

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 16 (100TN)

**Câu 1:**  $\lim(-1)^n$  bằng

- A. 0.                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C. 1.                      D. Không tồn tại.

**Câu 2:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = \frac{2}{3}$ , tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng:

- A. 3.                      B. 4.                      C.  $+\infty$ .                      D. 2.

**Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$ , biết  $\lim(u_n) = -2$  và  $\lim(v_n) = 2$ , khi đó  $\lim(3v_n + u_n)$  bằng:

- A. 8.                      B. -12.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định bởi  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

- A. 1.                      B. Không tồn tại.                      C. 0.                      D. 4.

**Câu 5:** Cho các hàm số  $y = x^2 - 3\sqrt{x^2 + 1} - 2$ ,  $y = \cot \sqrt{x^2 + 3}$ ,  $y = \frac{x+2}{x^2}$ ,  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ . Có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 4.

**Câu 6:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S = \frac{1}{2}at^2$ , trong đó  $a = 9,8 \text{ m/s}^2$  là gia tốc trọng trường.

Khi đó vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 5\text{s}$  là:

- A. 49m/s.                      B. 39,2m/s.                      C. 47,5m/s.                      D. 98m/s.

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^6 + 3$  bằng:

- A.  $y' = 6x^5$ .                      B.  $y' = 6x^5 + 3$ .                      C.  $y' = x^5 + 3$ .                      D.  $y' = x^5$ .

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $y = 4\sqrt{3x+2}$ , với  $x > -\frac{2}{3}$  bằng

- A.  $y' = \frac{6}{\sqrt{3x+2}}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{4\sqrt{3x+2}}$ .                      C.  $y' = \frac{2}{\sqrt{3x+2}}$ .                      D.  $y' = \sqrt{3x+2}$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 - 1)(3 - 2x^4)$  bằng:

- A.  $y' = -12x^5 + 8x^3 + 6x$ .                      B.  $y' = -2x^6 + 2x^4 + 3x^2 - 3$ .  
C.  $y' = 12x^5 - 8x^3 - 6x$ .                      D.  $y' = 2x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 3$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3x-2}{1-x}$ , với  $x \neq 1$  bằng:

- A.  $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$ .                      B.  $y' = \frac{-5}{(1-x)^2}$ .                      C.  $y' = \frac{-1}{(1-x)^2}$ .                      D.  $y' = \frac{5}{(1-x)^2}$ .

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 + 2x^3)^4$  bằng:

- A.  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(5x^4 + 6x^2)$ .                      B.  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3$ .  
C.  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(x^5 + 2x^3)$ .                      D.  $y' = (x^5 + 2x^3)^4(5x^4 + 6x^2)$ .

**Câu 12:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$ ?

- A.  $y' = \cot x$ .      B.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .      C.  $y' = 1 - \tan^2 x$ .      D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

**Câu 13:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 2x + \tan x$

- A.  $y' = 2 - \frac{1}{\cos^2 x}$ .      B.  $y' = 2 - \tan^2 x$ .      C.  $y' = \frac{2}{\cos^2 x}$       D.  $y' = 3 + \tan^2 x$ .

**Câu 14:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ ?

- A.  $y' = 5 \cos x + 3 \sin x$ .      B.  $y' = 5 \cos x - 3 \sin x$ .      C.  $y' = 5 \sin x + 3 \cos x$ .      D.  $y' = 3 \cos x - 5 \sin x$ .

**Câu 15:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .      B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .  
C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .      D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

**Câu 16:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính số đo góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ .

- A.  $90^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $120^\circ$ .

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  với  $AB > AD$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.  $IO \perp (ABCD)$ .      B.  $BC \perp SB$   
C. Tam giác  $SCD$  vuông ở  $D$ .      D.  $(SAC)$  là mặt phẳng trung trực của  $BD$ .

**Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến  $d$ . Với mỗi điểm  $A$  thuộc  $(P)$  và mỗi điểm  $B$  thuộc  $(Q)$  thì ta có  $AB$  vuông góc với  $d$ .  
B. Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(R)$  thì giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$  nếu có cũng sẽ vuông góc với  $(R)$ .  
C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
D. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 19:** Cho  $a // (\alpha)$ ;  $b \subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $(\alpha)$ .  
B. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ  $a$  đến  $b$ .  
C. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến  $(\alpha)$   
D. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $b$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  tâm  $O$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách giữa  $OI$  và  $(SAB)$  bằng

- A.  $\frac{a}{2}$ .      B.  $a$ .      C.  $\frac{a}{3}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

- Câu 21:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  là  
**A.** -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 22:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$  là  
**A.** -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x}{x^2+1}$  bằng  
**A.**  $y' = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ . **B.**  $y' = \frac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$ . **C.**  $y' = \frac{2}{(x^2+1)^2}$ . **D.**  $y' = \frac{2(x-1)}{(x^2+1)}$ .
- Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$  bằng  
**A.**  $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ . **B.**  $y' = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ . **C.**  $y' = \frac{(x-1)}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ . **D.**  $y' = \frac{-(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ .
- Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$  bằng  
**A.**  $y' = \cos(x^2 - 3x + 2)$ . **B.**  $y' = (2x-3) \cdot \sin(x^2 - 3x + 2)$ .  
**C.**  $y' = (2x-3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ . **D.**  $y' = -(2x-3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .
- Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan \frac{x+1}{2}$  bằng  
**A.**  $y' = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ . **B.**  $y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ . **C.**  $y' = -\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ . **D.**  $y' = -\frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .
- Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos^2(4x+1)$  bằng  
**A.**  $y' = -4 \sin(8x+2)$ . **B.**  $y' = -2 \cos(4x+1) \sin(4x+1)$ .  
**C.**  $y' = 2 \cos(4x+1)$ . **D.**  $y' = -8 \cdot \sin(4x+1)$ .
- Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos(\tan x)$  bằng  
**A.**  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$ . **B.**  $y' = \frac{-1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$ .  
**C.**  $y' = \sin(\tan x)$ . **D.**  $y' = -\sin(\tan x)$ .
- Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = (3-2x)^5$ . Tính giá trị của  $f''(1)$ .  
**A.**  $f''(1) = 40$ . **B.**  $f''(1) = 80$ . **C.**  $f''(1) = -80$ . **D.**  $f''(1) = -40$ .  
 $\Rightarrow f''(1) = 80$ .
- Câu 30:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = t^3 + 4t^2$ , trong đó  $t > 0$ ,  $t$  tính bằng giây và  $s(t)$  tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng  $11 \text{ m/s}$  là  
**A.**  $12 \text{ m/s}^2$ . **B.**  $14 \text{ m/s}^2$ . **C.**  $16 \text{ m/s}^2$ . **D.**  $18 \text{ m/s}^2$ .
- Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $AC$  và  $DA'$  bằng

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $SC \perp (AFB)$                       B.  $SC \perp (AEC)$                       C.  $SC \perp (AED)$                       D.  $SC \perp (AEF)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $SAB$ . Khẳng định nào dưới đây sai?

- A.  $SA \perp BC$                       B.  $HA \perp BC$                       C.  $AH \perp AC$                       D.  $AH \perp SC$

**Câu 34:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Tính góc  $\varphi$  giữa hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $\varphi = 90^\circ$ .                      B.  $\varphi = 60^\circ$ .                      C.  $\varphi = 45^\circ$ .                      D.  $\varphi = 30^\circ$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp đều  $A.BCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $CD$ .

- A.  $d = \frac{3a}{2}$                       B.  $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$                       C.  $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$                       D.  $d = a\sqrt{2}$

**Câu 36:** Biết rằng phương trình  $x^5 + x^3 + 3x - 1 = 0$  có duy nhất một nghiệm  $x_0$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $x_0 \in (0; 1)$ .                      B.  $x_0 \in (-1; 0)$ .                      C.  $x_0 \in (1; 2)$ .                      D.  $x_0 \in (-2; -1)$ .

