 0; \frac{1}{6}\right)$.

C. $M\left(\frac{1}{3}; 0; -\frac{2}{3}\right)$.

D. $M\left(0; \frac{2}{3}; -\frac{1}{6}\right)$.

Câu 43: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $z_1 = 3i$ và nghiệm còn lại là z_2 . Mô đun của số phức $(a-b)z_2$ bằng

A. 10.

B. 9.

C. 18.

D. 27.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, phương trình hình chiếu của đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ trên mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-2|=|z|$ và $(z+1)(\bar{z}-i)$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3-2x & \text{nếu } x \geq -1 \\ 5 & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$. Tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x - 1) \cos x dx$ bằng

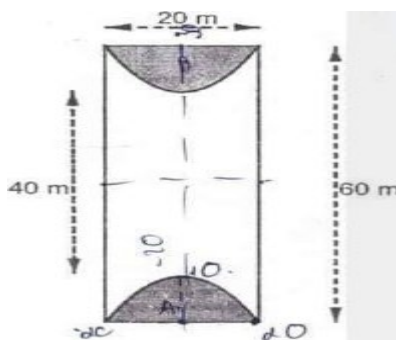
- A. -9. B. 1. C. 9. D. 7.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{\bar{z}}{1+i} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$. Tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. 19. B. 25. C. 7. D. 5.

Câu 48: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 60m, chiều rộng 20m. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau 40m (như hình vẽ bên). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là 200.000 đồng/m². Tính tổng số tiền lát gạch (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 133.334.000 đồng. B. 213.334.000 đồng.
C. 53.334.000 đồng. D. 186.667.000 đồng.



Câu 49: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 4$ và đường thẳng $y = 2x - 4$ bằng

- A. 36π . B. 36. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 50: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^3 [3x - 2f(x)] dx$ bằng

- A. 6. B. 0. C. 3. D. 9.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.A	5.A	6.A	7.A	8.A	9.B	10.B
11.A	12.B	13.C	14.B	15.B	16.D	17.D	18.A	19.B	20.B
21.C	22.D	23.C	24.B	25.D	26.B	27.D	28.B	29.C	30.D
31.C	32.C	33.D	34.C	35.D	36.D	37.A	38.D	39.A	40.A
41.B	42.A	43.D	44.A	45.C	46.C	47.B	48.C	49.C	50.A

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 5)$ là

A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{5}$. **B.** $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{5}$.
C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{3}$. **D.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Số nào dưới đây là một căn bậc hai của -25 ?

A. $5-i$. **B.** -5 . **C.** $-5i$. **D.** $5+i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(-5i)^2 = -25 \Rightarrow -5i$ là một căn bậc hai của -25 .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -1)$ có phương trình là

A. $x-z=0$. **B.** $x-z-2=0$. **C.** $x+2y-z-2=0$. **D.** $2x+y-z=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -1)$ có phương trình là $1(x-1) + 2y - 1(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z - 2 = 0$.

Câu 4: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^4 3f(x) dx$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^4 3f(x) dx = 3 \int_1^4 f(x) dx = 3.3 = 9$

Câu 5: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $V = \pi \int_0^2 (x+1)^2 dx$. **B.** $V = \int_0^2 (x+1)^2 dx$.
C. $V = \pi \int_0^2 (x+1) dx$. **D.** $V = \int_0^2 |x+1| dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \pi \int_0^2 (x+1)^2 dx$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; -1; 5)$ và $B(-3; 4; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A.** $\sqrt{66}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{86}$. **D.** $\sqrt{42}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-5; 5; -4) \Rightarrow AB = \sqrt{(-5)^2 + 5^2 + (-4)^2} = \sqrt{66}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 \end{cases}$ có một vector chỉ phương là

- A.** $\vec{v} = (-2; 1; 0)$. **B.** $\vec{a} = (-2; 1; -2)$. **C.** $\vec{u} = (1; 3; -2)$. **D.** $\vec{n} = (1; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Một vector chỉ phương của d là $\vec{v} = (-2; 1; 0)$.

Câu 8: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 5]$ biết $F(5) = 4, F(1) = \sqrt{2}$. Khi

đó $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

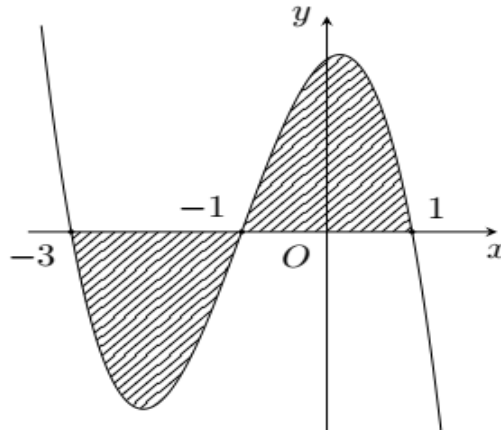
- A.** $4 - \sqrt{2}$. **B.** $-4 - \sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2} - 4$. **D.** $4 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^5 f(x) dx = F(x) \Big|_1^5 = F(5) - F(1) = 4 - \sqrt{2}$.

Câu 9: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3, x = 1$ (phần tô đậm trong hình vẽ) được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$

B. $S = -\int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có $S = -\int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+5)^2 + (z-9)^2 = 4$ có bán kính bằng

A. 16.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu S có bán kính $R = 2.$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 7y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α) ?

A. $(P): 2x + 7y - z + 10 = 0.$

B. $(Q): x + y + 9z - 2 = 0.$

C. $(R): 2x - 7y - z + 1 = 0.$

D. $(S): 2x + 7y + z + 1 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Ta thấy mặt phẳng $(P): 2x + 7y - z + 10 = 0$ song song với mặt phẳng $(\alpha).$

Câu 12: Nếu $\int_{-2}^0 f(x) dx = 4$ và $\int_{-2}^0 g(x) dx = 1$ thì $\int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. -5.

D. -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_{-2}^0 g(x) dx = 4 - 1 = 3.$

Câu 13: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 (x - x^3) dx$. **C. $S = \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx$.** D. $S = \left| \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx \right|$.

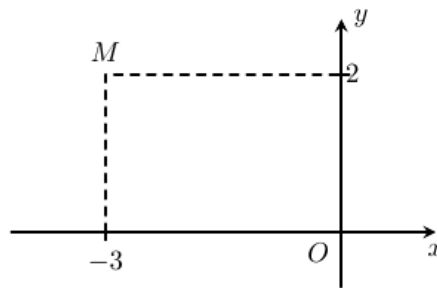
Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$

Diện tích S là $S = \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức?



A. $3 + 2i$. **B. $-3 + 2i$.** C. $-3 - 2i$. D. $2 - 3i$.

Lời giải

Chọn B

Điểm M ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $-3 + 2i$.

Câu 15: Số phức $z = 5 - i$ có phần ảo bằng

A. 5. **B. -1 .** C. $-i$. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phần ảo của z bằng -1 .

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

A. $\bar{z} = -3 + 2i$. B. $\bar{z} = 3 + 2i$. C. $\bar{z} = -3 - 2i$. **D. $\bar{z} = 3 - 2i$.**

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x + y - 2z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{q} = (5; 2; 1)$. B. $\vec{a} = (5; 1; 2)$. C. $\vec{p} = (5; -2; 1)$. **D. $\vec{b} = (5; 1; -2)$.**

Lời giải

Chọn D

Câu 18: Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 1 - i$. Số phức $\frac{z}{w}$ bằng

A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

B. $-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$.

C. $-\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$.

D. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{z}{w} = \frac{1+2i}{1-i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(-3; 0; 5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 1 + 5t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -3\vec{i} + 7\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $(3; 7; 0)$.

B. $(-3; 7; 1)$.

C. $(-3; 7; 0)$.

D. $(3; 7; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 21: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Phần ảo của số phức $(3 - 2i)z_0$ bằng

A. -8 .

B. 7 .

C. 1 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn C

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 + i \\ z = -2 - i \end{cases}. \text{ Chọn } z_0 = -2 - i, \text{ ta có } (3 - 2i)z_0 = (3 - 2i)(-2 - i) = -8 + i$$

Câu 22: Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

A. $\frac{17}{4}$.

B. $\frac{15}{3}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{15}{4}.$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$ là

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;1;-2)$

Do đường thẳng đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên đường thẳng có một véc tơ chỉ phương là $\vec{n}(1;1;-2)$, vậy đường thẳng có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 24: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{14\pi}{3}$. B. **$\frac{15\pi}{2}$** . C. $\frac{14}{3}$. D. $\frac{15}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_1^4 x dx = \frac{15\pi}{2}$.

Câu 25: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 3x$ và $y = 0$ khi quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{81}{10}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{9\pi}{2}$. D. **$\frac{81\pi}{10}$** .

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Nên $V = \pi \int_0^3 (-x^2 + 3x)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(0;0;2)$?

- A. $(\alpha_4): 2x - 3y - z - 3 = 0$. B. **$(\alpha_3): 2x - 3y - z + 2 = 0$** .
C. $(\alpha_1): x + 2y - 3z - 1 = 0$. D. $(\alpha_2): x - 2y - 3z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $A(0;0;2)$ vào $(\alpha_3): 2x-3y-z+2=0$, ta được $2.0-3.0-2+2=0$ (luôn đúng).

Vậy $A \in (\alpha_3)$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{-5}$ và mặt phẳng $(P): x+y+5z+5=0$. Tọa độ giao điểm của Δ và (P) là

- A. $\left(0; -\frac{15}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. B. $\left(0; \frac{15}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $(-1; 6; 0)$. **D. $(1; -6; 0)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{-5} \\ x+y+5z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=15 \\ -5x-2z=-5 \\ x+y+5z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-6 \\ z=0 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ giao điểm của Δ và (P) là $(1; -6; 0)$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)\bar{z}=3-i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A. $-\frac{7}{5}$. **B. $\frac{7}{5}$.** C. $\frac{1}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (1+2i)\bar{z}=3-i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{3-i}{1+2i} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i \Leftrightarrow z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i.$$

Vậy phần ảo của số phức z bằng $\frac{7}{5}$.

Câu 29: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=x^2+1$, $y=0$ và hai đường thẳng $x=0, x=1$ bằng

- A. 2. B. 8π . **C. $\frac{4}{3}$.** D. $\frac{28}{15}\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$S = \int_0^1 |x^2+1| dx = \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4}{3}.$$

Câu 30: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ và $\int_3^6 f(x) dx = -4$ thì $\int_1^6 f(x) dx$ bằng

A. -6.

B. 2.

C. 6.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

$$\int_1^6 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx = 2 - 4 = -2.$$

Câu 31: Cho số phức $z = (1 - 2i)^2 + (2 - i)$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. $-1 - 5i$.

B. $-1 + 5i$.

C. -6.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$z = (1 - 2i)^2 + (2 - i) = -1 - 5i.$$

Suy ra số phức z có phần thực bằng -1 , phần ảo bằng -5 .

Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng -6 .

Câu 32: Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $z_2 = -2 + 5i$. Biết $z_1 = z_2$, khi đó tổng $a + b$ bằng

A. -7.

B. -3.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a + bi = -2 + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow a + b = 3.$$

33_36-GL-2021-2022

Câu 33: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz trên mặt phẳng tọa độ?

A. $N(1; 2)$.

B. $Q(2; -1)$.

C. $P(1; -2)$.

D. **$M(-2; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $iz = i(1 + 2i) = -2 + i \Rightarrow$ điểm biểu diễn của số phức iz là $M(-2; 1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 3), B(3; -2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 24$.

C. **$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$.**

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 12$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1; -1; 2);$

Khi đó mặt cầu (S) đường kính AB có tâm I , bán kính $R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$ phương trình mặt cầu

$$(S) \text{ là } (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6.$$

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|1+z| = |i-z|$ là

- A. $x - y = 0$. B. $x + y - 1 = 0$. C. $x - y + 1 = 0$. **D. $x + y = 0$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |1+z| = |i-z| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1-y)^2} \Leftrightarrow x + y = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z là đường thẳng có phương trình $x + y = 0$.

Câu 36: Số phức nào sau đây là một nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$?

- A. $-1 - i$. B. $1 + 5i$. C. $1 - i$. **D. $1 + 2i$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm 2i$. Suy ra $1 + 2i$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;4)$ và $B(1;0;1)$. Điểm M nằm trên trục Oz và cách đều hai điểm A, B có tọa độ

- A. $(0;0;4)$.** B. $(2;0;0)$. C. $(0;0;2)$. D. $(0;4;0)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $M \in Oz$ nên $M(0;0;t)$.

Mặt khác M cách đều hai điểm A, B nên

$$MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{1+9+(t-4)^2} = \sqrt{1+(t-1)^2} \Leftrightarrow 6t - 24 = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

Vậy $M(0;0;4)$.

Câu 38: Cho hai số phức $z = 1 + i$ và $w = 3 - 2i$. Mô đun của số phức $w - z$ bằng

- A. 13 B. $\sqrt{17}$ C. $\sqrt{15}$ **D. $\sqrt{13}$**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } w - z = 2 - 3i \Rightarrow |w - z| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}.$$

Câu 39: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx = \frac{\pi}{a} - \frac{b}{c}$ (với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $ab + c$ bằng

- A. 12** B. -4 C. 4 D. 10.

Lời giải

Chọn A

Ta đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases} \Rightarrow I = \frac{x}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}.$

Vậy $a = 8; b = 1; c = 4 \Rightarrow ab + c = 12.$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1; -3; 2)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 5 = 0$ bằng

A. $\frac{16}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{16}{9}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(M; (\alpha)) = \frac{|1 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 2 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{16}{3}.$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 1 = 0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo một đường tròn có chu vi bằng

A. $12\pi.$

B. $4\pi\sqrt{3}.$

C. $2\pi\sqrt{3}.$

D. $2\pi\sqrt{13}.$

Lời giải:

Chọn B

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 1 = 0$ suy ra tâm $I(-1; 2; -3)$ bán kính

$R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 1} = \sqrt{13}.$

Phương trình mặt phẳng $Oyz: x = 0.$

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(Oyz): d(I; Oyz) = |-1| = 1.$

Ta có: $R^2 = r^2 + d^2 \Leftrightarrow 13 = r^2 + 1 \Leftrightarrow r = 2\sqrt{3}.$

Chu vi của đường tròn giao tuyến bằng: $C = 2\pi r = 4\pi\sqrt{3}.$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm ba điểm $A(1; 2; 3), B(0; 1; 1)$ và $C(1; 0; -2).$ Tìm tọa độ điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{2}{3}; 0; -\frac{1}{6}\right).$

B. $M\left(-\frac{2}{3}; 0; \frac{1}{6}\right).$

C. $M\left(\frac{1}{3}; 0; -\frac{2}{3}\right).$

D. $M\left(0; \frac{2}{3}; -\frac{1}{6}\right).$

Lời giải:

Chọn A

Ta có: $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$
 $= 6MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2 = 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2$

Gọi I là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ Suy ra: $I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{6}\right).$

Suy ra: $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2.$

Để $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng $(Oxz).$

Vậy $M\left(\frac{2}{3}; 0; -\frac{1}{6}\right)$.

Câu 43: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $z_1 = 3i$ và nghiệm còn lại là z_2 . Môđun của số phức $(a-b)z_2$ bằng

A. 10.

B. 9.

C. 18.

D. 27.

Lời giải:

Chọn D

Ta có: $z_1 = 3i \Rightarrow z_2 = \overline{z_1} = -3i$

Theo định lý Vi-ét có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3i - 3i = -a \\ 3i \cdot (-3i) = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 9 \end{cases}$.

Suy ra $|(a-b)z_2| = |(0-9)(-3i)| = 27$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, phương trình hình chiếu của đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ trên mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. **B.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải:

Chọn A

$$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1} = t \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 2t - 1 \\ z = -t + 2 \end{cases}$$

Gọi $A = \Delta \cap (P)$ suy ra $A(t; 2t-1; 2-t)$

Tọa độ của A là nghiệm phương trình

$$t + (2t-1) + (-t+2) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2t = 2 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

Lấy $B(0; -1; 2) \in \Delta$.

Gọi B' là hình chiếu của B trên (P) . Phương trình đường thẳng BB' có vtcp là

$$\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1) \text{ là: } \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Ta có: $B' = BB' \cap (P)$. Suy ra: $B'(t; t-1; 2+t)$

Tọa độ B' là nghiệm phương trình:

$$t + (-1+t) + (2+t) - 3 = 0 \Leftrightarrow 3t = 2 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow B'\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Phương trình hình chiếu là phương trình AB' có: $\vec{u} = \overrightarrow{AB'} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right) = \frac{1}{3}(-1; -4; 5)$ và đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-2|=|z|$ và $(z+1)(\bar{z}-i)$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Do $|z-2|=|z| \Rightarrow (a-2)^2 + b^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a=1$ (1).

Ta có $(z+1)(\bar{z}-i) = z\bar{z} - iz + \bar{z} - i = a^2 + b^2 - i(a+bi) + (a-bi) - i$
 $= a^2 + b^2 + a + b - (a+b+1)i$.

Do $(z+1)(\bar{z}-i)$ là số thuần ảo nên $a^2 + b^2 + a + b = 0$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $b^2 + b + 2 = 0$ (vô nghiệm).

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3-2x & \text{nếu } x \geq -1 \\ 5 & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$. Tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x - 1) \cos x dx$ bằng

- A. -9. B. 1. C. 9. D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x - 1) d(\sin x - 1) = \int_{-2}^0 f(x) dx = 5 \int_{-2}^{-1} dx + \int_{-1}^0 (3-2x) dx = 9$.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{\bar{z}}{1+i} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$. Tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. 19. B. 25. C. 7. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

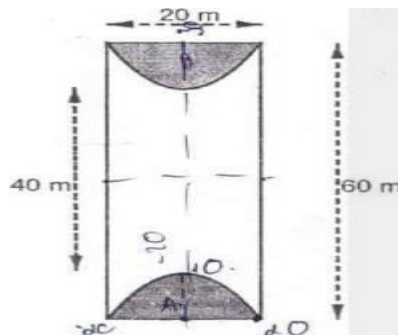
Ta có $z + \frac{\bar{z}}{1+i} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \Leftrightarrow z + \frac{\bar{z}(1-i)}{2} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \Leftrightarrow 2z + \bar{z}(1-i) = 5 + i$

Khi đó ta có $2(a+bi) + (a-bi)(1-i) = 5 + i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=5 \\ -a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases}$.

Vậy $a^2 + b^2 = 25$.

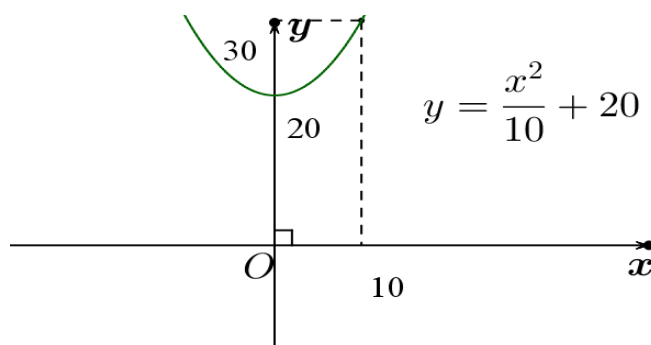
Câu 48: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 60 m, chiều rộng 20 m. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau 40 m (như hình vẽ bên). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là 200.000 đồng/m². Tính tổng số tiền lát gạch (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 133.334.000 đồng. B. 213.334.000 đồng.
C. 53.334.000 đồng. D. 186.667.000 đồng.



Lời giải

Chọn C



Diện tích hình chữ nhật là $S = 60 \cdot 20 = 1200 (m^2)$.

Diện tích trồng cỏ là $S_1 = 4 \int_0^{10} \left(\frac{1}{10}x^2 + 20 \right) dx = \left(\frac{2x^3}{15} + 20x \right) \Big|_0^{10} = \frac{2800}{3} (m^2)$.

Diện tích cần lát gạch là $S_2 = S - S_1 = \frac{800}{3} (m^2) \Rightarrow$ Số tiền để lát gạch là:

$$\frac{800}{3} \cdot 200.000 \approx 53.333.333 (\text{đồng})$$

Câu 49: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 4$ và đường thẳng $y = 2x - 4$ bằng

- A. 36π . B. 36. **C. $\frac{4}{3}$.** D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 4$ và đường thẳng $y = 2x - 4$ bằng

$$S_1 = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_0^2 = \left| \frac{-4}{3} \right| = \frac{4}{3}.$$

Câu 50: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_1^3 [3x - 2f(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^3 [3x - 2f(x)] dx = \int_1^3 3x dx - \int_1^3 2f(x) dx = \frac{3}{2} x^2 \Big|_1^3 - 2 \int_1^3 f(x) dx = 12 - 6 = 6.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 25 (100TN)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ bằng

- A.** $\frac{19}{21}$. **B.** $\frac{19\sqrt{21}}{21}$. **C.** $\frac{21}{19}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

Câu 2: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A.** 2. **B.** $-2i$. **C.** 3. **D.** -2 .

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - x$ là

- A.** $-\sin x - \frac{x^2}{2} + C$. **B.** $-\sin x - x^2 + C$. **C.** $\sin x - \frac{x^2}{2} + C$. **D.** $\sin x - x^2 + C$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	2	5	2	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$. **B.** Hàm số có hai điểm cực trị.
C. Hàm số có hai điểm cực đại. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $y = 5$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-2; 1]$, $f(-2) = 9$, $f(1) = -1$. Giá trị của tích phân $\int_{-2}^1 f'(x) dx$ bằng

- A.** -10 . **B.** 10. **C.** 8. **D.** -8 .

Câu 6: Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ là

- A.** $\vec{n} = (4; 4; -2)$. **B.** $\vec{n} = (-2; 1; -2)$. **C.** $\vec{n} = (2; -1; -2)$. **D.** $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - 2i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A.** $5i$. **B.** $-5i$. **C.** $12 + 5i$. **D.** $6 - 6i$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.
D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

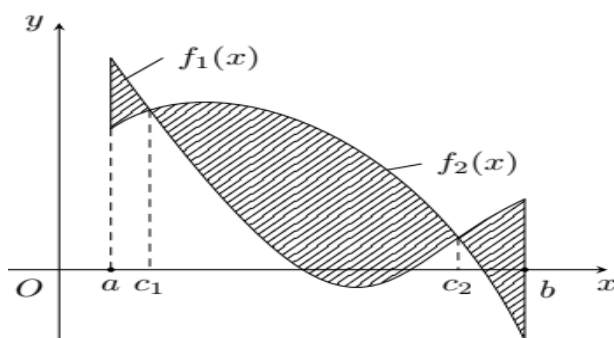
Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $A(3;2;1)$. **B.** Điểm $D(1;2;3)$. **C.** Điểm $B(1;-2;-3)$. **D.** Điểm $C(1;2;-3)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;0;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(1;-1;0)$ và $D(a;b;c)$. Biết $ABCD$ là hình bình hành, khi đó giá trị $P = a + 2b + 3c$ bằng

A. 17. **B.** 9. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 11: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới). Công thức tính diện tích của hình (H) là



A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$. **B.** $S = \int_0^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.
C. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx$. **D.** $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 13: Cho số phức $z = -2 + i\sqrt{3}$, Giá trị của $|z|$ là

A. $|z| = \sqrt{7}$. **B.** $|z| = 13$. **C.** $|z| = 7$. **D.** $|z| = \sqrt{13}$.

Câu 14: Cho $\int_e^{e^4} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$

A. $I = 4$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 16$. **D.** $I = 8$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d qua $A(1;2;3)$, đồng thời d cắt và vuông góc với trục hoành Ox là:

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3+3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=3+3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \\ z=-3+3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1 \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với trục tung Oy .

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Câu 17: Nếu tích phân $\int_{-2}^3 f(x) dx = 2$ và tích phân $\int_{-2}^3 [f(x) + g(x)] dx = 7$ thì tích phân $\int_{-2}^3 g(x) dx$ bằng bao nhiêu?

A. 5. B. 9. C. -5. D. -9.

Câu 18: Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-2021}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào dưới đây?

A. $\int (u^2 - 2022) du$. B. $2 \int (u^2 - 2021) du$. C. $2 \int (u^2 - 2022) du$. D. $2 \int u(u^2 - 2022) du$.

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

A. $(x+1)e^x + C$. B. $\frac{x^2 e^x}{2} + C$. C. $xe^x + C$. D. $(x-1)e^x + C$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, hãy tìm bán kính R của mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1; 0; 1)$, $N(1; 0; 0)$, $P(2; 1; 0)$ và $Q(1; 1; 1)$.

A. $R = 1$. B. $R = \frac{3}{2}$. C. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $R = \sqrt{3}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	6	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$		$+\infty$	2
	$\searrow$		$\nearrow$	$\searrow$
	3		$-\infty$	0

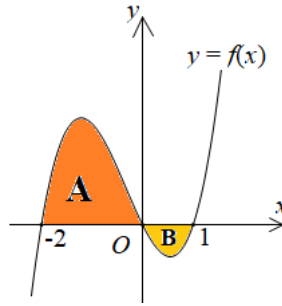
Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -2)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $z - 2 = 0$. B. $x + y + z - 1 = 0$. C. $x + y - 3 = 0$. D. $z + 2 = 0$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.



Giá trị của tích phân $I = \int_{-1}^0 f(3x+1)dx$ bằng

- A. 3. B. 13. C. 9. D. $\frac{13}{3}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, tìm α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): -3x - 4y - 5z + 10 = 0$.

- A. $\alpha = 120^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)dx$.

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $M_1(1;0;0)$. B. $M_4(1;2;0)$. C. $M_3(0;2;0)$. D. $M_2(0;2;3)$.

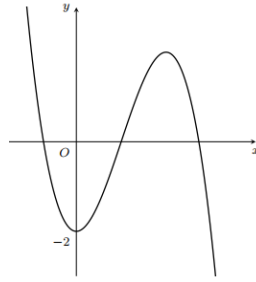
Câu 27: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^3$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.

- A. $\frac{1}{14}$. B. $\frac{\pi}{14}$. C. $\frac{\pi}{28}$. D. $\frac{1}{28}$.

Câu 28: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ($x \neq 0$), biết $f(1) = 1$, $F(-1) = 0$, $F(2) = 3$.

- A. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}$. B. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{x} - \frac{5}{2}$.
C. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}$. D. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4x} + \frac{1}{2}$.

Câu 29: Đường cong trong hình vẽ sau là của đồ thị hàm số nào sau đây?



- A.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + x^2 - 2$. **C.** $y = x^4 - x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 30: Tích phân $I = \int_0^3 (e^x + 1) dx$ bằng

- A.** $e - 1$. **B.** $e^3 + 2$. **C.** $e + 2$. **D.** $e^3 + 1$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 4$ là

- A.** $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. **D.** $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

Câu 32: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{4x-3}$.

- A.** $\int \frac{2}{4x-3} dx = 2 \ln \left(2x - \frac{3}{2} \right) + C$. **B.** $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{2} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C$.
C. $\int \frac{2}{4x-3} dx = 4 \ln \left(2x - \frac{3}{2} \right) + C$. **D.** $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{4} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 5)$ và $B(-3; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM với M là trung điểm của AB .

- A.** $OM = 10$. **B.** $OM = \sqrt{13}$. **C.** $OM = 13$. **D.** $OM = \sqrt{10}$.

Câu 34: Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa điều kiện $3x + yi = 2y + 1 + (2 - x)i$.

- A.** $(1; 1)$. **B.** $(1; 1), (0; -1)$. **C.** $(1; 0), (-1; -1)$. **D.** $(-1; -1)$.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- A.** $S = -\frac{7}{3}$. **B.** $S = -5$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = \frac{7}{3}$.

Câu 36: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ tại điểm $A(0; 1)$ là

- A.** $y = x + 1$. **B.** $y = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $M(4; -2; 1)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA = 2OB = OC$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x - 2y + z - 9 = 0$. **B.** $x + 2y + z - 1 = 0$. **C.** $x + y + z - 3 = 0$. **D.** $2x + y + 2z - 8 = 0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và

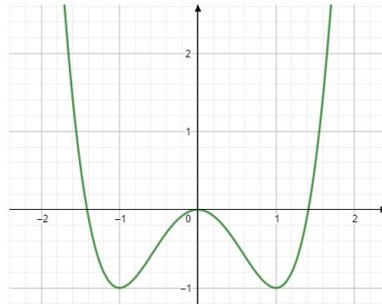
$$d_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{1}$$

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 39: Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc trục Ox lần lượt tại $x=1$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) là hình vuông có cạnh $\sqrt{3-x}$.

- A. 2. B. 2π . C. 1. D. π .

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(2\sqrt{x-1}-x+2) = -1$ là

- A. 8. B. 7. C. 5. D. 6.

Câu 41: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ, O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OMN bằng

- A. 2 (đvdt). B. 1 (đvdt). C. 0 (đvdt). D. 4 (đvdt).

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Xét ba mặt cầu tiếp xúc ngoài với nhau đôi một và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) lần lượt tại A, B, C . Tính tổng thể tích của ba khối cầu đó

- A. $\frac{141\pi\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{47\pi\sqrt{2}}{24}$. C. $\frac{47\pi\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{141\pi\sqrt{2}}{8}$.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $2(|z+z| + |z-z|) = |z^2|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $T = |z-6-4i|$. Biết $M-m = a\sqrt{2} + b\sqrt{5} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị $a+b+c$.

- A. 14. B. 12. C. 4. D. 16.

Câu 44: Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 2m - 3$ tại ba điểm phân biệt là

- A. $0 < m < 2$. B. $0 < m \leq 2$. C. $-3 < m < 1$. D. $0 < m < 4$.

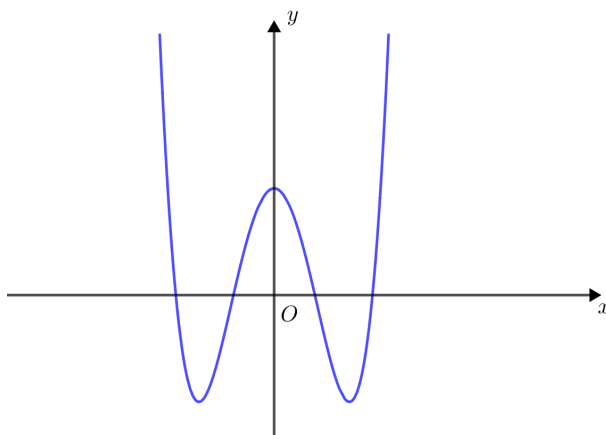
Câu 45: Xét tích phân $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$, nếu đặt $x = 2 \sin t$, với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ bằng:

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin t dt$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos t dt$. C. $\frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $x + e^x f'(e^x) = f(e^x) + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Giá trị $f(2022)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(2022; 2023)$. B. $(2030; 2031)$. C. $(2029; 2030)$. D. $(2021; 2022)$.

Câu 47: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



- A. $y = x^4 + x^2 + 1$. B. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + x^2 + 1$.

Câu 48: Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z + 2|$ là

- A. đường thẳng $y = -3x + 1$.
 B. đường thẳng $3x - y = 1$.
 C. đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1; 1), B(2; 0)$.
 D. đường thẳng $3x - y + 1 = 0$.

Câu 49: Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a}{b} e + c$ với a, c là các số nguyên và b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b + c$.

- A. 3. B. 2. C. 0. D. -3.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(0; 2; -1)$. Gọi $C(m, n, p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m + 2n + 3p$ bằng

- A. 5. B. 0. C. 3. D. 6.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	A	A	B	C	B	A	B	A	C	A	A	D	D	A	C	D	C	D	D	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	D	B	C	B	D	A	B	C	B	D	A	C	B	C	B	A	D	C	B	D	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ bằng

- A. $\frac{19}{21}$. B. $\frac{19\sqrt{21}}{21}$. C. $\frac{21}{19}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } d(A; (P)) = \frac{|1 + 4 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{1^2 + 4^2 + (-2)^2}} = \frac{19\sqrt{21}}{21}.$$

Câu 2: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A. 2. B. $-2i$. C. 3. D. -2 .

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - x$ là

- A. $-\sin x - \frac{x^2}{2} + C$. B. $-\sin x - x^2 + C$.
 C. $\sin x - \frac{x^2}{2} + C$. D. $\sin x - x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		2	5	2		$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$. B. Hàm số có hai điểm cực trị.
 C. Hàm số có hai điểm cực đại. D. Hàm số đạt cực đại tại $y = 5$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-2;1]$, $f(-2)=9$, $f(1)=-1$. Giá trị của tích phân $\int_{-2}^1 f'(x)dx$ bằng

A. -10.

B. 10.

C. 8.

D. -8.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_{-2}^1 f'(x)dx = f(1) - f(-2) = -1 - 9 = -10$.

Câu 6: Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ là

A. $\vec{n} = (4; 4; -2)$.

B. $\vec{n} = (-2; 1; -2)$.

C. $\vec{n} = (2; -1; -2)$.

D. $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Để thấy mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 2)$ nên vector $\vec{n} = (-2; 1; -2)$ cũng là một vector pháp tuyến của (α) .

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - 2i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

A. $5i$.

B. $-5i$.

C. $12 + 5i$.

D. $6 - 6i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 \cdot z_2 = (2 + 3i)(3 - 2i) = 6 - 4i + 9i - 6i^2 = 12 + 5i$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.

D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x \neq 1$.

Ta có: $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$. Nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $A(3; 2; 1)$.

B. Điểm $D(1; 2; 3)$.

C. Điểm $B(1; -2; -3)$.

D. Điểm $C(1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $A(3;2;1) \in d$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;0;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(1;-1;0)$ và $D(a;b;c)$. Biết $ABCD$ là hình bình hành, khi đó giá trị $P = a + 2b + 3c$ bằng

A. 17.

B. 9.

C. 1.

D. -1.

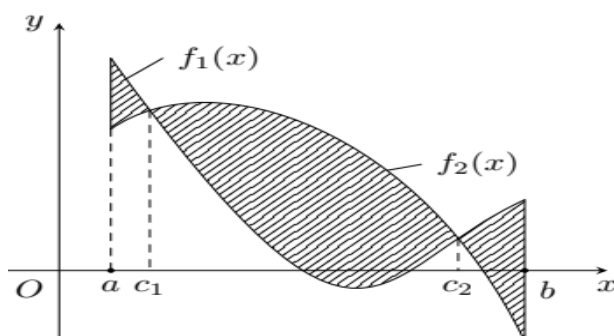
Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (a+1; b; c-2) = (-1; -2; 3) \Leftrightarrow (a; b; c) = (-2; -2; 5)$.

Khi đó $P = a + 2b + 3c = -2 + 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 5 = 9$.

Câu 11: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới). Công thức tính diện tích của hình (H) là



A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

B. $S = \int_0^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx$.

D. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy y' đổi dấu khi qua điểm $x = -2$ và điểm $x = 1$ nên hàm số đã cho có hai cực trị.

Câu 13: Cho số phức $z = -2 + i\sqrt{3}$, Giá trị của $|z|$ là

A. $|z| = \sqrt{7}$.

B. $|z| = 13$.

C. $|z| = 7$.

D. $|z| = \sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z| = \sqrt{4+3} = \sqrt{7}$

Câu 14: Cho $\int_e^{e^4} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$

A. $I = 4$.

B. $I = 2$.

C. $I = 16$.

D. $I = 8$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.

Đổi cận $x = e \Rightarrow t = 1; x = e^4 \Rightarrow t = 4$.

Ta có $I = \int_1^4 f(t) dt = 4$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d qua $A(1;2;3)$, đồng thời d cắt và vuông góc với trục hoành Ox là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M = d \cap Ox \Rightarrow M(x;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (x-1; -2; -3)$

Ta có: $d \perp Ox \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{i} = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow M(1;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (0; -2; -3)$

Ta chọn 1 VTCP của d là $\vec{u}(0;2;3)$

PTTS của d là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với trục tung Oy .

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OI} = (1; -2; 3); \vec{j} = (0; 1; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{OI}; \vec{j}] = (-3; 0; 1) \Rightarrow d(I; Oy) = \frac{[\overrightarrow{OI}; \vec{j}]}{|\vec{j}|} = \frac{\sqrt{10}}{1} = \sqrt{10}$$

Suy ra bán kính mặt cầu là: $R = \sqrt{10}$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với trục tung Oy là:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10.$$

Câu 17: Nếu tích phân $\int_{-2}^3 f(x) dx = 2$ và tích phân $\int_{-2}^3 [f(x) + g(x)] dx = 7$ thì tích phân $\int_{-2}^3 g(x) dx$ bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. 9.

C. -5.

D. -9.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_{-2}^3 [f(x) + g(x)] dx = 7 \Leftrightarrow \int_{-2}^3 f(x) dx + \int_{-2}^3 g(x) dx = 7 \Leftrightarrow \int_{-2}^3 g(x) dx = 7 - 2 = 5$$

Câu 18: Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-2021}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào dưới đây?

A. $\int (u^2 - 2022) du$. **B.** $2 \int (u^2 - 2021) du$. **C.** $2 \int (u^2 - 2022) du$. **D.** $2 \int u(u^2 - 2022) du$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x+1} \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} dx$$

$$\text{Ta có: } u = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = u^2 - 1$$

$$\text{Ta được nguyên hàm } \int 2(u^2 - 1 - 2021) du = 2 \int (u^2 - 2022) du.$$

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

A. $(x+1)e^x + C$. **B.** $\frac{x^2 e^x}{2} + C$. **C.** $xe^x + C$. **D.** $(x-1)e^x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } I = \int f(x) dx = \int xe^x dx.$$

Đặt:

$$u = x \Rightarrow du = dx$$

$$dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$$

Ta có: $I = \int f(x) dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C = (x-1)e^x + C$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, hãy tìm bán kính R của mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1;0;1)$, $N(1;0;0)$, $P(2;1;0)$ và $Q(1;1;1)$.

- A.** $R = 1$. **B.** $R = \frac{3}{2}$. **C.** $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu đi qua bốn điểm M , N , P và Q .

Ta có:

$$\begin{cases} IN^2 = IM^2 \\ IN^2 = IP^2 \\ IN^2 = IQ^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + b^2 + c^2 = (1-a)^2 + b^2 + (1-c)^2 \\ (1-a)^2 + b^2 + c^2 = (2-a)^2 + (1-b)^2 + c^2 \\ (1-a)^2 + b^2 + c^2 = (1-a)^2 + (1-b)^2 + (1-c)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b + 2c = 1 \\ 2a + 2b = 4 \\ 2b + 2c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Bán kính của mặt cầu cần tìm là $R = IN = \sqrt{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	6	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$+$	$-$
y	$+\infty$	$ $	$+\infty$	2
	$\searrow$	$ $	$\nearrow$	$\searrow$
		3	$-\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 6^-} y = +\infty \Rightarrow x = 6$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -2)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $z - 2 = 0$.

B. $x + y + z - 1 = 0$.

C. $x + y - 3 = 0$.

D. $z + 2 = 0$.

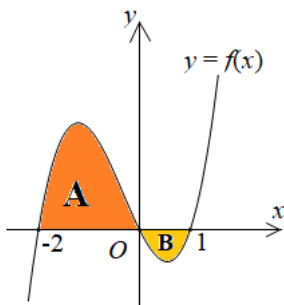
Lời giải

Chọn D

Gọi (α) là mặt phẳng cần viết.

(α) vuông góc với trục Oz nên nhận $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm vector pháp tuyến. Mặt khác, (α) đi qua điểm $M(1; 2; -2)$ nên (α) có phương trình là $z + 2 = 0$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.



Giá trị của tích phân $I = \int_{-1}^0 f(3x+1)dx$ bằng

A. 3.

B. 13.

C. 9.

D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 3x + 1 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3}dt$. Khi đó,

$$I = \frac{1}{3} \int_{-2}^1 f(t)dt = \frac{1}{3} \int_{-2}^1 f(x)dx = \frac{1}{3} \left[\int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx \right] = \frac{1}{3}(11 - 2) = 3.$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, tìm α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): -3x - 4y - 5z + 10 = 0$.

A. $\alpha = 120^\circ$.

B. $\alpha = 60^\circ$.

C. $\alpha = 90^\circ$.

D. $\alpha = 30^\circ$.

Lời giải

Chọn B

$d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1} \Rightarrow d$ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

(P): $-3x - 4y - 5z + 10 = 0 \Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-3; -4; -5)$.

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|-6 - 4 - 5|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$.

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^2 (4 - x) dx = x^3 \Big|_0^1 + \left(4x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = 1 + 6 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2}.$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $M_1(1; 0; 0)$.

B. $M_4(1; 2; 0)$.

C. $M_3(0; 2; 0)$.

D. $M_2(0; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $M_2(0; 2; 3)$.

Câu 27: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^3$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$.

Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{\pi}{14}$.

C. $\frac{\pi}{28}$.

D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{2}x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_0^1 \left(\frac{1}{2}x^3 \right)^2 dx = \pi \int_0^1 \frac{1}{4}x^6 dx = \frac{\pi x^7}{28} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{28}.$$

Câu 28: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ($x \neq 0$), biết $f(1) = 1$, $F(-1) = 0$,

$F(2) = 3$.

A. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}$.

B. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{x} - \frac{5}{2}$.

C. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}$.

D. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4x} + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ (1).

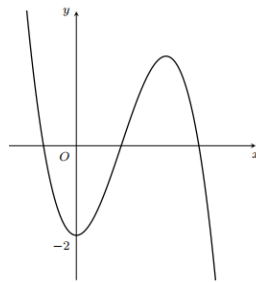
Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(ax + \frac{b}{x^2} \right) dx = \frac{ax^2}{2} - \frac{b}{x} + C$.

Ta có $F(-1) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}a + b + C = 0$ (2)

Ta có $F(2) = 3 \Rightarrow 2a - \frac{1}{2}b + C = 3$ (3)

Từ (1) (2) (3) suy ra $a = \frac{3}{2}$; $b = -\frac{1}{2}$; $C = -\frac{1}{4} \Rightarrow F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}$.

Câu 29: Đường cong trong hình vẽ sau là của đồ thị hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. B. $y = -x^4 + x^2 - 2$.
C. $y = x^4 - x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn D

Hình vẽ là đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 30: Tích phân $I = \int_0^3 (e^x + 1) dx$ bằng

- A. $e - 1$. B. $e^3 + 2$. C. $e + 2$. D. $e^3 + 1$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_0^3 (e^x + 1) dx = (e^x + x) \Big|_0^3 = e^3 + 2.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 4$ là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 4$ là $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

Câu 32: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{4x-3}$.

A. $\int \frac{2}{4x-3} dx = 2 \ln \left(2x - \frac{3}{2} \right) + C.$

B. $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{2} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C.$

C. $\int \frac{2}{4x-3} dx = 4 \ln \left(2x - \frac{3}{2} \right) + C.$

D. $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{4} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C.$

Lời giải

Chọn B

$$\int \frac{2}{4x-3} dx = \int \frac{1}{2x - \frac{3}{2}} dx = \frac{1}{2} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C.$$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 5)$ và $B(-3; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM với M là trung điểm của AB .

A. $OM = 10.$

B. $OM = \sqrt{13}.$

C. $OM = 13.$

D. $OM = \sqrt{10}.$

Lời giải

Chọn D

$$M \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow M(-1; 0; 3).$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}.$$

Câu 34: Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa điều kiện $3x + yi = 2y + 1 + (2 - x)i$.

A. $(1; 1).$

B. $(1; 1), (0; -1).$

C. $(1; 0), (-1; -1).$

D. $(-1; -1).$

Lời giải

Chọn A

$$3x + yi = 2y + 1 + (2 - x)i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2y + 1 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = -\frac{7}{3}.$

B. $S = -5.$

C. $S = 5.$

D. $S = \frac{7}{3}.$

Lời giải

Chọn B

$$z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

$$z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S = a + 3b = -1 + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -5.$$

Câu 36: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ tại điểm $A(0; 1)$ là

A. $y = x + 1.$

B. $y = 0.$

C. $y = 1.$

D. $y = 2.$

Lời giải

Chọn C

$$y = x^4 - 2x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f'(0) = 0.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ tại điểm $A(0;1)$ là:

$$y = f'(0)(x-0) + 1 = 1.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $M(4;-2;1)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA = 2OB = OC$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x - 2y + z - 9 = 0$. **B.** $x + 2y + z - 1 = 0$. **C.** $x + y + z - 3 = 0$. **D.** $2x + y + 2z - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $(a, b, c > 0)$. Khi đó: $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Theo giả thiết: $OA = 2OB = OC \Leftrightarrow a = 2b = c \Rightarrow \frac{x}{2b} + \frac{y}{b} + \frac{z}{2b} = 1$

Do $M \in (P)$ nên: $\frac{4}{2b} - \frac{2}{b} + \frac{1}{2b} = 1 \Leftrightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow a = c = 1$

Vậy $(P): x + 2y + z - 1 = 0$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và

$$d_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{1}$$

- A.** 45° . **B.** 60° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{n_1}, \vec{n_2}) \right| = \frac{|\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}| \cdot |\vec{n_2}|} = 0 \Rightarrow (\widehat{d_1, d_2}) = 90^\circ$$

Câu 39: Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc trục Ox lần lượt tại $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (1 \leq x \leq 3)$ là hình vuông có cạnh $\sqrt{3-x}$.

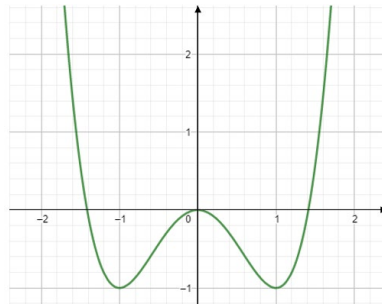
- A.** 2 . **B.** 2π . **C.** 1 . **D.** π .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } V = \int_a^b S(x) dx = \int_1^3 (\sqrt{3-x})^2 dx = 2.$$

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(2\sqrt{x-1}-x+2) = -1$ là

A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f(2\sqrt{x-1}-x+2) = -1$

$$\Leftrightarrow f(2\sqrt{x-1}-x+2) = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x-1}-x+2 = a \quad (-2 < a < -1) \\ 2\sqrt{x-1}-x+2 = b \quad (-1 < b < 0) \\ 2\sqrt{x-1}-x+2 = c \quad (0 < c < 1) \\ 2\sqrt{x-1}-x+2 = d \quad (1 < d < 2) \end{cases} (*)$$

Xét hàm số $g(x) = 2\sqrt{x-1}-x+2, \forall x \in [1; +\infty)$.

$$g'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x-1}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 1$$

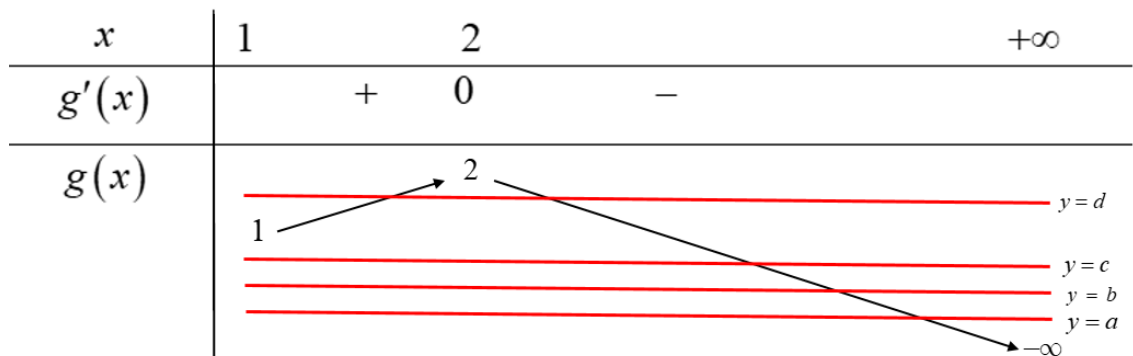
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x-1 = 1 \Leftrightarrow x = 2$$

x	1	2	$+\infty$	
$g'(x)$		+	0	-
$g(x)$	1	2	$-\infty$	

Hệ (*) là sự tương giao giữa đồ thị hàm số $g(x)$ và các đường thẳng $y = a, y = b, y = c, y = d$.

Nên số nghiệm chính là số giao điểm giữa đồ thị hàm số $g(x)$ và các đường thẳng

$y = a, y = b, y = c, y = d$.



Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình là 5 nghiệm.

Câu 41: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ, O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OMN bằng

A. 2 (đvdt).

B. 1 (đvdt).

C. 0 (đvdt).

D. 4 (đvdt).

Lời giải

Chọn B

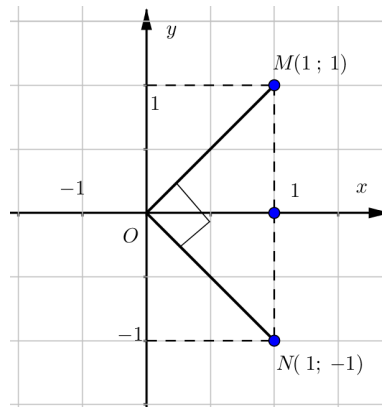
Phương trình: $z^2 - 2z + 2 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$.

Điểm biểu diễn số phức $z_1 = 1 + i$ là điểm $M(1; 1)$.

$$\Rightarrow OM = \sqrt{2}.$$

Điểm biểu diễn số phức $z_2 = 1 - i$ là điểm $N(1; -1)$.

$$\Rightarrow ON = \sqrt{2}.$$



$$\text{Diện tích tam giác vuông } OMN: S_{\Delta} = \frac{1}{2} OM \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Xét ba mặt cầu tiếp xúc ngoài với nhau đôi một và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) lần lượt tại A, B, C . Tính tổng thể tích của ba khối cầu đó

A. $\frac{141\pi\sqrt{2}}{16}$.

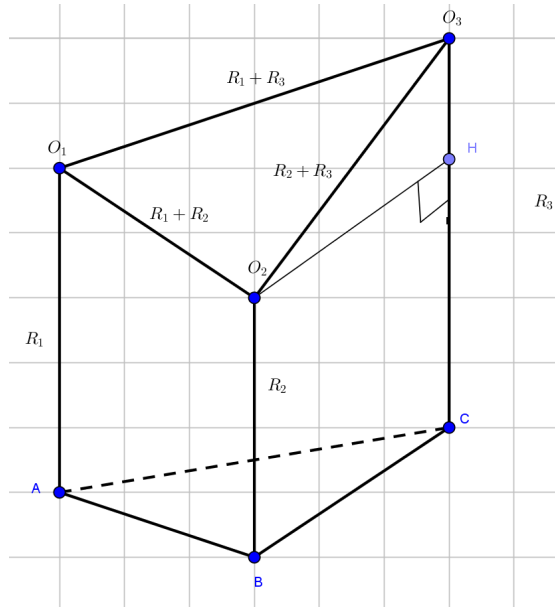
B. $\frac{47\pi\sqrt{2}}{24}$.

C. $\frac{47\pi\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{141\pi\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O_1 là tâm mặt cầu (S_1) tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại điểm A . Suy ra $R_1 = O_1A$ là bán kính mặt cầu (S_1) (A là hình chiếu vuông góc của O_1 lên mặt phẳng (ABC)).

Gọi O_2 là tâm mặt cầu (S_2) tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại điểm B . Suy ra $R_2 = O_2B$ là bán kính mặt cầu (S_2) (B là hình chiếu vuông góc của O_2 lên mặt phẳng (ABC)).

Gọi O_3 là tâm mặt cầu (S_3) tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại điểm C . Suy ra $R_3 = O_3C$ là bán kính mặt cầu (S_3) (C là hình chiếu vuông góc của O_3 lên mặt phẳng (ABC)).

Vì $(S_1), (S_2), (S_3)$ tiếp xúc ngoài nên $R_1 + R_2 = O_1O_2$, $R_1 + R_3 = O_1O_3$, $R_2 + R_3 = O_2O_3$.

Ta có: $AB = \sqrt{5}, AC = \sqrt{2}, BC = \sqrt{5}$.

Vì $AB = BC \Rightarrow O_1O_2 = O_2O_3 \Rightarrow R_1 + R_2 = R_2 + R_3 \Rightarrow R_1 = R_3$. Mà $R_1 + R_3 = O_1O_3 = AC = \sqrt{2}$.

$$\Rightarrow R_1 = R_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $2(|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}|) = |z|^2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $T = |z - 6 - 4i|$. Biết $M - m = a\sqrt{2} + b\sqrt{5} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị $a + b + c$.

A. 14.

B. 12.

C. 4.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } 2(|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}|) = |z|^2 \Leftrightarrow 2(|2x| + |2yi|) = x^2 + y^2 \Leftrightarrow 4|x| + 4|y| = x^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow (|x| - 2)^2 + (|y| - 2)^2 = 8.$$

Từ đó suy ra điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z thuộc các phần của đường tròn:

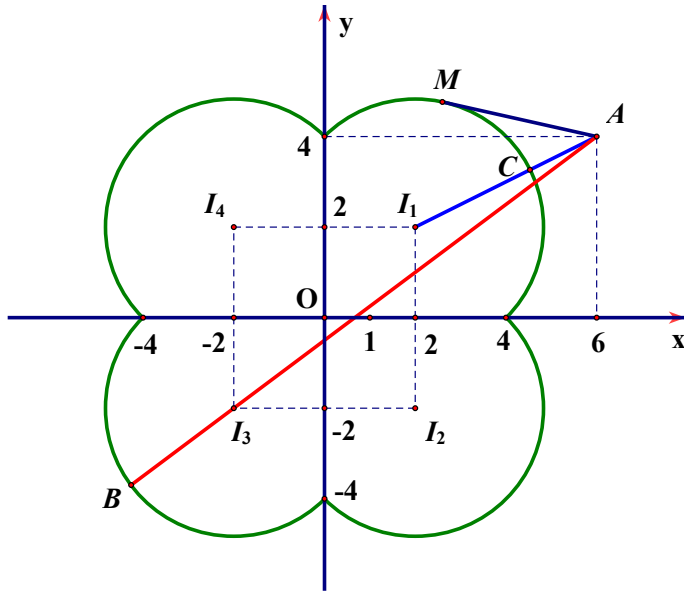
$$(C_1): (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8 \text{ với } x \geq 0, y \geq 0 \text{ tâm } I_1(2; 2) \text{ và bán kính } R = 2\sqrt{2}.$$

$$(C_2): (x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 8 \text{ với } x \geq 0, y \leq 0 \text{ tâm } I_2(2; -2) \text{ và bán kính } R = 2\sqrt{2}.$$

$(C_3): (x+2)^2 + (y+2)^2 = 8$ với $x \leq 0, y \leq 0$ tâm $I_3(-2; -2)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

$(C_4): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$ với $x \leq 0, y \geq 0$ tâm $I_4(-2; 2)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Giả sử $A(6; 4)$; suy ra $T = |z - 6 - 4i| = MA$



Do đó $M = AI_3 + R = 10 + 2\sqrt{2}$; $m = AI_1 - R = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$.

Suy ra $M - m = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 10$ nên $a = 4; b = -2; c = 10$. Vậy $a + b + c = 12$.

Câu 44: Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 2m - 3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m \leq 2$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $0 < m < 4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3 - 3x^2 + 1 = 2m - 3$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ có $f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 2m - 3$ tại ba điểm phân biệt là $-3 < 2m - 3 < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

Câu 45: Xét tích phân $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$, nếu đặt $x = 2 \sin t$, với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ bằng:

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin t dt$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos t dt$.

C. $\frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dt$.

Lời giải

Chọn D

$$x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt. \text{ Ta có } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{4-4\sin^2 t}} 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt.$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $x + e^x f'(e^x) = f(e^x) + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Giá trị $f(2022)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2022; 2023)$.

B. $(2030; 2031)$.

C. $(2029; 2030)$.

D. $(2021; 2022)$.

Lời giải

Chọn C

$$x + e^x f'(e^x) = f(e^x) + 1 \Leftrightarrow e^x f'(e^x) - 1 = f(e^x) - x \Leftrightarrow \frac{e^x f'(e^x) - 1}{f(e^x) - x} = 1$$

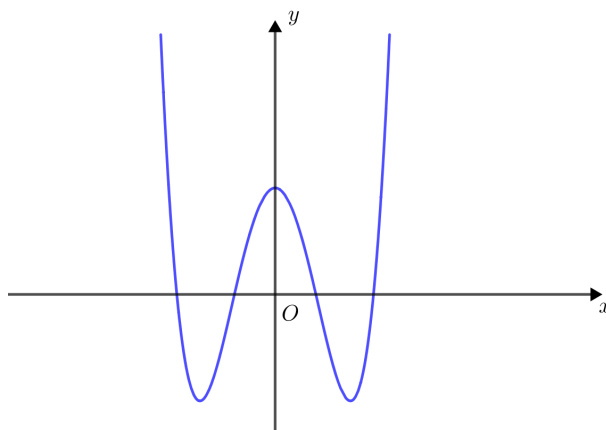
$$\Leftrightarrow \int \frac{e^x f'(e^x) - 1}{f(e^x) - x} dx = x + C \Leftrightarrow \int \frac{d[f(e^x) - x]}{f(e^x) - x} = x + C \Leftrightarrow \ln|f(e^x) - x| = x + C$$

$$\text{Thay } x = 0 \text{ ta có được } \Leftrightarrow \ln|f(1)| = C \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow \ln|f(e^x) - x| = x.$$

Thay $x = \ln 2020$ ta có được:

$$\ln|f(2022) - \ln 2022| = \ln 2022 \Leftrightarrow f(2022) = 2022 + \ln 2022$$

Câu 47: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



A. $y = x^4 + x^2 + 1$.

B. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào dáng điệu đồ thị, đây là đồ thị hàm trùng phương $y = ax^2 + bx + c$ có hệ số $a > 0$ nên loại C và D.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên $ab < 0$. Mà $a > 0$ nên $b < 0$. Chọn phương án **B**.

Câu 48: Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z + 2|$ là

- A. đường thẳng $y = -3x + 1$.
 B. đường thẳng $3x - y = 1$.
 C. đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1;1), B(2;0)$.
 D. đường thẳng $3x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z - 1 + i| = |z + 2|$

$$\Leftrightarrow |z - 1 + i|^2 = |z + 2|^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x+2)^2 + y^2 \Leftrightarrow -2x+1+2y+1=4x+4$$

$$\Leftrightarrow 6x-2y+2=0 \Leftrightarrow 3x-y+1=0.$$

Câu 49: Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a}{b} e + c$ với a, c là các số nguyên và b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b + c$.

- A. 3. B. 2. C. 0. D. -3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \int_0^1 \frac{x^2 - 4 + 4}{(x+2)^2} e^x dx = \int_0^1 \left(\frac{x-2}{x+2} e^x + \frac{4}{(x+2)^2} e^x \right) dx = \int_0^1 \left[\left(\frac{x-2}{x+2} \right) e^x \right]' dx$$

$$\text{Suy ra } I = \left(\frac{x-2}{x+2} \right) e^x \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} e + 1 \xrightarrow[a, c \in \mathbb{Z}]{b \in \mathbb{Z}^+} \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } a - b + c = -1 - 3 + 1 = -3.$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m,n,p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m + 2n + 3p$ bằng

- A. 5. B. 0. C. 3. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } C \in d \Rightarrow C(-1+2c; c; 2-c). \text{ Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AC} = (2c; c-3; -c+1) \\ \overrightarrow{AB} = (1; -1; -2) \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB}] = (-3c+7; 3c+1; -3c+3).$$

$$\text{Mặt khác, } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]| \Leftrightarrow (3c-7)^2 + (3c+1)^2 + (3c-3)^2 = 32.$$

$$\Leftrightarrow 27c^2 - 54c + 27 = 0 \Leftrightarrow 27(c-1)^2 = 0 \Leftrightarrow c = 1 \Rightarrow C(1;1;1) \Rightarrow m = n = p = 1.$$

Vậy $m + 2n + 3p = 6$.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 26 (100TN)

- Câu 1:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \ln x$, $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ bằng
- A. $e + 2$. B. e^2 . C. $2e$. D. $e - 2$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là
- A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 150° .
- Câu 3:** Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 5.
- Câu 4:** Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$; $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.
- A. 6. B. 7. C. 9. D. 8.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 3; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $x + 2y - z - 3 = 0$. B. $x + y - z - 2 = 0$. C. $x + 2y - z + 3 = 0$. D. $x + y - z + 2 = 0$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Phương trình đường thẳng (d) đi qua A và vuông góc với (P) là:
- A. $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. C. $(d): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$; $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng (α) và (β) là:
- A. $(P): 2x - y - 2z = 0$. B. $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$.
C. $(P): 2x + y - 2z = 0$. D. $(P): 2x - y + 2z = 0$.
- Câu 8:** Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$
- A. $10\sqrt{3}$. B. 20. C. $2\sqrt{10}$. D. $5\sqrt{2}$.
- Câu 9:** Cho $I = \int_1^5 f(x) dx = 26$. Tính $J = \int_0^2 x [f(x^2 + 1) + 1] dx$

A. 54.

B. 13.

C. 52.

D. 15.

Câu 10: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+2i)\bar{z} + z = 3-4i$. Tính giá trị của biểu thức $S = 3x - 2y$.

A. -10.

B. -13.

C. -12.

D. -11.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2-3i$. Tính mô-đun của số phức $|z_1 + z_2|$

A. $|z_1 + z_2| = 1$.

B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.

C. $|z_1 + z_2| = 5$.

D. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$.

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+2i) = 4-3i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của z

A. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.

B. $\bar{z} = -\frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.

C. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$ và điểm $A(2;0;-1)$. Đường thẳng (d) đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(d): \begin{cases} x = 2+t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$.

B. $(d): \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$.

C. $(d): \begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+2t \\ z = -t \end{cases}$.

D. $(d): \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Câu 14: Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 f(x)dx = 8$. Khẳng định nào đúng?

A. $m + n = -2$.

B. $m + n = -4$.

C. $m + n = 2$.

D. $m + n = 4$.

Câu 15: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 6.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Câu 16: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành Ox .

A. $\frac{3\pi}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. 3π .

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 7, \int_2^{10} f(x)dx = 1$. Tính $P = \int_0^1 f(2x)dx$.

A. $P = 3$.

B. $P = 6$.

C. $P = 12$.

D. $P = -6$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;2]$, $f(-1) = 8, f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x)dx$ bằng?

A. 9.

B. 1.

C. -9.

D. 7.

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là:

- A. $6x - \cos x + C$. B. $x^3 + \cos x + C$. C. $6x + \cos x + C$. D. $x^3 - \cos x + C$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $E(-1; 0; 2), F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là:

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$. C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 21: Tính mô đun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$

- A. $|z| = 5\sqrt{2}$. B. $|z| = 7\sqrt{2}$. C. $|z| = 25\sqrt{2}$. D. $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 22: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$, biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(0)$ bằng

- A. $\ln(-2)$. B. $2 + \ln 2$. C. $2 - \ln(-2)$. D. $\ln 2$.

Câu 23: Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

- A. $1 - 2i$. B. $-2 - i$. C. $-1 - 2i$. D. $1 + 2i$.

Câu 24: Có hai giá trị của số thực a là $a_1, a_2 (0 < a_1 < a_2)$ thỏa mãn $\int_1^a (2x - 3)dx = 0$. Tính

$$T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$$

- A. $T = 13$. B. $T = 26$. C. $T = 28$. D. $T = 12$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1), B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

A. $(Q): 3x - y + z = 0$. B. $(Q): 2x - y + 3 = 0$.

C. $(Q): x + z = 0$. D. $(Q): -x + y + z = 0$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vector $\vec{u}(a; 2; b)$ làm vec-tơ chỉ phương. Tính $a + b$.

- A. -8 . B. -4 . C. 8 . D. 4 .

Câu 27: Với a, b là các tham số thực. Giá trị $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx$ bằng

- A. $b^2 + b^2a + b$. B. $3b^2 - 2ab - 1$ C. $b^2 - ba^2 - b$. D. $b^3 - b^2a - b$.

Câu 28: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và $y = x$. Tính S .

- A. $S = 8$. B. $S = 4$ C. $S = 0$. D. $S = 2$.

Câu 29: Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính $S = a + b + c$

- A. $S = 6$. B. $S = 5$ C. $S = 8$. D. $S = 7$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Tính bán kính R của mặt cầu (S)

- A. $R = \sqrt{6}$. B. $R = 6$ C. $R = 2\sqrt{2}$. D. $R = 3$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(-2;-3;5)$. B. $A'(-2;-3;-5)$. C. $A'(2;3;5)$. D. $A'(2;-3;-5)$.

Câu 32: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\tan x}, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra.

- A. $\pi \ln 2$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi \ln 2}{2}$. D. $\frac{\pi \ln 3}{4}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

- A. $(P): 12x + 3y + 4z - 48 = 0$. B. $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$.
C. $(P): \frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. D. $(P): 12x + 3y + 4z = 0$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 4 - 3i$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 35: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-1}$ là

- A. $e^{2x-1} + C$. B. $2e^{2x-1} + C$. C. $\frac{1}{2}e^x + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$.

Câu 36: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là

- A. $\bar{z} = 3 + 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = 3 - 2i$. D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(-1;1;3), C(3;1;0)$. Tìm điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- A. $D(-2;1;0), D(-4;0;0)$. B. $D(12;0;0), D(6;0;0)$.
C. $D(0;0;0), D(-6;0;0)$. D. $D(0;0;0), D(6;0;0)$.

Câu 38: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{m^2 - x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành, khi hình phẳng (H) quay quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích V . Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $V < 1000\pi$.

- A. 18. B. 20. C. 21. D. 19.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác 0 thỏa mãn ΔABC có trọng tâm là điểm $G(-6; -12; 18)$. Toạ độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(-9; -18; 27)$. B. $I(9; 18; -27)$. C. $I(-3; -6; 9)$. D. $I(3; 6; -9)$.

Câu 40: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S .

- A. $S = 10$. B. $S = 6$. C. $S = 7$. D. $S = -3$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$ và ba điểm $A(1; 4; 5); B(0, 3, 1); C(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(4; -1; 0)$. B. $M(-4; -1; 0)$. C. $M(1; -4; 0)$. D. $M(4; 1; 0)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$. D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

- A. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Xét điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . Điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình là

- A. $x + y + z - 4 = 0$ B. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$ C. $x + y + z - 6 = 0$ D. $3x + 3y + 3z - 4 = 0$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Câu 46: Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng (d) thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2021$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng (d) . Tìm giá trị lớn nhất của $S_{\max}$.

A. $S_{\max} = \frac{2021^3 - 1}{6}$. B. $S_{\max} = \frac{2021^3}{3}$. C. $S_{\max} = \frac{2021^3 + 1}{6}$. D. $S_{\max} = \frac{2021^3}{6}$.

Câu 47: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ và $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2020) + F(2021) + F(2022)$.

A. $T = 2^{2021 \cdot 2022}$. B. $T = \frac{2^{2022} - 1}{\ln 2}$. C. $T = \frac{2^{2022} + 1}{\ln 2}$. D. $T = \frac{2^{2023} - 1}{\ln 2}$.

Câu 48: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left| \frac{z_1 - i}{z_1 + 2 - 3i} \right| = 1$; $\left| \frac{z_2 + i}{z_2 - 1 + i} \right| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

A. $\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2} - 1$.

D. 1.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2021$, $f(2) = 2022$.
Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = 2021$.

B. $S = 1$.

C. $S = \ln 2022$.

D. $S = \ln 4043$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị dương của số thực a sao cho phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 với phần ảo khác 0 thỏa mãn $|z_0| = \sqrt{3}$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
D	D	D	A	A	A	A	B	D	B	B	C	A	D	D	A	A	C	D	B	A	B	A	A	B
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	D	A	D	A	B	C	A	D	D	B	D	A	A	C	A	C	A	A	B	D	D	B	B	B

Câu 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \ln x$, $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ bằng

A. $e + 2$.

B. e^2 .

C. $2e$.

D. $e - 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$.

$$\text{Diện tích cần tính } S = \int_1^e |\ln x - 1| dx = \left| \int_1^e (\ln x - 1) dx \right| = \left| x \ln x \Big|_1^e - 2 \int_1^e dx \right| = |e - 2(e - 1)| = e - 2.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 120° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 150° .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$ nên $\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy góc giữa hai véc-tơ $\vec{i}$ và $\vec{u}$ là 150° .

Câu 3: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Có } w = 2z + \bar{z} = 2(1 + 2i) + \overline{1 + 2i} = 3 + 2i.$$

Tổng phần thực và phần ảo của số phức w là $3 + 2 = 5$.

Câu 4: Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10; \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

A. 6.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} \int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \\ \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x) dx = 4 \\ \int_1^3 g(x) dx = 2 \end{cases} \Rightarrow \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx = 4 + 2 = 6.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(3;3;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A.** $x+2y-z-3=0$. **B.** $x+y-z-2=0$. **C.** $x+2y-z+3=0$. **D.** $x+y-z+2=0$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;1;1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua $I(2;1;1)$, nhận $\overrightarrow{AB}=(2;4-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến là $2(x-2)+4(y-1)-2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-3=0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Phương trình đường thẳng (d) đi qua A và vuông góc với (P) là:

- A.** $(d): \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $(d): \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $(d): \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $(d): \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $d \perp (P)$ nên ta chọn một VTCP của đường thẳng (d) là $\vec{u}(2;-1;1)$

Suy ra phương trình đường thẳng (d) là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$; $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng (α) và (β) là:

- A.** $(P):2x-y-2z=0$. **B.** $(P):2x+y-2z+1=0$.
C. $(P):2x+y-2z=0$. **D.** $(P):2x-y+2z=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{n}_\alpha(3;-2;2)$; $\vec{n}_\beta(5;-4;3)$ lần lượt là VTPT của hai mặt phẳng (α) và (β)

$$[\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2;1;-2)$$

Vì $(P) \perp (\alpha)$; $(P) \perp (\beta)$ nên ta chọn một VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;1;-2)$

Phương trình mặt phẳng (P) là: $2x+y-2z=0$

Câu 8: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$

A. $10\sqrt{3}$.

B. **20.**

C. $2\sqrt{10}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 = -1 + 3i; z_2 = -1 - 3i$

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20.$$

Câu 9: Cho $I = \int_1^5 f(x) dx = 26$. Tính $J = \int_0^2 x[f(x^2 + 1) + 1] dx$

A. 54.

B. 13.

C. 52.

D. **15.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt: } t = x^2 + 1 \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 2 \Rightarrow t = 5$$

$$\text{Khi đó } J = \frac{1}{2} \int_1^5 [f(t) + 1] dt = \frac{1}{2} \int_1^5 f(t) dt + \frac{1}{2} \int_1^5 dt = \frac{1}{2} \cdot 26 + 2 = 15.$$

Câu 10: Cho số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1 + 2i) \cdot \bar{z} + z = 3 - 4i$. Tính giá trị của biểu thức $S = 3x - 2y$.

A. -10.

B. **-13.**

C. -12.

D. -11.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } (1 + 2i) \cdot \bar{z} + z = 3 - 4i \Leftrightarrow (1 + 2i)(x - yi) + x + yi = 3 - 4i \Leftrightarrow (2x + 2y) + 2xi = 3 - 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = 3 \cdot (-2) - 2 \cdot \frac{7}{2} = -13.$$

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính mô-đun của số phức $|z_1 + z_2|$

A. $|z_1 + z_2| = 1$.

B. **$|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.**

C. $|z_1 + z_2| = 5$.

D. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z_1 + z_2| = |1 + i + 2 - 3i| = |3 - 2i| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của z

A. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.

B. $\bar{z} = -\frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.

C. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z(1+2i) = 4-3i \Leftrightarrow z = \frac{4-3i}{1+2i} = -\frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$

Từ đó suy ra $\bar{z} = -\frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-1=0$ và điểm $A(2;0;-1)$. Đường thẳng (d) đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(d): \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

B. $(d): \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$.

C. $(d): \begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

D. $(d): \begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;0)$

Theo đề đường thẳng (d) đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) suy ra đường thẳng (d) có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = [\vec{n}; \vec{k}] = (1; -1; 0)$$

Vậy phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;0;-1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 0)$ có

phương trình $(d): \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

Câu 14: Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 f(x)dx = 8$. Khẳng định nào đúng?

A. $m+n = -2$.

B. $m+n = -4$.

C. $m+n = 2$.

D. $m+n = 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (mx+n)dx = \left(\frac{mx^2}{2} + nx \right) \Big|_0^1 = \frac{m}{2} + n = 3$

Ta có $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 (mx+n)dx = \left(\frac{mx^2}{2} + nx \right) \Big|_0^2 = 2m + 2n = 8$

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{m}{2} + n = 3 \\ 2m + 2n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 2 \end{cases}$

Vậy $m + n = 4$.

Câu 15: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 6.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$

Theo đề $F(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}$

Từ đó suy ra $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2}$

Vậy $F(\ln 3) = \frac{e^{2\ln 3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e^{\ln 9}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$.

Câu 16: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành Ox .

A. $\frac{3\pi}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. 3π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành Ox là:

$$V_{Ox} = \pi \int_1^2 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_1^2 x dx = \frac{\pi x^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{\pi}{2} (4 - 1) = \frac{3\pi}{2} \text{ (đvtt)}$$

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7, \int_2^{10} f(x) dx = 1$. Tính

$$P = \int_0^1 f(2x) dx.$$

A. $P = 3$.

B. $P = 6$.

C. $P = 12$.

D. $P = -6$.

Lời giải

Chọn A

Do $\int_0^{10} f(x) dx = 7, \int_2^{10} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 6$

Ta có: $P = \int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) d(2x) = \frac{1}{2} \int_0^2 f(u) du = \frac{6}{2} = 3$

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8$; $f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x) dx$ bằng?

- A. 9. B. 1. **C. -9.** D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = f(2) - f(-1) = -1 - 8 = -9$

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là:

- A. $6x - \cos x + C$. B. $x^3 + \cos x + C$. C. $6x + \cos x + C$. **D. $x^3 - \cos x + C$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $E(-1; 0; 2)$, $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là:

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$. **B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.** C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{EF} = (3; 1; -7)$

Đường thẳng EF đi qua điểm $E(-1; 0; 2)$ và nhận $\overrightarrow{EF} = (3; 1; -7)$ là vectơ chỉ phương nên

đường thẳng EF có phương trình là: $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$

Câu 21: Tính mô đun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$

- A. $|z| = 5\sqrt{2}$.** B. $|z| = 7\sqrt{2}$. C. $|z| = 25\sqrt{2}$. D. $|z| = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i) = 4 + 4i - 3i - 3i^2 = 4 + i + 3 = 7 + i$

$\Rightarrow z = 7 - i$.

Vậy $|z| = |7 - i| = \sqrt{7^2 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Câu 22: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$, biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(0)$ bằng

- A. $\ln(-2)$. **B. $2 + \ln 2$.** C. $2 - \ln(-2)$. D. $\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \int \frac{d(x-2)}{x-2} = \ln|x-2| + C.$$

$$F(1) = \ln|1-2| + C = C = 2 \Rightarrow C = 2.$$

$$\Rightarrow F(x) = \ln|x-2| + 2$$

$$\text{Vậy } F(0) = \ln|0-2| + 2 = 2 + \ln 2..$$

Câu 23: Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1;-2)$?

A. $1-2i..$

B. $-2-i..$

C. $-1-2i..$

D. $1+2i.$

Lời giải

Chọn A

Số phức có điểm biểu diễn là $M(1;-2)$ là $1-2i..$

Câu 24: Có hai giá trị của số thực a là $a_1, a_2 (0 < a_1 < a_2)$ thỏa mãn $\int_1^a (2x-3)dx = 0$. Tính

$$T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$$

A. $T=13.$

B. $T=26..$

C. $T=28..$

D. $T=12.$

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^a (2x-3)dx = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 3x) \Big|_1^a = 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 3a) - (1^2 - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \end{cases}$$

$$T = 3^1 + 3^2 + \log_2 \left(\frac{2}{1} \right) = 3 + 9 + 1 = 13.$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

A. $(Q): 3x-y+z=0..$ **B.** $(Q): 2x-y+3=0..$

C. $(Q): x+z=0..$

D. $(Q): -x+y+z=0.$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2) = -2(1; 1; -1)$$

$$\text{VTPT của mặt phẳng } (P): \vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$$

Vì mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) nên có VTPT là: $\vec{n}_{(Q)} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(P)}] = (1; 0; 1)$

Mặt phẳng (Q) qua $A(1; 2; -1)$ và có VTPT $\vec{n} = (1; 0; 1)$ nên có PTTQ là:

$$1 \cdot (x - 1) + 0 \cdot (y - 2) + 1 \cdot (z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 + z + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + z = 0.$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vector $\vec{u}(a; 2; b)$ làm vector chỉ phương. Tính $a + b$.

A. -8.

B. -4.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vector $\vec{u}(a; 2; b)$ làm vector chỉ phương

$$\Leftrightarrow \vec{u}_d(2; 1; 2), \vec{u}(a; 2; b) \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{a}{2} = \frac{2}{1} = \frac{b}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases}.$$

Vậy $a + b = 8$.

Câu 27: Với a, b là các tham số thực. Giá trị $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx$ bằng

A. $b^2 + b^2a + b$.

B. $3b^2 - 2ab - 1$

C. $b^2 - ba^2 - b$.

D. $b^3 - b^2a - b$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx = (x^3 - ax^2 - x) \Big|_0^b = b^3 - ab^2 - b.$$

Câu 28: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và $y = x$. Tính S .

A. $S = 8$.

B. $S = 4$

C. $S = 0$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx = 8.$$

Câu 29: Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính $S = a + b + c$

A. $S = 6$.

B. $S = 5$

C. $S = 8$.

D. $S = 7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \left(x + 2 \ln|x|\right) \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3 = a + b \ln c.$

$\Rightarrow a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7.$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Tính bán kính R của mặt cầu (S)

A. $R = \sqrt{6}.$

B. $R = 6$

C. $R = 2\sqrt{2}.$

D. $R = 3.$

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình mặt cầu (S) là: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

(ĐK: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$).

$$\text{Vì } A, B, C, D \in (S) \text{ ta có: } \begin{cases} 4 - 4a + d = 0 \\ 1 + 9 - 2a - 6b + d = 0 \\ 1 + 9 + 2a - 6c + d = 0 \\ 1 + 4 + 9 - 2a - 4b - 6c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + d = -4 \\ -2a - 6b + d = -10 \\ 2a - 6c + d = -10 \\ -2a - 4b - 6c + d = -14 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \\ d = -4 \end{cases} \text{ (thỏa mãn). Vậy } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{0 + 1 + 1 + 4} = \sqrt{6}.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(-2;-3;5).$

B. $A'(-2;-3;-5).$

C. $A'(2;3;5).$

D. $A'(2;-3;-5).$

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy . Khi đó, $H(0;-3;0)$.

A' đối xứng với A qua trục $Oy \Leftrightarrow H$ là trung điểm của $AA' \Rightarrow A'(-2;-3;-5)$.

Câu 32: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\tan x}, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra.

A. $\pi \ln 2.$

B. $\frac{\pi}{4}.$

C. $\frac{\pi \ln 2}{2}.$

D. $\frac{\pi \ln 3}{4}.$

Lời giải

Chọn C

Thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra là

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sqrt{\tan x})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = -\pi \cdot \ln|\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi \ln 2}{2}.$$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $(P): 12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

B. $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$.

C. $(P): \frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. **D.** $(P): 12x + 3y + 4z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a.b.c \neq 0$. Khi đó, phương trình mặt phẳng cần viết có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $G(1;4;3)$ là trọng tâm của tứ diện $OABC$ nên

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_A + x_B + x_C}{4} \\ y_G = \frac{y_O + y_A + y_B + y_C}{4} \\ z_G = \frac{z_O + z_A + z_B + z_C}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \\ c = 12 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ mặt phẳng cần viết có phương trình: $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1 \Leftrightarrow 12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 4 - 3i$. Môđun của z bằng

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 4 - 3i \Leftrightarrow (-2 - 2\sqrt{3}i)z = 4 - 3i$$

$$\Rightarrow |-2 - 2\sqrt{3}i| \cdot |z| = |4 - 3i| \Rightarrow |z| = \frac{5}{4}.$$

Câu 35: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-1}$ là

A. $e^{2x-1} + C$.

B. $2e^{2x-1} + C$.

C. $\frac{1}{2}e^x + C$.

D. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x) dx = \int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x-1} d(2x-1) = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$$

Câu 36: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $\bar{z} = 3 + 2i$.

B. $\bar{z} = 2 + 3i$.

C. $\bar{z} = 3 - 2i$.

D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0), B(-1; 1; 3), C(3; 1; 0)$. Tìm điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(-2; 1; 0), D(-4; 0; 0)$.

B. $D(12; 0; 0), D(6; 0; 0)$.

C. $D(0; 0; 0), D(-6; 0; 0)$.

D. $D(0; 0; 0), D(6; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(a; 0; 0)$.

$$\text{Do } AD = BC \Rightarrow (a-3)^2 + 16 = 16 + 9 \Leftrightarrow (a-3)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a-3=3 \\ a-3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ a=0 \end{cases}.$$

Vậy $D(0; 0; 0), D(6; 0; 0)$.

Câu 38: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{m^2 - x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành, khi hình phẳng (H) quay quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích V . Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $V < 1000\pi$.