**Câu 37:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tổng  $S = a^2 + b^2$  bằng

- A.  $S = 13$ .                      B.  $S = 9$ .                      C.  $S = 4$ .                      D.  $S = 1$ .

**Câu 38:** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = 9a - 2b$

- A.  $P = -14$ .                      B.  $P = 14$ .                      C.  $P = 7$ .                      D.  $P = -7$ .

**Câu 39:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 11} - 4}{x^2 - x - 6}$ .

- A.  $T = \frac{3}{20}$ .                      B.  $T = \frac{3}{40}$ .                      C.  $T = \frac{1}{4}$ .                      D.  $T = \frac{1}{20}$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  có đồ thị là  $(C)$ . Hỏi trên đường thẳng  $y = 3$  có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến  $(C)$  mà 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 0.

**Câu 41:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCA'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $AC = a$ . Biết  $A'B = a\sqrt{7}$ , Gọi  $N$  là trung điểm  $AA'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $CN$  là  $\varphi$ . Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{7}$ .                      B.  $\cos \varphi = \frac{-\sqrt{14}}{7}$ .                      C.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{28}$ .                      D.  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{2}$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Ba cạnh  $SA, AB, AD$  đôi một vuông góc và  $SA = 2a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SD$ . Tính  $\cos(\angle A, SC)$

- A.  $\frac{\sqrt{42}}{42}$ .      B.  $\frac{2}{\sqrt{42}}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ .      D.  $\frac{\sqrt{42}}{7}$ .

**Câu 43:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$  và góc  $\widehat{ABA'} = 60^\circ$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $A'B$  và  $A'C$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(ABC)$ . Tính  $\cos \varphi$ .

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 44:** Biết  $a; b$  là các số thực thỏa mãn:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a^3 + b^2$ ?

- A.  $T = -5$ .      B.  $T = -26$ .      C.  $2$ .      D.  $T = 50$ .

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  đi qua  $A(-6; 5)$  là

- A.  $y = -x - 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$ .      B.  $y = -x - 2$  và  $y = -2x + 1$ .  
C.  $y = x - 1$  và  $y = -x + 2$ .      D.  $y = -x + 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ .

**Câu 46:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = BD = a$ ,  $AB = CD = 2a$ ,  $AD = BC = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ .

- A.  $30^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $45^\circ$

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Khi đó giá trị của  $\sin \alpha$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{58}}{8}$ .      C.  $\frac{\sqrt{6}}{8}$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 48:** Cho hai số thực  $a, b$  và hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ . Tính tổng

$T = a + b$  biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.

- A.  $T = \frac{1}{4}$ .      B.  $T = -\frac{1}{4}$ .      C.  $T = \frac{1}{8}$ .      D.  $T = -\frac{1}{8}$ .

**Câu 49:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$ . Giá trị của  $a^2 + b^2$  là?

- A.  $13$ .      B.  $17$ .      C.  $20$ .      D.  $10$ .

**Câu 50:** Giới hạn  $\lim \frac{\sqrt[3]{8n^3+11}-\sqrt{n^2+7}}{5n+2}$  có kết quả  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b > 0$ . Khi đó  $a+2b$  có kết quả nào sau đây?

**A.** 11.

**B.** 6.

**C.** 7.

**D.** 13.

----- **HẾT** -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:**  $\lim(-1)^n$  bằng

**A.** 0.

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.** 1.

**D.** Không tồn tại.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nếu  $n$  chẵn thì  $\lim(-1)^n = 1$ .

Nếu  $n$  lẻ thì  $\lim(-1)^n = -1$ .

Do đó,  $\lim(-1)^n$  không tồn tại.

**Câu 2:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = \frac{2}{3}$ , tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng:

**A.** 3.

**B.** 4.

**C.**  $+\infty$ .

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$u_1 = 1 \text{ \& } q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 3$$

**Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$ , biết  $\lim(u_n) = -2$  và  $\lim(v_n) = 2$ , khi đó  $\lim(3v_n + u_n)$  bằng:

**A.** 8.

**B.** -12.

**C.** 2.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim(3v_n + u_n) = 3\lim v_n + \lim u_n = 3 \cdot 2 + (-2) = 4$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định bởi  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

**A.** 1.

**B.** Không tồn tại.

**C.** 0.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2 - 4}{x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0 \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ không tồn tại.}$$

**Câu 5:** Cho các hàm số  $y = x^2 - 3\sqrt{x^2 + 1} - 2$ ,  $y = \cot \sqrt{x^2 + 3}$ ,  $y = \frac{x+2}{x^2}$ ,  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ . Có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ ,  $y = x^2 - 3\sqrt{x^2 + 1} - 2$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S = \frac{1}{2}at^2$ , trong đó  $a = 9,8 \text{ m/s}^2$  là gia tốc trọng trường.

Khi đó vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 5\text{s}$  là:

- A.** 49m/s.                      **B.** 39,2m/s.                      **C.** 47,5m/s.                      **D.** 98m/s.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$V = S' = a.t = 9,8.5 = 49 \text{ (m/s)}$$

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^6 + 3$  bằng:

- A.**  $y' = 6x^5$ .                      **B.**  $y' = 6x^5 + 3$ .                      **C.**  $y' = x^5 + 3$ .                      **D.**  $y' = x^5$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } (6x^6 + 3)' = 6x^5$$

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $y = 4\sqrt{3x+2}$ , với  $x > -\frac{2}{3}$  bằng

- A.**  $y' = \frac{6}{\sqrt{3x+2}}$ .                      **B.**  $y' = \frac{1}{4\sqrt{3x+2}}$ .                      **C.**  $y' = \frac{2}{\sqrt{3x+2}}$ .                      **D.**  $y' = \sqrt{3x+2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } (4\sqrt{3x+2})' = \frac{6}{\sqrt{3x+2}}$$

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 - 1)(3 - 2x^4)$  bằng:

- A.**  $y' = -12x^5 + 8x^3 + 6x$ .                      **B.**  $y' = -2x^6 + 2x^4 + 3x^2 - 3$ .  
**C.**  $y' = 12x^5 - 8x^3 - 6x$ .                      **D.**  $y' = 2x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = (x^2 - 1)'(3 - 2x^4) + (x^2 - 1)(3 - 2x^4)' = -12x^5 + 8x^3 + 6x$$

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3x-2}{1-x}$ , với  $x \neq 1$  bằng:

- A.**  $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$ .                      **B.**  $y' = \frac{-5}{(1-x)^2}$ .                      **C.**  $y' = \frac{-1}{(1-x)^2}$ .                      **D.**  $y' = \frac{5}{(1-x)^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = \left( \frac{3x-2}{1-x} \right)' = \frac{1}{(1-x)^2}$$



**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 + 2x^3)^4$  bằng:

**A.**  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(5x^4 + 6x^2).$

**B.**  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3.$

**C.**  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(x^5 + 2x^3).$

**D.**  $y' = (x^5 + 2x^3)^4(5x^4 + 6x^2).$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(x^5 + 2x^3)' = 4(x^5 + 2x^3)^3(5x^4 + 6x^2)$

**Câu 12:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$ ?

**A.**  $y' = \cot x.$

**B.**  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}.$

**C.**  $y' = 1 - \tan^2 x.$

**D.**  $y' = \frac{1}{\cos x}.$

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 13:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 2x + \tan x$

**A.**  $y' = 2 - \frac{1}{\cos^2 x}.$

**B.**  $y' = 2 - \tan^2 x.$

**C.**  $y' = \frac{2}{\cos^2 x}$

**D.**  $y' = 3 + \tan^2 x.$

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 14:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ ?

**A.**  $y' = 5 \cos x + 3 \sin x.$

**B.**  $y' = 5 \cos x - 3 \sin x.$

**C.**  $y' = 5 \sin x + 3 \cos x.$

**D.**  $y' = 3 \cos x - 5 \sin x.$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 15:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$

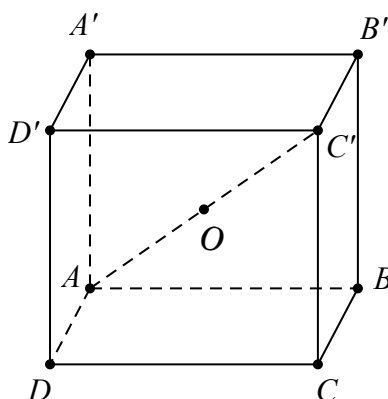
**B.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$

**C.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$

**D.**  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$

**Lời giải**

**Chọn B**



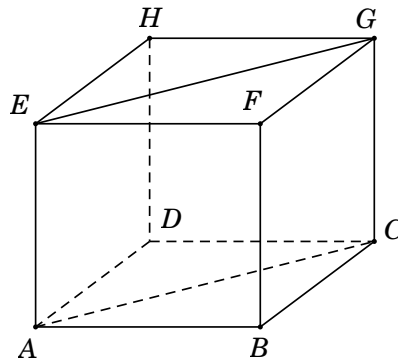
Theo quy tắc hình hộp, ta có  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

Mà  $O$  là trung điểm của  $AC'$  suy ra  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

- Câu 16:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính số đo góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ .  
**A.**  $90^\circ$ . **B.**  $60^\circ$ . **C.**  $45^\circ$ . **D.**  $120^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



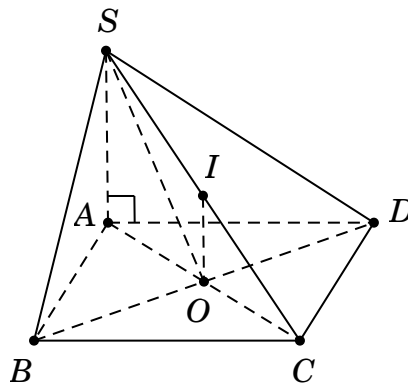
$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ \text{ (} ABCD \text{ là hình vuông).}$$

- Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  với  $AB > AD$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.**  $IO \perp (ABCD)$ . **B.**  $BC \perp SB$   
**C.** Tam giác  $SCD$  vuông ở  $D$ . **D.**  $(SAC)$  là mặt phẳng trung trực của  $BD$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Vì  $O, I$  lần lượt là trung điểm của  $AC, SC$  suy ra  $OI$  là đường trung bình của tam giác  $SAC$   
 $\Rightarrow OI \parallel SA$  mà  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp (ABCD)$ .

Ta có  $ABCD$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow BC \perp AB$  mà  $SA \perp BC$  suy ra  $BC \perp SB$ .

Tương tự, ta có được  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \left( SA \perp (ABCD) \right) \Rightarrow CD \perp SD.$

Nếu  $(SAC)$  là mặt phẳng trung trực của  $BD \longrightarrow BD \perp AC$ : điều này không thể xảy ra vì  $ABCD$  là hình chữ nhật.

**Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến  $d$ . Với mỗi điểm  $A$  thuộc  $(P)$  và mỗi điểm  $B$  thuộc  $(Q)$  thì ta có  $AB$  vuông góc với  $d$ .

**B.** Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(R)$  thì giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$  nếu có cũng sẽ vuông góc với  $(R)$ .

**C.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

**D.** Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Lời giải**

**Chọn B**

A sai. Trong trường hợp  $a \in d, b \in d$ , khi đó  $AB$  trùng với  $d$ .

C sai. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc cắt nhau (giao tuyến vuông góc với mặt phẳng thứ 3).

D sai. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau, đường thẳng thuộc mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 19:** Cho  $a // (\alpha); b \subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $(\alpha)$ .

**B.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ  $a$  đến  $b$ .

**C.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến  $(\alpha)$

**D.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $b$ .

**Lời giải**

**Chọn C: Lý thuyết**

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  tâm  $O$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách giữa  $OI$  và  $(SAB)$  bằng

**A.**  $\frac{a}{2}$ .

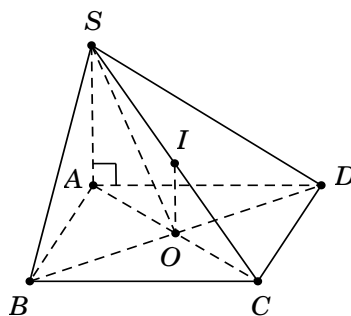
**B.**  $a$ .

**C.**  $\frac{a}{3}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì  $O, I$  lần lượt là trung điểm của  $AC, SC$  suy ra  $OI$  là đường trung bình của tam giác  $SAC \Rightarrow OI \parallel SA$  nên  $OI \parallel (SAB)$  nên khoảng cách từ  $OI$  đến  $(SAB)$  bằng khoảng cách từ  $O$  đến hình chiếu của  $O$  trên  $(SAB)$  là trung điểm của  $AB$ . Vậy khoảng cách từ  $OI$  đến  $(SAB)$  bằng  $\frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$

**Câu 21:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  là

**A.** -1.

**B.** 1.

**C.** 0.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3$$

**Câu 22:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$  là

**A.** -1.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = -1$$

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x}{x^2+1}$  bằng

**A.**  $y' = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ .

**B.**  $y' = \frac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$ .

**C.**  $y' = \frac{2}{(x^2+1)^2}$ .

**D.**  $y' = \frac{2(x-1)}{(x^2+1)}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y' = \frac{2(x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$$

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$  bằng

**A.**  $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**B.**  $y' = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**C.**  $y' = \frac{(x-1)}{2\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**D.**  $y' = \frac{-(x-1)}{\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0 \quad \forall x \Rightarrow y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+3}} = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$$

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$  bằng

**A.**  $y' = \cos(x^2 - 3x + 2)$ . **B.**  $y' = (2x-3) \cdot \sin(x^2 - 3x + 2)$ .

**C.**  $y' = (2x-3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**D.**  $y' = -(2x-3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = (x^2 - 3x + 2)' \cdot \cos(x^2 - 3x + 2) = (2x-3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan \frac{x+1}{2}$  bằng

**A.**  $y' = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**B.**  $y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**C.**  $y' = -\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**D.**  $y' = -\frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = \left( \tan \frac{x+1}{2} \right)' = \frac{\left( \frac{x+1}{2} \right)'}{\cos^2 \frac{x+1}{2}} = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$

**Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos^2(4x+1)$  bằng

**A.**  $y' = -4 \sin(8x+2)$ . **B.**  $y' = -2 \cos(4x+1) \sin(4x+1)$ .

**C.**  $y' = 2 \cos(4x+1)$ . **D.**  $y' = -8 \cdot \sin(4x+1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$$y' = [\cos^2(4x+1)]' = 2[\cos(4x+1)]' \cdot \cos(4x+1) = -8 \sin(4x+1) \cdot \cos(4x+1) = -4 \sin(8x+2).$$

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos(\tan x)$  bằng

**A.**  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$ . **B.**  $y' = \frac{-1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$ .

**C.**  $y' = \sin(\tan x)$ . **D.**  $y' = -\sin(\tan x)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = -(\tan x)' \cdot \sin(\tan x) = \frac{-1}{\cos^2(\tan x)} \sin(\tan x)$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = (3-2x)^5$ . Tính giá trị của  $f''(1)$ .