A. 18.

B. 20.

C. 21.

D. 19.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V = \left| \pi \int_{-m}^m (m^2 - x^2) dx \right| = \left| \pi \left(m^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \right|_{-m}^m = \pi \cdot \frac{4|m|^3}{3}.$$

$$\text{Để } V < 1000\pi \Leftrightarrow \frac{4\pi|m|^3}{3} < 1000\pi.$$

$$\Leftrightarrow |m| < \sqrt[3]{750} \Leftrightarrow -\sqrt[3]{750} < m < \sqrt[3]{750} \Leftrightarrow -9,08 < m < 9,08.$$

Do $m \neq 0$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên có 17 giá trị thỏa mãn.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác 0 thỏa mãn $\triangle ABC$ có trọng tâm là điểm $G(-6; -12; 18)$. Toạ độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(-9; -18; 27)$.

B. $I(9; 18; -27)$.

C. $I(-3; -6; 9)$.

D. $I(3; 6; -9)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$, khi đó $a = -18, b = -36, c = 54$.

Gọi $I(x; y; z)$, do $IA = IB = IC = IO$

$$\text{nên } \begin{cases} (x+18)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y+36)^2 + z^2 \\ (x+18)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + (z-54)^2 \\ (x+18)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ 36x - 72y = 972 \\ 36x + 108z = 2592 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -18 \\ z = 27 \end{cases}$$

Câu 40: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S .

A. $S = 10$.

B. $S = 6$.

C. $S = 7$.

D. $S = -3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta' = m$.

$$* m \geq 0 \Rightarrow |z| = 2 \Leftrightarrow z = \pm 2, \text{ khi đó } \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases} (t/m).$$

$$* m < 0, \text{ khi đó } z = 1 \pm i\sqrt{-m} \Rightarrow |z| = 2 \Leftrightarrow 1 - m = 4 \Leftrightarrow m = -3 (t/m).$$

$$\text{Vậy } S = 1 + 9 - 3 = 7.$$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$ và ba điểm $A(1; 4; 5); B(0, 3, 1); C(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(4; -1; 0)$.

B. $M(-4; -1; 0)$.

C. $M(1; -4; 0)$.

D. $M(4; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi điểm I thỏa mãn $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$ suy ra I là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $I(1; 2; 2)$

$$\text{Ta có } P = MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MI^2 + 2\vec{MI}(\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC}) + IA^2 + IB^2 + IC^2$$

$$\text{Suy ra } P = MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2$$

$P \min \Leftrightarrow MI \min \Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng

$$(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$$

Có đường thẳng MI đi qua I và vuông góc mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$

$$\text{Suy ra phương trình } MI: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \Rightarrow M(1 + 3t; 2 - 3t; 2 - 2t)$$

$$\text{Do } M \in (P) \text{ nên } t = 1 \Rightarrow M(4; -1; 0)$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng

$$d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1} \text{ lần lượt tại } A \text{ và } B. \text{ Phương trình mặt cầu đường kính } AB \text{ là:}$$

$$\text{A. } (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36.$$

$$\text{B. } (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9.$$

$$\text{C. } (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9.$$

$$\text{D. } (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36.$$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz tại A suy ra $A(0;0;3)$

và mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ tại B suy ra $B(4;-2;7)$

Phương trình mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm AB là $I(2;-1;5)$ và bán kính $R = \frac{1}{2}AB = 3$,

Phương trình mặt cầu đường kính $AB: (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$

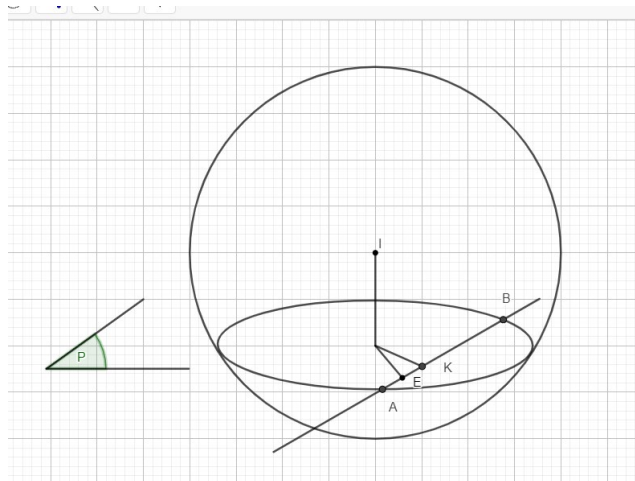
B. $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A



(S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R = 6$.

Ta có: $\overrightarrow{IE} = (-1;-1;-2)$, $IE = \sqrt{6} < R$.

$$d(I, (P)) = \frac{|6 + 4 - 5 - 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = \frac{2}{3} < R.$$

Ta có: $AB = 2\sqrt{r^2 - HK^2}$.

Mà $HK \leq HE$, $AB_{\min} \Leftrightarrow HK_{\max} = HE$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $K \equiv E$

Suy ra: $\Delta \perp (IHE) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_P, \overrightarrow{IE}] = (1;-1;0)$ và đi qua $E(2;1;3)$

Vậy $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . Điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $x + y + z - 4 = 0$

B. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$

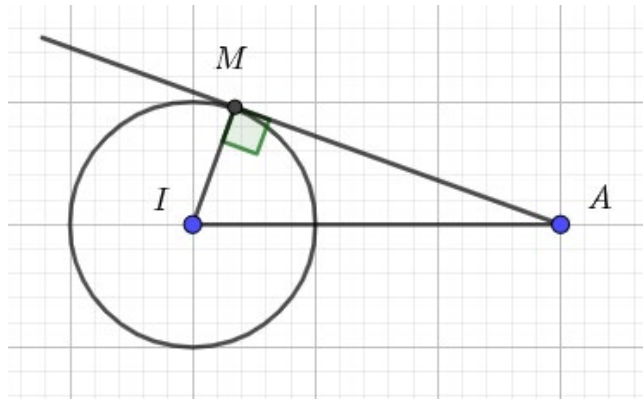
C. $x + y + z - 6 = 0$

D. $3x + 3y + 3z - 4 = 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R = 1$.



Lại có $\overline{IA} = (1;1;1) \Rightarrow IA = \sqrt{3} > R \Rightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu (S) .

Xét tam giác IAM vuông tại M ta có: $AM = \sqrt{IA^2 - IM^2} = \sqrt{2}$.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S') có tâm $A(2;2;2)$, $R' = 2 \Rightarrow (S'): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$.

$\Rightarrow M \in (S) \cap (S')$

$\Rightarrow M(x; y; z)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x + 2y + 2z - 8 = 0$$

$\Rightarrow M \in (\alpha): x + y + z - 4 = 0$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Phương trình trên là phương trình mặt cầu khi:

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - (3m^2 - 5) > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 10 > 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

Do m nguyên nên có 7 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46: Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng (d) thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2021$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng (d) . Tìm giá trị lớn nhất của $S_{\max}$.

A. $S_{\max} = \frac{2021^3 - 1}{6}$. **B.** $S_{\max} = \frac{2021^3}{3}$. **C.** $S_{\max} = \frac{2021^3 + 1}{6}$. **D.** $S_{\max} = \frac{2021^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $A(a; a^2), B(b; b^2)$ ($a < b$) sao cho $AB = 2021$.

Khi đó phương trình đường thẳng $AB: y = (a + b)x - ab$. Nên:

$$S = \int_a^b \left| (a + b)x - ab - x^2 \right| dx = \int_a^b \left[(a + b)x - ab - x^2 \right] dx = \frac{1}{6}(b - a)^3$$

$$\text{Do } (b - a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 2021^2 \Leftrightarrow (b - a)^2 \left(1 + (b + a)^2 \right) = 2021^2 \text{ nên } (b - a)^2 \leq 2021^2$$

$$\Rightarrow |b - a| = b - a \leq 2021 \Rightarrow S \leq \frac{2021^3}{6}. \text{ Vậy } S_{\max} = \frac{2021^3}{6}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi: } a = -\frac{2021}{2}, b = \frac{2021}{2}$$

Câu 47: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ và $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2020) + F(2021) + F(2022)$.

A. $T = 2^{2021 \cdot 2022}$. **B.** $T = \frac{2^{2022} - 1}{\ln 2}$. **C.** $T = \frac{2^{2022} + 1}{\ln 2}$. **D.** $T = \frac{2^{2023} - 1}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = 2^x \Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + C \text{ mà } F(0) = \frac{1}{\ln 2} \Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$$

$$\text{Ta có } T = F(0) + F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2020) + F(2021) + F(2022)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2^0}{\ln 2} + \frac{2^1}{\ln 2} + \frac{2^2}{\ln 2} + \frac{2^3}{\ln 2} + \dots + \frac{2^{2020}}{\ln 2} + \frac{2^{2021}}{\ln 2} + \frac{2^{2022}}{\ln 2} = \frac{1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2020} + 2^{2021} + 2^{2022}}{\ln 2} \\ &= \frac{(1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2020} + 2^{2021} + 2^{2022})(2 - 1)}{\ln 2} = \frac{2^{2023} - 1}{\ln 2}. \end{aligned}$$

Câu 48: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left| \frac{z_1 - i}{z_1 + 2 - 3i} \right| = 1$; $\left| \frac{z_2 + i}{z_2 - 1 + i} \right| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2} - 1$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$\left| \frac{z_1 - i}{z_1 + 2 - 3i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z_1 - i| = |z_1 + 2 - 3i|$$

Khi đó tập hợp điểm biểu diễn số phức z_1 là đường trung trực d của đoạn thẳng AB với $A(0;1)$ và $B(-2;3) \Rightarrow d: x - y + 3 = 0$.

$$\left| \frac{z_2 + i}{z_2 - 1 + i} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |z_2 + i| = \sqrt{2} |z_2 - 1 + i|$$

Đặt $z_2 = x + yi$, khi đó:

$$|x + yi + i| = \sqrt{2} |x + yi - 1 + i| \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2(x-1)^2 + 2(y+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$$

Khi đó tập hợp điểm biểu diễn số phức z_2 là đường tròn tâm $I(2;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } d(I, d) = \frac{|2 - (-1) + 3|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} > R \text{ nên } |z_1 - z_2| \geq |d(I, d) - R| = 2\sqrt{2}.$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2021$, $f(2) = 2022$.

Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = 2021$.

B. $S = 1$.

C. $S = \ln 2022$.

D. $S = \ln 4043$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } S = f(3) - f(-1) = \int_2^3 f'(x) dx + f(2) - \left(f(0) - \int_{-1}^0 f'(x) dx \right) = 1.$$

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị dương của số thực a sao cho phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 với phần ảo khác 0 thỏa mãn $|z_0| = \sqrt{3}$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4

Lời giải

Chọn B

Do z_0 với phần ảo khác 0 nên z_0 nên z_0 không phải là số thực:

$$\text{Khi đó } a^2 - 2a = |z_0|^2 \Leftrightarrow a^2 - 2a = 3 \Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \text{ (l)} \\ a = 3 \text{ (n)} \end{cases}$$

$$\text{Với } a = 3, \text{ ta có } z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-\sqrt{3}}{2} \pm \frac{3}{2}i.$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 27 (100TN)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. **B.** $S = -\int_a^b f(x) dx$. **C.** $S = \int_b^a |f(x)| dx$. **D.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. **B.** $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$. **C.** $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. **D.** $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$.

Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

A. -3 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** -1 .

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $C(3; 4; -1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 7: Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. 3 . **B.** -3 . **C.** -4 . **D.** 4 .

Câu 8: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. -1 . **B.** -3 . **C.** 1 . **D.** 3 .

Câu 9: Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{10}$.

C. 40.

D. 8.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(0;1;0)$.

B. $(2;0;0)$.

C. $(2;1;0)$.

D. $(0;0;-1)$.

Câu 11: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. 5.

B. $\frac{7}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{13}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $y = 0$.

C. $x + y + z = 0$.

D. $x = 0$.

Câu 13: Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

A. $2x^2 + C$.

B. $x^2 + 4x + C$.

C. $2x^2 + 4x + C$.

D. $x^2 + C$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$.

B. $(1;2;3)$.

C. $(-1;-2;-3)$.

D. $(-1;2;-3)$.

Câu 15: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

A. $Q(4;-2)$.

B. $P(-2;-2)$.

C. $N(4;2)$.

D. $M(-2;2)$.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

A. $\bar{z} = -2 + i$.

B. $\bar{z} = 2 + i$.

C. $\bar{z} = 2 - i$.

D. $\bar{z} = -2 - i$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Một vectơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u}_3 = (2;5;3)$.

B. $\vec{u}_1 = (3;4;1)$.

C. $\vec{u}_2 = (2;4;-1)$.

D. $\vec{u}_1 = (2;-5;3)$.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

A. $-2i$.

B. -2 .

C. $2i$.

D. 2.

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 3 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 3.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 6.

Câu 20: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 7.

D. 12.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$ và $B(2;1;0)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$.

B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.

C. $(P): 3x + y - z = 0$. D. $(P): 2x + y - z + 4 = 0$.

Câu 22: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$.

C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$.

D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$.

Câu 24: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

B. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$.

Câu 25: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(1 + \sin x)$ là:

A. $\frac{x^2}{2} - x \sin x - \cos x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} - x \cos x - \sin x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} - x \sin x + \cos x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} - x \cos x + \sin x + C$.

Câu 26: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 là:

- A.** $x + 4y + 6z - 12 = 0$. **B.** $2x + y - 6 = 0$.
C. $x + 5y + 8z - 16 = 0$. **D.** $x + 5y + 8z + 16 = 0$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- A.** $(2; 3; -1)$. **B.** $(3; 5; -2)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(3; -5; -1)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

- A.** $2x - 2y + 4z - 21 = 0$. **B.** $2x - 2y + 4z + 21 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. **D.** $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Câu 30: Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB

- A.** 5. **B.** $\sqrt{5} + \sqrt{26}$. **C.** 25. **D.** $\sqrt{37}$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-2; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A.** $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$. **B.** $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 36$.
C. $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 36$. **D.** $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Câu 33: Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A.** $I = 6$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Câu 34: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$ nếu đặt $t = \ln x$ thì

- A.** $I = \int_1^e \frac{3t + 4}{t} dt$. **B.** $I = \int_1^e (3t + 1) dt$. **C.** $I = \int_0^1 \frac{3t + 1}{e^t} dt$. **D.** $I = \int_0^1 (3t + 1) dt$.

Câu 35: Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1 + i)\bar{z} = 3 - 5i$

- A.** $M(1; 4)$ **B.** $M(-1; -4)$ **C.** $M(-1; 4)$ **D.** $M(1; -4)$

Câu 36: Tìm $a, b \in \mathbb{R}$ để $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$

A. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = -2 \\ b = -5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$, $B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 2z + i$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó

A. $I(1;1)$.

B. $I(2;-3)$.

C. $I(0;1)$.

D. $I(1;0)$.

Câu 39: Biết $\int_2^3 \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 6$. Tính $S = 3a + 2b + c$

A. -14 .

B. 3 .

C. -2 .

D. -11 .

Câu 40: Cho $I = \int_1^5 f(x) dx = 26$. Khi đó $J = \int_0^2 x[f(x^2+1)+1] dx$ bằng

A. 54 .

B. 52 .

C. 15 .

D. 13 .

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $2y + 3z - 11 = 0$.

B. $2x - 3y - 11 = 0$.

C. $x - 3y + 2z - 5 = 0$.

D. $3y + 2z - 11 = 0$.

Câu 42: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 36π .

D. 36 .

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$,

$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1)$, $B(1;-1;2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{11}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

B. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0.$

C. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0.$

D. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0.$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 81.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 1.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 9.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 25.$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Xét điểm $M \in (S)$ sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là:

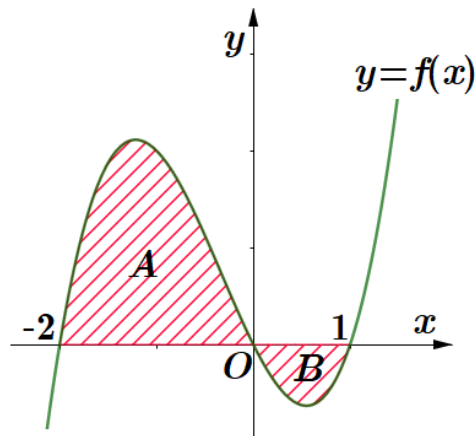
A. $x + y + z - 7 = 0.$

B. $2x + 2y + 2z + 15 = 0.$

C. $2x + 2y + 2z - 15 = 0.$

D. $x + y + z + 7 = 0.$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2



Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$ bằng

A. 3.

B. 13.

C. $\frac{13}{3}.$

D. 9

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(x) = x^3 + \int_0^1 x^3 f(x^2) dx$. Giá trị của biểu thức

$I = \int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{23}{60}.$

B. $\frac{13}{20}.$

C. $\frac{25}{84}.$

D. $\frac{13}{40}.$

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{4}$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 3$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 3 + 4i|^2 - |z_2 - 3 + 4i|^2$ bằng

A. 12.

B. 15.

C. 10.

D. 30.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.A	5.B	6.C	7.A	8.C	9.B	10.D
11.A	12.B	13.B	14.A	15.B	16.C	17.D	18.D	19.B	20.A
21.A	22.C	23.C	24.B	25.D	26.A	27.C	28.D	29.C	30.A
31.D	32.B	33.D	34.D	35.C	36.C	37.C	38.B	39.D	40.C
41.A	42.B	43.D	44.C	45.A	46.C	47.A	48.A	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -2) = 2(1; 1; -1)$.

Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$.
B. $S = -\int_a^b f(x) dx$.
C. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.
D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải**Chọn D**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$.
B. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.
C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$.
D. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$.

Lời giải**Chọn B**

Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

A. -3 .

B. 1 .

C. 3 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn A

$M(-3;1) \Rightarrow z = -3 + i$. Vậy phần thực của z bằng -3 .

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A.
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng cần viết đi qua $M(1;-2;3)$ và nhận $\vec{n}_{(P)} = (2;-1;3)$ làm vector chỉ phương nên có

phương trình là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng cần viết đi qua $A(1;0;1)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (2;3;-1)$ làm vector chỉ phương nên có

phương trình là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 7: Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. 3 .

B. -3 .

C. -4 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. -1 .

B. -3 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn C

$$\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 2x dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 3 = 1 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1.$$

Câu 9: Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \overline{w}$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{10}$. C. 40. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $w = 1 + i \Rightarrow \overline{w} = 1 - i$.

$$z \cdot \overline{w} = (4 + 2i)(1 - i) = 6 - 2i \Rightarrow |z \cdot \overline{w}| = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}.$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(2; 1; 0)$. D. $(0; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; -1)$.

Câu 11: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. $\frac{7}{3}$. C. 3. D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 5.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $y = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y = 0$.

Câu 13: Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

- A. $2x^2 + C$. B. $x^2 + 4x + C$. C. $2x^2 + 4x + C$. D. $x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int (2x + 4) dx = 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 4x + C = x^2 + 4x + C.$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A.** $(1; -2; 3)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(-1; -2; -3)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tâm $I(1; -2; 3)$.

Câu 15: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A.** $Q(4; -2)$. **B.** $P(-2; -2)$. **C.** $N(4; 2)$. **D.** $M(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i \\ z = 3 - 2i \end{cases}.$$

$$\Rightarrow z_0 = 3 + 2i \Rightarrow 1 - z_0 = -2 - 2i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $P(-2; -2)$.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- A.** $\bar{z} = -2 + i$. **B.** $\bar{z} = 2 + i$. **C.** $\bar{z} = 2 - i$. **D.** $\bar{z} = -2 - i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là $\bar{z} = 2 - i$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Một vectơ chỉ phương của d là

- A.** $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$. **C.** $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. **D.** $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Một vectơ chỉ phương của $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ là $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

- A.** $-2i$. **B.** -2 . **C.** $2i$. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 = -3 + i$ và $\bar{z}_2 = 1 + i \Rightarrow z_1 + \bar{z}_2 = -2 + 2i$. Vậy phần ảo số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng 2 .

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 3 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 3.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 + z + 3 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = -2 = (\sqrt{2}i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + \sqrt{2}i \\ z_2 = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}.$$

$$\Rightarrow |z_1| + |z_2| = |-1 + \sqrt{2}i| + |-1 - \sqrt{2}i| = 2\sqrt{3}.$$

Câu 20: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 7.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1.$$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$ và $B(2;1;0)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$.

B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.

C. $(P): 3x + y - z = 0$.

D. $(P): 2x + y - z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3;1;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB nên nhận vector $\overrightarrow{AB} = (3;1;-1)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là:

$$3(x+1) + 1(y-0) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - z + 4 = 0.$$

Câu 22: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$.

C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$.

D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } F(x) = \int \sin^3 x \cos x dx = \int \sin^3 x d(\sin x) = \frac{\sin^4 x}{4} + C.$$

$$\text{Với } F(0) = \pi \Rightarrow C = \pi. \text{ Suy ra } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin^4 \frac{\pi}{2}}{4} + \pi = \frac{1}{4} + \pi.$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu cần tìm có bán kính $IA = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$.

Khi đó phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 24: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$. **D.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$.

Lời giải

Chọn B

$$S = \int_0^1 |2x^2 - (-1)| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx.$$

Câu 25: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(1 + \sin x)$ là:

A. $\frac{x^2}{2} - x \sin x - \cos x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} - x \cos x - \sin x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} - x \sin x + \cos x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} - x \cos x + \sin x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int f(x) dx = \int x(1 + \sin x) dx = \int (x + x \sin x) dx = \frac{x^2}{2} + \int x \sin x dx$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$

$\Rightarrow \int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$

Vậy $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - x \cos x + \sin x + C$

Câu 26: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$?

- A.** $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$. **B.** $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.
C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$. **D.** $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x)dx = \int (e^x + 2x)dx = e^x + x^2 + C$$

$$F(0) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 1 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$$

Câu 27: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 là:

- A.** $x + 4y + 6z - 12 = 0$. **B.** $2x + y - 6 = 0$.
C. $x + 5y + 8z - 16 = 0$. **D.** $x + 5y + 8z + 16 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}_1(2; -2; 1); \vec{u}_2(1; 3; -2)$ lần lượt là VTCP của hai đường thẳng $d_1; d_2$

$$\text{Ta có: } [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (1; 5; 8)$$

Vì $d_1 \subset (P); d_2 \perp (P)$ nên ta chọn một VTPT của (P) là $\vec{n} = (1; 5; 8)$

$$A(2; 6; -2) \in d_1 \Rightarrow A \in (P)$$

$$\text{Phương trình mp (P) là: } 1(x-2) + 5(y-6) + 8(z+2) = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 8z - 16 = 0. (1)$$

Lấy $B(4; -1; -2) \in d_2$, ta thấy tọa độ của B không thỏa phương trình (1) nên mặt phẳng (P) thỏa đề bài.

Câu 28: Trong không gian Oxyz, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- A.** $(2; 3; -1)$. **B.** $(3; 5; -2)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(3; -5; -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \vec{n} = [\vec{a}; \vec{b}] = (3; -5; -1)$$

Câu 29: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng (P): $3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

- A.** $2x - 2y + 4z - 21 = 0$. **B.** $2x - 2y + 4z + 21 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. **D.** $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử mặt phẳng (Q) đi qua M song song (P) . Khi đó: $(Q): 3x - 2y + z + D = 0$ ($D \neq -1$)

Do $M \in (Q)$ nên: $3 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) + 4 + D = 0 \Leftrightarrow D = -12$

Vậy: $(Q): 3x - 2y + z - 12 = 0$

Câu 30: Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB

- A.** 5. **B.** $\sqrt{5} + \sqrt{26}$. **C.** 25. **D.** $\sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: $A(1;2), B(5;-1) \Rightarrow AB = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2} = 5$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow (3+2i)z = 4+i - (2-i)^2 \Leftrightarrow (3+2i)z = 1+5i \Leftrightarrow z = \frac{1+5i}{3+2i} = 1+i.$$

Suy ra phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là 1 và 1.

Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là $1-1=0$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-2;2;-3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A.** $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$. **B.** $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 36$.
C. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 36$. **D.** $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm đoạn thẳng AB nên $I(0;3;-1)$.

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{AB}{2} = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-4)^2 + (-3-1)^2} = 6.$$

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 36$.

Câu 33: Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

A. $I = 6$.

B. $I = 36$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$.

Đổi cận: $\begin{matrix} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=2 \Rightarrow t=6 \end{matrix}$.

Khi đó, ta có $I = \int_0^2 f(3x) dx = \int_0^6 f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x) dx = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$.

Câu 34: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$ nếu đặt $t = \ln x$ thì

A. $I = \int_1^e \frac{3t+4}{t} dt$.

B. $I = \int_1^e (3t+1) dt$.

C. $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt$.

D. $I = \int_0^1 (3t+1) dt$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=0$; $x=e \Rightarrow t=1$.

$\Rightarrow I = \int_0^1 (3t+1) dt$.

Câu 35: Tìm toạ độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1+i)\bar{z} = 3-5i$

A. $M(1;4)$

B. $M(-1;-4)$

C. $M(-1;4)$

D. $M(1;-4)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+i)\bar{z} = 3-5i \Leftrightarrow \bar{z} = -1-4i \Rightarrow z = -1+4i$. Vậy điểm biểu diễn số phức z là $M(-1;4)$

Câu 36: Tìm $a, b \in \mathbb{R}$ để $z = 1-2i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$

A. $\begin{cases} a=2 \\ b=5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a=-2 \\ b=-5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a=2 \\ b=-5 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình $z^2 + az + b = 0$ (1) nhận $z = 1-2i$ làm nghiệm. Thay $z = 1-2i$ vào (1) ta được:

$(1-2i)^2 + a(1-2i) + b = 0 \Leftrightarrow -3-4i + a - 2ai + b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$, $B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A , B có phương trình

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(a; 0; 0) \in Ox$ là tâm của mặt cầu (S)

Ta có $IA = \sqrt{(1-a)^2 + 1^2 + 2^2}$, $IB = \sqrt{(3-a)^2 + 2^2 + (-3)^2}$

Theo đề ta có

$$IA = IB \Leftrightarrow (1-a)^2 + 1^2 + 2^2 = (3-a)^2 + 2^2 + (-3)^2 \Leftrightarrow a = 4$$

Từ đó suy ra tọa độ điểm $I(4; 0; 0)$ và $IA = \sqrt{14}$

Vậy mặt cầu tâm $I(4; 0; 0)$ có bán kính $R = IA = \sqrt{14}$ có phương trình là

$$(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0.$$

Câu 38: Cho số phức z thỏa $|z-1+2i|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=2z+i$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó

A. $I(1; 1).$

B. $I(2; -3).$

C. $I(0; 1).$

D. $I(1; 0).$

Lời giải

Chọn B

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có $w=2z+i \Leftrightarrow z = \frac{w-i}{2}$

Thay vào phương trình $|z-1+2i|=3$ ta được

$$\left| \frac{w-i}{2} - 1 + 2i \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x+(y-1)i}{2} - 1 + 2i \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x+(y-1)i-2+4i}{2} \right| = 3$$

$$\Leftrightarrow |(x-2)+(y+3)i| = 6 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 36 : \text{ Đây là phương trình đường tròn có tâm } I(2; -3).$$

Vậy tâm của đường tròn là $I(2; -3).$

Câu 39: Biết $\int_2^3 \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 6$. Tính $S = 3a + 2b + c$

A. $-14.$

B. $3.$

C. $-2.$

D. $-11.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } \frac{5x+12}{x^2+5x+6} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x+3)}{(x+3)(x+2)} = \frac{(A+B)x+(2A+3B)}{(x+2)(x+3)}$$

$$\text{Đồng nhất hệ số ta được } \begin{cases} A+B=5 \\ 2A+3B=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=3 \\ B=2 \end{cases}$$

Từ đó ta có

$$\begin{aligned} \int_2^3 \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx &= \int_2^3 \left(\frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2} \right) dx = \left(3 \ln|x+3| + 2 \ln|x+2| \right) \Big|_2^3 = 3 \ln 6 + 2 \ln 5 - 3 \ln 5 - 2 \ln 4 \\ &= -2 \ln 4 - \ln 5 + 3 \ln 6 = -4 \ln 2 - \ln 5 + 3 \ln 6 \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $a = -4$, $b = -1$, $c = 3$

$$\text{Vậy } S = 3a + 2b + c = 3(-4) + 2(-1) + 3 = -11$$

Câu 40: Cho $I = \int_1^5 f(x) dx = 26$. Khi đó $J = \int_0^2 x[f(x^2+1)+1] dx$ bằng

A. 54.

B. 52.

C. 15.

D. 13.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } J = \int_0^2 x[f(x^2+1)+1] dx = \int_0^2 xf(x^2+1) dx + \int_0^2 x dx = \int_0^2 xf(x^2+1) dx + 2.$$

$$\text{Xét } K = \int_0^2 xf(x^2+1) dx$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1; x=2 \Rightarrow t=5$$

$$K = \frac{1}{2} \int_1^5 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^5 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 26 = 13.$$

$$\text{Vậy } J = K + 2 = 13 + 2 = 15.$$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$.

Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $2y+3z-11=0$.

B. $2x-3y-11=0$.

C. $x-3y+2z-5=0$.

D. $3y+2z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (Q) \text{ đi qua hai điểm } A, B \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{AB}.$$

$$(Q) \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{n_P}.$$

$$\text{Với } \overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2), \overrightarrow{n_P} = (1; -3; 2)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{AB}] = (0; 8; 12) = 4(0; 2; 3).$$

(Q) qua $A(2;4;1)$ và có VTPT $\vec{n} = (0;2;3)$ có phương trình là: $2y + 3z - 11 = 0$.

Câu 42: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 36π .

D. 36.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Khi đó: $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| = \frac{4}{3}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$,

$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

Giả sử $d \cap d_2 = B \Rightarrow B(b+2; -b-1; b+1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (b+1; -b; b-2)$; d_1 có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 4; -2)$.

Ta có $d \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow b+1-4b-2b+4=0 \Leftrightarrow b=1$.

Vậy $\overrightarrow{AB} = (2; -1; -1)$ là vector chỉ phương của d .

Phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1), B(1;-1;2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{11}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;0;-1), \overrightarrow{OB} = (1;-1;2) \Rightarrow [\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}] = (-1; -3; -1)$.

Suy ra $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}] \right| = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0.$

D. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c).$

$$\text{Vì } M(1; 2; 3) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = 1 \\ \frac{b}{3} = 2 \\ \frac{c}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}.$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trọng tâm tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 81.$

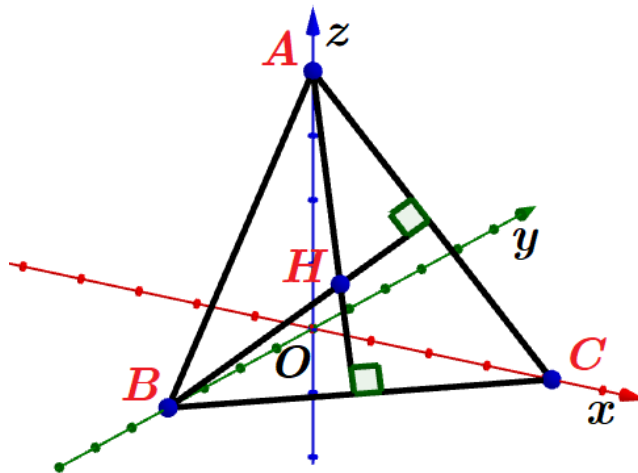
B. $x^2 + y^2 + z^2 = 1.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 9.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 25.$

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp Oz \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AOH) \Rightarrow BC \perp OH (1).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BH \\ AC \perp Oy \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BOH) \Rightarrow AC \perp OH (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OH \perp (ABC) \Rightarrow H$ là tiếp điểm của mặt cầu tâm O tiếp xúc với (ABC) .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OH} = (1; 2; -2) \Rightarrow OH = 3 \Rightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 = 9.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Xét điểm $M \in (S)$ sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là:

- A.** $x + y + z - 7 = 0$. **B.** $2x + 2y + 2z + 15 = 0$.
C. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$. **D.** $x + y + z + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 1$

Ta có $\overrightarrow{IA} = (1; 1; 1) \Rightarrow IA = \sqrt{3} > R$

Do $M \in (S)$ sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) nên AM luôn là tiếp tuyến của mặt cầu $(S) \Rightarrow AM = \sqrt{IM^2 - R^2} = \sqrt{2}$

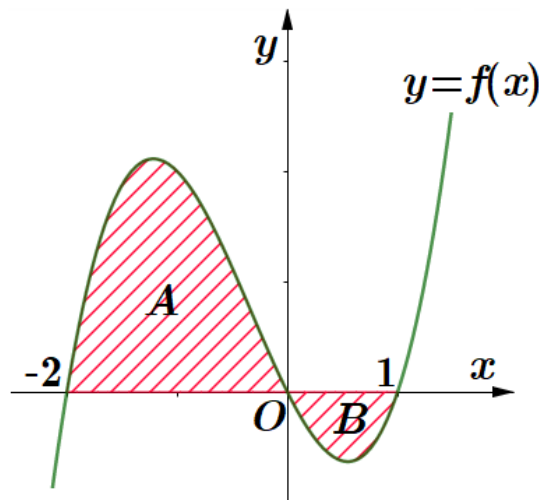
Do $AM = \sqrt{2}$ nên M thuộc mặt cầu tâm A bán kính $R = \sqrt{2}$.

Khi đó $M \in \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2 \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x + y + z - 7 = 0 = 0$.

Vậy M thuộc mặt phẳng $x + y + z - 7 = 0$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2



Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$ bằng

- A.** 3. **B.** 13. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** 9

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_{-1}^0 f(3x+1) dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(3x+1) d(3x+1) = \frac{1}{3} \int_{-2}^1 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_{-2}^1 f(x) dx \\ &= \frac{1}{3} \int_{-2}^0 f(x) dx + \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{3} - \frac{2}{3} = 3. \end{aligned}$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x) = x^3 + \int_0^1 x^3 f(x^2) dx$. Giá trị của biểu thức

$$I = \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{23}{60}$.

B. $\frac{13}{20}$.

C. $\frac{25}{84}$.

D. $\frac{13}{40}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } m = \int_0^1 x^3 f(x^2) dx \text{ thì } f(x) = x^3 + \int_0^1 x^3 f(x^2) dx \Leftrightarrow f(x) = x^3 + m \Rightarrow f(x^2) = x^6 + m.$$

Khi đó:

$$m = \int_0^1 x^3 f(x^2) dx = \int_0^1 x^3 (x^6 + m) dx = \int_0^1 (x^9 + mx^3) dx = \left(\frac{x^{10}}{10} + \frac{mx^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{10} + \frac{m}{4} \Rightarrow m = \frac{2}{15}.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = x^3 + \frac{2}{15}.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(x^3 + \frac{2}{15} \right) dx = \left(\frac{1}{4} x^4 + \frac{2}{15} x \right) \Big|_0^1 = \frac{23}{60}.$$

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{4}$. Xét

các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 3$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 3 + 4i|^2 - |z_2 - 3 + 4i|^2$ bằng

A. 12.

B. 15.

C. 10.

D. 30.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2} = w + \overline{w} = \frac{1}{|z| - z} + \frac{1}{|z| - \overline{z}} = \frac{2|z| - (z + \overline{z})}{2|z|^2 - 2|z|(z + \overline{z})} = \frac{1}{|z|} \Rightarrow |z| = 2$$

Gọi $z_1 = x_1 + y_1 i$ có điểm biểu diễn là A . $z_2 = x_2 + y_2 i$ có điểm biểu diễn là B . Điểm $C(3; -4)$ là điểm biểu diễn số phức $3 - 4i$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |z_1| = |z_2| = 2 \\ |z_1 - z_2| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = OB = 2 \\ AB = 3 \end{cases} \text{ và } OC = 5$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } P &= |z_1 - 3 + 4i|^2 - |z_2 - 3 + 4i|^2 = \overline{AC}^2 - \overline{BC}^2 = (\overline{OC} - \overline{OA})^2 - (\overline{OC} - \overline{OB})^2 \\ &= [OC^2 - 2\overline{OC} \cdot \overline{OA} + OA^2] - [OC^2 - 2\overline{OC} \cdot \overline{OB} + OB^2] = 2\overline{OC} \cdot (\overline{OB} - \overline{OA}) \\ &= 2\overline{OC} \cdot \overline{AB} = 2 \cdot OC \cdot AB \cdot \cos(\overline{OC} \cdot \overline{AB}) \leq 2 \cdot OC \cdot AB = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 30 \end{aligned}$$

Vậy $P_{\max} = 30$. Dấu bằng xảy ra khi $\overline{AB}$ cùng hướng $\overline{OC}$.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 28 (100TN)

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$. Phương trình chính tắc của d là:

A. $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-5}$.

B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-5}$.

C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{2}$.

D. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{2}$.

Câu 2: Phát biểu nào sau đây đúng?

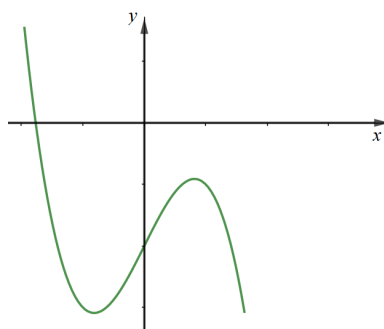
A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\cot x + C$.

B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \cot x + C$.

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C$.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = x^4 + 2x^2 - 2$.

B. $y = -x^3 + 2x + 2$.

C. $y = -x^3 + 2x - 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 4: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x + \int_1^2 1 dx$.

B. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x - \int_1^2 1 dx$.

C. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx$.

D. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$

A. $(0; +\infty)$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 6: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$ (m/s). Tính quãng đường vật đi chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại.

A. 810m.

B. 9m.

C. 180m.

D. 160m.

Câu 7: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ có tọa độ

A. $(-2; 3)$.

B. $(3; -2)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(2; -3)$.

Câu 8: Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6.

B. 8.

C. 2.

D. 4.

Câu 9: Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(-3;2;1)$. B. $Q(1;-1;2)$. C. $N(3;-2;-1)$. D. $M(3;2;1)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=4$ là

- A. $x=81$. B. $x=65$. C. $x=64$. D. $x=82$.

Câu 11: Cho hình trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq}=8\pi$ và độ dài bán kính $R=2$. Khi đó độ dài đường sinh bằng

- A. 4. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 12: Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

- A. $\bar{z}=2-i$. B. $\bar{z}=-1+2i$. C. $\bar{z}=-1-2i$. D. $\bar{z}=1+2i$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y+5z-9=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}=(2;-3;5)$. B. $\vec{n}=(2;3;5)$. C. $\vec{n}=(2;-3;-5)$. D. $\vec{n}=(2;-3;9)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 2021. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)<2021, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) \leq 2021, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0)=2021$.
C. $f(x)>2021, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) \geq 2021, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0)=2021$.

Câu 16: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$. Đáy ABC nội tiếp đường tròn bán kính $R=a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $3a^3$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 17: Cho hai điểm A, B cố định. Tập hợp các điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi là

- A. Mặt nón tròn xoay. B. Hai đường thẳng song song.
C. Mặt trụ tròn xoay. D. Mặt cầu.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x+(m+1)y-2z+m=0$ và $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ với m là một tham số thực. Để d thuộc mặt phẳng (P) thì giá trị thực của m bằng bao nhiêu?

- A. Không tồn tại m . B. $m=-4$. C. $m=-1$. D. $m=1$.

Câu 19: Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương. Biết khối lập phương có thể tích bằng 36 cm^3 . Thể tích khối cầu (S) bằng

- A. $9\pi\text{ cm}^3$. B. $12\pi\text{ cm}^3$. C. $4\pi\text{ cm}^3$. D. $6\pi\text{ cm}^3$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;2;3)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt đường thẳng d

- A.** $(2;1;-1)$. **B.** $(-3;2;3)$. **C.** $(-8;3;5)$. **D.** $(2;1;1)$.

Câu 21: Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2021;2021]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung là

- A.** 2020. **B.** 2021. **C.** 4041. **D.** 4042.

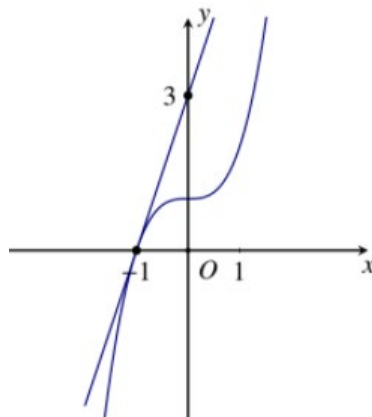
Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = 1-i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A.** $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 23: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0)=1$. Tính $F(3)$

- A.** $F(3) = \frac{1}{2}$. **B.** $F(3) = 2 \ln 2 + 1$. **C.** $F(3) = \ln 2$. **D.** $F(3) = 2 \ln 2$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $g(x) = x.f(x)$ tại $x = -1$ bằng:



- A.** 1. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 25: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ (với α là một số thực âm) luôn có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

B. Hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có đạo hàm là $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x}}$.

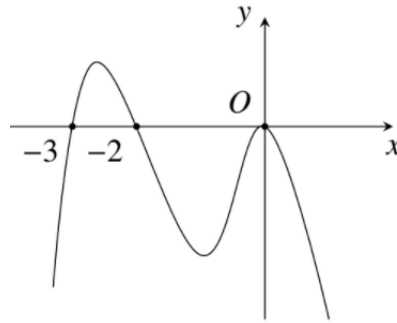
C. Hàm số $y = \log_2 x^2$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

D. Hàm số $y = \left(\frac{2021}{2020}\right)^{x^2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tâm O , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa SO và mặt phẳng đáy bằng

- A.** 45° . **B.** 60° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 28: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng $\frac{4a}{5}$. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng $(AB'C)$.

- A.** $\frac{6a}{5}$.
- B.** $\frac{2a}{5}$.
- C.** $\frac{4a}{5}$.
- D.** $\frac{8a}{5}$.

Câu 29: Một tổ gồm 6 học sinh nữ và 4 học sinh nam được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để giữa hai bạn nam liên tiếp có đúng hai bạn nữ bằng

- A.** $\frac{1}{1680}$.
- B.** $\frac{1}{210}$.
- C.** $\frac{1}{1260}$.
- D.** $\frac{1}{280}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x(x-3)^3(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A.** 3.
- B.** 1.
- C.** 2.
- D.** 0.

Câu 31: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ có giá trị là

- A.** 4.
- B.** 8.
- C.** 20.
- D.** 14.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x} > \frac{1}{49}$ là.

- A.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
- B.** $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
- C.** $(1; +\infty)$.
- D.** $(-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 33: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $\int_{-2}^2 [2f(x) - x] dx$.

- A.** 6.
- B.** 7.
- C.** 3.
- D.** 5.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$.

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 6.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + 3 - 4i = z + 3 - 2i$. Khi đó $|z|$ bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{2}$. C. 5. D. 1.

Câu 36: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Bán kính của mặt cầu tiếp xúc tất cả các mặt của hình chóp bằng

- A. $\frac{3a(\sqrt{2}-1)}{2}$. B. $\frac{a(\sqrt{2}-1)}{6}$. C. $\frac{a(\sqrt{2}-1)}{3}$. D. $\frac{a(\sqrt{2}-1)}{2}$.

Câu 37: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - 2 \cdot 2^x - m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1; 1)$. Số tập hợp con của tập hợp S là

- A. 1. B. 0. C. 4. D. 2.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^2 + x)$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	2021		0		2
		-3		-1	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = 2^x$. Số giá trị nguyên không dương của tham số m để bất phương trình $f(\cos^2 x) \leq f(m)$ có nghiệm thuộc $(0; \pi)$ là

- A. 1. B. 2. C. vô số. D. 0.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên $m \in [0; 2020]$ để hàm số $y = \frac{m \sin x - 1}{\sin x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right)$?

- A. 2020. B. 0. C. 1. D. 2021.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + m - 1$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên đoạn $[0; 2]$ nhỏ nhất là

- A. 1. B. 12. C. 9. D. 11.

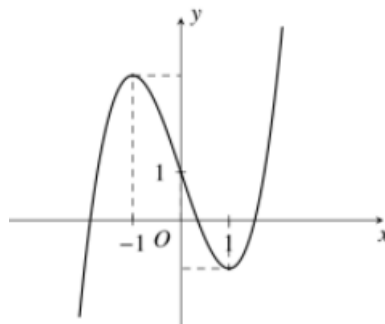
Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ là

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{a^3 \pi}{2}$.

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng.

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ sao cho $|f(1) - f(-1)| \leq 2$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) - e^x = m$ có nghiệm thuộc $(-1; 1)$ khi

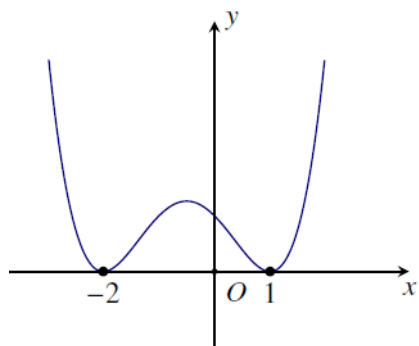


- A. $f(1) - e < m < f(-1) - \frac{1}{e}$. B. $f(-1) - \frac{1}{e} < m < f(1) - e$.
C. $f(1) - 3 < m \leq f(0) - 1$. D. $f(-1) - \frac{1}{3} < m \leq f(0) - 1$.

Câu 46: Xét hàm số $F(x) = \int_1^x \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt$. Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào nhỏ nhất?

- A. $F(1)$. B. $F(2021)$. C. $F(0)$. D. $F(-1)$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và có đồ thị như hình bên. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng $\frac{214}{5}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành.



- A. $\frac{81}{20}$. B. $\frac{81}{10}$. C. $\frac{17334}{635}$. D. $\frac{17334}{1270}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; -1; 2)$ và $B(5; -1; 1)$. Đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng AB lên mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 2 = 0$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; 2)$. Tính $S = a + b$.

- A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

Câu 49: Xét hàm số $y = f(x) = x^4 + 2mx^3 - (m+1)x^2 + 2m - 2$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại là

- A. 1. B. Vô số. C. 2. D. 3.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $5f(x) - (f'(x))^2 = x^2 + x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{11}{6}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$. Phương trình chính tắc của d là:

- A. $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-5}$. **B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-5}$.**
 C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{2}$. D. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{2}$

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$ đi qua $M(3;1;2)$ và có vector chỉ phương

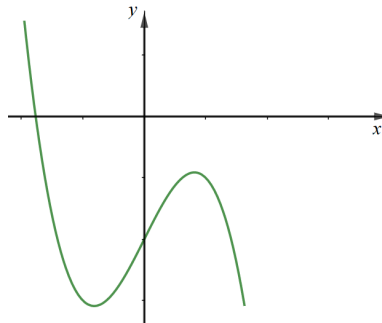
là $\vec{u}_d = (2; -1; -5)$, do đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-5}$

Câu 2: Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\cot x + C$. **B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.**
 C. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \cot x + C$. D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C$

Lời giải

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^4 + 2x^2 - 2$. B. $y = -x^3 + 2x + 2$. **C. $y = -x^3 + 2x - 2$.** D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải

Dựa vào đáp án ta thấy hình vẽ trên là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, do đó loại trừ đáp án A và **D.**

Hệ số $a < 0$ vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$, ta loại trừ đáp án **B.**

Như vậy đáp án C thỏa mãn.

Câu 4: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x + \int_1^2 1 dx$.** **B. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x - \int_1^2 1 dx$.**

C. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx.$

D. $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx.$

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$. Do đó $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 x \cdot \frac{1}{x} dx = x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx..$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$

- A.** $(0; +\infty).$ **B.** $[2; +\infty).$ **C.** $[0; +\infty).$ **D.** $(-\infty; +\infty).$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Câu 6: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t (m/s)$. Tính quãng đường vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0(s)$ đến thời điểm mà vật dừng lại.

- A.** $810m.$ **B.** $9m.$ **C.** $180m.$ **D.** $160m.$

Lời giải

Khi vật dừng lại thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow 180 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 9$

Quãng đường vật di chuyển là $S = \int_0^9 (180 - 20t) dt = (180t - 10t^2) \Big|_0^9 = 810.$

Câu 7: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ có tọa độ

- A.** $(-2; 3).$ **B.** $(3; -2).$ **C.** $(-3; 2).$ **D.** $(2; -3).$

Lời giải

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x = -2$ và đường tiệm cận ngang $y = 2$ nên có tọa độ $(-2; 3).$

Câu 8: Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng $2^3 = 8.$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $P(-3; 2; 1).$ **B.** $Q(1; -1; 2).$ **C.** $N(3; -2; -1).$ **D.** $M(3; 2; 1).$

Lời giải

Thay tọa độ điểm $P(-3; 2; 1)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ ta thấy thỏa mãn nên chọn phương án **A.**

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 4$ là

- A.** $x = 81.$ **B.** $x = 65.$ **C.** $x = 64.$ **D.** $x = 82.$

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_3(x-1) = 4 \Leftrightarrow x-1 = 3^4 \Leftrightarrow x = 82.$$

Câu 11: Cho hình trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 8\pi$ và độ dài bán kính $R = 2$. Khi đó độ dài đường sinh bằng

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } S_{xq} = 2\pi Rl \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi R} = \frac{8\pi}{4\pi} = 2.$$

Câu 12: Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

A. $\bar{z} = 2 - i$.

B. $\bar{z} = -1 + 2i$.

C. $\bar{z} = -1 - 2i$.

D. $\bar{z} = 1 + 2i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$.

Do đó số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là $\bar{z} = 1 + 2i$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

Ta có: $x \in (0; 2) \Rightarrow y' < 0$. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 9 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

B. $\vec{n} = (2; 3; 5)$.

C. $\vec{n} = (2; -3; -5)$.

D. $\vec{n} = (2; -3; 9)$.

Lời giải

$(P): 2x - 3y + 5z - 9 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (2; -3; 5)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là 2021.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(x) < 2021, \forall x \in \mathbb{R}$. **B. $f(x) \leq 2021, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2021$.**

C. $f(x) > 2021, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) \geq 2021, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2021$

Lời giải

Dựa vào định nghĩa GTLN, GTNN ta chọn $f(x) \leq 2021, \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0 : f(x_0) = 2021$.

Câu 16: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$. Đáy ABC nội tiếp đường tròn bán kính $R = a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

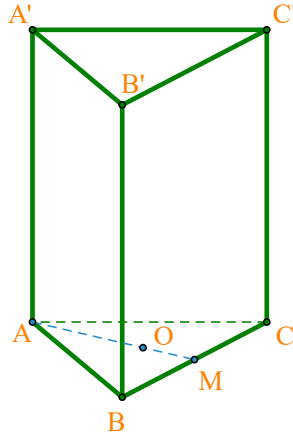
A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , M là trung điểm của BC

$$\text{Ta có } OA = R = a \Rightarrow AM = \frac{3}{2}OA = \frac{3}{2}a \Rightarrow AB = \frac{3}{2}a \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}a$$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3}a)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot 2a = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3.$$

Câu 17: Cho hai điểm A, B cố định. Tập hợp các điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi là

A. Mặt nón tròn xoay.

B. Hai đường thẳng song song.

C. Mặt trụ tròn xoay.

D. Mặt cầu.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2} \cdot d(M; AB) \cdot AB$$

Mà $S_{\triangle MAB}$, AB không đổi nên $d(M; AB)$ không đổi.

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là một mặt trụ tròn xoay.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ với m là một tham số thực. Để d thuộc mặt phẳng (P) thì giá trị thực của m bằng bao nhiêu?

A. Không tồn tại m .

B. $m = -4$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$

Lời giải

$$(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (1; m+1; -2).$$

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \Rightarrow VTCP \vec{u} = (2; 1; 2); M(2; 0; -1) \in d$$

$$\text{Để } d \text{ thuộc mặt phẳng (P) thì } \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \cdot 2 + m + 1 + 2 \cdot (-2) = 0 \\ 2 + (m+1) \cdot 0 - 2(-1) + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 19: Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương. Biết khối lập phương có thể tích bằng 36 cm^3 . Thể tích khối cầu (S) bằng

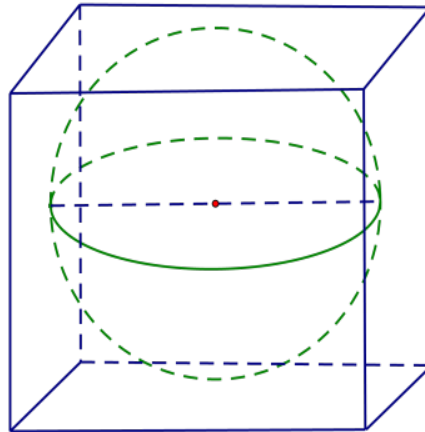
A. $9\pi \text{ cm}^3$.

B. $12\pi \text{ cm}^3$.

C. $4\pi \text{ cm}^3$.

D. $6\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải



Ta có: $V_{lp} = 36 \text{ cm}^3 \Rightarrow$ chiều dài cạnh của hình lập phương bằng $\sqrt[3]{36} \text{ cm}$

$\Rightarrow$ Bán kính khối cầu nội tiếp hình lập phương là: $r = \frac{\sqrt[3]{36}}{2} \text{ cm}$.

Vậy thể tích khối cầu (S) là: $V_{cau} = \frac{4}{3}\pi r^3 = 6\pi \text{ cm}^3$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; 3)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}. \text{ Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A, \text{ vuông góc và cắt}$$

đường thẳng d

A. $(2; 1; -1)$.

B. $(-3; 2; 3)$.

C. $(-8; 3; 5)$.

D. $(2; 1; 1)$.

Lời giải

Gọi M là giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng d

$$\text{Khi đó } M(1+t; t; -1+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t+4; t-2; 2t-4)$$

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 2)$

Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t+4+t-2+4t-8=0 \Leftrightarrow t=1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (5; -1; -2)$$

Phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

$D(2;1;1) \in \Delta$. **Chọn D**

- Câu 21:** Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2021; 2021]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung là
- A.** 2020. **B.** 2021. **C.** 4041. **D.** 4042.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = m$.

Đường tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung $\Leftrightarrow m < 0$. Do m thuộc $[-2021; 2021]$ nên $m \in \{-2021; -2020; -2019; \dots; -1\}$. Vậy có 2021 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

- Câu 22:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+2i}{1-i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{1+1} = \frac{-1+3i}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Suy ra phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là $-\frac{1}{2}$.

- Câu 23:** Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 1$. Tính $F(3)$

A. $F(3) = \frac{1}{2}$. **B.** $F(3) = 2 \ln 2 + 1$. **C.** $F(3) = \ln 2$. **D.** $F(3) = 2 \ln 2$.

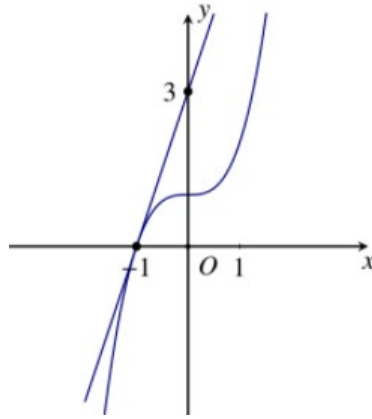
Lời giải

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C$

Mà $F(0) = 1 \Leftrightarrow 0 = \ln|0+1| + C \Leftrightarrow C = 0$

Suy ra $F(3) = \ln|3+1| = \ln 4 = 2 \ln 2$.

- Câu 24:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hê số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $g(x) = x.f(x)$ tại $x = -1$ bằng:



A. 1.

B. -1.

C. -3

D. 3

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có: $f(-1) = 0$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiếp tuyến tại $x = -1$ là đường thẳng đi qua các điểm $(-1; 0)$ và $(0; 3)$. Từ đó, tại $x = -1$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiếp tuyến là: $y = 3x + 3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại $M(x_o; y_o)$ có dạng:

$$y = f'(x_o)(x - x_o) + y_o. \text{ Suy ra } f'(-1) = 3.$$

Xét hàm số $g(x) = x.f(x)$ ta có:

$$g'(x) = f(x) + x.f'(x) \Rightarrow g'(-1) = f(-1) - f'(-1) = -3$$

Vậy, hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $g(x) = x.f(x)$ tại $x = -1$ là -3 .

Câu 25: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ (với α là một số thực âm) luôn có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

B. Hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có đạo hàm là $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x}}$.

C. Hàm số $y = \log_2 x^2$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

D. Hàm số $y = \left(\frac{2021}{2020}\right)^{x^2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Xét câu A: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = 0$. $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = 0$. Vậy A đúng.

Đáp án B sai do $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

Đáp án C sai do hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Đáp án D sai do $y(-1) = y(1)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tâm O , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa SO và mặt phẳng đáy bằng

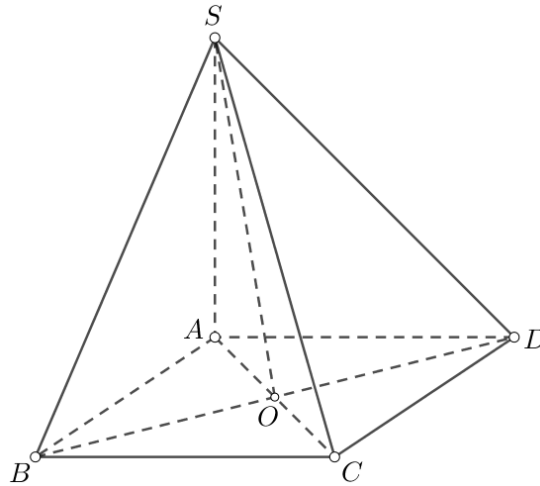
A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

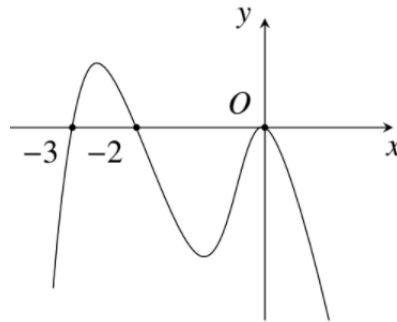


Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AO = \frac{AB}{\sqrt{2}} = a$. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AO$ là hình chiếu của

SO trên $(ABCD) \Rightarrow (SO, (ABCD)) = (SO, AO) = \widehat{SOA}$.

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ \Rightarrow (SO, (ABCD)) = 60^\circ.$$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải

Vì $f'(x) \leq 0 \forall x \in (-2; +\infty)$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-2; +\infty)$.

Câu 28: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng $\frac{4a}{5}$.

Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng $(AB'C)$.

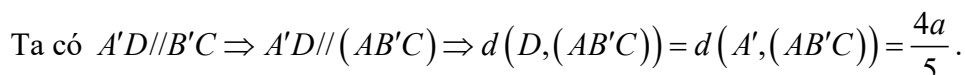
A. $\frac{6a}{5}$.

B. $\frac{2a}{5}$.

C. $\frac{4a}{5}$.

D. $\frac{8a}{5}$.

Lời giải



D. $\frac{1}{280}$.

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại.

- Câu 31:** Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ có giá trị là
A. 4. **B.** 8. **C.** 20. **D.** 14.

Lời giải

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 - \sqrt{3}i \\ z_2 = -1 + \sqrt{3}i \end{cases}$$

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = (-1)^2 + (-\sqrt{3})^2 + (-1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 8.$$

- Câu 32:** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x} > \frac{1}{49}$ là.
A. $(-\infty; 1) \dots$ **B.** $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty) \dots$ **C.** $(1; +\infty) \dots$ **D.** $(-2; 1) \dots$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x} > \frac{1}{49} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x} > \left(\frac{1}{7}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 + x < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 1 \dots$$

- Câu 33:** Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $\int_{-2}^2 [2f(x) - x] dx$.
A. 6 **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_{-2}^2 [2f(x) - x] dx = 2 \int_{-2}^2 f(x) dx - \int_{-2}^2 x dx = 2 \cdot 3 - \frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^2 = 6 - \left(\frac{2^2}{2} - \frac{(-2)^2}{2} \right) = 6.$$

$$\text{Vậy } \int_{-2}^2 [2f(x) - x] dx = 6.$$

- Câu 34:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$.

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 6

Lời giải

$$\text{Ta có } f^2(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 2$ có hai nghiệm

Phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1 + 2i)z + 3 - 4i = z + 3 - 2i$. Khi đó $|z|$ bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $(1 + 2i)z + 3 - 4i = z + 3 - 2i \Leftrightarrow 2iz = 2i \Rightarrow z = 1 \Rightarrow |z| = 1$.

Câu 36: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Bán kính của mặt cầu tiếp xúc tất cả các mặt của hình chóp bằng

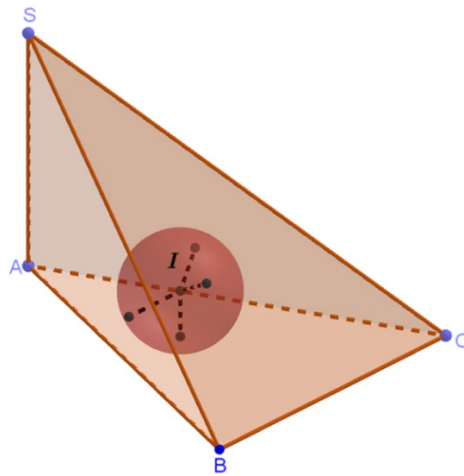
A. $\frac{3a(\sqrt{2}-1)}{2}$.

B. $\frac{a(\sqrt{2}-1)}{6}$.

C. $\frac{a(\sqrt{2}-1)}{3}$.

D. $\frac{a(\sqrt{2}-1)}{2}$.

Lời giải



Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp và r là bán kính của mặt cầu.

Ta có: $V_{SABC} = V_{IABC} + V_{ISAB} + V_{ISAC} + V_{ISBC} = \frac{1}{3}r(S_{ABC} + S_{SAB} + S_{SAC} + S_{SBC})$.

Suy ra $V_{SABC} = \frac{1}{3}r.S_{tp} \Rightarrow r = \frac{3V}{S_{tp}}$.

Mặt khác: $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}$ và $S_{tp} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{2} + \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{2} = a^2(1 + \sqrt{2})$.

$$\text{Vậy } r = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{6}}{a^2(1 + \sqrt{2})} = \frac{a(\sqrt{2}-1)}{2}.$$

Câu 37: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - 2 \cdot 2^x - m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1; 1)$. Số tập hợp con của tập hợp S là

A. 1.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $4^x - 2 \cdot 2^x - m + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - m + 3 = 0$

Đặt: $t = 2^x, t \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 2t - m + 3 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t = m - 3$

Xét hàm: $f(t) = t^2 - 2t$ với $t \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

$f'(t) = 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}; f(1) = -1; f(2) = 0$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \min f(x) = -1 < m - 3 < \max f(x) = 0 \Leftrightarrow 2 < m < 3$

$\Rightarrow S = \emptyset$. Mà tập con của S là $\emptyset$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^2 + x)$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Ta có $g'(x) = (2x + 1)f'(x^2 + x)$.

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ f'(x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x^2 + x = -1 (VN) \\ x^2 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$								$+\infty$

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^2 + x)$ là 2.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

- Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên $m \in [0; 2020]$ để hàm số $y = \frac{m \sin x - 1}{\sin x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right)$?
- A. 2020. B. 0. **C. 1.** D. 2021.

Lời giải

Đặt $t = \sin x$ khi $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right)$ thì $t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Khi đó $y = \frac{mt - 1}{t - m}$

Do hàm $t = \sin x$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right)$

Để hàm $y = \frac{m \sin x - 1}{\sin x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right)$

thì hàm $y = \frac{mt - 1}{t - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' = \frac{1 - m^2}{(t - m)^2} > 0 \\ m \notin \left(\frac{1}{2}, 1\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{2}$$

Mà m nguyên và $m \in [0; 2020]$ nên $m = 0$. Chọn. **C.**

- Câu 42:** Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + m - 1$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên đoạn $[0; 2]$ nhỏ nhất là
- A. 1. **B. 12.** C. 9. D. 11

Lời giải:

Ta có:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + m - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x$$

Xét dấu:

	$-\infty$	2	0	$+\infty$
		-	0	-
			+	

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[0; 2]$

$$\text{TH1: } f(0) > 0 \Rightarrow \max_{[0; 2]} g(x) = m + 19 > 20 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$

TH2: $f(2) < 0 \Rightarrow$ loại (Do $m \in [-10;10]$)

TH3: $f(2) > 0 \Rightarrow m > -19 \Rightarrow m \in [-10;1]$

$$f(0) \leq 0 \Rightarrow m \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} \max_{[0;2]} g(x) = -m-1 \\ \max_{[0;2]} g(x) = m+19 \end{cases}$$

Với $-m-1 \geq m+19 \Rightarrow m \leq -10$

Với $-m-1 \leq m+19 \Rightarrow m \geq -10$

$\Rightarrow \max_{[0;2]} g(x)$ nhỏ nhất là: $-m-1$ khi: $-10 \leq m \leq 1$. Vậy có 12 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ là

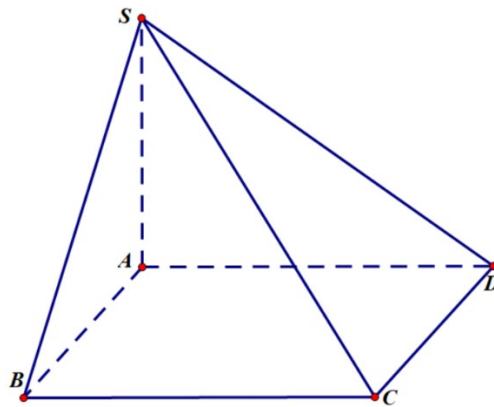
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3 \pi}{2}$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow A$ thuộc mặt cầu đường kính AC

Có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow B$ thuộc mặt cầu đường kính SC

Tương tự $SD \perp DC \Rightarrow D$ thuộc mặt cầu đường kính SC .

Vậy S, A, B, C, D thuộc mặt cầu đường kính SC .

Ta có $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A : $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a \Rightarrow R = a$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng.

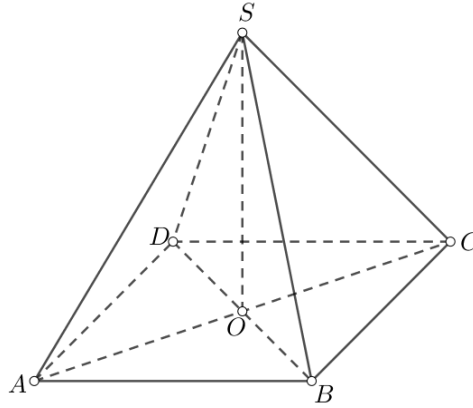
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

C. $\frac{\pi a^3}{6}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

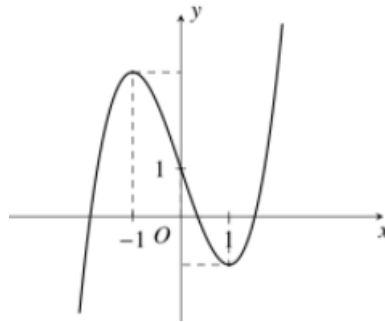
Lời giải



Ta có $AO = \frac{AB}{\sqrt{2}} = a$. Khối nón đã cho có bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao

$$h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a, \text{ do đó có thể tích là } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{\pi a^3}{6}.$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ sao cho $|f(1) - f(-1)| \leq 2$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) - e^x = m$ có nghiệm thuộc $(-1; 1)$ khi



A. $f(1) - e < m < f(-1) - \frac{1}{e}$.

B. $f(-1) - \frac{1}{e} < m < f(1) - e$.

C. $f(1) - 3 < m \leq f(0) - 1$.

D. $f(-1) - \frac{1}{3} < m \leq f(0) - 1$

Lời giải

Đặt $g(x) = f(x) - e^x$

Ta có $g'(x) = f'(x) - e^x$

Ta thấy $f'(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$ và e^x đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$ nên $g'(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$

Phương trình $f(x) - e^x = m$ có nghiệm thuộc $(-1; 1)$ có nghiệm tương đương phương trình

$$m = g(x) \text{ có nghiệm thuộc } (-1; 1) \Leftrightarrow g(1) < m < g(-1) \Leftrightarrow f(1) - e < m < f(-1) - \frac{1}{e}.$$

Câu 46: Xét hàm số $F(x) = \int_1^x \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt$. Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào nhỏ nhất?

A. $F(1)$.

B. $F(2021)$.

C. $F(0)$.

D. $F(-1)$.

Lời giải

Ta có:

$$F(1) = \int_1^1 \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt = 0$$

$$F(2021) = \int_1^{2021} \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt > 0 \text{ vì } \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} > 0, \in [1; 2021]$$

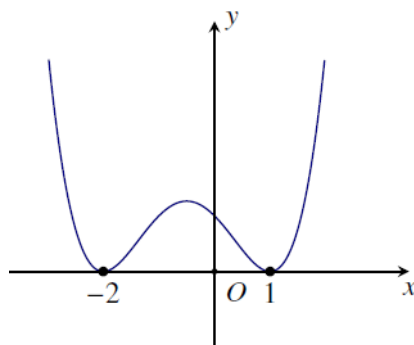
$$F(0) = \int_1^0 \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt = -\int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt < 0$$

$$F(-1) = \int_1^{-1} \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt = -\int_{-1}^0 \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt - \int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt < -\int_{-1}^0 \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt$$

$$(\text{vì } \int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt > 0 \text{ do } \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} > 0, \in [0; 1])$$

Vậy $F(-1)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và có đồ thị như hình bên. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng $\frac{214}{5}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành.



A. $\frac{81}{20}$

B. $\frac{81}{10}$

C. $\frac{17334}{635}$

D. $\frac{17334}{1270}$

Lời giải

Theo hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $(-2; 0)$, $(1; 0)$ và $f'(1) = 0, f'(-2) = 0$ và tiếp xúc Ox ta có thể đặt $f(x) = a(x+2)^2(x-1)^2, (a \neq 0)$.

Khi đó $f'(x) = a(4x^3 + 6x^2 - 6x - 4)$.

Xét phương trình $f(x) = f'(x)$

$$\Leftrightarrow a(x+2)^2(x-1)^2 = a(4x^3 + 6x^2 - 6x - 4) \Leftrightarrow x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Theo giả thiết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của $f(x)$ và $f'(x)$ là: $\frac{214}{5}$

$$\text{Ta có: } \frac{214}{5} = a \int_{-2}^4 |x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 2x + 8| dx \Leftrightarrow \frac{214}{5} = \frac{428a}{5} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là

$$S = \int_{-2}^1 \frac{1}{2} (x+2)^2 (x-1)^2 dx = \frac{81}{20}.$$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; -1; 2)$ và $B(5; -1; 1)$. Đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng AB lên mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 2 = 0$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; 2)$. Tính $S = a + b$.

A. -4.

B. -2.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc (P) .

Khi đó, đường thẳng $d' = (P) \cap (Q)$.

$$\text{Có } \begin{cases} \vec{n}_{(Q)} \perp \overrightarrow{AB}(7; 0; -1) \\ \vec{n}_{(Q)} \perp \vec{n}_{(P)}(1; 2; 1) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn } \vec{n}_{(Q)} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(P)}] = (2; -8; 14).$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} \vec{u}_{(d')} \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_{(d')} \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn } \vec{u}_{(d')} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (36; -12; -12) \text{ cùng phương với } \vec{u}(-6; 2; 2)$$

Như vậy $a = -6, b = 2 \Rightarrow a + b = -4$.

Câu 49: Xét hàm số $y = f(x) = x^4 + 2mx^3 - (m+1)x^2 + 2m - 2$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại là

A. 1

B. Vô số.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) = 4x^3 + 6mx^2 - 2(m+1)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 6mx^2 - 2(m+1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + 3mx - (m+1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

TH1: (1) vô nghiệm hoặc nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow (3m)^2 + 8(m+1) \leq 0 \Leftrightarrow 9m^2 + 8m + 8 \leq 0$ không tồn tại m .

$$\text{TH2: (1) có nghiệm } x = 0 \Leftrightarrow m = -1. \text{ Lúc đó } y' = 4x^3 - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = 0 \\ x_3 = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ hay hàm số đạt cực}$$

tiểu tại $x = \frac{3}{2}$.

Vậy có duy nhất 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $5f(x) - (f'(x))^2 = x^2 + x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn hàm $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) (lý do: về phải là hàm đa thức bậc hai).

$$\Rightarrow f'(x) = 2ax + b.$$

$$\text{Ta có } 5f(x) - (f'(x))^2 = x^2 + x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow 5ax^2 + 5bx + 5c - (4a^2x^2 + 4abx + b^2) = x^2 + x + 4$$

$$\Leftrightarrow (5a - 4a^2)x^2 + (5b - 4ab)x + (5c - b^2) = x^2 + x + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a^2 + 5a = 1 \\ 5b - 4ab = 1 \\ 5c - b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \\ a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{4} \\ c = \frac{13}{16} \end{cases}$$

$$\text{Khi } \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \text{ ta có } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + x + 1) dx = \frac{11}{6}.$$

$$\text{Khi } \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{4} \\ c = \frac{13}{16} \end{cases} \text{ ta có } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{13}{16} \right) dx = \frac{49}{48}.$$

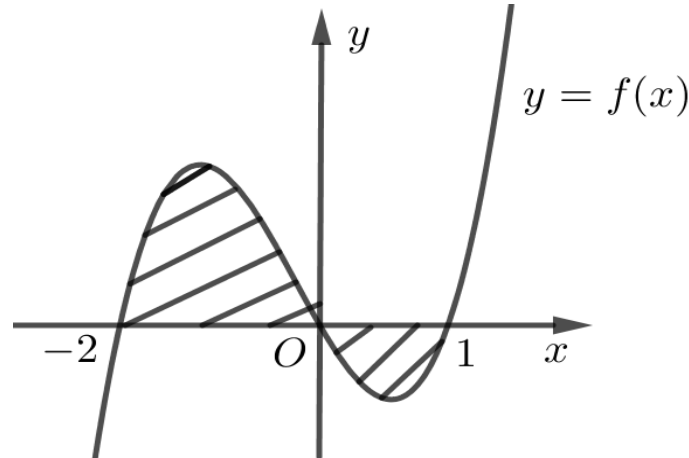
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 29 (100TN)

- Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là
- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_0^b f^2(x) dx$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình $2x - y + 3z - 1 = 0$?
- A. $\vec{n}_4 = (2; 3; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -1; -1)$. C. $\vec{n}_1 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$.
- Câu 3:** Môđun của số phức $z = 3 - i$?
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{10}$. C. 8. D. 10.
- Câu 4:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là
- A. $e^x + C$. B. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. C. $xe^{x-1} + C$. D. $xe^x + C$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(3; 4; -3)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(1; 3; 0)$. B. $(2; 1; -3)$. C. $(2; 6; 0)$. D. $(-2; -1; 3)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ có bán kính bằng
- A. $\sqrt{55}$. B. $\sqrt{10}$. C. 4. D. 16.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-2}{5}$?
- A. $\vec{b} = (3; 3; 5)$. B. $\vec{v} = (1; -2; 2)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; 2)$. D. $\vec{a} = (3; -3; 5)$.
- Câu 8:** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Tìm số phức $z = z_1 - 2z_2$.
- A. $z = -5 - 10i$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = 4 - 6i$. D. $z = -5 + 6i$.
- Câu 9:** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 4i$ và $z_2 = -3 + i$. Phần thực của số phức $w = z_1 + z_2$ bằng
- A. -3. B. 2. C. -2. D. 8.
- Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là một số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. $\int_a^a f(x) dx = a^2$. B. $\int_a^a f(x) dx = 0$. C. $\int_a^a f(x) dx = 1$. D. $\int_a^a f(x) dx = 2a$.
- Câu 11:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - 4z + 7 = 0$. Tính $P = z_1 + z_2$.
- A. $P = \frac{7}{3}$. B. $P = \frac{4}{3}$. C. $P = \frac{-7}{3}$. D. $P = -\frac{4}{3}$.
- Câu 12:** Cho hàm số $f(x) = x^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$. **B.** $\int x^2 dx = \frac{x^2}{2} + C$. **C.** $\int x^2 dx = 2x + C$. **D.** $\int x^2 dx = x^3 + C$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo trong hình bằng



A. $\int_{-2}^1 f(x) dx$. **B.** $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.
C. $\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$. **D.** $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 5$ có tọa độ là

A. $(3; -1; 5)$. **B.** $(-3; 1; -5)$. **C.** $(3; 1; 5)$. **D.** $(-3; -1; -5)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 2; 0)$, $B(1; 4; 3)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2; 2; 3)$. **B.** $(-2; 2; 3)$. **C.** $(2; -2; -3)$. **D.** $(2; -2; 3)$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(-2; 5)$ biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $5 + 2i$. **B.** $2 + 5i$. **C.** $5 - 2i$. **D.** $-2 + 5i$.

Câu 17: Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 18: Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 19: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. $\frac{61}{3}$. **B.** 4. **C.** $\frac{61}{9}$. **D.** 61.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (0; -1; 2)$ là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x=1 \\ y=-2-t \\ z=3+2t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x=1 \\ y=-2+t \\ z=3+2t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=3+2t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x=t \\ y=-2-t \\ z=3+2t \end{cases} \end{array}$$

Câu 21: Cho số phức $z = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 2. B. $-2i$. C. -2 . D. $2i$.

Câu 22: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(3 + 2\ln x)$ và $F(1) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = 2x^2 + 2x^2 \ln x + 1$. B. $F(x) = 2x^2 + 2x^2 \ln x - 1$.
C. $F(x) = 4x^2 + 2x^2 \ln x$. D. $F(x) = 4x^2 + 2x^2 \ln x - 1$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 2)$ và đi qua $M(2; 0; 1)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$.

Câu 24: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$ và M, N lần lượt là hai điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Tính $T = OM + ON$.

A. $T = \frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $T = \frac{2}{3}$. C. $T = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $T = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i = zi$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = -5$. B. $S = 3$. C. $S = -3$. D. $S = 3$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u}(1; -1; 2), \vec{v}(2; 3; 1)$. Vector $[\vec{u}, \vec{v}]$ (tích có hướng của hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$) có tọa độ

A. $(-7; 3; -5)$. B. $(-7; 3; 5)$. C. $(7; -3; -5)$. D. $(6; -3; 1)$.

Câu 27: Tính mô-đun của số phức z biết $z(1+i) + 3i = 1$

A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = -\sqrt{5}$. C. $|z| = -5$. D. $|z| = 5$.

Câu 28: Cho $\int_a^c f(x)dx = 17$ và $\int_b^c f(x)dx = -11$ với $a < c < b$. Tính $I = \int_a^b f(x)dx$

A. $I = 28$. B. $I = 6$.
C. $I = -6$. D. $I = -28$.

Câu 29: Tìm số phức z biết $\bar{z} = (5 - 2i)(i + 1)$.

A. $z = 7 - 3i$. B. $z = -7 - 3i$. C. $z = 7 + 3i$. D. $z = -7 + 3i$.

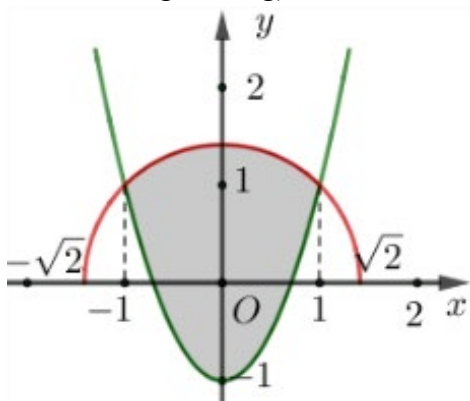
Câu 30: Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3]dx$ bằng

A. $J = 9$. B. $J = 18$. C. $J = 6$. D. $J = 4$.

- Câu 31:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay (H) quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích bằng (đvtt)
- A. $\frac{5\pi}{31}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. $\frac{31\pi}{5}$. D. $\frac{7\pi}{3}$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-2)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d là?
- A. $x + 2y - 3z - 1 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 7 = 0$.
C. $x + 2y - 3z - 13 = 0$. D. $x + 2y + 3z - 1 = 0$.
- Câu 33:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là
- A. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $-\cos 2x + C$. C. $2 \cos 2x + C$. D. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(1;0;2), N(2;1;0), P(0;1;3)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là
- A. $3x + y + 2z - 7 = 0$. B. $3x + y + 2z + 7 = 0$. C. $-2x + 4y + z = 0$. D. $5x - 3y + z - 7 = 0$.
- Câu 35:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a - b$.
- A. $P = -1$. B. $P = 2$. C. $P = -\frac{1}{2}$. D. $P = \frac{1}{2}$.
- Câu 36:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$ và $(z-1)(\bar{z}+i)$ là số thực?
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 37:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt[3]{x^2+1}$ là
- A. $\frac{1}{8}\sqrt[3]{x^2+1} + C$. B. $\frac{3}{8}(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1} + C$.
C. $\frac{1}{8}(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1} + C$. D. $\frac{3}{8}\sqrt[3]{x^2+1} + C$.
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ có phương trình là
- A. $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$. B. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$. C. $\frac{x-4}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.
- Câu 39:** Biết $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 7x + 12} = a \ln 5 + b \ln 4 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a + 3b + 5c = 0$. B. $a - 3b + 5c = -1$. C. $a - b + c = 2$. D. $a + b + c = -2$.
- Câu 40:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ bằng
- A. $\frac{937}{12}$. B. $\frac{343}{12}$. C. $\frac{793}{4}$. D. $\frac{397}{4}$.