**A.**  $f''(1) = 40$ .

**B.**  $f''(1) = 80$ .

**C.**  $f''(1) = -80$ .

**D.**  $f''(1) = -40$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$f'(x) = -10(3-2x)^4, f''(x) = 80(3-2x)^3$$

$$\Rightarrow f''(1) = 80.$$

**Câu 30:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = t^3 + 4t^2$ , trong đó  $t > 0$ ,  $t$  tính bằng giây và  $s(t)$  tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng  $11 \text{ m/s}$  là

**A.**  $12 \text{ m/s}^2$ .

**B.**  $14 \text{ m/s}^2$ .

**C.**  $16 \text{ m/s}^2$ .

**D.**  $18 \text{ m/s}^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } v(t) = s'(t) = 3t^2 + 8t \Rightarrow a(t) = v'(t) = 6t + 8.$$

$$\text{Thời điểm vận tốc của vật bằng } 11 \text{ m/s} \Rightarrow v(t) = 11 \Leftrightarrow 3t^2 + 8t = 11 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 > 0 \\ t = -\frac{11}{3} < 0 \end{cases}$$

$$\text{Với } t > 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow a(1) = 6 \cdot 1 + 8 = 14 \text{ m/s}^2.$$

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $AC$  và  $DA'$  bằng

**A.**  $45^\circ$ .

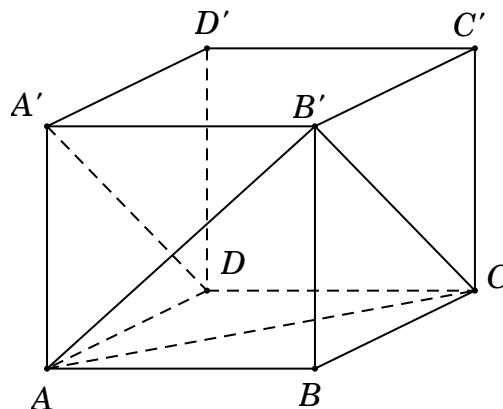
**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $120^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $a$  là độ dài cạnh hình lập phương. Khi đó, tam giác  $AB'C$  đều ( $AB' = B'C = CA = a\sqrt{2}$ ) do đó  $\widehat{B'CA} = 60^\circ$ .

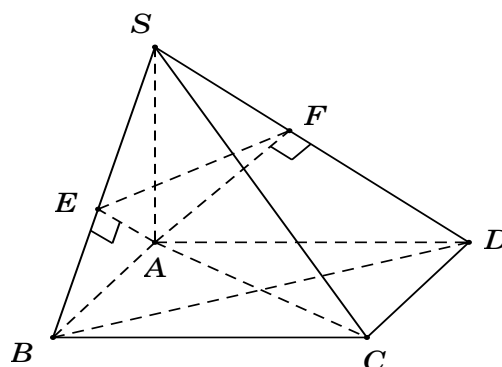
Lại có,  $DA'$  song song  $CB'$  nên  $(AC, DA') = (AC, CB') = \widehat{ACB'} = 60^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.**  $SC \perp (AFB)$       **B.**  $SC \perp (AEC)$       **C.**  $SC \perp (AED)$       **D.**  $SC \perp (AEF)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Vì  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ .

Mà  $AB \perp BC$  nên suy ra  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$ .

Tam giác  $SAB$  có đường cao  $AE \Rightarrow AE \perp SB$  mà  $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$ .

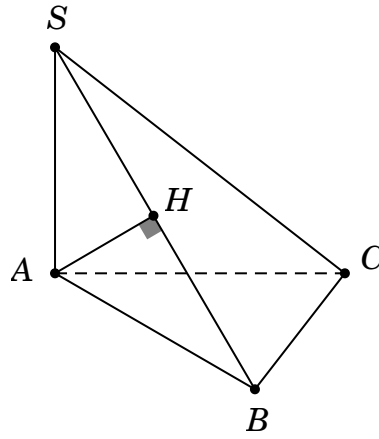
Tương tự, ta chứng minh được  $AF \perp SC$ . Do đó  $SC \perp (AEF)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $SAB$ . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.**  $SA \perp BC$       **B.**  $HA \perp BC$       **C.**  $AH \perp AC$       **D.**  $AH \perp SC$

**Lời giải**

**Chọn C**



Theo bài ra, ta có  $SA \perp (ABC)$  mà  $BC \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , có  $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ .

Khi đó  $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$ .

Nếu  $AH \perp AC$  mà  $SA \perp AC$  suy ra  $AC \perp (SAH) \Rightarrow AC \perp AB$  (vô lý).

**Câu 34:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Tính góc  $\varphi$  giữa hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABCD)$ .

**A.**  $\varphi = 90^\circ$ .

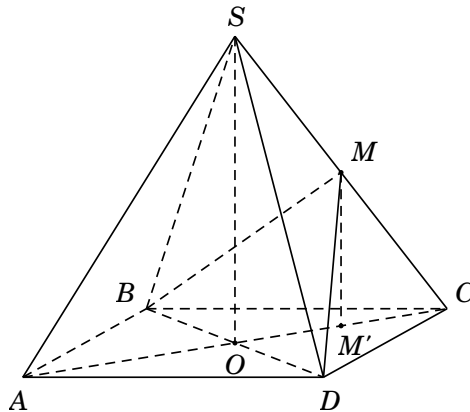
**B.**  $\varphi = 60^\circ$ .

**C.**  $\varphi = 45^\circ$ .

**D.**  $\varphi = 30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $M'$  là trung điểm  $OC \Rightarrow MM' \parallel SO \Rightarrow MM' \perp (ABCD)$ .

Theo công thức diện tích hình chiếu, ta có  $S_{\Delta M'BD} = \cos \varphi \cdot S_{\Delta MBD}$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\Delta M'BD}}{S_{\Delta MBD}} = \frac{\frac{1}{2} BD \cdot M'O}{\frac{1}{2} BD \cdot MO} = \frac{M'O}{MO} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ.$$



**Câu 35:** Cho hình chóp đều  $A.BCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $CD$ .

**A.**  $d = \frac{3a}{2}$

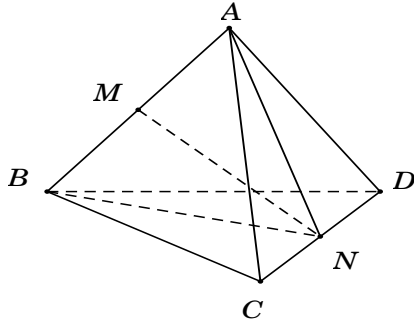
**B.**  $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

**C.**  $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

**D.**  $d = a\sqrt{2}$

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .

Suy ra  $\begin{cases} CD \perp BN \\ CD \perp AN \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp MN. \quad (1)$

Ta có  $AN = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle ABN$  cân tại  $N \Rightarrow MN \perp AB. \quad (2)$

Từ (1) và (2), suy ra  $d[AB, CD] = MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

**Câu 36:** Biết rằng phương trình  $x^5 + x^3 + 3x - 1 = 0$  có duy nhất một nghiệm  $x_0$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $x_0 \in (0; 1).$

**B.**  $x_0 \in (-1; 0).$

**C.**  $x_0 \in (1; 2).$

**D.**  $x_0 \in (-2; -1).$

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $f(x) = x^5 + x^3 + 3x - 1$ . Hàm số liên tục trên  $[0; 1]$ .

+ Ta thấy  $\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(1) = 4 \end{cases} \Rightarrow f(0) \cdot f(1) = -4 < 0$  nên phương trình  $x^5 + x^3 + 3x - 1 = 0$  có một nghiệm  $x_0 \in (0; 1).$

**Câu 37:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2} \quad (a, b \in \mathbb{R})$ . Tổng  $S = a^2 + b^2$  bằng

**A.**  $S = 13.$

**B.**  $S = 9.$

**C.**  $S = 4.$

**D.**  $S = 1.$

**Lời giải**

**Chọn A**

• Vì  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}$  và  $x = 1$  là nghiệm của mẫu nên  $x = 1$  là nghiệm của tử nên

$P(x) = x^2 + ax + b$  hay  $P(1) = 0 \Leftrightarrow a + b + 1 = 0 \Leftrightarrow b + 1 = -a \quad (1).$

• Ta có:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ 1 + \frac{ax + b + 1}{(x-1)(x+1)} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \left[ 1 + \frac{ax - a}{(x-1)(x+1)} \right] \quad (\text{theo (1)}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ 1 + \frac{a(x-1)}{(x-1)(x+1)} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \left[ 1 + \frac{a}{x+1} \right] = 1 + \frac{a}{2}.\end{aligned}$$

• Theo đề bài, ta lại có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}$  suy ra  $1 + \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -3$ .

• Thay  $a = -3$  vào (1), ta được:  $b + 1 = -(-3) \Leftrightarrow b = 2$ .

Vậy  $S = (-3)^2 + 2^2 = 13$ .

**Câu 38:** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$ . Tính giá trị của biểu

thức  $P = 9a - 2b$

**A.**  $P = -14$ .

**B.**  $P = 14$ .

**C.**  $P = 7$ .

**D.**  $P = -7$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) - (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) - \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x).\end{aligned}$$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax}{x(\sqrt{9 - \frac{a}{x}} + 3)} = \frac{-a}{6}$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx^2 + 5}{(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5})^2 + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + 9x^2}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left( b + \frac{5}{x^2} \right)}{x^2 \left[ \left( \sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} \right)^2 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + 9 \right]} = \frac{b}{27}$$

Do đó  $\frac{-a}{6} + \frac{b}{27} = \frac{7}{27} \Leftrightarrow 9a - 2b = -14$

**Câu 39:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 11} - 4}{x^2 - x - 6}$ .

**A.**  $T = \frac{3}{20}$ .

**B.**  $T = \frac{3}{40}$ .

**C.**  $T = \frac{1}{4}$ .

**D.**  $T = \frac{1}{20}$ .

**Lời giải**

Do  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 15$

$$T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x)-11}-4}{x^2-x-6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5f(x)-11-64}{(x-3)(x+2)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-11}\right)^2+2\sqrt[3]{5f(x)-11}+4\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5(f(x)-15)}{(x-3)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x+2)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-11}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-11}+16\right)} = 5 \cdot 12 \cdot \frac{1}{5(4^2+4 \cdot 4+16)} = \frac{1}{4}$$

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  có đồ thị là  $(C)$ . Hỏi trên đường thẳng  $y = 3$  có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến  $(C)$  mà 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 0.

**Lời giải**

Lấy điểm  $M(m; 3)$  bất kì thuộc đường thẳng  $y = 3$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $M(m; 3)$  có hệ số góc  $k$  có phương trình  $y = k(x - m) + 3$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 - 12x + 9$ . Để  $d$  tiếp xúc với đồ thị  $(C)$  khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = k(x - m) + 3 & (1) \\ k = 3x^2 - 12x + 9 & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 &= (3x^2 - 12x + 9)(x - m) + 3 \\ \Leftrightarrow 2x^3 - 3(m + 2)x^2 + 12mx - 9m + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1)[2x^2 - (4 + 3m)x + 9m - 4] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 - (4 + 3m)x + 9m - 4 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Với  $x = 1 \Rightarrow k = 0$ . Tiếp tuyến là  $y = 3$ .

Do không có tiếp tuyến nào của đồ thị vuông góc với tiếp tuyến  $y = 3$ , nên yêu cầu bài toán tương đương với phương trình  $2x^2 - (4 + 3m)x + 9m - 4 = 0$  (\*) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$ , và tiếp tuyến tại chúng vuông góc với nhau.

Phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \Delta &= (4 + 3m)^2 - 8(9m - 4) > 0 \\ \Leftrightarrow 9m^2 - 48m + 48 > 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{4}{3} \\ m > 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Theo Viet, ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{4 + 3m}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{9m - 4}{2} \end{cases}$$

$$f'(x_1).f'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 - 12x_1 + 9).(3x_2^2 - 12x_2 + 9) = -1$$

$$\text{Ta có: } \Leftrightarrow (x_1x_2)^2 - 4x_1x_2(x_1 + x_2) + 3(x_1 + x_2)^2 + 10x_1x_2 - 12(x_1 + x_2) + 9 = \frac{-1}{9}$$

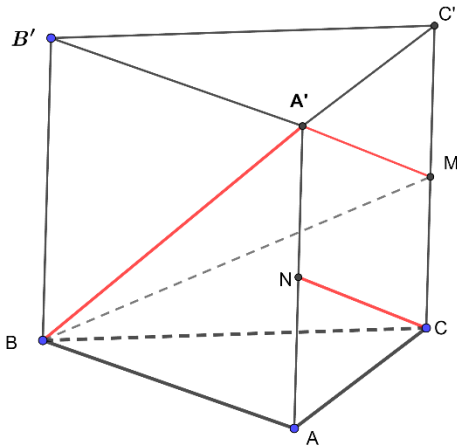
$$\Leftrightarrow m = \frac{26}{27}$$

Vậy  $M\left(\frac{26}{27}; 3\right)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 41:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCA'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $AC = a$ . Biết  $A'B = a\sqrt{7}$ , Gọi  $N$  là trung điểm  $AA'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $CN$  là  $\varphi$ . Khẳng định nào sau đây đúng.

**A.**  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{7}$ .      **B.**  $\cos \varphi = \frac{-\sqrt{14}}{7}$ .      **C.**  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{28}$ .      **D.**  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{2}$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm  $CC'$  suy ra  $A'M \parallel CN$

Khi đó  $(A'B, CN) = (A'B, A'M)$ .

Ta có:

$$AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{7a^2 - 3a^2} = 2a$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \Rightarrow BM = \sqrt{CM^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

$$\text{Vì tứ giác } A'MCN \text{ là hình bình hành} \Rightarrow CM = A'N = AN = \frac{AA'}{2} = a$$

$$\text{Và } A'M = CN = \sqrt{AC^2 + AN^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

Áp dụng định lý cô sin trong tam giác  $\Delta A'BM$ :

$$\cos \widehat{BA'M} = \frac{A'B^2 + A'M^2 - BM^2}{2A'B.A'M} = \frac{7a^2 + 2a^2 - 5a^2}{2.a\sqrt{7}.a\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Ba cạnh  $SA, AB, AD$  đôi một vuông góc và  $SA = 2a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SD$ . Tính  $\cos(AI, SC)$

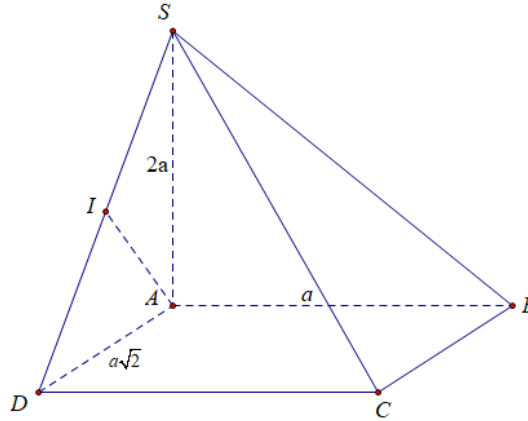
A.  $\frac{\sqrt{42}}{42}$ .

B.  $\frac{2}{\sqrt{42}}$ .

C.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ .

D.  $\frac{\sqrt{42}}{7}$ .

**Lời giải**



Ta có:  $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2} = a\sqrt{7}$ ;

$AI = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Khi đó:  $\cos(AI, SC) = \left| \cos(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{SC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{SC}|}{|\overrightarrow{AI}| \cdot |\overrightarrow{SC}|} = \frac{|\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{SC}|}{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{7}}$ .

Lại có:  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD})$ ;  $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AS}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AS})$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AS})$

$= \frac{1}{2}(-AS^2 + AD^2) = \frac{1}{2}(-4a^2 + 2a^2) = -a^2$ .