- Câu 41:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |z(1 + 2i)|$ là một đường tròn. Tâm và bán kính của đường tròn đó lần lượt là
- A.** $I\left(0; -\frac{1}{2}\right), R = 1$ **B.** $I\left(-\frac{1}{2}; 0\right), R = 1$.
- C.** $I\left(-\frac{1}{2}; 0\right), R = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $I\left(0; -\frac{1}{2}\right), R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 42:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và tạo với (P) một góc φ , với $\cos \varphi = \frac{5}{6}$. Biết rằng $\vec{n} = (2; b; c)$ (với $b < 0$) là một vector pháp tuyến của (Q) . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** $b + c = -6$. **B.** $b + c = -24$. **C.** $b + c = 2$. **D.** $b + c = 12$.
- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình của mặt phẳng đi qua $M(2; 1; 0)$ và chứa đường thẳng d là
- A.** $4x - 6y - z + 2 = 0$. **B.** $4x - 6y - z - 2 = 0$. **C.** $x - 2y = 0$. **D.** $2x + y + 2z - 5 = 0$.
- Câu 44:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 1)$. Gọi $M(x; y; 0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Đặt $T = x + y$, khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** $T \in \left(\frac{13}{2}; 7\right]$. **B.** $T \in (1; 5]$. **C.** $T \in (7; 10)$. **D.** $T \in \left(5; \frac{13}{2}\right]$.
- Câu 45:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và hai điểm $A(5; 0; 3)$, $B(9; -3; 4)$. Gọi $(P), (Q)$ lần lượt là hai mặt phẳng chứa AB và tiếp xúc với (S) tại M, N , tính độ dài đoạn thẳng MN .
- A.** 5. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{24}{5}$.
- Câu 46:** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z + 5i|$ và $w = iz + 10$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ đạt được khi $w = a + bi$. Tính $P = a^2 - b^2$
- A.** -18. **B.** 12. **C.** 128. **D.** 160.
- Câu 47:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 [f'(x) + x] e^{x^2} dx = 3$;
 $f(2) = 4$; $f(0) = 0$. Biết $\int_0^2 xf(x) e^{x^2} dx = \frac{ae^b + c}{b}$ với a, b, c là các số nguyên. Khi đó $a^2 + b^2 - c$ bằng
- A.** 104. **B.** 146. **C.** 90. **D.** 48.
- Câu 48:** Người ta muốn trồng một vườn hoa cắm tú cầu trên một mảnh vườn giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường tròn có bán kính $\sqrt{2}$ mét (như phần tô đậm trong hình vẽ). Biết rằng

để trồng một mét vuông hoa cần ít nhất 250 ngàn đồng. Số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa hình tứ giác gần bằng (làm tròn đến ngàn đồng)



- A. 893 ngàn đồng. B. 809 ngàn đồng.
C. 476 ngàn đồng. D. 559 ngàn đồng.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$. A, B là hai điểm thuộc (S) sao cho $AB = 6$. Gọi $M(a; b; c)$ là trung điểm của đoạn AB . Hãy tính $P = a + b + c$ trong trường hợp $a + 2b + 2c$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = \frac{2\sqrt{35}}{5}$. B. $P = \frac{25}{3}$. C. $\frac{26}{3}$. D. $\frac{31}{2}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $a: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-2}$, $b: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$, $c: \frac{x-5}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{3}$. Gọi d là đường thẳng song với c đồng thời cắt hai đường thẳng a và b .

Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

- A. $K(1; -6; 6)$ B. $M(4; 1; -7)$ C. $H(-2; 3; 0)$ D. $P(4; 10; 17)$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_0^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Ứng dụng tích phân để tính diện tích ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình $2x - y + 3z - 1 = 0$?

A. $\vec{n}_4 = (2; 3; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -1; -1)$. C. $\vec{n}_1 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$.

Lời giải

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình $2x - y + 3z - 1 = 0$ là $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$.

Câu 3: Môđun của số phức $z = 3 - i$?

A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{10}$. C. 8. D. 10.

Lời giải

Môđun của số phức là $|z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là

A. $e^x + C$. B. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. C. $xe^{x-1} + C$. D. $xe^x + C$.

Lời giải

Theo bảng nguyên hàm cơ bản chọn đáp án A.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(3; 4; -3)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1; 3; 0)$. B. $(2; 1; -3)$. C. $(2; 6; 0)$. D. $(-2; -1; 3)$.

Lời giải

Gọi $I(x; y; z)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó
$$\begin{cases} x = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ y = \frac{2+4}{2} = 3 \\ z = \frac{3-3}{2} = 0 \end{cases}$$

Vậy $I(1; 3; 0)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{55}$. B. $\sqrt{10}$. C. 4. D. 16.

Lời giải

Phương trình mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a = -4 \\ -2b = 6 \\ -2c = 0 \\ d = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = -3 \end{cases}$$

Bán kính của mặt cầu là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-2}{5}?$$

- A. $\vec{b} = (3; 3; 5)$. B. $\vec{v} = (1; -2; 2)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; 2)$. **D. $\vec{a} = (3; -3; 5)$.**

Lời giải

Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (3; -3; 5)$.

Câu 8: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Tìm số phức $z = z_1 - 2z_2$.

- A. $z = -5 - 10i$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = 4 - 6i$. **D. $z = -5 + 6i$.**

Lời giải

$$z = z_1 - 2z_2 = 1 - 2i - 2(3 - 4i) = -5 + 6i.$$

Câu 9: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 4i$ và $z_2 = -3 + i$. Phần thực của số phức $w = z_1 + z_2$ bằng

- A. -3 . **B. 2 .** C. -2 . D. 8 .

Lời giải

Ta có $w = z_1 + z_2 = 5 - 4i - 3 + i = 2 - 3i$, w có phần thực bằng 2 .

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là một số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int_a^a f(x) dx = a^2$. **B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.** C. $\int_a^a f(x) dx = 1$. D. $\int_a^a f(x) dx = 2a$.

Lời giải

Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

$$\text{Ta có } \int_a^a f(x) dx = F(x) \Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0.$$

Câu 11: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - 4z + 7 = 0$. Tính $P = z_1 + z_2$.

- A. $P = \frac{7}{3}$. **B. $P = \frac{4}{3}$.** C. $P = \frac{-7}{3}$. D. $P = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng Viet ta có: } P = z_1 + z_2 = \frac{-B}{A} = \frac{4}{3}.$$

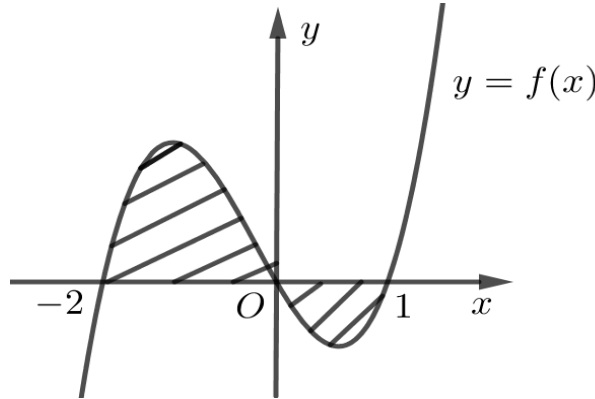
Câu 12: Cho hàm số $f(x) = x^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$. **B.** $\int x^2 dx = \frac{x^2}{2} + C$. **C.** $\int x^2 dx = 2x + C$. **D.** $\int x^2 dx = x^3 + C$.

Lời giải

Ta có $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo trong hình bằng



A. $\int_{-2}^1 f(x) dx$. **B.** $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.
C. $\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$. **D.** $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$.

Lời giải

Gọi diện tích phần gạch chéo là S khi đó

$$S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 5$ có tọa độ là

A. $(3; -1; 5)$. **B.** $(-3; 1; -5)$. **C.** $(3; 1; 5)$. **D.** $(-3; -1; -5)$.

Lời giải

Tâm của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 5$ là $(3; -1; 5)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 2; 0)$, $B(1; 4; 3)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2; 2; 3)$. **B.** $(-2; 2; 3)$. **C.** $(2; -2; -3)$. **D.** $(2; -2; 3)$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 3)$$

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(-2; 5)$ biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $5 + 2i$. **B.** $2 + 5i$. **C.** $5 - 2i$. **D.** $-2 + 5i$.

Lời giải

Điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$.

Do đó điểm $M(-2; 5)$ là điểm biểu diễn số phức $-2 + 5i$.

Câu 17: Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Câu 18: Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } |\bar{z}| = |z| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

Câu 19: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. $\frac{61}{3}$.

B. 4.

C. $\frac{61}{9}$.

D. 61.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^2 (x+3)^2 dx = \int_1^2 (x+3)^2 d(x+3) = \frac{61}{3}.$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (0; -1; 2)$ là

A.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (u_1; u_2; u_3) \text{ có dạng } \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \\ z = z_0 + u_3 t \end{cases}$$

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có một vector chỉ phương

$$\vec{u} = (0; -1; 2) \text{ là } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Câu 21: Cho số phức $z = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 2.

B. $-2i$.

C. -2 .

D. $2i$.

Lời giải

Ta có $\bar{z} = 3 - 2i$ nên có phần ảo bằng -2

Câu 22: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(3 + 2 \ln x)$ và $F(1) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = 2x^2 + 2x^2 \ln x + 1.$

B. $F(x) = 2x^2 + 2x^2 \ln x - 1.$

C. $F(x) = 4x^2 + 2x^2 \ln x.$

D. $F(x) = 4x^2 + 2x^2 \ln x - 1.$

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 3 + 2 \ln x \Rightarrow du = \frac{2}{x} dx \\ dv = 2x dx \Rightarrow v = x^2 \end{cases}$$

$$\int f(x) dx = x^2 (3 + 2 \ln x) - \int 2x dx = x^2 (3 + 2 \ln x) - x^2 + C = 2x^2 + 2x^2 \ln x + C.$$

$$\text{Mà } F(1) = 3 \Rightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = 2x^2 + 2x^2 \ln x + 1$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 2)$ và đi qua $M(2; 0; 1)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}.$

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2.$

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overline{IM} = (0; 1; -1) \Rightarrow IM = \sqrt{0^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{Vì mặt cầu tâm } I(2; -1; 2) \text{ và đi qua } M(2; 0; 1) \text{ nên } R = IM = \sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra phương trình mặt cầu cần tìm là: } (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2.$$

Câu 24: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$ và M, N lần lượt là hai điểm biểu diễn của $z_1, \bar{z}_2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Tính $T = OM + ON$.

A. $T = \frac{\sqrt{14}}{3}.$

B. $T = \frac{2}{3}.$

C. $T = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

D. $T = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 3z^2 - z + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1 + \sqrt{11}i}{6} \\ z_2 = \frac{1 - \sqrt{11}i}{6} \Rightarrow \bar{z}_2 = \frac{1 + \sqrt{11}i}{6} \end{cases}$$

Vì M, N lần lượt là hai điểm biểu diễn của $z_1, \bar{z}_2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy nên

$$M\left(\frac{1}{6}; \frac{\sqrt{11}}{6}\right); N\left(\frac{1}{6}; \frac{\sqrt{11}}{6}\right) \Rightarrow OM = ON = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Suy ra } T = OM + ON = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 25: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i = zi$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = -5$.

B. $S = 3$.

C. $S = -3$.

D. $S = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } z + 1 + 3i = zi \Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i = (a + bi)i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = -b \\ b + 3 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Nên } S = a + 3b = 1 - 6 = -5.$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u}(1; -1; 2), \vec{v}(2; 3; 1)$. Vector $[\vec{u}, \vec{v}]$ (tích có hướng của hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$) có tọa độ

A. $(-7; 3; -5)$.

B. $(-7; 3; 5)$.

C. $(7; -3; -5)$.

D. $(6; -3; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } [\vec{u}, \vec{v}] = (-7; 3; 5).$$

Câu 27: Tính mô-đun của số phức z biết $z(1+i) + 3i = 1$

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $|z| = -\sqrt{5}$.

C. $|z| = -5$.

D. $|z| = 5$.

Lời giải

Cách 1: Giả sử $z = a + bi$

Ta có:

$$z(1+i) + 3i = 1 \Leftrightarrow (a+bi)(1+i) + 3i = 1 \Leftrightarrow a + ai + bi - b + 3i = 1 \Leftrightarrow (a-b-1) + (a+b+3)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b-1=0 \\ a+b+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

Cách 2: Ta có $z = \frac{1-3i}{1+i} = -1-2i$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

Câu 28: Cho $\int_a^c f(x)dx = 17$ và $\int_b^c f(x)dx = -11$ với $a < c < b$. Tính $I = \int_a^b f(x)dx$

A. $I = 28$.

B. $I = 6$.

C. $I = -6$.

D. $I = -28$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = 17 - \int_b^c f(x)dx = 17 + 11 = 28$$

Câu 29: Tìm số phức z biết $\bar{z} = (5-2i)(i+1)$.

A. $z = 7-3i$

B. $z = -7-3i$.

C. $z = 7+3i$.

D. $z = -7+3i$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \bar{z} = (5-2i)(i+1) = 5i + 5 + 2 - 2i = 7 + 3i.$$

Ta suy ra $z = 7 - 3i$.

Câu 30: Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

A. $J = 9$.

B. $J = 18$.

C. $J = 6$.

D. $J = 4$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx = 4 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 3 dx = 4 \cdot 3 - (3x) \Big|_0^2 = 12 - (6 - 0) = 6.$$

Câu 31: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay (H) quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích bằng (đvtt)

A. $\frac{5\pi}{31}$.

B. $\frac{9\pi}{2}$.

C. $\frac{31\pi}{5}$.

D. $\frac{7\pi}{3}$.

Lời giải

Thể tích của khối tròn xoay là:

$$V = \pi \int_1^2 (x^2)^2 dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big|_1^2 = \frac{\pi}{5} (2^5 - 1) = \frac{31}{5} \pi.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -2)$ và đường thẳng d có phương trình

$$\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}. \text{ Phương trình của mặt phẳng đi qua } M \text{ và vuông góc với } d \text{ là?}$$

A. $x + 2y - 3z - 1 = 0$.

B. $x - 2y - 3z - 7 = 0$.

C. $x + 2y - 3z - 13 = 0$.

D. $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm

Do $(\alpha) \perp d$ nên (α) nhận VTCP $\vec{u} = (1; 2; -3)$ của d làm VTPT

Phương trình của (α) là: $1(x - 3) + 2(y - 2) - 3(z + 2) = 0$

$$\Leftrightarrow x + 2y - 3z - 13 = 0.$$

Câu 33: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

A. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

B. $-\cos 2x + C$.

C. $2 \cos 2x + C$.

D. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức nguyên hàm } \int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$$

$$\text{Như vậy: } \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(1; 0; 2)$, $N(2; 1; 0)$, $P(0; 1; 3)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $3x + y + 2z - 7 = 0$.

B. $3x + y + 2z + 7 = 0$.

C. $-2x + 4y + z = 0$.

D. $5x - 3y + z - 7 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1; 1; -2)$ và $\overrightarrow{MP} = (-1; 1; 1)$. Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) .
Mặt phẳng (MNP) đi qua M, N, P nên có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (3; 1; 2)$.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $3(x-1) + (y-0) + 2(z-2) = 0$
 $\Leftrightarrow 3x + y + 2z - 7 = 0$.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a - b$.

A. $P = -1$.

B. $P = 2$.

C. $P = -\frac{1}{2}$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i$

$\Leftrightarrow a+bi+ai-b+2a-2bi=3+2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases}$. Suy ra $P = a - b = 2$.

Câu 36: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-2-3i| = 2\sqrt{2}$ và $(z-1)(\bar{z}+i)$ là số thực?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có:

$|z-2-3i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |(a-2) + (b-3)i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (a-2)^2 + (b-3)^2 = 8$ (*)

$(z-1)(\bar{z}+i) = z\bar{z} + iz - \bar{z} - i = a^2 + b^2 + ai - b - a + bi - i$ là số thực khi $a + b - 1 = 0$

$\Leftrightarrow b = 1 - a$ thay vào (*) ta được $(a-2)^2 + (-a-2)^2 = 8 \Leftrightarrow 2a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

Suy ra $b = 1 \Rightarrow z = i$. Vậy có một số phức z thỏa đề bài.

Câu 37: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt[3]{x^2+1}$ là

A. $\frac{1}{8}\sqrt[3]{x^2+1} + C$.

B. $\frac{3}{8}(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1} + C$.

C. $\frac{1}{8}(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1} + C$.

D. $\frac{3}{8}\sqrt[3]{x^2+1} + C$.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{x^2+1} \Rightarrow t^3 = x^2+1 \Rightarrow 3t^2 dt = 2x dx$. Ta có:

$\int x\sqrt[3]{x^2+1} dx = \int \sqrt[3]{x^2+1} \cdot x dx = \int t \cdot \frac{3}{2} t^2 dt = \frac{3}{2} \int t^3 dt = \frac{3}{2} \cdot \frac{t^4}{4} + C$

$= \frac{3}{8} \sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C = \frac{3}{8} (x^2+1) \sqrt[3]{x^2+1} + C$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ có phương trình là

A. $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-4}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn $M(1;0;3) \in d$. Gọi A là giao điểm của (P) và d , M' là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì đường thẳng AM là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên (P) .

+) Tìm tọa độ điểm A :

Vì $A \in d \Rightarrow A(2t+1; -t; t+3)$.

$$\text{Mà } A \in (P) \Rightarrow 2t+1-2.(-t)+2(t+3)-2=0 \Leftrightarrow 6t+5=0 \Leftrightarrow t=-\frac{5}{6} \Rightarrow A\left(-\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{13}{6}\right).$$

+) Tìm tọa độ điểm M' :

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với (P) thì $d \cap (P) = \{M'\}$ và véc tơ pháp tuyến của (P) : $\vec{n}(1; -2; 2)$ là véc tơ chỉ phương của Δ .

$$\text{Ta được } \Delta: \begin{cases} x=1+u \\ y=-2u \\ z=3+2u \end{cases} \Rightarrow M'(1+u; -2u; 3+2u).$$

$$\text{Mà } M' \in (P) \Rightarrow 1+u-2.(-2u)+2(3+2u)-2=0 \Leftrightarrow 9u+5=0 \Leftrightarrow u=-\frac{5}{9} \Rightarrow M'\left(\frac{4}{9}; \frac{10}{9}; \frac{17}{9}\right)$$

+) Viết phương trình đường thẳng AM' :

Véc tơ $\overrightarrow{AM'}\left(\frac{10}{9}; \frac{5}{18}; \frac{-5}{18}\right) \uparrow \uparrow \vec{u}(4; 1; -1)$ nên $\vec{u}$ là véc tơ chỉ phương của AM' .

$$\text{Ta có phương trình chính tắc đường thẳng } AM': \frac{x+\frac{2}{3}}{4} = \frac{y-\frac{5}{6}}{1} = \frac{z-\frac{13}{6}}{-1}.$$

$$\text{Nhận thấy } N(0; 1; 2) \in AM' \text{ nên } AM': \frac{x}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

Vậy hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng

$(P): x-2y+2z-2=0$ là đường thẳng AM' có phương trình là $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 39: Biết $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+7x+12} = a \ln 5 + b \ln 4 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây

đúng?

A. $a+3b+5c=0$. **B.** $a-3b+5c=-1$.

C. $a-b+c=2$. **D.** $a+b+c=-2$.

Lời giải

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+7x+12} = \int_0^1 \frac{dx}{(x+3)(x+4)} = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) dx = (\ln|x+3| - \ln|x+4|) \Big|_0^1 = -\ln 5 + 2 \ln 4 - \ln 3.$$

$$\Rightarrow a+3b+5c=0.$$

Câu 40: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$ bằng

A. $\frac{937}{12}$,

B. $\frac{343}{12}$.

C. $\frac{793}{4}$.

D. $\frac{397}{4}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ là

$$\begin{aligned} -x^3 + 12x &= -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 12 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ bằng

$$\int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \frac{937}{12}.$$

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |z(1 + 2i)|$ là một đường tròn. Tâm và bán kính của đường tròn đó lần lượt là

A. $I\left(0; -\frac{1}{2}\right), R = 1$ **B.** $I\left(-\frac{1}{2}; 0\right), R = 1$.

C. $I\left(-\frac{1}{2}; 0\right), R = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $I\left(0; -\frac{1}{2}\right), R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$

Ta có:

$$|z - 2i| = |z(1 + 2i)|$$

$$\Leftrightarrow |x + (y - 2)i| = |x + yi|(1 + 2i)|$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 5(x^2 + y^2)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + y - 1 = 0$$

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |z(1 + 2i)|$ là một đường tròn có tâm $I\left(0; -\frac{1}{2}\right)$

và bán kính $R = \sqrt{0^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và tạo với (P) một góc φ , với $\cos \varphi = \frac{5}{6}$. Biết rằng $\vec{n} = (2; b; c)$ (với $b < 0$) là một vector pháp tuyến của (Q) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b+c=-6$.

B. $b+c=-24$.

C. $b+c=2$.

D. $b+c=12$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;1)$,

Đường thẳng d một vector chỉ phương của là $\vec{u}_d=(1;1;-1)$.

$$\text{Vì } d \subset (Q) \Rightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1.2 + 1.b - 1.c = 0 \Leftrightarrow c = b + 2. \quad (1)$$

$$\text{Ta lại có } \cos((Q), (P)) = \cos \varphi = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_{(P)}, \vec{n}) \right| = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{|1.2 + 2.b + 1.c|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{4+b^2+c^2}} = \frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6} \cdot |2b + c + 2| = 5 \cdot \sqrt{4+b^2+c^2}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \sqrt{6} \cdot |3b + 4| = 5 \cdot \sqrt{2b^2 + 4b + 8} \Leftrightarrow 6(9b^2 + 24b + 16) = 25(2b^2 + 4b + 8)$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 + 44b - 104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -13 \Rightarrow c = -11 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } b+c=-13+(-11)=-24.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình của mặt phẳng đi qua $M(2;1;0)$ và chứa đường thẳng d là

A. $4x-6y-z+2=0$.

B. $4x-6y-z-2=0$.

C. $x-2y=0$.

D. $2x+y+2z-5=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;2)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$.

Suy ra mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(2;1;0)$ và có vec-tơ pháp tuyến $[\vec{u}, \vec{MA}]=(4;-6;-1)$ nên mặt phẳng có phương trình: $4x-6y-z-2=0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;1)$. Gọi $M(x;y;0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Đặt $T=x+y$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $T \in \left(\frac{13}{2}; 7\right]$.

B. $T \in (1;5]$.

C. $T \in (7;10)$.

D. $T \in \left[5; \frac{13}{2}\right]$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(Oxy): z=0$.

Nhận thấy $A(1;2;3)$, $B(3;4;1)$ nằm về một phía so với (Oxy) .

Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $H(1;2;0)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (Oxy) , khi đó $A'(1;2;-3)$.

Ta có: $\overrightarrow{A'B} = (2; 2; 4)$, phương trình đường thẳng $A'B$:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

Gọi $I = A'B \cap (Oxy)$. Khi đó, tọa độ điểm I là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{7}{2} \\ z = 0 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}; 0\right).$$

Với mọi điểm M thuộc (Oxy) ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Do đó $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $A'B$ khi và chỉ khi $M \equiv I$.

$$\text{Vậy } T = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 6 \in \left(5; \frac{13}{2}\right]$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và hai điểm $A(5; 0; 3), B(9; -3; 4)$. Gọi $(P), (Q)$ lần lượt là hai mặt phẳng chứa AB và tiếp xúc với (S) tại M, N , tính độ dài đoạn thẳng MN .

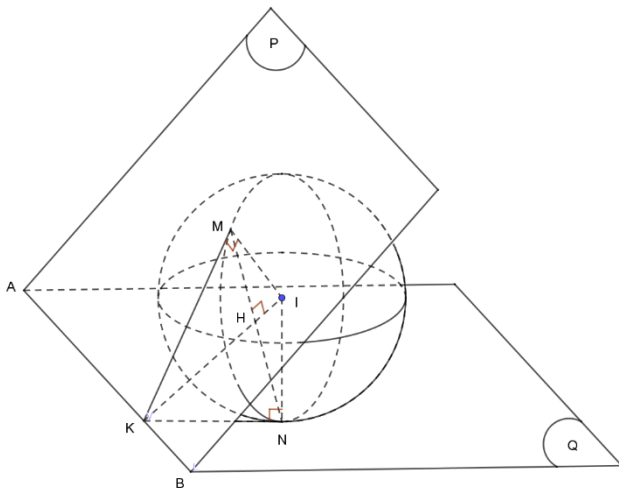
A. 5.

B. $\frac{12}{5}$.

C. 3.

D. $\frac{24}{5}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; -1; 2)$, bán kính $R = 4$.

$$\overrightarrow{AB} = (4; -3; 1)$$

$$(AB): \begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Gọi $K = AB \cap (IMN)$. Ta có $\begin{cases} AB \perp IM \\ AB \perp IN \end{cases} \Rightarrow AB \perp (IMN) \Rightarrow AB \perp IK$ nên K là hình chiếu vuông góc của I trên AB .

$$K \in AB \Rightarrow K(5+4t; -3t; 3+t)$$

$$\overrightarrow{IK} = (7+4t; 1-3t; 1+t)$$

$$\text{Ta có } IK \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 4(7+4t) - 3(1-3t) + (1+t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IK} = (3; 4; 0) \Rightarrow IK = 5$$

Xét tam giác vuông MIK có

$$MK = \sqrt{IK^2 - MI^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$MH = \frac{IM \cdot MK}{IK} = \frac{12}{5}; \quad MN = 2MH = \frac{24}{5}.$$

- Câu 45:** Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i| = |z+5i|$ và $w = iz + 10$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ đạt được khi $w = a + bi$. Tính $P = a^2 - b^2$
- A.** -18. **B.** 12. **C.** 128. **D.** 160.

Lời giải

$$\text{Đặt } z = x + iy. \text{ Ta có } |z-1+2i| = |z+5i| \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = x^2 + (y+5)^2 \Leftrightarrow x = -3y-10.$$

$$\text{Mặt khác: } w = iz + 10 = i(x + yi) + 10 = 10 - y - (3y+10)i. \quad \text{Ta có}$$

$$|w| = \sqrt{(10-y)^2 + (3y+10)^2} = \sqrt{10(y^2 + 4y + 20)} = \sqrt{10(y+2)^2 + 160} \geq 4\sqrt{10}, \text{ dấu "=" xảy ra khi } y = -2 \Rightarrow x = -4. \text{ Khi đó } w = 12 - 4i. \text{ Khi đó } P = a^2 - b^2 = 128.$$

- Câu 46:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 [f'(x) + x] e^{x^2} dx = 3$;

$$f(2) = 4; \quad f(0) = 0. \text{ Biết } \int_0^2 xf(x) e^{x^2} dx = \frac{ae^b + c}{b} \text{ với } a, b, c \text{ là các số nguyên. Khi đó}$$

$$a^2 + b^2 - c \text{ bằng}$$

- A.** 104. **B.** 146. **C.** 90. **D.** 48.

Lời giải

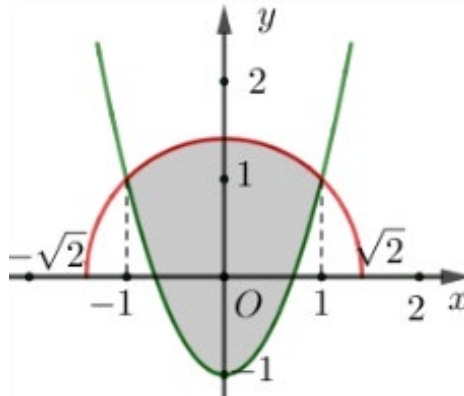
$$\text{Xét } I = \int_0^2 xf(x) e^{x^2} dx$$

$$\text{Đặt } u = f(x) \Rightarrow du = f'(x) dx; \quad dv = x e^{x^2} dx \Rightarrow \text{chọn } v = \frac{1}{2} e^{x^2}$$

$$\begin{aligned}\text{Ta có } I &= \frac{1}{2} f(x) e^{x^2} \Big|_0^2 - \frac{1}{2} \int_0^2 f'(x) e^{x^2} dx = \frac{1}{2} f(2) e^4 - \frac{1}{2} f(0) - \frac{1}{2} \int_0^2 [f'(x) + x] e^{x^2} dx + \frac{1}{2} \int_0^2 x e^{x^2} dx \\ &= 2e^4 - \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \int_0^2 e^{x^2} d(x^2) = 2e^4 - \frac{3}{2} + \frac{1}{4} e^{x^2} \Big|_0^2 = 2e^4 - \frac{3}{2} + \frac{1}{4} e^4 - \frac{1}{4} = \frac{9e^4 - 7}{4}\end{aligned}$$

Vậy $a = 9$; $b = 4$; $c = -7$ suy ra $a^2 + b^2 - c = 81 + 16 + 7 = 104$.

Câu 47: Người ta muốn trồng một vườn hoa cắm tú cầu trên một mảnh vườn giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường tròn có bán kính $\sqrt{2}$ mét (như phần tô đậm trong hình vẽ). Biết rằng để trồng *một mét vuông* hoa cần ít nhất 250 ngàn đồng. Số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa cắm tú cầu gần bằng (làm tròn đến ngàn đồng)



A. 893 ngàn đồng.

B. 809 ngàn đồng.

C. 476 ngàn đồng.

D. 559 ngàn đồng.

Lời giải

Ta có:

Phương trình nửa đường tròn tâm O bán kính $\sqrt{2}$: $(C): x^2 + y^2 = 2$ ($y > 0$)

Suy ra: $(C): y = \sqrt{2 - x^2}$ ($-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$)

Ta có phương trình parabol: $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Do (P) có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow (P): y = ax^2 + c$

Ta lại có điểm $(0; -1) \in (P) \Rightarrow -1 = a \cdot 0 + c \Leftrightarrow c = -1$

Ta thấy đồ thị (P) cắt đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$

Ta có $x = 1 \Rightarrow y = \sqrt{2 - 1^2} = 1$

Vậy (P) đi qua điểm $(1; 1) \Rightarrow 1 = a \cdot 1 - 1 \Leftrightarrow a = 2$

Vậy $(P): y = 2x^2 - 1$

Diện tích để trồng hoa cắm tú cầu là phần diện tích giới hạn bởi (C) và (P) trên đoạn $[-1; 1]$

Ta có: $S = \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)|$ với: $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$ và $g(x) = 2x^2 - 1$

Ta thấy trên đoạn $[-1;1]$ thì đồ thị của $f(x)$ nằm trên đồ thị của $g(x)$

Suy ra: $f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) > 0 \quad \forall x \in [-1;1]$

Từ đó:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^1 \left[(\sqrt{2-x^2}) - (2x^2 - 1) \right] dx \\ &= \int_{-1}^1 [\sqrt{2-x^2} - 2x^2 - 1] dx = \int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx - \int_{-1}^1 [2x^2 - 1] dx \\ &= \int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx - \left(\frac{2}{3}x^3 - x \right) \Big|_{-1}^1 = I_1 + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Ta có: $I_1 = \int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx$

Đặt $x = \sqrt{2} \sin(t) \Rightarrow dx = \sqrt{2} \cos(t) dt$

Đổi cận:

x	-1	1
t	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$

$$\begin{aligned} I_1 &= \sqrt{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2-2\sin^2 t} \cos t dt = \sqrt{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2} \cos^2 t dt = \sqrt{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2} \left(\frac{1+\cos 2t}{2} \right) dt \\ &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1+\cos 2t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} + 1 \end{aligned}$$

Vậy diện tích trồng xong vườn hoa cẩm tú cầu là: $S = \frac{\pi}{2} + 1 + \frac{2}{3} = \frac{\pi}{2} + \frac{5}{3}$

Số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa cẩm tú cầu: $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5}{3} \right) \cdot 250 \approx 809$ (ngàn đồng)

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$. A, B là hai điểm thuộc (S) sao cho $AB = 6$. Gọi $M(a; b; c)$ là trung điểm của đoạn AB . Hãy tính $P = a + b + c$ trong trường hợp $a + 2b + 2c$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = \frac{2\sqrt{35}}{5}$.

B. $P = \frac{25}{3}$.

C. $\frac{26}{3}$.

D. $\frac{31}{2}$.

Lời giải

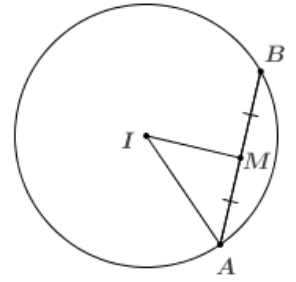
• $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$ có tâm $I(1; -3; 4)$, $R = 5$

• $A, B \in (S)$, $AB = 6$. Gọi M là trung điểm AB , suy ra $IM = \sqrt{R^2 - 3^2} = 4$

$\Rightarrow M \in (S_1): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 16$ có tâm $I(1; -3; 4)$, $R_1 = 4$

• Xét mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z = 0$ và $M(a; b; c)$

Ta có $d(M, (\alpha)) = \frac{|a + 2b + 2c|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|a + 2b + 2c|}{3}$. Suy ra điểm M thỏa ycbt vừa thuộc mặt cầu, vừa thuộc đường thẳng qua I và vuông góc với (α)



• Gọi Δ có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ là đường thẳng qua $I(1; -3; 4)$ và vuông góc với (α)

• Thay $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ vào phương trình mặt cầu ta được:

$$t^2 + (2t)^2 + (2t)^2 = 16 \Rightarrow t^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{3} \\ t = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_1\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{20}{3}\right) \\ M_2\left(-\frac{1}{3}; -\frac{17}{3}; \frac{4}{3}\right) \end{cases}$$

• Với $M_1\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{20}{3}\right) \Rightarrow a + 2b + 2c = \frac{7}{3} + 2 \cdot \frac{-1}{3} + 2 \cdot \frac{20}{3} = 15$

• Với $M_2\left(-\frac{1}{3}; -\frac{17}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow a + 2b + 2c = \frac{-1}{3} + 2 \cdot \frac{-17}{3} + 2 \cdot \frac{4}{3} = -9$

• Ta thấy $a + 2b + 2c = 15$ lớn nhất. Nên ta chọn $M_1\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{20}{3}\right)$. Khi đó $P = a + b + c = \frac{26}{3}$.

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $a: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-2}$, $b: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$, $c: \frac{x-5}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{3}$. Gọi d là đường thẳng song với c đồng thời cắt hai đường thẳng a và b .

Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

A. $K(1; -6; 6)$

B. $M(4; 1; -7)$

C. $H(-2; 3; 0)$

D. $P(4; 10; 17)$

Giải

+ Gọi $d \cap a = A(2t; -1+t; -3-2t); d \cap b = B(-2+s; 3-3s; 2s)$

+ Ta có $\overrightarrow{AB} = (s-2t-2; -3s-t+4; 2s+2t+3); \overrightarrow{u_c} = (1; 2; 3)$

+ Vì $d // c \Rightarrow \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{u_c}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{s-2t-2}{1} = \frac{-3s-t+4}{2} = \frac{2s+2t+3}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2s - 4t - 4 = -3s - t + 4 \\ 3s - 6t - 6 = 2s + 2t + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5s - 3t = 8 \\ s - 8t = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ s = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-2; -2; -1)$$

+ Ta có $d : \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

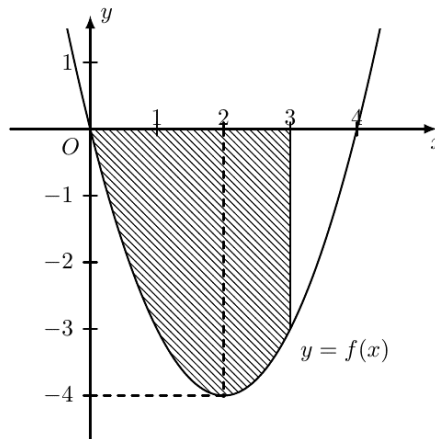
+ Thay bốn đáp án ta có điểm P thuộc d

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 30 (100TN)

- Câu 1:** Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biểu thức $\int f(x)dx$ bằng
- A.** $F(x)$. **B.** $F'(x) + C$. **C.** $F(x) + C$. **D.** $xF(x) + C$.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức?
- A.** $V = \int_a^b |f(x)|dx$. **B.** $V = \pi^2 \int_a^b f(x)dx$. **C.** $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. **D.** $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x)dx$.
- Câu 3:** Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2, \int_1^4 f(x)dx = -1$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng
- A.** -2 . **B.** 3 . **C.** -3 . **D.** 1 .
- Câu 4:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -4 - i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ có môđun là
- A.** $\sqrt{13}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{17}$.
- Câu 5:** Cho các số thực a, b ($a < b$) và hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?
- A.** $\int_a^b f'(x)dx = f(a) - f(b)$. **B.** $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$.
C. $\int_a^b f(x)dx = f'(b) - f'(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = f'(a) - f'(b)$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là
- A.** $(2; -4; 6)$. **B.** $(-2; 4; -6)$. **C.** $(1; -2; 3)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.
- Câu 7:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Diện tích S của miền được tô đậm như hình vẽ được tính theo công thức nào sau đây?



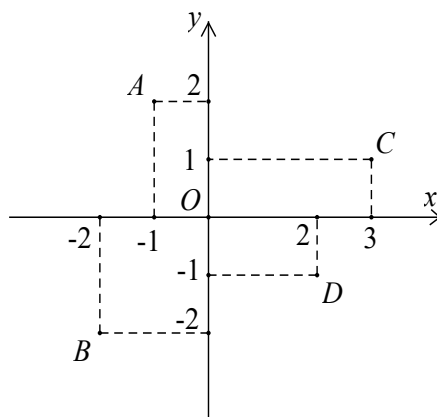
- A.** $S = -\int_0^3 f(x)dx$. **B.** $S = -\int_0^4 f(x)dx$. **C.** $S = \int_0^3 f(x)dx$. **D.** $S = \int_0^4 f(x)dx$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Hỏi đường

thẳng d đi qua điểm nào sau đây

- A.** $B(2;3;-2)$. **B.** $C(-2;-3;2)$. **C.** $A(1;-1;1)$. **D.** $D(2;3;2)$.

Câu 9: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{i-3}{1+i}$?



- A.** Điểm B . **B.** Điểm D . **C.** Điểm C . **D.** Điểm A .

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** $\int f(x) dx = \cot x + C$. **B.** $\int f(x) dx = \tan x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\tan x + C$. **D.** $\int f(x) dx = -\cot x + C$.

Câu 11: Tất cả các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$ là

- A.** $1-4i; 1+4i$. **B.** $4i$. **C.** $2+4i; 2-4i$. **D.** $-16i$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và bán kính $r = 3$ là

- A.** $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. **B.** $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$. **D.** $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ và $\vec{n'}$. Gọi φ là góc giữa mặt phẳng (P) và (Q) . công thức nào sau đây đúng?

- A.** $\sin \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$. **B.** $\cos \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$. **C.** $\sin \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$. **D.** $\cos \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$.

Câu 14: Cho số phức $z = -1 + 5i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A.** 1. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A.** $(1;2;-3)$. **B.** $(2;4;-6)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(-2;-4;6)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): 2x - z + 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) là

- A.** $(2; 0; -1)$. **B.** $(2; -1; 0)$ **C.** $(0; -1; 2)$. **D.** $(2; -1; 2)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình của hai đường thẳng: $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và

$d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A.** d_1, d_2 cắt nhau. **B.** d_1, d_2 chéo nhau. **C.** d_1, d_2 song song. **D.** d_1, d_2 trùng nhau.

Câu 18: Tính $\int e^{2x-5} dx$ ta được kết quả nào sau đây

- A.** $2e^{2x-5} + C$. **B.** $\frac{e^{2x-5}}{-5} + C$. **C.** $\frac{e^{2x-5}}{2} + C$. **D.** $-5e^{2x-5} + C$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 3 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (α) ?

- A.** $(Q): 2x + 3y + z + 3 = 0$. **B.** $(\beta): x - 3y + z - 3 = 0$.
C. $(\gamma): 2x - 3y + z + 2 = 0$. **D.** $(P): 2x - 3y + z - 3 = 0$.

Câu 20: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = \frac{3}{x}$ và $y = 4 - x$. Tính S .

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $3 \ln 3 - \frac{10}{3}$ **C.** $\frac{4}{3} \pi$. **D.** $4 - 3 \ln 3$.

Câu 21: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x-3}{x+1} dx$

- A.** $I = \frac{7}{2} - 5 \ln 3$. **B.** $I = 4 \ln 3 - 1$. **C.** $I = 1 - 4 \ln 2$. **D.** $I = 2 - 5 \ln 2$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(2; 0; -2)$ và $A(2; 3; 2)$. Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A.** $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$. **B.** $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.
C. $(x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5$. **D.** $(x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 23: Giá trị các số thực a, b thỏa mãn $2a + (b+1+i)i = 1 + 2i$ (với i là đơn vị ảo) là

- A.** $a = 0; b = 1$. **B.** $a = \frac{1}{2}; b = 0$. **C.** $a = 1; b = 1$. **D.** $a = \frac{1}{2}; b = 1$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; 1; -6)$ và $B(5; 3; -2)$ có phương trình tham số là

- A.** $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - 4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 4 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -6 - 2t \end{cases}$

- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z+4=0$. Tính $T=a+b+c$.
- A. $T = -\frac{5}{2}$. B. $T = 6$. C. $T = 4$. D. $T = \frac{3}{2}$.
- Câu 26:** Tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-i+2|=2$ là
- A. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=2$.
 B. Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=2$.
 C. Đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=2$.
 D. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=2$.
- Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1), B(-1;2;1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là?
- A. $I\left(\frac{1}{3}; 1; \frac{2}{3}\right)$. B. $I(-3;1;0)$. C. $I\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. D. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;8)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) . Tọa độ của điểm H là
- A. $H(0;1;8)$. B. $H(-2;1;0)$. C. $H(0;0;8)$. D. $H(-2;0;8)$.
- Câu 29:** Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.
- A. $I = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $I = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;5)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$. B. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 0$.
- Câu 31:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $z^2 + 3z + 4 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.
- A. $4\sqrt{2}$. B. 2 . C. $2\sqrt{2}$. D. 4 .
- Câu 32:** Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z + 3i + 2 = 0$. Phần thực của số phức z là
- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $-\frac{8}{5}$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+6=0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:
- A. 0 . B. 6 . C. 3 . D. 2 .

Câu 34: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$. B. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. C. $|z| = a^3 + b^3$. D. $|z| = a^2 + b^2$.

Câu 35: Trong không gian, cắt vật thể bởi hai mặt phẳng $(P): x = -1$ và $(Q): x = 2$. Biết một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 2$) cắt theo thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $6 - x$. Thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng:

- A. 93π . B. $\frac{33}{2}$. C. 93 . D. $\frac{33}{2}\pi$.

Câu 36: Tính nguyên hàm $\int \frac{(\ln x + 2)}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$ ta được nguyên hàm nào sau đây?

- A. $\int \left(1 + \frac{2}{t}\right) dt$. B. $\int \frac{t}{t-2} dt$. C. $\int \frac{(t+2)}{t^2} dt$. D. $\int (t+2) dt$.

Câu 37: Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x \cos x dx = \frac{\sqrt{2}}{a} + \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên, $c < 0$ và $\frac{b}{c}$ tối giản. Tổng $a + b + c$

bằng

- A. -77 . B. 103 . C. -17 . D. 43 .

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z - 14 = 0$. Mặt phẳng $(P): -x + 4z + 5 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) . Tọa độ tâm H của (C) là

- A. $H(-3; 1; -2)$. B. $H(-7; 1; -3)$. C. $H(9; 1; 1)$. D. $H(1; 1; -1)$.

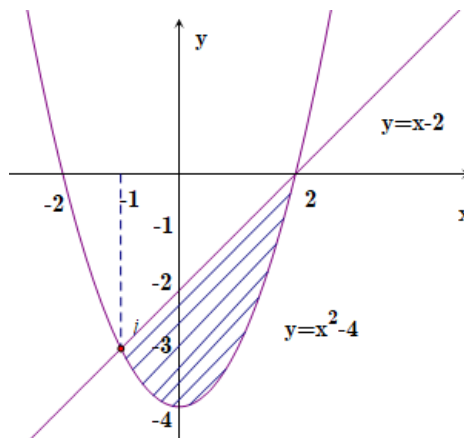
Câu 39: Giá trị của $\int_0^{10} x e^{30x} dx$ bằng

- A. $-300 + 900e^{300}$. B. $300 - 900e^{300}$. C. $\frac{1}{900}(299e^{300} - 1)$. D. $\frac{1}{900}(299e^{300} + 1)$.

Câu 40: Trong không gian hệ trục $Oxyz$, cho $(\alpha): 2x + 2y - z - 6 = 0$. Gọi mặt phẳng $(\beta): x + y + cz + d = 0$ không qua O , song song với mặt phẳng (α) và $d((\alpha), (\beta)) = 2$. Tính $c.d$?

- A. $c.d = 3$. B. $c.d = 12$. C. $c.d = 6$. D. $c.d = 0$.

Câu 41: Tính diện tích hình phẳng (phần tô đậm) giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$; $y = x - 2$ như hình vẽ bên dưới là



A. $S = \frac{9\pi}{2}$. B. $\frac{33}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{33\pi}{2}$.

Câu 42: Cho số phức $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z - 5i\bar{z} = -14 - 7i$. Tính $x + y$
A. 7. B. -1. C. 1. D. 5.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;2;2), B(0;1;1), C(-1;-2;-3)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .
A. $S = 5\sqrt{3}$. B. $S = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. C. $S = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. D. $S = 5\sqrt{2}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1;0;0), B(2;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ có phương trình là
A. $x + y - 2z - 4 = 0$. B. $x + y + z - 1 = 0$. C. $2x - y - 3z - 2 = 0$. D. $2x - y - z - 2 = 0$.

Câu 45: Biết phương trình $z^2 + mz + n = 0 (m, n \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $1 - 3i$. Tính $n + 3m$
A. 4. B. 6. C. $V = 3$. D. 16.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 - 36x + c$ ($a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R}$) có hai điểm cực trị là -6 và 2. Gọi $y = g(x)$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng
A. 160. B. 128. C. 64. D. 672.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm liên tục có tích phân trên $[0;2]$ thỏa điều kiện $f(x^2) = 6x^4 + \int_0^2 xf(x)dx$. Tính $I = \int_0^2 f(x)dx$.
A. $I = -32$. B. $I = -8$. C. $I = -6$. D. $I = -24$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1), A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Gọi $\vec{u} = (1;a;b)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua M , Δ vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất. Giá trị $a + 2b$ là
A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi mặt phẳng $(P): 7x + by + cz + d = 0$ (với $b, c, d \in \mathbb{R}, c < 0$) đi qua điểm $A(1;3;5)$. Biết mặt phẳng (P) song song với trục Oy và khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng $3\sqrt{2}$. Tính $T = b + c + d$.
A. $T = -4$. B. $T = 78$. C. $T = 61$. D. $T = 7$.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z để số phức $w = |z| - \frac{1}{z-1}$ có phần ảo bằng $\frac{1}{4}$. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 3$ với $z_1, z_2 \in S$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 2z_2|$ bằng
A. $3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{5} - 3$. C. $\sqrt{5} - \sqrt{3}$. D. $2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1.C	2.C	3.C	4.C	5.B	6.B	7.A	8.A	9.D	10.B
11.A	12.A	13.D	14.C	15.C	16.A	17.A	18.C	19.C	20.D
21.C	22.A	23.C	24.C	25.B	26.B	27.D	28.B	29.A	30.C
31.D	32.C	33.D	34.B	35.C	36.A	37.C	38.D	39.D	40.A
41.C	42.A	43.A	44.D	45.A	46.B	47.A	48.D	49.C	50.A

- Câu 1:** Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biểu thức $\int f(x)dx$ bằng
- A. $F(x)$. B. $F'(x) + C$. C. $F(x) + C$. D. $xF(x) + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x)dx = F(x) + C.$$

- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức?

A. $V = \int_a^b |f(x)|dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x)dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x)dx$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$$

- Câu 3:** Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2, \int_1^4 f(x)dx = -1$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng
- A. -2 . B. 3 . C. -3 . D. 1 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_2^4 f(x)dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = -3.$$

- Câu 4:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -4 - i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ có môđun là

A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = z_1 - z_2 = 6 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 5: Cho các số thực $a, b (a < b)$ và hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $\int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b).$

B. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a).$

C. $\int_a^b f(x) dx = f'(b) - f'(a).$

D. $\int_a^b f(x) dx = f'(a) - f'(b).$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(2; -4; 6).$

B. $(-2; 4; -6).$

C. $(1; -2; 3).$

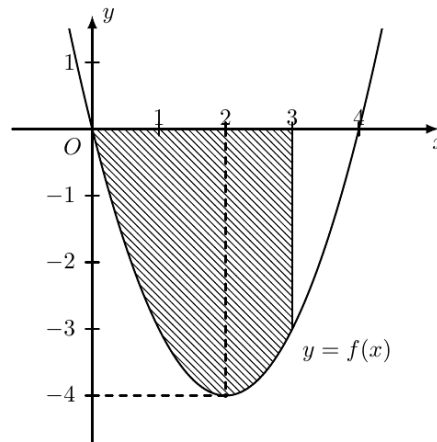
D. $(-1; 2; -3).$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k} = (-2; 4; -6)$ nên $\vec{a} = (-2; 4; -6).$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Diện tích S của miền được tô đậm như hình vẽ được tính theo công thức nào sau đây?



A. $S = -\int_0^3 f(x) dx.$

B. $S = -\int_0^4 f(x) dx.$

C. $S = \int_0^3 f(x) dx.$

D. $S = \int_0^4 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $S = \int_0^3 |f(x)| dx = -\int_0^3 f(x) dx.$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Hỏi đường

thẳng d đi qua điểm nào sau đây

A. $B(2; 3; -2).$

B. $C(-2; -3; 2).$

C. $A(1; -1; 1).$

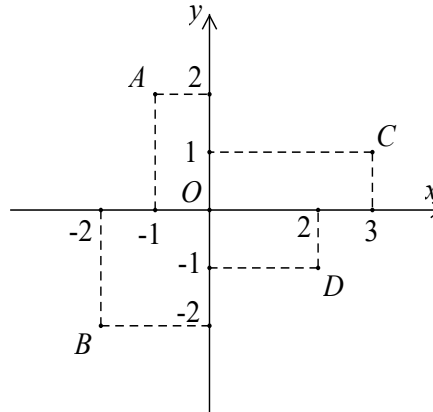
D. $D(2; 3; 2).$

Lời giải

Chọn A

Với $t = 0$ thì đường thẳng d đi qua điểm $B(2; 3; -2)$.

Câu 9: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{i-3}{1+i}$?



A. Điểm B.

B. Điểm D.

C. Điểm C.

D. Điểm A.

Lời giải

Chọn D

$$z = \frac{i-3}{1+i} = \frac{(i-3)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = -1 + 2i \Rightarrow z \text{ có điểm biểu diễn là điểm A.}$$

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \cot x + C$. **B. $\int f(x) dx = \tan x + C$.**

C. $\int f(x) dx = -\tan x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\cot x + C$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết.

Câu 11: Tất cả các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$ là

A. $1 - 4i; 1 + 4i$.

B. $4i$.

C. $2 + 4i; 2 - 4i$.

D. $-16i$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 - 2z + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 4i \\ z = 1 - 4i \end{cases}$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$ và bán kính $r = 3$ là

A. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$ và bán kính $r = 3$ là

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9.$$

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có vector pháp tuyến $\vec{n}$ và $\vec{n'}$. Gọi φ là góc giữa mặt phẳng (P) và (Q) . công thức nào sau đây đúng?

A. $\sin \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$. B. $\cos \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$. C. $\sin \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$. **D. $\cos \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos \varphi = \frac{|\vec{n'} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n'}| |\vec{n}|}$.

Câu 14: Cho số phức $z = -1 + 5i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 1. B. 5 **C. -5.** D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z} = -1 - 5i$ suy ra phần ảo bằng -5.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(1; 2; -3)$. B. $(2; 4; -6)$. **C. $(-1; -2; 3)$.** D. $(-2; -4; 6)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(-1; -2; 3)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): 2x - z + 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) là

A. $(2; 0; -1)$. B. $(2; -1; 0)$ C. $(0; -1; 2)$. D. $(2; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Một vector pháp tuyến của (P) là $(2; 0; -1)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình của hai đường thẳng: $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và

$d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. d_1, d_2 cắt nhau. B. d_1, d_2 chéo nhau. C. d_1, d_2 song song. D. d_1, d_2 trùng nhau.

Lời giải

Chọn A

Vec tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u} = (2; -1; 1)$, vec tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u'} = (1; 1; -2)$.

Vì hai vec tơ $\vec{u}, \vec{u'}$ không cùng phương nên d_1, d_2 cắt nhau hoặc d_1, d_2 chéo nhau.

Xét hệ gồm hai phương trình của d_1, d_2 :
$$\begin{cases} -x - 2y = 0 \\ x - 2z = -2 \\ x - y = 3 \\ -2y - z = 0 \end{cases}$$

Hệ này có nghiệm duy nhất:

$$(x; y; z) = (2; -1; 2)$$

Vậy d_1, d_2 cắt nhau.

Câu 18: Tính $\int e^{2x-5} dx$ ta được kết quả nào sau đây

- A. $2e^{2x-5} + C$. B. $\frac{e^{2x-5}}{-5} + C$. **C. $\frac{e^{2x-5}}{2} + C$.** D. $-5e^{2x-5} + C$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 3 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $(Q): 2x + 3y + z + 3 = 0$. B. $(\beta): x - 3y + z - 3 = 0$.
C. $(\gamma): 2x - 3y + z + 2 = 0$. D. $(P): 2x - 3y + z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$(\alpha) // (\gamma)$ vì $\frac{2}{2} = \frac{-3}{-3} = \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{2}$.

Câu 20: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = \frac{3}{x}$ và $y = 4 - x$. Tính S .

- A. $\frac{4}{3}$. B. $3 \ln 3 - \frac{10}{3}$ C. $\frac{4}{3} \pi$. **D. $4 - 3 \ln 3$.**

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $\frac{3}{x} = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. Vậy $S = \int_1^3 \left| \frac{3}{x} - 4 + x \right| dx \approx 0,7$.

Câu 21: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x-3}{x+1} dx$

- A. $I = \frac{7}{2} - 5 \ln 3$. B. $I = 4 \ln 3 - 1$. **C. $I = 1 - 4 \ln 2$.** D. $I = 2 - 5 \ln 2$.

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_0^1 \frac{x-3}{x+1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{4}{x+1} \right) dx = (x - 4 \ln|x+1|) \Big|_0^1 = 1 - 4 \ln 2.$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(2; 0; -2)$ và $A(2; 3; 2)$. Mặt cầu (S) có

tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25.$

B. $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5.$

C. $(x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5.$

D. $(x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25.$

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{25} = 5.$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25.$

Câu 23: Giá trị các số thực a, b thỏa mãn $2a + (b+1+i)i = 1+2i$ (với i là đơn vị ảo) là

A. $a=0; b=1.$

B. $a=\frac{1}{2}; b=0.$

C. $a=1; b=1.$

D. $a=\frac{1}{2}; b=1.$

Lời giải

Chọn C

$$2a + (b+1+i)i = 1+2i$$

$$\Leftrightarrow (2a-1) + (b+1)i = 1+2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b+1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}.$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;1;-6)$ và $B(5;3;-2)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=5+2t \\ y=3+2t \\ z=-2-4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=6+2t \\ y=4+2t \\ z=-1+4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=5+t \\ y=3+t \\ z=-2+2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+t \\ z=-6-2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (2; 2; 4)$$

$$\Rightarrow \text{đường thẳng } AB \text{ có một vector chỉ phương } \vec{u} = (1; 1; 2).$$

$$\Rightarrow \text{phương trình tham số của đường thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x=5+t \\ y=3+t \\ z=-2+2t \end{cases}.$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}$

và mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z+4=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-\frac{5}{2}.$

B. $T=6.$

C. $T=4.$

D. $T=\frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } M \in d \text{ nên } M(-1+2t; 3-t; 2+t)$$

$$\text{Mặt khác } M \in (P) \Rightarrow 2(-1+2t) + 3(3-t) - 4(2+t) + 4 = 0 \Rightarrow t=1$$

$$\Rightarrow M(1;2;3)$$

Vậy $T = 6$.

Câu 26: Tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i + 2| = 2$ là

A. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.

B. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 2$.

C. Đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 2$.

D. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 2$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$

$$|z - i + 2| = 2 \Leftrightarrow |x + 2 + (y - 1)i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

Vậy tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1), B(-1; 2; 1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là?

A. $I\left(\frac{1}{3}; 1; \frac{2}{3}\right)$. **B.** $I(-3; 1; 0)$. **C.** $I\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. **D.** $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } I\left(\frac{2-1}{2}; \frac{1+2}{2}; \frac{1+1}{2}\right) \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1\right).$$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 1; 8)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) . Tọa độ của điểm H là

A. $H(0; 1; 8)$. **B.** $H(-2; 1; 0)$. **C.** $H(0; 0; 8)$. **D.** $H(-2; 0; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) là $H(-2; 1; 0)$.

Câu 29: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

A. $I = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $I = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;5)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1.$ **B.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$ **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1.$ **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 0.$

Lời giải

Chọn C

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $z^2 + 3z + 4 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $4\sqrt{2}.$ **B.** $2.$ **C.** $2\sqrt{2}.$ **D.** $4.$

Lời giải

Chọn D

$z^2 + 3z + 4 = 0$ có $\Delta = 9 - 16 = -7 \Rightarrow$ phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt:

$$z_1 = \frac{-3 + i\sqrt{7}}{2}; z_2 = \frac{-3 - i\sqrt{7}}{2} \Rightarrow P = |z_1| + |z_2| = 4.$$

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z + 3i + 2 = 0$. Phần thực của số phức z là

A. $\frac{8}{5}.$ **B.** $\frac{1}{5}.$ **C.** $-\frac{1}{5}.$ **D.** $-\frac{8}{5}.$

Lời giải

Chọn C

$$(2-i)z + 3i + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-2-3i}{2-i} \Leftrightarrow z = -\frac{1}{5} - \frac{8}{5}i.$$

Vậy phần thực của số phức z là $-\frac{1}{5}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 6 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $0.$ **B.** $6.$ **C.** $3.$ **D.** $2.$

Chọn D

Lời giải

$$\text{Ta có: } d(O, (P)) = \frac{6}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2.$$

Câu 34: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}.$ **B.** $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$ **C.** $|z| = a^3 + b^3.$ **D.** $|z| = a^2 + b^2.$

Chọn B

Lời giải

Câu 35: Trong không gian, cắt vật thể bởi hai mặt phẳng $(P): x = -1$ và $(Q): x = 2$. Biết một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (-1 \leq x \leq 2)$ cắt theo thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $6 - x$. Thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng:

- A. 93π . B. $\frac{33}{2}$. **C. 93 .** D. $\frac{33}{2}\pi$.

Chọn C

Lời giải

Thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng: $V = \int_{-1}^2 S(x) dx = \int_{-1}^2 (6-x)^2 dx = 93$ (đvtt).

Câu 36: Tính nguyên hàm $\int \frac{(\ln x + 2)}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$ ta được nguyên hàm nào sau đây?

- A. $\int \left(1 + \frac{2}{t}\right) dt$.** B. $\int \frac{t}{t-2} dt$. C. $\int \frac{(t+2)}{t^2} dt$. D. $\int (t+2) dt$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Khi đó $\int \frac{(\ln x + 2)}{x \ln x} dx = \int \frac{(t+2)}{t} dt = \int \left(1 + \frac{2}{t}\right) dt$.

Câu 37: Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x \cos x dx = \frac{\sqrt{2}}{a} + \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên, $c < 0$ và $\frac{b}{c}$ tối giản. Tổng $a + b + c$

bằng

- A. -77 . B. 103 . **C. -17 .** D. 43 .

Lời giải

Chọn C

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x \cos x dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos 5x + \cos 3x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} \sin 5x + \frac{1}{3} \sin 3x \right) \Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{30} - \frac{13}{60}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 30 \\ b = 13 \\ c = -60 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 30 + 13 - 60 = -17.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z - 14 = 0$. Mặt phẳng $(P): -x + 4z + 5 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) . Tọa độ tâm H của (C) là

- A. $H(-3; 1; -2)$. B. $H(-7; 1; -3)$. C. $H(9; 1; 1)$. **D. $H(1; 1; -1)$.**

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -5)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (-1; 0; 4)$.

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) nên tâm H của (C) là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) .

Đường thẳng IH qua $I(2;1;-5)$ và nhận $\vec{n}=(-1;0;4)$ là VTCP có phương trình là

$$\begin{cases} x=2-t \\ y=1 \\ z=-5+4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Khi đó } IH \cap (P) = H(2-t;1;-5+4t).$$

Ta có $-(2-t)+4(-5+4t)+5=0 \Leftrightarrow t=1$. Suy ra $H(1;1;-1)$.

Câu 39: Giá trị của $\int_0^{10} x e^{30x} dx$ bằng

A. $-300+900e^{300}$. **B.** $300-900e^{300}$. **C.** $\frac{1}{900}(299e^{300}-1)$. **D.** $\frac{1}{900}(299e^{300}+1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } \begin{cases} u=x \\ dv=e^{30x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=\frac{1}{30}e^{30x} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{30} x e^{30x} \Big|_0^{10} - \int_0^{10} \frac{1}{30} e^{30x} dx$$

$$= \frac{1}{3} e^{300} - \frac{1}{900} e^{30x} \Big|_0^{10} = \frac{1}{3} e^{300} - \frac{1}{900} e^{300} + \frac{1}{900} = \frac{1}{900} (299e^{300} + 1).$$

Câu 40: Trong không gian hệ trục $Oxyz$, cho $(\alpha): 2x+2y-z-6=0$. Gọi mặt phẳng $(\beta): x+y+cz+d=0$ không qua O , song song với mặt phẳng (α) và $d((\alpha),(\beta))=2$. Tính $c.d$?

A. $c.d=3$. **B.** $c.d=12$. **C.** $c.d=6$. **D.** $c.d=0$.

Lời giải

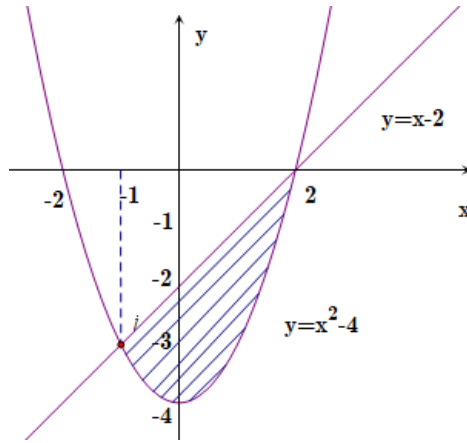
Chọn A

Ta có (α) song song với (β) nên $c = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\beta): x+y-\frac{1}{2}z+d=0$.

$$\text{Chọn } A(0;0;-6) \in (\alpha) \text{ khi đó } d((\alpha);(\beta)) = d(A,(\beta)) = \frac{|3+d|}{\frac{3}{2}} = \frac{2|3+d|}{3}.$$

$$\text{Mặt khác } d((\alpha);(\beta))=2 \Leftrightarrow \frac{2|3+d|}{3}=2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3+d=3 \\ 3+d=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0(L) \\ d=-6(N) \end{cases} \Rightarrow c.d=3$$

Câu 41: Tính diện tích hình phẳng (phần tô đậm) giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$; $y=x-2$ như hình vẽ bên dưới là



A. $S = \frac{9\pi}{2}$.

B. $\frac{33}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{33\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 4 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 2$.

Dựa vào hình vẽ $S = \int_{-1}^2 ((x-2) - (x^2-4)) dx = \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx = \frac{9}{2}$.

Câu 42: Cho số phức $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z - 5i\bar{z} = -14 - 7i$. Tính $x + y$

A. 7.

B. -1.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$2z - 5i\bar{z} = -14 - 7i \Leftrightarrow 2(x + yi) - 5i(x - yi) = -14 - 7i \Leftrightarrow 2x - 5y + (-5x + 2y)i = -14 - 7i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5y = -14 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow x + y = 7.$$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2; 2; 2), B(0; 1; 1), C(-1; -2; -3)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

A. $S = 5\sqrt{3}$.

B. $S = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

C. $S = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

D. $S = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $BC = \sqrt{(-1)^2 + (-2-1)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{26}$.

Ta có: $BC: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ y = 1 - 4t \end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Khi đó $H \in BC \Rightarrow H(-t; 1-3t; 1-4t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-t-2; -1-3t; -1-4t)$.

Ta có $AH \perp BC \Rightarrow 26t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{9}{26} \Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{78}}{26}$.

Suy ra diện tích tam giác ABC bằng: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Cách 2.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}|$.

Với $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1), \overrightarrow{AC} = (-3; -4; -5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (1; -7; 5) \Rightarrow |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}| = 5\sqrt{3}$.

Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1; 0; 0), B(2; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ có phương trình là

A. $x + y - 2z - 4 = 0$. **B.** $x + y + z - 1 = 0$. **C.** $2x - y - 3z - 2 = 0$. **D.** $2x - y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 0), \overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 1; 1)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{n_{(\alpha)}} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{n_{(\alpha)}} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (2; -1; -1)$$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $2(x-1) - y - z = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z - 2 = 0$

Câu 45: Biết phương trình $z^2 + mz + n = 0 (m, n \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $1 - 3i$. Tính $n + 3m$

A. 4. **B.** 6. **C.** $V = 3$. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Vì phương trình $z^2 + mz + n = 0 (m, n \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $1 - 3i$ nên

$$(1 - 3i)^2 + m(1 - 3i) + n = 0 \Leftrightarrow 1 - 6i - 9 + m - 3mi + n = 0 \Leftrightarrow (-8 + m + n) - 3(m + 2)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8 + m + n = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 10 \end{cases} \Rightarrow n + 3m = 4.$$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 - 36x + c (a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R})$ có hai điểm cực trị là -6 và 2 .

Gọi $y = g(x)$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A. 160. **B.** 128. **C.** 64. **D.** 672.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = ax^3 + bx^2 - 36x + c \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx - 36.$$

$$\text{Theo bài ta được } \begin{cases} f'(-6) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a(-6)^2 + 2b(-6) - 36 = 0 \\ 3a(2)^2 + 2b(2) - 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a - b = 3 \\ 3a + b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 6x^2 - 36x + c; f'(x) = 3x^2 + 12x - 36;$$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số

$$y = f(x) = (3x^2 + 12x - 36) \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right) - 32x + c + 24 \text{ là } y = g(x) = -32x + c + 24.$$

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị } x^3 + 6x^2 - 36x + c = -32x + c + 24 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

$$S = \int_{-6}^2 \left| (x^3 + 6x^2 - 36x + c) - (-32x + c + 24) \right| dx = \left| \int_{-6}^{-2} (x^3 + 6x^2 - 4x - 24) dx \right| + \left| \int_{-2}^2 (x^3 + 6x^2 - 4x - 24) dx \right| = 128.$$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm liên tục có tích phân trên $[0; 2]$ thỏa điều kiện

$$f(x^2) = 6x^4 + \int_0^2 xf(x) dx. \text{ Tính } I = \int_0^2 f(x) dx.$$

A. $I = -32.$

B. $I = -8.$

C. $I = -6.$

D. $I = -24.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x^2) = 6x^4 + \int_0^2 xf(x) dx. \text{ Đặt } \int_0^2 xf(x) dx = a.$$

$$\text{Khi đó } f(x^2) = 6x^4 + a \Rightarrow f(x) = 6x^2 + a.$$

$$\text{Do đó } a = \int_0^2 xf(x) dx = \int_0^2 x(6x^2 + a) dx \Leftrightarrow a = \left(\frac{3}{2}x^4 + \frac{ax^2}{2} \right) \Big|_0^2 \Leftrightarrow a = 24 + 2a \Leftrightarrow a = -24.$$

$$\text{Nên } f(x) = 6x^2 - 24.$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (6x^2 - 24) dx = (2x^3 - 24x) \Big|_0^2 = -32.$$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1), A(1; 2; -3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}. \text{ Gọi } \vec{u} = (1; a; b) \text{ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } M,$$

Δ vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất. Giá trị $a + 2b$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 2; -1); \vec{u} = (1; a; b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

$$\text{Theo đề, } \Delta \perp d \Rightarrow 2 + 2a - b = 0 \Leftrightarrow b = 2a + 2.$$

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{MA} = (3; 4; -4) \Rightarrow [\overrightarrow{MA}, \vec{u}] = (4a + 4b; -4 - 3b; 3a - 4) = (12a + 8; -6a - 10; 3a - 4).$$

$$\text{Nên } d(A, \Delta) = \frac{[\overrightarrow{MA}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{(12a + 8)^2 + (6a + 10)^2 + (3a - 4)^2}}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{189a^2 + 288a + 180}}{\sqrt{5a^2 + 8a + 5}}.$$

$$\text{Xét } f(a) = \frac{189a^2 + 288a + 180}{5a^2 + 8a + 5} \Rightarrow f'(a) = \frac{72a^2 + 90a}{(5a^2 + 8a + 5)^2}.$$

$$f'(a) = 0 \Rightarrow \frac{72a^2 + 90a}{(5a^2 + 8a + 5)^2} = 0 \Leftrightarrow 72a^2 + 90a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{5}{4} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

a	$-\infty$	$-\frac{5}{4}$	0	$+\infty$			
$f'(a)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(a)$	$-\infty$		$f\left(-\frac{5}{4}\right)$		$f(0)$		$+\infty$

Vậy khoảng cách từ A đến Δ nhỏ nhất khi $a = 0 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + 2b = 4$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi mặt phẳng $(P): 7x + by + cz + d = 0$ (với $b, c, d \in \mathbb{R}, c < 0$) đi qua điểm $A(1; 3; 5)$. Biết mặt phẳng (P) song song với trục Oy và khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng $3\sqrt{2}$. Tính $T = b + c + d$.

A. $T = -4$.

B. $T = 78$.

C. $T = 61$.

D. $T = 7$.

Lời giải

Chọn C

Oy có véc tơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$. $(P): 7x + by + cz + d = 0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(7; b; c)$
 $(P) // oy \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{j} = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow (P): 7x + cx + d = 0$.

Do $A(1; 3; 5), A \in (P) \Rightarrow 7 + 5c + d = 0 \Rightarrow d = -5c - 7$. Do đó $(P): 7x + cx - 5c - 7 = 0$.

khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng $3\sqrt{2}$ nên ta có

$$d(O, (P)) = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|5c + 7|}{\sqrt{7^2 + c^2}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 25c^2 + 70c + 49 = 18(49 + c^2).$$

$$7c^2 + 70c - 833 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 \\ c = -17 \end{cases} \Rightarrow c = -17 (c < 0) \Rightarrow d = 78 \Rightarrow b + c + d = 61$$

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z để số phức $w = |z| - \frac{1}{z-1}$ có phần ảo bằng $\frac{1}{4}$. Biết rằng

$|z_1 - z_2| = 3$ với $z_1, z_2 \in S$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 2z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

B. $3\sqrt{5} - 3$.

C. $\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$. $w = |z| - \frac{1}{z-1} = \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{x-1}{(x-1)^2 + y^2} + \frac{y}{(x-1)^2 + y^2}i$.

$$W \text{ có phần ảo bằng } \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{y}{(x-1)^2 + y^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 thuộc đường tròn tâm $I(1, 2)$, bán kính $R = 2$.

$$\text{Đặt } x_1 = z_1 + 1 + 2i; x_2 = z_2 + 1 + 2i. \quad x_1, x_2 \in (C_1): x^2 + y^2 = 4.$$

$$\text{Ta xét } |z_1 + 2z_2| = |x_1 + 2x_2 - 3 - 6i| \geq |x_1 + 2x_2| - |3 + 6i| \Rightarrow |z_1 + 2z_2| \geq \|x_1 + 2x_2\| - |3 + 6i|$$

$$|x_1 - x_2| = 3 \Rightarrow |x_1 - x_2|^2 = 9 \Rightarrow |x_1|^2 + |x_2|^2 - (\overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_2} \cdot x_1) = 9 \Rightarrow (\overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_2} \cdot x_1) = -1$$

$$|x_1 + 2x_2|^2 = |x_1|^2 + 4|x_2|^2 + 2(\overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_2} \cdot x_1) = 4 + 16 - 2 = 18 \Rightarrow |x_1 + 2x_2| = \sqrt{18}.$$

$$\text{Do đó } |z_1 + 2z_2| \geq 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 31 (100TN)

Câu 1: $\int x^4 dx$ bằng

- A. $5x^5 + C$. B. $\frac{1}{5}x^5 + C$. C. $5x^4 + C$. D. $4x^3 + C$.

Câu 2: Biết $\int x \cos x dx = a.x \sin x + b.\cos x + C$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 0. D. 2.

Câu 3: Cho số phức $z = 1 - i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $w = 1 - z^2$ là

- A. $Q(2i; 1)$. B. $M(2; 1)$. C. $N(1; 2i)$. D. $P(1; 2)$.

Câu 4: Biết $\int_{-2}^3 f(x) dx = 2011$. Giá trị của $\int_{-2}^3 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 2019. B. 2021. C. 2022. D. 2020.

Câu 5: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = z_1 \cdot z_2$.

- A. $A = 2$. B. $A = -10$. C. $A = 10$. D. $A = -2$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$ và đi qua điểm $M(2; -2; 5)$ có phương trình là

- A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 17$. B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{17}$
C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 17$. D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{17}$.

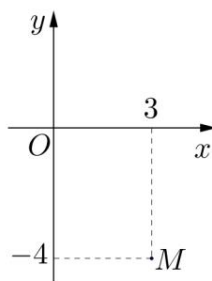
Câu 7: Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A. $z \cdot \bar{z} = 2a$. B. $z + \bar{z} = a^2 + b^2$. C. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. D. $\bar{z} = -a + bi$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 3; 4)$, $B(5; 2; 6)$. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$.

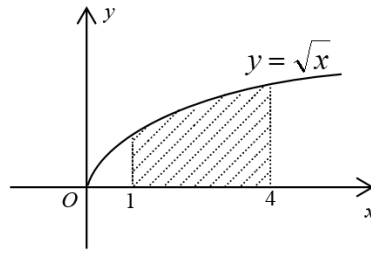
- A. $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -2)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-3; 1; -2)$ C. $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$. D. $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 2)$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z . Mô đun số phức z bằng



- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 25. D. 4.

Câu 10: Diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, các đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ và trục hoành (phần gạch chéo cho trong hình bên) bằng



A. $\frac{14}{3}$.

B. $\frac{15}{4}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{11}{2}$.

Câu 11: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức z có phần ảo bằng

A. -3 .

B. 2 .

C. $-3i$.

D. 3 .

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $i + \frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$.

B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

C. $\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$.

D. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Câu 13: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^2 2f(x) dx$ bằng

A. 4 .

B. 6 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 8 .

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

A. $\int_0^1 f(x) dx = 8$.

B. $\int_0^1 f(x) dx = 3$.

C. $\int_0^1 f(x) dx = -8$.

D. $\int_0^1 f(x) dx = -3$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$, biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Giá trị của $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. $I = 12$.

B. $I = 8$.

C. $I = 4$.

D. $I = -4$.

Câu 16: Khi hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây biểu diễn cho số phức $w = iz_0$?

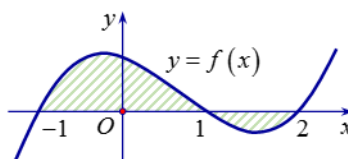
A. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$.

B. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 17: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx.$

D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx.$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-6}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u} = (2; 3; 1).$

B. $\vec{u} = (-3; -1; 6).$

C. $\vec{u} = (-2; 3; 1).$

D. $\vec{u} = (2; -3; 1).$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mp(α): $4x - 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -7; 5)$ và vuông góc với mp(α) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = -7 + 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 7 + 2t \\ z = 5 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 4t \\ y = -7 - 2t \\ z = 5 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 - 7t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$

Câu 20: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

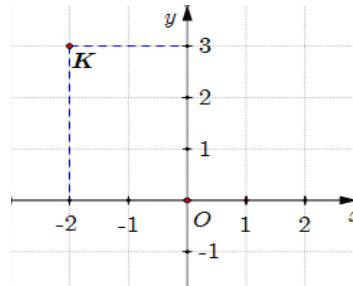
A. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

B. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$ (C là hằng số).

C. $\int e^x dx = e^x + C$ (C là hằng số).

D. $\int x^\alpha dx = x^{\alpha+1} + C$ (C là hằng số).

Câu 21: Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn là điểm K ở hình bên?



A. $z_2 = -2 - 3i$

B. $z_1 = -2 + 3i$

C. $z_3 = 3 + 2i$

D. $z_4 = 3 - 2i$

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$

B. $\int f(x) dx = f'(x) + C$

C. $\int f'(x) dx = f(x)$

D. $\int f(x) dx = f'(x)$

Câu 23: Giả sử tồn tại $\int_a^b f(x)dx$ và $\int_a^b g(x)dx$, hằng số k . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$

B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

C. $\int_a^b [f(x).g(x)]dx = \int_a^b f(x). \int_a^b g(x)dx$

D. $\int_a^b k.f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$

Câu 24: Cho $I = \int \frac{\sqrt{5+\ln x}}{x} dx$, đặt $u = \sqrt{5+\ln x}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $I = \int \frac{1}{2} u^2 du$

B. $I = \int u^2 du$

C. $I = \int 2u du$

D. $I = \int 2u^2 du$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 16$ có bán kính R bằng

A. 4.

B. 16.

C. 8.

D. $2\sqrt{2}$.

- Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 6x + y - 3z + 7 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là
- A. $\vec{n}(6; 1; -3)$. B. $\vec{n}(6; 0; -3)$. C. $\vec{n}(6; -3; 7)$. D. $\vec{n}(6; -1; 3)$.
- Câu 27:** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 + i$. Số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng
- A. $1 - 5i$. B. $1 + 5i$. C. $5 + i$. D. $5 - i$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$, nhận $\vec{u}(a, b, c)$ làm véc tơ chỉ phương có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} z = z_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ x = x_0 + ct \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = a + x_0 t \\ y = b + y_0 t \\ z = c + z_0 t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = x_0 + at \\ z = z_0 + bt \\ y = y_0 + ct \end{cases}$
- Câu 29:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức
- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$
- A. $\vec{u} = (-3; -2; 5)$ B. $\vec{u} = (3; 2; -5)$ C. $\vec{u} = (3i; 2j; -5k)$ D. $\vec{u} = (-5; 2; 3)$
- Câu 31:** Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) + 2i = 3 - 4i$. Mô đun của số phức z bằng
- A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 3.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $R = 3$ B. $R = \sqrt{3}$ C. $R = 6$ D. $R = \sqrt{6}$
- Câu 33:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0), B(0; 2; 2), C(2; 0; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $4x + by + cz + d = 0$. Tính tổng $b + c + d$.
- A. -9. B. -21. C. -7. D. -14.
- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng có phương trình nào sau đây đi qua gốc tọa độ O ?
- A. $3y - 4z + 5 = 0$. B. $3x - 4z + 5 = 0$. C. $3x - 4y + 5 = 0$. D. $3x - 4y + 5z = 0$.
- Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 3; 4)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của điểm M trên mp(Oxy) và trục Oz . Tính độ dài đoạn AB .
- A. $AB = 2\sqrt{5}$. B. $AB = \sqrt{29}$. C. $AB = 5$. D. $AB = \sqrt{13}$.
- Câu 36:** Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.
- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = -1$. C. $P = 1$. D. $P = -\frac{1}{2}$.

- Câu 37:** Số phức $z = 1 + i$ là một nghiệm của phương trình $az^2 + 2z + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a.b$ là
- A. $T = 2$. B. $T = -3$. C. $T = -2$. D. $T = 3$.
- Câu 38:** Trong Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, đường thẳng $x = 1$ và trục hoành. Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox bằng
- A. $V = \frac{1}{3}\pi$. B. $V = \frac{1}{5}$. C. $V = \frac{1}{5}\pi$. D. $V = \frac{1}{3}$.
- Câu 39:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{2}$ cắt hai mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) lần lượt tại các điểm M, N . Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn MN .
- A. $I(4;0;-4)$. B. $I(2;4;-4)$. C. $I(2;0;-4)$. D. $I(4;0;-2)$.
- Câu 40:** Một ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?
- A. $22,5m$. B. $45m$. C. $2,25m$. D. $4,5m$.
- Câu 41:** Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^2 là số thực và $|z - 2 - i| = 2$?
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ và điểm $M(1;1;0)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ có dạng $4x + by + cz + d = 0$. Tính tổng $b + c + d$.
- A. -6. B. -5. C. -12. D. -7.
- Câu 43:** Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 5$ thì $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$ bằng
- A. $\frac{5}{2}$. B. 6. C. 5. D. 3.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;2)$, $B(0;0;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B có bán kính bằng
- A. 4. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. $\sqrt{6}$.
- Câu 45:** Tích phân $\int_{-1}^2 3xe^x dx = \frac{3e^a + b}{e}$ (với a, b là các số nguyên), khi đó $(a + b)$ bằng
- A. 3. B. 9. C. 4. D. 2.