$\Rightarrow \cos(AI, SC) = \frac{a^2}{\frac{a^2\sqrt{42}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{42}}$ .

**Câu 43:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$  và góc  $\widehat{ABA'} = 60^\circ$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $A'B$  và  $A'C$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(ABC)$ . Tính  $\cos \varphi$ .

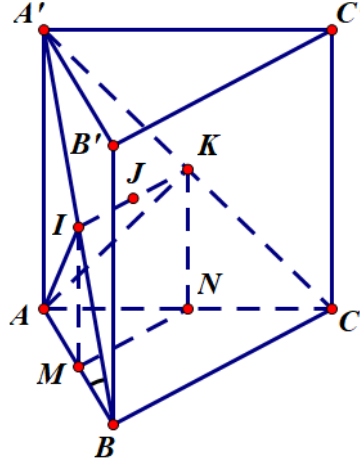
A.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ .

C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .

D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**Lời giải**



Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $I$  và  $K$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Ta có góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(ABC)$  cũng chính là góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(AMN)$ .

Mặt khác  $\triangle AMN$  là hình chiếu vuông góc của  $\triangle AIK$  lên  $(ABC)$ .

$$\text{Khi đó ta có } S_{\triangle AMN} = S_{\triangle AIK} \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AIK}} \quad (*).$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} AM \cdot AN \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Xét } \triangle A'AB \text{ vuông tại } A \text{ có } A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3};$$

$$A'B = \sqrt{AB^2 + A'A^2} = \sqrt{4a^2 + 12a^2} = 4a^2 \Rightarrow AI = AK = 2a.$$

$$\text{Gọi } J \text{ là trung điểm } IK \text{ suy ra } AJ = \sqrt{AI^2 - IJ^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle AIK} = \frac{1}{2} AJ \cdot IK = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a = \frac{a^2 \sqrt{15}}{4}.$$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2 \sqrt{15}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

**Câu 44:** Biết  $a; b$  là các số thực thỏa mãn:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$ . Tính giá trị biểu thức

$$T = a^3 + b^2 ?$$

**A.**  $T = -5$ .

**B.**  $T = -26$ .

**C.**  $2$ .

**D.**  $T = 50$ .

**Lời giải**

Xét  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$

+) Nếu  $a \neq 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - a + \frac{b}{x} \right) = \infty$

Vì:  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - a + \frac{b}{x} \right) = 1 - a \neq 0 \end{cases}$

Do đó  $a = 1$ .

Khi đó:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - x + b)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 1 - (x - b)^2}{(\sqrt{x^2 - 4x + 1} + x - b)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2b - 4)x + 1 - b^2}{(\sqrt{x^2 - 4x + 1} + x - b)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2b - 4) + \frac{1 - b^2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{b}{x}} = \frac{(2b - 4)}{2} = b - 2$$

Mà  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$  nên  $b - 2 = 5 \Leftrightarrow b = 7$ .

Vậy  $T = a^3 + b^2 = 50$ .

Cách 2: gv phản biện

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 - a^2)x^2 + (2ab - 4)x + 1 - b^2}{\left( \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} + a \right)x - b} = 5$$

Điều này xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a^2 = 0 \\ \frac{2ab - 4}{1 + a} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 (do 1 + a \neq 0) \\ b = 7 \end{cases}$$

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  đi qua  $A(-6; 5)$  là

**A.**  $y = -x - 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$ .

**B.**  $y = -x - 2$  và  $y = -2x + 1$ .

**C.**  $y = x - 1$  và  $y = -x + 2$ .

**D.**  $y = -x + 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$ . Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị  $(C) \Rightarrow y_0 = \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$

Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M(x_0; y_0)$  là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -\frac{4}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm  $A(-6; 5) \Rightarrow 5 = -\frac{4}{(x_0 - 2)^2}(-6 - x_0) + \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$

$$\Leftrightarrow 5(x_0 - 2)^2 = 4(6 + x_0) + (x_0 + 2)(x_0 - 2) \Leftrightarrow 4x_0^2 - 24x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 6 \end{cases}$$

Với  $x_0 = 0 \Rightarrow$  PTTT là :  $y = -x - 1$ .

Với  $x_0 = 6 \Rightarrow$  PTTT là :  $y = \frac{-1}{4}(x - 6) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{4}x + \frac{7}{2}$ .

**Câu 46:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = BD = a$ ,  $AB = CD = 2a$ ,  $AD = BC = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ .

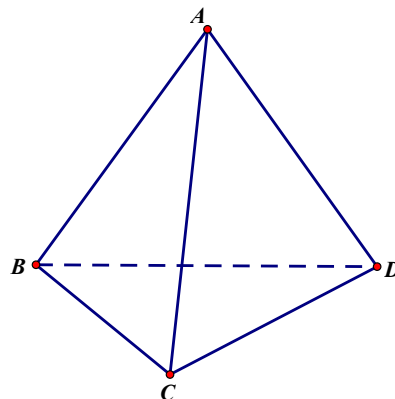
**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$

**Lời giải**



Ta có  $\cos(\widehat{AD, BC}) = \left| \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}|}{AD \cdot BC}$



$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \\
&= AD \cdot AC \cdot \cos \widehat{DAC} - AD \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAD} \\
&= AD \cdot AC \cdot \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD \cdot AC} - AD \cdot AB \cdot \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2AD \cdot AB} \\
&= \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2} - \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2} = \frac{AC^2 + BD^2 - CD^2 - AB^2}{2} \\
&= \frac{a^2 + a^2 - 4a^2 - 4a^2}{2} = -3a^2 \\
\Rightarrow \cos(\widehat{AD, BC}) &= \frac{|-3a^2|}{6a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\widehat{AD, BC}) = 60^\circ.
\end{aligned}$$

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Khi đó giá trị của  $\sin \alpha$  bằng

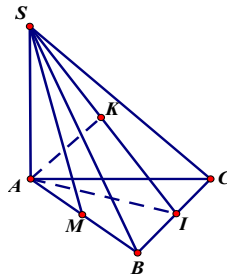
**A.**  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{58}}{8}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{6}}{8}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

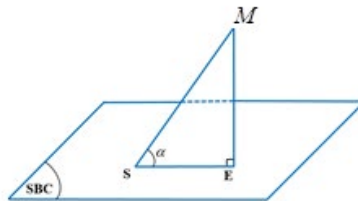
**Lời giải**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Kẻ  $AK \perp SI$ , dễ thấy  $AK \perp (SBC)$  suy ra  $AK = d(A, (SBC))$ .

$$\text{Ta có: } AI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow AK = \frac{AI \cdot SA}{\sqrt{AI^2 + SA^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$AM \cap (SBC) = B \Rightarrow \frac{d(M, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Tam giác  $SAM$  vuông cân tại  $A$  nên  $SM = a\sqrt{2}$ .

Gọi  $E$  là hình chiếu của  $M$  trên  $(SBC)$  suy ra  $SE$  là hình chiếu của  $SM$  trên mặt phẳng  $(SBC)$   
 $\Rightarrow$  Góc giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$  là góc giữa hai đường thẳng  $SM, SE$  và bằng  $\widehat{MSE}$ .

$$\text{Xét tam giác } SEM \text{ vuông tại } E \text{ ta có } \sin \widehat{MSE} = \frac{ME}{SM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{8}.$$

**Câu 48:** Cho hai số thực  $a, b$  và hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ . Tính tổng

$T = a + b$  biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.

**A.**  $T = \frac{1}{4}$ .

**B.**  $T = -\frac{1}{4}$ .

**C.**  $T = \frac{1}{8}$ .

**D.**  $T = -\frac{1}{8}$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Để thấy hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2), (2; +\infty)$ .