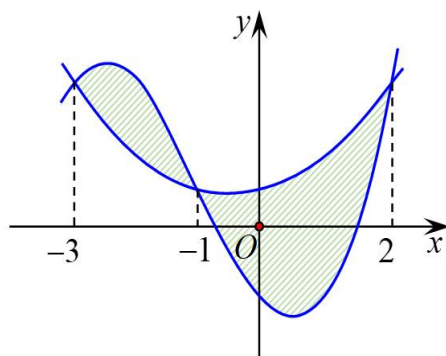
Câu 46: Cho hai số phức z, w thoả mãn $|z|=1$ và $|w+4|=2$. Giá trị lớn nhất của $P=|z-w|$ bằng

A. $P=\sqrt{7}$. B. $P=7$. C. $P=2\sqrt{7}$. D. $P=3\sqrt{7}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$, thoả mãn $x.f'(x)-f(x)=x^2$ với $\forall x>0$ và $f(2)=2$. Giá trị $f(3)$ bằng?

A. $f(3)=6$. B. $f(3)=9$. C. $f(3)=3$. D. $f(3)=5$.

Câu 48: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}$ ($a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$). Biết đồ thị của hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{125}{12}$. B. $\frac{253}{12}$. C. $\frac{125}{48}$. D. $\frac{253}{48}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x+y+z-2=0$ và hai điểm $A(2;2;0), B(0;2;4)$. Gọi M là một điểm nằm trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M và có diện tích bé nhất. Tính diện tích bé nhất đó

A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$. B. $\frac{15\sqrt{14}}{14}$. C. $\frac{7\sqrt{15}}{3}$. D. $\sqrt{15}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=\frac{5}{4}$ và

đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=2-t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ

M đến đường thẳng Δ bé nhất. Tính tổng $a+2b+3c$.

A. 18. B. 16. C. 22. D. 20.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1.B	2.C	3.D	4.B	5.C	6.A	7.C	8.D	9.A	10.A
11.A	12.A	13.D	14.B	15.B	16.D	17.C	18.C	19.C	20.D
21.B	22.A	23.C	24.D	25.A	26.A	27.D	28.C	29.B	30.B
31.D	32.A	33.C	34.D	35.B	36.B	37.A	38.C	39.C	40.A
41.D	42.A	43.C	44.C	45.B	46.B	47.A	48.D	49.B	50.A

Câu 51: $\int x^4 dx$ bằng

A. $5x^5 + C$.

B. $\frac{1}{5}x^5 + C$.

C. $5x^4 + C$.

D. $4x^3 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$.

Câu 52: Biết $\int x \cos x dx = a.x \sin x + b.\cos x + C$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$

Khi đó $\int x \cos x dx = x.\sin x + \int \sin x dx = x \sin x - \cos x + C$

Suy ra $a = 1, b = -1 \Rightarrow a + b = 1 - 1 = 0$.

Câu 53: Cho số phức $z = 1 - i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $w = 1 - z^2$ là

A. $Q(2i; 1)$.

B. $M(2; 1)$.

C. $N(1; 2i)$.

D. $P(1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $w = 1 - z^2 = 1 - (1 - i)^2 = 1 + 2i$

Suy ra, điểm biểu diễn số phức w là $P(1; 2)$.

Câu 54: Biết $\int_{-2}^3 f(x) dx = 2011$. Giá trị của $\int_{-2}^3 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. 2019.

B. 2021.

C. 2022.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{-2}^3 [2 + f(x)] dx = \int_{-2}^3 2 dx + \int_{-2}^3 f(x) dx = 10 + 2011 = 2021$.

Câu 55: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$A = z_1.z_2$.

A. $A = 2$.

B. $A = -10$.

C. $A = 10$.

D. $A = -2$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lí viết ta có $A = z_1 \cdot z_2 = 10$.

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$ và đi qua điểm $M(2; -2; 5)$ có phương trình là

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 17$.

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{17}$

C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 17$.

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{IM}(-1; 0; 4) \Rightarrow R = IM = \sqrt{17}$.

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 17$.

Câu 57: Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. $z \cdot \bar{z} = 2a$.

B. $z + \bar{z} = a^2 + b^2$.

C. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

D. $\bar{z} = -a + bi$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ loại đáp án **D**.

+) $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$ loại đáp án **A**.

+) $z + \bar{z} = 2a$ loại đáp án **B**.

+) $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ chọn đáp án **C**.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 3; 4)$, $B(5; 2; 6)$. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -2)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (-3; 1; -2)$

C. $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$.

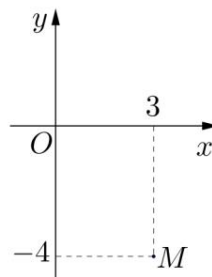
D. $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 2)$.

Câu 59: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z . Mô đun số phức z bằng



A. 5.

B. $\sqrt{5}$.

C. 25.

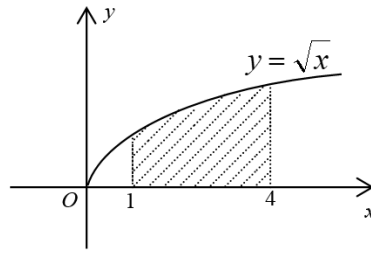
D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 3 - 4i$, suy ra $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 60: Diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, các đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ và trục hoành (phần gạch chéo cho trong hình bên) bằng



A. $\frac{14}{3}$.

B. $\frac{15}{4}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S = \int_1^4 \sqrt{x} dx = \left(\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \right) \Big|_1^4 = \frac{14}{3}$.

Câu 61: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức $\bar{z}$ có phần ảo bằng

A. -3 .

B. 2 .

C. $-3i$.

D. 3 .

Lời giải

Chọn A

Câu 62: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $i + \frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$.

B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

C. $\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$.

D. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $i + \frac{z_1}{z_2} = i + \frac{z_1 \bar{z}_2}{|z_2|^2} = i + \frac{(2+i)(1+i)}{2} = i + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$.

Câu 63: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^2 2f(x) dx$ bằng

A. 4 .

B. 6 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 8 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 2f(x) dx = 2 \int_1^2 f(x) dx = 2 \cdot 4 = 8$.

Câu 64: Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$

biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

A. $\int_0^1 f(x) dx = 8$.

B. $\int_0^1 f(x) dx = 3$.

C. $\int_0^1 f(x) dx = -8$.

D. $\int_0^1 f(x) dx = -3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = F(x) \Big|_0^1 = F(1) - F(0) = 5 - 1 = 3.$

Câu 65: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$, biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Giá trị của

$$I = \int_0^3 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $I = 12.$

B. $I = 8.$

C. $I = 4.$

D. $I = -4.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 6 = 8.$

Câu 66: Khi hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây biểu diễn cho số phức $w = iz_0$?

A. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right).$

B. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right).$

C. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right).$

D. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right).$

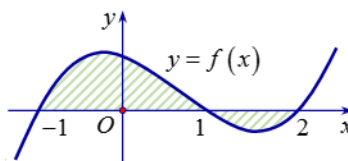
Lời giải

Chọn D

Ta có: $4z^2 - 16z + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{4+i}{2} \\ z = \frac{4-i}{2} \end{cases} \Rightarrow z_0 = \frac{4+i}{2}.$

$$w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i.$$

Câu 67: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx.$

B. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn C

Câu 68: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-6}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u} = (2; 3; 1).$

B. $\vec{u} = (-3; -1; 6).$

C. $\vec{u} = (-2; 3; 1).$

D. $\vec{u} = (2; -3; 1).$

Lời giải

Chọn C

Véc tơ chỉ phương của d là: $\vec{u} = (-2; 3; 1)$.

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\text{mp}(\alpha): 4x - 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -7; 5)$ và vuông góc với $\text{mp}(\alpha)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = -7 + 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 7 + 2t \\ z = 5 + 3t \end{cases}$ **C. $\begin{cases} x = 4t \\ y = -7 - 2t \\ z = 5 + 3t \end{cases}$** D. $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 - 7t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của $\text{mp}(\alpha)$ là: $\vec{n}_\alpha = (4; -2; 3)$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -7; 5)$ và vuông góc với $\text{mp}(\alpha) \Rightarrow$ véc tơ chỉ phương của d là: $\vec{u} = \vec{n}_\alpha = (4; -2; 3)$.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 4t \\ y = -7 - 2t \\ z = 5 + 3t \end{cases}$

Câu 70: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

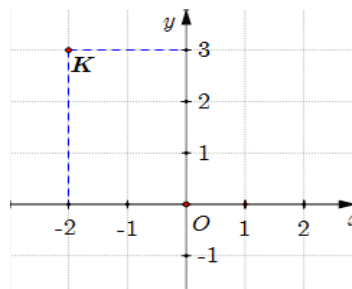
- A. $\int dx = x + C$ (C là hằng số). B. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$ (C là hằng số).
C. $\int e^x dx = e^x + C$ (C là hằng số). **D. $\int x^\alpha dx = x^{\alpha+1} + C$ (C là hằng số).**

Lời giải

Chọn D

Vì: $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$.

Câu 71: Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn là điểm K ở hình bên?



- A. $z_2 = -2 - 3i$ **B. $z_1 = -2 + 3i$** C. $z_3 = 3 + 2i$ D. $z_4 = 3 - 2i$

Lời giải

Chọn B

Câu 72: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$** B. $\int f(x) dx = f'(x) + C$
C. $\int f'(x) dx = f(x)$ D. $\int f(x) dx = f'(x)$

Lời giải

Chọn A

Câu 73: Giả sử tồn tại $\int_a^b f(x)dx$ và $\int_a^b g(x)dx$, hằng số k . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$ B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
 C. $\int_a^b [f(x).g(x)]dx = \int_a^b f(x). \int_a^b g(x)dx$ D. $\int_a^b k.f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$

Lời giải

Chọn C

Câu 74: Cho $I = \int \frac{\sqrt{5+\ln x}}{x} dx$, đặt $u = \sqrt{5+\ln x}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A. $I = \int \frac{1}{2} u^2 du$ B. $I = \int u^2 du$ C. $I = \int 2udu$ D. $I = \int 2u^2 du$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } u = \sqrt{5+\ln x} \Rightarrow u^2 = 5+\ln x \Rightarrow 2udu = \frac{1}{x} dx$$

$$\text{Ta có: } I = \int \frac{\sqrt{5+\ln x}}{x} dx = \int u.2udu = \int 2u^2 du$$

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 16$ có bán kính R bằng

- A. 4. B. 16. C. 8. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tâm mặt cầu là điểm $I(5;0;-3)$ và bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{16} = 4$

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 6x + y - 3z + 7 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}(6;1;-3)$. B. $\vec{n}(6;0;-3)$. C. $\vec{n}(6;-3;7)$. D. $\vec{n}(6;-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 6x + y - 3z + 7 = 0$ là $\vec{n} = (6;1;-3)$

Câu 77: Cho hai số phức $z_1 = 2-3i$ và $z_2 = 1+i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

- A. $1-5i$. B. $1+5i$. C. $5+i$. D. $5-i$.

Lời giải

Chọn D

$$z_1.z_2 = (2-3i)(1+i) = 5-i$$

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$, nhận $\vec{u}(a,b,c)$ làm véc tơ chỉ phương có phương trình tham số là

$$\text{A. } \begin{cases} z = z_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ x = x_0 + ct \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = a + x_0 t \\ y = b + y_0 t \\ z = c + z_0 t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = x_0 + at \\ z = z_0 + bt \\ y = y_0 + ct \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$, nhận $\vec{u}(a, b, c)$ làm véc tơ chỉ phương có phương

$$\text{trình tham số là } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Câu 79: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx. \quad \text{B. } S = \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{C. } S = \int_a^b f^2(x) dx. \quad \text{D. } S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

Lời giải

Chọn B

Câu 80: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$

$$\text{A. } \vec{u} = (-3; -2; 5) \quad \text{B. } \vec{u} = (3; 2; -5) \quad \text{C. } \vec{u} = (3i; 2j; -5k) \quad \text{D. } \vec{u} = (-5; 2; 3)$$

Lời giải

Chọn B

Câu 81: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+2i) + 2i = 3 - 4i$. Mô đun của số phức z bằng

$$\text{A. } \sqrt{5}. \quad \text{B. } 2\sqrt{2}. \quad \text{C. } \sqrt{2}. \quad \text{D. } 3.$$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z(1+2i) + 2i = 3 - 4i \Leftrightarrow z = \frac{3-4i-2i}{1+2i} = \frac{-9-12i}{1+2i} = \frac{-9}{5} - \frac{12}{5}i \Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{-9}{5}\right)^2 + \left(\frac{-12}{5}\right)^2} = 3.$$

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

$$\text{A. } R = 3 \quad \text{B. } R = \sqrt{3} \quad \text{C. } R = 6 \quad \text{D. } R = \sqrt{6}$$

Lời giải

Chọn A

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 3 = 0$ nên bán kính

$$R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + (-4) - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3.$$

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(0; 2; 2)$, $C(2; 0; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $4x + by + cz + d = 0$. Tính tổng $b + c + d$.

$$\text{A. } -9. \quad \text{B. } -21. \quad \text{C. } -7. \quad \text{D. } -14.$$

Lời giải**Chọn C**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 2), \overrightarrow{AC} = (1; -2; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (4; 5; 2)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Mặt khác, mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 0)$ nên (P) có phương trình

$$4(x-1) + 5(y-2) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y + 2z - 14 = 0$$

Vậy $b + c + d = 5 + 2 - 14 = -7$.

Câu 84: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng có phương trình nào sau đây đi qua gốc tọa độ O ?

A. $3y - 4z + 5 = 0$. **B.** $3x - 4z + 5 = 0$.

C. $3x - 4y + 5 = 0$. **D.** $3x - 4y + 5z = 0$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có: $3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0 \Rightarrow$ mặt phẳng $3x - 4y + 5z = 0$ đi qua O .

Câu 85: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 3; 4)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của điểm M trên mp(Oxy) và trục Oz . Tính độ dài đoạn AB .

A. $AB = 2\sqrt{5}$. **B.** $AB = \sqrt{29}$. **C.** $AB = 5$. **D.** $AB = \sqrt{13}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $A(-2; 3; 0), B(0; 0; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{29}$.

Câu 86: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = \frac{1}{2}$. **B.** $P = -1$. **C.** $P = 1$. **D.** $P = -\frac{1}{2}$.

Lời giải**Chọn B**

$$(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (3a-b) + (a-b)i = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a+b=-1.$$

Câu 87: Số phức $z = 1 + i$ là một nghiệm của phương trình $az^2 + 2z + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = a.b$ là

A. $T = 2$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = -2$. **D.** $T = 3$.

Lời giải**Chọn A**

Do $z = 1 + i$ là một nghiệm của phương trình $az^2 + 2z + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } a(1+i)^2 + 2(1+i) + b = 0 \Leftrightarrow 2 + b + (2+2a)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2+b=0 \\ 2+2a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}.$$

Vậy $T = a.b = 2$.

Câu 88: Trong Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, đường thẳng $x = 1$ và trục hoành.

Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox bằng

A. $V = \frac{1}{3}\pi$.

B. $V = \frac{1}{5}$.

C. $V = \frac{1}{5}\pi$.

D. $V = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } V = \pi \int_0^1 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}.$$

Câu 89: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{2}$ cắt hai mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) lần lượt tại các điểm M, N . Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn MN .

A. $I(4;0;-4)$.

B. $I(2;4;-4)$.

C. $I(2;0;-4)$.

D. $I(4;0;-2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } M(4;4;0), N(0;-4;-8) \Rightarrow I(2;0;-4).$$

Câu 90: Một ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $22,5m$.

B. $45m$.

C. $2,25m$.

D. $4,5m$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Khi ô tô dừng hẳn } v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3.$$

$$\text{Quãng đường ô tô di chuyển } \int_0^3 (-5t + 15) dt = \frac{45}{2}(m).$$

Câu 91: Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^2 là số thực và $|z - 2 - i| = 2$?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giả sử } z = a + bi \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \text{ Ta có } z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \text{ là số thực suy ra } ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{Hơn nữa } |z - 2 - i| = 2 \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b - 1)^2 = 4.$$

$$\text{Với } a = 0 \Rightarrow b = 1.$$

Với $b = 0 \Rightarrow a = 2 \pm \sqrt{3}$.

Vậy có 3 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 92: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ và điểm $M(1;1;0)$. Mặt

phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ có dạng $4x + by + cz + d = 0$. Tính tổng $b + c + d$.

A. -6.

B. -5.

C. -12.

D. -7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u}_\Delta = (1; -2; 3)$; $A(2; 3; 1) \in \Delta$ suy ra $\vec{MA}(1; 2; 1)$.

Khi đó $\vec{n}_{(P)} = [\vec{MA}, \vec{u}_\Delta] = 2(4; -1; -2)$.

Do đó $(P): 4x - y - 2z + d = 0$.

Vì $M \in (P)$ nên $d = -3$.

Vì vậy $b = -1; c = -2; d = -3$ nên $b + c + d = -6$.

Câu 93: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 5$ thì $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_1^e f(\ln x) d(\ln x) = \int_0^1 f(t) dt = 5.$$

Câu 94: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 2)$, $B(0; 0; 2)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B có bán kính

bằng

A. 4.

B. $\sqrt{5}$.

C. 3.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(3 - 2t; 1 - 3t; 1 - t) \in d$ là tâm mặt cầu

Ta có mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên $IA = IB = R$

$$\Leftrightarrow (2t - 1)^2 + (3t - 5)^2 + (t + 1)^2 = (2t - 3)^2 + (3t - 1)^2 + (t + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 16t - 16 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(1; -2; 0)$$

Khi đó bán kính $R = IA = 3$.

Câu 95: Tích phân $\int_{-1}^2 3xe^x dx = \frac{3e^a + b}{e}$ (với a, b là các số nguyên), khi đó $(a + b)$ bằng

A. 3.

B. 9.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\int_{-1}^2 3xe^x dx = \int_{-1}^2 3xd(e^x) = 3xe^x \Big|_{-1}^2 - 3 \int_{-1}^2 e^x dx = 6e^2 + \frac{3}{e} - 3e^2 + \frac{3}{e} = \frac{3e^3 + 6}{e}.$$

Câu 96: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w + 4| = 2$. Giá trị lớn nhất của $P = |z - w|$ bằng

A. $P = \sqrt{7}$.

B. $P = 7$.

C. $P = 2\sqrt{7}$.

D. $P = 3\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

$$P = |z - w| = |z - (w + 4) + 4| \leq |z| + |-(w + 4)| + |4| = 7.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} |z| = 1 \\ |w + 4| = 2 \\ k.z = -l(w + 4) = 4 \end{cases}, \begin{pmatrix} k, l > 0 \\ k, l \in \mathbb{R} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ w = -6 \end{cases}, \begin{pmatrix} l = 2, k = \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Câu 97: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $x.f'(x) - f(x) = x^2$ với $\forall x > 0$ và $f(2) = 2$. Giá trị $f(3)$ bằng?

A. $f(3) = 6$.

B. $f(3) = 9$.

C. $f(3) = 3$.

D. $f(3) = 5$.

Lời giải

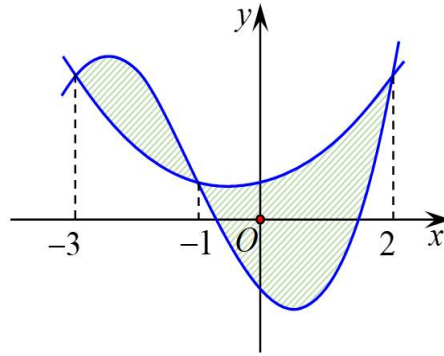
Chọn A

$$\text{Ta có } x.f'(x) - f(x) = x^2, \forall x > 0 \Rightarrow \frac{x.f'(x) - f(x)}{x^2} = 1, \forall x > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = 1, \forall x > 0.$$

$$\text{Suy ra } \frac{f(x)}{x} = x + C. \text{ Mà } f(2) = 2 \Rightarrow \frac{f(2)}{2} = 2 + C \Leftrightarrow C = -1.$$

$$\text{Do đó } \frac{f(x)}{x} = x - 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x. \text{ Vậy } f(3) = 3^2 - 3 = 6.$$

Câu 98: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{125}{12}$.

B. $\frac{253}{12}$.

C. $\frac{125}{48}$.

D. $\frac{253}{48}$.

Lời giải

Chọn D

Vì phương trình $f(x) - g(x) = 0$ có 3 nghiệm $-3; -1; 2$ nên

$$f(x) - g(x) = a(x+3)(x-2)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow (ax^3 + bx^2 + cx - 1) - \left(dx^2 + ex + \frac{1}{2}\right) = a(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = ax^3 + 2ax^2 - 5ax - 6a$$

So sánh hệ số tự do ta được $-6a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$.

Do đó $S = \int_{-3}^2 \left| \frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx = \frac{253}{48}$.

Câu 99: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + y + z - 2 = 0$ và hai điểm $A(2; 2; 0)$, $B(0; 2; 4)$. Gọi M là một điểm nằm trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M và có diện tích bé nhất. Tính diện tích bé nhất đó

A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

B. $\frac{15\sqrt{14}}{14}$.

C. $\frac{7\sqrt{15}}{3}$.

D. $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow I(1; 2; 2)$.

Do $\triangle AMB$ cân tại $M \Rightarrow MI \perp AB$ hay $MI = d(I; AB)$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB} = -2(1; 0; -2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

Đồng thời: $S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2}d(I; AB) \cdot AB \Rightarrow [S_{\triangle AMB}]_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}$.

Ta có: $MA = MB \Rightarrow M \in (Q)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

Với (Q) qua $I(1; 2; 2)$ nhận $\vec{n} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (1; 0; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến

$$\Rightarrow (Q): x - 2z + 3 = 0 \quad (1)$$

Lại có: $M \in (P): x + y + z - 2 = 0 \quad (2)$.

Từ (1), (2) ta suy ra $M(2z - 3; 5 - 3z; z) \Rightarrow \overline{IM} = (2z - 4; -3z + 3; z - 2)$

$$\text{Suy ra } IM^2 = (2z-4)^2 + (3z-3)^2 + (z-2)^2 = 14\left(z - \frac{19}{14}\right)^2 + \frac{45}{14} \geq \frac{45}{14}$$

$$\text{Do đó: } IM_{\min} = \sqrt{\frac{45}{14}} \Leftrightarrow z = \frac{19}{14}.$$

$$\text{Khi đó } [S_{\Delta AMB}]_{\min} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{45}{14}} \cdot 2\sqrt{5} = \frac{15\sqrt{14}}{14} \Leftrightarrow M\left(-\frac{2}{7}; \frac{13}{14}; \frac{19}{14}\right).$$

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = \frac{5}{4}$ và

$$\text{đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = 2-t \end{cases}. \text{ Gọi } M(a;b;c) \text{ là điểm thuộc mặt cầu } (S) \text{ sao cho khoảng cách từ}$$

M đến đường thẳng Δ bé nhất. Tính tổng $a+2b+3c$.

A. 18.

B. 16.

C. 22.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

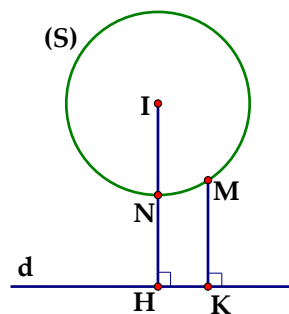
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;5)$ và $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng Δ .

Dựng (P) là mặt phẳng qua I và vuông góc $\Delta \Rightarrow (P): x-2y-z=-8$.

$$\text{Để thấy } H \in (P) \cap \Delta \Rightarrow \text{tọa độ } H \text{ thỏa hệ: } \begin{cases} x-2y-z=-8 \\ \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow H(1;3;3)$$

Suy ra $IH = \sqrt{5} = 2R > R$. Do đó $(S) \cap d = \emptyset$.



Để thấy $d(M;d) \geq d(N;d) = NH = |d(I;d) - R|$ với $M, N \in (S)$

Do đó: $d(M;d)_{\min} = NH \Leftrightarrow M \equiv N$. Khi đó M là trung điểm của IH

Suy ra $M\left(1; \frac{5}{2}; 4\right) \Rightarrow a=1, b=\frac{5}{2}; c=4$. Vậy $a+2b+3c=18$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 32 (100TN)

- Câu 1:** Đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?
- A. $M(1; -2; 0)$. B. $N(-1; -3; 1)$. C. $P(3; -1; -1)$. D. $Q(-1; 2; 0)$.
- Câu 2:** Họ nguyên hàm của hàm số $\int x^{2021} dx$ là
- A. $\frac{x^{2022}}{2022} + C$. B. $\frac{x^{2021}}{2022} + C$. C. $2021 \cdot x^{2020} + C$. D. $\frac{1}{x \ln 2022} + C$.
- Câu 3:** Họ nguyên hàm của hàm số $\int (e^x - 7) dx$ là
- A. $e^x - 7x + C$. B. $e^x - 7$. C. $e^x + C$. D. $e^x \log e + C$.
- Câu 4:** Số phức $z = 5 - 8i$ có phần ảo là
- A. 8. B. $-8i$. C. 5. D. -8 .
- Câu 5:** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 2)$ biểu diễn số phức z . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là 2. B. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là -2 .
C. Số phức z có phần thực là 2, phần ảo là 3. D. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là $2i$.
- Câu 6:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - \frac{2}{x^2} + 1$ là
- A. $x^3 - 2 \ln x^2 + x + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + x + C$. C. $6x + \frac{4}{x^3} + C$. D. $x^3 + \frac{2}{x} + x + C$.
- Câu 7:** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó, hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng
- A. $\int_0^1 f(x) dx$. B. $\int_0^1 F(x) dx$. C. $-\int_0^1 F(x) dx$. D. $-\int_0^1 f(x) dx$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + z + 3 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là
- A. $\vec{u} = (1; 0; -2)$. B. $\vec{v} = (-2; 1; 3)$. C. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. D. $\vec{w} = (-2; 1; 0)$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là
- A. $z + 3 = 0$. B. $z - 3 = 0$. C. $x + y - 3 = 0$. D. $x + y + z = 0$.
- Câu 10:** Cho hàm số $f(x) = 8 - \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x) dx = 8x - \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = 8x + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = 8x + \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = -\cos x + C$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{1}{4}$. Khi đó, giá trị $F(2)$ bằng

- A. -2. B. 16. C. 6. D. 4.

Câu 12: Biết $\int (ax^2 + bx + c)e^x dx = (3x^2 - 8x + 13)e^x + C$ với a và b là các số nguyên. Tìm $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = 5$. D. $S = 9$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$, biết $\int_0^9 f(x) dx = 9$ và

$F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -6$. B. $F(9) = 6$. C. $F(9) = 12$. D. $F(9) = -12$.

Câu 14: Tích phân $\int_0^{2022} 5^x dx$ bằng

- A. $-\frac{5^{2022} - 1}{\ln 2022}$. B. $(5^{2022} - 1) \ln 5$. C. $\frac{5^{2022} - 1}{\ln 2022}$. D. $\frac{5^{2022} - 1}{\ln 5}$.

Câu 15: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx$.

- A. $I = \frac{11}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{17}{2}$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_1^3 f(t) dt = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 12$. C. $I = 36$. D. $I = 4$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương

là

- A. $\vec{a} = (-1; -2; 3)$. B. $\vec{b} = (2; 4; 6)$. C. $\vec{c} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{d} = (-2; 1; 5)$.

Câu 18: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 30x$ và trục hoành bằng

- A. $S = 9000$. B. $S = -4500$. C. $S = 4500\pi$. D. $S = 4500$.

Câu 19: Tính môđun của số phức $z = 2 - i$.

- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$.

- A. $I = 13$. B. $I = 12$. C. $I = 7$. D. $I = 20$.

Câu 21: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 + 4 \sin^2 x) dx = \frac{a\pi}{b} - \frac{c\sqrt{3}}{2}$, trong đó a, b, c nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính

$$T = a + b + c.$$

A. $T = 8$.

B. $T = 13$.

C. $T = 12$.

D. $T = 14$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3; 0; 5)$.

B. $M(3; -2; 0)$.

C. $M(0; -2; 5)$.

D. $M(0; 2; 5)$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{9}{5}$ và

$$\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{2}{5}. \text{ Tính } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $I = \frac{3}{5}$.

B. $I = \frac{1}{4}$.

C. $I = \frac{3}{4}$.

D. $I = \frac{1}{5}$.

Câu 24: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \cos x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Thể tích V của khối V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng

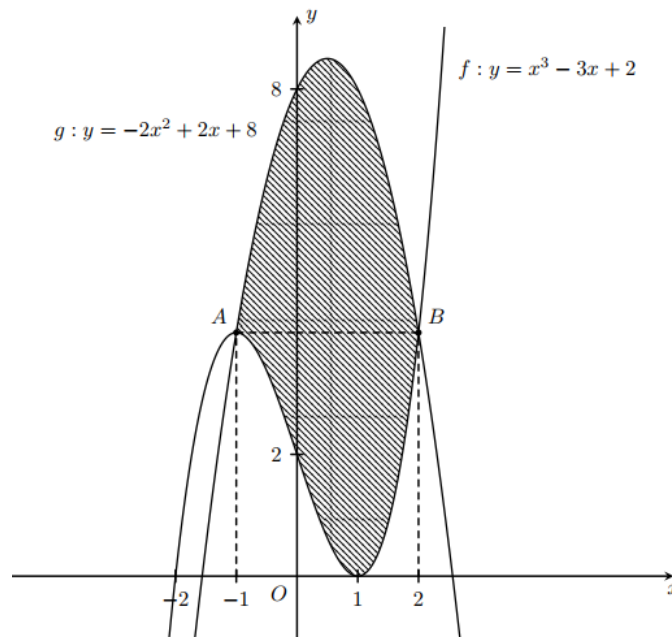
A. $V = \frac{\pi}{2}$.

B. $V = \frac{\pi^2}{2}$.

C. $V = \pi^2$.

D. $V = \frac{\pi^2}{4}$.

Câu 25: Giả sử hai đường cong cắt nhau tại A, B có hoành độ lần lượt là $-1; 2$. Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ sau được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx.$

B. $S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 10) dx.$

C. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) dx.$

D. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - x - 10) dx.$

Câu 26: Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - 2x$, với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là -1 ; 2 và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}.$

B. $\frac{71}{9}.$

C. $\frac{71}{6}.$

D. $\frac{64}{9}.$

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $M(3; -2; -5).$

B. $N(0; 0; -5).$

C. $P(3; -2; 1).$

D. $Q(1; 1; 4).$

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB , với $A(0; 4; -1)$ và $B(2; -2; -3)$ là

A. $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0.$

B. $(\alpha): x - 3y + z = 0.$

C. $(\alpha): x - 3y + z - 4 = 0.$

D. $(\alpha): x - 3y - z = 0.$

Câu 29: Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 1

B. -5

C. 5

D. -1

Câu 30: Cho số phức z có phần thực và phần ảo đều dương, đồng thời thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z| = 2\sqrt{2}$. Mô đun của số phức $z - 3 - 5i$ bằng

A. $\sqrt{26}.$

B. $\sqrt{34} + 2\sqrt{2}.$

C. $\sqrt{10}.$

D. $2\sqrt{3}.$

Câu 31: Phần thực của số phức $z = (3 - i)(1 - 4i)$ là

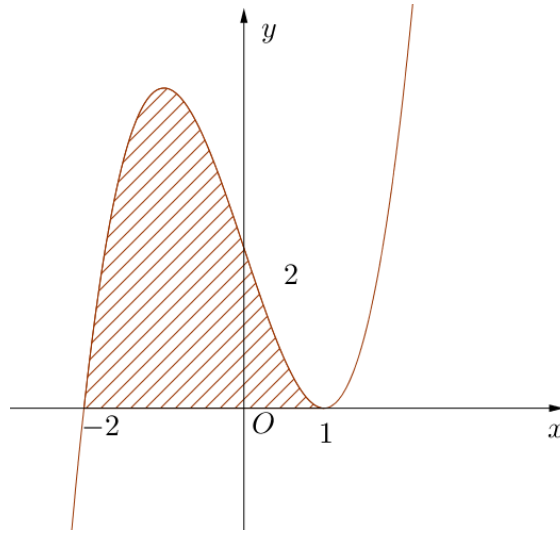
A. $-1.$

B. $13.$

C. $1.$

D. $-13.$

Câu 32: Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (bên dưới) giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và trục hoành, biết rằng (C) cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ -2 và 1 , đồng thời hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.



A. $S = \frac{31}{5}\pi$

B. $S = \frac{27}{4}$

C. $S = \frac{19}{3}$

D. $S = \frac{31}{5}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1; -2; 3); R = 2$. B. $I(1; 2; -3); R = 2$.

C. $I(1; 2; -3); R = 4$. D. $I(-1; -2; 3); R = 4$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + \bar{z}$

A. $-i$.

B. -1 .

C. 2 .

D. $-2i$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x - y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Câu 36: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 = \bar{z}$

A. 3 .

B. 4 .

C. 5 .

D. 6 .

Câu 37: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $(1-3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Tính giá trị của $T = a + b$.

A. $T = 9$.

B. $T = 8$.

C. $T = 6$.

D. $T = 7$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i$. Tìm môđun của số phức $w = z - 2i$.

A. $|w| = \sqrt{13}$.

B. $|w| = 3$.

C. $|w| = \sqrt{5}$.

D. $|w| = 5$.

Câu 39: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i$ và $z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5 + 5i$.

B. $-5i$.

C. $5 - 5i$.

D. $-1 + i$.

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (4; 2; 1)$ và $\vec{v} = (2; 0; 5)$. Tọa độ vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A.** $(-2; -2; 4)$. **B.** $(6; 2; 6)$. **C.** $(3; 1; 3)$. **D.** $(2; 2; -2)$.

Câu 41: Cho hai số phức w, z thỏa mãn $|w+i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2+i)(z-4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z-1-2i| + |z-5-2i|$ bằng:

- A.** $6\sqrt{7}$. **B.** $4 + \sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{53}$. **D.** $4\sqrt{13}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$ và hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử $D(a; b; c)$, tìm mệnh đề đúng.

- A.** $a+b+c=5$. **B.** $a+b+c=6$. **C.** $a+b+c=7$. **D.** $a+b+c=8$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 15 = 0$ và ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; -1; 3)$, $C(1; -1; -1)$. Điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T = 2x_0 + 3y_0 + z_0$

- A.** 11. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; -4; 5)$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và cắt trục Oz tại B, C sao cho tam giác ABC vuông

- A.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 58$. **B.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 82$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 90$. **D.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 40$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

- A.** $2x + y + z + 1 = 0$. **B.** $x - y + z - 4 = 0$. **C.** $7x - 2y + z - 9 = 0$. **D.** $2x + y - z - 2 = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4)$, $B(0; 0; 1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$?

- A.** $T = \frac{27}{4}$ **B.** $T = \frac{33}{5}$ **C.** $T = -\frac{3}{4}$ **D.** $T = \frac{31}{5}$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $N(a; b; c)$ là điểm đối xứng với $M(2; 0; 1)$ qua đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng

A. 7.

B. -1.

C. 3.

D. -5.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}$.

D. $\frac{x-2}{-3} = \frac{-y+1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một véc tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d , đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u} = (2;2;-1)$.

B. $\vec{u} = (1;7;-1)$.

C. $\vec{u} = (1;0;2)$.

D. $\vec{u} = (3;4;-4)$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(1) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) - \frac{f(x)}{x^2+x} = \frac{x}{x+1}, \forall x \in (0;+\infty)$.

Giá trị $f(7)$ bằng

A. $\frac{7}{8}$.

B. $\frac{49}{8}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{48}{49}$.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.D	5.A	6.D	7.D	8.C	9.A	10.C
11.B	12.A	13.C	14.D	15.D	16.A	17.A	18.D	19.B	20.C
21.C	22.A	23.B	24.B	25.A	26.B	27.D	28.D	29.C	30.C
31.A	32.B	33.B	34.B	35.C	36.C	37.B	38.D	39.C	40.B
41.C	42.B	43.B	44.D	45.B	46.C	47.C	48.A	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(1; -2; 0)$. B. $N(-1; -3; 1)$. C. $P(3; -1; -1)$. **D. $Q(-1; 2; 0)$.**

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $Q(-1; 2; 0)$ ta có

$$\frac{-1-1}{2} = \frac{2+2}{1} = \frac{0}{-1} \Leftrightarrow -1 = 4 = 0 \text{ (vô lý).}$$

Vậy điểm $Q(-1; 2; 0)$ không thuộc đường thẳng.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $\int x^{2021} dx$ là

- A. $\frac{x^{2022}}{2022} + C$.** B. $\frac{x^{2021}}{2022} + C$. C. $2021 \cdot x^{2020} + C$. D. $\frac{1}{x \ln 2022} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int x^{2021} dx = \frac{x^{2022}}{2022} + C$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $\int (e^x - 7) dx$ là

- A. $e^x - 7x + C$.** B. $e^x - 7$. C. $e^x + C$. D. $e^x \log e + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (e^x - 7) dx = e^x - 7x + C$.

Câu 4: Số phức $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

- A. 8. B. $-8i$. C. 5. **D. -8 .**

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức z là -8 .

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 2)$ biểu diễn số phức z . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là 2.**

B. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là -2 .

C. Số phức z có phần thực là 2, phần ảo là 3.

D. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là $2i$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - \frac{2}{x^2} + 1$ là

- A.** $x^3 - 2 \ln x^2 + x + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + x + C$. **C.** $6x + \frac{4}{x^3} + C$. **D.** $x^3 + \frac{2}{x} + x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \left(3x^2 - \frac{2}{x^2} + 1 \right) dx = x^3 + \frac{2}{x} + x + C.$$

Câu 7: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó, hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng

- A.** $\int_0^1 f(x) dx$. **B.** $\int_0^1 F(x) dx$. **C.** $-\int_0^1 F(x) dx$. **D.** $-\int_0^1 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } -\int_0^1 f(x) dx = -F(x) \Big|_0^1 = -(F(1) - F(0)) = F(0) - F(1).$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + z + 3 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A.** $\vec{u} = (1; 0; -2)$. **B.** $\vec{v} = (-2; 1; 3)$. **C.** $\vec{n} = (2; 0; -1)$. **D.** $\vec{w} = (-2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): -2x + z + 3 = 0$ là $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

- A.** $z + 3 = 0$. **B.** $z - 3 = 0$. **C.** $x + y - 3 = 0$. **D.** $x + y + z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với trục Oz nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1) \Rightarrow$ phương mặt phẳng (P) là $z + 3 = 0$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = 8 - \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x) dx = 8x - \cos x + C$. **B.** $\int f(x) dx = 8x + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = 8x + \cos x + C$. **D.** $\int f(x) dx = -\cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x) dx = \int (8 - \sin x) dx = 8x + \cos x + C.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{1}{4}$. Khi đó, giá trị $F(2)$ bằng

A. -2.

B. 16.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\int f'(x) dx = \int (3x^2 - 4) dx = x^3 - 4x + C$$

$$f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1 + C = 3 \Rightarrow C = 6 \Rightarrow f(x) = x^3 - 4x + 6.$$

Suy ra

$$F(2) - F(-1) = \int_{-1}^2 (x^3 - 4x + 6) dx = \frac{63}{4} \Rightarrow F(2) = \frac{63}{4} + \frac{1}{4} = 16.$$

Câu 12: Biết $\int (ax^2 + bx + c)e^x dx = (3x^2 - 8x + 13)e^x + C$ với a và b là các số nguyên. Tìm $S = a + b$.

A. $S = 1$.

B. $S = 4$.

C. $S = 5$.

D. $S = 9$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } ((3x^2 - 8x + 13)e^x + C)' = (6x - 8)e^x + (3x^2 - 8x + 13)e^x = (3x^2 - 2x + 5)e^x.$$

$$\text{Suy ra } a = 3; b = -2 \Rightarrow a + b = 1.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$, biết $\int_0^9 f(x) dx = 9$ và

$$F(0) = 3. \text{ Tính } F(9).$$

A. $F(9) = -6$.

B. $F(9) = 6$.

C. $F(9) = 12$.

D. $F(9) = -12$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^9 f(x) dx = 9 \Leftrightarrow F(x) \Big|_0^9 = 9 \Leftrightarrow F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) = 12.$$

Câu 14: Tích phân $\int_0^{2022} 5^x dx$ bằng

A. $\frac{5^{2022} - 1}{\ln 2022}$.

B. $(5^{2022} - 1) \ln 5$.

C. $\frac{5^{2022} - 1}{\ln 2022}$.

D. $\frac{5^{2022} - 1}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^{2022} 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} \Big|_0^{2022} = \frac{5^{2022} - 1}{\ln 5}$.

Câu 15: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx$.

- A. $I = \frac{11}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{17}{2}$. **D. $I = \frac{5}{2}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx = \int_{-1}^2 x dx + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx + 3 \int_{-1}^2 g(x) dx = \frac{3}{2} + 4 - 3 = \frac{5}{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_1^3 f(t) dt = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 8$.** B. $I = 12$. C. $I = 36$. D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 6 = 8$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có vector chỉ phương

là

- A. $\vec{a} = (-1; -2; 3)$.** B. $\vec{b} = (2; 4; 6)$. C. $\vec{c} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{d} = (-2; 1; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình tham số của d , suy ra d có vector chỉ phương là $(1; 2; -3) \Rightarrow \vec{a} = (-1; -2; 3)$ cũng là vector chỉ phương của d .

Câu 18: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 30x$ và trục hoành bằng

- A. $S = 9000$. B. $S = -4500$. C. $S = 4500\pi$. **D. $S = 4500$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 30x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 30 \end{cases}$ nên diện tích hình phẳng

$S = \int_0^{30} |x^2 - 30x| dx = \int_0^{30} (-x^2 + 30x) dx = 4500$.

Câu 19: Tính môđun của số phức $z = 2 - i$.

- A. 5. **B. $\sqrt{5}$.** C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải**Chọn B**

$$|z| = |2 - i| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$.

A. $I = 13$.

B. $I = 12$.

C. $I = 7$.

D. $I = 20$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(2x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} f(2x) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } I &= \left. \frac{x}{2} f(2x) \right|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^1 f(2x) d(2x) \\ &= \frac{1}{2} f(2) - \frac{1}{4} \int_0^2 f(x) d(x) = \frac{1}{2} \cdot 16 - \frac{1}{4} \cdot 4 = 7. \end{aligned}$$

Câu 21: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 + 4 \sin^2 x) dx = \frac{a\pi}{b} - \frac{c\sqrt{3}}{2}$, trong đó a, b, c nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính

$$T = a + b + c.$$

A. $T = 8$.

B. $T = 13$.

C. $T = 12$.

D. $T = 14$.

Lời giải**Chọn C**

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 + 4 \sin^2 x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 + 2(1 - \cos 2x)) dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (5 - 2 \cos 2x) dx = (5x - \sin 2x) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{5\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow a = 5; b = 6; c = 1.$$

$$T = a + b + c = 5 + 6 + 1 = 12.$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3; 0; 5)$.

B. $M(3; -2; 0)$.

C. $M(0; -2; 5)$.

D. $M(0; 2; 5)$.

Lời giải**Chọn A**

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{9}{5}$ và

$$\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{2}{5}. \text{ Tính } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $I = \frac{3}{5}$.

B. $I = \frac{1}{4}$.

C. $I = \frac{3}{4}$.

D. $I = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } \int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{2}{5}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2t dt = dx$$

$$x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(t) 2t dt = \frac{2}{5} \Rightarrow \int_0^1 f(t) t dt = \frac{1}{5} \Rightarrow \int_0^1 f(x) x dx = \frac{1}{5}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = \int_0^1 f(x) x dx = \left. \frac{x^2 \cdot f(x)}{2} \right|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{2} \cdot f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{f(1)}{2} - \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 x^2 f'(x) dx = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Chọn } k \text{ sao cho } \int_0^1 [f'(x) + kx^2]^2 dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 2k \int_0^1 x^2 f'(x) dx + k^2 \int_0^1 x^4 dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{5} + 2k \cdot \frac{3}{5} + k^2 \cdot \frac{1}{5} = 0 \Leftrightarrow k^2 + 6k + 9 = 0 \Leftrightarrow k = -3.$$

$$\int_0^1 [f'(x) - 3x^2]^2 dx = 0 \Rightarrow f'(x) - 3x^2 = 0 \text{ (Do } [f'(x) - 3x^2]^2 \geq 0, \forall x \in [0; 1])$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f(x) = x^3 + C$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow C = 0.$$

$$I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}.$$

Câu 24: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \cos x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Thể tích V của khối V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $V = \frac{\pi}{2}$.

B. $V = \frac{\pi^2}{2}$.

C. $V = \pi^2$.

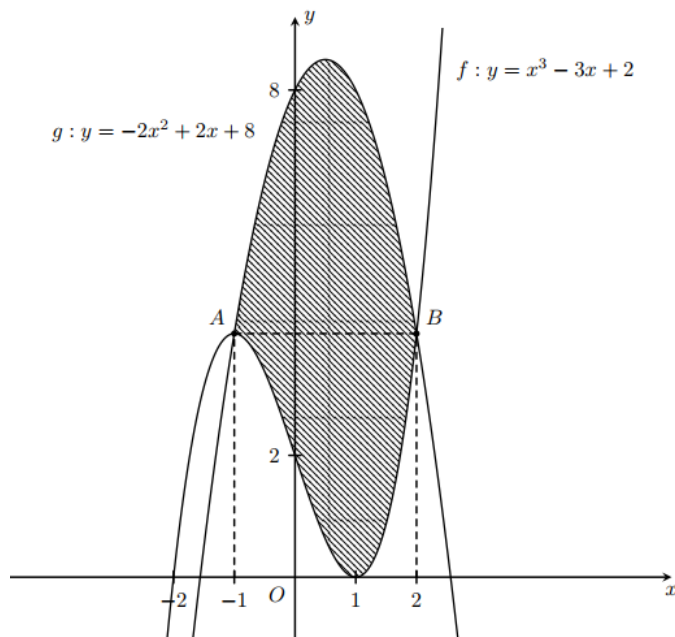
D. $V = \frac{\pi^2}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_0^\pi \cos^2 x dx = \pi \int_0^\pi \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi^2}{2}.$$

Câu 25: Giả sử hai đường cong cắt nhau tại A, B có hoành độ lần lượt là $-1; 2$. Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ sau được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx.$

B. $S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 10) dx.$

C. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) dx.$

D. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - x - 10) dx.$

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ sau được tính theo công thức

$$S = \int_{-1}^2 (g(x) - f(x)) dx = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx.$$

Câu 26: Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - 2x$, với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1; 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}.$

B. $\frac{71}{9}.$

C. $\frac{71}{6}.$

D. $\frac{64}{9}.$

Lời giải

Chọn B

Có $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị $-1; 2$ và 3

$$\Rightarrow f'(x) - g'(x) = 4a(x+1)(x-2)(x-3) = 4ax^3 - 16ax^2 + 4ax + 24a. \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } f'(x) - g'(x) = 4ax^3 + (3b - 3m)x^2 + (2c - 2n)x + 4. \quad (2)$$

Đồng nhất (1) và (2), suy ra $24a = 4 \Leftrightarrow a = \frac{1}{6}$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-1}^3 \left[4 \cdot \frac{1}{6} (x+1)(x-2)(x-3) \right] dx \\
 &= \left| \int_{-1}^2 \left[4 \cdot \frac{1}{6} (x+1)(x-2)(x-3) \right] dx \right| + \left| \int_2^3 \left[4 \cdot \frac{1}{6} (x+1)(x-2)(x-3) \right] dx \right| \\
 &= \frac{15}{2} + \frac{7}{18} = \frac{71}{9}.
 \end{aligned}$$

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(3; -2; -5)$. B. $N(0; 0; -5)$. C. $P(3; -2; 1)$. D. $Q(1; 1; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $Q(1; 1; 4)$ vào phương trình mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 5 = 0$, ta được $3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 4 - 5 = 0$ (thỏa mãn). Vậy Q thuộc (P) .

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB , với $A(0; 4; -1)$ và $B(2; -2; -3)$ là

- A. $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0$. B. $(\alpha): x - 3y + z = 0$.
C. $(\alpha): x - 3y + z - 4 = 0$. D. $(\alpha): x - 3y - z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(1; 1; -2)$

Có (α) đi qua $I(1; 1; -2)$, nhận $\overrightarrow{AB} = 2(1; -3; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến

$$\Rightarrow (\alpha): (x-1) - 3(y-1) - (z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\alpha): x - 3y - z = 0.$$

Câu 29: Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. 1 B. -5 C. 5 D. -1

Lời giải

Chọn C

Ta có $\bar{z} = 3 - 2i \Rightarrow z = 3 + 2i$. Do đó tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 5.

Câu 30: Cho số phức z có phần thực và phần ảo đều dương, đồng thời thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z| = 2\sqrt{2}$. Mô đun của số phức $z - 3 - 5i$ bằng

- A. $\sqrt{26}$. B. $\sqrt{34} + 2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Giả sử } z = a + bi \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$$

Vì $|z| = 2\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo ta có hệ phương trình

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 8 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ b = \pm 2 \end{cases}.$$

Vì số phức z có phần thực và phần ảo đều dương nên $z = 2 + 2i$ suy ra

$$|z - 3 - 5i| = |-1 - 3i| = \sqrt{10}.$$

Câu 31: Phần thực của số phức $z = (3 - i)(1 - 4i)$ là

A. -1.

B. 13.

C. 1.

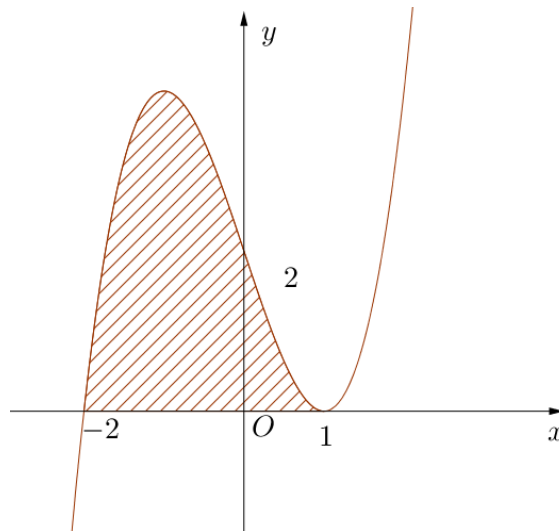
D. -13.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (3 - i)(1 - 4i) = -1 - 13i$, do đó phần thực của z là: -1.

Câu 32: Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (bên dưới) giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và trục hoành, biết rằng (C) cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ -2 và 1, đồng thời hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.



A. $S = \frac{31}{5}\pi$

B. $S = \frac{27}{4}$

C. $S = \frac{19}{3}$

D. $S = \frac{31}{5}$.

Lời giải

Chọn B

(C) cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ -2 và 1, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2, đồng thời hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ nên ta có

$$\begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ a + b + c + d = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 2.$$

$$\text{Vậy } S = \int_{-2}^1 |x^3 - 3x + 2| dx = \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \frac{27}{4}.$$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(-1; -2; 3); R = 2$. **B. $I(1; 2; -3); R = 2$.**
 C. $I(1; 2; -3); R = 4$. D. $I(-1; -2; 3); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm $I(1; 2; -3)$ và $R = 2$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + \bar{z}$

- A. $-i$. **B. -1 .** C. 2 . D. $-2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow (1+i)\bar{z} = 1 + 3i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1+3i}{1+i} \Leftrightarrow \bar{z} = 2+i \Leftrightarrow z = 2-i$

$\Rightarrow w = 1 - iz + \bar{z} = 1 - i(2-i) + 2+i = 2-i$

Vậy phần ảo của số phức w là -1 .

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x - y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ tâm A đến mp(α): $2x - y + 2z + 1 = 0$ là $d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$

Vì mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 1 = 0$ nên mặt cầu có bán kính $R = d(A; (\alpha)) = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 36: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 = \bar{z}$

- A. 3 . B. 4 . **C. 5 .** D. 6 .

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Ta có: $z^3 = \bar{z} \Rightarrow (a+bi)^3 = a-bi \Leftrightarrow a^3 + 3a^2bi - 3ab^2 - b^3i = a-bi$

$$\Leftrightarrow (a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3)i = a - bi \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - 3ab^2 = a \\ 3a^2b - b^3 = -b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(a^2 - 3b^2) = a \\ b(3a^2 - b^2) = -b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a^2 - 3b^2 - 1 = 0 \\ b=0 \\ 3a^2 - b^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ 3a^2 - b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 3b^2 - 1 = 0 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b^2 = 1 \\ b=0 \\ a^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \Rightarrow z=0 \\ a=0 \\ b=\pm 1 \Rightarrow z=\pm i \\ a=\pm 1 \\ b=0 \Rightarrow z=\pm 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 37: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $(1-3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Tính giá trị của $T = a + b$.

A. $T = 9$.

B. $T = 8$.

C. $T = 6$.

D. $T = 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1-3i)z = (1-3i)(a+bi) = a+3b+(b-3a)i$ là số thực nên $b-3a=0 \Leftrightarrow b=3a$. (1)

$$|\bar{z} - 2 + 5i| = 1 \Leftrightarrow |a-2+(5-b)i| = 1 \Leftrightarrow (a-2)^2 + (5-b)^2 = 1. (2)$$

Thế (1) vào (2) ta được

$$(a-2)^2 + (5-3a)^2 = 1 \Leftrightarrow 10a^2 - 34a + 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{5} \\ a = 2 \end{cases}$$

Do $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $a = 2$, khi đó $b = 3 \cdot 2 = 6$. Vậy $T = a + b = 2 + 6 = 8$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i$. Tìm môđun của số phức $w = z - 2i$.

A. $|w| = \sqrt{13}$.

B. $|w| = 3$.

C. $|w| = \sqrt{5}$.

D. $|w| = 5$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $\bar{z} = x - yi$.

$$(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i \Leftrightarrow (1+i)(x+yi) + (2-i)(x-yi) = 13 + 2i$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y - yi = 13 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ -y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Khi đó $w = z - 2i = 3 - 2i - 2i = 3 - 4i \longrightarrow |w| = 5$.

Câu 39: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i$ và $z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5 + 5i$.

B. $-5i$.

C. $5 - 5i$.

D. $-1 + i$.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 - z_2 = 2 - 2i - (-3 + 3i) = 5 - 5i.$$

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (4; 2; 1)$ và $\vec{v} = (2; 0; 5)$. Tọa độ vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-2; -2; 4)$.

B. $(6; 2; 6)$.

C. $(3; 1; 3)$.

D. $(2; 2; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{u} + \vec{v} = (6; 2; 6).$$

Câu 41: Cho hai số phức w, z thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2 + i)(z - 4)$. Giá trị lớn nhất của biểu

thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng:

A. $6\sqrt{7}$.

B. $4 + \sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{53}$.

D. $4\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C

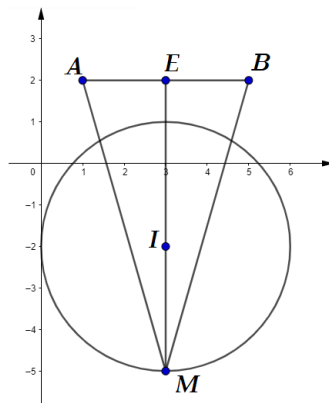
Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng phức

Ta có: $5w = (2 + i)(z - 4) \Leftrightarrow 5w + 5i = (2 + i)z - 8 + i \Rightarrow |5w + 5i| = |(2 + i)z - 8 + i|$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{5} = \sqrt{5}|z - 3 + 2i| \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| = 3$$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm M trên mặt phẳng phức là đường tròn tâm $I(3; -2)$, $R = 3$

Khi đó $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i| = MA + MB$ với $A(1; 2)$ và $B(5; 2)$



Gọi E là trung điểm của $AB \Rightarrow E(3; 2)$.

$$\text{Ta lại có: } P = MA + MB \leq \sqrt{2}\sqrt{MA^2 + MB^2} = \sqrt{2}\sqrt{2ME^2 + \frac{AB^2}{2}} \leq \sqrt{2}\sqrt{2(MI + IE)^2 + \frac{AB^2}{2}}.$$

$$\text{Hay } P \leq 2\sqrt{53}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} MA = MB \\ EM = EI + IM \end{cases} \Leftrightarrow M(3; -5).$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{53}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ và hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử $D(a;b;c)$, tìm mệnh đề đúng.

A. $a+b+c=5$.

B. $a+b+c=6$.

C. $a+b+c=7$.

D. $a+b+c=8$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$, $\overrightarrow{BC}=(4;1;1)$ và $\overrightarrow{AD}=(a-1;b-2;c-1)$

$\Rightarrow AB=3, BC=3\sqrt{2}$.

Theo đề $S_{ABCD}=6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{(AD+BC).AB}{2}=6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{(AD+3\sqrt{2}).3}{2}=6\sqrt{2} \Leftrightarrow AD=\sqrt{2}$.

Mà $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng nên $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\frac{AD}{BC}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=\frac{1}{3}.4 \\ b-2=\frac{1}{3}.1 \\ c-1=\frac{1}{3}.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{7}{3} \\ b=\frac{7}{3} \\ c=\frac{4}{3} \end{cases}$.

Vậy $a+b+c=6$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-15=0$ và ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$. Điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=2x_0+3y_0+z_0$

A. 11.

B. 5.

C. 15.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Gọi I thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{O} \Rightarrow I(1;2;-2)$.

$$P=2MA^2-MB^2+MC^2=2\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2-(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2+(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC})^2$$
$$=MI^2+2IA^2-IB^2+IC^2.$$

Do A, B, C, I cố định nên P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI bé nhất.

MI bé nhất khi M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) .

Phương trình đường thẳng (d) đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) là
$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-3t \\ z=-2+2t \end{cases}$$

$H=d \cap (P) \Rightarrow 3(1+3t)-3(2-3t)+2(-2+2t)-15=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(4;-1;0)$.

$T=2x_0+3y_0+z_0=5$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; -4; 5)$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và cắt trục Oz tại B, C sao cho tam giác ABC vuông

A. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 58$.

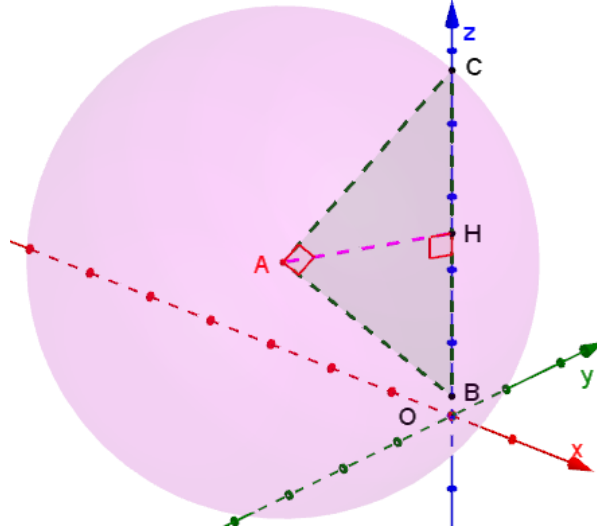
B. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 82$.

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 90$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 40$.

Lời giải

Chọn D



Do tam giác ABC cân tại A nên ABC vuông cân tại A

$$d(A, Oz) = 2\sqrt{5} \Rightarrow AB = R = 2\sqrt{10}.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 40$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

A. $2x + y + z + 1 = 0$. **B.** $x - y + z - 4 = 0$.

C. $7x - 2y + z - 9 = 0$. **D.** $2x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 6; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 8; 9) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (14; -14; 14)$

Mặt phẳng (ABC) có một VTPT là $\vec{n}(1; -1; 1)$

$$(ABC): x - 1 - (y - 1) + z - 4 = 0 \Leftrightarrow x - y + z - 4 = 0.$$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4)$, $B(0; 0; 1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$?

A. $T = \frac{27}{4}$

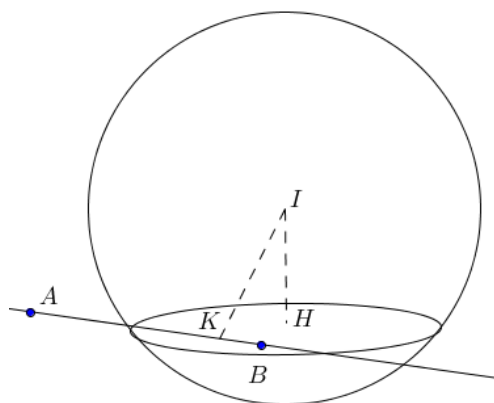
B. $T = \frac{33}{5}$

C. $T = -\frac{3}{4}$

D. $T = \frac{31}{5}$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -3) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) và đường thẳng AB .

Vì $K \in AB \Rightarrow K(t; 2t; 1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t+1; 2t-1; 1+3t)$

$IK \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{u}_{AB} = 0$

$\Leftrightarrow t+1+2 \cdot (2t-1)+3 \cdot (3t+1)=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{7} \Leftrightarrow K\left(-\frac{1}{7}; -\frac{2}{7}; \frac{4}{7}\right)$

$\Rightarrow IK = \frac{\sqrt{133}}{7} < R$

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(I; (P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow IH_{\max}$

Ta có: $IH \leq IK$

Vậy (P) là mặt phẳng đi qua K và nhận $\overrightarrow{IK} = \left(\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{4}{7}\right)$ là VTPT

$(P): \frac{6}{7}\left(x+\frac{1}{7}\right)-\frac{9}{7}\left(y+\frac{2}{7}\right)+\frac{4}{7}\left(z-\frac{4}{7}\right)=0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x+\frac{27}{4}y-3z+3=0$

$T = -\frac{9}{2} + \frac{27}{4} - 3 = -\frac{3}{4}.$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $N(a; b; c)$ là điểm đối xứng với $M(2; 0; 1)$ qua đường

thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 7.

B. -1.

C. 3.

D. -5.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng Δ .

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} \Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u}_{\Delta} = (1; 2; 1).$

$$H \text{ là hình chiếu vuông góc của } M \text{ trên đường thẳng } \Delta \Rightarrow \begin{cases} H \in \Delta \\ MH \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H(1+t; 2t; 2+t) \\ \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \end{cases}.$$

$$\overrightarrow{MH} = (t-1; 2t; t+1)$$

$$\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow t-1+4t+t+1=0 \Leftrightarrow 6t=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow H(1; 0; 2)$$

N là điểm đối xứng với M qua đường thẳng Δ , nên H là trung điểm của MN .

$$\text{Vậy } N(0; 0; 3) \Rightarrow a=0; b=0; c=3 \Rightarrow a+b+c=3.$$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng d có phương trình

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}$.
C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x-2}{-3} = \frac{-y+1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

d có VTCP $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Gọi $A = d \cap \Delta$. Suy ra $A(1+2t; -1+t; -t)$ và $\overrightarrow{MA} = (2t-1; t-2; -t)$.

Ta có $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{MA} \perp \vec{u}_d \Rightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + t - 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Do Δ qua $M(2; 1; 0)$ và có VTCP $\overrightarrow{MA} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, ta chọn $\vec{u} = (1; -4; -2)$ làm VTCP của

Δ nên phương trình của đường thẳng Δ là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng

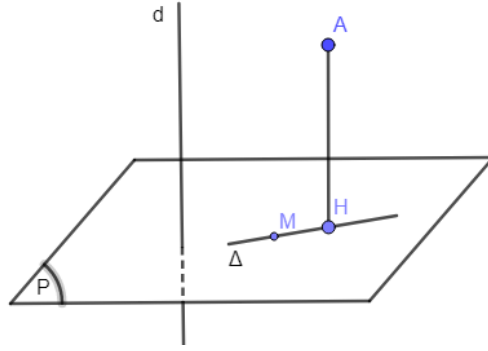
$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một véc tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc

với đường thẳng d , đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. **B.** $\vec{u} = (1; 7; -1)$. **C.** $\vec{u} = (1; 0; 2)$. **D.** $\vec{u} = (3; 4; -4)$.

Lời giải

Chọn C



+ Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d . Do Δ đi qua M và vuông góc với d nên $\Delta \subset (P)$.

+ Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) .

Ta có mặt phẳng (P) có phương trình là: $2x + 2y - z + 9 = 0$

$$AH \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

Do H là giao điểm của (P) và $AH \Rightarrow H(-3; -2; -1)$.

+ Ta có $d(A, \Delta) \geq AH = 6$. Dấu bằng xảy ra khi $H \in \Delta$.

Suy ra khoảng cách từ điểm A đến AH đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi $H \in \Delta$.

Khi đó Δ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{HM} = (1; 0; 2)$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(1) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) - \frac{f(x)}{x^2 + x} = \frac{x}{x+1}, \forall x \in (0; +\infty)$.

Giá trị $f(7)$ bằng

A. $\frac{7}{8}$.

B. $\frac{49}{8}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{48}{49}$.

Lời giải

Chọn B

+ Với mọi $x \in (0; +\infty)$ ta có

$$f'(x) - \frac{f(x)}{x^2 + x} = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} \cdot f'(x) - \frac{x+1}{x} \cdot \frac{f(x)}{x^2 + x} = 1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} \cdot f'(x) - \frac{1}{x^2} \cdot f(x) = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x} \cdot f(x) \right)' = 1$$

$$\Rightarrow \int_1^7 \left(\frac{x+1}{x} \cdot f(x) \right)' dx = \int_1^7 1 dx \Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x} \cdot f(x) \right) \Big|_1^7 = 6 \Rightarrow \frac{8}{7} \cdot f(7) - 2f(1) = 6.$$

Do $f(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow f(7) = \frac{49}{8}$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 33 (100TN)

- Câu 1:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - 2z + 27 = 0$. Giá trị $|z_1|z_2| + z_2|z_1|$ bằng
A. $\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** 2.
- Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$ là
A. $S = \pi \int_{-2}^3 xe^x dx$ **B.** $S = \int_{-2}^3 xe^x dx$. **C.** $S = \int_{-2}^3 |xe^x| dx$. **D.** $S = \left| \int_{-2}^3 xe^x dx \right|$.
- Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a; x = b$ có công thức là
A. $-\int_a^b f(x) dx$. **B.** $\int_b^a f(x) dx$. **C.** $\int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $\int_a^b f(x) dx$.
- Câu 4:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = -5 + 2i$. Kết quả phép tính $z_1 + z_2$ là
A. $4 + 3i$. **B.** -5 . **C.** $-4 - 3i$. **D.** $-4 + 3i$.
- Câu 5:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là
A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$. **B.** $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 - \ln x + C$. **D.** $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$.
- Câu 6:** Tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx$ bằng
A. $\ln[4(e+3)]$. **B.** $\ln(e-2)$. **C.** $\ln(e-7)$. **D.** $\ln\left(\frac{3+e}{4}\right)$.
- Câu 7:** Tính tích phân $I = \int_0^1 3^x dx$.
A. $I = \frac{2}{\ln 3}$. **B.** $I = \frac{1}{4}$. **C.** $I = \frac{3}{\ln 3}$. **D.** $I = 2$.
- Câu 8:** Cho tích phân $\int_1^e (2x-5) \ln x dx$. Chọn khẳng định đúng?
A. $I = (x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5) dx$. **B.** $I = (x-5) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x^2 - 5x) dx$.
C. $I = -(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5) dx$. **D.** $I = (x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e + \int_1^e (x-5) dx$.
- Câu 9:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2$.
A. $S = 3$. **B.** $S = 15$. **C.** $S = \frac{13}{5}$. **D.** $S = \frac{3}{5}$.
- Câu 10:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. $\frac{-9}{8}$.

B. 3.

C. $\frac{3}{18}$.

D. $\frac{-9}{4}$.

Câu 11: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. $-1; -6$.

B. $-6; -1$.

C. $6; 1$.

D. $-6; 1$.

Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, x = 0, x = 1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình khi quay quanh trục Ox .

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. π .

C. $\sqrt{\pi}$.

D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $\int f'(x)dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với mọi hằng số k với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

A. 2.

B. $x^2 + x$.

C. $x^2 + x + C$.

D. C .

Câu 15: Cho hai số phức: $z_1 = 2 + i, z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $w = 2z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 2.

B. -2 .

C. 6.

D. -6 .

Câu 16: Cho các số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 14 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -4

B. 14

C. 4

D. -14 .

Câu 17: Cho các số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-3i$.

B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3 .

D. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $3i$.

Câu 18: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

A. $I = \frac{\pi - 1}{2}$.

B. $I = \frac{\pi - 2}{2}$.

A. $I = \frac{\pi + 1}{2}$.

A. $I = \frac{\pi}{2} + 1$.

Câu 19: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng

A. $\ln 2$.

B. $2 + \ln 2$.

C. 3.

D. 4.

Câu 20: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2 - 3i)(3 + 2i)$.

A. $\bar{z} = 12 + 5i$.

B. $\bar{z} = -12 + 5i$.

C. $\bar{z} = -12 - 5i$.

D. $\bar{z} = 12 - 5i$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z$. Số phức liên hợp của số phức z là?

A. $\bar{z} = -2 - i$.

B. $\bar{z} = 2 - i$

C. $\bar{z} = -2 + i$.

D. $\bar{z} = -2 - i$.

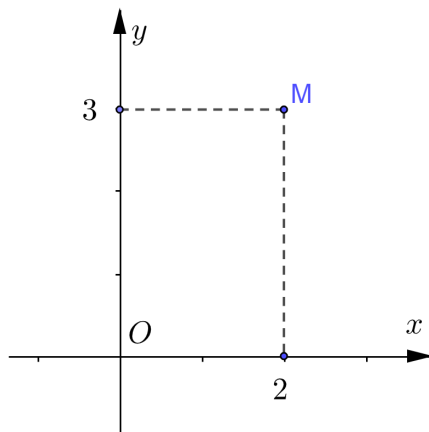
Câu 22: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $\bar{z}$. Số phức z bằng

A. $3 + 2i$.

B. $3 - 2i$.

C. $2 - 3i$.

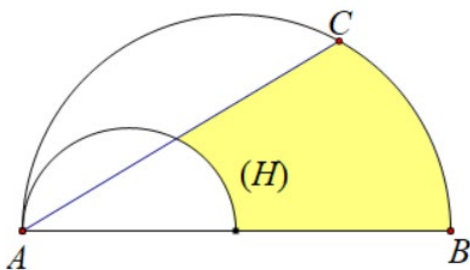
D. $2 + 3i$.



Câu 23: Cho số phức z thỏa mãn $|iz - 2i| = |1 - 2i|$. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Hãy xác định tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(0; 2)$. C. $I(2; 0)$. B. $I(0; -2)$. D. $I(-2; 0)$.

Câu 24: Ta vẽ nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB



- A. $\frac{620}{3}\pi$. B. $\frac{784}{3}\pi$. C. $\frac{325}{3}\pi$. D. 279π

Câu 25: Với mọi số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + i| \leq \sqrt{2}$, ta luôn có

- A. $|2z - 1 + i| \leq 3\sqrt{2}$. B. $|2z - 1 + i| \leq 2$. C. $|z + i| \leq \sqrt{2}$. D. $|z + 1| \leq \sqrt{2}$.

Câu 26: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều. Góc ở đỉnh của hình nón đó có số đo là

- A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

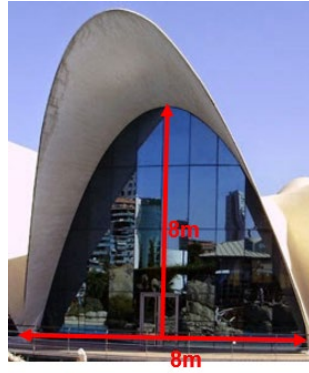
Câu 27: Biểu diễn hình học của số phức $z = 2 - 3i$ là điểm nào trong những điểm sau đây

- A. $I(-2; 3)$. B. $I(2; -3)$. C. $I(2; 3)$. D. $I(-2; -3)$.

Câu 28: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z + 3|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $2x - y + 1 = 0$. B. $2x + y - 1 = 0$. C. $2x - y - 1 = 0$. D. $2x + y + 1 = 0$

Câu 29: Vòm cửa lớn của trung tâm văn hóa có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao $8m$ và rộng $8m$ (như hình vẽ).



- A. $\frac{28}{3}(m^2)$. B. $\frac{26}{3}(m^2)$. C. $\frac{128}{3}(m^2)$. D. $\frac{131}{3}(m^2)$.

Câu 30: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$ thỏa $F(1) = 3$. Tính $T = 2^{F(e)} + \log_4 3 \cdot \log_3 [F(e)]$.

- A. $T = 2$. B. $T = 8$. C. $T = \frac{9}{2}$. D. $T = 17$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I của (S) là

- A. $I(-2; -1; -1)$. B. $I(2; -1; 1)$. C. $I(-2; 1; 1)$. D. $I(-2; 1; -1)$.

Câu 32: Một khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối trụ là.

- A. $\frac{\pi a^3}{4}$. B. $2\pi a^3$. C. πa^3 . D. $4\pi a^3$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y}{7} = \frac{z+1}{-6}$. Một vector chỉ phương của (d) là

- A. $\vec{u} = (3; 7; 6)$. B. $\vec{u} = (3; 0; -1)$. C. $\vec{u} = (-3; 0; 1)$ D. $\vec{u} = (2; 7; -6)$.

Câu 34: Một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $6cm$. Bán kính đáy của hình trụ đó là

- A. $36(cm)$. B. $6(cm)$. C. $12(cm)$. D. $3(cm)$

Câu 35: Cho mặt cầu tâm I bán kính R . Mặt phẳng (P) chứa I và cắt mặt cầu theo một đường tròn có diện tích là

- A. $2\pi R$. B. πR . C. $4\pi R$. D. πR^2 .

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; 3; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. D. $\vec{n} = (1; -2; -1)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2020; -2021; 0)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(2020; 0; 0)$. B. $(0; -2021; 0)$.
C. $(-2020; 2021; 0)$. D. $(2020; 2021; 0)$.

Câu 38: Hình nón có đường sinh $l = 4a$ và hợp với đáy góc $\alpha = 60^\circ$. Chiều cao hình nón đó là

- A. $2a$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(2;3;1)$ B. $M(2;-3;-1)$. C. $M(2;-3;1)$. D. $M(-2;3;-1)$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $z = 0$. D. $x + z = 0$.

Câu 41: Cho mặt cầu $S(O;R)$ và một điểm A nằm ngoài mặt cầu. Qua A kẻ một cát tuyến cắt (S) tại

B và C sao cho $BC = \frac{R\sqrt{13}}{2}$. Khi đó khoảng cách từ O đến BC bằng

- A. $R\sqrt{3}$. B. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. D. $R\sqrt{2}$.

Câu 42: Một hình nón có đường cao bằng $9cm$ nội tiếp một hình cầu bán kính $5cm$. Tỷ số giữa thể tích của khối nón và khối cầu là

- A. $\frac{81}{500}$. B. $\frac{27}{500}$. C. $\frac{27}{125}$. D. $\frac{27}{125}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;0)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1;3;-2)$ có phương trình là

- A. $x + 3y - 2z = 0$. B. $2x - y + 1 = 0$.
C. $x + 3y - 2z + 1 = 0$. D. $x + 3y - 2z - 1 = 0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ và 2 điểm $A(1;1;-2); B(3;0;-1)$.

Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Đường thẳng AB trùng với đường thẳng d .
B. Đường thẳng AB cắt đường thẳng d .
C. Đường thẳng AB và đường thẳng d chéo nhau.
D. Đường thẳng AB song với đường thẳng d .

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và có thể tích $V = 36\pi$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(6;0;0), N(0;-2;0)$ và $P(0;0;4)$, Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- A. $6x - 2y + 4z - 12 = 0$. B. $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{6} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;-5;2)$, $B(3;-1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giá trị đó là.

- A. $\sqrt{21}$ B. $\sqrt{29}$ C. 21 D. 29

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$ và $B(0;-2;2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $\left(1; \frac{-3}{2}; \frac{1}{2}\right).$

B. $\left(1; \frac{-3}{2}; \frac{3}{2}\right).$

C. $(2; -3; 3).$

D. $\left(-1; \frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right).$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 2), B(0; 3; 1), C(-2; 5; 0)$. Tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ là

A. $D(0; 11; -11).$

B. $D(2; 11; -7).$

C. $D(0; 7; -7).$

D. $D(0; 11; -5).$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1), B(3; -1; 0)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - 2z + 27 = 0$. Giá trị $z_1|z_2| + z_2|z_1|$ bằng
- A. $\sqrt{6}$. B. 6. C. $3\sqrt{6}$. D. 2

Lời giải

Phương trình $3z^2 - 2z + 27 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = \frac{1-4\sqrt{5}i}{3}; z_2 = \frac{1+4\sqrt{5}i}{3}$.

$$\text{Ta có } |z_1| = |z_2| = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{5}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1+80}{9}} = 3.$$

$$\text{Do đó } z_1|z_2| + z_2|z_1| = 3(z_1 + z_2) = 2.$$

- Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$ là

A. $S = \pi \int_{-2}^3 xe^x dx$ B. $S = \int_{-2}^3 xe^x dx$. C. $S = \int_{-2}^3 |xe^x| dx$. D. $S = \left| \int_{-2}^3 xe^x dx \right|$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a; x = b$ có công thức là

A. $-\int_a^b f(x) dx$. B. $\int_b^a f(x) dx$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 4:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = -5 + 2i$. Kết quả phép tính $z_1 + z_2$ là

A. $4 + 3i$. B. -5 . C. $-4 - 3i$. D. $-4 + 3i$.

Lời giải

$$\text{Có } z_1 + z_2 = (1 + i) + (-5 + 2i) = -4 + 3i.$$

- Câu 5:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$. B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 - \ln x + C$. D. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

$$\text{Có } \int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$$

- Câu 6:** Tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx$ bằng

A. $\ln[4(e+3)]$. B. $\ln(e-2)$. C. $\ln(e-7)$. D. $\ln\left(\frac{3+e}{4}\right)$.

Lời giải

$$\text{Có } \int_1^e \frac{1}{x+3} dx = \ln|x+3| \Big|_1^e = \ln(e+3) - \ln 4 = \ln \frac{e+3}{4}.$$

Câu 7: Tính tích phân $I = \int_0^1 3^x dx$.

A. $I = \frac{2}{\ln 3}$.

B. $I = \frac{1}{4}$.

C. $I = \frac{3}{\ln 3}$.

D. $I = 2$.

Lời giải

$$I = \int_0^1 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_0^1 = \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3}.$$

Câu 8: Cho tích phân $\int_1^e (2x-5) \ln x dx$. Chọn khẳng định đúng?

A. $I = (x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5) dx$.

B. $I = (x-5) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x^2 - 5x) dx$.

C. $I = -(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5) dx$.

D. $I = (x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e + \int_1^e (x-5) dx$.

Lời giải

$$\text{Đặt } u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx; dv = (2x-5) dx \Rightarrow v = x^2 - 5x.$$

$$I = (x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x^2 - 5x) \cdot \frac{1}{x} dx = (x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5) dx.$$

Câu 9: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2$.

A. $S = 3$.

B. $S = 15$.

C. $S = \frac{13}{5}$.

D. $S = \frac{3}{5}$.

Lời giải

$$5z^2 - 8z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{4}{5} + \frac{3i}{5} \\ z = \frac{4}{5} - \frac{3i}{5} \end{cases} \Rightarrow S = \left| \frac{4}{5} + \frac{3i}{5} \right| + \left| \frac{4}{5} - \frac{3i}{5} \right| + \left(\frac{4}{5} + \frac{3i}{5} \right) \left(\frac{4}{5} - \frac{3i}{5} \right) = 3.$$

Câu 10: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. $\frac{-9}{8}$.

B. 3 .

C. $\frac{3}{18}$.

D. $\frac{-9}{4}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng định lí Viet ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{-9}{4}.$$

Câu 11: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

- A. $-1; -6$. B. $-6; -1$. C. $6; 1$. D. $-6; 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-3}{2} \pm \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Do } z_2 \text{ có phần ảo âm suy ra } z_1 = \frac{-3}{2} + \frac{1}{2}i, z_2 = \frac{-3}{2} - \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Suy ra } z_1 + 3z_2 = \frac{-3}{2} + \frac{1}{2}i + 3 \cdot \left(\frac{-3}{2} - \frac{1}{2}i\right) = -6 - i.$$

Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là $-6, -1$

Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, x = 0, x = 1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình khi quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. π . C. $\sqrt{\pi}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình khi quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^1 x dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 B. $\int f'(x)dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.
 C. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với mọi hằng số k với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Phương án D thiếu điều kiện $k \neq 0$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. 2 . B. $x^2 + x$. C. $x^2 + x + C$. D. C .

Lời giải

$$\text{Ta có } \int (2x + 1)dx = x^2 + x + C.$$

Câu 15: Cho hai số phức: $z_1 = 2 + i, z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $w = 2z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. 2 . B. -2 . C. 6 . D. -6 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } w = 2z_1 \cdot z_2 = 2 \cdot (2 + i) \cdot (-1 + i) = 2(-3 + i) = -6 + 2i.$$

Câu 16: Cho các số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 14 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -4.

B. 14.

C. 4.

D. -14.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết } (1+i)z = 14-2i \Leftrightarrow z = \frac{14-2i}{1+i} \Leftrightarrow z = \frac{(14-2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \Leftrightarrow z = \frac{12-16i}{2} \Leftrightarrow z = 6-8i.$$

Suy ra $\bar{z} = 6+8i$. Vì vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng 14.

Câu 17: Cho các số phức $z = 2-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-3i$.

B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3 .

D. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $3i$.

Lời giải

Từ giả thiết $z = 2-3i$ ta có ngay số phức liên hợp $\bar{z} = 2+3i$.

Vì vậy phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt bằng 2 và bằng 3.

Câu 18: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

A. $I = \frac{\pi-1}{2}$.

B. $I = \frac{\pi-2}{2}$.

A. $I = \frac{\pi+1}{2}$.

A. $I = \frac{\pi}{2} + 1$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

Câu 19: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng

A. $\ln 2$.

B. $2 + \ln 2$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ nên suy ra $F(x) = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C$.

Mà $F(0) = 2$ nên $\ln|0+1| + C = 2 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = \ln|x+1| + 2 \Rightarrow F(1) = 2 + \ln 2$.

Câu 20: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2-3i)(3+2i)$.

A. $\bar{z} = 12+5i$.

B. $\bar{z} = -12+5i$.

C. $\bar{z} = -12-5i$.

D. $\bar{z} = 12-5i$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } z = (2-3i)(3+2i) = 12-5i.$$

Suy ra số phức liên hợp của số phức đã cho là $\bar{z} = 12+5i$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là?

A. $\bar{z} = -2-i$.

B. $\bar{z} = 2-i$.

C. $\bar{z} = -2+i$.

D. $\bar{z} = -2-i$.

Lời giải

Ta có: $(1+2i)z = 4-3i+2z \Leftrightarrow (-1+2i)z = 4-3i \Leftrightarrow z = \frac{4-3i}{-1+2i} = -2-i.$

$\Rightarrow \bar{z} = -2+i.$

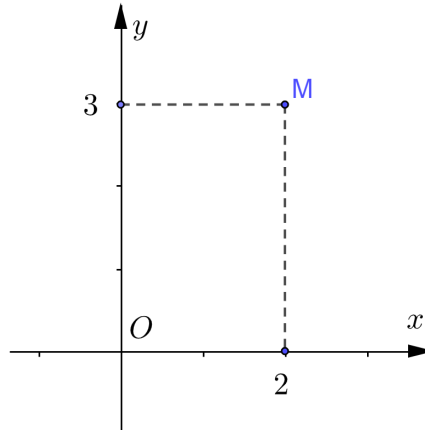
Câu 22: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $\bar{z}$. Số phức z bằng

A. $3+2i.$

B. $3-2i.$

C. $2-3i.$

D. $2+3i.$



Lời giải

Điểm $M(2;3)$ biểu diễn số phức $\bar{z}$ nên ta suy ra $\bar{z} = 2+3i$. Khi đó $z = 2-3i$.

Câu 23: Cho số phức z thỏa mãn $|iz-2i|=|1-2i|$. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Hãy xác định tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(0;2).$

B. $I(0;-2).$

C. $I(2;0).$

D. $I(-2;0).$

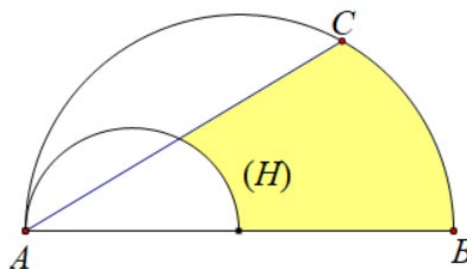
Lời giải

Đặt $z = x + yi, (x; y \in \mathbb{R}).$

Ta có: $|iz-2i|=|1-2i| \Leftrightarrow |z-2|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+y^2}=\sqrt{5} \Leftrightarrow (x-2)^2+y^2=5.$

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;0)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Câu 24: Ta vẽ nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB .



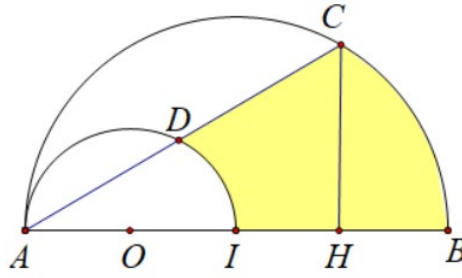
A. $\frac{620}{3}\pi.$

B. $\frac{784}{3}\pi.$

C. $\frac{325}{3}\pi.$

D. $279\pi.$

Lời giải



Gọi V_{AID} là thể tích vật thể khi quay miền phẳng chứa cung tròn AID quanh AB .

V_{ACB} là thể tích vật thể khi quay miền phẳng chứa cung tròn ACB quanh AB .

V là thể tích vật thể tròn xoay cần tính.

Ta có : $\frac{AI}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{AID}}{V_{ACB}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$. Suy ra : $V = V_{ACB} - V_{AID} = \frac{7}{8}V_{ACB}$.

Từ giả thiết : nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π nên

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 32\pi \Leftrightarrow AB = 16.$$

$\widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BIC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BIC$ đều, H là trung điểm $IB \Rightarrow IH = 4; AH = 12$.

$$CH = AH \cdot \tan 30^\circ = 4\sqrt{3}.$$

$$V_{ACB} = V_{nonACH} + V_{CHB} = \frac{1}{3} \pi \cdot AH \cdot CH^2 + \pi \int_4^8 \left(\sqrt{64-x^2}\right)^2 dx = \frac{1}{3} \pi \cdot 12 \cdot (4\sqrt{3})^2 + \frac{320}{3} \pi = \frac{896\pi}{3}.$$

$$\text{Vậy : } V = \frac{7}{8} V_{ACB} = \frac{7}{8} \cdot \frac{896\pi}{3} = \frac{784}{3} \pi.$$

Câu 25: Với mọi số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1+i| \leq \sqrt{2}$, ta luôn có

- A.** $|2z-1+i| \leq 3\sqrt{2}$. **B.** $|2z-1+i| \leq 2$. **C.** $|z+i| \leq \sqrt{2}$. **D.** $|z+1| \leq \sqrt{2}$.

Lời giải

Sử dụng tính chất: Với hai số phức $z_1; z_2$ bất kỳ ta luôn có: $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

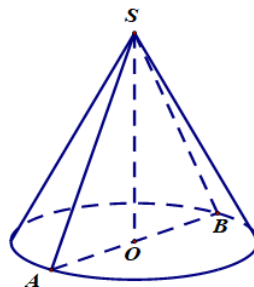
$$\text{Ta có: } |z| = |(z-1+i) + (1-i)| \leq |z-1+i| + |1-i| \leq 2\sqrt{2}.$$

$$|2z-1+i| = |z + (z-1+i)| \leq |z| + |z-1+i| \leq 3\sqrt{2}.$$

Câu 26: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều. Góc ở đỉnh của hình nón đó có số đo là

- A.** 120° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 30° .

Lời giải



Giả sử thiết diện qua trục hình nón đã cho là tam giác đều SAB với S là đỉnh của hình nón khi đó góc ở đỉnh là $\widehat{ASB} = 60^\circ$.

- Câu 27:** Biểu diễn hình học của số phức $z = 2 - 3i$ là điểm nào trong những điểm sau đây
A. $I(-2;3)$. **B.** $I(2;-3)$. **C.** $I(2;3)$. **D.** $I(-2;-3)$.

Lời giải

Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn hình học là $I(2;-3)$.

- Câu 28:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z + 3|$ là đường thẳng có phương trình
A. $2x - y + 1 = 0$. **B.** $2x + y - 1 = 0$. **C.** $2x - y - 1 = 0$. **D.** $2x + y + 1 = 0$.

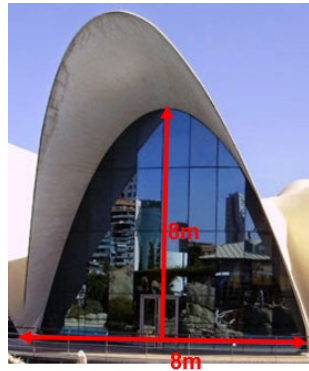
Lời giải

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là $M(x; y)$. Ta có:

$$\begin{aligned} |z - 1 + 2i| &= |z + 3| \Leftrightarrow |x + yi - 1 + 2i| = |x + yi + 3| \\ \Leftrightarrow |(x-1) + (y+2)i| &= |(x+3) + yi| \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2} \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 &= x^2 + 6x + 9 + y^2 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow M &\text{ thuộc đường thẳng } (d): 2x - y + 1 = 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z + 3|$ là đường thẳng $(d): 2x - y + 1 = 0$.

- Câu 29:** Vòm cửa lớn của trung tâm văn hóa có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao $8m$ và rộng $8m$ (như hình vẽ).



- A.** $\frac{28}{3}(m^2)$. **B.** $\frac{26}{3}(m^2)$. **C.** $\frac{128}{3}(m^2)$. **D.** $\frac{131}{3}(m^2)$.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho đường Parabol có đỉnh $I(0;8)$ và cắt trục hoành tại $(-4;0)$ và $(4;0)$.

Phương trình của đường Parabol là $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.

Vậy diện tích mặt kính cần lắp vào vòm cửa là $S = \int_{-4}^4 \left| -\frac{1}{2}x^2 + 8 \right| dx \Leftrightarrow S = \frac{128}{3}(m^2)$.

- Câu 30:** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$ thỏa $F(1) = 3$. Tính $T = 2^{F(e)} + \log_4 3 \cdot \log_3 [F(e)]$.

A. $T = 2$.

B. $T = 8$.

C. $T = \frac{9}{2}$.

D. $T = 17$.

Lời giải

Ta có $I = \int f(x) dx = \int \ln x dx$.

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$ và $dv = dx \Rightarrow v = x$.

$$I = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C.$$

Vậy $F(x) = x \ln x - x + C$.

Theo giả thiết, $F(1) = 3 \Leftrightarrow -1 + C = 3 \Leftrightarrow C = 4$.

Suy ra $F(x) = x \ln x - x + 4$.

Ta có $F(e) = e \ln e - e + 4 = 4$.

Vậy $T = 2^4 + \log_4 3 \cdot \log_3 4 = 17$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I của (S) là

A. $I(-2; -1; -1)$.

B. $I(2; -1; 1)$.

C. $I(-2; 1; 1)$.

D. $I(-2; 1; -1)$.

Lời giải

Tọa độ tâm I của (S) là $I(-2; 1; -1)$

Câu 32: Một khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối trụ là

A. $\frac{\pi a^3}{4}$.

B. $2\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $4\pi a^3$.

Lời giải

Thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y}{7} = \frac{z+1}{-6}$. Một vectơ chỉ phương của (d) là

A. $\vec{u} = (3; 7; 6)$.

B. $\vec{u} = (3; 0; -1)$.

C. $\vec{u} = (-3; 0; 1)$.

D. $\vec{u} = (2; 7; -6)$.

Lời giải

Vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u} = (2; 7; -6)$.

Câu 34: Một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $6cm$. Bán kính đáy của hình trụ đó là

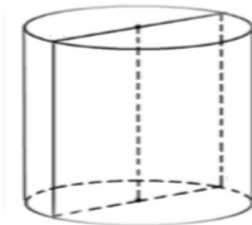
A. $36(cm)$.

B. $6(cm)$.

C. $12(cm)$.

D. $3(cm)$.

Lời giải



Theo giả thiết, thiết diện là hình vuông có cạnh là 6 (cm) .

Khi đó, bán kính đáy của hình trụ là 3 (cm) .

Câu 35: Cho mặt cầu tâm I bán kính R . Mặt phẳng (P) chứa I và cắt mặt cầu theo một đường tròn có diện tích là

- A. $2\pi R$. B. πR . C. $4\pi R$. D. πR^2 .

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua tâm của mặt cầu nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo đường tròn có bán kính bằng bán kính của mặt cầu. Do đó diện tích của đường tròn giao tuyến là πR^2 .

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; 3; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. D. $\vec{n} = (1; -2; -1)$.

Lời giải

Từ phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ suy ra một véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2020; -2021; 0)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(2020; 0; 0)$. B. $(0; -2021; 0)$. C. $(-2020; 2021; 0)$. D. $(2020; 2021; 0)$.

Lời giải

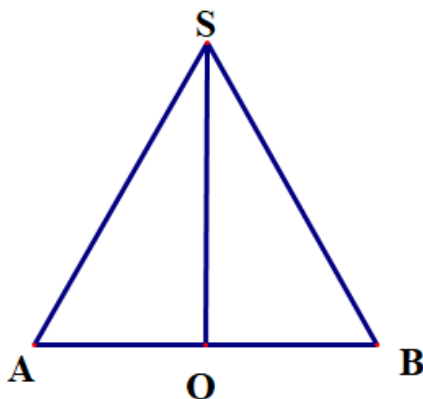
Hình chiếu của điểm $M(a; b; c)$ trên trục Ox là điểm $H(a; 0; 0)$.

Nên hình chiếu của điểm $M(2020; -2021; 0)$ trên trục Ox là điểm $(2020; 0; 0)$

Câu 38: Hình nón có đường sinh $l = 4a$ và hợp với đáy góc $\alpha = 60^\circ$. Chiều cao hình nón đó là

- A. $2a$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Xét tam giác vuông SAO , ta có: $\sin 60^\circ = \frac{SO}{SA} \Rightarrow SO = SA \cdot \sin 60^\circ = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Vậy chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(2; 3; 1)$ B. $M(2; -3; -1)$. C. $M(2; -3; 1)$. D. $M(-2; 3; -1)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow M(2; -3; 1)$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $z = 0$. D. $x + z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y = 0$.

Câu 41: Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một điểm A nằm ngoài mặt cầu. Qua A kẻ một cát tuyến cắt (S)

tại B và C sao cho $BC = \frac{R\sqrt{13}}{2}$. Khi đó khoảng cách từ O đến BC bằng

- A. $R\sqrt{3}$. B. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. D. $R\sqrt{2}$.

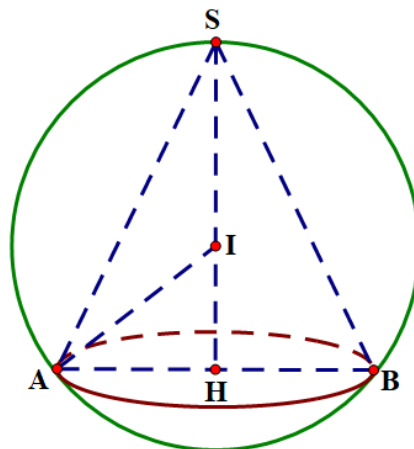
Lời giải

Ta có: $d^2(O, BC) = R^2 - \frac{BC^2}{4} = R^2 - \frac{13R^2}{16} = \frac{3R^2}{16} \Rightarrow d(O, BC) = \frac{R\sqrt{3}}{4}$

Câu 42: Một hình nón có đường cao bằng $9cm$ nội tiếp một hình cầu bán kính $5cm$. Tỉ số giữa thể tích của khối nón và khối cầu là

- A. $\frac{81}{500}$. B. $\frac{27}{500}$. C. $\frac{27}{125}$. D. $\frac{27}{125}$.

Lời giải



Giả sử hình nón có đỉnh là S và tâm đường tròn đáy hình nón là H . Gọi I là tâm của hình cầu ta có $IH = SH - SI = 4cm$. Tam giác IHA vuông tại A nên $HA = \sqrt{IA^2 - IH^2}$

$=\sqrt{25-16}=3\text{cm}$. Suy ra thể tích khối nón là $V_N=\frac{1}{3}\pi.HA^2.SH=\frac{1}{3}\pi.9.9=27\pi\text{ (cm}^3\text{)}$. Thể tích khối cầu là $V_C=\frac{4}{3}\pi.IA^3=\frac{4}{3}\pi.125=\frac{500\pi}{3}\text{ (cm}^3\text{)}$.

Vậy tỉ số giữa thể tích của khối nón và khối cầu là $\frac{V_N}{V_C}=\frac{81}{500}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;3;-2)$ có phương trình là

- A. $x+3y-2z=0$. B. $2x-y+1=0$.
 C. $x+3y-2z+1=0$. D. $x+3y-2z-1=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-2)+3(y+1)-2(z-0)=0 \Leftrightarrow x-2+3y+3-2z=0$
 $\Leftrightarrow x+3y-2z+1=0$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=-3+t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$ và 2 điểm $A(1;1;-2); B(3;0;-1)$.

Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Đường thẳng AB trùng với đường thẳng d .
 B. Đường thẳng AB cắt đường thẳng d .
 C. Đường thẳng AB và đường thẳng d chéo nhau.
 D. Đường thẳng AB song với đường thẳng d .

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;0;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;1;-2)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{AB}=\vec{AB}=(2;-1;1)$.

Ta có: $\vec{MA}=(4;1;-3)$; Mặt khác: $[\vec{u}_d;\vec{AB}]=(-1;-5;-3)\neq\vec{0}$ và $[\vec{u}_d;\vec{AB}]\cdot\vec{MA}=0$.

Vậy đường thẳng AB cắt đường thẳng d .

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và có thể tích $V=36\pi$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$. B. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.
 C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$. D. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$.

Lời giải

Ta có: Khối cầu bán kính r có thể tích là: $V=\frac{4}{3}\pi.r^3=36\pi \Rightarrow r=3$.

Do đó phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ là: $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(6;0;0), N(0;-2;0)$ và $P(0;0;4)$, Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $6x - 2y + 4z - 12 = 0$. B. $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{6} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(MNP): \frac{x}{6} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x - 6y + 3z - 12 = 0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1; -5; 2)$, $B(3; -1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị đó là.

A. $\sqrt{21}$

B. $\sqrt{29}$

C. 21

D. 29

Lời giải:

Phương trình đường thẳng d viết dạng tham số là:
$$\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

Do điểm M thuộc đường thẳng d suy ra $M(-3 + 4t; 2 + t; -3 + 2t)$

Ta có $\overrightarrow{MA} = (4 - 4t; -7 - t; 5 - 2t)$, $\overrightarrow{MB} = (6 - 4t; -3 - t; 1 - 2t)$

Khi đó: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (4 - 4t)(6 - 4t) + (-7 - t)(-3 - t) + (5 - 2t)(1 - 2t) = 21t^2 - 42t + 50$

$= 21(t - 1)^2 + 29 \geq 29$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ là 29.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $\left(1; \frac{-3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(1; \frac{-3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

C. $(2; -3; 3)$.

D. $\left(-1; \frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Do I là trung điểm của đoạn thẳng AB , tọa độ điểm I là $I\left(1; \frac{-3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 2)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-2; 5; 0)$. Tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ là

A. $D(0; 11; -11)$.

B. $D(2; 11; -7)$.

C. $D(0; 7; -7)$.

D. $D(0; 11; -5)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(1; 1; -1) \Rightarrow 3\overrightarrow{AB}(3; 3; -3)$ và $\overrightarrow{AC}(-1; 3; -2) \Rightarrow 2\overrightarrow{AC}(-2; 6; -4)$

Nên $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}(1; 9; -7)$ (1)

Gọi $D(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{AD}(a + 1; b - 2; c - 2)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 1 \\ b - 2 = 9 \\ c - 2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 11 \\ c = -5 \end{cases}$. Vậy $D(0; 11; -5)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1)$, $B(3; -1; 0)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 1)$. Đường thẳng AB qua điểm $A(0; 2; -1)$ và có VTCP $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 1)$ có

phương trình là $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 34 (100TN)

Câu 1: Tìm m để hàm số $F(x) = (3m-1)x^4 + \frac{3}{2}(3m^2+1)x^2 + (2m+1)x + 3m$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8x^3 + 12x + 3$ trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = -2$. D. $m = 4$.

Câu 2: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3^x \left(1 + \frac{3^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 3}$.

- A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x$. B. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x - 1$.
C. $F(x) = 3^x \cdot \ln 3 + \tan x$. D. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x - \frac{2}{\ln 3}$.

Câu 3: Biết $I = \int \sin^5 x \cdot \cos x dx = \frac{a}{b} \sin^b x + C$, với $a, b \in \mathbb{N}; b \neq 0$. Khi đó $a.b$ bằng?

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 3.

Câu 4: Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2\sin x + \cos x} \cdot (2\cos x - \sin x)$, biết $F(0) = e$.

- A. $\frac{1}{2}e^{2\sin x + \cos x} + e$. B. $e^{2\sin x + \cos x} + e$. C. $e^{2\sin x + \cos x}$. D. $\frac{1}{2}e^{2\sin x + \cos x}$.

Câu 5: Biết $\int 5^x (2x+1) dx = \frac{2x}{\ln 5} \cdot 5^x + \left(\frac{a}{\ln 5} - \frac{b}{\ln^2 5} \right) \cdot 5^x + C$, với $a, b \in \mathbb{N}, C \in \mathbb{R}$. Tính $2a - b$.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 4.

Câu 6: Cho $\int_0^3 [2f(x) + g(x)] dx = 1$ và $\int_0^3 [f(x) - 2g(x)] dx = 3$. Tính $\int_0^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 4.

Câu 7: Biết $I = \int_2^5 \frac{x^2}{x^2 + x - 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 7$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $-\frac{5}{3}$. B. $\frac{23}{3}$. C. 5. D. 1.

Câu 8: Biết $I = \int_1^2 \sqrt{2x+5} dx = a + b\sqrt{7}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a - b$.

- A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{20}{3}$. D. $\frac{34}{3}$.

Câu 9: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} dx = \frac{\pi}{a} + \frac{3}{b} \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b$ bằng

- A. -2. B. 6. C. -6. D. 2.

Câu 10: Biết a là một số thuộc khoảng $(0; 3)$. Tính theo a tích phân $I = \int_0^a \frac{dx}{x^2 - 9}$.

- A. $I = \frac{1}{6} \ln \frac{a+3}{3-a}$. B. $I = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{a-3}{a+3} \right|$. C. $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{a-3}{a+3} \right|$. D. $I = \frac{1}{2} \ln \frac{a+3}{3-a}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên $[1;3]$, thỏa mãn:

$$x^2 f(x) f'(x) - (3x^2 - 1) \sqrt{f^2(x) + 1} = 0, \text{ với mọi } x \in [1;3] \text{ và } f(1) = \sqrt{3}. \text{ Giá trị của } f(3) \text{ bằng}$$

- A. $\frac{5\sqrt{19}}{3}$. B. $\frac{19}{3}$. C. $\frac{\sqrt{57}}{3}$. D. $\frac{475}{9}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{3}{5}; 1\right]$ và thỏa mãn $3f(x) + 5f\left(\frac{3}{5x}\right) = x^2 + 1$. Tính tích phân

$$I = \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{f(x)}{x} dx$$

- A. $I = \frac{1}{25} + \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$. B. $I = \frac{8}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$. C. $I = \frac{2}{25} + \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$. D. $I = \frac{1}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị là một Parabol có trục đối xứng là trục Oy và thỏa

$$\text{mãn điều kiện } (x^2 - x)f(x+1) - f^2(x) = x^3 - 1. \text{ Tính giá trị của tích phân } \int_{-2}^2 \frac{f(x)}{2021^x + 1} dx$$

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 x^3 \cdot f'(2x^2 + 1) dx = 5; f(3) = 8$. Tính

$$I = \int_3^5 f(x-2) dx$$

- A. 5. B. 25. C. -24. D. 0.

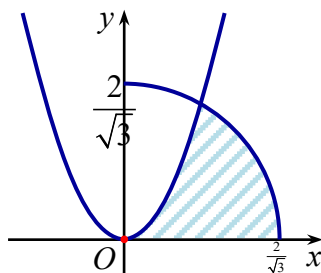
Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ, liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và thỏa mãn $\int_{-3}^3 \frac{f^2(x)}{3^x + 1} dx = 81$,

$$\int_{-3}^3 xf(x) dx = 54. \text{ Tính } \int_1^2 f^5(x) dx.$$

- A. 9. B. $\frac{5103}{2}$. C. $\frac{2137}{3}$. D. 1024.

Câu 16: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - 3x^2}$ và

trục hoành. Diện tích của (H) là $S = \frac{a\sqrt{3}\pi - b}{18}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $5a - 3b$.

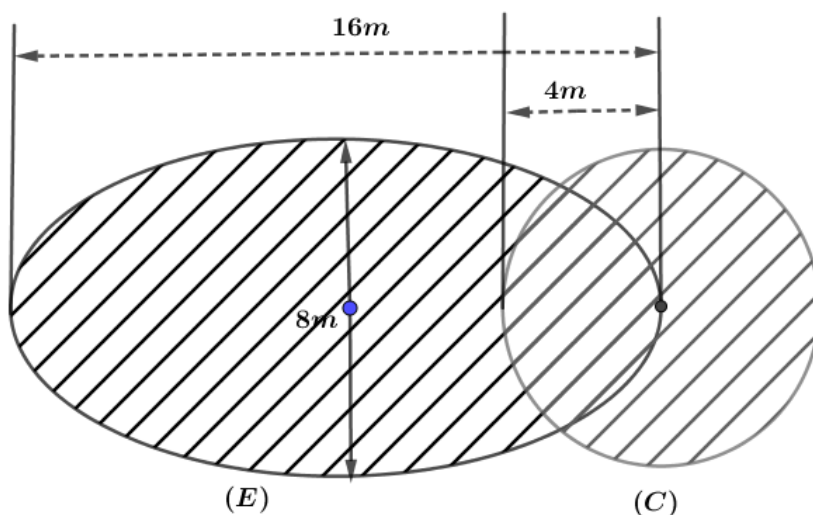


- A. 19. B. 1. C. 9. D. 21.

Câu 17: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + b$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Biết vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox có thể tích bằng $\frac{28\pi}{15}$ và $f'(1) = 2$ thì $19a + 9b$ bằng

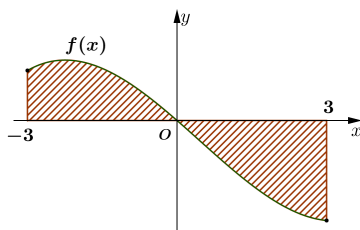
- A. 14. B. 3. C. 28. D. 19.

Câu 18: Ông An muốn thiết kế trồng hoa trên một mảnh đất có hình dạng gồm một phần của hình elip (E) và phần còn lại là hình tròn (C) như hình vẽ. Hình elip có độ dài trục lớn $16m$ và độ dài trục bé $8m$. Hình tròn có tâm là một đỉnh của elip trên trục lớn và có bán kính bằng $4m$. Biết mỗi mét vuông trồng hoa cần chi phí 100.000 đồng. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để có thể thực hiện dự định này?.



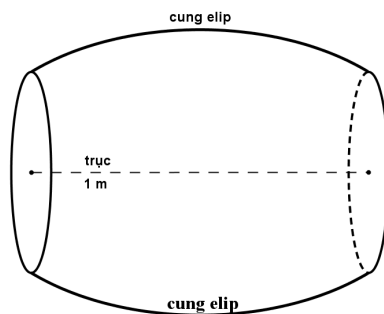
- A. 13.430.000 đồng. B. 12.330.000 đồng. C. 15.110.000 đồng. D. 10.410.000 đồng.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3, x = 3$ được cho như hình vẽ dưới. Biết $\int_{-3}^0 f(x) dx = a$, $\int_0^3 f(x) dx = b$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



- A. $a + b$. B. $b - a$. C. $-a - b$. D. $a - b$.

Câu 20: Một cái trống trường có khoảng cách giữa hai mặt trống là $1m$. Một mặt phẳng chứa trục, cắt mặt xung quanh của trống theo giao tuyến là hai cung elip (E) . Biết elip (E) có độ dài trục lớn là $2m$ và độ dài trục nhỏ là $1m$. Thể tích của cái trống trường đó bằng



- A. $\frac{5\pi}{32}(\text{m}^3)$. B. $\frac{5\pi}{24}(\text{m}^3)$. C. $\frac{11\pi}{24}(\text{m}^3)$. D. $\frac{11\pi}{48}(\text{m}^3)$.

Câu 21: Số phức $z = i + i^{2k} + i^{2k+1} + i^{2k+2} + i^{2k+3} + i^{2k+4}$ với $k \in \mathbb{N}^*$ có phần ảo bằng

- A. 0. B. i . C. 1. D. $-i$.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $z - 2i$ là số thực và $z - 4 + 9i$ là số thuần ảo. Khi đó số phức $w = \frac{1}{z}$ là

- A. $z = 4 - 2i$. B. $z = \frac{1}{5} + \frac{1}{10}i$. C. $w = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}i$. D. $z = 4 - 2i$.

Câu 23: Cho số phức z có phần thực không âm, phần ảo không dương, đồng thời thỏa mãn $|z + 2 + i| \geq |\bar{z} - 3i|$ và $z(\bar{z} - 2 + i) - 4i - 1$ là số phức có phần ảo không dương. Tìm giá trị lớn nhất của phần thực số phức $w = z + 3\bar{z}i$?

- A. 1. B. 4. C. 5. D. -3.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 3x - 2y - 12 = 0$, điểm M biểu diễn số phức z thỏa $|2z| = |\bar{z} - 3 + 3i|$. Khoảng cách lớn nhất từ M đến (d) là

- A. $\sqrt{11} + \frac{1}{\sqrt{13}}$. B. $\sqrt{11} + \frac{17}{\sqrt{13}}$. C. $2\sqrt{11} + \frac{1}{\sqrt{13}}$. D. $\sqrt{13} + \sqrt{11}$.

Câu 25: Cho phương trình $9z^4 + 4 = 0$ có các nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 . Giá trị của $P = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 26: Biết phương trình $z^2 - mz + 41 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = 4 - 5i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $2z_1 + 3z_2$ là?

- A. $-20 + 5i$. B. $-5 + 20i$. C. $20 - 5i$. D. $20 + 5i$.

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2z - 5 + i$ là đường tròn có tâm $I(x_0; y_0)$ và bán kính z_0 . Giá trị của $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 13. B. 12. C. 11. D. 10.

Câu 28: Cho số phức z thỏa $|z - 2 - 2i| = \sqrt{17}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 2 - i| + 2|\bar{z} - 6 - 3i|$.

Tính $M + m$.

- A. $M + m = 2\sqrt{17}(\sqrt{5} + 1)$. B. $M + m = 4\sqrt{17}$.
C. $M + m = \sqrt{17}(\sqrt{5} + 1)$. D. $M + m = 2(\sqrt{85} + \sqrt{17})$.

Câu 29: Tổng các môđun của tất cả các số phức z thỏa mãn $|z|(z - i - 1) + 2i = (2 - i)z$ bằng?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $(2z-1)^2 + 16 = 0$ là

A. $\left\{\frac{1}{4} + 2i; \frac{1}{4} - 2i\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{2} + 4i; -\frac{1}{2} - 4i\right\}$. **C.** $\left\{-\frac{1}{2} + 2i; -\frac{1}{2} - 2i\right\}$. **D.** $\left\{\frac{1}{2} + 2i; \frac{1}{2} - 2i\right\}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(x; y+1; 1)$ thẳng hàng. Khi đó $3x - y$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; -1)$, $B(0; 3; -2)$, $C(-4; -5; 0)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

A. $M\left(\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; \frac{5}{6}\right)$. **B.** $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$. **C.** $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; \frac{5}{6}\right)$. **D.** $M\left(\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; -4; 0)$, $C(0; 0; 5)$. Tính thể tích khối chóp $O.ABC$.

A. $V_{O.ABC} = 60$. **B.** $V_{O.ABC} = 20$. **C.** $V_{O.ABC} = 30$. **D.** $V_{O.ABC} = 10$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{u} = m\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = m\vec{j} + 2\vec{i} + 4\vec{k}$. Biết rằng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$, khi đó giá trị của m bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(3; 1; -4)$. Gọi M là điểm di động trên đường thẳng AB . Tính độ dài ngắn nhất của OM .

A. $\frac{\sqrt{26}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{26}}{2}$. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** $\frac{\sqrt{210}}{6}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 8y - 4 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 96π . **B.** 7π . **C.** 24π . **D.** 28π .

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 25$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt mặt

cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Khi đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất thì mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(1; 14; 1)$. **B.** $B(2; -1; 2)$. **C.** $C(-1; 8; 1)$ **D.** $D(2; 3; 1)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 7 = 0$, $(Q): 3x + 4y - 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{5}$. Mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

A. $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. **B.** $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$.
C. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. **D.** $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có phương trình: $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 25$, mặt cầu (S_2) có phương trình: $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z+12)^2 = 169$. Gọi (α) là tiếp diện chung của cả hai mặt cầu trên, song song và cách trục Oy một khoảng nhỏ nhất. Biết phương trình mặt phẳng (α) : $ax - bz + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{N}$ và a là số nguyên tố. Khi đó $a + b + c$ bằng:

- A. 39. B. 49. C. 59. D. 69.

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-2;-2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính r của đường tròn đó bằng

- A. $r = 4$. B. $r = 4\sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{30}$. D. $r = 6$.

Câu 41: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;1;2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + z - 1 = 0$, $(R): 2x - y + 3z + 5 = 0$.

- A. $(P): 4x + y - 3z + 5 = 0$. B. $(P): 4x - y - 3z + 7 = 0$.
C. $(P): 4x - y + 3z - 5 = 0$. D. $(P): 4x + y + 3z - 7 = 0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-1;1;-1)$, $C(0;-1;1)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $x + 2y - z - 1 = 0$. B. $-2x + 4y + 5z + 1 = 0$.
C. $x + 2y - z + 1 = 0$. D. $-2x + 4y + 5z - 1 = 0$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(2;-1;1)$, $C(-1;2;0)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

- A. $-x + y + z - 4 = 0$. B. $-x + y + z + 4 = 0$. C. $3x - 3y + z + 4 = 0$. D. $3x - 3y + z - 4 = 0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;2)$, trong đó a, b là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 2y + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{2}{\sqrt{33}}$. Giá trị $a.b$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{4}$. D. 4.

Câu 45: Cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) điểm H' đối xứng với H qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $H'(-1;3;0)$. B. $H'(-1;-3;0)$. C. $H'(-1;3;0)$. D. $H'(0;-3;0)$.

Câu 46: Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$; $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;1;1)$ đồng thời vuông góc với d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 47: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$; $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;1;1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-7}{1} = \frac{y+9}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-7} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{-9} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=1-2t \\ z=2 \end{cases}$

$d_2: \begin{cases} x=3-t' \\ y=3t' \\ z=1+t' \end{cases} \quad (t, t' \in \mathbb{R})$. Viết phương trình đường thẳng Δ là đường vuông góc chung của hai

đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+5=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A song song với mặt phẳng (P) và có khoảng cách đến B lớn nhất.

A. $\Delta: \begin{cases} x=1-2t \\ y=1-3t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=1-2t \\ y=1+3t \\ z=2-2t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x=5-2t \\ y=-5+3t \\ z=-2+2t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=1-2t \\ y=3-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x-y+4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$.

Đường thẳng Δ nằm trong (α) đi qua $A(-1;3;2)$ và tạo với d một góc 45° có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3+t \\ z=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=t \\ y=4+t \\ z=26+24t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3+t \\ z=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3+t \\ z=2+24t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3+2t \\ z=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3+t \\ z=2-24t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3-t \\ z=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3+t \\ z=2-24t \end{cases}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm m để hàm số $F(x) = (3m-1)x^4 + \frac{3}{2}(3m^2+1)x^2 + (2m+1)x + 3m$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8x^3 + 12x + 3$ trên $\mathbb{R}$.

A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = -2$. D. $m = 4$.

Lời giải

Ta có: $F'(x) = 4(3m-1)x^3 + 3(3m^2+1)x + 2m+1$.

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên:

$$f(x) = F'(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 4(3m-1)x^3 + 3(3m^2+1)x + 2m+1 = 8x^3 + 12x + 3, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(3m-1) = 8 \\ 3(3m^2+1) = 12 \\ 2m+1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy chọn phương án B.

Câu 2: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3^x \left(1 + \frac{3^{-x}}{\cos^2 x}\right)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 3}$.

A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x$. B. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x - 1$.

C. $F(x) = 3^x \cdot \ln 3 + \tan x$. D. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x - \frac{2}{\ln 3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int 3^x \left(1 + \frac{3^{-x}}{\cos^2 x}\right) dx = \int \left(3^x + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x + C.$$

$$\text{Mà } F(0) = \frac{1}{\ln 3} \Leftrightarrow \frac{1}{\ln 3} + C = \frac{1}{\ln 3} \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + \tan x.$$

Câu 3: Biết $I = \int \sin^5 x \cdot \cos x dx = \frac{a}{b} \sin^b x + C$, với $a; b \in \mathbb{N}; b \neq 0$. Khi đó $a.b$ bằng?

A. 6. B. 8. C. 4. D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } I = \int \sin^5 x \cdot \cos x dx = \int \sin^4 x d(\sin x) = \frac{1}{6} \sin^6 x + C.$$

Từ đó ta có: $a = 1; b = 6$.

Vậy $a.b = 6$

Câu 4: Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2\sin x + \cos x} \cdot (2 \cos x - \sin x)$, biết $F(0) = e$.

A. $\frac{1}{2} e^{2\sin x + \cos x} + e$. B. $e^{2\sin x + \cos x} + e$. C. $\frac{1}{2} e^{2\sin x + \cos x}$. D. $\frac{1}{2} e^{2\sin x + \cos x}$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int e^{2\sin x + \cos x} \cdot (2 \cos x - \sin x) dx = \int e^{2\sin x + \cos x} d(2\sin x + \cos x) = e^{2\sin x + \cos x} + C$

Khi đó $F(0) = e + C = e \Rightarrow C = 0$.

Vậy $F(x) = e^{2\sin x + \cos x}$.

Câu 5: Biết $\int 5^x (2x+1) dx = \frac{2x}{\ln 5} \cdot 5^x + \left(\frac{a}{\ln 5} - \frac{b}{\ln^2 5} \right) \cdot 5^x + C$, với $a, b \in \mathbb{N}, C \in \mathbb{R}$. Tính $2a - b$.

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

+ Đặt $2x+1 = u$ và $dv = 5^x dx$, ta có $2dx = du$ và $v = \frac{5^x}{\ln 5}$.

$$\begin{aligned} + \text{ Khi đó } \int 5^x (2x+1) dx &= (2x+1) \cdot \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{2}{\ln 5} \int 5^x dx = (2x+1) \cdot \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{2}{\ln^2 5} \cdot 5^x + C \\ &= \frac{2x}{\ln 5} \cdot 5^x + \left(\frac{1}{\ln 5} - \frac{2}{\ln^2 5} \right) \cdot 5^x + C. \end{aligned}$$

Đổi chiều đề bài ta có $a = 1, b = 2$.

Vậy $2a - b = 0$.

Câu 6: Cho $\int_0^3 [2f(x) + g(x)] dx = 1$ và $\int_0^3 [f(x) - 2g(x)] dx = 3$. Tính $\int_0^3 [f(x) + g(x)] dx$.

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Đặt } \int_0^3 f(x) dx = a; \int_0^3 g(x) dx = b.$$

$$\text{Ta có } \int_0^3 [2f(x) + g(x)] dx = 1 \Leftrightarrow 2 \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 g(x) dx = 1 \Leftrightarrow 2a + b = 1 \quad (1).$$

$$\int_0^3 [f(x) - 2g(x)] dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx - 2 \int_0^3 g(x) dx = 3 \Leftrightarrow a - 2b = 3 \quad (2).$$

Giải (1), (2) ta được $a = 1, b = -1$.

$$\text{Vậy } \int_0^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 g(x) dx = 1 - 1 = 0.$$

Câu 7: Biết $I = \int_2^5 \frac{x^2}{x^2 + x - 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 7$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + b + c$.

A. $-\frac{5}{3}$.

B. $\frac{23}{3}$.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

$$I = \int_2^5 \frac{x^2}{x^2 + x - 2} dx = \int_2^5 \frac{(x^2 + x - 2) - (x - 2)}{x^2 + x - 2} dx = \int_2^5 \left(1 - \frac{x - 2}{x^2 + x - 2} \right) dx = x \Big|_2^5 - \int_2^5 \frac{x - 2}{x^2 + x - 2} dx = 3 - K.$$

$$K = \int_2^5 \frac{x-2}{(x-1)(x+2)} dx = -\frac{1}{3} \int_2^5 \frac{dx}{x-1} + \frac{4}{3} \int_2^5 \frac{dx}{x+2} = -\frac{1}{3} \ln|x-1| \Big|_2^5 + \frac{4}{3} \ln|x+2| \Big|_2^5$$

$$= -\frac{1}{3} \ln 4 + \frac{4}{3} \ln 7 - \frac{4}{3} \ln 4 = -\frac{10}{3} \ln 2 + \frac{4}{3} \ln 7.$$

Suy ra $I = 3 - K = 3 + \frac{10}{3} \ln 2 - \frac{4}{3} \ln 7 \Rightarrow a = 3, b = \frac{10}{3}, c = -\frac{4}{3}$. Vậy $S = a + b + c = 5$.

Câu 8: Biết $I = \int_1^2 \sqrt{2x+5} dx = a + b\sqrt{7}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a - b$.

A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{32}{3}$.

C. $\frac{20}{3}$.

D. $\frac{34}{3}$.

Lời giải

Ta có $I = \int_1^2 \sqrt{2x+5} dx = \int_1^2 (2x+5)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_1^2$

$$= \frac{1}{3} (2x+5) \sqrt{2x+5} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (27 - 7\sqrt{7}) = 9 - \frac{7\sqrt{7}}{3}.$$

Suy ra $a = 9, b = -\frac{7}{3}$.

Vậy $S = a - b = 9 + \frac{7}{3} = \frac{34}{3}$.

Câu 9: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} dx = \frac{\pi}{a} + \frac{3}{b} \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b$ bằng

A. -2 .

B. 6.

C. -6 .

D. 2.

Lời giải

Xét $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} dx$

Đặt $u = \ln(\sin x + \cos x)$ và $dv = \frac{dx}{\cos^2 x}$.

Khi đó $du = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx$ và chọn $v = \tan x + 1 = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} dx = \left[(\tan x + 1) \cdot \ln(\sin x + \cos x) \right]_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} \cdot \frac{\sin x + \cos x}{\cos x} \right) dx$$

$$= \ln 2 - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1 - \frac{\sin x}{\cos x} \right) dx = \ln 2 - \left[x + \ln(\cos x) \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2} \ln 2.$$

Ta có $a = -4, b = 2$, từ đó $a + b = -2$.

Câu 10: Biết a là một số thuộc khoảng $(0; 3)$. Tính theo a tích phân $I = \int_0^a \frac{dx}{x^2 - 9}$.

A. $I = \frac{1}{6} \ln \frac{a+3}{3-a}$.

B. $I = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{a-3}{a+3} \right|$.

C. $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{a-3}{a+3} \right|$.

D. $I = \frac{1}{2} \ln \frac{a+3}{3-a}$.

Lời giải

Do $a \in (0; 3)$ nên $x^2 - 9 < 0, \forall x \in (0; a)$.

Ta có $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 9}} = -\int_0^a \frac{dx}{x^2 - 9} = \frac{1}{6} \int_0^a \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-3} \right) dx = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| \Big|_0^a = \frac{1}{6} \ln \frac{a+3}{3-a}$.

Vậy $I = \frac{1}{6} \ln \frac{a+3}{3-a}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên $[1; 3]$, thỏa mãn: $x^2 f(x) f'(x) - (3x^2 - 1) \sqrt{f^2(x) + 1} = 0$, với mọi $x \in [1; 3]$ và $f(1) = \sqrt{3}$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{19}}{3}$.

B. $\frac{19}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{57}}{3}$.

D. $\frac{475}{9}$.

Lời giải

Với $x \in [1; 3]$, ta có: $x^2 f(x) f'(x) - (3x^2 - 1) \sqrt{f^2(x) + 1} = 0 \Leftrightarrow \frac{f(x) f'(x)}{\sqrt{f^2(x) + 1}} = \frac{3x^2 - 1}{x^2}$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{f^2(x) + 1} \right)' = 3 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow \int \left(\sqrt{f^2(x) + 1} \right)' dx = \int \left(3 - \frac{1}{x^2} \right) dx \Leftrightarrow \sqrt{f^2(x) + 1} = 3x + \frac{1}{x} + C$

+ Theo giả thiết $f(1) = \sqrt{3}$ nên $\sqrt{3+1} = 4 + C \Leftrightarrow C = -2$.

$\Rightarrow \sqrt{f^2(x) + 1} = 3x + \frac{1}{x} - 2$.

Suy ra $\sqrt{f^2(3) + 1} = 9 + \frac{1}{3} - 2 \Leftrightarrow f^2(3) = \frac{475}{9}$.

Vì $f(x) \geq 0, \forall x \in [1; 3]$ nên $f(3) = \frac{5\sqrt{19}}{3}$.

Vậy $f(3) = \frac{5\sqrt{19}}{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{3}{5}; 1 \right]$ và thỏa mãn $3f(x) + 5f\left(\frac{3}{5x}\right) = x^2 + 1$. Tính tích phân

$I = \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{f(x)}{x} dx$

A. $I = \frac{1}{25} + \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.

B. $I = \frac{8}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.

C. $I = \frac{2}{25} + \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.

D. $I = \frac{1}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.

Lời giải

+ Đặt $x = \frac{3}{5t} \Rightarrow dx = -\frac{3}{5t^2} dt$.

+ Đổi cận:

x	$\frac{3}{5}$	1
t	1	$\frac{3}{5}$

$$+ \text{ Khi đó } I = -\frac{3}{5} \int_1^{\frac{3}{5}} \frac{f\left(\frac{3}{5t}\right)}{\frac{3}{5t}} \frac{dt}{t^2} = \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{f\left(\frac{3}{5t}\right)}{t} dt = \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{f\left(\frac{3}{5x}\right)}{x} dx.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } 3I + 5I &= 3 \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{f(x)}{x} dx + 5 \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{f\left(\frac{3}{5x}\right)}{x} dx = \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{3f(x) + 5f\left(\frac{3}{5x}\right)}{x} dx = \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{x^2 + 1}{x} dx = \int_{\frac{3}{5}}^1 \left(x + \frac{1}{x}\right) dx \\ &= \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x|\right) \Big|_{\frac{3}{5}}^1 = \frac{8}{25} - \ln \frac{3}{5} \Rightarrow I = \frac{1}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị là một Parabol có trục đối xứng là trục Oy và thỏa

mãn điều kiện $(x^2 - x)f(x+1) - f^2(x) = x^3 - 1$. Tính giá trị của tích phân $\int_{-2}^2 \frac{f(x)}{2021^x + 1} dx$

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Vì hàm số $f(x)$ là hàm số bậc hai nên $f(x) = ax^2 + bx + c; (a \neq 0)$.

Trục đối xứng của đồ thị hàm số là trục Oy nên hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x = 0$

$\Rightarrow f'(0) = 0 \Leftrightarrow 2a \cdot 0 + b = 0 \Leftrightarrow b = 0$. Suy ra hàm số có dạng $f(x) = ax^2 + c; (a \neq 0)$

Ta có $(x^2 - x)f(x+1) - f^2(x) = x^3 - 1$

$$\Rightarrow (2x-1)f(x+1) + f'(x+1)(x^2 - x) - 2f'(x)f(x) = 3x^2 \quad (1)$$

Thay $x = 0$ vào (1) $\Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow a + c = 0$.

Vì $f(x) = ax^2 + c$ là hàm số chẵn nên $f(1) = f(-1)$. Thay $x = -1$ vào (1) ta có $f(0) = -1$

$\Rightarrow c = -1 \Rightarrow a = 1$.

Vậy $f(x) = x^2 - 1$.

$$\text{Tính } I = \int_{-2}^2 \frac{f(x)}{2021^x + 1} dx$$

Vì $f(x) = x^2 - 1$ là hàm số chẵn nên ta luôn có $f(x) = f(-x); \forall x$

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$

$$\Rightarrow I = -\int_2^{-2} \frac{f(-t)}{2021^{-t} + 1} dt = \int_{-2}^2 \frac{2021^t f(t)}{2021^t + 1} dt \Rightarrow I = \int_{-2}^2 \frac{2021^x f(x)}{2021^x + 1} dx \Rightarrow 2I = \int_{-2}^2 f(x) dx$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 (x^2 - 1) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{2}{3}.$$

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 x^3 \cdot f'(2x^2 + 1) dx = 5; f(3) = 8$. Tính

$$I = \int_3^5 f(x-2) dx$$

A. 5.

B. 25

C. -24.

D. 0.

Lời giải

$$+) \text{ Xét } J = \int_0^1 x^3 \cdot f'(2x^2 + 1) dx = 5.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = xf'(2x^2 + 1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \frac{1}{4} f(2x^2 + 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow J = \frac{1}{4} x^2 f(2x^2 + 1) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 xf'(2x^2 + 1) dx = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{4} f(3) - \frac{1}{8} \int_0^1 f(2x^2 + 1) d(2x^2 + 1) = 5$$

$$\Leftrightarrow 2 - \frac{1}{8} \int_1^3 f(t) dt = 5 \Leftrightarrow 2 - \frac{1}{8} \int_1^3 f(x) dx = 5 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = -24$$

$$+) I = \int_3^5 f(x-2) dx = \int_3^5 f(x-2) d(x-2) = \int_1^3 f(t) dt = \int_1^3 f(x) dx = -24.$$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ, liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và thỏa mãn $\int_{-3}^3 \frac{f^2(x)}{3^x + 1} dx = 81$,

$$\int_{-3}^3 xf(x) dx = 54. \text{ Tính } \int_1^2 f^5(x) dx.$$

A. 9.

B. $\frac{5103}{2}$.

C. $\frac{2137}{3}$.

D. 1024.

Lời giải

$$+) \text{ Gọi } I = \int_{-3}^3 \frac{f^2(x)}{3^x + 1} dx. \text{ Do } f(x) \text{ là hàm số lẻ nên } f(-x) = -f(x).$$

$$\text{Đặt } t = -x \Rightarrow dt = -dx.$$

$$\text{Khi đó: } I = - \int_3^{-3} \frac{f^2(-t)}{3^{-t} + 1} dt = \int_{-3}^3 \frac{3^t f^2(t)}{3^t + 1} dt = \int_{-3}^3 \frac{3^x f^2(x)}{3^x + 1} dx$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-3}^3 \frac{f^2(x)}{3^x + 1} dx + \int_{-3}^3 \frac{3^x f^2(x)}{3^x + 1} dx = \int_{-3}^3 \frac{(3^x + 1) f^2(x)}{3^x + 1} dx = \int_{-3}^3 f^2(x) dx = 2 \int_0^3 f^2(x) dx$$

$$\Rightarrow I = \int_0^3 f^2(x) dx = 81.$$

+) Gọi $J = \int_{-3}^3 xf(x) dx$.

Ta có $J = \int_{-3}^3 xf(x) dx = \int_{-3}^0 xf(x) dx + \int_0^3 xf(x) dx$

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$.

Khi đó: $\int_{-3}^0 xf(x) dx = \int_3^0 (-t)f(-t)(-dt) = \int_0^3 tf(t) dt = \int_0^3 xf(x) dx$.

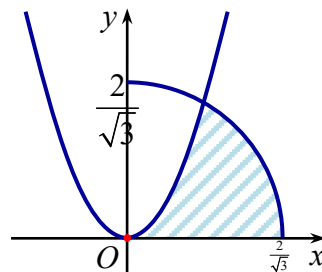
$J = 2 \int_0^3 xf(x) dx \Rightarrow \int_0^3 xf(x) dx = 27$.

+) Ta có: $\int_0^3 f^2(x) dx - 6 \int_0^3 xf(x) dx + 9 \int_0^3 x^2 dx = 81 - 6.27 + 3x^3 \Big|_0^3 = 81 - 81 = 0$

$\Rightarrow \int_0^3 (f(x) - 3x)^2 dx = 0 \Rightarrow f(x) = 3x$.

Do đó: $\int_1^2 f^5(x) dx = \int_1^2 (3x)^5 dx = 3^5 \frac{x^6}{6} \Big|_1^2 = \frac{243}{6} (2^6 - 1) = \frac{5103}{2}$.

Câu 16: [Mức độ 3] Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - 3x^2}$ và trục hoành. Diện tích của (H) là $S = \frac{a\sqrt{3}\pi - b}{18}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $5a - 3b$.



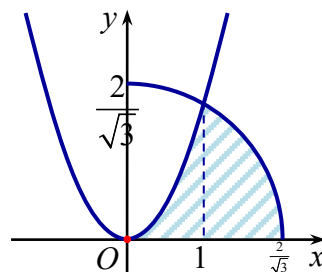
A. 19.

B. 1.

C. 9.

D. 21.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của bởi parabol $y = x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - 3x^2}$:

$$\sqrt{4 - 3x^2} = x^2 \Leftrightarrow 4 - 3x^2 = x^4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Diện tích của (H) là $S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \sqrt{4-3x^2} dx = \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^1 + I = \frac{1}{3} + I$ với $I = \int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \sqrt{4-3x^2} dx$.

Đặt: $x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos t dt$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

$$I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cos t dt = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{\sqrt{3}} \cos^2 t dt = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{\sqrt{3}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \\ = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{2}.$$

$$S = \frac{1}{3} + I = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}\pi - 3}{18} \Rightarrow a=2, b=3. \text{ Vậy } 5a-3b=1.$$

Câu 17: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + b$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$. Biết vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox có thể tích bằng $\frac{28\pi}{15}$ và $f'(1) = 2$ thì $19a + 9b$ bằng

A. 14.

B. 3.

C. 28.

D. 19.

Lời giải

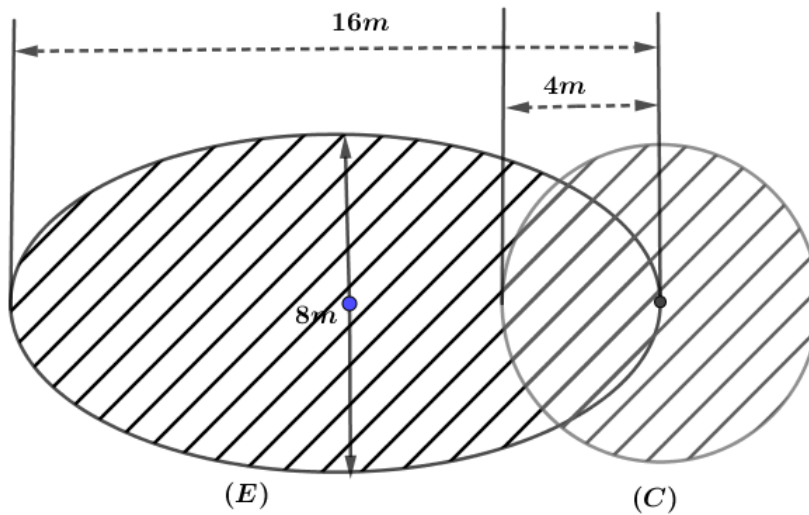
Ta có thể tích của vật thể là:

$$V = \pi \int_0^1 (ax^2 + b)^2 dx = \pi \int_0^1 (a^2 x^4 + b^2 + 2abx^2) dx = \pi \left(\frac{a^2}{5} + b^2 + \frac{2}{3}ab \right) = \pi \cdot \frac{28}{15} \\ \Rightarrow \frac{a^2}{5} + b^2 + \frac{2ab}{3} = \frac{28}{15}.$$

Ta có $f'(x) = 2ax \Rightarrow f'(1) = 2a = 2 \Rightarrow a = 1$.

$$\text{Thay vào: } b^2 + \frac{2}{3}b - \frac{5}{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 > 0 \\ b=-\frac{5}{3} \end{cases}. \text{ Ta được } 19a + 9b = 28.$$

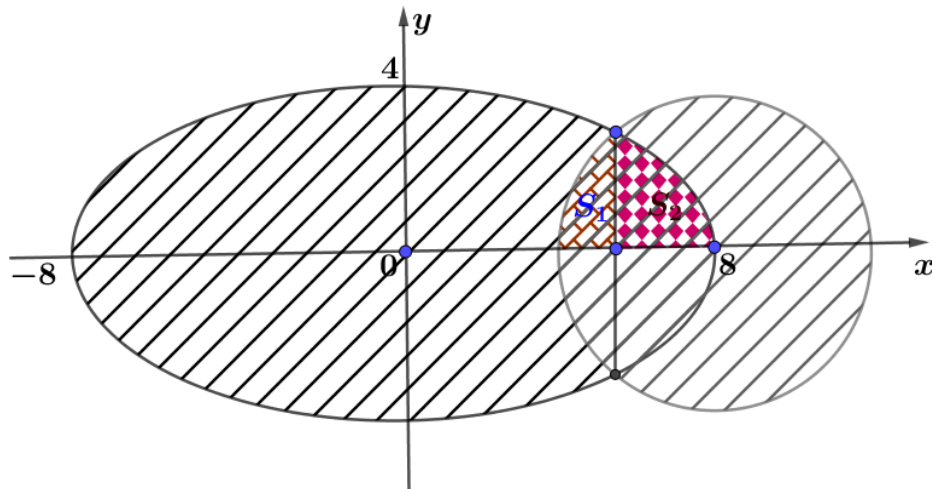
Câu 18: [Mức độ 4] Ông An muốn thiết kế trồng hoa trên một mảnh đất có hình dạng gồm một phần của hình elip (E) và phần còn lại là hình tròn (C) như hình vẽ. Hình elip có độ dài trục lớn $16m$ và độ dài trục bé $8m$. Hình tròn có tâm là một đỉnh trên trục lớn và có bán kính bằng $4m$. Biết mỗi mét vuông trồng hoa cần chi phí 100.000 đồng. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để có thể thực hiện dự định này?.



A. 13.430.000 đồng B. 12.330.000 đồng. C. 15.110.000 đồng. D. 10.410.000 đồng.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



+) Phương trình của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > 0, b > 0$.

+) Từ giả thiết ta có $2a = 16, 2b = 8 \Rightarrow a = 8, b = 4$ nên $(E): \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$

$$\Rightarrow y^2 = 16 \left(1 - \frac{x^2}{64} \right) = \frac{1}{4} (64 - x^2) \Rightarrow y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{64 - x^2}.$$

+) Đường tròn $(C): (x-8)^2 + y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm \sqrt{16 - (x-8)^2}$.

+) Tọa độ giao điểm của (E) và (C) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1 \\ (x-8)^2 + y^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4y^2 = 64 \quad (1) \\ (x-8)^2 + y^2 = 16 \quad (2) \end{cases}.$$

+) (1) $\Rightarrow y^2 = \frac{64-x^2}{4}$ ($0 < x < 8$), thay vào, ta được

$$(x-8)^2 + \frac{64-x^2}{4} = 16 \Leftrightarrow 4(x-8)^2 + 64 - x^2 = 64 \Leftrightarrow 4(x-8)^2 = x^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-8) = x \\ 2(x-8) = -x \end{cases} \Leftrightarrow x = 16 \text{ hoặc } x = \frac{16}{3}.$$

+) Gọi I là diện tích của $(E) \Rightarrow I = \pi ab = 32\pi$.

+) Gọi J là diện tích hình tròn $(C) \Rightarrow J = 16\pi$.

+) Gọi S_1 là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi $x = 4; x = \frac{16}{3}; y = 0$ và $y = \sqrt{16-(x-8)^2}$.

$$S_1 = \int_4^{\frac{16}{3}} \sqrt{16-(x-8)^2} dx = \left(\frac{(x-8)\sqrt{16-(x-8)^2}}{2} + \frac{16}{2} \arcsin \frac{x-8}{4} \right) \Bigg|_4^{\frac{16}{3}}.$$

+) Gọi S_2 là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi $x = \frac{16}{3}; x = 8; y = 0$ và $y = \frac{1}{2}\sqrt{64-x^2}$.

$$S_2 = \int_{\frac{16}{3}}^8 \frac{1}{2} \sqrt{64-x^2} dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x\sqrt{64-x^2}}{2} + \frac{64}{2} \arcsin \frac{x}{8} \right) \Bigg|_{\frac{16}{3}}^8.$$

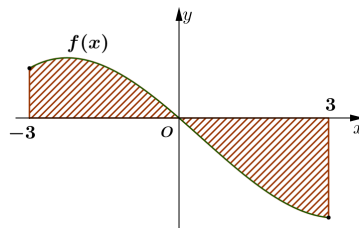
+) Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = I + J - 2S_1 - 2S_2$

$$= 32\pi + 16\pi - 2 \int_4^{\frac{16}{3}} \sqrt{16-(x-8)^2} dx - 2 \int_{\frac{16}{3}}^8 \frac{1}{2} \sqrt{64-x^2} dx \approx 134,2765429 (m^2).$$

Số tiền cần có: $134,2765429 \times 100000 = 13.427.654,29$.

Vậy ông An chuẩn bị ít nhất là 13.430.000 đồng.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3, x = 3$ được cho như hình vẽ dưới. Biết $\int_{-3}^0 f(x) dx = a$, $\int_0^3 f(x) dx = b$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



A. $a + b$.

B. $b - a$.

C. $-a - b$.

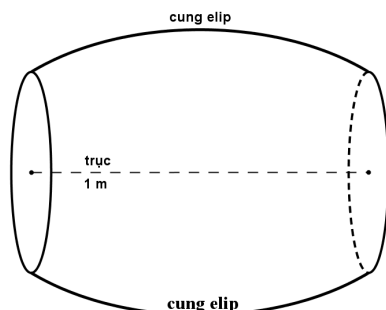
D. $a - b$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng (H) là:

$$S_H = \int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^0 |f(x)| dx + \int_0^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx = a - b. \text{ Vậy } S_H = a - b.$$

Câu 20: Một cái trống trường có khoảng cách giữa hai mặt trống là 1m. Một mặt phẳng qua trục của trống cắt phần xung quanh của trống theo hai cung của elip (E). Biết rằng elip (E) có trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 2m và 1m. Hãy tính thể tích của phần không gian mà cái trống đã nêu chiếm chỗ.



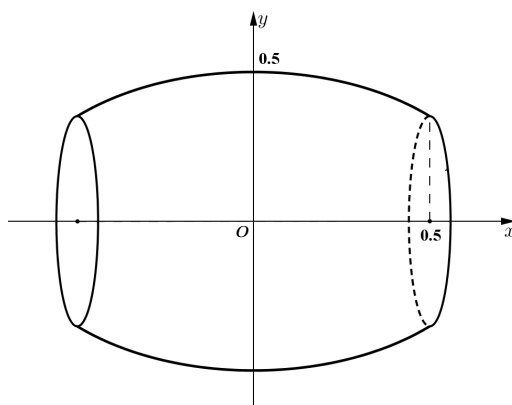
A. $\frac{5\pi}{32}(\text{m}^3).$

B. $\frac{5\pi}{24}(\text{m}^3).$

C. $\frac{11\pi}{24}(\text{m}^3).$

D. $\frac{11\pi}{48}(\text{m}^3).$

Lời giải



Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Theo giả thiết elip (E) có phương trình là $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2}.$

Thể tích của cái trống là $V = 2\pi \int_0^{0.5} \left(\frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \pi \int_0^{0.5} (1-x^2) dx = \frac{11\pi}{48}.$

Vậy thể tích của cái trống trường là $\frac{11\pi}{48}(\text{m}^3).$

Câu 21: Số phức $z = i + i^{2k} + i^{2k+1} + i^{2k+2} + i^{2k+3} + i^{2k+4}$ với $k \in \mathbb{N}^*$ có phần ảo bằng

A. 0.

B. $i.$

C. 1.

D. $-i.$

Lời giải

Ta có: $z = i + i^{2k} + i^{2k+1} + i^{2k+2} + i^{2k+3} + i^{2k+4} = i + i^{2k} + i^{2k} (i + i^2 + i^3 + i^4)$

$= i + (-1)^k + i^{2k} (i - 1 - i + 1) = (-1)^k + i.$

Vậy: phần ảo của số phức z bằng 1.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $z - 2i$ là số thực và $z - 4 + 9i$ là số thuần ảo. Khi đó số phức $w = \frac{1}{z}$ là

- A. $z = 4 - 2i$. B. $z = \frac{1}{5} + \frac{1}{10}i$. C. $w = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}i$. D. $z = 4 - 2i$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có: $z - 2i = x + yi - 2i = x + (y - 2)i$ là số thực $\Rightarrow y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = 2$.

Mặt khác: $z - 4 + 9i = x - 4 + (y + 9)i$ là số thuần ảo $\Rightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Suy ra: $z = 4 + 2i \Rightarrow w = \frac{1}{z} = \frac{1}{4 + 2i} = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}i$.

Câu 23: Cho số phức z có phần thực không âm, phần ảo không dương, đồng thời thỏa mãn $|z + 2 + i| \geq |\bar{z} - 3i|$ và $z(\bar{z} - 2 + i) - 4i - 1$ là số phức có phần ảo không dương. Tìm giá trị lớn nhất của phần thực số phức $w = z + 3\bar{z}i$?

- A. 1. B. 4. C. 5. D. -3.

Lời giải

Đặt $z = x + yi, x \geq 0, y \leq 0$.

$$+) |z + 2 + i| \geq |\bar{z} - 3i| \Leftrightarrow |(x + 2) + (y + 1)i| \geq |x + (-y - 3)i|$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 \geq x^2 + (y + 3)^2$$

$$\Leftrightarrow x - y - 1 \geq 0.$$

$$+) z(\bar{z} - 2 + i) - 4i - 1 = (x + yi)[(x - 2) + (1 - y)i] - 4i - 1$$

$$= (x^2 + y^2 - 2x - y - 1) + (x - 2y - 4)i.$$

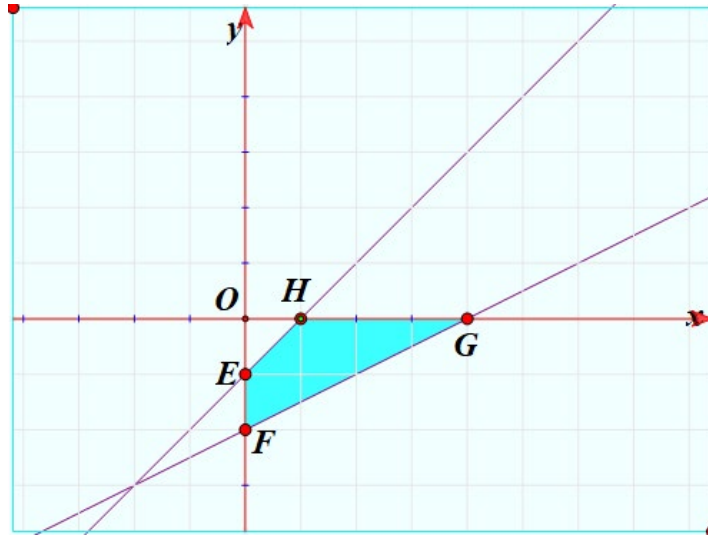
$$z(\bar{z} - 2 + i) - 4i - 1 \text{ là số phức có phần ảo không dương } \Leftrightarrow x - 2y - 4 \leq 0.$$

$$+) w = z + 3\bar{z}i = (x + yi) + 3(x - yi)i = (x + 3y) + (3x + y)i.$$

Phần thực của số phức w là $f(x, y) = x + 3y$.

+) Yêu cầu bài toán trở thành tìm bộ số (x, y) thỏa mãn điều kiện,, sao cho $f(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Biểu diễn,, trên mặt phẳng tọa độ Oxy .



Từ đồ thị ta thấy bộ số $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện,, là các điểm M nằm ở miền trong tứ giác $EFGH$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(x, y)$ đạt tại một trong bốn đỉnh E, F, G, H .

Ta có $E(0; -1)$, $F(0; -2)$, $G(4; 0)$, $H(1; 0)$.

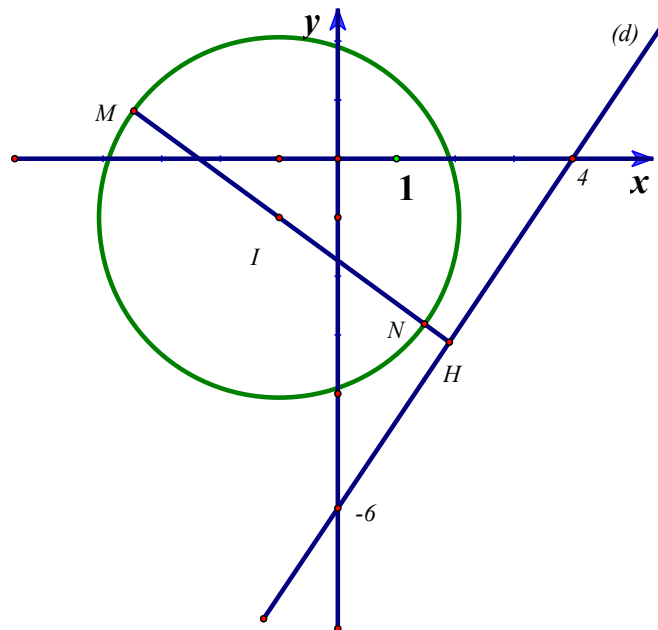
$$f(0, -1) = -3; f(0, -2) = -6; f(4, 0) = 4; f(1, 0) = 1.$$

Vậy giá trị lớn nhất của phần thực số phức $w = z + 3\bar{z}i$ bằng 4.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 3x - 2y - 12 = 0$, điểm M biểu diễn số phức z thỏa $|2z| = |\bar{z} - 3 + 3i|$. Khoảng cách lớn nhất từ M đến (d) là

- A. $\sqrt{11} + \frac{1}{\sqrt{13}}$. B. $\sqrt{11} + \frac{17}{\sqrt{13}}$. C. $2\sqrt{11} + \frac{1}{\sqrt{13}}$. **D. $\sqrt{13} + 2\sqrt{2}$.**

Lời giải



Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ thì $\bar{z} = a - bi$, $\bar{z} - 3 + 3i = (a - bi) - 3 + 3i = a - 3 - (b - 3)i$

$$\begin{aligned} \text{Có } |2z| = |\bar{z} - 3 + 3i| &\Leftrightarrow 2\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (b-3)^2} \Leftrightarrow 4(a^2 + b^2) = (a-3)^2 + (b-3)^2 \\ &\Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 + 6a + 6b - 18 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2a + 2b - 6 = 0 \end{aligned}$$

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z thỏa yêu cầu bài thì

$$M \in (C): x^2 + y^2 + 2x + 2y - 6 = 0, (C) \text{ là đường tròn tâm } I(-1; -1), \text{ bán kính } R = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Có } d(I, d) = \frac{|3(-1) - 2(-1) - 12|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} > 2\sqrt{2} \text{ nên } (d) \text{ không cắt } (C).$$

$$d(M, d) \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow d(M, d) = d(I, d) + R = \sqrt{13} + 2\sqrt{2}.$$

Câu 25: Cho phương trình $9z^4 + 4 = 0$ có các nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 . Giá trị của $P = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 9z^4 + 4 = 0 \Leftrightarrow z^4 = -\frac{4}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = \frac{2}{3}i \\ z^2 = -\frac{2}{3}i \end{cases} \Rightarrow |z|^2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow |z| = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Suy ra (1) có 4 nghiệm } z_1, z_2, z_3, z_4 \text{ và } |z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_4| = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy } P = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 26: Biết phương trình $z^2 - mz + 41 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = 4 - 5i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $2z_1 + 3z_2$ là?

- A. $-20 + 5i$. B. $-5 + 20i$. C. $20 - 5i$. D. $20 + 5i$.

Lời giải

$$\text{Theo định lý Vi-et ta có } z_1 \cdot z_2 = 41 \Leftrightarrow (4 - 5i) \cdot z_2 = 41 \Leftrightarrow z_2 = 4 + 5i.$$

$$\text{Nên } 2z_1 + 3z_2 = 2(4 - 5i) + 3(4 + 5i) = 20 + 5i.$$

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2z - 5 + i$ là đường tròn có tâm $I(x_0; y_0)$ và bán kính z_0 . Giá trị của $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 13. B. 12. C. 11. D. 10.

Lời giải

$$\text{Giả sử } z = a + bi \text{ (} a, b \in \mathbb{R} \text{) và } w = x + yi \text{ (} x, y \in \mathbb{R} \text{)}.$$

$$+) (z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36 \Leftrightarrow [a - 3 + (b + 1)i][a - 3 - (b + 1)i] = 36$$

$$\Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b + 1)^2 = 36 \quad (1)$$

$$\text{Theo giả thiết: } w = 2z - 5 + i \Leftrightarrow x + yi = 2(a + bi) - 5 + i \Leftrightarrow x + yi = 2a - 5 + (2b + 1)i.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2a - 5 \\ y = 2b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{x+5}{2} \\ b = \frac{y-1}{2} \end{cases} (2).$$

Thay (2) vào (1) ta được: $\left(\frac{x+5}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{y-1}{2} + 1\right)^2 = 36 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 144.$

Suy ra, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường có tròn tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 12$.

Vậy $x_0 + y_0 + z_0 = 1 + (-1) + 12 = 12$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa $|z - 2 - 2i| = \sqrt{17}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 2 - i| + 2|\bar{z} - 6 - 3i|$. Tính $M + m$.

A. $M + m = 2\sqrt{17}(\sqrt{5} + 1).$

B. $M + m = 4\sqrt{17}.$

C. $M + m = \sqrt{17}(\sqrt{5} + 1).$

D. $M + m = 2(\sqrt{85} + \sqrt{17}).$

Lời giải

Đặt $z = a + bi$.

Khi đó: $|z - 2 - 2i| = \sqrt{17} \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b - 2)^2 = 17 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4a + 4b + 9.$

Suy ra $P = |z + 2 - i| + 2|\bar{z} - 6 - 3i| = \sqrt{a^2 + b^2 + 4a - 2b + 5} + 2\sqrt{a^2 + b^2 - 12a - 6b + 45}$
 $= \sqrt{8a + 2b + 14} + 2\sqrt{-8a - 2b + 54}.$

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t + 14} + 2\sqrt{54 - t}$ với $t = 8a + 2b$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t + 14}} - \frac{2}{2\sqrt{54 - t}}$; với $t \in [-14; 54]$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{t + 14} = \frac{4}{54 - t} \Leftrightarrow 5t = -2 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{5}.$

Bảng biến thiên

t	-14	-0,4	54
$f'(t)$		0	
$f(t)$	$4\sqrt{17}$	$2\sqrt{85}$	$2\sqrt{17}$

Suy ra $P_{\max} = 2\sqrt{85}, P_{\min} = 2\sqrt{17}.$

Vậy $M + m = 2(\sqrt{85} + \sqrt{17}).$

Câu 29: Tổng các môđun của tất cả các số phức z thỏa mãn $|z|(z - i - 1) + 2i = (2 - i)z$ bằng?

A. 3

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Bài này nếu ta giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và thay vào phương trình sẽ được một hệ phức tạp, vì vậy ta sẽ chuyển hướng sang rút z và lấy môđun 2 vế để được phương trình hệ quả.

$$\text{Ta có } |z|(z - i - 1) + 2i = (2 - i)z \quad (1) \Leftrightarrow (|z| - 2 + i)z = |z| + (|z| - 2)i \quad (1).$$

$$\text{Lấy môđun 2 vế và bình phương 2 vế ta được: } \left((|z| - 2)^2 + 1\right)|z|^2 = |z|^2 + (|z| - 2)^2.$$

Đặt $t = |z|, t \geq 0$ ta có:

$$\begin{aligned} & \left((t - 2)^2 + 1\right)t^2 = t^2 + (t - 2)^2 \\ & \Leftrightarrow (t - 2)^2(t^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (Loại)} \\ t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z| = 1 \\ |z| = 2 \end{cases}. \end{aligned}$$

$$\text{Với } |z| = 1 \text{ thay vào (1) ta được } z + i - 1 = (2 - i)z \Leftrightarrow z = \frac{1 - i}{i - 1} = -1.$$

$$\text{Với } |z| = 2 \text{ thay vào (1) ta được } iz = 2 \Leftrightarrow z = -2i.$$

Vậy tổng các môđun của các số phức bằng 3.

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $(2z - 1)^2 + 16 = 0$ là

- A. $\left\{\frac{1}{4} + 2i; \frac{1}{4} - 2i\right\}$. B. $\left\{-\frac{1}{2} + 4i; -\frac{1}{2} - 4i\right\}$.
C. $\left\{-\frac{1}{2} + 2i; -\frac{1}{2} - 2i\right\}$. D. $\left\{\frac{1}{2} + 2i; \frac{1}{2} - 2i\right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (2z - 1)^2 = -16 \Leftrightarrow (2z - 1)^2 = (4i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2z - 1 = 4i \\ 2z - 1 = -4i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + 2i \\ z = \frac{1}{2} - 2i \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } \left\{\frac{1}{2} + 2i; \frac{1}{2} - 2i\right\}.$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(x; y + 1; 1)$ thẳng hàng. Khi đó $3x - y$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (3; 6; 9), \overrightarrow{AC} = (x; y + 3; 6).$$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y + 3}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x - y = 3 \cdot 2 - 1 = 5.$$

Vậy $3x - y = 5$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; -1)$, $B(0; 3; -2)$, $C(-4; -5; 0)$.

Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; \frac{5}{6}\right)$. **B. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$.**
C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; \frac{5}{6}\right)$. D. $M\left(\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$.

Lời giải

Gọi $M(a; b; c)$. Khi đó:

$$\overrightarrow{MA} = (2 - a; -b; -1 - c), \quad 2\overrightarrow{MB} = (-2a; 6 - 2b; -4 - 2c), \quad 3\overrightarrow{MC} = (-12 - 3a; -15 - 3b; -3c)$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-6a - 10; -6b - 9; -6c - 5).$$

$$\text{Theo giả thiết } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a - 10 = 0 \\ -6b - 9 = 0 \\ -6c - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$$

$$\text{Vậy } M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$$

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; -4; 0)$, $C(0; 0; 5)$. Tính thể tích khối chóp $O.ABC$.

- A. $V_{O.ABC} = 60$. B. $V_{O.ABC} = 20$. C. $V_{O.ABC} = 30$. **D. $V_{O.ABC} = 10$.**

Lời giải

Ta có $A(3; 0; 0) \in Ox$, $B(0; -4; 0) \in Oy$, $C(0; 0; 5) \in Oz$ nên OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 3$, $OB = 4$, $OC = 5$.

$$\text{Suy ra } V_{O.ABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 10.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vector $\vec{u} = m\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = m\vec{j} + 2\vec{i} + 4\vec{k}$. Biết rằng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$, khi đó giá trị của m bằng

- A. 3. **B. 5.** C. 4. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{u} = m\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (m; 2; -3), \quad \vec{v} = m\vec{j} + 2\vec{i} + 4\vec{k} \Rightarrow \vec{v} = (2; m; 4).$$

$$\text{Theo đề bài } \vec{u} \cdot \vec{v} = 8 \Rightarrow 2m + 2m - 3 \cdot 4 = 8 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(3; 1; -4)$. Gọi M là điểm di động trên đường thẳng AB . Tính độ dài ngắn nhất của OM .

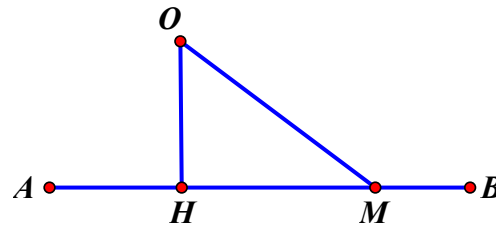
A. $\frac{\sqrt{26}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{26}}{2}$.

C. $\sqrt{14}$.

D. $\frac{\sqrt{210}}{6}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng AB , ta có $OM \geq OH$

Khi đó, OM nhỏ nhất khi $OM = OH = d(O, AB) = \frac{|\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}\right]|}{|\overrightarrow{AB}|}$.

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3); \overrightarrow{AB} = (1; 2; -7) \Rightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}] = (1; 17; 5)$.

Vậy $OM = OH = d(O, AB) = \frac{|\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}\right]|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{\sqrt{1^2 + 17^2 + 5^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-7)^2}} = \frac{\sqrt{210}}{6}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 8y - 4 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 96π .

B. 7π .

C. 24π .

D. 28π .

Lời giải

Ta có $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 8y - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2 = 0$.

Mặt cầu (S) có $a = 1; b = -2; c = 0; d = -2$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{7}$

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 28\pi$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 25$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt mặt

cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Khi đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất thì mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

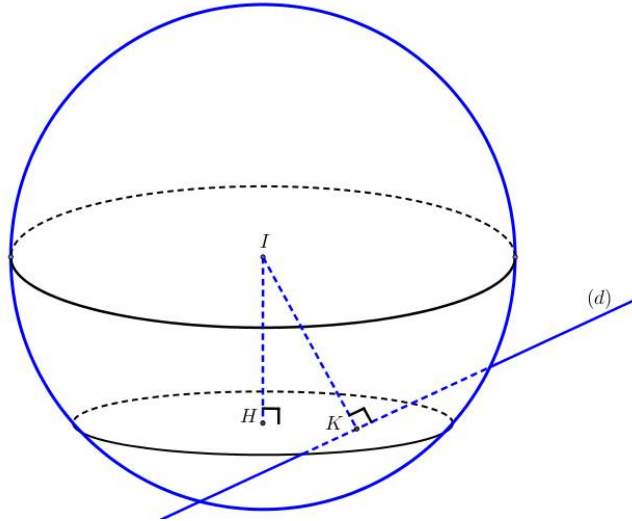
A. $A(1; 14; 1)$.

B. $B(2; -1; 2)$.

C. $C(-1; 8; 1)$

D. $D(2; 3; 1)$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;4)$ và bán kính $R=5$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;3;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;2)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) và đường thẳng d thì $IH \leq IK$.

Do K là hình chiếu của I trên d nên $\begin{cases} K(2t;3-t;1+2t) \\ \overrightarrow{IK} \perp \vec{u} \end{cases}$ với $\overrightarrow{IK}=(2t+2;-t;2t-3)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IK} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4t+4+t+4t-6=0 \Leftrightarrow t=\frac{2}{9} \Rightarrow \overrightarrow{IK}=\left(\frac{22}{9};-\frac{2}{9};-\frac{23}{9}\right).$$

Đường tròn (C) có bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{25-IH^2} \geq \sqrt{25-IK^2}$.

Suy ra r nhỏ nhất khi và chỉ khi $H \equiv K \Leftrightarrow (P) \perp IK$.

Khi đó (P) đi qua $M(0;3;1)$ và có một vector pháp tuyến là $\vec{n}=9\overrightarrow{IK}=(22;-2;-23)$. Do đó phương trình của (P) là: $22x-2y-23z+29=0$.

Ta thấy điểm $A \in (P)$, các điểm B, C, D không nằm trên (P) .

Vậy khi đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất thì mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;14;1)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y-2z+7=0$,

$(Q):3x+4y-9=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{5}$. Mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

- A. $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\left(y+\frac{7}{2}\right)^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. B. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$.
- C. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. D. $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2+\left(z+\frac{9}{2}\right)^2=\frac{49}{4}$.

Lời giải

Gọi $I(1+3t;4-t;-2+5t) \in d$ là tâm mặt cầu (S) .

$$\begin{aligned} &\text{Do mặt cầu } (S) \text{ tiếp xúc với cả hai mặt phẳng } (P), (Q) \text{ nên ta có } d(I, (P)) = d(I, (Q)) \\ &\Leftrightarrow \frac{|(2+6t) - (4-t) - (-4+10t) + 7|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{|(3+9t) + (16-4t) - 9|}{\sqrt{9+16}} \Leftrightarrow |t-3| = |t+2| \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{5}{2}$.

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu } (S) \text{ là: } \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}.$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có phương trình: $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 25$, mặt cầu (S_2) có phương trình: $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z+12)^2 = 169$. Gọi (α) là tiếp diện chung của cả hai mặt cầu trên, song song và cách trục Oy một khoảng nhỏ nhất. Biết phương trình mặt phẳng (α) : $ax - bz + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{N}$ và a là số nguyên tố. Khi đó $a + b + c$ bằng:

A. 39.

B. 49.

C. 59.

D. 69.

Lời giải

+) Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(3; 1; 4)$ và bán kính $R_1 = 5$.

+) Mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(-5; -1; -12)$ và bán kính $R_2 = 13$.

+) Do mặt phẳng (α) song song trục Oy nên phương trình (α) : $ax + bz + c = 0$

$$(a^2 + b^2 > 0, c \neq 0)$$

+) (α) là tiếp diện chung của cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1; (\alpha)) = R_1 \\ d(I_2; (\alpha)) = R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|3a + 4b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \\ \frac{|-5a - 12b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|3a + 4b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \\ 13|3a + 4b + c| = 5|-5a - 12b + c| \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$\text{Ta có } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} 13(3a + 4b + c) = 5(5a + 12b - c) \\ 13(3a + 4b + c) = -5(5a + 12b - c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 8b + 18c = 0 \\ 64a + 112b + 8c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a - 4b + 9c = 0 \\ 8a + 14b + c = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{-7a + 4b}{9} \\ c = -8a - 14b \end{cases}.$$

$$\text{TH1: Với } c = \frac{-7a + 4b}{9}, \text{ thay vào ta được: } \Leftrightarrow \frac{|3a + 4b + \frac{-7a + 4b}{9}|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \Leftrightarrow |4a + 8b| = 9\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow 65a^2 - 64ab + 17b^2 = 0$$

TH2: Với $c = -8a - 14b$, thay vào ta được:

$$\frac{|3a + 4b - 8a - 14b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \Leftrightarrow |a + 2b| = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 4ab + 3b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 4a + 3b = 0 \end{cases}.$$

Với $b = 0 \Rightarrow c = -8a$ ta có phương trình (α_1) : $x - 8 = 0$.

Với $4a + 3b = 0$ chọn $a = 3 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow c = 32$ ta có phương trình $(\alpha_2): 3x - 4z + 32 = 0$.

Ta có $d(Oy, (\alpha_1)) = d(O, (\alpha_1)) = \frac{|8|}{1} = 8$; $d(Oy, (\alpha_2)) = d(O, (\alpha_2)) = \frac{|-32|}{\sqrt{9+16}} = \frac{32}{5}$.

Ta thấy $d(Oy, (\alpha_1)) > d(Oy, (\alpha_2))$ nên mặt phẳng thỏa yêu cầu là $(\alpha_2): 3x - 4z + 32 = 0$.

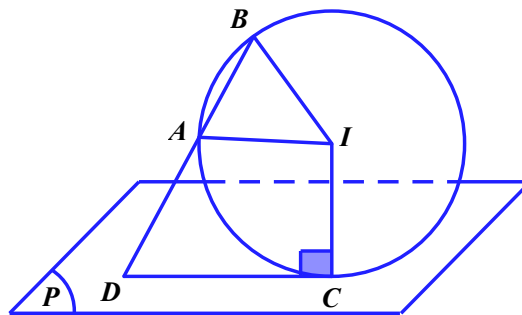
Vậy $a + b + c = 3 + 4 + 32 = 39$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-2;-2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính r của đường tròn đó bằng

A. $r = 4$. **B.** $r = 4\sqrt{2}$. **C.** $r = \sqrt{30}$. **D.** $r = 6$.

Lời giải



+) Ta nhận thấy hai điểm A, B nằm cùng phía với mặt phẳng (P) . Gọi D là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) .

Phương trình tham số của đường thẳng AB : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Tham số t ứng với giao điểm của đường

thẳng AB và mặt phẳng (P) là nghiệm của phương trình

$$(P): (1+t) + (1+t) - (1+t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Suy ra $AB \cap (P) = D(3;3;3)$ là điểm cố định.

+) Theo tính chất phương tích ta suy ra

$$DC^2 = DA \cdot DB = 30 \Rightarrow DC = \sqrt{30}.$$

Vậy C luôn thuộc một đường tròn cố định tâm D với bán kính $r = \sqrt{30}$.

Câu 41: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;1;2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + z - 1 = 0$, $(R): 2x - y + 3z + 5 = 0$.

A. $(P): 4x + y - 3z + 5 = 0$. **B.** $(P): 4x - y - 3z + 7 = 0$.
C. $(P): 4x - y + 3z - 5 = 0$. **D.** $(P): 4x + y + 3z - 7 = 0$.

Lời giải

+) Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (4; -1; -3)$.

+) Phương trình tổng quát của $(P): 4(x-0)-(y-1)-3(z-2)=0 \Leftrightarrow 4x-y-3z+7=0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-1;1;-1)$, $C(0;-1;1)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+2y-z-1=0$. **B.** $-2x+4y+5z+1=0$.

C. $x+2y-z+1=0$. **D.** $-2x+4y+5z-1=0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;-3;2)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm A , B và C nên có một vector pháp tuyến là:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; 4; 5).$$

Vậy phương trình của mặt phẳng (ABC) là:

$$-2(x-1)+4(y-2)+5(z+1)=0 \Leftrightarrow -2x+4y+5z-1=0.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(2;-1;1)$, $C(-1;2;0)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $-x+y+z-4=0$. **B.** $-x+y+z+4=0$. **C.** $3x-3y+z+4=0$. **D.** $3x-3y+z-4=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-3;3;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC nên có một vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-3; 3; -1).$$

Vậy phương trình của mặt phẳng (P) là

$$-3(x+1)+3(y-1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow -3x+3y-z-4=0 \Leftrightarrow 3x-3y+z+4=0.$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;2)$, trong đó a, b là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-2y+1=0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC)

vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{2}{\sqrt{33}}$. Giá trị

$a.b$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 4.

Lời giải

Vì $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$, $a > 0$, $b > 0$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{2} = 1.$$

$$d(O, (ABC)) = \frac{2}{\sqrt{33}} \Leftrightarrow \frac{|-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{33}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 8$$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (P) lần lượt là $\vec{n}_1 = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{2}\right)$ và

$$\vec{n}_2 = (2; -2; 0). \text{ Vì } mp(ABC) \perp mp(P) \Rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{a} - \frac{2}{b} = 0$$

$$\text{Từ, và điều kiện } a > 0, b > 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a.b = \frac{1}{4}.$$

Câu 45: [Mức độ 3] Cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) điểm H' đối xứng với H qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A.** $H'(-1; 0; 0)$. **B.** $H'(-1; -3; 0)$. **C.** $H'(-1; 3; 0)$. **D.** $H'(0; -3; 0)$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với (P) khi đó d có một vec tơ chỉ

$$\text{phương là } \vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (2; 1; 3). \text{ Phương trình đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}.$$

Gọi H là hình chiếu của M lên (P) .

$$\text{Tọa độ } H \text{ thỏa mãn hệ phương trình: } \begin{cases} x = 1 + 2t & (1) \\ y = -2 + t & (2) \\ z = 3 + 3t & (3) \\ 2x + y + 3z + 5 = 0 & (4) \end{cases}.$$

$$\text{Thay (1), (2), (3) vào (4) ta được: } 14t = -14 \Leftrightarrow t = -1 \text{ tìm được } \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \\ z = 0 \end{cases} \text{ suy ra } H(-1; -3; 0).$$

Do đó tọa độ điểm $H'(-1; 3; 0)$ là điểm đối xứng với $H(-1; -3; 0)$ qua mặt phẳng (Oxz) .

Câu 46: Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$; $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ đồng thời vuông góc với d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 1; 2)$, đường thẳng d_2 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

Đường thẳng d vuông góc với d_1 và d_2 có một vector chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{u}_2, \vec{u}_1] = (1; -3; 1)$, đi qua $M(1; 1; 1)$. Phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 47: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$; $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 1; 1)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-7}{1} = \frac{y+9}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-7} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{-9} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d_1 , (Q) là mặt phẳng chứa M và d_2 . Khi đó, giao tuyến của (P) và (Q) chính là d .

Đường thẳng d_1 có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 1; 2)$. $\vec{u}_1$ là một vector pháp tuyến của (P) .

Đường thẳng d_2 có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$, đi qua điểm $N(-2; 2; 0)$.

Ta có $\vec{MN} = (-3; 1; -1)$.

Đặt $\vec{n} = [\vec{MN}, \vec{u}_2] = (2; 1; -5)$. $\vec{n}$ là một vector pháp tuyến của (Q) .

Suy ra đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{u}_1] = (7; -9; 1)$, đi qua $M(1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{-9} = \frac{z-1}{1}$.

Cách 2:

Đường thẳng d_2 có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$$

Giả sử H là giao điểm của d và d_2 . Thế thì $H(-2+2t; 2+t; t)$.

$\vec{MH} = (-3+2t; 1+t; -1+t)$.

Đường thẳng d_1 có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 1; 2)$.

Do $d_1 \perp d$ nên $\vec{u}_1 \perp \vec{MH} \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{MH} = 0 \Leftrightarrow -3+2t+1+t-2+2t=0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{5}$.

Suy ra $\vec{MH} = \left(-\frac{7}{5}; \frac{9}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.

Suy ra đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = -5 \cdot \vec{MH} = (7; -9; 1)$, đi qua $M(1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{-9} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$,

$d_2: \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 3t' \\ z = 1 + t' \end{cases} \quad (t, t' \in \mathbb{R})$. Viết phương trình đường thẳng Δ là đường vuông góc chung của hai

đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Gọi AB là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1; d_2$.

Ta có $A \in d_1 \Rightarrow A(t; 1 - 2t; 2)$; $B \in d_2 \Rightarrow B(3 - t'; 3t'; 1 + t')$
 $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-t' - t + 3; 3t' + 2t - 1; t' - 1)$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d_2}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7t' + 5t = 5 \\ 11t' + 7t = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 0 \\ t = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow A(1; -1; 2)$; $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; -1; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -1)$

là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A song song với mặt phẳng (P) và có khoảng cách đến B lớn nhất.

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

C. $\Delta: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $1 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 5 \neq 0 \Rightarrow$ điểm A không thuộc mặt phẳng (P) .

Gọi (α) là mặt phẳng qua $A(1; 1; 2)$ và song song với $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$.

$\Rightarrow (\alpha)$ có phương trình $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của B lên đường thẳng Δ .

Ta có $d(B, \Delta) = BH \leq AB$.

$\Rightarrow BH$ đạt giá trị lớn nhất là AB khi $H \equiv A$.

+) Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng (α) nên $\vec{n}_\Delta = \vec{n}_\alpha = (1; 2; -2)$.

+) Đường thẳng Δ vuông góc với AB nên $\vec{n}_\Delta = \vec{AB} = (0; 2; -3)$.

$\Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_\alpha, \vec{AB}] = (-2; 3; 2)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \Rightarrow D(5; -5; -2) \in (\Delta)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$.

Đường thẳng Δ nằm trong (α) đi qua $A(-1; 3; 2)$ và tạo với d một góc 45° có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \\ z = 26 + 24t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + 24t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 24t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 24t \end{cases}$.

Lời giải

+) Gọi $\vec{u} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ là véc tơ chỉ phương của Δ .

+) $\Delta \subset (\alpha)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 0) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow a - b = 0 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow \vec{u} = (a; a; c)$.

+) d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; 2)$.

+) Gọi φ là góc giữa d và Δ , ta có $\cos \varphi = \frac{|a + 2a + 2c|}{3\sqrt{a^2 + a^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{|3a + 2c|}{3\sqrt{2a^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}|3a + 2c| = 3\sqrt{2a^2 + c^2} \Leftrightarrow 2(9a^2 + 12ac + 4c^2) = 9(2a^2 + c^2) \Leftrightarrow 24ac - c^2 = 0$

$\Leftrightarrow c(24a - c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 24a \end{cases}$.

+) Với $c = 0$, chọn $a = 1$ ta được $\vec{u} = (1; 1; 0) \Rightarrow d : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$.

+) Với $c = 24a$, chọn $a = 1 \Rightarrow c = 24 \Rightarrow \vec{u} = (1; 1; 24) \Rightarrow d : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + 24t \end{cases} \Rightarrow M(0; 4; 26) \in d$.

Hay $d : \begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \\ z = 26 + 24t \end{cases}$.

Vậy chọn phương án **A.**

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 35 (100TN)

- Câu 1:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 5x$, $y = x - x^2$, $x = 1$ và $x = 2$ bằng
- A. $S = \frac{13}{3}$. B. $S = 9$. C. $S = \frac{7}{3}$. D. $S = \frac{14}{3}$.
- Câu 2:** Nếu $\int_0^1 f(t)dt = 3$ và $\int_1^2 f(u)du = -2$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng
- A. -5 . B. 5 . C. 1 . D. -6 .
- Câu 3:** Phát biểu nào sau đây **sai**?
- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
- C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}(1; -1; -2)$ và $\vec{v}(1; 2; 1)$. Tính góc φ giữa hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{v}$.
- A. 150° . B. 60° . C. 120° . D. 30° .
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$ và $B(4; 5; 3)$. Điểm nào sau đây là trung điểm của đoạn thẳng AB .
- A. $N(3; 4; 1)$. B. $Q(6; 8; 2)$. C. $P(2; 2; 4)$. D. $M(1; 1; 2)$.
- Câu 6:** Cho số phức z thỏa mãn $z(1 - 2i) - 3 + 4i = 4 + 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.
- A. 4 . B. -2 . C. -4 . D. 2 .
- Câu 7:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = 3$
- A. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $r = 9$. B. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $r = 9$.
- C. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $r = 3$. D. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $r = 3$.
- Câu 8:** Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1+3i}{2+i} - 2i(3+4i)$ là
- A. $\bar{z} = 9 - 5i$. B. $\bar{z} = 9 + 5i$. C. $\bar{z} = -9 + 5i$. D. $\bar{z} = -9 - 5i$.
- Câu 9:** Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích S của hình phẳng (H) được tính theo công thức nào sau đây
- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$. B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
- C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng
- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 3 + 4t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases}$. Phát biểu nào sau đây đúng?
- A. d và d' chéo nhau. B. d và d' cắt nhau tại một điểm.
C. d và d' trùng nhau. D. d và d' song song nhau.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): 2x - 6y + m^2z + m - 4 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau.
- A. $m = 2 \vee m = -2$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 4 \vee m = -4$.
- Câu 13:** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1 + z_2)^2$.
- A. 25. B. 16. C. 0. D. 4.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, tích có hướng của hai vector $\vec{u} = (1; 2; 4)$ và $\vec{v} = (3; -1; 1)$ là
- A. $[\vec{u}, \vec{v}] = (-6; 11; -7)$. B. $[\vec{u}, \vec{v}] = (6; -11; 7)$. C. $[\vec{u}, \vec{v}] = (6; 11; -7)$. D. $[\vec{u}, \vec{v}] = (6; -11; -7)$.
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình mặt cầu?
- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 17 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y + 6z + 5 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$.
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. Vec tơ nào sau đây không là vec tơ pháp tuyến của (α) ?
- A. $\vec{n}_1 \left(1; \frac{-1}{2}; \frac{1}{3} \right)$. B. $\vec{n}_4 (1; -2; 3)$. C. $\vec{n}_2 \left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right)$. D. $\vec{n}_3 (6; -3; 2)$.
- Câu 17:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ (tham khảo hình vẽ), trục Ox và các đường thẳng $x = a; x = b (a < b)$ là
- A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $S = -\int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 2)$ và bán kính $R = 4$.
- A. $(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 16$.
- Câu 19:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$.

A. $2 \cos x - 1 + C$. B. $-2 \cos x - x^2 + C$. C. $-2 \cos x - \frac{x^2}{2} + C$. D. $2 \cos x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 20: Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cot^2 x) dx$.

A. $I = 1 - \sqrt{3}$. B. $I = \sqrt{3} - 1$. C. $I = 1$. D. $I = \sqrt{3}$.

Câu 21: Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 10 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn.

A. 24 (m). B. 21 (m). C. 25 (m). D. 16 (m).

Câu 22: Cho hình phẳng giới hạn các đường $y = 5^x$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_{-2}^2 5^{2x} dx$. B. $V = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$. C. $V = \pi \int_{-2}^2 5^x dx$. D. $V = \int_{-2}^2 |5^x| dx$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; 0; 1)$ đến đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ bằng

A. $\frac{12}{\sqrt{6}}$. B. $\sqrt{12}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $(P): z - 2 = 0$. B. $(Q): x + y - 7 = 0$.
C. $(R): x + y + z + 3 = 0$. D. $(S): x - 4 = 0$.

Câu 25: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Môđun của z được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. B. $|z| = a^2 + b^2$. C. $|z| = \sqrt{a^2 + (bi)^2}$. D. $|z| = |a + b|$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn của số phức $(\sqrt{3} + i)^3$ là

A. $N(8; 0)$. B. $M(0; 8)$. C. $Q(\sqrt{3}; 1)$. D. $P(3\sqrt{3}; 3)$.

Câu 27: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 < x < 3$) là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{2(9 - x^2)}$

A. $V = 9\pi$. B. $V = 18$. C. $V = 9$. D. $V = 18\pi$.

Câu 28: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15$ (m/s) thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s²). Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

- A.** $69,75(m)$. **B.** $87,75(m)$. **C.** $67,25(m)$. **D.** $68,25(m)$.

Câu 29: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Số phức z^2 là số thuần ảo khi và chỉ khi

- A.** $a^2 + b^2 = 0$. **B.** $b = 0$. **C.** $a = 0$. **D.** $a^2 - b^2 = 0$.

Câu 30: Hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 1 - x^2$ và Ox khi quay quanh Oy tạo thành vật thể có thể tích là

- A.** $V = \frac{\pi}{2}$. **B.** $V = \frac{16\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{16}{15}$. **D.** $V = \frac{1}{2}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z - 5 = 0$.

- A.** $d = 6$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = \frac{5}{3}$. **D.** $d = 4$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d

- A.** $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{-3}$. **B.** $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{-3}$. **D.** $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 33: Biết $F(x) = e^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng:

- A.** $\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C$. **B.** $2e^x - 4x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$. **D.** $e^{2x} - 8x^2 + C$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(0) = -1$ và $f(1) = 1$. Tính tích phân

$$I = \int_0^1 f'(x) dx.$$

- A.** $I = -1$. **B.** $I = -2$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 2$.

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy , gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = (2 - i)^2$, $z_2 = 3 + ai$, $z_3 = \frac{1-i}{1+i}$ (với $a \in \mathbb{R}$). Tìm a để ΔABC vuông tại B .

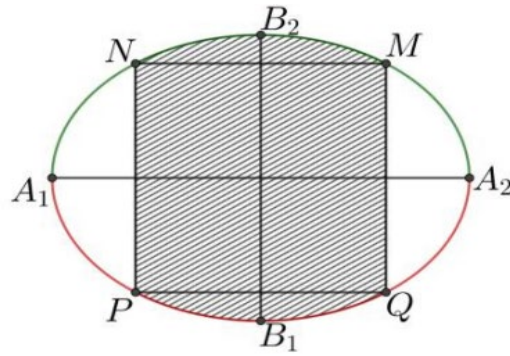
- A.** $a = 4$. **B.** $a = -4$ hoặc $a = -1$. **C.** $a = -4$. **D.** $a = -1$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 6$, đồng thời song song với hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1} \text{ và } d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

- A.** $\begin{cases} x - y + 2z + 9 = 0 \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$. **B.** $x + y + 2z + 9 = 0$. **C.** $\begin{cases} x + y + 2z + 9 = 0 \\ x + y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$. **D.** $x - y + 2z - 3 = 0$.

- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $MNPQ$, biết $M(1;1;1)$, $N(-2;2;3)$ và $Q(-5;-2;2)$. Toạ độ điểm P là
A. $P(-8;-1;4)$. **B.** $P(4;5;2)$. **C.** $P(-2;-3;0)$. **D.** $P(2;3;0)$.
- Câu 38:** Cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ có một nghiệm phức $2-3i$ (a và b là các số thực). Tính $T = ab$.
A. $T = 4$. **B.** $T = 52$. **C.** $T = 13$. **D.** $T = -52$.
- Câu 39:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;3)$ và $B(0;4;-1)$. Mặt cầu có tâm nằm trên trục Oy đồng thời đi qua hai điểm A và B có bán kính R bằng
A. $R = \sqrt{5}$. **B.** $R = \sqrt{10}$. **C.** $R = \sqrt{7}$. **D.** $R = 1$.
- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6-4t \\ y = -2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d
A. $(10;-1;-3)$. **B.** $(6;-2;-1)$. **C.** $(2;-3;1)$. **D.** $(1;-1;0)$.
- Câu 41:** Cho số phức $z = \frac{m}{m+i}$. Có bao nhiêu số nguyên âm của m để $|z-i| \leq 1$?
A. 3. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 42:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1) = 2$ và $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.
A. $I = -3$. **B.** $I = 3$ **C.** $I = -1$. **D.** $I = 1$
- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ lần lượt tại các điểm A, B và C . Biết trục tâm của tam giác ABC là $H(3;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là
A. $3x - y + z - 11 = 0$. **B.** $3x - y + z + 1 = 0$. **C.** $x - y + 3z - 7 = 0$. **D.** $x + 3y - z + 1 = 0$.
- Câu 44:** Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z+1-i)(\bar{z}-i)$ là số thực. Biết tập hợp các điểm biểu diễn hình học của z là một đường thẳng. Hệ số góc của đường thẳng đó là
A. -1 . **B.** 2 . **C.** -2 . **D.** 1 .
- Câu 45:** Cho elip (E) có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 8$ và độ dài trục nhỏ $B_1B_2 = 6$. Gọi M, N, P, Q là các điểm trên elip (E) sao cho $MNPQ$ là một hình vuông. Gọi S là diện tích của phần được gạch chéo (tham khảo hình vẽ).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $26 < S < 27$. **B.** $5 < S < 9$. **C.** $13 < S < 14$. **D.** $6 < S < 7$.

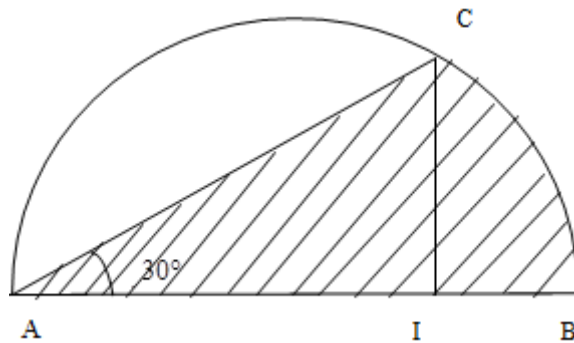
Câu 46: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $z^2 + m = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0| = 1$?

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$ và $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.

- A.** $S = 1$. **B.** $S = 3$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 0$.

Câu 48: Trên nửa đường tròn đường kính AB lấy điểm C sao cho góc $CAB = 30^\circ$. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình) quanh đường thẳng AB biết $AB = 4$



- A.** $V = \frac{7}{3}\pi$. **B.** $V = \frac{53}{3}\pi$. **C.** $V = \frac{32}{3}\pi$. **D.** $V = \frac{14}{3}\pi$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Gọi d_2 là đường thẳng qua điểm

$A(1; 1; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 0; 4)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là:

- A.** $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$. **B.** $d: \frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-1}{1}$.
C. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z-12}{11}$.

Câu 50: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|w-i|=2$ và $z+2=iw$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M+m$?

A. 6.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	B	A	B	D	B	D	A	D	C	B	C	A	B	A	B	C	B	C	B	D	B	A
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	C	A	D	A	B	D	C	D	D	C	C	B	B	C	D	D	A	C	A	C	C	D	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 5x$, $y = x - x^2$, $x = 1$ và $x = 2$ bằng

- A. $S = \frac{13}{3}$. B. $S = 9$. C. $S = \frac{7}{3}$. D. $S = \frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S = \int_1^2 |(x^2 - 5x) - (x - x^2)| dx = \int_1^2 |2x^2 - 6x| dx = \frac{13}{3}.$$

Câu 2: Nếu $\int_0^1 f(t) dt = 3$ và $\int_1^2 f(u) du = -2$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. -5 . B. 5 . C. 1 . D. -6 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } \begin{cases} \int_0^1 f(t) dt = 3 \\ \int_1^2 f(u) du = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_0^1 f(x) dx = 3 \\ \int_1^2 f(x) dx = -2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 3 + (-2) = 1.$$

Câu 3: Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

Lời giải

Chọn C

Phương án C sai vì $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}(1; -1; -2)$ và $\vec{v}(1; 2; 1)$. Tính góc φ giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A. 150° . B. 60° . C. 120° . D. 30° .

Lời giải

Chọn B

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + (-2) \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 120^\circ.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(4;5;3)$. Điểm nào sau đây là trung điểm của đoạn thẳng AB .

- A.** $N(3;4;1)$. **B.** $Q(6;8;2)$. **C.** $P(2;2;4)$. **D.** $M(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\frac{2+4}{2}; \frac{3+5}{2}; \frac{-1+3}{2}\right) = (3;4;1)$

Câu 6: Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i) - 3 + 4i = 4 + 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A.** 4. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$$z(1-2i) - 3 + 4i = 4 + 5i \Leftrightarrow z = \frac{4+5i+3-4i}{1-2i} = 1+3i.$$

Suy ra $\bar{z} = 1-3i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ là -2.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+1-2i| = 3$

- A.** Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $r = 9$. **B.** Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r = 9$.
C. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $r = 3$. **D.** Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r = 3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

$$\Rightarrow |z+1-2i| = 3 \Leftrightarrow |(x+1) + (y-2)i| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = 3 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện $|z+1-2i| = 3$ là: Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r = 3$.

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1+3i}{2+i} - 2i(3+4i)$ là

- A.** $\bar{z} = 9 - 5i$. **B.** $\bar{z} = 9 + 5i$. **C.** $\bar{z} = -9 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -9 - 5i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z = \frac{1+3i}{2+i} - 2i(3+4i) = \frac{(1+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} - 2i(3+4i) = \frac{5+5i}{5} + 8 - 6i = 9 - 5i$$

$$\Rightarrow \bar{z} = 9 + 5i$$

Câu 9: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới

hạn bởi đồ thị các đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Diện tích S của hình phẳng (H) được tính theo công thức nào sau đây

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải

Chọn D

Diện tích S của hình phẳng (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x + y + 2z - 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A

$\vec{a}(-2; 1; -1)$ là VTCP của d

$\vec{n}(1; 1; 2)$ là VTPT của (P)

Gọi α là góc hợp bởi d và (P), ta có $\sin \alpha = \left| \cos(\vec{a}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{2}$

Vậy $\alpha = 30^\circ$

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 3 + 4t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases}$. Phát biểu nào sau

đây đúng?

A. d và d' chéo nhau. **B.** d và d' cắt nhau tại một điểm.

C. d và d' trùng nhau. **D.** d và d' song song nhau.

Lời giải

Chọn D

$\vec{a}(1; 2; -1)$ là VTCP của d , $\vec{a}'(2; 4; -2)$ là VTCP của d' .

$\Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{2} \vec{a}'$, $\vec{a}$ và $\vec{a}'$ cùng phương.

Ta lấy $M(1; 0; 3) \in d$, thay M vào d' : $\begin{cases} 2 + 2t' = 1 \\ 3 + 4t' = 0 \\ 5 - 2t' = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t' = -\frac{1}{2} \\ t' = -\frac{3}{4} \\ t' = 1 \end{cases}$.

$\Rightarrow M \notin d'$.

Vậy d và d' song song nhau.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): 2x - 6y + m^2z + m - 4 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau.

A. $m = 2 \vee m = -2$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m = 4 \vee m = -4$.

Lời giải

Chọn C

$$(P) \text{ và } (Q) \text{ song song nhau} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{-3}{-6} = \frac{2}{m^2} \neq \frac{-3}{m-4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m^2} = \frac{1}{2} \\ \frac{-3}{m-4} \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Vậy $m = 2$

Câu 13: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1 + z_2)^2$.

A. 25.

B. 16.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$ nên $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = 4$.

Khi đó $(z_1 + z_2)^2 = 4^2 = 16$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, tích có hướng của hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; 4)$ và $\vec{v} = (3; -1; 1)$ là

A. $[\vec{u}, \vec{v}] = (-6; 11; -7)$.

B. $[\vec{u}, \vec{v}] = (6; -11; 7)$.

C. $[\vec{u}, \vec{v}] = (6; 11; -7)$.

D. $[\vec{u}, \vec{v}] = (6; -11; -7)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } [\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = (6; 11; -7).$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 17 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y + 6z + 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Xét mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 17 = 0$ có $a = -1, b = 2, c = -1, d = 17$.

Khi đó $a^2 + b^2 + c^2 - d = -11 < 0$.

Vậy phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 17 = 0$ không phải là phương trình mặt cầu.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. Vec tơ nào sau đây không là vec tơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_1\left(1; \frac{-1}{2}; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $\vec{n}_4(1; -2; 3)$.

C. $\vec{n}_2\left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\vec{n}_3(6; -3; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$(\alpha): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z - 1 = 0$. Vec tơ $\vec{n}_1\left(1; \frac{-1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ là một vec tơ pháp tuyến của (α) .

Câu 17: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ (tham khảo hình vẽ), trục Ox và các đường thẳng $x = a; x = b$ ($a < b$) là

A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

C. $S = -\int_a^b [f(x)]^2 dx$. **D.** $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = -\int_a^b f(x) dx.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 2)$ và bán kính $R = 4$.

A. $(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$.

B. $(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16$.

C. $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 4$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn B

$$(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 16.$$

Câu 19: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$.

A. $2 \cos x - 1 + C$. **B.** $-2 \cos x - x^2 + C$. **C.** $-2 \cos x - \frac{x^2}{2} + C$. **D.** $2 \cos x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int (2 \sin x - x) dx = 2 \int \sin x dx - \int x dx = -2 \cos x - \frac{x^2}{2} + C.$$

Câu 20: Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cot^2 x) dx$.

A. $I = 1 - \sqrt{3}$.

B. $I = \sqrt{3} - 1$.

C. $I = 1$.

D. $I = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cot^2 x) dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -\cot \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{6} = -1 + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1$.

Câu 21: Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 10 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn.

A. 24 (m).

B. 21 (m).

C. 25 (m).

D. 16 (m).

Lời giải

Chọn C

Ta có: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 10 = 0 \Leftrightarrow -2t = -10 \Leftrightarrow t = 5$.

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc $v(t) = 0$ nên thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là $t = 5$ (s). Vậy quãng đường ô tô di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$S = \int_0^5 (-2t + 10) dt = \left(-t^2 + 10t \right) \Big|_0^5 = -5^2 + 10 \cdot 5 = 25 \text{ (m)}.$$

Câu 22: Cho hình phẳng giới hạn các đường $y = 5^x$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_{-2}^2 5^{2x} dx$.

B. $V = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$.

C. $V = \pi \int_{-2}^2 5^x dx$.

D. $V = \int_{-2}^2 |5^x| dx$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức $V = \pi \int_{-2}^2 (5^x)^2 dx = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;0;1)$ đến đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ bằng

A. $\frac{12}{\sqrt{6}}$.

B. $\sqrt{12}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1;2;1)$ và điểm $M_0(1;0;2) \in d$.

$$\overrightarrow{MM_0} = (-1;0;1); [\overrightarrow{MM_0}, \vec{a}] = (-2;2;-2).$$

$$\text{Vậy } d(M, d) = \frac{||[\overrightarrow{MM_0}, \vec{a}]||}{||\vec{a}||} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-2)^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \sqrt{2}.$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

- A.** $(P): z - 2 = 0$. **B.** $(Q): x + y - 7 = 0$. **C.** $(R): x + y + z + 3 = 0$. **D.** $(S): x - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $M(3;4;-2)$ lần lượt vào phương trình mặt phẳng trong các phương án:

Xét phương án A ta thấy $-2 - 2 = -4 \neq 0 \Rightarrow M \notin (P)$.

Xét phương án B ta thấy $3 + 4 - 7 = 0 \Rightarrow M \in (Q)$.

Xét phương án C ta thấy $3 + 4 - 2 + 3 = 8 \neq 0 \Rightarrow M \notin (R)$.

Xét phương án D ta thấy $3 - 4 = -1 \neq 0 \Rightarrow M \notin (S)$.

Câu 25: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Môđun của z được tính bởi công thức nào sau đây?

- A.** $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. **B.** $|z| = a^2 + b^2$. **C.** $|z| = \sqrt{a^2 + (bi)^2}$. **D.** $|z| = |a + b|$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính ta có $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn của số phức $(\sqrt{3} + i)^3$ là

- A.** $N(8;0)$. **B.** $M(0;8)$. **C.** $Q(\sqrt{3};1)$. **D.** $P(3\sqrt{3};3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(\sqrt{3} + i)^3 = 3\sqrt{3} + 9i + 3\sqrt{3}i^2 + i^3 = 8i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $(\sqrt{3} + i)^3$ là $M(0;8)$.

Câu 27: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 < x < 3$) là tam giác vuông cân

có cạnh huyền bằng $\sqrt{2(9 - x^2)}$

- A.** $V = 9\pi$. **B.** $V = 18$. **C.** $V = 9$. **D.** $V = 18\pi$.

Lời giải

Chọn D

Gọi a là cạnh góc vuông của tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{2(9 - x^2)}$,

Khi đó ta có $\sqrt{2(9 - x^2)} = a\sqrt{2} \Leftrightarrow a = \sqrt{9 - x^2}$. Diện tích $S(x) = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}(9 - x^2)$.

Thể tích cần tìm $V = \int_0^3 S(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^3 (9 - x^2) dx = \frac{1}{2} \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 9$.

Câu 28: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15(\text{m/s})$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

- A.** $69,75(m)$. **B.** $87,75(m)$. **C.** $67,25(m)$. **D.** $68,25(m)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } a(t) = t^2 + 4t \Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C (C \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Theo giả thiết } v(0) = 15 \Rightarrow C = 15 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15.$$

$$\text{Vậy } S = \int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = \left(\frac{t^4}{12} + \frac{2}{3}t^3 + 15t \right) \Big|_0^3 = 69,75.$$

Câu 29: Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Số phức z^2 là số thuần ảo khi và chỉ khi

- A.** $a^2 + b^2 = 0$. **B.** $b = 0$. **C.** $a = 0$. **D.** $a^2 - b^2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^2 = (a + bi)^2 = a^2 + 2abi - b^2 = a - b^2 + 2abi.$$

$$z^2 \text{ là số thuần ảo khi và chỉ khi phần thực bằng } 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0.$$

Câu 30: Hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 1 - x^2$ và Ox khi quay quanh Oy tạo thành vật thể có thể tích là

- A.** $V = \frac{\pi}{2}$. **B.** $V = \frac{16\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{16}{15}$. **D.** $V = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 - y \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ x = \pm \sqrt{1 - y} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi \int_0^1 f^2(y) dy = \pi \int_0^1 (1 - y) dy = \pi \left(y - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z - 5 = 0$.

- A.** $d = 6$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = \frac{5}{3}$. **D.** $d = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } (P) // (Q) \text{ nên } d((P); (Q)) = \frac{|1 - (-5)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2.$$

Câu 32: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d

A. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{-3}$.

B. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có VTCP: $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$, mặt phẳng (P) có VTPT: $\vec{n}_p = (1; -1; -1)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d nên có VTCP: $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{n}_p] = (2; 5; -3)$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d là: $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 33: Biết $F(x) = e^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng:

A. $\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C$.

B. $2e^x - 4x^2 + C$.

C. $\frac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$.

D. $e^{2x} - 8x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

$F(x) = e^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

$$f(x) = F'(x) = e^x - 4x \Rightarrow f(2x) = e^{2x} - 4(2x) = e^{2x} - 8x.$$

$$\int f(2x)dx = \int (e^{2x} - 8x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C.$$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(0) = -1$ và $f(1) = 1$. Tính tích phân

$$I = \int_0^1 f'(x)dx.$$

A. $I = -1$.

B. $I = -2$.

C. $I = 1$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 f'(x)dx = f(x)\Big|_0^1 = f(1) - f(0) = 1 - (-1) = 2.$$

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = (2-i)^2$

, $z_2 = 3+ai$, $z_3 = \frac{1-i}{1+i}$ (với $a \in \mathbb{R}$). Tìm a để ΔABC vuông tại B .

A. $a = 4$.

B. $a = -4 \vee a = -1$.

C. $a = -4$.

D. $a = -1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 = (2-i)^2 = 3-4i$, $z_3 = \frac{1-i}{1+i} = -i$.

Do đó các điểm $A(3;-4)$, $B(3;a)$, $C(0;-1)$ lần lượt biểu diễn cho các số phức z_1 , z_2 , z_3 .

$$\text{Từ giả thiết } \triangle ABC \text{ vuông tại } B \text{ ta có } \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BA} = (0; -4-a) \\ \overrightarrow{BC} = (-3; -1-a) \end{cases} \Leftrightarrow (4+a)(1+a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ a = -1 \end{cases}.$$

Với $a = -4$ ta có điểm A trùng điểm B nên loại trường hợp $a = -4$. Ta nhận $a = -1$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 6$, đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

A. $\begin{cases} x-y+2z+9=0 \\ x-y+2z-3=0 \end{cases}$ **B.** $x+y+2z+9=0$ **C.** $\begin{cases} x+y+2z+9=0 \\ x+y+2z-3=0 \end{cases}$ **D.** $x-y+2z-3=0$.

Lời giải

Chọn C

Xét mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 6$ có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $r = \sqrt{6}$.

Hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ lần lượt có vector chỉ phương là $\vec{a} = (3;-1;-1)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$.

Mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng đã cho nên (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2;2;4)$ hay $\vec{m} = (1;1;2)$.

Suy ra (P) có phương trình tổng quát dạng: $x + y + 2z + m = 0$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) ,

$$\text{nên } d(I, (P)) = r \Leftrightarrow \frac{|1+0-4+m|}{\sqrt{1+1+4}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |m-3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m-3=6 \\ m-3=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=9 \\ m=-3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (P) \text{ có phương trình tổng quát là } \begin{cases} x+y+2z+9=0 \\ x+y+2z-3=0 \end{cases}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $MNPQ$, biết $M(1;1;1)$, $N(-2;2;3)$ và $Q(-5;-2;2)$. Toạ độ điểm P là

A. $P(-8;-1;4)$ **B.** $P(4;5;2)$ **C.** $P(-2;-3;0)$ **D.** $P(2;3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hình bình hành $MNPQ$, ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Rightarrow \overrightarrow{QP} = (-3;1;2)$.

Suy ra toạ độ của điểm $P(-8;-1;4)$.

Câu 38: Cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ có một nghiệm phức $2-3i$ (a và b là các số thực). Tính $T = ab$.

A. $T = 4$ **B.** $T = 52$ **C.** $T = 13$ **D.** $T = -52$.

Lời giải

Chọn D

Thay $z = 2 - 3i$ vào phương trình $z^2 + az + b = 0$. Ta có:

$$(2 - 3i)^2 + a(2 - 3i) + b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 5 \\ -3a = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 13 \end{cases}.$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; 3)$ và $B(0; 4; -1)$. Mặt cầu có tâm nằm trên trục Oy đồng thời đi qua hai điểm A và B có bán kính R bằng

- A.** $R = \sqrt{5}$. **B.** $R = \sqrt{10}$. **C.** $R = \sqrt{7}$. **D.** $R = 1$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm nằm trên trục Oy nên $I(0; b; 0)$.

Mặt cầu đi qua hai điểm $A(0; 2; 3)$ và $B(0; 4; -1)$, suy ra:

$$\begin{cases} IA = R \\ IB = R \end{cases} \Rightarrow IA = IB \Rightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (2 - b)^2 + 3^2 = (4 - b)^2 + 1^2 \Leftrightarrow b = 1.$$

$$\text{Suy ra, ta có } R = IA = \sqrt{(2 - 1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}.$$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ hình

chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d

- A.** $(10; -1; -3)$. **B.** $(6; -2; -1)$. **C.** $(2; -3; 1)$. **D.** $(1; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (-4; -1; 2)$.

$$\text{Nên } H \in d \Rightarrow H(6 - 4t; -2 - t; -1 + 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (5 - 4t; -3 - t; -2 + 2t).$$

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -4 \cdot (5 - 4t) - 1 \cdot (-3 - t) + 2 \cdot (-2 + 2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\text{Vậy } H(2; -3; 1)$$

Câu 41: Cho số phức $z = \frac{m}{m + i}$. Có bao nhiêu số nguyên âm của m để $|z - i| \leq 1$?

- A.** 3. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |z - i| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{m}{m + i} - i \right| \leq 1 \Leftrightarrow |m - i(m + i)| \leq |m + i| \Leftrightarrow |m + 1 - mi| \leq |m + i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(m + 1)^2 + m^2} \leq \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow m^2 + 2m \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0.$$

Nên có 2 giá trị m thỏa đề bài.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1) = 2$ và $\int_0^1 x.f'(x)dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = -3$.

B. $I = 3$

C. $I = -1$.

D. $I = 1$

Lời giải

Chọn D

$$+ \text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$+ \text{Nên } \int_0^1 x.f'(x)dx = 1 \Leftrightarrow x.f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = 1.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^1 f(x)dx = 1.f(1) - 1 = 2 - 1 = 1.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ lần lượt tại các điểm A, B và C . Biết trực tâm của tam giác ABC là $H(3; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $3x - y + z - 11 = 0$.

B. $3x - y + z + 1 = 0$.

C. $x - y + 3z - 7 = 0$.

D. $x + 3y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$. Khi đó $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (đk: $a, b, c \neq 0$).

Ta có $H(3; -1; 1)$ là trực tâm của tam giác ABC nên $H \in (P)$. Do đó ta được: $\frac{3}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (1).

Mặt khác ta lại có $\overrightarrow{AH} = (3-a; -1; 1); \overrightarrow{BH} = (3; -1-b; 1); \overrightarrow{BC} = (0; -b; c); \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

$$H(3; -1; 1) \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+c=0 \\ -3a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3a \\ c=3a \end{cases}.$$

Từ (1) ta được $\frac{3}{a} + \frac{1}{3a} + \frac{1}{3a} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{11}{3}$. Suy ra $b = -11, c = 11$.

Khi đó $(P): \frac{3}{11}x - \frac{1}{11}y + \frac{1}{11}z = 1 \Leftrightarrow 3x - y + z - 11 = 0$.

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z+1-i)(\bar{z}-i)$ là số thực. Biết tập hợp các điểm biểu diễn hình học của z là một đường thẳng. Hệ số góc của đường thẳng đó là

A. -1 .

B. 2 .

C. -2 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

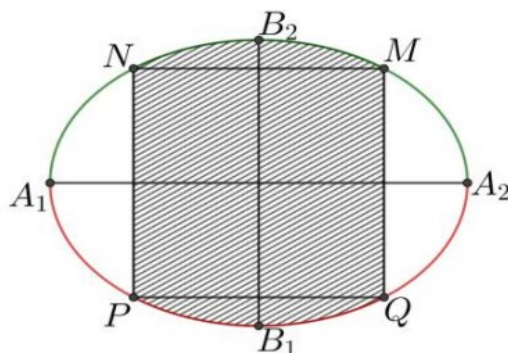
Ta có $(z+1-i)(\bar{z}-i) = ((x+1) + (y-1)i)(x - (y+1)i)$

$$= x(x+1) + (y+1)(y-1) + [x(y-1) - (x+1)(y+1)]i.$$

Khi đó $(z+1-i)(\bar{z}-i)$ là số thực $\Leftrightarrow x(y-1) - (x+1)(y+1) = 0 \Leftrightarrow y = -2x-1$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn hình học của z thỏa mãn bài toán là đường thẳng $\Delta: y = -2x-1$. Ta thấy Δ có hệ số góc là $k = -2$.

Câu 45: Cho elip (E) có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 8$ và độ dài trục nhỏ $B_1B_2 = 6$. Gọi M, N, P, Q là các điểm trên elip (E) sao cho $MNPQ$ là một hình vuông. Gọi S là diện tích của phần được gạch chéo (tham khảo hình vẽ).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $26 < S < 27$.

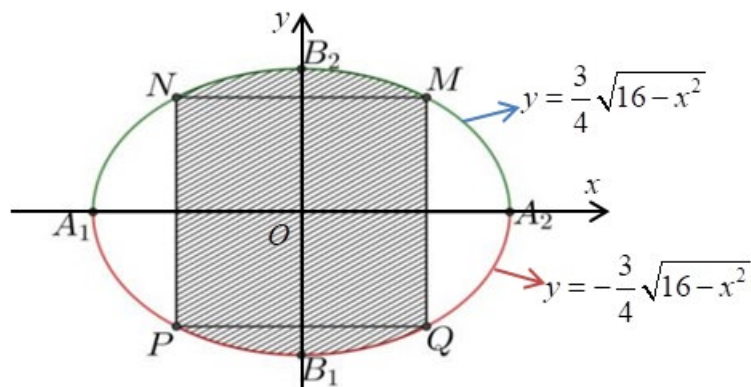
B. $5 < S < 9$.

C. $13 < S < 14$.

D. $6 < S < 7$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó elip (E) có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ (E).

Vì $MNPQ$ là hình vuông. Gọi $M(a; a) \in (E)$ ($0 < a < 3$).

$$\text{Suy ra: } \frac{a^2}{16} + \frac{a^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{25a^2}{144} = 1 \Rightarrow a = \frac{12}{5}.$$

$$\text{Ta có: } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{3}{4} \sqrt{16-x^2}.$$

Suy ra diện tích của phần được gạch chéo là

$$S = 2 \int_0^{\frac{12}{5}} \left(2 \frac{3}{4} \sqrt{16-x^2} \right) dx = 3 \int_0^{\frac{12}{5}} \left(\sqrt{16-x^2} \right) dx \stackrel{\text{CASIO}}{\approx} 26,964.$$

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $z^2 + m = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0| = 1$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.
Lời giải

D. 4.

Chọn C

Ta có: $|\overline{z_0}| = |z_0| = 1$ (*).

Vì z_0 là nghiệm của phương trình $z^2 + m = 0$ nên:

$$z_0^2 + m = 0 \Rightarrow m = -z_0^2 \Rightarrow |m| = |-z_0^2| = |z_0^2| = |z_0|^2 = |z_0| |\overline{z_0}| = 1 \Rightarrow m = \pm 1.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$ và $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.

A. $S = 1$.

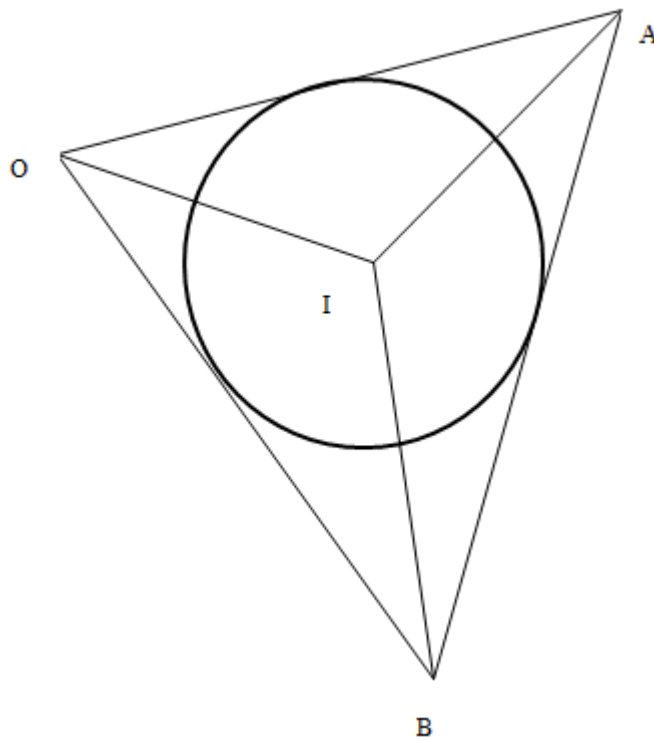
B. $S = 3$.

C. $S = 2$.

D. $S = 0$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3; \quad OB = \sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = 4,$$

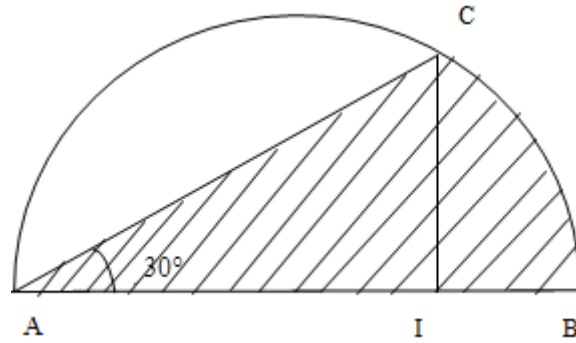
$$AB = \sqrt{\left(-\frac{8}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 1\right)^2} = 5.$$

$I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB nên ta có

$$AB \cdot \overrightarrow{IO} + OA \cdot \overrightarrow{IB} + OB \cdot \overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -5a + 3\left(-\frac{8}{3} - a\right) + 4(2 - a) = 0 \\ -5b + 3\left(\frac{4}{3} - b\right) + 4(2 - b) = 0 \\ -5c + 3\left(\frac{8}{3} - c\right) + 4(1 - c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12a = 0 \\ -12b + 12 = 0 \\ -12c + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy $S = a + b + c = 2$.

Câu 48: Trên nửa đường tròn đường kính AB lấy điểm C sao cho góc $CAB = 30^\circ$. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình) quanh đường thẳng AB biết $AB = 4$



A. $V = \frac{7}{3}\pi$.

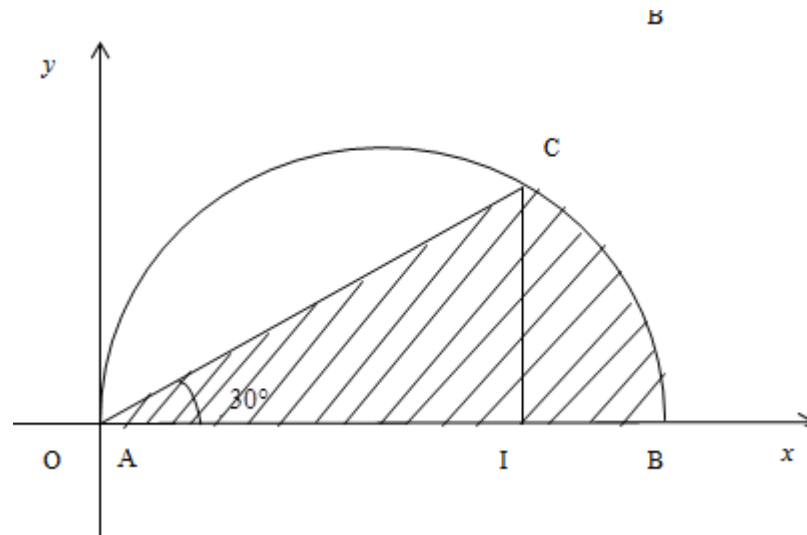
B. $V = \frac{53}{3}\pi$.

C. $V = \frac{32}{3}\pi$.

D. $V = \frac{14}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết ta có $\triangle ABC$ vuông ở $C \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}; BC = 2$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của C lên $AB \Rightarrow AI = AC \cdot \cos 30^\circ = 3; CI = \sqrt{3}$

Gán hệ trục Oxy sao cho $O \equiv A$ và $B(4;0)$. Khi đó: $I(3;0)$ và $C(3;\sqrt{3})$.

Nửa đường tròn có phương trình là $y = \sqrt{4x - x^2}$; đường thẳng $AC: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$.

Vậy thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình) quanh đường thẳng AB bằng

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}x \right)^2 dx + \pi \int_3^4 \left(\sqrt{4x - x^2} \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \frac{x^2}{3} dx + \pi \int_3^4 (4x - x^2) dx \\ &= \pi \frac{x^3}{9} \Big|_0^3 + \pi \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_3^4 = 3\pi + \pi \left[32 - \frac{64}{3} - (18 - 9) \right] = \frac{14}{3}\pi. \end{aligned}$$

Thử lại $m = \pm 1$ thỏa mãn bài toán. Vậy có 2 giá trị thực của m .

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=1-2t \end{cases}$. Gọi d_2 là đường thẳng qua điểm

$A(1;1;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3;0;4)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $d: \frac{x-1}{7} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-1}{1}$.

C. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

D. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z-12}{11}$.

Lời giải

Chọn D

♦ Đường thẳng d_1 có một vector chỉ phương là: $\vec{u}_{d_1} = (1;2;-2)$; $|\vec{u}_{d_1}| = 3$

Đường thẳng d_2 có một vector chỉ phương là: $\vec{u}_{d_2} = (3;0;4)$; $|\vec{u}_{d_2}| = 5$.

Xét: $\cos(\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}) = \frac{\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2}}{|\vec{u}_{d_1}| \cdot |\vec{u}_{d_2}|} = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2})$ là góc tù

$\Rightarrow (\vec{u}_{d_1}, -\vec{u}_{d_2})$ là góc nhọn $\Rightarrow (d_1, d_2) = (\vec{u}_{d_1}, -\vec{u}_{d_2})$.

♦ Gọi d là đường phân giác của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 . Đường thẳng d có một vector chỉ phương là: $\vec{u}_d = \frac{\vec{u}_{d_1}}{|\vec{u}_{d_1}|} - \frac{\vec{u}_{d_2}}{|\vec{u}_{d_2}|} = \left(-\frac{4}{15}; \frac{2}{3}; -\frac{22}{15}\right) = -\frac{2}{15} \cdot (2; -5; 11) \parallel (2; -5; 11)$.

Nhận xét: $A(1;1;1) \in d_1 \cap d_2 \Rightarrow A(1;1;1) \in d$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-1}{11} \Leftrightarrow d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z-12}{11}$.

Câu 50: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|w-i|=2$ và $z+2=iw$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M+m$?

A. 6.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

(*) Cách 1:

♦ $|w-i|=2 \Leftrightarrow |iw+1|=2 \Leftrightarrow |z+3|=2$.

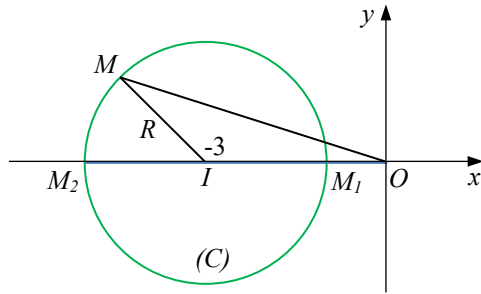
♦ Áp dụng BĐT mô-đun: $2 = |z+3| \geq ||z|-3| \Leftrightarrow 1 \leq |z| \leq 5$

+ $|z|=1$ khi: $z = -3k_1$; $k_1 > 0 \Rightarrow |-3k_1|=1 \Leftrightarrow k_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow z = -1$

+ $|z|=5$ khi: $z = -3k_2$; $k_2 > 0 \Rightarrow |-3k_2|=5 \Leftrightarrow k_2 = \frac{5}{3} \Rightarrow z = -5$

♦ Vậy: $m = \min|z| = 1$ và $M = \max|z| = 5 \Rightarrow M+m = 6$.

(*) Cách 2:



♦ $|w-i|=2 \Leftrightarrow |iw+1|=2 \Leftrightarrow |z+3|=2$.

Đặt: $z = x + yi$; ta có: $|z+3|=2 \Leftrightarrow |x+3+yi|=2 \Leftrightarrow (x+3)^2 + y^2 = 4$.

Do đó: tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(-3; 0)$ và bán kính $R = 2$.

♦ $|OI - R| \leq |z| = OM \leq OI + R \Leftrightarrow 1 \leq |z| \leq 5$.

Các dấu “=” đạt được khi: O, I, M_1, M_2 thẳng hàng (với M_1 là điểm biểu diễn $z_{\min}$ và M_2 là điểm biểu diễn $z_{\max}$).

♦ Vậy: $m = \min |z| = 1$ và $M = \max |z| = 5 \Rightarrow M + m = 6$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 36 (100TN)

Câu 1: Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ là hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F(1) = 5$. Khi đó $F(x)$ là hàm số nào sau đây?

- A. $F(x) = 2\ln|2x-1| + 5$. B. $F(x) = \frac{1}{2}\ln|2x-1| + 5$.
C. $F(x) = \ln(2x-1) + 5$. D. $F(x) = \ln|2x-1| + 5$.

Câu 2: Cho $I = \int 3x^2 \sqrt{x^3+2} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{x^3+2}$ thì I trở thành nguyên hàm nào sau đây?

- A. $\int 2t^2 dt$. B. $\int \frac{2}{3} t^2 dt$. C. $\int t dt$. D. $\int 3t dt$.

Câu 3: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x+1}$?

- A. $F(x) = \frac{3}{8}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$. B. $F(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C$.
C. $F(x) = \frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3} + C$. D. $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C$.

Câu 4: Cho biết $\int x e^{2x} dx = \frac{1}{4} e^{2x} (ax+b) + C$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và C là hằng số bất kì. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $b > a$. B. $a - 2b = 0$. C. $2a + b = 0$. D. $a + 2b = 0$.

Câu 5: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx$.

- A. $I = \frac{7}{2}$. B. $I = \frac{17}{2}$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 6: Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx = 16$. Tích phân $J = \int_0^2 f(2x) dx$ bằng

- A. $J = 8$. B. $J = 64$. C. $J = 16$. D. $J = 32$.

Câu 7: Cho $A = \int_1^3 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$. Đặt $t = 1+x^2$, biểu thức nào dưới đây là đúng?

- A. $A = \int_2^{10} 2t^2 dt$ B. $A = \int_1^3 \frac{1}{2t^2} dt$ C. $A = \int_2^{10} \frac{1}{t^2} dt$ D. $A = \int_2^{10} \frac{1}{2t^2} dt$

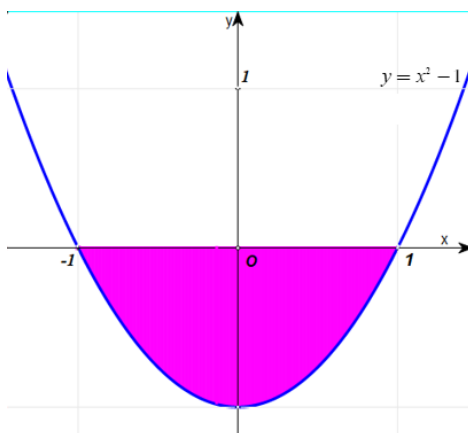
Câu 8: Biết $\int_0^1 x e^{2x} dx = ae^2 + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Tính $a+b$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 9: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

- A. 8. B. 12. C. 10. D. 9.

Câu 10: Hãy tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây.

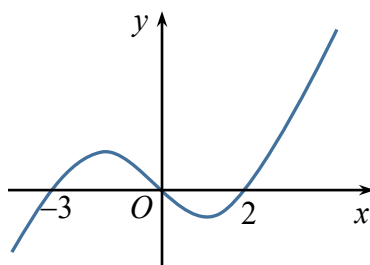


- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 11: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|$, $y = x^2 - 2$

- A. $S = \frac{13}{3}$. B. $S = 3$. C. $S = \frac{11}{2}$. D. $S = \frac{20}{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số trên với trục hoành là

- A. $S = \int_{-3}^2 f(x) dx$. B. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$. D. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.

Câu 13: Cho miền D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 2$. Thể tích vật thể tròn xoay thu được khi miền D quay quanh Ox bằng:

- A. 2. B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$. D. 2π .

Câu 14: Gọi A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài của vectơ $\overrightarrow{BA}$ bằng:

A. $|z_1| - |z_2|$. B. $|z_1| + |z_2|$. C. $|z_1 - z_2|$. D. $|z_1 + z_2|$.

Câu 15: Cho số phức $z = 2021 - 2003i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$

A. -4024 . B. -17 . C. 17 . D. 4024 .

Câu 16: Cho số phức $z_1 = 1 + 3i$, $\bar{z}_2 = 3i - 4$, số phức z_3 được biểu diễn bởi điểm $C(4; -2)$. Tính

$|z_1|^2 - |z_2|^2 + |z_3|^2$

A. 35 . B. 55 . C. 15 . D. 5 .

Câu 17: Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = |z - 1 + i|$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $6x - 4y - 3 = 0$. B. $6x - 4y + 3 = 0$. C. $6x + 4y + 3 = 0$. D. $6x + 4y - 3 = 0$.

Câu 18: Cho số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|\bar{z} - 1| = 2$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. -1 . B. 0 . C. 2 . D. 1 .

Câu 19: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a - 3b$.

A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = 2$. C. $S = -6$. D. $S = -\frac{7}{3}$.

Câu 20: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a + (b - 1)i = \frac{1 + 3i}{1 - 2i}$. Giá trị của $a \cdot b$ bằng

A. 3 . B. 2 . C. -3 . D. -2 .

Câu 21: Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1 - \sqrt{2}i$?

A. $z^2 - 2z + 3 = 0$. B. $z^2 + 2z + 5 = 0$. C. $z^2 - 2z + 5 = 0$. D. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Câu 22: Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 2mz + (m - 1)^2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 = |z_2|^2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m_0 không vượt quá 2021?

A. Vô số. B. 2020. C. 2022. D. 2021.

Câu 23: Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 4$, tìm số phức có mô đun nhỏ nhất

A. $z = -3 + i$. B. $z = -3 - i$. C. $z = -3$. D. $z = 3$.

Câu 24: Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z + 3i|$, tìm số phức có mô đun nhỏ nhất

A. $z = -\frac{2}{5} - \frac{6}{5}i$. B. $z = -\frac{2}{5} + \frac{6}{5}i$. C. $z = \frac{2}{5} - \frac{6}{5}i$. D. $z = \frac{2}{5} + \frac{6}{5}i$.

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 + 4i|$ bằng:

A. 5 . B. 3 . C. -3 . D. 7 .

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. **B.** $M(4; 5; -9)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. **D.** $M(1; -7; 12)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 1; -3)$; $B(0; -2; 5)$; $C(1; 1; 3)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABDC$ là hình bình hành

A. $D(1; 2; -11)$. **B.** $D(-1; 2; -5)$. **C.** $D(3; 4; -5)$. **D.** $D(-1; -2; 11)$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3; 2; -5)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và (S) tiếp xúc với trục Oz là:

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = \sqrt{13}$. **B.** $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 13$.

C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 169$. **D.** $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu

A. 6. **B.** 21. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 30: Cho $M(8; -2; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $x + 4y + 2z - 8 = 0$. **B.** $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

C. $x - 4y - 2z - 8 = 0$. **D.** $x + 4y - 2z - 8 = 0$.

Câu 31: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-2; 0; 3)$, cách đều hai điểm $C(3; -2; 1)$, $D(2; -1; 2)$ và C, D nằm về hai phía của mặt phẳng (α) là

A. $-3x + y - 4z + 6 = 0$.

B. $x + y + 2z - 4 = 0$.

C. $-3x + y - 4z + 6 = 0$ và $x + y + 2z - 4 = 0$.

D. $x - y - 2z + 2 = 0$.

Câu 32: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi A là giao điểm của d với mp (P) , M là điểm thuộc d sao cho $MA = 6\sqrt{14}$, khoảng cách từ M tới mặt phẳng (P) là:

A. $\frac{2\sqrt{14}}{7}$ **B.** 4 **C.** $4\sqrt{14}$ **D.** $\frac{2}{\sqrt{14}}$.

Câu 33: Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) qua $A(2; -4; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng (yOz) .

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=-4+t; t \in \mathbb{R}. \\ z=-2+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-4+t; t \in \mathbb{R}. \\ z=-2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-4; t \in \mathbb{R}. \\ z=-2 \end{cases}$ **D.** Cả 3 đáp án đều sai.

Câu 34: Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) qua $B(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$ và $(Q): x + 3y - 2z + 3 = 0$.

A. $\begin{cases} x=2-4t \\ y=3+6t; t \in \mathbb{R}. \\ z=1+7t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2+4m \\ y=3-6m; m \in \mathbb{R}. \\ z=1+7m \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2-4n \\ y=3-6n; n \in \mathbb{R}. \\ z=1+7n \end{cases}$ **D.** Cả ba đáp án đều sai.

Câu 35: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3), B(3;-1;0)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $d: \begin{cases} x=0 \\ y=-t \\ z=-3+3t \end{cases}$ **B.** $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=0 \\ z=-3+3t \end{cases}$ **C.** $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-t \\ z=0 \end{cases}$ **D.** $d: \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-3+3t \end{cases}$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 f(x)dx = 4$.

Tính $\int_{-1}^3 f(|x|)dx$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 37: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 2e^x + (3x^2 + 2)xe^x}{1 + xe^x}$ và thỏa mãn

$F(0) = 0$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = 1$. **B.** $F(1) = 1 - 2\ln(1+e)$.
C. $F(1) = 1 + 2\ln(1+2e)$. **D.** $F(1) = 1 + 2\ln(1+e)$.

Câu 38: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} dx = \frac{a}{b} \ln 2 + \frac{\pi}{c}$ với $a, b \in \mathbb{N}; c \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó giá

trị $a + 2b - c$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(1; +\infty)$, thỏa mãn $f(2) = 6$ và $f(x) = (x-1)f'(x) + 2x^3 - 3x^2 + 1, \forall x \in (1; +\infty)$. Tính $f(\sqrt{2})$.

- A. 1. B. $-\sqrt{2}$. C. -1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R , thỏa mãn $f(x) - f(4-x) - f(5-x) = 10x^3 + 1, \forall x \in R$. Giá trị $\int_1^4 f(4-x)dx + \int_1^3 f(5-x)dx$ là

- A. $-\frac{506}{3}$. B. 438. C. $-\frac{1685}{2}$. D. -449.

Câu 48: Cho z_1, z_2 là 2 số phức thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = |z_1 + z_2 - 2 + 2i|$ là

- A. $10 + 2\sqrt{5}$. B. $5 + 2\sqrt{10}$. C. $10 + \sqrt{7}$. D. $7 + 2\sqrt{10}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1), B(2;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z = 0$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại tiếp điểm H . Biết H chạy trên một đường tròn cố định. Tính bán kính đường tròn đó.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50: Trong không gian $(Oxyz)$ cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-1}{-1}$, phương trình đường phân giác trong góc C là $\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Biết rằng tọa độ điểm $B(m;n;1)$. Tính giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2$.

- A. $T = 1$ B. $T = 52$ C. $T = 29$ D. $T = 10$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ là hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F(1) = 5$. Khi đó $F(x)$ là hàm số nào sau đây?

A. $F(x) = 2\ln|2x-1| + 5$.

B. $F(x) = \frac{1}{2}\ln|2x-1| + 5$.

C. $F(x) = \ln(2x-1) + 5$.

D. $F(x) = \ln|2x-1| + 5$.

Lời giải

$$F(x) = \int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$$

$$\text{Mà: } F(1) = 5 \Rightarrow C = 5$$

Chọn B

Câu 2: Cho $I = \int 3x^2 \sqrt{x^3+2} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{x^3+2}$ thì I trở thành nguyên hàm nào sau đây?

A. $\int 2t^2 dt$.

B. $\int \frac{2}{3} t^2 dt$.

C. $\int t dt$.

D. $\int 3t dt$.

Lời giải

$$t = \sqrt{x^3+2} \Rightarrow 2t dt = 3x^2 dx$$

$$\text{Nên: } I = \int 3x^2 \sqrt{x^3+2} dx = \int 2t^2 dt$$

Chọn A

Câu 3: [Mức độ 2] Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x+1}$?

A. $F(x) = \frac{3}{8}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$.

B. $F(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C$.

C. $F(x) = \frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3} + C$.

D. $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int \sqrt[3]{x+1} dx.$$

$$\text{Đặt: } t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow t^3 = x+1 \Rightarrow 3t^2 dt = dx.$$

$$\Rightarrow I = \int t \cdot 3t^2 dt = \int 3t^3 dt = \frac{3}{4}t^4 + C = \frac{3}{4}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C.$$

Câu 4: [Mức độ 2] Cho biết $\int xe^{2x} dx = \frac{1}{4}e^{2x}(ax+b) + C$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và C là hằng số bất kì.

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $b > a$.

B. $a - 2b = 0$.

C. $2a + b = 0$.

D. $a + 2b = 0$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int xe^{2x} dx = \frac{xe^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2} dx = \frac{xe^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + C = \frac{e^{2x}}{4}(2x-1) + C. \text{ Suy ra } a = 2, b = -1.$$

Câu 5: [Mức độ 2] Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx$.

A. $I = \frac{7}{2}$.

B. $I = \frac{17}{2}$.

C. $I = \frac{5}{2}$.

D. $I = \frac{11}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx = \int_{-1}^2 x dx + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx + 3 \int_{-1}^2 g(x) dx \\ &= \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 + 2.2 + 3.(-1) = 2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Câu 6: [Mức độ 2] Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx = 16$. Tích phân $J = \int_0^2 f(2x) dx$ bằng

A. $J = 8$.

B. $J = 64$.

C. $J = 16$.

D. $J = 32$.

Lời giải

$$\text{Ta có } J = \int_0^2 f(2x) dx$$

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt$$

$$\begin{aligned} \text{Đổi cận: } & x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ & x = 2 \Rightarrow t = 4 \end{aligned}$$

$$J = \int_0^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8.$$

Câu 7: [Mức độ 2] Cho $A = \int_1^3 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$. Đặt $t = 1 + x^2$, biểu thức nào dưới đây là đúng?

A. $A = \int_2^{10} 2t^2 dt$

B. $A = \int_1^3 \frac{1}{2t^2} dt$

C. $A = \int_2^{10} \frac{1}{t^2} dt$

D. $A = \int_2^{10} \frac{1}{2t^2} dt$

Lời giải

Ta đặt: $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt$.

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x=3 \Rightarrow t=10 \\ x=1 \Rightarrow t=2 \end{cases} \Rightarrow A = \int_2^{10} \frac{1}{2t^2} dt.$$

Câu 8: [**Mức độ 2**] Biết $\int_0^1 x e^{2x} dx = ae^2 + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Tính $a + b$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Giả sử $I = \int_0^1 x e^{2x} dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = \frac{x}{2} e^{2x} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}.$$

Suy ra: $a = b = \frac{1}{4}$. Vậy $a + b = \frac{1}{2}$.

Câu 9: [**Mức độ 2**] Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. 8.

B. 12.

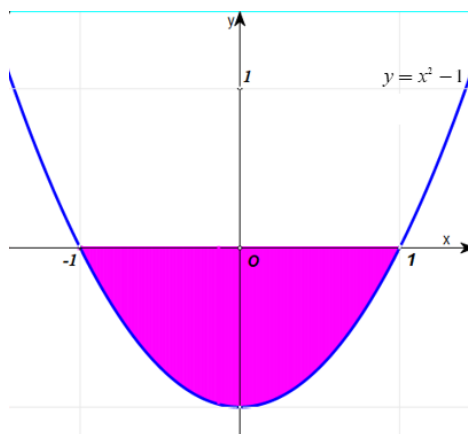
C. 10.

D. 9.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S = \int_0^2 |3x^2 + 1| dx = \int_0^2 (3x^2 + 1) dx = (x^3 + x) \Big|_0^2 = 10.$$

Câu 10: [**Mức độ 2**] Hãy tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây.



A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Ta có $x^2 - 1 \leq 0, \forall x \in [-1; 1]$.

Phần tô đậm là hình phẳng được giới hạn bởi đường $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = \pm 1 \text{ nên có diện tích là: } S = \int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{3}.$$

Câu 11: [**Mức độ 2**] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|$,

$$y = x^2 - 2$$

A. $S = \frac{13}{3}$.

B. $S = 3$.

C. $S = \frac{11}{2}$.

D. $S = \frac{20}{3}$.

Lời giải

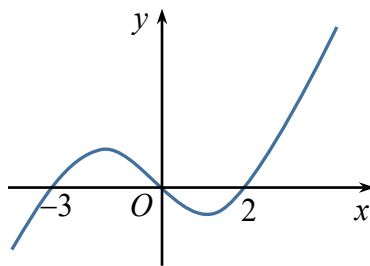
$$\text{Xét phương trình: } |x| = x^2 - 2 \Leftrightarrow x^2 - |x| - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = -1 (\text{loại}) \\ |x| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm: } S = \int_{-2}^2 ||x| - x^2 + 2| dx$$

Vì $f(x) = |x| - x^2 + 2$ là hàm số chẵn nên:

$$S = 2 \int_0^2 |x - x^2 + 2| dx = 2 \int_0^2 (x - x^2 + 2) dx = 2 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_0^2 = \frac{20}{3}.$$

Câu 12: [**Mức độ 2**] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số trên với trục hoành là

A. $S = \int_{-3}^2 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có: $f(x) > 0 \quad \forall x \in (-3; 0)$ và $f(x) < 0 \quad \forall x \in (0; 2)$.

$$S = \int_{-3}^2 |f(x)| dx = S = \int_{-3}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx.$$

Câu 13: [**Mức độ 2**] Cho miền D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 2$. Thể tích vật thể tròn xoay thu được khi miền D quay quanh Ox bằng:

- A. 2. B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$. D. 2π .

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow V = \int_0^2 \pi x dx = 2\pi$$

Câu 14: [**Mức độ 2**] Gọi A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài của vectơ $\overrightarrow{BA}$ bằng::

- A. $|z_1| - |z_2|$. B. $|z_1| + |z_2|$. C. $|z_1 - z_2|$. D. $|z_1 + z_2|$.

Lời giải

$$\text{Gọi } z_1 = a_1 + b_1i, z_2 = a_2 + b_2i \Rightarrow A(a_1; b_1), B(a_2; b_2) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2} = |z_1 - z_2|.$$

Câu 15: [**Mức độ 2**] Cho số phức $z = 2021 - 2003i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$

- A. -4024. B. -17. C. 17. D. 4024.

Lời giải

$$z = 2021 - 2003i \Rightarrow \bar{z} = 2021 + 2003i.$$

Tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$ bằng 4024.

Câu 16: [**Mức độ 2**] Cho số phức $z_1 = 1 + 3i$, $\bar{z_2} = 3i - 4$, số phức z_3 được biểu diễn bởi điểm $C(4; -2)$.

$$\text{Tính } |z_1|^2 - |z_2|^2 + |z_3|^2$$

- A. 35. B. 55. C. 15. D. 5.

Lời giải

$$z_3 = 4 - 2i$$

$$|z_1|^2 - |z_2|^2 + |z_3|^2 = 10 - 25 + 20 = 5.$$

Câu 17: [**Mức độ 2**] Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = |z - 1 + i|$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

- A. $6x - 4y - 3 = 0$. B. $6x - 4y + 3 = 0$. C. $6x + 4y + 3 = 0$. D. $6x + 4y - 3 = 0$.

Lời giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$|z+2-i|=|z-1+i| \Leftrightarrow |x+yi+2-i|=|x+yi-1+i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 6x-4y+3=0.$$

Câu 18: [Mức độ 2] Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z}=1$ và $|\bar{z}-1|=2$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. -1 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 1 .

Lời giải

Gọi $z=a+bi$ ($a,b \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z}=a-bi$.

$$+) z\bar{z}=1 \text{ suy ra } (a+bi)(a-bi)=1 \Leftrightarrow a^2-(bi)^2 \Leftrightarrow a^2+b^2=1.$$

$$+) |\bar{z}-1|=2 \text{ suy ra } |(a-1)-bi|=2 \Leftrightarrow (a-1)^2+(-b)^2=4.$$

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ (a-1)^2+b^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1.$$

Câu 19: Cho số phức $z=a+bi$ ($a,b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=2a-3b$.

A. $S=\frac{7}{3}$.

B. $S=2$.

C. $S=-6$.

D. $S=-\frac{7}{3}$.

Lời giải

Cách 1:

Đặt $z=a+bi$; ($a,b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Từ giả thiết, ta có: } a+bi+1+3i-|a+bi|i=0 \Leftrightarrow a+bi+1+3i-\sqrt{a^2+b^2}.i=0$$

$$\Leftrightarrow a+1+\left(b+3-\sqrt{a^2+b^2}\right).i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S=2a-3b=-2-3.\left(-\frac{4}{3}\right)=2.$$

Cách 2: $z+1+3i-|z|i=0(*)$

$$z+1+3i-|z|i=0 \Leftrightarrow |z|=|-1+(\left|z\right|-3)i|$$

$$\Leftrightarrow |z|^2=1+(\left|z\right|-3)^2 \Leftrightarrow |z|=\frac{5}{3}$$

Thay vào (*) ta được: $z = -1 - \frac{4}{3}i$

$$\text{Vậy } S = 2a - 3b = -2 - 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = 2.$$

Câu 20: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a + (b-1)i = \frac{1+3i}{1-2i}$. Giá trị của $a.b$ bằng

- A. 3. B. 2. C. -3. D. -2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } a + (b-1)i = \frac{1+3i}{1-2i} \Leftrightarrow a + (b-1)i = -1+i \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Suy ra $a.b = -2$.

Câu 21: [Mức độ 2] Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1 - \sqrt{2}i$?

- A. $z^2 - 2z + 3 = 0$. B. $z^2 + 2z + 5 = 0$. C. $z^2 - 2z + 5 = 0$. D. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Vì $z_1 = 1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$ nên $z_2 = 1 + \sqrt{2}i$ cũng là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = 1 + \sqrt{2}i + 1 - \sqrt{2}i = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = (1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) = 3 \end{cases} \text{ suy ra } 1 - \sqrt{2}i \text{ là nghiệm của phương trình bậc hai } z^2 - 2z + 3 = 0. \text{ Chọn A}$$

Câu 22: [Mức độ 2] Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 2mz + (m-1)^2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 = |z_2|^2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m_0 không vượt quá 2021?

- A. Vô số. B. 2020. C. 2022. D. 2021.

Lời giải

Phương trình $z^2 - 2mz + (m-1)^2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$ có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 = |z_2|^2$ khi và chỉ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - (m+1)^2 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{2}$. Chọn C

Câu 23: [Mức độ 2] Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z-1| = 4$, tìm số phức có mô đun nhỏ nhất

- A. $z = -3 + i$. B. $z = -3 - i$. C. $z = -3$. D. $z = 3$.

Lời giải

Giả sử $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$|z-1| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2 + b^2} = 4 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 4^2.$$

Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=4$.

Mặt khác, $|z|=OM$, do đó $|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min}=|OI-R|=3$.

Khi đó ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = 4^2 \\ a^2 + b^2 = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Vậy $z=-3$ là số phức cần tìm.

Câu 24: [Mức độ 2] Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z-1|=|z+3i|$, tìm số phức có mô đun nhỏ nhất

A. $z = -\frac{2}{5} - \frac{6}{5}i$.

B. $z = -\frac{2}{5} + \frac{6}{5}i$.

C. $z = \frac{2}{5} - \frac{6}{5}i$.

D. $z = \frac{2}{5} + \frac{6}{5}i$.

Lời giải

Giả sử $z=a+bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$|z-1|=|z+3i| \Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2+b^2} = \sqrt{a^2+(b+3)^2} \Leftrightarrow a+3b+4=0.$$

Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $\Delta: x+3y+4=0$.

Mặt khác, $|z|=OM$, do đó $|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min}=OH$ với H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng Δ .

Ta tìm được điểm $M\left(-\frac{2}{5}; -\frac{6}{5}\right)$. Vậy $z = -\frac{2}{5} - \frac{6}{5}i$ là số phức cần tìm.

Câu 25: [Mức độ 2] Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-3+4i|$ bằng:

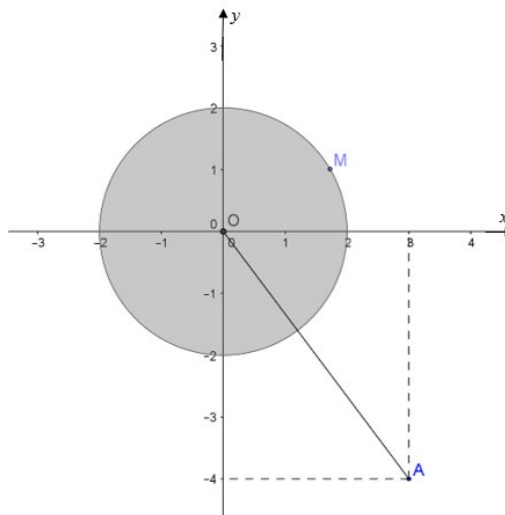
A. 5.

B. 3.

C. -3.

D. 7.

Lời giải



Giả sử M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Khi đó M thuộc hình tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=2$.

Đưa bài toán tìm GTNN của biểu thức $P=|z-3+4i|=|z-(3-4i)|$ về bài toán tìm độ dài đoạn MA ngắn nhất với $A(3;-4)$ là tọa độ điểm biểu diễn số phức $z_0=3-4i$.

Ta có $OA=5$ nên điểm A nằm bên ngoài hình tròn tâm O bán kính $R=2$.

Như vậy độ dài MA nhỏ nhất bằng $OA-R=\sqrt{3^2+(-4)^2}-2=3$.

Câu 26: [**Mức độ 2**] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$, tọa độ điểm M là

- A.** $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. **B.** $M(4;5;-9)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. **D.** $M(1;-7;12)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB \Rightarrow \overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2(2-x) \\ y-1=2(-3-y) \\ z+2=2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=-\frac{5}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Vậy $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Câu 27: [**Mức độ 2**] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;1;-3)$; $B(0;-2;5)$; $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABDC$ là hình bình hành

- A.** $D(1;2;-11)$. **B.** $D(-1;2;-5)$. **C.** $D(3;4;-5)$. **D.** $D(-1;-2;11)$.

Lời giải

$$\text{Vì } ABDC \text{ là hình bình hành nên: } \overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D-1=-2 \\ y_D-1=-3 \\ z_D-3=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=-1 \\ y_D=-2 \\ z_D=11 \end{cases}$$

Vậy $D(-1;-2;11)$

Câu 28: [**Mức độ 2**] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3;2;-5)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và (S) tiếp xúc với trục Oz là:

- A.** $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x+3)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=13$.

C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 169.$

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25.$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(-3;2;-5)$ lên trục $Oz \Rightarrow H(0;0;-5)$

Vì mặt cầu tiếp xúc với trục Oz nên có bán kính $R = IH = \sqrt{13}$

Vậy phương trình mặt cầu (S) cần tìm là: $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 13.$

Câu 29: [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu

A. 6.

B. 21.

C. 15.

D. 5.

Lời giải

Từ phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + m = 0$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2a = -2 \\ 2b = 2 \\ 2c = -4 \\ d = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -2 \\ d = m \end{cases}$$

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow 1 + 1 + 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6, \text{ kết hợp } m \text{ là giá trị nguyên dương}$$

Suy ra $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy tổng các giá trị tham số m cần tìm là 15

Câu 30: [Mức độ 2] Cho $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $x + 4y + 2z - 8 = 0.$ **B.** $x - 4y + 2z - 8 = 0.$

C. $x - 4y - 2z - 8 = 0.$ **D.** $x + 4y - 2z - 8 = 0.$

Lời giải

Vì A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz nên $A(8;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là:

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \text{ hay } x - 4y + 2z - 8 = 0.$$

Câu 31: [**Mức độ 2**] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-2;0;3)$, cách đều hai điểm $C(3;-2;1)$, $D(2;-1;2)$ và C, D nằm về hai phía của mặt phẳng (α) là

A. $-3x + y - 4z + 6 = 0$.

B. $x + y + 2z - 4 = 0$.

C. $-3x + y - 4z + 6 = 0$ và $x + y + 2z - 4 = 0$.

D. $x - y - 2z + 2 = 0$.

Lời giải

C, D nằm về hai phía của mặt phẳng (α) nên CD cắt mặt phẳng (α) tại I .

Vì mặt phẳng (α) cách đều hai điểm $C(3;-2;1)$, $D(2;-1;2)$ nên I là trung điểm CD .

Tọa độ điểm $I(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$. Mặt phẳng (α) là mp đi qua ba điểm A, B, I .

Mặt phẳng (α) có VTPT là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{AI}] \Rightarrow \frac{1}{9}\vec{n}(1;1;2)$ vì $\begin{cases} \overrightarrow{AB}(-3;-1;2) \\ 2\overrightarrow{AI}(3;-5;1) \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $x + y + 2z - 4 = 0$

Câu 32: [**Mức độ 2**] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi A là giao điểm của d với mp (P) , M là điểm thuộc d sao cho $MA = 6\sqrt{14}$, khoảng cách từ M tới mặt phẳng (P) là:

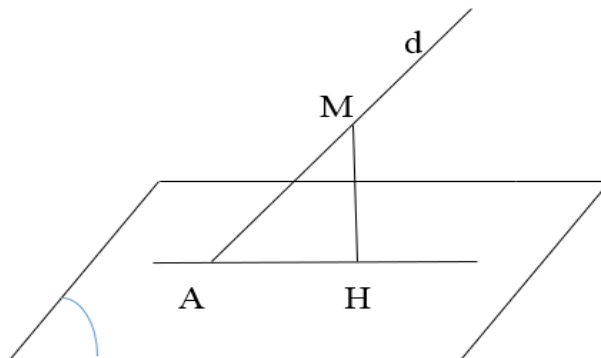
A. $\frac{2\sqrt{14}}{7}$

B. 4

C. $4\sqrt{14}$

D. $\frac{2}{\sqrt{14}}$.

Lời giải



$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ có VTCP là $\vec{u}_d = (2;1;3)$

(P) $x + 2y - 2z + 1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -2)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P), ta có $(\widehat{d; (P)}) = \widehat{MAH}$

$$\sin(\widehat{d; (P)}) = \left| \cos(\vec{u_d}; \vec{n}_{(P)}) \right| = \frac{2}{3\sqrt{14}} = \frac{MH}{MA}$$

$$MH = MA \cdot \sin(\widehat{d; (P)}) = 6\sqrt{14} \cdot \frac{2}{3\sqrt{14}} = 4$$

Vậy $d_{(M; (P))} = 4$

Câu 33: [**Mức độ 2**] Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) qua $A(2; -4; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng (yOz) .

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 + t; t \in \mathbb{R} \\ z = -2 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -4 + t; t \in \mathbb{R} \\ z = -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -4; t \in \mathbb{R} \\ z = -2 \end{cases}$ **D.** Cả 3 đáp án đều sai.

Lời giải

$(d) \perp (yOz)$ nên có vector chỉ phương của $(d): \vec{u_d} = (1; 0; 0)$.

Phương trình tham số của đường thẳng (d) qua $A(2; -4; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$(yOz) \text{ là } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -4; t \in \mathbb{R} \\ z = -2 \end{cases}$$

Câu 34: [**Mức độ 2**] Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) qua $B(2; 3; 1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$ và $(Q): x + 3y - 2z + 3 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 3 + 6t; t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + 7t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 4m \\ y = 3 - 6m; m \in \mathbb{R} \\ z = 1 + 7m \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 - 4n \\ y = 3 - 6n; n \in \mathbb{R} \\ z = 1 + 7n \end{cases}$ **D.** Cả ba đáp án đều sai.

Lời giải

Vector pháp tuyến của hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$ và $(Q): x + 3y - 2z + 3 = 0$ lần lượt là $\vec{n}_1 = (2, -1, 2); \vec{n}_2 = (1, 3, -2)$

$(D) // (P)$ và $(D) // (Q)$ nên vectơ chỉ phương của $(D): \vec{a} = [\vec{n_1}, \vec{n_2}] = (-4; 6; 7)$

$$\Rightarrow (D) \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 3 + 6t \\ z = 1 + 7t \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$$

Câu 35: [Mức độ 2] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -3), B(3; -1; 0)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = -t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là $H(1; 0; 0)$.

Vì $B \in (Oxy)$ nên hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oxy) trùng với điểm B .

Phương trình d cần tìm đi qua H và B .

Đường thẳng d đi qua H có véc-tơ $\overrightarrow{HB} = (2; -1; 0)$

Suy ra phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 36: [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và

$$\int_1^3 f(x) dx = 4. \text{ Tính } \int_{-1}^3 f(|x|) dx.$$

A. 6. B. 4. C. 8. D. 2.

Lời giải

Vì $f(|x|)$ là hàm chẵn nên $\int_{-1}^1 f(|x|) dx = 2 \int_0^1 f(|x|) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 4$.

Ta có: $\int_{-1}^3 f(|x|) dx = \int_{-1}^1 f(|x|) dx + \int_1^3 f(|x|) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 4 + 4 = 8$.

Câu 37: [Mức độ 3] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 2e^x + (3x^2 + 2)xe^x}{1 + xe^x}$ và thỏa mãn $F(0) = 0$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = 1$. B. $F(1) = 1 - 2 \ln(1 + e)$.
C. $F(1) = 1 + 2 \ln(1 + 2e)$. D. $F(1) = 1 + 2 \ln(1 + e)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } F(x) = \int \frac{3x^2 + 2e^x + (3x^2 + 2)xe^x}{1 + xe^x} dx = \int \frac{3x^2(1 + xe^x) + 2(x+1)e^x}{1 + xe^x} dx$$

$$= \int 3x^2 dx + \int \frac{2(x+1)e^x}{1 + xe^x} dx = x^3 + \int \frac{2(x+1)e^x}{1 + xe^x} dx = x^3 + I$$

$$\text{Đặt } t = 1 + xe^x \Rightarrow dt = (1 + x)e^x dx.$$

$$\text{Khi đó } I = 2 \int \frac{dt}{t} = 2 \ln|t| + C = 2 \ln|1 + xe^x| + C$$

$$\text{Do vậy } F(x) = x^3 + 2 \ln|1 + xe^x| + C$$

$$\text{Mà } F(0) = 0 \text{ nên } C = 0 \text{ suy ra } F(x) = x^3 + 2 \ln|1 + xe^x| \Rightarrow F(1) = 1 + 2 \ln(1 + e).$$

Câu 38: [Mức độ 3] Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} dx = \frac{a}{b} \ln 2 + \frac{\pi}{c}$ với $a, b \in \mathbb{N}; c \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Khi đó giá trị $a + 2b - c$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u = \ln(\sin x + \cos x) \\ dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx \\ v = \tan x + 1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} dx = (\tan x + 1) \cdot \ln(\sin x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + 1) \cdot \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$= 2 \ln \sqrt{2} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos x} dx = 2 \ln \sqrt{2} - (x - \ln(\cos x)) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 2 \ln \sqrt{2} - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2 = \frac{3}{2} \ln 2 - \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{3}{2} \ln 2 - \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = 3; b = 2; c = -4 \Rightarrow a + 2b - c = 11.$$

Câu 39: [Mức độ 3] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x) = (5x - 3) \cdot 4^x$; $g(x) = 5x + 3$ ta được $S = a + \frac{b}{16 \ln^2 2} - \frac{c}{\ln 2}$, với a, b, c là các số nguyên

dương. Khi đó giá trị của $P = a + b + c$ bằng

A. $P = 76$.

B. $P = 36$.

C. $P = 96$.

D. $P = 86$.

Lời giải

$$\text{Giải phương trình } f(x) = g(x) \Leftrightarrow (5x - 3) \cdot 4^x = 5x + 3$$

$$\Leftrightarrow 4^x = \frac{5x+3}{5x-3} \Leftrightarrow 4^x - \frac{5x+3}{5x-3} = 0(*) \text{ (vì } x = \frac{3}{5} \text{ không là nghiệm của } (*)).$$

Xét hàm số $h(x) = 4^x - \frac{5x+3}{5x-3}$ với $x \neq \frac{3}{5}$.

Ta có $h'(x) = 4^x \ln 4 + \frac{30}{(5x-3)^2} > 0, \forall x \neq \frac{3}{5}$ nên $h(x)$ là hàm số đồng biến trên các khoảng

$\left(-\infty; \frac{3}{5}\right)$ và $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$, do đó phương trình $f(x) = 0$ có không quá 2 nghiệm mà

$h(-1) = h(1) = 0$. Vậy $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x = -1$ và $x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^1 |(5x-3)4^x - (5x+3)| dx = \left| \int_{-1}^1 [(5x-3)4^x - (5x+3)] dx \right|$$

$$= \left| \int_{-1}^1 [(5x-3)4^x - (5x+3)] dx \right| = \left| \int_{-1}^1 (5x-3)4^x dx - \int_{-1}^1 (5x+3) dx \right|.$$

$$\text{Tính } \int_{-1}^1 (5x-3)4^x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = 5x-3 \\ dv = 4^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 5dx \\ v = \frac{4^x}{\ln 4} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int_{-1}^1 (5x-3)4^x dx = \left. \frac{(5x-3)4^x}{\ln 4} \right|_{-1}^1 - \int_{-1}^1 \frac{5 \cdot 4^x}{\ln 4} dx = \frac{10}{\ln 4} - \frac{5}{\ln^2 4} \cdot 4^x \Big|_{-1}^1 = \frac{5}{\ln 2} - \frac{75}{16 \ln^2 2}.$$

$$\text{Tính } \int_{-1}^1 (5x+3) dx = \left(\frac{5x^2}{2} + 3x \right) \Big|_{-1}^1 = 6.$$

$$S = \left| \frac{5}{\ln 2} - \frac{75}{16 \ln^2 2} - 6 \right| = 6 + \frac{75}{16 \ln^2 2} - \frac{5}{\ln 2}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 6 \\ b = 75 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 86.$$

Câu 40: [Mức độ 3] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $(C): y = x^3 - 3x$ và đường thẳng $d: y = x$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (H) quay quanh trục hoành có dạng

$$V = 2\pi \left(\frac{a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}}{105} \right) \text{ với } a, b, c \in \mathbb{Z}. \text{ Trong các số } a, b, c \text{ có bao nhiêu số dương?}$$

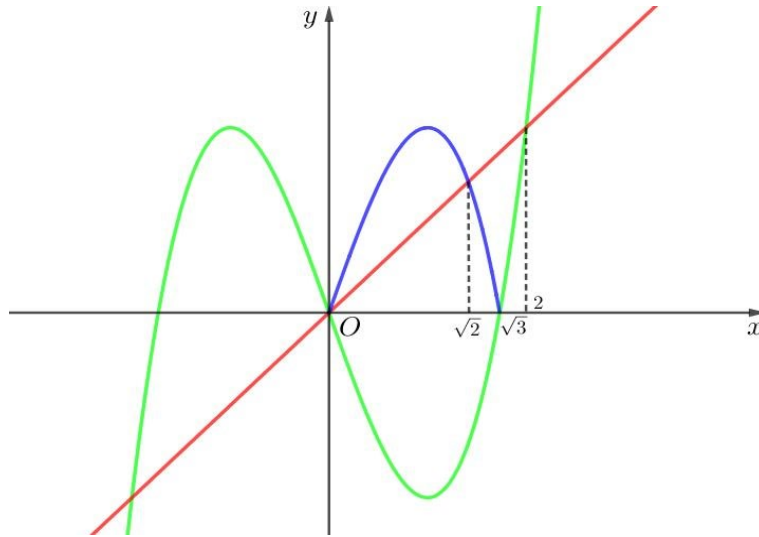
A. 2.

B. 0.

C. 3.

C. 1.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$.

Gọi (C') : $y = -x^3 + 3x$ là đồ thị đối xứng với đồ thị (C) qua trục hoành.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C') và $d: -x^3 + 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{Từ đồ thị ta có: } V &= 2\pi \left(\int_0^{\sqrt{3}} (x^3 - 3x)^2 dx + \int_{\sqrt{2}}^2 [x^2 - (x^3 - 3x)^2] dx \right) \\ &\Leftrightarrow V = 2\pi \left(\int_0^{\sqrt{3}} (x^6 - 6x^4 + 9x^2) dx + \int_{\sqrt{2}}^2 (-x^6 + 6x^4 - 8x^2) dx \right) \\ &\Leftrightarrow V = 2\pi \left(\left(\frac{x^7}{7} - \frac{6x^5}{5} + 3x^3 \right) \Big|_0^{\sqrt{3}} - \left(\frac{x^7}{7} - \frac{6x^5}{5} + \frac{8x^3}{3} \right) \Big|_{\sqrt{2}}^2 \right) \\ &\Leftrightarrow V = 2\pi \left(\frac{-128 + 176\sqrt{2} + 216\sqrt{3}}{105} \right) \Rightarrow a = -128; b = 176; c = 216. \end{aligned}$$

Câu 41: [Mức độ 4] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z| = 2 \\ |z^3 + 4| = 12 \end{cases}$.?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |z| = 2 \\ |z^3 + 4| = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 2 \\ |z^3 + z\bar{z}| = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 2 \\ |z^2 + \bar{z}| = 6 \end{cases}$$

$$\text{Giả sử } z = x + yi, \quad x, y \in \mathbb{R} \text{ ta có } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 & (1) \\ (x^2 - y^2 + x)^2 + (2x - 1)^2 y^2 = 36 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow y^2 = 4 - x^2$ thế vào (2) ta được:

$$(2x^2 + x - 4)^2 + (2x - 1)^2 (4 - x^2) = 36$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \\ x = 2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Vậy có ba số phức thỏa mãn: $z = 2$; $z = -1 - \sqrt{3}i$; $z = -1 + \sqrt{3}i$

Câu 42: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\frac{z+1+7i}{z-3-i}$ là số phức thuần ảo. Khi

$P = 2|z - 4 - 3i| + 3|z + 6 - 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $Q = -2a + 5b$

A. $Q = -7$.

B. $Q = -3$.

C. $Q = 7$.

D. $Q = 3$.

Lời giải

Chọn C

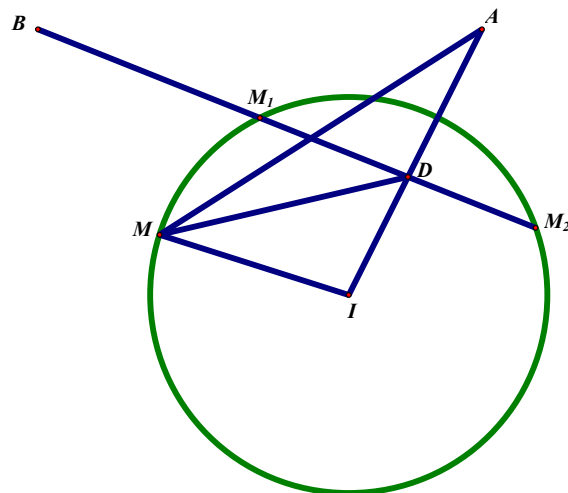
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{z+1+7i}{z-3-i} = \frac{a+1+(b+7)i}{a-3+(b-1)i} &= \frac{[a+1+(b+7)i][a-3-(b-1)i]}{(a-3)^2 + (b-1)^2} \\ &= \frac{a^2 + b^2 - 2a + 6b - 10 + (8a - 4b - 20)i}{(a-3)^2 + (b-1)^2}. \end{aligned}$$

Theo bài ra $\frac{z+1+7i}{z-3-i}$ là số phức thuần ảo nên

$$a^2 + b^2 - 2a + 6b - 10 = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+3)^2 = 20.$$

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Khi đó tập hợp điểm M nằm trên đường tròn

$$(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 20 \text{ có tâm } I(1; -3), \text{ bán kính } R = 2\sqrt{5}.$$



Ta có $P = 2|z - 4 - 3i| + 3|z + 6 - 3i| = 2MA + 3MB$ với $A(4; 3), B(-6; 3)$.

Dễ thấy $IA = 3\sqrt{5} = \frac{3}{2}R$.

Gọi D là điểm thoả mãn $\overrightarrow{ID} = \frac{4}{9}\overrightarrow{IA} \Rightarrow D\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Ta có $IA \cdot ID = R^2 = IM^2 \Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{IM}{ID} = \frac{3}{2} \Rightarrow \triangle IAM \sim \triangle IMD \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{3}{2}$.

Từ đó suy ra $P = 2MA + 3MB = 3(MD + MB) \geq 3BD = 5\sqrt{29}$.

Do đó, P đạt giá trị nhỏ nhất bằng $5\sqrt{29}$ khi và chỉ khi M là giao điểm của BD và đường tròn (C) , M nằm giữa B và D .

Ta có $\overrightarrow{BD} = \left(\frac{25}{3}; -\frac{10}{3}\right) = \frac{5}{3}(5; -2)$.

Phương trình đường thẳng BD là $\begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 3 - 2t \end{cases} (*)$.

Thay $(*)$ vào phương trình đường tròn (C) ta được

$$(5t - 7)^2 + (2t - 6)^2 = 20 \Leftrightarrow 29t^2 - 94t + 65 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{65}{29} \end{cases}$$

Suy ra $M_1(-1; 1)$ hoặc $M_2\left(\frac{151}{29}; -\frac{43}{29}\right)$. Vì M nằm giữa B và D nên $M(-1; 1)$.

Ta có $a = -1$; $b = 1$. Suy ra $Q = -2a + 5b = -2(-1) + 5 \cdot 1 = 7$.

Câu 43: [**Mức độ 3**] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; 0)$ và điểm $B(2; 1; -4)$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-4; 5; 4)$. **B.** $M(-4; 0; 0)$. **C.** $M(0; 5; 4)$. **D.** $M(-4; 5; 0)$.

Lời giải

Gọi $I(a; b; c)$ sao cho $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (-1 - a; 3 - b; -c)$.

$\overrightarrow{IB} = (2 - a; 1 - b; -4 - c)$.

$$\text{Vì } 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0} \text{ nên } \begin{cases} 2(-1 - a) - (2 - a) = 0 \\ 2(3 - b) - (1 - b) = 0 \\ 2(-c) - (-4 - c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow I(-4; 5; 4)$$

$$P = 2MA^2 - MB^2 = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}) + 2IA^2 - IB^2$$

Do $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ nên $P = MI^2 + 2IA^2 - IB^2$.

Vì $2IA^2 - IB^2$ không đổi nên P nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oxy)

Vậy $M(-4;5;0)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 26$ và điểm $A(2;1;1)$. Từ điểm A kẻ các đường thẳng đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu (S) tại các điểm B, C, D khác A . Mặt phẳng (BCD) luôn đi qua điểm $H(a;b;c)$ cố định. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + 2c$.

A. $\frac{23}{3}$.

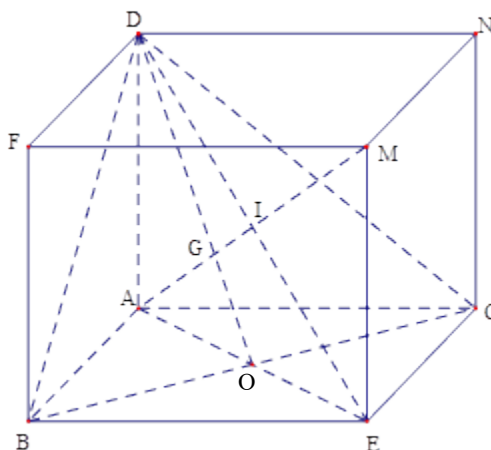
B. $\frac{20}{3}$.

C. $\frac{18}{3}$.

D. 4

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu có tâm $I(1;-2;5)$, bán kính $R = \sqrt{26}$ và $A \in (S)$.

Tứ diện $ABCD$ có các đường AB, AC, AD đôi một vuông góc.

Dựng hình hộp chữ nhật $ABEC.DFMN$, khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật và là trung điểm của AM và DE .

Gọi $O = AC \cap BD$, $G = AM \cap DO$. Ta có $\frac{AG}{GM} = \frac{OG}{GD} = \frac{AO}{DM} = \frac{1}{2} \Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác BCD và $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AI} \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; -1; \frac{11}{3}\right) \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; -1; \frac{11}{3}\right) \Rightarrow P = \frac{23}{3}$.

Câu 45: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;0;2)$, $B(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của Δ là?

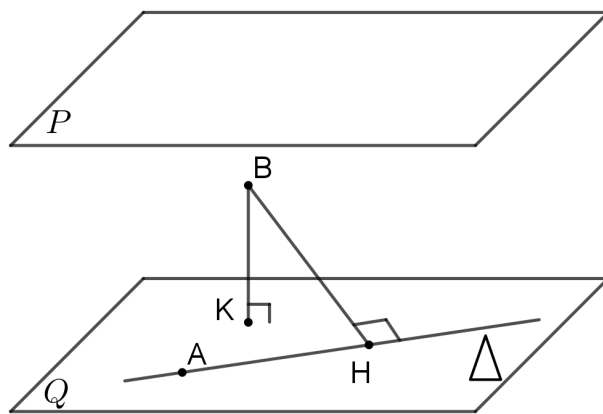
A. $\vec{u} = (-1; 2; 2)$.

B. $\vec{u} = (2; 1; -2)$.

C. $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

D. $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

Lời giải



Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(-1;0;2)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Suy ra $(Q): x - 2y + 1 = 0$.

Do $\Delta // (P)$ nên $\Delta \subset (Q)$.

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của B lên (Q) và Δ ,

Ta có $BH \geq BK$

$d(B, \Delta) = BH$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $BH = BK \Leftrightarrow H \equiv K$.

Khi đó Δ qua A và K . Gọi d là đường thẳng đi qua B và vuông góc (P) , $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$

Ta có $K \in d \Rightarrow K(2+t; -1-2t; 0)$; $K \in (Q) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow K(1; 1; 0)$.

Một vec tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AK} = (2; 1; -2)$.

Câu 46: [**Mức độ 4**] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(1; +\infty)$, thỏa mãn $f(2) = 6$ và

$f(x) = (x-1)f'(x) + 2x^3 - 3x^2 + 1, \forall x \in (1; +\infty)$. Tính $f(\sqrt{2})$.

A. 1.

B. $-\sqrt{2}$.

C. -1.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

+) $\forall x \in (1; +\infty)$ ta có:

$$f(x) = (x-1)f'(x) + 2x^3 - 3x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x-1)f'(x) + (2x+1)(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x) - (x-1)f'(x)}{(x-1)^2} = 2x+1$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{f(x)}{x-1} \right]' = 2x+1 \Rightarrow \int \left[\frac{f(x)}{x-1} \right]' dx = \int (2x+1) dx \Rightarrow \frac{f(x)}{x-1} = x^2 + x + C$$

+) Vì $f(2) = 6 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = (x-1)(x^2 + x), \forall x > 1 \Rightarrow f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$.

Câu 47: [**Mức độ 4**] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R , thỏa mãn

$$f(x) - f(4-x) - f(5-x) = 10x^3 + 1, \quad \forall x \in R. \text{ Giá trị } \int_1^4 f(4-x) dx + \int_1^3 f(5-x) dx \text{ là}$$

A. $-\frac{506}{3}$.

B. 438.

C. $-\frac{1685}{2}$.

D. -449.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$.

Do đó: $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 f(4-x) dx; \int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 f(5-x) dx$.

Từ giả thiết:

$$f(x) - f(4-x) - f(5-x) = 10x^3 + 1 \Rightarrow \int_1^3 (f(x) - f(4-x) - f(5-x)) dx = \int_1^3 (10x^3 + 1) dx = 202$$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 f(4-x) dx - \int_1^3 f(5-x) dx = 202$$

$$\Leftrightarrow -\int_1^3 f(5-x) dx = 202 \Leftrightarrow \int_1^3 f(5-x) dx = -202. \quad (1)$$

Mặt khác:

$$f(x) - f(4-x) - f(5-x) = 10x^3 + 1 \Rightarrow \int_1^4 (f(x) - f(4-x) - f(5-x)) dx = \int_1^4 (10x^3 + 1) dx = \frac{1281}{2}$$

$$\Leftrightarrow \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 f(4-x) dx - \int_1^4 f(5-x) dx = \frac{1281}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\int_1^4 f(4-x) dx = \frac{1281}{2} \Leftrightarrow \int_1^4 f(4-x) dx = -\frac{1281}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra: $\int_1^4 f(4-x) dx + \int_1^3 f(5-x) dx = -\frac{1281}{2} - 202 = -\frac{1685}{2}$.

Câu 48: [**Mức độ 4**] Cho z_1, z_2 là 2 số phức thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 3$. Giá trị lớn nhất của

biểu thức $M = |z_1 + z_2 - 2 + 2i|$ là

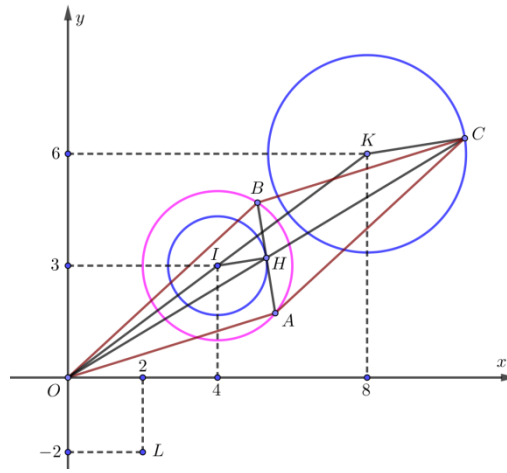
A. $10 + 2\sqrt{5}$.

B. $5 + 2\sqrt{10}$.

C. $10 + \sqrt{7}$.

D. $7 + 2\sqrt{10}$.

Lời giải



Đặt $z_3 = z_1 + z_2$

Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 .

Nhận xét:

+ A, B luôn thuộc đường tròn tâm $I(4;3)$, bán kính $R = 2$ và $AB = 3$.

+ Tứ giác $OACB$ là hình bình hành.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow IH \perp AB$ tại H

$$IH = \sqrt{IA^2 - HA^2} = \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow H \text{ luôn thuộc đường tròn tâm } I(4;3), \text{ bán kính } R_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Vì tứ giác $OABC$ là hình bình hành nên H là trung điểm của $OC \Rightarrow \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OH}$

$\Rightarrow C$ là ảnh của H qua phép vị tự tâm O tỉ số 2

$\Rightarrow C$ luôn thuộc đường tròn tâm $K(8;6)$ và bán kính $R_2 = 2R_1 = \sqrt{7}$ (K là ảnh của H qua phép vị tự tâm O tỉ số 2).

Ta có: $M = |z_1 + z_2 - 2 + 2i| = |z_3 - (2 - 2i)| = CL$ với $L(2; -2)$ là điểm biểu diễn số phức $2 - 2i$

Theo quy tắc 3 điểm, ta có: $CL \leq KL + CK$

$$\Rightarrow M \leq 10 + \sqrt{7}.$$

Cách khác: Cô Việt Thảo

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2 .

$\Rightarrow A, B$ luôn thuộc đường tròn tâm $I(4;3)$, bán kính $R = 2$ và $AB = 3$.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow IH \perp AB$ tại H

$$IH = \sqrt{IA^2 - HA^2} = \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow H \text{ luôn thuộc đường tròn tâm } I(4;3), \text{ bán kính } R_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Ta có: $M = |z_1 + z_2 - 2 + 2i| = |z_1 - 1 + i + z_2 - 1 + i| = |\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB}| = |2\overrightarrow{NH}| = 2NH$ với $N(1; -1)$ là điểm biểu diễn số phức $1 - i$

Theo quy tắc 3 điểm, ta có: $NH \leq NI + IH \Rightarrow NH \leq NI + R_1$

Do đó: $M_{\max} = 2(NI + R_1) = 10 + \sqrt{7}$.

Câu 49: [Mức độ 4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1), B(2;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z = 0$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại tiếp điểm H . Biết H chạy trên một đường tròn cố định. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;1;0)$

Phương trình tham số của đường thẳng AB là:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$$

Gọi M là giao điểm của AB và mặt phẳng $(P): x + y + 2z = 0$.

Tọa độ $M(x; y; z)$ thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy có $M(-1; -1; 1)$.

Theo tính chất của phương tích ta có $MH^2 = MA \cdot MB = 12 \Rightarrow MH = 2\sqrt{3}$.

Suy ra H thuộc mặt cầu tâm M bán kính $2\sqrt{3}$.

Mặt khác H thuộc mặt phẳng (P) (qua tâm cầu M) nên H thuộc đường tròn thiết diện của

mặt cầu tâm M bán kính $2\sqrt{3}$ và mặt phẳng (P) . Đường tròn này có bán kính $2\sqrt{3}$.

Câu 50: [Mức độ 4] Trong không gian $(Oxyz)$ cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường

trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-1}{-1}$, phương trình đường phân giác trong góc C là

$\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Biết rằng tọa độ điểm $B(m; n; 1)$. Tính giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2$.

A. $T = 1$

B. $T = 52$

C. $T = 29$

D. $T = 10$

Lời giải

Gọi M là trung điểm AC . Trung tuyến BM có phương trình $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-1}{-1}$ suy ra $M(2-m; 5+2m; 1-m) \Rightarrow C(2-2m; 7+4m; -1-2m)$.

Vì C nằm trên đường phân giác trong góc C nên

$$\frac{2-2m-4}{2} = \frac{7+4m-3}{-1} = \frac{-1-2m-1}{-1} \Rightarrow m = -1 \Rightarrow \begin{cases} C(4; 3; 1) \\ M(3; 3; 2) \end{cases}.$$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua phân giác trong góc C

Gọi I là giao điểm của AA' với phân giác góc C , khi đó $I(4+2a; 3-a; 1-a)$

Suy ra khi đó $A'(6+4a; 3-2a; -1-2a)$ và $A' \in BC$.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng chứa phân giác trong góc C là $\vec{u} = (2; -1; -1)$.

Ta có

$$\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (4+4a).2 + (-2a).(-1) + (-4-2a)(-1) = 0 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow A'(2; 5; 1) \in BC.$$

$$\text{Suy ra phương trình đường thẳng } A'C: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 5-t \\ z = 1 \end{cases}$$

Mà $A'C \cap BM = \{B\}$ Vậy nên

$$\frac{2+b-2}{-1} = \frac{5-b-5}{2} = \frac{1-1}{-1} \Rightarrow b = 0 \Rightarrow B(2; 5; 1)$$

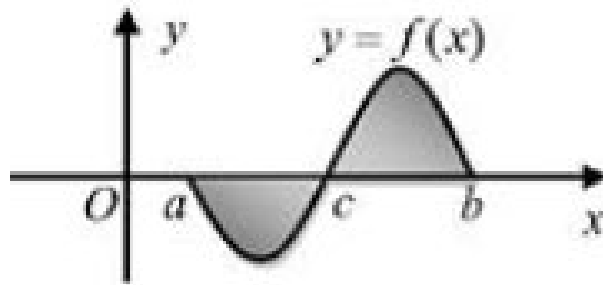
$$\text{Vậy } T = m^2 + n^2 = 29.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II**MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 37 (100TN)**

Câu 1: Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 3$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -5$. Tính $I = \int_{-1}^2 [2x - 3f(x) + 4g(x)]dx$.

- A. $I = 26$. B. $I = -26$. C. $I = -8$. D. $I = 12$.

Câu 2: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$. Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = \left| \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \right|$.
C. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. D. $S = -\int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$.

Câu 3: Cho $\int_1^3 \left(\frac{2x^2 - 1}{x} \right) dx = a + b \ln 3$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 9. B. 7. C. 8. D. 10.

Câu 4: Tính tích phân sau $\int_0^1 2x(x^2 + 1)^{2021} dx$

- A. $\frac{1}{2022}$. B. $\frac{2^{2022} - 1}{2022}$. C. $\frac{2^{2021} - 1}{2021}$. D. $\frac{2^{2022} - 1}{4044}$.

Câu 5: Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x + 1) \cos x dx = a\pi + b$. Tính $P = a^2 + b^2$

- A. 1. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 7: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 3$ và $y = -2|x|$

- A. $\frac{12}{3}$ B. $\frac{10}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{10}{6}$

Câu 8: Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$ quanh trục Ox .

A. $\frac{407\pi}{105}$. B. $\frac{814\pi}{105}$. C. $\frac{2048\pi}{105}$. D. $\frac{477\pi}{105}$.

Câu 9: Cho $I = \int_1^3 f(x) dx = 2020$. Tính tích phân $J = \int_0^1 f(2x+1) dx$.

A. 2021. B. 4040. C. 1010. D. 2020.

Câu 10: Tích phân $\int_0^1 (x-2)e^{2x} dx = a + be^2$, với a, b là các số hữu tỉ. Biểu thức $a + b$ bằng:

A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

Câu 11: Biết $I = \int_1^3 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 10 + b \ln 2 + c$ trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

A. $T = 5$. B. $T = 2$. C. $T = 0$. D. $T = 10$.

Câu 12: Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x) dx = 2021$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx$.

A. 2020. B. 2019. C. 2022. D. 2021.

Câu 13: Biết $\int_a^b \frac{1}{x} dx = 2$, trong đó a, b là các số thực dương. Tính tích phân $\int_{e^a}^{e^b} \frac{1}{x \ln x} dx$.

A. $I = \ln 2$. B. $I = 2$. C. $I = \frac{1}{\ln 2}$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 14: Cho tích phân $I = \int_1^3 \frac{3x^2 + 5x + 1}{x^2 + x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c$. Với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = 3a^2 + 3a - c$$

A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z} = (1 + \sqrt{2}i)^2 + (1 - \sqrt{2}i)^2$. Tính môđun của số phức $w = iz - 4$

A. $|w| = \sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 2. D. 5.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $(1 + 2i)z + \bar{z} = i$. Tìm số phức z .

A. $z = 1 + 2i$. B. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. C. $z = 2 - i$. D. $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

Câu 17: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $(1 - i)z + \bar{z} = 2 + i$. Tìm module của số phức

$$w = 2z - 3i.$$

A. $|w| = 2\sqrt{19}$. B. $|w| = \sqrt{19}$. C. $|w| = 2\sqrt{29}$. D. $|w| = \sqrt{29}$.

Câu 18: Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = (3 - 2i)(2 + 3i)$.

A. $\bar{z} = -5i$. B. $\bar{z} = 6 + 6i$. C. $\bar{z} = 12 - 5i$ D. $\bar{z} = 6 - 6i$.

Câu 19: Tìm các số thực x, y biết $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$

A. $x = \frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}$ B. $x = -\frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}$ C. $x = \frac{9}{11}, y = -\frac{4}{11}$ D. $x = -\frac{9}{11}, y = -\frac{4}{11}$

- Câu 20:** Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|z-3+i|=5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn có bán kính là
- A. $R=3$. B. $R=1$. C. $R=5$ D. $R=9$.
- Câu 21:** Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(z-3)(1+i)=2i$. Phần ảo của số phức z bằng
- A. 3. B. 1. C. 5. D. 9.
- Câu 22:** Biết nghịch đảo của số phức Z bằng số phức liên hợp của nó. Khi đó:
- A. $|z|=1$. B. $|z|=2$. C. Z là số thực. D. Z là số thuần ảo.
- Câu 23:** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+12=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=|z_1|+|z_2|$
- A. $P=4\sqrt{3}$ B. $P=2\sqrt{3}$ C. $P=6$ D. $P=3$
- Câu 24:** Cho số phức z thỏa mãn $3z-i\bar{z}=15-13i$. Tìm môđun của Z .
- A. 5. B. 25. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.
- Câu 25:** Trong mặt phẳng phức, cho 3 điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1=-1+i, z_2=1+3i, z_3$. Biết tam giác ABC vuông cân tại A và z_3 có phần thực dương. Khi đó, tọa độ điểm C là:
- A. $(2; -2)$. B. $(3; -3)$. C. $(\sqrt{8}-1; 1)$. D. $(1; -1)$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{j}$ và $\vec{u}=(0; -\sqrt{3}; 1)$ là
- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .
- Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$.
- A. $2x+y+4z-16=0$. B. $2x-y+4z-16=0$.
C. $2x+y+4z+16=0$. D. $-2x+y+4z-16=0$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1; 1; 0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là
- A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{6}$. B. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{\sqrt{6}}$. D. $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.
- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ và điểm $A(1; 4; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A song song đường thẳng d và trục Ox .
- A. $y+3z-19=0$ B. $y-3z-19=0$. C. $y-3z+19=0$. D. $y+3z+19=0$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Điểm $M(1; 2; -3)$ có hình chiếu lên (P) là điểm $M'(a; b; c)$. Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?
A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 3y - 2z + 2 = 0$. Đường thẳng d là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) có phương trình là
A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+3}{7}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-3}{7}$.
C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-3}{7}$. **D.** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-3}{7}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 0; 4)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .
A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

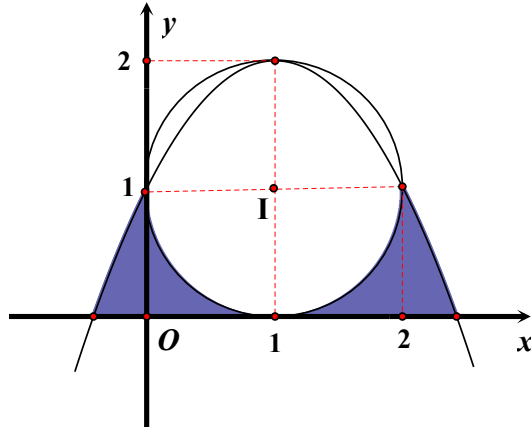
Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 5z - 2021 = 0$. Góc giữa Δ và (α) bằng
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 0° . **D.** 90° .

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$. Diện tích tam giác ABC bằng
A. 14. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $D(4; 1; 0)$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.
A. $V_{ABCD} = 96$. **B.** $V_{ABCD} = 24$. **C.** $V_{ABCD} = 72$. **D.** $V_{ABCD} = 12$.

Câu 36: Biết $I = \int_0^2 \frac{\pi x^5 + 3^x + ex^5 3^x}{e \cdot 3^x + \pi} dx = \frac{a}{3} + \frac{1}{e \ln 3} \ln \left(1 + \frac{b \cdot e}{\pi + e} \right)$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a + b^2$.
A. 84. **B.** 41. **C.** 96. **D.** 25.

Câu 37: Hình phẳng được tô đậm trong hình dưới đây được giới hạn bởi đường tròn, đường parabol, trục hoành và có diện tích $S = a\sqrt{2} + b - c\pi$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $3a + 3b - 2c$.

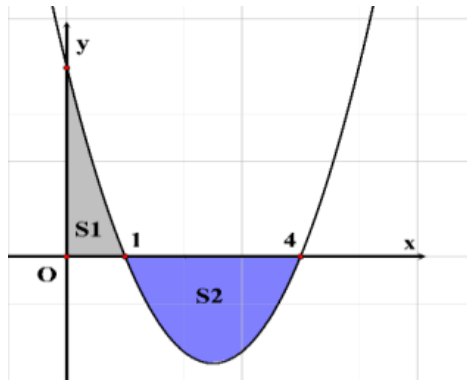


- A. 5. B. 7. C. 9. D. 11.

Câu 38: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị hàm số là một phần của parabol có đỉnh $B(2;6)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

- A. 15 km. B. 33 km. C. 16 km. D. 30 km.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ là hàm bậc hai có đồ thị như hình vẽ dưới và có diện tích $S_1 = \frac{11}{6}$, $S_2 = \frac{9}{2}$.



Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- A. $f(0) < f(1) < f(4)$. B. $f\left(\frac{5}{2}\right) < f(4) < f(1)$.
C. $f\left(\frac{5}{2}\right) < f(0) < f(1)$. D. $f(1) < f(4) < f\left(\frac{5}{2}\right)$.

Câu 40: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $2w - 1 + 3i$ và $iw + 2 + 3i$, với w là một số phức. Tính giá trị của biểu thức $S = 2b^2 - c$.

- A. 294. B. -409. C. 27. D. 37.

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $(z - 2)(\bar{z} + 3i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có chu vi bằng.

- A. $\pi\sqrt{13}$. B. $2\pi\sqrt{13}$. C. $\frac{\pi\sqrt{13}}{2}$. D. $\frac{13\pi}{4}$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|z-2+3i|=|z+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|2z+i(1-2i)|$ bằng

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 0 mặt phẳng. D. Vô số mặt phẳng.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(3;-1;2)$, $C(-1;6;7)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (Oxz) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(3;0;-1)$. B. $M(1;0;0)$. C. $M(1;0;3)$. D. $M(1;1;3)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$; $d': \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường thẳng Δ song song với (P) , cắt d và d' lần lượt tại M và N mà $MN = \sqrt{2}$.

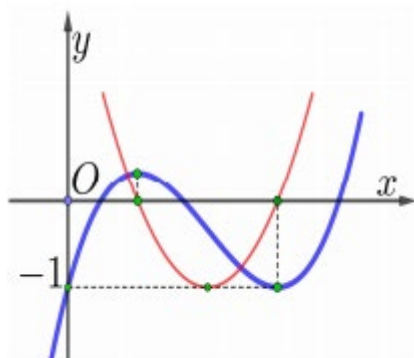
- A. $\Delta: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$. B. $\Delta: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.
C. $\Delta: \frac{7x-1}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+3}{-5}$. D. $\Delta: \frac{7x-1}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện:

$$x^6 \cdot [f'(x)]^3 + 64 \cdot [f(x) - 1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } f(1) = \frac{37}{64}. \text{ Tính tích phân } \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $\frac{229}{256}$. B. $\frac{-229}{256}$. C. $\frac{256}{229}$. D. $-\frac{256}{229}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx - 1$ và $y = g(x) = cx^2 - 4x + d$ có đồ thị như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 9$. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$.



A. $S = \frac{9}{4}$.

B. $\frac{27}{4}$.

C. 3.

D. 9.

Câu 48: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 7i| = 2$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - 2i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị $|z - \sqrt{2} - \sqrt{2}i|$ bằng

A. $\sqrt{58}$.

B. $\sqrt{41}$.

C. $\sqrt{38}$.

D. $\sqrt{61}$.

Câu 49: Trong không gian $(Oxyz)$ cho điểm $A(2, 2, 1)$ và điểm $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Gọi Δ là đường phân giác trong của góc A của tam giác OAB . Điểm $M(a; b; c)$ trên Δ sao cho $MO + OB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hỏi $T = 7a + 8b + 2021c$ có giá trị bằng

A. 2019.

B. 2020.

C. 2017.

D. 2018.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$, song song với mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2021 = 0$ sao cho tổng khoảng cách từ các điểm $A(2; -2; 0)$, $B(1; 0; 3)$ tới đường thẳng đó đạt giá trị nhỏ nhất. Vector chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (a; b; c)$. Tổng $a^2 + b^2 + c^2$ bằng:

A. 2020.

B. 30.

C. 100.

D. 120.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 3$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -5$. Tính $I = \int_{-1}^2 [2x - 3f(x) + 4g(x)]dx$.

A. $I = 26$.

B. $I = -26$.

C. $I = -8$.

D. $I = 12$.

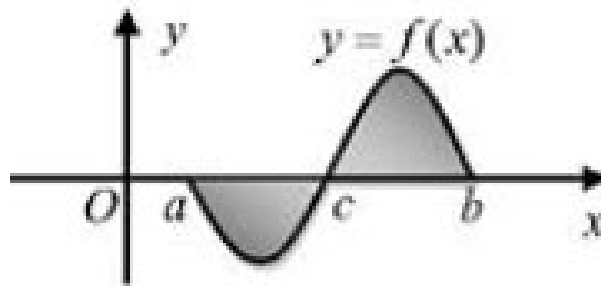
Lời giải

$$\text{Ta có: } I = \int_{-1}^2 [2x - 3f(x) + 4g(x)]dx$$

$$= x^2 \Big|_{-1}^2 - 3 \int_{-1}^2 f(x)dx + 4 \int_{-1}^2 g(x)dx$$

$$= (4 - 1) - 3 \cdot 3 + 4(-5) = -26.$$

Câu 2: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_a^b f(x)dx$.

B. $S = \left| \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \right|$.

C. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

D. $S = -\int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S = \int_a^b |f(x)|dx = \int_a^c |f(x)|dx + \int_c^b |f(x)|dx = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

$$= -\int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$$

Câu 3: Cho $\int_1^3 \left(\frac{2x^2 - 1}{x} \right) dx = a + b \ln 3$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

$$\int_1^3 \frac{2x^2 - 1}{x} dx = \int_1^3 \left(2x - \frac{1}{x} \right) dx = \left(x^2 - \ln|x| \right) \Big|_1^3 = 8 - \ln 3 \Rightarrow a = 8, b = -1 \Rightarrow a + b = 7$$

Câu 4: Tính tích phân sau $\int_0^1 2x(x^2 + 1)^{2021} dx$

A. $\frac{1}{2022}$.

B. $\frac{2^{2022} - 1}{2022}$.

C. $\frac{2^{2021} - 1}{2021}$.

D. $\frac{2^{2022} - 1}{4044}$.

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow 2x dx = dt$; Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 2$

Khi đó: $\int_0^1 2x(x^2 + 1)^{2021} dx = \int_1^2 t^{2021} dt = \frac{t^{2022}}{2022} \Big|_1^2 = \frac{2^{2022} - 1}{2022}$.

Câu 5: [Mức độ 2] Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2} (\sin \frac{\pi}{3} - \sin 0) = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 6: [Mức độ 2] Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x dx = a\pi + b$. Tính $P = a^2 + b^2$

A. 1.

B. 4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = 2x+1 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dx \\ v = \sin x \end{cases}$

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x dx = (2x+1) \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx = \pi + 1 + 2 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$
 $= \pi + 1 + 2(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0) = \pi - 1$. Vậy $P = a^2 + b^2 = 1^2 + (-1)^2 = 2$.

Câu 7: [Mức độ 2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 3$ và $y = -2|x|$

A. $\frac{12}{3}$

B. $\frac{10}{3}$

C. $\frac{5}{3}$

D. $\frac{10}{6}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 3 = -2|x| \Leftrightarrow |x|^2 + 2|x| - 3 = 0 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Diện tích hình phẳng là: $S = \int_{-1}^1 |x^2 - 3 + 2|x|| dx = \int_{-1}^0 |x^2 - 3 - 2x| dx + \int_0^1 |x^2 - 3 + 2x| dx$

Mà $x^2 - 3 - 2x < 0 \forall x \in (-1; 0)$ và $x^2 - 3 + 2x < 0 \forall x \in (0; 1)$ nên

$$S = \left| \int_{-1}^0 (x^2 - 3 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2 - 3 + 2x) dx \right|$$
$$= \left| \left(\frac{x^3}{3} - 3x - x^2 \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{3} - 3x + x^2 \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$$

Câu 8: [Mức độ 2] Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$ quanh trục Ox .

A. $\frac{407\pi}{105}$.

B. $\frac{814\pi}{105}$.

C. $\frac{2048\pi}{105}$.

D. $\frac{477\pi}{105}$.

Lời giải

$$V = \pi \int_{-1}^1 (x^3 - 4x)^2 dx = \frac{814\pi}{105}.$$

Câu 9: [Mức độ 2] Cho $I = \int_1^3 f(x) dx = 2020$. Tính tích phân $J = \int_0^1 f(2x+1) dx$.

- A. 2021. B. 4040. **C. 1010.** D. 2020.

Lời giải

Đặt $t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 3$.

$$\text{Khi đó } J = \int_0^1 f(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} I = \frac{1}{2} \cdot 2020 = 1010.$$

Câu 10: [Mức độ 2] Tích phân $\int_0^1 (x-2)e^{2x} dx = a + be^2$, với a, b là các số hữu tỉ. Biểu thức $a + b$ bằng:

- A. -2 **B. $\frac{1}{2}$** C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x-2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}. \text{ Suy ra: } \int_0^1 (x-2)e^{2x} dx = (x-2) \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2} e^{2x} dx$$

$$= -\frac{1}{2} e^2 + 1 - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 = -\frac{1}{2} e^2 + 1 - \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} e^2 + \frac{5}{4} = \frac{5-3e^2}{4}.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{5}{4}, b = -\frac{3}{4}, \text{ suy ra } a + b = \frac{1}{2}.$$

Câu 11: [Mức độ 2] Biết $I = \int_1^3 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 10 + b \ln 2 + c$ trong đó a, b, c là các số nguyên.

Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

- A. $T = 5$. B. $T = 2$. **C. $T = 0$.** D. $T = 10$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x^2 + 1) \\ dv = x dx \end{cases}, \text{ ta có } \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 1} dx \\ v = \frac{x^2 + 1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó: } I = \frac{x^2 + 1}{2} \ln(x^2 + 1) \Big|_1^3 - \int_1^3 \frac{x^2 + 1}{2} \cdot \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \frac{x^2 + 1}{2} \ln(x^2 + 1) \Big|_1^3 - \int_1^3 x dx$$

$$= \frac{x^2 + 1}{2} \ln(x^2 + 1) \Big|_1^3 - \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^3 = \frac{10}{2} \ln 10 - \frac{2}{2} \ln 2 - \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) = 5 \ln 10 - \ln 2 - 4.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 5 \\ b = -1 \Rightarrow a + b + c = 0. \\ c = -4 \end{cases}$$

- Câu 12:** [Mức độ 2] Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x)dx = 2021$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x)dx$.
- A. 2020. B. 2019. C. 2022. **D. 2021.**

Lời giải

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x)dx = \int_0^1 f(t)dt = \int_0^1 f(x)dx = 2021.$$

- Câu 13:** [Mức độ 2] Biết $\int_a^b \frac{1}{x}dx = 2$, trong đó a, b là các số thực dương. Tính tích phân $\int_{e^a}^{e^b} \frac{1}{x \ln x}dx$.
- A. $I = \ln 2$. **B. $I = 2$.** C. $I = \frac{1}{\ln 2}$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x}dx$. Đổi cận: khi $x = e^a \Rightarrow t = a$; $x = e^b \Rightarrow t = b$

$$\text{Vậy } I = \int_a^b \frac{1}{t}dt = \int_a^b \frac{1}{x}dx = 2.$$

- Câu 14:** [Mức độ 2] Cho tích phân $I = \int_1^3 \frac{3x^2 + 5x + 1}{x^2 + x}dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c$. Với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị của biểu thức $T = 3a^2 + 3a - c$
- A. -1. **B. 0.** C. 1. D. 2.

Lời giải

$$\begin{aligned} I &= \int_1^3 \frac{3x^2 + 5x + 1}{x^2 + x}dx = \int_1^3 \frac{3(x^2 + x) + 2x + 1}{x^2 + x}dx = \int_1^3 3dx + \int_1^3 \frac{2x + 1}{x^2 + x}dx = \int_1^3 3dx + \int_1^3 \frac{d(x^2 + x)}{x^2 + x} \\ &= 3x \Big|_1^3 + \ln|x^2 + x| \Big|_1^3 = 6 + \ln 6 = \ln 2 + \ln 3 + 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow T = 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 6 = 0. \end{aligned}$$

- Câu 15:** [Mức độ 2] Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z} = (1 + \sqrt{2}i)^2 + (1 - \sqrt{2}i)^2$. Tính môđun của số phức $w = iz - 4$
- A. $|w| = \sqrt{5}$. **B. $2\sqrt{5}$.** C. 2. D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \bar{z} = (1 + \sqrt{2}i)^2 + (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 + 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -2 \Rightarrow z = -2.$$

$$\text{Do đó: } w = -2i - 4 \Rightarrow |w| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

- Câu 16:** [Mức độ 2]. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $(1 + 2i)z + \bar{z} = i$. Tìm số phức z .

A. $z = 1 + 2i$. B. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. C. $z = 2 - i$. D. $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

Lời giải

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $(1 + 2i)z + \bar{z} = (1 + 2i)(x + yi) + x - yi = (2x - 2y) + 2xi$.

Theo giả thiết ta suy ra $\begin{cases} 2x - 2y = 0 \\ 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$. Vậy $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

Câu 17: [**Mức độ 2**]. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $(1 - i)z + \bar{z} = 2 + i$. Tìm module của số phức $w = 2z - 3i$.

A. $|w| = 2\sqrt{19}$. B. $|w| = \sqrt{19}$. C. $|w| = 2\sqrt{29}$. D. $|w| = \sqrt{29}$.

Lời giải

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $(1 - i)z + 2\bar{z} = (1 - i)(x + yi) + 2x - 2yi = (3x + y) - (x + y)i$.

Theo giả thiết ta suy ra $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ -(x + y) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow z = -1 + 4i$.

$\Rightarrow w = 2(-1 + 4i) - 3i = -2 + 5i$, do đó $|w| = \sqrt{29}$.

Câu 18: [**Mức độ 2**] Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = (3 - 2i)(2 + 3i)$.

A. $\bar{z} = -5i$. B. $\bar{z} = 6 + 6i$. C. $\bar{z} = 12 - 5i$. D. $\bar{z} = 6 - 6i$.

Lời giải

Ta có: $z = (3 - 2i)(2 + 3i) = 6 + 9i - 4i + 6 = 12 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 12 - 5i$.

Câu 19: [**Mức độ 2**] Tìm các số thực x, y biết $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$

A. $x = \frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}$ B. $x = -\frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}$ C. $x = \frac{9}{11}, y = -\frac{4}{11}$ D. $x = -\frac{9}{11}, y = -\frac{4}{11}$

Lời giải

Ta có

$\begin{cases} 2x + 3y + 1 = 3x - 2y + 2 \\ -x + 2y = 4x - y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 5y = 1 \\ -5x + 3y = -3 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}$

Câu 20: [**Mức độ 2**] Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|z - 3 + i| = 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn có bán kính là

A. $R = 3$. B. $R = 1$. C. $R = 5$. D. $R = 9$.

Lời giải

Goi $M(x, y)$ với $x, y \in \mathbb{R}$ là điểm biểu diễn của số phức z . Ta có $z = x + yi$.

Theo giả thiết ta có $|z - 3 + i| = 5 \Leftrightarrow |x + yi - 3 + i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 1)^2} = 5$
 $\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn tâm $I(3;-1)$, bán kính $R = 5$.

- Câu 21:** [Mức độ 2] Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(z-3)(1+i) = 2i$. Phần ảo của số phức z bằng
- A. 3. B. 1. C. 5. D. 9.

Lời giải

$$\text{Ta có } (z-3)(1+i) = 2i \Leftrightarrow z-3 = \frac{2i}{1+i} \Leftrightarrow z-3 = 1+i \Leftrightarrow z = 4+i$$

Vậy phần ảo của số phức z là 1.

- Câu 22:** [Mức độ 2] Biết nghịch đảo của số phức z bằng số phức liên hợp của nó. Khi đó:
- A. $|z| = 1$. B. $|z| = 2$. C. z là số thực. D. z là số thuần ảo.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } z \neq 0. \text{ Có } z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}; z^{-1} = \bar{z} \Leftrightarrow \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \bar{z} \Leftrightarrow \bar{z}(1-|z|^2) = 0 \Leftrightarrow |z| = 1 \text{ (do } z \neq 0 \text{)}$$

- Câu 23:** [Mức độ 2] Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 12 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$

- A. $P = 4\sqrt{3}$ B. $P = 2\sqrt{3}$ C. $P = 6$ D. $P = 3$

Lời giải

$$\Delta = 36 - 4.12 = 12i^2 \Rightarrow z^2 + 6z + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -3 + \sqrt{3}i \\ z_2 = -3 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{3})^2} + \sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{3}.$$

- Câu 24:** [Mức độ 2] Cho số phức z thỏa mãn $3z - i\bar{z} = 15 - 13i$. Tìm môđun của z .

- A. 5. B. 25. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

$$\text{Gọi } z = a + bi \text{ (} a, b \in \mathbb{R} \text{)}. \text{ Ta có } 3(a + bi) - i(a - bi) = 15 - 13i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 15 \\ -a + 3b = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } z = 4 - 3i \Rightarrow |z| = 5.$$

- Câu 25:** [Mức độ 2] Trong mặt phẳng phức, cho 3 điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1 + i, z_2 = 1 + 3i, z_3$. Biết tam giác ABC vuông cân tại A và z_3 có phần thực dương. Khi đó, tọa độ điểm C là:

- A. $(2; -2)$. B. $(3; -3)$. C. $(\sqrt{8} - 1; 1)$. D. $(1; -1)$.

Lời giải

$$\text{Giả sử } z_3 = a + bi \text{ với } a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \text{ suy ra } C(a; b).$$

$$\text{Ta có } A(-1; 1), B(1; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 2), \overrightarrow{AC} = (a+1; b-1).$$

Tam giác ABC vuông cân tại A nên

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 2(a+1) + 2(b-1) = 0 \Leftrightarrow a+b=0 \Leftrightarrow b=-a \quad (1).$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ cân tại } A \text{ nên } AC = AB \Leftrightarrow AC^2 = AB^2 \Leftrightarrow (a+1)^2 + (b-1)^2 = 8 \quad (2).$$

Thế (1) vào (2) ta được:

$$(a+1)^2 + (-a-1)^2 = 8 \Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 = 4 \Leftrightarrow a^2 + 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-3 \end{cases}.$$

Vì $a > 0$ nên $a=1 \Rightarrow b=-1$. Vậy điểm C có tọa độ là $(1; -1)$.

Câu 26: [**Mức độ 2**] Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{j}$ và $\vec{u} = (0; -\sqrt{3}; 1)$ là

A. 120° .

B. 60° .

C. 150° .

D. 30° .

Lời giải

Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{j}(0; 1; 0)$ và $\vec{u} = (0; -\sqrt{3}; 1)$, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{j} \cdot \vec{u}}{|\vec{j}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 150^\circ.$$

Câu 27: [**Mức độ 2**] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua

điểm $M(1; 2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$.

A. $2x + y + 4z - 16 = 0$.

B. $2x - y + 4z - 16 = 0$.

C. $2x + y + 4z + 16 = 0$.

D. $-2x + y + 4z - 16 = 0$.

Lời giải

+) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$.

+) Mặt phẳng (P) vuông góc đường thẳng Δ nên (P) nhận vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ làm vec tơ pháp tuyến. Suy ra (P) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2; 1; 4)$.

$$\text{Khi đó: } 2(x-1) + (y-2) + 4(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 4z - 16 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 2x + y + 4z - 16 = 0$.

Câu 28: [**Mức độ 2**] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ và điểm $I(1; 1; 0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{\sqrt{6}}$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

Lời giải

$$\text{Mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là } r = d(I, (P)) = \frac{|1+1-2 \cdot 0+3|}{\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{6}}.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu là } (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}.$$

- Câu 29:** [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ và điểm $A(1;4;-5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A song song đường thẳng d và trục Ox .
- A. $y+3z-19=0$ B. $y-3z-19=0$. C. $y-3z+19=0$. D. $y+3z+19=0$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}_d = (-2;3;1)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d và $\vec{i} = (1;0;0)$

$\Rightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{i}] = (0;1;-3)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A song song đường thẳng d và trục Ox là

$$0.(x-1) + 1.(y-4) - 3.(z+5) = 0 \Leftrightarrow y-3z-19=0$$

- Câu 30:** [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Điểm $M(1;2;-3)$ có hình chiếu lên (P) là điểm $M'(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?
- A. 3. B. -3. C. 0. D. 6.

Lời giải

Đường thẳng Δ qua $M(1;2;-3)$ vuông góc với (P) nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;1)$ của (P)

làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Xét phương trình $(1+t) + (2+t) + (-3+t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra giao điểm của Δ và (P) là $M'(2;3;-2)$ là hình chiếu của M lên mặt phẳng (P) .

Do đó $a+b+c=3$.

- Câu 31:** [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-4=0$ và mặt phẳng $(Q): x+3y-2z+2=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+3}{7}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-3}{7}$.
C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-3}{7}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-3}{7}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2;-1;1)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1;3;-2)$.

Gọi $\vec{u}$ là 1 véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d . Do $d = (P) \cap (Q)$ nên $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_P \\ \vec{u} \perp \vec{n}_Q \end{cases}$.

Chọn $\vec{u} = [\vec{n_p}, \vec{n_q}] = (-1; 5; 7)$.

Lấy điểm $M(1; y; z) \in d \Rightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ M \in (Q) \end{cases}$. Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2 - y + z - 4 = 0 \\ 1 + 3y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Suy ra } M(1; 1; 3).$$

Phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-3}{7}$.

Câu 32: [**Mức độ 3**] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 0; 4)$ và đường thẳng d có phương trình

$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

Lời giải

Cách 1:

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d , nên nhận véc tơ chỉ phương của

d là vectơ pháp tuyến $(P): 1(x+1) + y + 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 7 = 0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(-1+t; t; 1+2t)$.

Vì $B \in (P) \Leftrightarrow (-1+t) + t + 2(1+2t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow B(0; 1; 3)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{AB} = (1; 1; -1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng

$$\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-1}.$$

Cách 2:

Gọi $d \cap \Delta = B \Rightarrow B(-1+t; t; 1+2t)$

$\vec{AB} = (t; t; -3+2t)$. Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u_d} = (1; 1; 2)$

Vì $d \perp \Delta$ nên $\vec{AB} \perp \vec{u_d} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u_d} = 0 \Leftrightarrow t + t + 2(-3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra $\vec{AB} = (1; 1; -1)$. Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(-1; 0; 4)$ và nhận véc tơ $\vec{AB} = (1; 1; -1)$ là véc tơ

chỉ phương có dạng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

- Câu 33:** [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 5z - 2021 = 0$. Góc giữa Δ và (α) bằng
- A. 30° . B. 60° . C. 0° . D. 90° .

Lời giải

Ta có một véc tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (3; 4; 5)$; một véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = (3; 4; 5)$.

Cách 1: Nhận thấy $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(\alpha)}$ nên đường thẳng $\Delta \perp (\alpha)$ suy ra $\widehat{(\Delta; (\alpha))} = 90^\circ$.

Cách 2: Áp dụng công thức $\sin \varphi = \frac{|\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_{(\alpha)}|}{|\vec{u}_\Delta| \cdot |\vec{n}_{(\alpha)}|}$ (trong đó $\varphi = \widehat{(\Delta; (\alpha))}$)

$$\Rightarrow \sin \varphi = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}} = 1 \Rightarrow \varphi = 90^\circ.$$

- Câu 34:** [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$. Diện tích tam giác ABC bằng
- A. 14. B. 24. C. 8. D. 24.

Lời giải

Fb tác giả: Tran Minh

$$\vec{AB} = (2; -2; -3), \vec{AC} = (4; 0; 6); [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-12; -24; 8) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]| = 14.$$

- Câu 35:** [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(6; -2; 3)$, $B(0; 1; 6)$, $C(2; 0; -1)$, $D(4; 1; 0)$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.
- A. $V_{ABCD} = 96$. B. $V_{ABCD} = 24$. C. $V_{ABCD} = 72$. D. $V_{ABCD} = 12$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (-6; 3; 3); \vec{AC} = (-4; 2; -4); \vec{AD} = (-2; 3; -3).$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-18; -36; 0).$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = -72 \neq 0 \Rightarrow A, B, C, D \text{ là 4 đỉnh của một tứ diện.}$$

$$\text{Thể tích tứ diện } ABCD \text{ là } V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = 12.$$

- Câu 36:** [Mức độ 3] Biết $I = \int_0^2 \frac{\pi x^5 + 3^x + e x^5 3^x}{e \cdot 3^x + \pi} dx = \frac{a}{3} + \frac{1}{e \ln 3} \ln \left(1 + \frac{b \cdot e}{\pi + e} \right)$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a + b^2$.
- A. 84. B. 41. C. 96. D. 25.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 \frac{\pi x^5 + 3^x + e x^5 3^x}{e \cdot 3^x + \pi} dx = \int_0^2 \left(x^5 + \frac{3^x}{e \cdot 3^x + \pi} \right) dx = \frac{1}{6} x^6 \Big|_0^2 + K = \frac{32}{3} + K.$$

Tính $K = \int_0^2 \frac{3^x}{e \cdot 3^x + \pi} dx$.

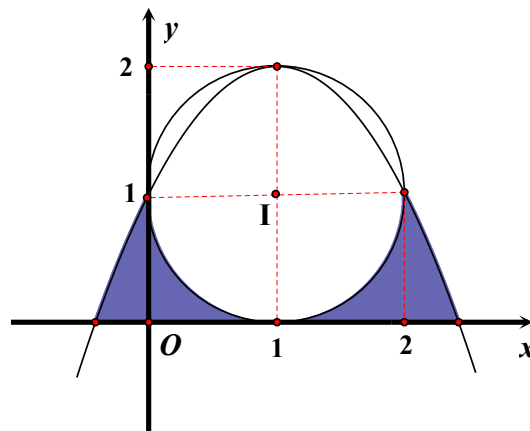
Đặt $t = e \cdot 3^x + \pi \Rightarrow dt = e \cdot \ln 3 \cdot 3^x dx \Rightarrow 3^x dx = \frac{1}{e \ln 3} dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = \pi + e$; $x = 2 \Rightarrow t = 9e + \pi$.

Khi đó $K = \frac{1}{e \cdot \ln 3} \cdot \int_{\pi+e}^{9e+\pi} \frac{dt}{t} = \frac{1}{e \cdot \ln 3} \ln |t| \Big|_{\pi+e}^{9e+\pi} = \frac{1}{e \ln 3} \ln \frac{9e+\pi}{\pi+e} = \frac{1}{e \ln 3} \ln \left(1 + \frac{8e}{\pi+e} \right)$.

Vậy $I = \frac{32}{3} + \frac{1}{e \ln 3} \ln \left(1 + \frac{8e}{\pi+e} \right) \Rightarrow \begin{cases} a = 32 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow T = a + b^2 = 96$.

Câu 37: [Mức độ 3] Hình phẳng được tô đậm trong hình dưới đây được giới hạn bởi đường tròn, đường parabol, trục hoành và có diện tích $S = a\sqrt{2} + b - c\pi$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $3a + 3b - 2c$.



A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Phương trình của parabol là $y = -x^2 + 2x + 1$.

Phương trình đường tròn là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow$ phần đường tròn nằm phía dưới đường thẳng $y = 1$ có phương trình là $y = 1 - \sqrt{2x - x^2}$.

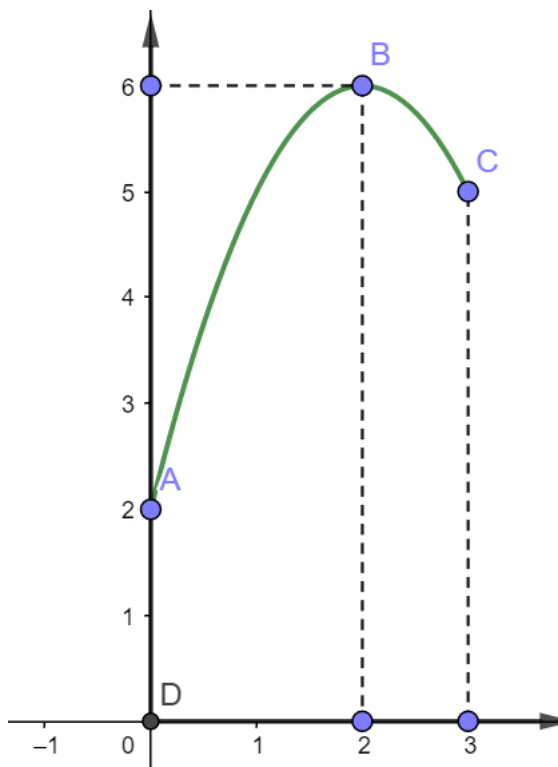
Parabol cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là $x = 1 \pm \sqrt{2}$ và cắt đường tròn tại các điểm có hoành độ là 0, 1, 2 (trong đó tiếp xúc tại điểm có hoành độ bằng 1).

Do tính đối xứng nên diện tích của hai phần tô đậm là bằng nhau, do đó:

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_{1-\sqrt{2}}^0 (-x^2 + 2x + 1) dx + 2 \int_0^1 (1 - \sqrt{2x - x^2}) dx = \frac{8\sqrt{2} - 10}{3} + 2 \int_0^1 (1 - \sqrt{1 - (x-1)^2}) dx \\ &= \frac{8\sqrt{2} - 4}{3} - 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 t dt \quad (\text{với } x-1 = \sin t) \\ &= \frac{8}{3}\sqrt{2} - \frac{4}{3} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{4}{3}, c = -\frac{1}{2} \Rightarrow 3a + 3b - 2c = 5. \end{aligned}$$

- Câu 38:** [Mức độ 3] Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị hàm số là một phần của parabol có đỉnh $B(2;6)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.
- A.** 15 km **B.** 33 km. **C.** 16 km. **D.** 30 km.

Lời giải

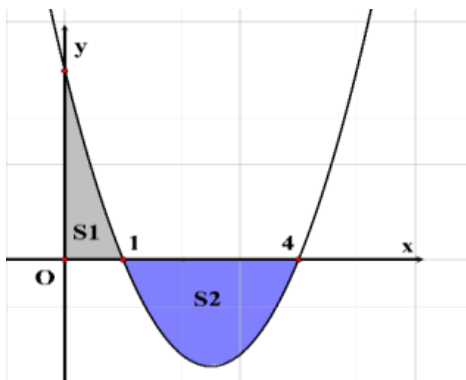


Gọi hàm số biểu thị vận tốc của vật là $v(t) = at^2 + bt + c$.

$$\text{Theo đề bài, ta có : } \begin{cases} c = 2 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = 4 \\ a = -1 \end{cases}$$

Suy ra $v(t) = -t^2 + 4t + 2$, $0 \leq t \leq 3$. Vậy $S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (-t^2 + 4t + 2) dt = 15 (km)$.

- Câu 39:** [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ là hàm bậc hai có đồ thị như hình vẽ dưới và có diện tích $S_1 = \frac{11}{6}$, $S_2 = \frac{9}{2}$.

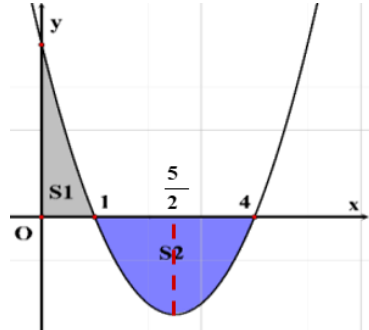


Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $f(0) < f(1) < f(4)$. **B.** $f\left(\frac{5}{2}\right) < f(4) < f(1)$.

C. $f\left(\frac{5}{2}\right) < f(0) < f(1)$. **D.** $f(1) < f(4) < f\left(\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải



Ta có $\int_0^1 f'(x) dx = f(1) - f(0) = S_1 = \frac{11}{6} \Rightarrow f(1) > f(0)$ (1)

Do $y = f'(x)$ là hàm bậc hai theo hình vẽ trên thì $x = \frac{5}{2}$ là trục đối xứng của đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ từ đó ta có: $\int_0^{\frac{5}{2}} f'(x) dx = f\left(\frac{5}{2}\right) - f(0) = \int_0^1 f'(x) dx + \int_1^{\frac{5}{2}} f'(x) dx = S_1 - \frac{1}{2} S_2 = -\frac{5}{12} < 0$

suy ra $f\left(\frac{5}{2}\right) < f(0)$ (2). Từ (1) và (2) ta có $f\left(\frac{5}{2}\right) < f(0) < f(1)$.

Câu 40: [Mức độ 3] Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $2w - 1 + 3i$ và $iw + 2 + 3i$, với w là một số phức. Tính giá trị của biểu thức $S = 2b^2 - c$.

A. 294.

B. -409.

C. 27.

D. 37.

Lời giải

Vì $z_1 = 2w - 1 + 3i$ và $z_2 = iw + 2 + 3i$ là hai nghiệm của phương trình bậc hai hệ số thực nên $z_2 = \overline{z_1}$. Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $z_1 = 2(x + yi) - 1 + 3i = (2x - 1) + (2y + 3)i$

$z_2 = i(x + yi) + 2 + 3i = (2 - y) + (x + 3)i$.

Vì $z_2 = \overline{z_1} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - y = 2x - 1 \\ x + 3 = -2y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}$.

Suy ra $z_1 = 7 - 7i$; $z_2 = 7 + 7i$.

Áp dụng định lý Vi-et ta có
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{1} \\ z_1 z_2 = \frac{c}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -14 \\ c = 98 \end{cases}. \text{ Suy ra } S = 2b^2 - c = 294.$$

Câu 41: [Mức độ 3] Cho số phức z thỏa mãn $(z-2)(\bar{z}+3i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có chu vi bằng.

- A. $\pi\sqrt{13}$. B. $2\pi\sqrt{13}$. C. $\frac{\pi\sqrt{13}}{2}$. D. $\frac{13\pi}{4}$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$, ta có: $(x + yi - 2)(x - yi + 3i) = x^2 + y^2 - 2x - 3y + (3x + 2y - 6)i$.

Do $(z-2)(\bar{z}+3i)$ là một số thuần ảo nên có phần thực bằng 0 hay $x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(x-1)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$ có bán kính $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Vậy chu vi đường tròn là $2\pi R = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = \pi\sqrt{13}$.

Câu 42: [Mức độ 3] Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|z-2+3i|=|z+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|2z+i(1-2i)|$ bằng

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Cách 1:

Giả sử $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$.

Từ giả thiết ta có $|a-2+(b+3)i|=|a+(b+1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (b+3)^2} = \sqrt{a^2 + (b+1)^2} \Leftrightarrow -4a + 4b + 12 = 0 \Leftrightarrow a = b + 3.$$

Biểu thức $P = |2z + i(1-2i)| = |2a + 2bi + i + 2| = \sqrt{(2a+2)^2 + (2b+1)^2}$.

$$\Rightarrow P = \sqrt{(2b+6+2)^2 + (2b+1)^2} = \sqrt{4b^2 + 32b + 64 + 4b^2 + 4b + 1} = \sqrt{8b^2 + 36b + 65}.$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{2\left(4b^2 + 18b + \frac{81}{4}\right) + \frac{49}{2}} = \sqrt{2\left(2b + \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}} \geq \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $P_{\min} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ đạt được khi $b = -\frac{9}{4}; a = \frac{3}{4}$.

Cách 2:

Giả sử $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$.

Từ giả thiết ta có $|a-2+(b+3)i|=|a+(b+1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2+(b+3)^2}=\sqrt{a^2+(b+1)^2} \Leftrightarrow -4a+4b+12=0 \Leftrightarrow -a+b+3=0.$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $\Delta: -x+y+3=0$

$$\text{Biểu thức } P=|2z+i(1-2i)|=|2a+2bi+i+2|=2\left|a+1+\left(b+\frac{1}{2}\right)i\right|=2\sqrt{(a+1)^2+\left(b+\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\text{Giả sử } M(a;b), A\left(-1;-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow M \in \Delta \text{ và } P=2AM.$$

$$\Rightarrow P \geq 2d(M; \Delta) = 2 \cdot \frac{\left|1-\frac{1}{2}+3\right|}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 43: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A.** 1 mặt phẳng. **B.** 2 mặt phẳng. **C.** 0 mặt phẳng. **D.** Vô số mặt phẳng.

Lời giải

Gọi phương trình mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(P): Ax+By+Cz+D=0 (A^2+B^2+C^2>0)$.

Theo đề bài, mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm A, B nên ta có:

$$\begin{cases} A+D=0 \\ 2C+D=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=2C \\ D=-2C \end{cases}.$$

Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $2Cx+By+Cz-2C=0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1,1,0)$ và bán kính $R=1$.

$$\text{Vì } (P) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ nên: } d(I; (P))=R \Leftrightarrow \frac{|2C+B-2C|}{\sqrt{5C^2+B^2}}=1 \Leftrightarrow \frac{|B|}{\sqrt{5C^2+B^2}}=1$$

$$\Leftrightarrow B^2=5C^2+B^2 \Leftrightarrow C=0.$$

Suy ra: $A=D=0 \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $y=0$.

Vậy: Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Câu 44: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(3;-1;2)$, $C(-1;6;7)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (Oxz) sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ nhỏ nhất.

- A.** $M(3;0;-1)$. **B.** $M(1;0;0)$. **C.** $M(1;0;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

Lời giải

Cách 1

$$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$$

$$MA^2 = (x-1)^2 + 1 + z^2, MB^2 = (x-3)^2 + 1 + (z-2)^2, MC^2 = (x+1)^2 + 36 + (z-7)^2$$

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3x^2 - 6x + 3z^2 - 18z + 102 = 3(x-1)^2 + 3(z-3)^2 + 72 \geq 72$$

Dấu bằng xảy ra khi $x=1, z=3$. Vậy $M(1; 0; 3)$.

Cách 2

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} G(1; 2; 3) \\ \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + (GA^2 + GB^2 + GC^2) + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \\ &= 3MG^2 + (GA^2 + GB^2 + GC^2) \end{aligned}$$

$MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxz) . Vậy $M(1; 0; 3)$.

Câu 45: [Mức độ 3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$;

$d': \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường thẳng Δ song song với (P) , cắt d và d' lần lượt tại M và N mà $MN = \sqrt{2}$.

A. $\Delta: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

B. $\Delta: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

C. $\Delta: \frac{7x-1}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+3}{-5}$.

D. $\Delta: \frac{7x-1}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

Lời giải

Gọi $M(t; t; -2t)$ và $N(-1-2t', t', -1-t')$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = (-1-2t'-t; t'-t; -1-t'+2t)$.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (1; -1; -1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do đường thẳng Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{n} = 0$

$$\Leftrightarrow -1-2t'-t-t'+t+1+t'-2t=0 \Leftrightarrow t=-t'.$$

Khi đó $\overrightarrow{MN} = (-1+t; -2t; -1+3t) \Rightarrow MN = \sqrt{14t^2 - 8t + 2}$.

$$MN = \sqrt{2} \Leftrightarrow 14t^2 - 8t + 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=\frac{4}{7} \end{cases}.$$

Với $t=0$ thì $\overrightarrow{MN} = (-1; 0; -1)$ (loại do không có phương án chọn).

Với $t = \frac{4}{7}$ thì $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{3}{7}; -\frac{8}{7}; \frac{5}{7}\right) = -\frac{1}{7}(3; 8; -5)$ và $M\left(\frac{4}{7}; \frac{4}{7}; -\frac{8}{7}\right)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x - \frac{4}{7}}{3} = \frac{y - \frac{4}{7}}{8} = \frac{z + \frac{8}{7}}{-5}$ hay $\Delta: \frac{7x - 4}{3} = \frac{7y - 4}{8} = \frac{7z + 8}{-5}$.

Câu 46: [Mức độ 4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện:

$$x^6 \cdot [f'(x)]^3 + 64 \cdot [f(x) - 1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } f(1) = \frac{37}{64}. \text{ Tính tích phân } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{229}{256}$.

B. $\frac{-229}{256}$.

C. $\frac{256}{229}$.

D. $-\frac{256}{229}$.

Lời giải

Ta có: $x^6 \cdot [f'(x)]^3 + 64 \cdot [f(x) - 1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \frac{[f'(x)]^3}{[f(x) - 1]^4} = -\frac{64}{x^6} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt[3]{f(x) - 1} \cdot [f(x) - 1]} = -\frac{4}{x^2}$$

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{\sqrt[3]{f(x) - 1} \cdot [f(x) - 1]} dx = \int -\frac{4}{x^2} dx \quad (*)$$

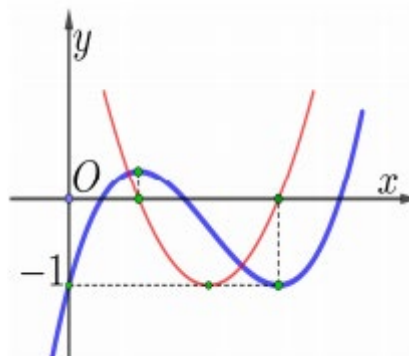
Bằng phép đổi biến, $t = \sqrt[3]{f(x) - 1} \Rightarrow t^3 = f(x) - 1 \Rightarrow 3t^2 dt = f'(x) dx$

$$(*) \Rightarrow \frac{-3}{\sqrt[3]{f(x) - 1}} = \frac{4}{x} + C, \text{ thay } x = 1 \text{ ta được } \frac{-3}{\sqrt[3]{f(1) - 1}} = \frac{4}{1} + C$$

Vì $f(1) = \frac{37}{64} \Rightarrow C = 0$, khi đó $\sqrt[3]{f(x) - 1} = \frac{-3x}{4} \Rightarrow f(x) = \left(\frac{-3x}{4}\right)^3 + 1$.

Suy ra $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{-27x^3}{64} + 1\right) dx = \frac{229}{256}$.

Câu 47: [Mức độ 4] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx - 1$ và $y = g(x) = cx^2 - 4x + d$ có đồ thị như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 9$. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$.



A. $S = \frac{9}{4}$.

B. $\frac{27}{4}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3ax^2 - 4x + b$ là hàm số bậc hai, cùng bậc với $g(x)$.

Mà từ đồ thị ta có hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm là nghiệm pt $g(x) = 0$ nên $f'(x) = k \cdot g(x), \forall x \in \mathbb{R} \ (k \neq 0)$.

$$\Leftrightarrow 3ax^2 - 4x + b = k(cx^2 - 4x + d), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = kc \\ -4 = -4k \\ b = kd \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ 3a = c \\ b = d \end{cases} \quad (1)$$

Đồ thị hàm số $g(x)$ có tung độ đỉnh bằng -1 nên $g\left(\frac{2}{c}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{4}{c} - \frac{8}{c} + d = -1 \Leftrightarrow d = \frac{4}{c} - 1 \quad (2)$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$:

$$ax^3 - 2x^2 + bx - 1 = cx^2 - 4x + d \Leftrightarrow ax^3 - (2+c)x^2 + (b+4)x - 1 - d = 0 \quad (*).$$

Theo giả thiết, phương trình (*) có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 9$ nên theo định lý

Viet cho phương trình bậc ba, ta có $\frac{2+c}{a} = 9 \Leftrightarrow 2+c = 9a \quad (3)$

Từ (1), (2) và (3) ta có hpt:
$$\begin{cases} 3a = c \\ b = d \\ d = \frac{4}{c} - 1 \\ 2+c = 9a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = c \\ b = d \\ d = \frac{4}{c} - 1 \\ 2+c = 3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 3 \\ c = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Với các giá trị trên thay vào (*) thì thỏa mãn phương trình có 3 nghiệm phân biệt có tổng bằng 9.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1.$$

Xét phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $\begin{cases} y = f(x) \\ y = -1 \end{cases}$ là:

$$S = \int_0^3 \left| \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right| dx = \left| \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right) dx \right| = \left(\frac{x^4}{12} - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{4}.$$

Câu 48: [Mức độ 4] Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 7i| = 2$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - 2i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị $|z - \sqrt{2} - \sqrt{2}i|$ bằng

A. $\sqrt{58}$.

B. $\sqrt{41}$.

C. $\sqrt{38}$.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Gọi $A(-2; 0), B(0; 2)$ và $J(-1; 1)$ (J là trung điểm của AB)

Phương trình đường thẳng $AB: x - y + 2 = 0$

Ta có $|z - 3 - 7i| = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 7)^2 = 4 \quad (C)$

Suy ra điểm M thuộc vào đường tròn tâm $I(3; 7)$, bán kính $R = 2$.

Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng AB , phương trình đường thẳng $IH: x + y - 10 = 0$
 $\Rightarrow$ Tọa độ của điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow H(4; 6).$$

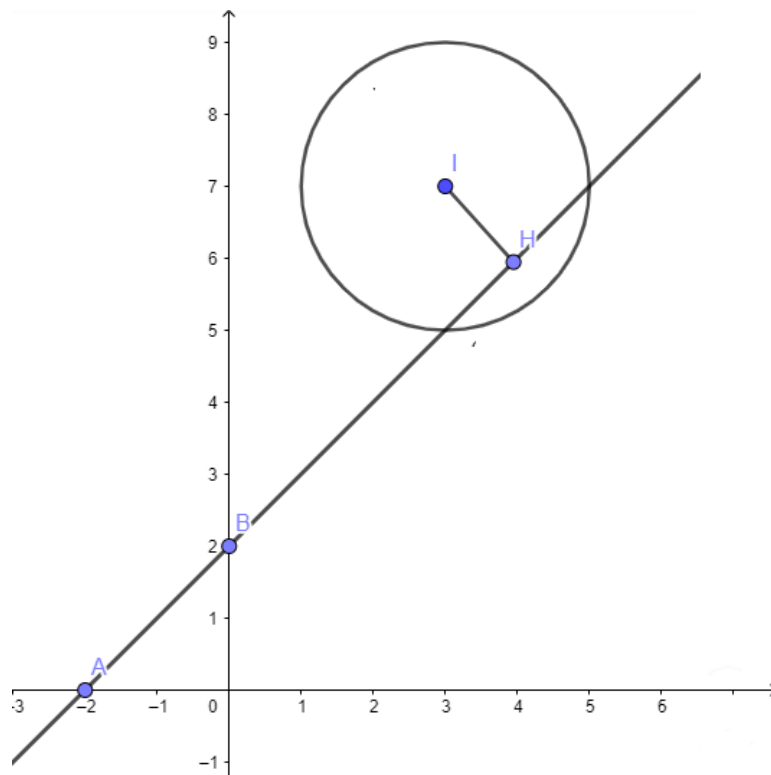
Từ giả thiết: $P = |z + 2|^2 - |z - 2i|^2 = MA^2 - MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})$
 $= 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MJ} = 2\overrightarrow{BA} \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HJ}) = 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HJ} + 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{IH}$

Có: $\overrightarrow{BA} = (-2; -2); \overrightarrow{HJ} = (-5; -5) \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HJ} = (-2) \cdot (-5) + (-2) \cdot (-5) = 20$

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{IH} = 0$ (Vì $IH \perp AB$)

Suy ra: $P = 2BA \cdot MI \cdot \cos \alpha + 40 \leq 2 \cdot BA \cdot MI + 40$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \cos \alpha = 1$.

Suy ra điểm M là giao của đường thẳng Δ qua I song song với BA cắt đường tròn (C)



Phương trình đường thẳng $\Delta: x - y + 4 = 0$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y - 7)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}; y = 7 + \sqrt{2} \Rightarrow |z - \sqrt{2} - \sqrt{2}i| = \sqrt{58} \\ x = 3 - \sqrt{2}; y = 7 - \sqrt{2} \Rightarrow |z - \sqrt{2} - \sqrt{2}i| = \sqrt{74 - 40\sqrt{2}} \end{cases}$$

Vậy: Khi $P = |z + 2|^2 - |z - 2i|^2$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z - \sqrt{2} - \sqrt{2}i| = \sqrt{58}$.

- Câu 49:** [Mức độ 4] Trong không gian $(Oxyz)$ cho điểm $A(2, 2, 1)$ và điểm $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Gọi Δ là đường phân giác trong của góc A của tam giác OAB . Điểm $M(a; b; c)$ trên Δ sao cho $MO + OB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hỏi $T = 7a + 8b + 2021c$ có giá trị bằng
- A. 2019. B. 2020. C. 2017. **D. 2018.**

Lời giải

Gọi C là chân đường phân giác trong tại góc A .

$$OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3; AB = \sqrt{\left(-\frac{8}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + (1 - 1)^2} = 5$$

$$\text{Ta có } \frac{CO}{CB} = \frac{AO}{AB} = \frac{3}{5}. \text{ Vậy } \overrightarrow{CO} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{CO} + 3\overrightarrow{CB} = \vec{0} \Rightarrow C = \left(-1; \frac{1}{2}; 1\right).$$

$$\text{Có } \overrightarrow{AC} = \left(-3; -\frac{3}{2}; 0\right) \text{ nên chọn vtcp của } \Delta \text{ là } \vec{u}(2; 1; 0)$$

$$\text{Vậy phương trình đường phân giác trong xuất phát từ đỉnh } A \text{ là: } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Dễ thấy O, B nằm khác phía so với Δ nên $T = OM + OB$ nhỏ nhất khi O, M, B thẳng hàng hay $M = OB \cap \Delta$.

$$\text{Suy ra } M \equiv C. \text{ Vậy } M\left(-1; \frac{1}{2}; 1\right) \text{ nên } T = 7a + 8b + 2021c = -7 + 4 + 2021 = 2018.$$

- Câu 50:** [Mức độ 4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$, song song với mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2021 = 0$ sao cho tổng khoảng cách từ các điểm $A(2; -2; 0), B(1; 0; 3)$ tới đường thẳng đó đạt giá trị nhỏ nhất. Vector chỉ phương của d là $\vec{u_d} = (a; b; c)$ (trong đó a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c = 4$). Tổng $a^2 + b^2 + c^2$ bằng:
- A. 2020. B. 30. C. 100. **D. 120.**

Lời giải

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $M(2; -1; 1)$ và song song với (P) , ta có $(Q): x - 2y - z - 3 = 0$.

Khi đó $d \subset (Q)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt phẳng (Q) .

$$\text{Ta có } d(A; d) + d(B; d) \geq d(A; (Q)) + d(B; (Q)) = AH + BK.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng d đi qua hai điểm H, K . Khi đó $\overrightarrow{u_d} = k\overrightarrow{HK}$ (với $k \neq 0$).

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (Q) , khi đó phương trình của

$$\text{đường thẳng } d_1 \text{ là } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = -t \end{cases}.$$

$$\text{Vì } H = d_1 \cap (Q) \Rightarrow 2 + t - 2(-2 - 2t) - (-t) - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1}{2} \Rightarrow H\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{1}{2}\right).$$

Gọi d_2 là đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (Q) , khi đó phương trình của

$$\text{đường thẳng } d_2 \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \\ z = 3 - t \end{cases}.$$

$$\text{Vì } K = d_2 \cap (Q) \Rightarrow 1 + t - 2(-2t) - (3 - t) - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{6} \Rightarrow K\left(\frac{11}{6}; \frac{-10}{6}; \frac{13}{6}\right).$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{HK} = \left(\frac{1}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = k\overrightarrow{HK} = \left(\frac{k}{3}; \frac{-2k}{3}; \frac{5k}{3}\right) \Rightarrow a = \frac{k}{3}; b = \frac{-2k}{3}; c = \frac{5k}{3}.$$

$$\text{Mà } a + b + c = 4 \Rightarrow \frac{k}{3} + \frac{-2k}{3} + \frac{5k}{3} = 4 \Rightarrow k = 6.$$

$$\text{Vậy } a = 2; b = -4; c = 10 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 120.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 38 (100TN)

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-4;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 3)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
- A.** $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 2y + z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A.** $\vec{a} = (-2; 2; 3)$. **B.** $\vec{a} = (-2; 2; 0)$. **C.** $\vec{a} = (-2; 2; 1)$. **D.** $\vec{a} = (2; 2; 1)$.
- Câu 3.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ và thỏa mãn $F(0) = \sqrt{3}$, $F(4) = 5$. Khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng
- A.** $-5 - \sqrt{3}$. **B.** $5 + \sqrt{3}$. **C.** $-5 + \sqrt{3}$. **D.** $5 - \sqrt{3}$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 3 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α) ?
- A.** $(\gamma): 2x - 3y + z + 3 = 0$. **B.** $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$.
C. $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$. **D.** $(\beta): -3x + y + 3z + 2 = 0$.
- Câu 5.** Nếu $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_{-1}^3 5f(x)dx$ bằng
- A.** 40. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 10.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -4; 0)$ và $B(5; 4; -6)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là
- A.** $(4; 8; -6)$. **B.** $(2; 0; -2)$. **C.** $(2; 4; -3)$. **D.** $(3; 0; -3)$.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = -2 \end{cases}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của d ?
- A.** $\vec{n} = (-2; 3; -2)$. **B.** $\vec{v} = (-2; 3; 0)$. **C.** $\vec{u} = (3; 4; 0)$. **D.** $\vec{a} = (3; 4; -2)$.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 4; -2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; -4; 1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là
- A.** $\frac{x+1}{5} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-1}{-2}$. **D.** $\frac{x+5}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+1}{-2}$.
- Câu 9.** Nếu $\int_{-1}^0 f(x)dx = -2$ và $\int_0^4 f(x)dx = 6$ thì $\int_{-1}^4 f(x)dx$ bằng
- A.** 4. **B.** -12. **C.** 8. **D.** -8.
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là
- A.** $x + y = 0$. **B.** $z = 0$. **C.** $x - y = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A. $1 + 2i$. B. $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$. C. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$. D. $\frac{1}{2} - i$.

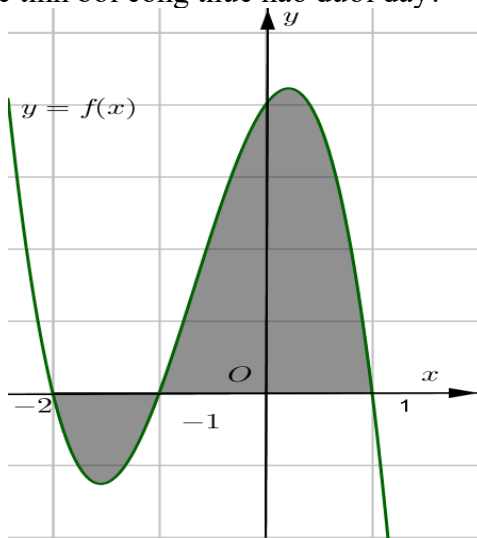
Câu 12. Thể tích V của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x - 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$ quay quanh Ox được tính bằng công thức nào dưới đây?

- A. $V = \pi \int_0^4 (x^2 - 1) dx$. B. $V = \int_0^4 (x - 1)^2 dx$. C. $V = \pi \int_0^4 (x - 1)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^4 |x^2 - 1| dx$.

Câu 13. Cho hai số phức $z = -2 - 5i$ và $w = 4 - 3i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $-6 - 8i$. B. $2 - 8i$. C. $-6 - 2i$. D. $2 - 2i$.

Câu 14. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 1$ (phần tô đậm trong hình bên) được tính bởi công thức nào dưới đây?



- A. $S = -\int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx$. B. $S = -\int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx$. D. $S = \int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ véc tơ $\vec{u}$ là

- A. $(2; 3; 0)$. B. $(2; -3; 0)$. C. $(2; 3; 1)$. D. $(2; -3; 1)$.

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ là

- A. $\bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $\bar{z} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $\bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $\bar{z} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 18. B. 3. C. 9. D. 81.

Câu 18. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ và hai đường thẳng $x = -\pi$, $x = \pi$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \left| \int_{-\pi}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx \right|$. B. $S = \int_{-\pi}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx$.
C. $S = \int_{-\pi}^{\pi} (|\sin x| - |\cos x|) dx$. D. $S = \int_{-\pi}^{\pi} |\sin x - \cos x| dx$.

Câu 19. Phần thực của số phức $-6 + 2i$ bằng

- A. -2. B. -6. C. 2. D. 6.

Câu 20. Số phức nào dưới đây là một căn bậc hai của -49 ?

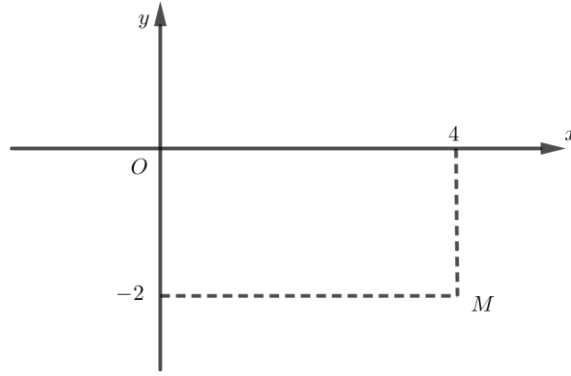
A. $-7+i$.

B. -7 .

C. $7i$.

D. $7-i$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M ở hình bên là điểm biểu diễn của số phức z . Mô đun của z bằng



A. $2\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. 4.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(0;2;-3)$?

A. $(\alpha_1): 2y-3z+9=0$.

B. $(\alpha_2): 2x-3y-z+3=0$.

C. $(\alpha_3): 2y-3z=0$.

D. $(\alpha_4): 2x-3y-z-3=0$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{-4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc Δ ?

A. $M(-3;2;0)$.

B. $N\left(-4; \frac{9}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $Q(1;1;2)$.

D. $P\left(3; \frac{1}{2}; -3\right)$.

Câu 24. Tính $\int_0^e x^2 dx$.

A. $I = 2e$.

B. $I = \frac{e^3-1}{3}$.

C. $I = \frac{e^3}{3}$.

D. $I = e^3$.

Câu 25. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 3x^2 - 6x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 0$ bằng

A. 4π .

B. 20.

C. 20π .

D. 4.

Câu 26. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cos x dx$.

A. $I = \pi - 2$.

B. $I = 2 - \pi$.

C. $I = \pi - 1$.

D. $I = 1 - \pi$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(0;2;-1)$ và đi qua điểm $M(3;5;2)$ có phương trình là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 59$.

B. $(x-3)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 27$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 27$.

D. $(x+3)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 59$.

Câu 28. Số phức nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $2z^2 - 3z + 5 = 0$?

A. $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

B. $-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

C. $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{31}}{4}i$.

D. $-\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{31}}{4}i$.

Câu 29. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\ln 3$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. $\pi \ln 3$.

Câu 30. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Số phức liên hợp của số phức $w = iz_0$ là

A. $-\sqrt{2} + i$.

B. $-1 + \sqrt{2}i$.

C. $-1 - \sqrt{2}i$.

D. $-\sqrt{2} - i$.

Câu 31. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $(3+2i)z=4-2i$

- A. $-\frac{14}{13}$. B. $\frac{14}{13}$. C. $\frac{7}{10}$. D. -4 .

Câu 32. Tìm các số thực x và y sao cho $2x-yi=4+7i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=4$ và $y=-7$. B. $x=4$ và $y=7$. C. $x=2$ và $y=7$. D. $x=2$ và $y=-7$.

Câu 33. Cho số phức $z=(1+i)^2+2-i$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

- A. 2 . B. $2-i$. C. 3 . D. $2+i$.

Câu 34. Cho số phức $z=1+2i$. Điểm biểu diễn của số phức $(3-2i)z$ trên mặt phẳng phức có tọa độ là

- A. $(3;0)$. B. $(4;0)$. C. $(7;4)$. D. $(3;4)$.

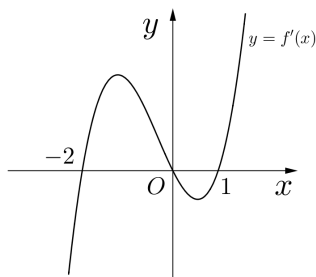
Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(-1;2;4)$ đến mặt phẳng $(\alpha):2x-2y+z-3=0$ bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. 1 .

Câu 36. Biết phương trình $z^2+mz+n=0$ ($m,n\in\mathbb{R}$) có một nghiệm là $z_1=2-i$ và nghiệm còn lại là z_2 . Mô đun của số phức $m+nz_1$ bằng

- A. $\sqrt{41}$. B. $\sqrt{61}$. C. 1 . D. 11 .

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=-3$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Biết rằng diện tích của hai hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ và $[0;1]$ lần lượt bằng $\frac{8}{3}$ và $\frac{5}{12}$. Giá trị của biểu thức $f(-2)+f(1)$ bằng



- A. $-\frac{35}{12}$. B. $-\frac{109}{12}$. C. 5 . D. 6 .

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2-t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=2+3t' \\ y=4-t' \\ z=-3+2t' \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d và d' cắt nhau. B. d và d' song song với nhau.
C. d và d' trùng nhau. D. d và d' chéo nhau.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{khi } x\geq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } x<1 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\ln 2} e^x f(4e^x-4)dx$ bằng

- A. 2 . B. $\frac{1}{4}$. C. 4 . D. $\frac{1}{2}$.

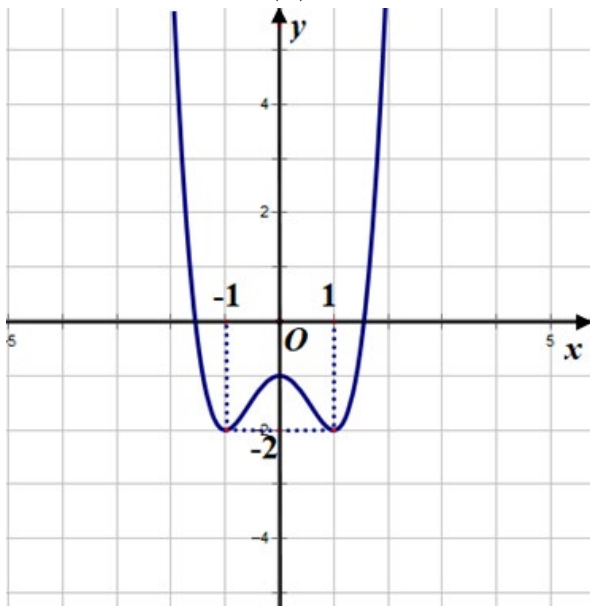
Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;2)$, $B(-1;2;1)$, $C(2;-4;4)$. Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$ và ba điểm $A(0;1;2)$, $B(0;-3;-2)$, $C(-4;1;-2)$. Xét khối nón (N) có đỉnh I nằm trên (S) , đường tròn đáy là giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S) . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì đường thẳng IA có phương trình dạng $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{a} = \frac{z-2}{b}$. Giá trị của $a+b$ bằng

- A. $-2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $-\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình cong trong hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$ bằng



- A. $\frac{44}{15}$. B. $\frac{47}{15}$. C. $\frac{46}{15}$. D. $\frac{43}{15}$.

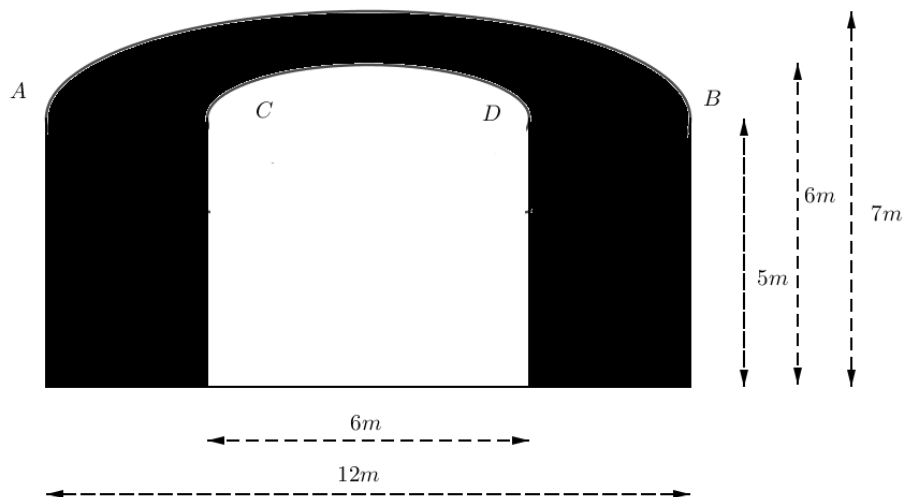
Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 7 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Bán kính của (C) bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{7}$. C. $\sqrt{2}$. D. 3.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(1) = 0$ và $f'(x) = \frac{\ln x}{x}$ với mọi $x > 0$. Tích phân $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$ bằng

- A. $\frac{e^3 - 1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{e^3 - 1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 45. Bề mặt của một công trình kiến trúc được mô phỏng như hình bên dưới, trong đó hai cung AB và CD là hai nửa của hai elip (A, B là hai đỉnh của elip thứ nhất và C, D là hai đỉnh của elip thứ hai). Người ta muốn sơn lại bề mặt của công trình đó bằng màu sơn phù hợp hơn. Biết đơn giá để sơn hoàn thiện đã thỏa thuận với đơn vị thi công là 100.000 đồng m^2 . Hãy tính tổng số tiền phải trả để sơn hoàn thiện bề mặt của công trình (làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 4.414.000 đồng. B. 4.412.000 đồng. C. 3.707.000 đồng. D. 3.708.000 đồng.
- Câu 46.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z+1)(\bar{z}+i)$ là số thuần ảo ?
 A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.
- Câu 47.** Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - i\bar{z} = 3-i$. Mô đun của z bằng
 A. $\sqrt{29}$. B. $\sqrt{41}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{34}$.
- Câu 48.** Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 + i| = |z_2 + 1 + i| = 2$, $|z_1| + |z_2| = |z_1 - z_2|$ và z_1 có phần thực dương. Khi $|z_1| + 2|z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tích phần thực và phần ảo của z_1 bằng
 A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. $-\frac{3}{4}$. D. $-\frac{3}{2}$.
- Câu 49.** Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-6)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 A. $M(-1;0;0)$. B. $M(0;1;-2)$. C. $M\left(0; \frac{3}{2}; -3\right)$. D. $M(0;-3;6)$.
- Câu 50.** Nếu $\int_1^3 [4f(x) - 3] dx = -1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng
 A. 3. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

--- HẾT ---

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-4;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;-1;3)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-4;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;-1;3)$ có phương trình

tham số là $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 2y + z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{a} = (-2;2;3)$. **B.** $\vec{a} = (-2;2;0)$. **C.** $\vec{a} = (-2;2;1)$. **D.** $\vec{a} = (2;2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình mặt phẳng $(P): -2x + 2y + z + 3 = 0$ ta thấy một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{a} = (-2;2;1)$.

Câu 3. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ và thỏa mãn $F(0) = \sqrt{3}$,

$F(4) = 5$. Khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

A. $-5 - \sqrt{3}$. **B.** $5 + \sqrt{3}$. **C.** $-5 + \sqrt{3}$. **D.** $5 - \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^4 f(x)dx = F(x)\Big|_0^4 = F(4) - F(0) = 5 - \sqrt{3}.$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 3 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α) ?

A. $(\gamma): 2x - 3y + z + 3 = 0$. **B.** $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$.
C. $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$. **D.** $(\beta): -3x + y + 3z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Xét mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(\gamma): 2x - 3y + z + 3 = 0$ có

$$\frac{2}{2} = \frac{-3}{-3} = \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{3} \text{ nên mặt phẳng } (\gamma) \text{ song song với mặt phẳng } (\alpha).$$

Câu 5. Nếu $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_{-1}^3 5f(x)dx$ bằng

A. 40. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{-1}^3 5f(x)dx = 5 \int_{-1}^3 f(x)dx = 5.2 = 10$.

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -4; 0)$ và $B(5; 4; -6)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là
- A.** $(4; 8; -6)$. **B.** $(2; 0; -2)$. **C.** $(2; 4; -3)$. **D.** $(3; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB. \text{ Khi đó } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+5}{2} = 3 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4+4}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{0-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(3; 0; -3)$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = -2 \end{cases}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ

phương của d ?

- A.** $\vec{n} = (-2; 3; -2)$. **B.** $\vec{v} = (-2; 3; 0)$. **C.** $\vec{u} = (3; 4; 0)$. **D.** $\vec{a} = (3; 4; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đường thẳng } d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = -2 \end{cases} \text{ có một véc tơ chỉ phương là } \vec{v} = (-2; 3; 0).$$

- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 4; -2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; -4; 1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là

- A.** $\frac{x+1}{5} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-1}{-2}$. **D.** $\frac{x+5}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+1}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 4; -2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; -4; 1)$, phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

- Câu 9.** Nếu $\int_{-1}^0 f(x)dx = -2$ và $\int_0^4 f(x)dx = 6$ thì $\int_{-1}^4 f(x)dx$ bằng

- A.** 4. **B.** -12. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^4 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx = -2 + 6 = 4.$$

- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A.** $x + y = 0$. **B.** $z = 0$. **C.** $x - y = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt phẳng (Oxy) nhận $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm VTPT và qua $O(0; 0; 0)$ nên có phương trình là $z = 0$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A.** $1 + 2i$. **B.** $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$. **C.** $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$. **D.** $\frac{1}{2} - i$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1-2i}{1-i} = \frac{(1-2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{3-i}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$$

Câu 12. Thể tích V của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x - 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$ quay quanh Ox được tính bằng công thức nào dưới đây?

- A.** $V = \pi \int_0^4 (x^2 - 1) dx$. **B.** $V = \int_0^4 (x-1)^2 dx$. **C.** $V = \pi \int_0^4 (x-1)^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_0^4 |x^2 - 1| dx$.

Lời giải

Chọn C

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^4 (x-1)^2 dx$$

Câu 13. Cho hai số phức $z = -2 - 5i$ và $w = 4 - 3i$. Số phức $z + w$ bằng

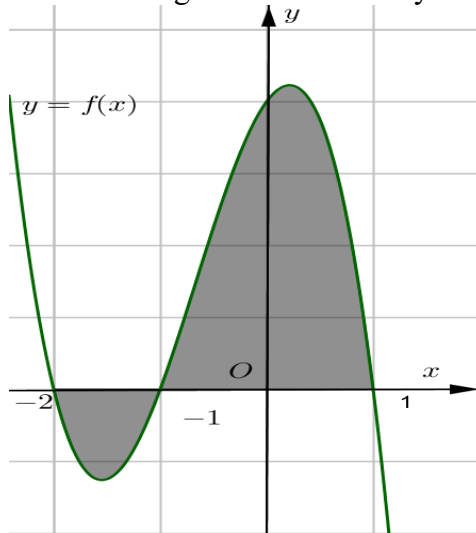
- A.** $-6 - 8i$. **B.** $2 - 8i$. **C.** $-6 - 2i$. **D.** $2 - 2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z + w = -2 - 5i + 4 - 3i = 2 - 8i$.

Câu 14. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 1$ (phần tô đậm trong hình bên) được tính bởi công thức nào dưới đây?



- A.** $S = -\int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx$. **B.** $S = -\int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx$. **D.** $S = \int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \left| \int_{-2}^{-1} f(x) dx \right| + \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right| = -\int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ véc tơ $\vec{u}$ là

A. $(2; 3; 0)$.

B. $(2; -3; 0)$.

C. $(2; 3; 1)$.

D. $(2; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u}(x; y; z)$.Do đó $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Leftrightarrow \vec{u}(2; -3; 1)$.

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ là

A. $\bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

B. $\bar{z} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. $\bar{z} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải

Chọn D

ADCT, ta có số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ là $\bar{z} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

A. 18.

B. 3.

C. 9.

D. 81.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$ có bán kính $R = 3$.

Câu 18. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ và hai đường thẳng $x = -\pi$, $x = \pi$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \left| \int_{-\pi}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx \right|$.

B. $S = \int_{-\pi}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx$.

C. $S = \int_{-\pi}^{\pi} (|\sin x| - |\cos x|) dx$.

D. $S = \int_{-\pi}^{\pi} |\sin x - \cos x| dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ và hai đường thẳng $x = -\pi$, $x = \pi$ được xác định:

$$S = \int_{-\pi}^{\pi} |\sin x - \cos x| dx.$$

Câu 19. Phần thực của số phức $-6 + 2i$ bằng

A. -2.

B. -6.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Phần thực của số phức bằng -6.

Câu 20. Số phức nào dưới đây là một căn bậc hai của -49 ?

A. $-7 + i$.

B. -7.

C. $7i$.

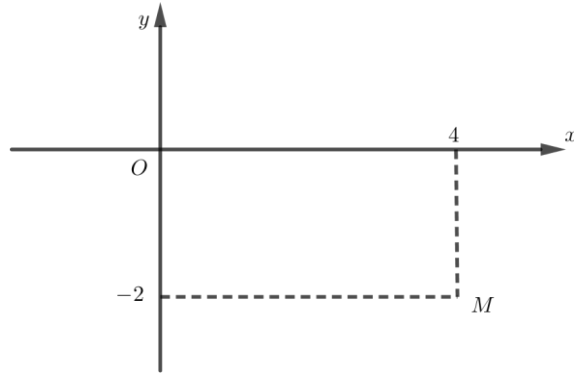
D. $7 - i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-49 = 49i^2 = (\pm 7i)^2$. Do đó -49 có các căn bậc hai là $\pm 7i$. Vậy chọn đáp án C.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M ở hình bên là điểm biểu diễn của số phức z . Mô đun của z bằng



A. $2\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có tọa độ của điểm $M(4; -2) \Rightarrow |z| = OM = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(0; 2; -3)$?

A. $(\alpha_1): 2y - 3z + 9 = 0$.

B. $(\alpha_2): 2x - 3y - z + 3 = 0$.

C. $(\alpha_3): 2y - 3z = 0$.

D. $(\alpha_4): 2x - 3y - z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A có $2 \cdot 2 - 3 \cdot (-3) + 9 = 22$, vậy $A \notin (\alpha_1)$.

Xét đáp án B có $2 \cdot 0 - 3 \cdot 2 - (-3) + 3 = 0$, vậy $A \in (\alpha_2)$.

Xét đáp án C có $2 \cdot 2 - 3 \cdot (-3) = 13$, vậy $A \notin (\alpha_3)$.

Xét đáp án D có $2 \cdot 0 - 3 \cdot 2 - (-3) - 3 = -6$, vậy $A \notin (\alpha_4)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{-4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc Δ ?

A. $M(-3; 2; 0)$.

B. $N\left(-4; \frac{9}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $Q(1; 1; 2)$.

D. $P\left(3; \frac{1}{2}; -3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Xét đáp án A có $\frac{-3+3}{-4} = \frac{2-2}{1} = \frac{0}{2}$, vậy $M \in \Delta$.

Xét đáp án B có $\frac{-4+3}{-4} = \frac{\frac{9}{4}-2}{1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$, vậy $N \in \Delta$.

Xét đáp án C có $\frac{1+3}{-4} = \frac{1-2}{1} \neq \frac{2}{2}$, vậy $Q \notin \Delta$.

Xét đáp án D có $\frac{3+3}{-4} = \frac{\frac{1}{2}-2}{1} = \frac{-3}{2}$, vậy $P \in \Delta$.

Câu 24. Tính $\int_0^e x^2 dx$.

A. $I = 2e$.

B. $I = \frac{e^3 - 1}{3}$.

C. $I = \frac{e^3}{3}$.

D. $I = e^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $I = \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^e = \frac{e^3}{3} - 0 = \frac{e^3}{3}$.

Câu 25. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 3x^2 - 6x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 0$ bằng

A. 4π .

B. 20 .

C. 20π .

D. 4 .

Lời giải

Chọn B

Diện tích của hình phẳng cần tính là $S = \int_{-2}^0 |3x^2 - 6x| dx$

Xét pt: $3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (-2; 0) \\ x = 2 \notin (-2; 0) \end{cases}$

$S = \int_{-2}^0 |3x^2 - 6x| dx = \left| \int_{-2}^0 (3x^2 - 6x) dx \right| = \left| (x^3 - 3x^2) \Big|_{-2}^0 \right| = 20$.

Câu 26. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cos x dx$.

A. $I = \pi - 2$.

B. $I = 2 - \pi$.

C. $I = \pi - 1$.

D. $I = 1 - \pi$.

Lời giải

Chọn A

Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cos x dx$

Đặt $\begin{cases} u = 2x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = \sin x \end{cases}$

$I = 2x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx = 2x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(0; 2; -1)$ và đi qua điểm $M(3; 5; 2)$ có phương trình là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 59$.

B. $(x-3)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 27$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 27$.

D. $(x+3)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 59$.

Lời giải

Chọn C

$IM = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27}$

Mặt cầu có tâm $I(0; 2; -1)$ và đi qua điểm $M(3; 5; 2)$ có bán kính $IM = \sqrt{27}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 27$.

Câu 28. Số phức nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $2z^2 - 3z + 5 = 0$?

A. $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

B. $-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

C. $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{31}}{4}i$.

D. $-\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{31}}{4}i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\Delta = (-3)^2 - 4.2.5 = -31 < 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phức: $z = \frac{3 \pm i\sqrt{31}}{4} = \frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{31}}{4}i$.

Vậy chọn C.

- Câu 29.** Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ quay quanh trục Ox bằng
- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\ln 3$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\pi \ln 3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tròn xoay đã cho là:

$$V = \pi \int_1^3 \frac{1}{x^2} dx = \pi \cdot \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^3 = \pi \left(-\frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{2\pi}{3}.$$

- Câu 30.** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Số phức liên hợp của số phức $w = iz_0$ là
- A. $-\sqrt{2} + i$. B. $-1 + \sqrt{2}i$. C. $-1 - \sqrt{2}i$. D. $-\sqrt{2} - i$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases} \Rightarrow z_0 = -1 + \sqrt{2}i$$

$$\Rightarrow w = iz_0 = -\sqrt{2} - i \Rightarrow \bar{w} = -\sqrt{2} + i.$$

- Câu 31.** Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)z = 4 - 2i$
- A. $-\frac{14}{13}$. B. $\frac{14}{13}$. C. $\frac{7}{10}$. D. -4 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (3 + 2i)z = 4 - 2i \Leftrightarrow z = \frac{4 - 2i}{3 + 2i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(4 - 2i) \cdot (3 - 2i)}{(3 + 2i) \cdot (3 - 2i)}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{8 - 14i}{13}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{8}{13} - \frac{14}{13}i.$$

$$\text{Vậy phần ảo của số phức } z \text{ là } b = -\frac{14}{13}.$$

- Câu 32.** Tìm các số thực x và y sao cho $2x - yi = 4 + 7i$ với i là đơn vị ảo.
- A. $x = 4$ và $y = -7$. B. $x = 4$ và $y = 7$. C. $x = 2$ và $y = 7$. D. $x = 2$ và $y = -7$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 2x - yi = 4 + 7i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ -y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -7 \end{cases}.$$

- Câu 33.** Cho số phức $z = (1 + i)^2 + 2 - i$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng
- A. 2. B. $2 - i$. C. 3. D. $2 + i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = (1 + i)^2 + 2 - i = (1 + 2i + i^2) + 2 - i = 2 + i.$$

Suy ra z có phần thực $a = 2$, phần ảo $b = 1$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của z bằng 3.

- Câu 34.** Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn của số phức $(3 - 2i)z$ trên mặt phẳng phức có tọa độ là
- A. $(3; 0)$. B. $(4; 0)$. C. $(7; 4)$. D. $(3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(3-2i)z = (3-2i)(1+2i) = 7+4i$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(-1;2;4)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z-3=0$ bằng

- A.** $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d(M;(\alpha)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 4 - 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = \frac{5}{3}$

Câu 36. Biết phương trình $z^2 + mz + n = 0$ ($m, n \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $z_1 = 2 - i$ và nghiệm còn lại là z_2 . Mô đun của số phức $m + nz_1$ bằng

- A.** $\sqrt{41}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** 1. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có một nghiệm là $z_1 = 2 - i$ nên sẽ có nghiệm $z_2 = 2 + i$

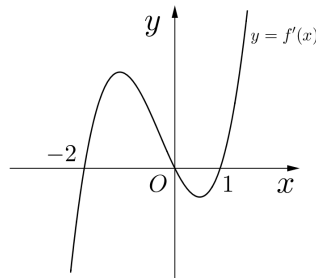
Áp dụng định lý Viet ta có:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 4 = -m \\ z_1 \cdot z_2 = n = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 5 \end{cases}.$$

Khi đó $m + nz_1 = -4 + 5(2 - i) = 6 - 5i$.

$$|6 - 5i| = \sqrt{61}.$$

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = -3$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Biết rằng diện tích của hai hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ và $[0;1]$ lần lượt bằng $\frac{8}{3}$ và $\frac{5}{12}$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(1)$ bằng



- A.** $-\frac{35}{12}$. **B.** $-\frac{109}{12}$. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có $\frac{8}{3} = \int_{-2}^0 f'(x)dx = f(x)|_{-2}^0 = f(0) - f(-2)$ suy ra $f(-2) = f(0) - \frac{8}{3}$

Ta cũng có $\frac{5}{12} = -\int_0^1 f'(x)dx = -f(x)|_0^1 = -f(1) + f(0)$ suy ra $f(1) = f(0) - \frac{5}{12}$

Vậy $f(-2) + f(1) = 2f(0) - \frac{8}{3} - \frac{5}{12} = -\frac{109}{12}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 + 3t' \\ y = 4 - t' \\ z = -3 + 2t' \end{cases}$. Khẳng định nào

dưới đây đúng?

A. d và d' cắt nhau.

C. d và d' trùng nhau.

B. d và d' song song với nhau.

D. d và d' chéo nhau.

Lời giải

Chọn D

d có VTCP $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(-2; 0; 1)$.

d' có VTCP $\vec{u}_{d'} = (3; -1; 2)$ và đi qua điểm $B(2; 4; -3)$.

Từ đó ta có $\vec{AB} = (4; 4; -4)$ và $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (5; 5; -5) \neq \vec{0}$.

Lại có $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \vec{AB} = 60 \neq 0$. Suy ra d và d' chéo nhau.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\ln 2} e^x f(4e^x - 4) dx$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 4.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $4e^x - 4 = t \Rightarrow 4e^x dx = dt \Rightarrow e^x dx = \frac{dt}{4}$.

Đổi cận:

$x = 0 \Rightarrow t = 0$

$x = \ln 2 \Rightarrow t = 4$

Ta có: $\int_0^{\ln 2} e^x f(4e^x - 4) dx = \int_0^4 f(t) \frac{dt}{4} = \frac{1}{4} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{4} \left[\int_0^1 (2t - 1) dt + \int_1^4 \frac{dt}{\sqrt{t}} \right] = \frac{1}{2}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 2)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(2; -4; 4)$. Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{AB} = (-1; 2; -1)$, $\vec{AC} = (2; -4; 2)$.

Ta thấy: $\vec{AC} = -2 \cdot \vec{AB} \Rightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$ là hai vectơ cùng phương và chung điểm A nên ba điểm A, B, C thẳng hàng. Do đó không tồn tại điểm D để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 16$ và ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(0; -3; -2)$, $C(-4; 1; -2)$. Xét khối nón (N) có đỉnh I nằm trên (S) , đường tròn đáy là giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S) . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì đường thẳng IA có phương trình dạng $\frac{x}{1} = \frac{y - 1}{a} = \frac{z - 2}{b}$. Giá trị của $a + b$ bằng

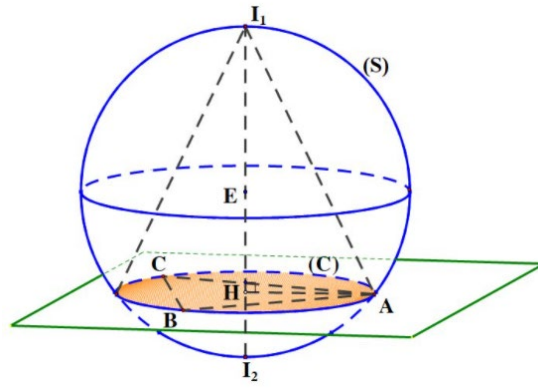
A. $-2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $-\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải



Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $E(0;1;-2)$.

Ta thấy ba điểm A, B, C thuộc mặt cầu (S) .

$$\overrightarrow{AB} = (0; -4; -4); \quad \overrightarrow{AC} = (-4; 0; -4).$$

Mặt phẳng (ABC) qua A và nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (16; 16; -16)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $x + y - z + 1 = 0$.

Gọi (d) là đường thẳng qua E và vuông góc với mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow (d): \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$.

(N) có thể tích lớn nhất $\Rightarrow I$ là giao điểm của (d) và mặt cầu (S) .

$$I \in (d) \Rightarrow I(t; 1+t; -2-t).$$

$$I \in (S) \Rightarrow t^2 + t^2 + t^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow I\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}; 1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}; -2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) \\ t = -\frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3}; 1 - \frac{4\sqrt{3}}{3}; -2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) \end{cases}$$

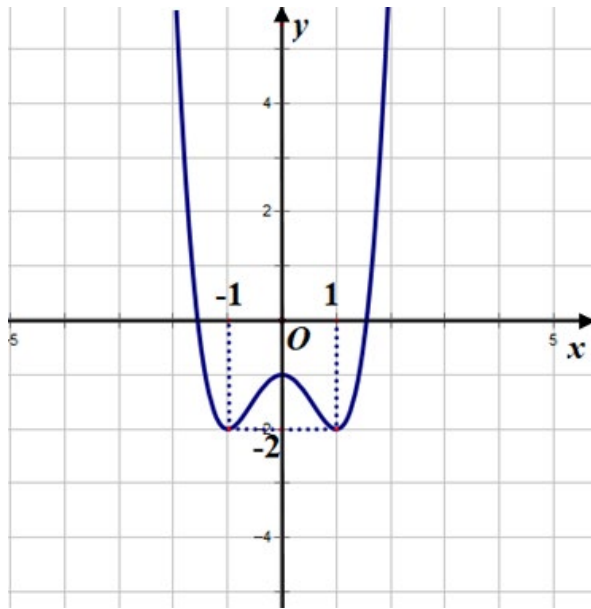
$$\text{Vì } d(I; (ABC)) \text{ lớn nhất} \Rightarrow I\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}; 1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}; -2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right).$$

$$\overrightarrow{IA} = \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; -4 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{3}(1; 1; -1 - \sqrt{3}).$$

$$\text{Suy ra } a = 1; b = -1 - \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } a + b = -\sqrt{3}.$$

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình cong trong hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$ bằng



A. $\frac{44}{15}$.

B. $\frac{47}{15}$.

C. $\frac{46}{15}$.

D. $\frac{43}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số qua $(0; -1) \Rightarrow c = -1$.

Đồ thị hàm số qua $(1; -2) \Rightarrow a + b = -1 \quad (1)$.

Hàm đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ a > 0 \end{cases} \quad (2)$.

Giải hệ (1) và (2) ta được $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$.

Do đó $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm $S = \int_{-1}^1 |x^4 - 2x^2 - 1| dx = \frac{44}{15}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 7 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Bán kính của (C) bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{7}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(-4; 0; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có: $d(I, (\alpha)) = \frac{|-4 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Vậy bán kính của đường tròn (C) là: $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (\alpha))} = \sqrt{9 - 2} = \sqrt{7}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(1) = 0$ và $f'(x) = \frac{\ln x}{x}$ với mọi $x > 0$. Tích phân $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$ bằng

A. $\frac{e^3 - 1}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{e^3 - 1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

Do $f(1) = 0 \Leftrightarrow C = 0$. Vậy $f(x) = \frac{\ln^2 x}{2}$.

$$\text{Xét } I = \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{2x} dx.$$

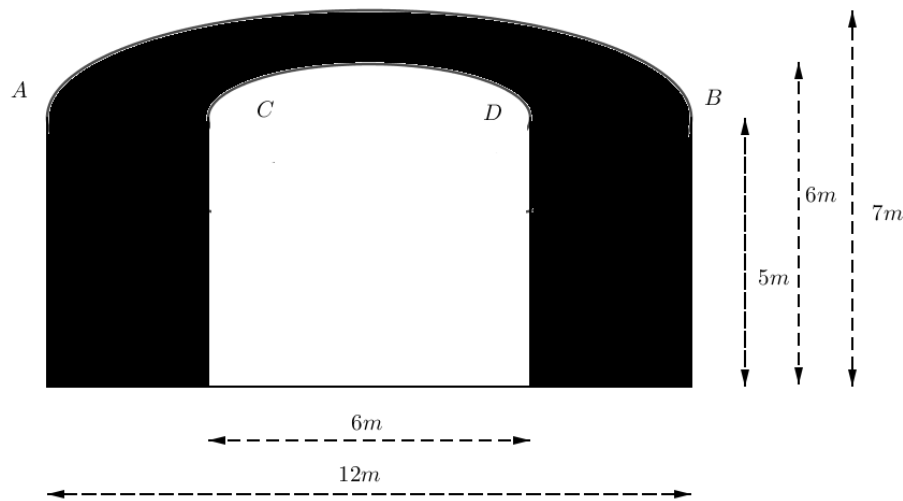
$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$$

Đổi cận:

x	1	e
t	0	1

$$\Rightarrow I = \int_0^1 \frac{1}{2} t^2 dt = \frac{1}{6} t^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{6}.$$

Câu 45. Bề mặt của một công trình kiến trúc được mô phỏng như hình bên dưới, trong đó hai cung AB và CD là hai nửa của hai elip (A, B là hai đỉnh của elip thứ nhất và C, D là hai đỉnh của elip thứ hai). Người ta muốn sơn lại bề mặt của công trình đó bằng màu sơn phù hợp hơn. Biết đơn giá để sơn hoàn thiện đã thỏa thuận với đơn vị thi công là 100.000 đồng m^2 . Hãy tính tổng số tiền phải trả để sơn hoàn thiện bề mặt của công trình (làm tròn đến hàng nghìn).

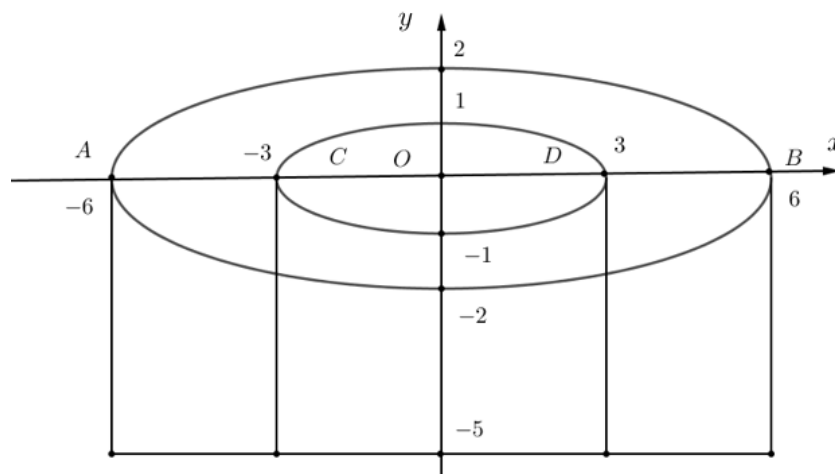


- A.** 4.414.000 đồng. **B.** 4.412.000 đồng. **C.** 3.707.000 đồng. **D.** 3.708.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Xét hệ trục tọa độ Oxy như sau



Elip lớn có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi phần elip lớn và trục hoành là $6 \cdot 2 \cdot \pi = 12\pi (m^2)$

$$\begin{cases} (a+1)^2 + (b+1)^2 = 4 & (1) \\ (ka+1)^2 + (kb+1)^2 = 4 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có $a^2 + b^2 + 2(a+b) = 2 \Rightarrow 2(a+b) = 2 - (a^2 + b^2)$

Thay vào (2) ta có

$$k^2(a^2 + b^2) + k[2 - (a^2 + b^2)] = 2 \Leftrightarrow k(k-1)(a^2 + b^2) = 2(1-k) \Rightarrow k = -\frac{2}{a^2 + b^2}.$$

$$\text{Khi đó } |z_1| + 2|z_2| = (|k| + 2)|z_2| = \left(2 + \frac{2}{a^2 + b^2}\right)\sqrt{a^2 + b^2} = 2\left(\sqrt{a^2 + b^2} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) \geq 4$$

$$\text{Vậy } |z_1| + 2|z_2| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } 4 \text{ khi } \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ a + b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = -\frac{3}{8} \\ k = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } k^2 ab = -\frac{3}{2}.$$

Câu 49. Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; -6)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $M(-1; 0; 0)$. **B.** $M(0; 1; -2)$. **C.** $M\left(0; \frac{3}{2}; -3\right)$. **D.** $M(0; -3; 6)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; 1; -2\right)$$

$$\text{Ta có } T = MA^2 + MB^2 + MC^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2$$

$$\Leftrightarrow T = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2$$

$$\Leftrightarrow T = 3\overrightarrow{MG}^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{GC}^2$$

$$\Leftrightarrow T = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \text{ (vì } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0})$$

Vì A, B, C, G cố định $\Rightarrow GA^2 + GB^2 + GC^2$ không đổi

$\Rightarrow T$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất, mà $M \in (Oyz)$ nên M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow G(0; 1; -2)$.

Vậy $G(0; 1; -2)$.

Câu 50. Nếu $\int_1^3 [4f(x) - 3] dx = -1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A.** 3. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } -1 = \int_1^3 [4f(x) - 3] dx = 4 \int_1^3 f(x) dx - 3 \int_1^3 dx$$

$$\Leftrightarrow -1 = 4 \int_1^3 f(x) dx - 6$$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = \frac{5}{4}.$$

--- HẾT ---

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 39 (100TN)

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a).$

D. $\int_a^b f(x) dx = -F(b) - F(a).$

Câu 2: Cho hai số thực x, y thỏa phương trình $x + 2i = 3 + 4iy$. Khi đó giá trị của x và y là

A. $x = 3, y = 2.$

B. $x = 3, y = \frac{1}{2}.$

C. $x = 3, y = -\frac{1}{2}.$

D. $x = 3i, y = \frac{1}{2}.$

Câu 3: Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thỏa $\int f(x) dx = \ln|x+3| + C$?

A. $f(x) = (x+3)\ln(x+3) - x.$

B. $f(x) = \frac{1}{x+3}.$

C. $f(x) = \frac{1}{x+2}.$

D. $f(x) = \ln(\ln(x+3)).$

Câu 4: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \int_a^b f(x) dx.$

D. $S = -\int_a^b f(x) dx.$

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $\sin x + 3x^2 + C.$

B. $-\sin x + 3x^2 + C.$

C. $\sin x + 6x^2 + C.$

D. $-\sin x + C.$

Câu 6: Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}.$

B. $\sqrt{2}.$

C. $-\sqrt{2}.$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}.$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng Oyz có phương trình là

A. $y + z = 0.$

B. $x = 0.$

C. $y = 0.$

D. $z = 0.$

Câu 8: Thể tích của khối tròn xoay do đồ thị giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quay quanh trục Ox được tính theo công thức:

A. $V = \pi \int_1^3 f(x) dx.$

B. $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx.$

C. $V = \int_1^3 f(x) dx.$

D. $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx.$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 (f(x) + 2x) dx = 5$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

A. -9 .

B. 9 .

C. 1 .

D. -1 .

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;-1;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2), B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;0;-1)$.

B. $(4;2;2)$.

C. $(2;1;1)$.

D. $(2;0;-2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

A. $\vec{u} = (2;3;1)$.

B. $\vec{u} = (2;-3;-1)$.

C. $\vec{u} = (2;3;-1)$.

D. $\vec{u} = (2;-1;3)$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = -x + 2$ là

A. $\frac{5}{6}$ (đvdt)

B. $\frac{1}{6}$ (đvdt)

C. $\frac{6}{5}$ (đvdt)

D. $\frac{1}{2}$ (đvdt)

Câu 14: Cho số phức $z = 3 + 4i$. Modul của số phức $(1+i)z$ bằng

A. 10 .

B. $\sqrt{10}$.

C. $5\sqrt{2}$.

D. 50 .

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

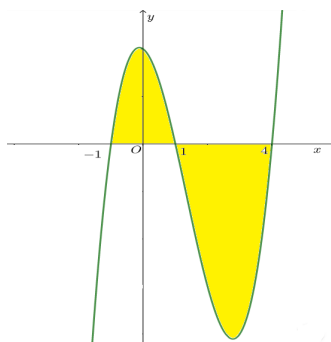
A. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.

C. $2x - y - 3z + 11 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 4$ (như hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx.$

D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx.$

Câu 17: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Số phức $w = iz + \bar{z}$ là

A. $w = -3 - 3i.$

B. $w = -7 - 7i.$

C. $w = 7 - 3i.$

D. $w = 3 + 7i.$

Câu 18: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$?

A. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C.$

B. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C.$

B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Câu 19: Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$

A. $z = -\frac{2}{3} + 4i.$

B. $z = \frac{2}{3} + 4i.$

C. $z = -\frac{2}{3} - 4i.$

D. $z = \frac{2}{3} - 4i.$

Câu 20: Biết $\int_2^3 f(x)dx = 6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x)dx$ bằng

A. 36.

B. 3.

C. 12.

D. 8.

Câu 21: Tìm các giá trị thực của tham số m để số phức $z = m^3 + 3m^2 - 4 + (m-1)i$ là số thuần ảo.

A. $m = 0.$

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$

C. $m = 1.$

D. $m = -2.$

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $4 + 2i.$

B. $-4 - 2i.$

C. $4 - 2i.$

D. $-4 + 2i.$

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $3 - 2i$ có tọa độ là

A. $(2; 3).$

B. $(-2; 3).$

C. $(3; 2).$

D. $(3; -2).$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; -2; 1)$ thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(P_1): x + y + z = 0.$

B. $(P_2): x + y - z = 0.$

C. $(P_3): x - 2y + z = 0.$

D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0.$

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa điều kiện $|z - (3 + 2i)| = 2$ là

A. Đường tròn tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = \sqrt{2}.$

B. Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = \sqrt{2}.$

C. Đường tròn tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 2.$

D. Đường tròn tâm $I(-3; 2)$, bán kính $R = 2.$

Câu 26: Biết $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -5 .

B. 5 .

C. -1 .

D. 1 .

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 8 .

B. 32 .

C. 16 .

D. 4 .

Câu 28: Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

A. -3 .

B. 7 .

C. 3 .

D. -7 .

Câu 29: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(0;1;0)$.

B. $(2;1;0)$.

C. $(0;0;-1)$.

D. $(2;0;0)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+x+6=0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 6 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 1 .

Câu 31: Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A. $3+4i$.

B. $-4+3i$.

C. $-3-4i$.

D. $-3+4i$.

Câu 32: Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là

A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 33: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$: $y = f_1(x), y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính bởi công thức:

A. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \right|$.

D. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1;3;-1)$.

B. $\vec{n}_2 = (2;3;-1)$.

C. $\vec{n}_3 = (1;2;-1)$.

D. $\vec{n}_4 = (1;2;3)$.

Câu 35: $\int x^5 dx$ bằng

A. $5x^4 + C$.

B. $\frac{1}{6}x^6 + C$.

C. $x^6 + C$.

D. $6x^6 + C$.

Câu 36: Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $-i\sqrt{3}$ và $i\sqrt{3}$ làm nghiệm?

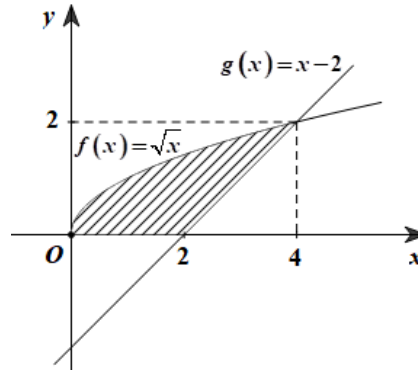
A. $z^2 + 9 = 0$.

B. $z^2 + \sqrt{3} = 0$.

C. $z^2 + 5 = 0$.

D. $z^2 + 3 = 0$.

Câu 37: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x) = \sqrt{x}$, $y = g(x) = x - 2$ và trục hoành (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.



A. $V = \frac{8\pi}{3}$.

B. $V = \frac{16\pi}{3}$.

C. $V = 8\pi$.

D. $V = 10\pi$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$. Tính thể tích V của vật thể.

A. $V = 18\pi$.

B. $V = 171$.

C. $V = 171\pi$.

D. $V = 18$.

Câu 39: Tính $I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2 + 2} dx$.

A. $I = -3$.

B. $I = 1$.

C. $I = 0$.

D. $I = 3$.

Câu 40: Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = 3c$.

B. $a - b = -3c$.

C. $a - b = -c$.

D. $a + b = c$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;3;-1)$ và $B(1;-1;1)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 - 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$. Mặt

phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x + y - 2z + 6 = 0$.

B. $x + y - 2z - 6 = 0$.

C. $x + 2y - 3z + 9 = 0$.

D. $x + 2y - 3z - 9 = 0$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x=1+kt \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$.
 Tìm giá trị của k để d_1 cắt d_2 .

- A. $k=0$. B. $k=1$. C. $k=-1$. D. $k=-\frac{1}{2}$.

Câu 44: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2+6z+5=0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức z_1+3z_2 lần lượt là

- A. 6;1. B. -6;1. C. -6;-1. D. -1;-6.

Câu 45: Cho số phức z thỏa $3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Môđun của z bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(0;-3;-5)$. B. $N(0;3;-5)$. C. $Q(0;5;-3)$. D. $P(-3;0;-3)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng P , đồng

thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$. B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC nhỏ nhất.

- A. $C(1;1;1)$. B. $C(-3;-1;3)$. C. $C(-5;-2;4)$. D. $C(-1;0;2)$.

Câu 49: Cho $z_1=2m+(m-2)i$ và $z_2=3-4mi$, với m là số thực. Biết z_1, z_2 là số thuần ảo. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \in [0;2)$. B. $m \in [2;5]$. C. $m \in (-3;0)$. D. $m \in (-5;-2)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Mặt phẳng vuông góc với đoạn

AB tại H thỏa mãn $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$

bằng

A. $-15.$

B. $-21.$

C. $-12.$

D. $-18.$

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a).$

D. $\int_a^b f(x) dx = -F(b) - F(a).$

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Câu 2: Cho hai số thực x, y thỏa phương trình $x + 2i = 3 + 4iy$. Khi đó giá trị của x và y là

A. $x = 3, y = 2.$ **B.** $x = 3, y = \frac{1}{2}.$

C. $x = 3, y = -\frac{1}{2}.$ **D.** $x = 3i, y = \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn B

$$x + 2i = 3 + 4iy \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Câu 3: Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thỏa $\int f(x) dx = \ln|x+3| + C$?

A. $f(x) = (x+3)\ln(x+3) - x.$

B. $f(x) = \frac{1}{x+3}.$

C. $f(x) = \frac{1}{x+2}.$ **D.** $f(x) = \ln(\ln(x+3)).$

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x) dx = \int \frac{1}{x+3} dx = \ln|x+3| + C.$$

Câu 4: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$ **B.** $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \int_a^b f(x) dx.$ **D.** $S = -\int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Vì hàm số $y = f(x)$ không âm trên $[a; b]$ nên $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^b f(x) dx.$

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $\sin x + 3x^2 + C.$ **B.** $-\sin x + 3x^2 + C.$ **C.** $\sin x + 6x^2 + C.$ **D.** $-\sin x + C.$

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A có $(\sin x + 3x^2 + C)' = \cos x + 6x.$

Xét đáp án B có $(-\sin x + 3x^2 + C)' = -\cos x + 6x.$ nên loại đáp án **B.**

Xét đáp án C có $(\sin x + 6x^2 + C)' = \cos x + 12x.$ nên loại đáp án **C.**

Xét đáp án D có $(-\sin x + C)' = -\cos x.$ nên loại **D.**

Vậy ta chọn đáp án **A.**

Câu 6: Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}.$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}.$ **B.** $\sqrt{2}.$ **C.** $-\sqrt{2}.$ **D.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = 1 - \sqrt{2}i$ nên: $|z| = \sqrt{3}.$

và $\bar{z} = 1 + \sqrt{2}i.$

Do đó: $\bar{z} \cdot z = |z|^2 = 3.$

Ta có $P = \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i.$

Vậy số phức $P = \frac{1}{z}$ có phần ảo là: $\frac{\sqrt{2}}{3}.$

Ta chọn đáp án **A.**

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng Oyz có phương trình là

- A.** $y + z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng Oyz là: $\vec{n}(1; 0; 0)$.

Mặt phẳng Oyz đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x - 0) + 0(y - 0) + 0(z - 0) = 0$ hay $x = 0$.

Ta chọn đáp án **B**.

Câu 8: Thể tích của khối tròn xoay do đồ thị giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quay quanh trục Ox được tính theo công thức:

- A.** $V = \pi \int_1^3 f(x) dx$. **B.** $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$. **C.** $V = \int_1^3 f(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 (f(x) + 2x) dx = 5$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

- A.** -9 . **B.** 9 . **C.** 1 . **D.** -1 .

Lời giải

Chọn C

Theo đề: $5 = \int_0^2 (f(x) + 2x) dx = \int_0^2 f(x) dx + 2 \int_0^2 x dx = \int_0^2 f(x) dx + 4$.

Suy ra $\int_0^2 f(x) dx = 1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2), B(3; 1; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A.** $(1; 0; -1)$. **B.** $(4; 2; 2)$. **C.** $(2; 1; 1)$. **D.** $(2; 0; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là $(2;1;1)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

- A. $\vec{u} = (2;3;1)$. B. $\vec{u} = (2;-3;-1)$. C. $\vec{u} = (2;3;-1)$. D. $\vec{u} = (2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của vector $\vec{u}$ là $\vec{u} = (2;-3;-1)$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = -x + 2$ là

- A. $\frac{5}{6}$ (đvdt) B. $\frac{1}{6}$ (đvdt) C. $\frac{6}{5}$ (đvdt) D. $\frac{1}{2}$ (đvdt)

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số đã cho là

$$-x + 2 = 2x - x^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = -x + 2$ là

$$S = \int_{-2}^{-1} |x^2 + 3x + 2| dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 14: Cho số phức $z = 3 + 4i$. Modul của số phức $(1+i)z$ bằng

- A. 10. B. $\sqrt{10}$. C. $5\sqrt{2}$. D. 50.

Lời giải

Chọn C

$$(1+i)z = (1+i)(3+4i) = -1 + 7i.$$

$$|(1+i)z| = |-1 + 7i| = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}.$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

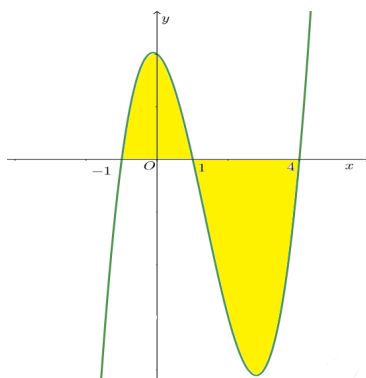
- A. $2x - y + 3z - 11 = 0$. B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.
C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn A

mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là $2(x-2) - (y+1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 4$ (như hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm được tính theo công thức $S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx.$

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy $|f(x)| = \begin{cases} f(x) & (-1 < x < 1) \\ -f(x) & (1 < x < 4) \end{cases}$

Vậy $S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

Câu 17: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Số phức $w = iz + \bar{z}$ là

A. $w = -3 - 3i.$

B. $w = -7 - 7i.$

C. $w = 7 - 3i.$

D. $w = 3 + 7i.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + 2 - 5i = -3 - 3i.$

Câu 18: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$?

A. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C.$

B. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C.$

B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 19: Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$

- A.** $z = -\frac{2}{3} + 4i$. **B.** $z = \frac{2}{3} + 4i$. **C.** $z = -\frac{2}{3} - 4i$. **D.** $z = \frac{2}{3} - 4i$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Khi đó

$$z + 2\bar{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3a - bi = 2 - 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow z = \frac{2}{3} + 4i.$$

Câu 20: Biết $\int_2^3 f(x) dx = 6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x) dx$ bằng

- A.** 36. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_2^3 2f(x) dx = 2 \int_2^3 f(x) dx = 2 \cdot 6 = 12.$$

Câu 21: Tìm các giá trị thực của tham số m để số phức $z = m^3 + 3m^2 - 4 + (m-1)i$ là số thuần ảo.

- A.** $m = 0$. **B.** $\begin{bmatrix} m = 1 \\ m = -2 \end{bmatrix}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

$$z = m^3 + 3m^2 - 4 + (m-1)i \text{ là số thuần ảo khi: } m^3 + 3m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = 1 \\ m = -2 \end{bmatrix}.$$

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A.** $4 + 2i$. **B.** $-4 - 2i$. **C.** $4 - 2i$. **D.** $-4 + 2i$.

Lời giải

Chọn C

$$z_1 + z_2 = (1 - 3i) + (3 + i) = 4 - 2i.$$

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $3 - 2i$ có tọa độ là

- A.** $(2; 3)$. **B.** $(-2; 3)$. **C.** $(3; 2)$. **D.** $(3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

$z = 3 - 2i$ có điểm biểu diễn là $M(3; -2)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(1; -2; 1)$ thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(P_1): x + y + z = 0$. **B.** $(P_2): x + y - z = 0$.

C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. **D.** $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì: $1 - 2 + 1 = 0$. Nên $M \in (P_1)$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa điều kiện $|z - (3 + 2i)| = 2$ là

A. Đường tròn tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = \sqrt{2}$. **B.** Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 2$. **D.** Đường tròn tâm $I(-3; 2)$, bán kính $R = 2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi, x, y \in R$ có điểm biểu diễn là $M(x; y)$.

$$|z - (3 + 2i)| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - (3 + 2i)| = 2 \Leftrightarrow |x - 3 + (y - 2)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

Do đó điểm $M(x; y)$ chạy trên đường tròn tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 2$.

Câu 26: Biết $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -5 .

B. 5 .

C. -1 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx - \int_0^1 g(x)dx = -2 - 3 = -5$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 16$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 8 .

B. 32 .

C. 16 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn D

$$R^2 = 16 \Leftrightarrow R = 4.$$

Câu 28: Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng

A. -3 .

B. 7 .

C. 3 .

D. -7 .

Lời giải

Chọn B

Câu 29: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(0;1;0)$.

B. $(2;1;0)$.

C. $(0;0;-1)$.

D. $(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz là $(0;0;-1)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + x + 6 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 6 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) :

$$d(O; (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 0 + 6|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{6}{3} = 2.$$

Câu 31: Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là

A. $3 + 4i$.

B. $-4 + 3i$.

C. $-3 - 4i$.

D. $-3 + 4i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của $3 - 4i$ là: $3 + 4i$.

Câu 32: Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là

A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} \\ z = \frac{1-i\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

Nghiệm phức có phần ảo dương là $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 33: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$: $y = f_1(x), y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính bởi công thức:

A. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx.$

C. $S = \left| \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \right|.$

D. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

Lời giải

Chọn D

Theo công thức ta có $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1).$

B. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1).$

C. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1).$

D. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3).$

Lời giải

Chọn D

Từ phương trình tổng quát của (P) ta có vector pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$

Câu 35: $\int x^5 dx$ bằng

A. $5x^4 + C.$

B. $\frac{1}{6}x^6 + C.$

C. $x^6 + C.$

D. $6x^6 + C.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int x^5 dx = \frac{1}{5+1} x^{5+1} + C = \frac{1}{6} x^6 + C.$

Câu 36: Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $-i\sqrt{3}$ và $i\sqrt{3}$ làm nghiệm?

A. $z^2 + 9 = 0.$

B. $z^2 + \sqrt{3} = 0.$

C. $z^2 + 5 = 0.$

D. $z^2 + 3 = 0.$

Lời giải

Chọn D

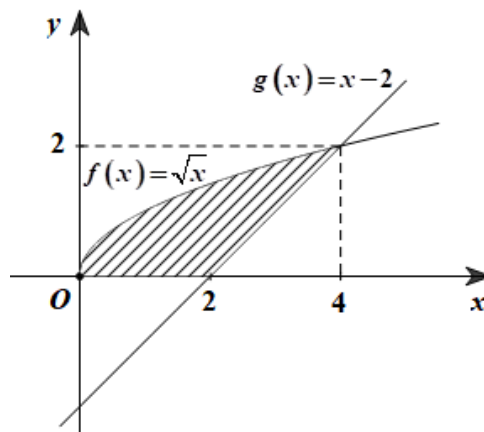
Xét đáp án A có $z^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3i \\ z = 3i \end{cases}$ nên loại.

Xét đáp án B có $z^2 + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i\sqrt[4]{3} \\ z = i\sqrt[4]{3} \end{cases}$ nên loại.

Xét đáp án C có $z^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i\sqrt{5} \\ z = i\sqrt{5} \end{cases}$ nên loại.

Xét đáp án D có $z^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i\sqrt{3} \\ z = i\sqrt{3} \end{cases}$ nên chọn.

Câu 37: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x) = \sqrt{x}$, $y = g(x) = x - 2$ và trục hoành (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.



A. $V = \frac{8\pi}{3}$.

B. $V = \frac{16\pi}{3}$.

C. $V = 8\pi$.

D. $V = 10\pi$.

Lời giải

Chọn B

Gọi V' là thể tích khối nón có bán kính $r = 2$ và chiều cao $h = 2$.

Ta có: $V' = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{8\pi}{3}$.

Vậy $V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx - V' = \pi \int_0^4 x dx - \frac{8\pi}{3} = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 - \frac{8\pi}{3} = 8\pi - \frac{8\pi}{3} = \frac{16\pi}{3}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$. Tính thể tích V của vật thể.

A. $V = 18\pi$.

B. $V = 171$.

C. $V = 171\pi$.

D. $V = 18$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình vuông tại điểm có hoành độ x là $S(x) = (\sqrt{9-x^2})^2 = 9-x^2$.

$$\text{Vậy } V = \int_0^3 (9-x^2) dx = \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 18.$$

Câu 39: Tính $I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2+2} dx$.

A. $I = -3$.

B. $I = 1$.

C. $I = 0$.

D. $I = 3$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Nhận xét $f(x) = \frac{x^3}{x^2+2}$ là hàm số lẻ nên $I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2+2} dx = 0$.

$$\text{Cách 2: } I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2+2} dx = \int_{-1}^1 \left(x - \frac{2x}{x^2+2} \right) dx = \int_{-1}^1 x dx - \int_{-1}^1 \frac{d(x^2+2)}{x^2+2} = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 - \ln(x^2+2) \Big|_{-1}^1 = 0.$$

Câu 40: Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=3c$.

B. $a-b=-3c$.

C. $a-b=-c$.

D. $a+b=c$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+9} \Rightarrow x = t^2 - 9 \Rightarrow dx = 2t dt$$

$$\text{Đổi cận: với } x=16 \Rightarrow t=5; x=55 \Rightarrow t=8$$

$$\text{Khi đó } \int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = \int_5^8 \frac{2t dt}{(t^2-9)t} = \int_5^8 \frac{2 dt}{t^2-9} = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{t-3}{t+3} \right| \Big|_5^8 = \frac{1}{3} \ln \frac{20}{11} = \frac{2}{3} \ln 2 + \frac{1}{3} \ln 5 - \frac{1}{3} \ln 11.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}, c = -\frac{1}{3} \Rightarrow a-b=-c.$$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;3;-1)$ và $B(1;-1;1)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-4t \\ z=2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2 \\ y=2-4t \\ z=1+2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+4t \\ z=2-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -4; 2)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua điểm $A(1;3;-1)$ và $B(1;-1;1)$

Gọi I là trung điểm của đoạn AB , ta có $I(1;1;0) \in AB$.

Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$. Mặt

phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x + y - 2z + 6 = 0$. **B.** $x + y - 2z - 6 = 0$. **C.** $x + 2y - 3z + 9 = 0$. **D.** $x + 2y - 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-3)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với d nên nhận $\vec{u} = (1;2;-3)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

$$1(x-1) + 2(y-1) - 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z - 9 = 0.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + kt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Tìm giá trị của k để d_1 cắt d_2 .

A. $k = 0$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = -1$. **D.** $k = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + s \\ y = 2 - 2s \\ z = 3 + s \end{cases}$$

Để d_1 cắt d_2 thì hệ sau có nghiệm duy nhất:
$$\begin{cases} 1 + kt = 1 + s \\ t = 2 - 2s \\ -1 + 2t = 3 + s \end{cases}.$$

Giải hệ ta có $k = 0$.

Câu 44: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. $6;1$. **B.** $-6;1$. **C.** $-6;-1$. **D.** $-1;-6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } 2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}.$$

Do z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ và $z_2 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$, vậy $z_1 + 3z_2 = -6 + i$.

Câu 45: Cho số phức z thỏa $3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. 5.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó

$$3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i \Leftrightarrow 3(a - bi + i) - (2 - i)(a + bi) = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow 3a - 3bi + 3i - 2a - 2bi + ai - b = 3 + 10i.$$

$$\Leftrightarrow (a - b) + (a - 5b + 3)i = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a - 5b + 3 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a - 5b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Số phức cần tìm là $z = 2 - i$ nên có môđun là $|z| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0; -3; -5)$.

B. $N(0; 3; -5)$.

C. $Q(0; 5; -3)$.

D. $P(-3; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d thuộc đường sinh của mặt trụ tròn xoay, có tâm nằm trên trục Oz và có bán kính $r = 3$.

Lại có $A(0; 4; -3) \in (Oyz)$ và gọi H là hình chiếu của A lên d thì $d(A, d) = AH$.

Khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất khi AH nhỏ nhất khi d đi qua điểm $E(0; 3; 0)$.

Suy ra phương trình tham số của d : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Chọn $t = -5$ thì ta có $N(0; 3; -5) \in d$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}, d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}. \text{ Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng } P, \text{ đồng}$$

thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

$$\text{Do } d \perp (P) \text{ nên } \vec{u}_d = \vec{n}_P = (2; 2; -1).$$

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với hai đường thẳng d_1 và d_2 .

$$\text{Do } A \in d_1, B \in d_2 \text{ nên giả sử } A(1+2a; a; -1-2a), B(2+b; 2b; -1-b).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} = (1+b-2a; 2b-a; 2a-b).$$

$$\begin{aligned} \text{Do } \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương với } \vec{u}_d \text{ nên ta có: } \frac{1+b-2a}{2} = \frac{2b-a}{2} = \frac{2a-b}{-1} &\Leftrightarrow \begin{cases} 1+b-2a = 2b-a \\ 2b-a = -4a+2b \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 0; -1), B(3; 2; -2). \end{aligned}$$

Đường thẳng d đi qua điểm $B(3; 2; -2)$, nhận $\vec{u}_d = (2; 2; -1)$ làm một vector chỉ phương có phương trình là $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và hai điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(0; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC nhỏ nhất.

A. $C(1; 1; 1)$. **B.** $C(-3; -1; 3)$. **C.** $C(-5; -2; 4)$. **D.** $C(-1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Do } C \in d \text{ nên giả sử } C(-1-2t; -t; 2+t).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -1; -2), \overrightarrow{AC} = (-2t; -t-3; 1+t); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3t-7; 3t-1; -3t-3)$$

Diện tích tam giác ABC là:

$$S = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{(-3t-7)^2 + (3t-1)^2 + (-3t-3)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{27(t+1)^2 + 32} \geq 2\sqrt{2}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow C(1;1;1)$.

Vậy $S_{\min} = 2\sqrt{2}$ khi $C(1;1;1)$.

Câu 49: Cho $z_1 = 2m + (m-2)i$ và $z_2 = 3 - 4mi$, với m là số thực. Biết $z_1 \cdot z_2$ là số thuần ảo. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in [0;2)$.

B. $m \in [2;5]$.

C. $m \in (-3;0)$.

D. $m \in (-5;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (2m + (m-2)i) \cdot (3 - 4mi) = 6m + 4m(m-2) + (3(m-2) - 8m^2)i$.

Khi đó $z_1 \cdot z_2$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow 6m + 4m(m-2) = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy $m \in \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Mặt phẳng vuông góc với đoạn

AB tại H thỏa mãn $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$ có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị $b + c + d$

bằng

A. -15.

B. -21.

C. -12.

D. -18.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4;4;2)$; $\overrightarrow{AH} = (x_H - 2; y_H - 1; z_H - 3)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H - 2 = \frac{8}{3} \\ y_H - 1 = \frac{8}{3} \\ z_H - 3 = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \frac{14}{3} \\ y_H = \frac{11}{3} \\ z_H = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (2;2;1)$ nên

$(P): 2\left(x - \frac{14}{3}\right) + 2\left(y - \frac{11}{3}\right) + 1\left(z - \frac{13}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 21 = 0$.

Suy ra $b = 2, c = 1, d = -21 \Rightarrow b + c + d = -18$.

----- HẾT -----