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi nó liên tục tại  $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 4a + 2b + 1$ .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ 1 + \frac{2x-2-x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} + \frac{a}{(x-2)^2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ 1 + \frac{(2x-2)^2 - x^2(x-1)}{(x-2)^2(2x-2+x\sqrt{x-1})} + \frac{a}{(x-2)^2} \right] = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ 1 - \frac{(x-1)}{2x-2+x\sqrt{x-1}} + \frac{a}{(x-2)^2} \right]. \end{aligned}$$

Để tồn tại giới hạn hữu hạn của hàm số tại  $x = 2$  thì  $a = 0$ .

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{3}{4}. \text{ Vậy } \begin{cases} a = 0 \\ 4a + 2b + 1 = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{8} \end{cases} \text{ và } T = -\frac{1}{8}.$$

**Câu 49:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$ . Giá trị của  $a^2 + b^2$  là?

**A.** 13.

**B.** 17.

**C.** 20.

**D.** 10.

**Lời giải**

Do  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$  là giới hạn hữu hạn nên  $\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b = 0$  có nghiệm  $x = 2$ , suy ra  $\sqrt{10 + 2a} - 2 = b$ .

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - \sqrt{10 + 2a} - (x-2)}{x(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 4 + a(x-2)}{x(x-2)(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x+2+a}{x(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right) = \frac{a+4}{4\sqrt{10+2a}} - \frac{1}{2}.$$

Ta có  $\frac{a+4}{4\sqrt{10+2a}} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{16} \Leftrightarrow 4(a+4) = 7\sqrt{10+2a}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16(a+4)^2 = 49(10+2a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16a^2 + 30a - 234 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow b = 2.$$

Vậy  $a^2 + b^2 = 13$ .

**Câu 50:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$  có kết quả  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b > 0$ . Khi đó  $a + 2b$  có kết quả nào sau đây?

**A.** 11.

**B.** 6.

**C.** 7.

**D.** 13.

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - n}{5n + 2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 + 11}{(5n + 2)\left(\sqrt[3]{8n^3 + 11}^2 + \sqrt[3]{8n^3 + 11} \cdot n + n^2\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7}{(5n + 2)(n + \sqrt{n^2 + 7})} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{n^3 \left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}}^2 + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}}^2 + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)} = \frac{7}{35} + 0 = \frac{1}{5}. \end{aligned}$$

$\Rightarrow a + 2b = 11$ .

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 17 (100TN)**

**Câu 1:** Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số nhân?

**A.**  $(u_n): u_n = 3n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**B.**  $(u_n): u_n = 3 + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**C.**  $(u_n): u_n = 3n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**D.**  $(u_n): u_1 = 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 2:** Cho một cấp số nhân có  $u_1 = 5, u_6 = 160$ . Tìm công bội của cấp số nhân?

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.**  $\pm 2$ .

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội dương và  $u_2 = \frac{1}{4}, u_4 = 4$ . Giá trị của  $u_1$  là

**A.**  $u_1 = \frac{1}{6}$ .

**B.**  $u_1 = \frac{1}{16}$ .

**C.**  $u_1 = \frac{1}{2}$ .

**D.**  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .

**Câu 4:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

**A.**  $\lim \left( \frac{2}{3} \right)^n$ .

**B.**  $\lim \left( \frac{5}{3} \right)^n$ .

**C.**  $\lim \left( \frac{6}{5} \right)^n$ .

**D.**  $\lim 3^n$ .

**Câu 5:** Giá trị của  $A = \lim \left( \sqrt{n^2 + 4n} - n \right)$  bằng:

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 3.

**D.** 2.

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $BC \perp (SAC)$ .

**B.**  $BC \perp (SAM)$ .

**C.**  $BC \perp (SAJ)$ .

**D.**  $BC \perp (SAB)$ .

**Câu 7:** Với  $k$  là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k$  là:

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 0.

**D.**  $x$ .

**Câu 8:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2)$  bằng:

**A.**  $+\infty$ .

**B.** 0

**C.** -2.

**D.**  $-\infty$ .

**Câu 9:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2}$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 3.

**D.** 0.

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?

**A.**  $y = x^2 - 3x + 5$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ .

**C.**  $y = \frac{x - 1}{x + 2}$ .

**D.**  $y = \frac{x + 4}{x^2 + 1}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ m, & x = 2 \end{cases}$ , Tìm  $m$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** -2.

**D.** -1.

**Câu 12:** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.**  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**B.**  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}, \forall x > 0$ .

C.  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, \forall x > 0.$

D.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0.$

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3}{2} \sin 5x - \frac{7}{3} \cos 6x + 2021x$  là

A.  $\frac{3}{2} \cos 5x - 42 \sin 6x + 2021.$

B.  $\frac{15}{2} \cos 5x + 14 \sin 6x + 2021.$

C.  $-15 \cos 5x - 7 \sin 6x + 2021x.$

D.  $3 \cos 5x + 7 \sin 6x + 2021.$

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}$  là:

A.  $y' = \sqrt{\frac{2}{(x+1)^2}}.$

B.  $y' = \frac{3}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$

C.  $y' = \frac{1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$

D.  $y' = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$

**Câu 15:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -2$  có phương trình là:

A.  $y = 4x - 8.$

B.  $y = 20x + 22.$

C.  $y = 20x - 22.$

D.  $y = 20x + 26.$

**Câu 16:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là

A.  $y = -3x - 7.$

B.  $y = -3x + 7.$

C.  $y = -3x + 1.$

D.  $y = -3x - 1.$

**Câu 17:** Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ , song song với đường thẳng  $y = -3x + 15$  có phương trình là:

A.  $y = -3x + 1, y = -3x - 7.$

B.  $y = -3x - 1, y = -3x + 11.$

C.  $y = -3x - 1.$

D.  $y = -3x + 11, y = -3x + 5.$

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ , giá trị của  $f''(1)$  bằng

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

**Câu 19:** Nếu  $y = x^n$  thì  $y^{(n)}$  bằng

A.  $n.$

B.  $(n-1)!.$

C.  $(n-1).$

D.  $n!.$

**Câu 20:** Chọn khẳng định đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

C. Hai mặt phẳng không song song thì cắt nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

**Câu 21:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$ . Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(A'B'C')$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\Delta \parallel AB.$

B.  $\Delta \parallel BC.$

C.  $\Delta \parallel AC.$

D.  $\Delta \parallel AA'.$

**Câu 22:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

**A.** Nếu  $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  thì  $B$  là trung điểm của đoạn  $AC$ .

**B.** Vì  $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$  nên bốn điểm  $A, B, C, D$  cùng thuộc một mặt phẳng.

**C.** Từ  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ .

**D.** Từ  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$ .

**Câu 23:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DH}$

**A.**  $45^\circ$ .

**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $120^\circ$ .

**D.**  $60^\circ$ .

**Câu 24:** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**B.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**D.** Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

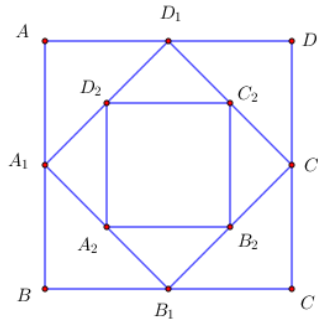
**A.**  $60^\circ$ .

**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Câu 26:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$  và có diện tích  $S_1$ . Nối 4 trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của 4 cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3, \dots$  và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích  $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ . Tính tổng  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ .



**A.**  $S = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}$ .

**B.**  $S = \frac{a^2(2^{99}-1)}{2^{98}}$ .

**C.**  $S = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{100}}$ .

**D.**  $S = \frac{a^2}{2^{100}}$ .

**Câu 27:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

**A.**  $8m^2$ .

**B.**  $6m^2$ .

**C.**  $12m^2$ .

**D.**  $10m^2$ .

**Câu 28:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{4}$ .

**B.**  $-\frac{5}{4}$ .

**C.**  $\frac{5}{4}$ .

**D.** 2.

**Câu 29:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + ax + 2}) = 3$  nếu

**A.**  $a = -6$

**B.**  $a = 6$ .

**C.**  $a = 3$ .

**D.**  $a = -3$

- Câu 30:** Tìm giá trị  $m$  để phương trình  $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$  có nghiệm dương?  
**A.**  $m < 1$ . **B.**  $m > 1$ . **C.**  $m = 1$ . **D.** Không có giá trị nào.
- Câu 31:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD$ . Gọi  $\alpha$  là góc hợp bởi đường thẳng  $SG$  và mặt phẳng  $(SCD)$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $T = a - 2b + 1$ .  
**A.**  $T = 58$ . **B.**  $T = 62$ . **C.**  $T = -58$ . **D.**  $T = 32$ .
- Câu 32:** Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao  $20(m)$  so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được là  
**A.**  $180(m)$ . **B.**  $100(m)$ . **C.**  $140(m)$ . **D.**  $80(m)$ .
- Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Khi đó, góc hợp giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  
**A.**  $SBA$ . **B.**  $SBC$ . **C.**  $SAB$ . **D.**  $BSA$ .
- Câu 34:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2 \sqrt{x}$  là  
**A.**  $\frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ . **B.**  $\cos x$ . **C.**  $2 \cos \sqrt{x}$ . **D.**  $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .
- Câu 35:** Hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đạo hàm cấp 5 bằng  
**A.**  $y^{(5)} = -\frac{120}{(x+1)^6}$ . **B.**  $y^{(5)} = \frac{120}{(x+1)^6}$ . **C.**  $y^{(5)} = \frac{1}{(x+1)^6}$ . **D.**  $y^{(5)} = -\frac{1}{(x+1)^6}$ .
- Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = mx - \frac{1}{3}x^3$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $x = -1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) < 2$ ?  
**A.**  $m > 3$ . **B.**  $m < 3$ . **C.**  $m = 3$ . **D.**  $m < 1$ .
- Câu 37:** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  đi qua  $A(-6; 5)$  là  
**A.**  $y = -x - 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$ . **B.**  $y = -x - 2$  và  $y = -2x + 1$ .  
**C.**  $y = x - 1$  và  $y = -x + 2$ . **D.**  $y = -x + 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ .
- Câu 38:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = BD = a$ ,  $AB = CD = 2a$ ,  $AD = BC = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ .  
**A.**  $30^\circ$ . **B.**  $60^\circ$ . **C.**  $90^\circ$ . **D.**  $45^\circ$ .
- Câu 39:** Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường  $S$  đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian  $t$ , hàm số đó là  $S(t) = 6t^2 - t^3$ . Thời điểm  $t$  mà tại đó vận tốc  $v(m/s)$  của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A.  $t = 2s$ .

B.  $t = 3s$ .

C.  $t = 4s$ .

D.  $t = 6s$ .

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $AB = BC = a$  và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  là

A.  $60^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = AB = \sqrt{3}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ . Khoảng cách từ  $G$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

B.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

C.  $\sqrt{3}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = AD = 2a$ ,  $CD = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$ , biết hai mặt phẳng  $(SBI)$ ,  $(SCI)$  cùng vuông góc với đáy và  $SI = \frac{3\sqrt{15}a}{5}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$ ,  $(ABCD)$ .

A.  $60^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $36^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Khi đó giá trị của  $\sin \alpha$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

B.  $\frac{\sqrt{58}}{8}$ .

C.  $\frac{\sqrt{6}}{8}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 44:** Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{2x+3}$  ( $H$ ) cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  $A$ ,  $B$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

**Câu 45:** Cho hai số thực  $a, b$  và hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ . Tính tổng

$T = a + b$  biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.

A.  $T = \frac{1}{4}$ .

B.  $T = -\frac{1}{4}$ .

C.  $T = \frac{1}{8}$ .

D.  $T = -\frac{1}{8}$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm  $M$  thuộc  $(C)$  để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có hệ số góc nhỏ nhất

A.  $M(1;0)$

B.  $M(-1;0)$

C.  $M(-2;0)$

D.  $M(0;1)$

**Câu 47:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$ . Giá trị của  $a^2 + b^2$  là?

A. 13.

B. 17.

C. 20.

D. 10.

**Câu 48:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$  có kết quả  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b > 0$ . Khi đó  $a + 2b$  có kết quả nào sau đây?



A. 11.

B. 6.

C. 7.

D. 13.

**Câu 49:** Một hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 1, có diện tích là  $S_1$ . Nối bốn trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  lần lượt của bốn cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có diện tích là  $S_2$ . Tương tự nối bốn trung điểm  $A_2, B_2, C_2, D_2$  lần lượt của bốn cạnh  $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$  ta được hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích là  $S_3$ . Cứ tiếp tục như vậy ta thu được các diện tích  $S_4, S_5, S_6, \dots, S_n$ . Tính  $\lim(S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n)$ ?

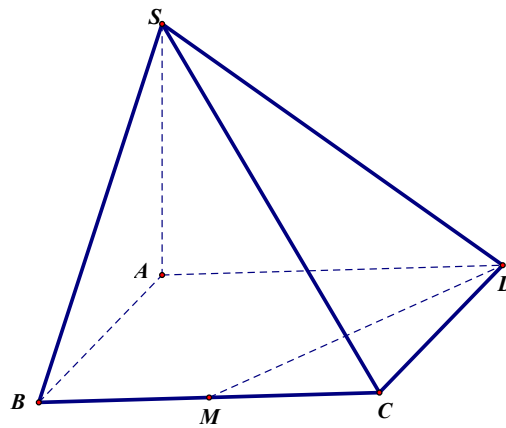
A. 1.

B. 2.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy ( $ABCD$ ) và  $SA = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SB$  và  $DM$ .



A.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số nhân?

**A.**  $(u_n): u_n = 3n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**B.**  $(u_n): u_n = 3 + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**C.**  $(u_n): u_n = 3n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**D.**  $(u_n): u_1 = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

Theo giả thiết ta có:  $(u_n): u_1 = 3, u_n = 3.u_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^*$

Nên  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu là 3 và công bội là 3.

**Câu 2:** Cho một cấp số nhân có  $u_1 = 5, u_6 = 160$ . Tìm công bội của cấp số nhân?

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.**  $\pm 2$ .

**Lời giải**

Theo tính chất của một cấp số nhân ta có  $u_6 = u_1 q^5 \Rightarrow 5q^5 = 160 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q = 2$ .

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội dương và  $u_2 = \frac{1}{4}, u_4 = 4$ . Giá trị của  $u_1$  là

**A.**  $u_1 = \frac{1}{6}$ .

**B.**  $u_1 = \frac{1}{16}$ .

**C.**  $u_1 = \frac{1}{2}$ .

**D.**  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = \frac{1}{4} \\ u_4 = u_1 \cdot q^3 = 4 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 4 \\ q = -4 \end{cases}$$

Với  $q = 4 \Rightarrow u_1 \cdot 4 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{16}$ . Chọn đáp án **B.**

**Câu 4:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

**A.**  $\lim \left( \frac{2}{3} \right)^n$ .

**B.**  $\lim \left( \frac{5}{3} \right)^n$ .

**C.**  $\lim \left( \frac{6}{5} \right)^n$ .

**D.**  $\lim 3^n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim (q)^n = 0$  nếu  $|q| < 1$ . Chọn đáp án **A.**

**Câu 5:** Giá trị của  $A = \lim (\sqrt{n^2 + 4n} - n)$  bằng:

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 3.

**D.** 2.

**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \lim (\sqrt{n^2 + 4n} - n) = \lim \frac{n^2 + 4n - n^2}{\sqrt{n^2 + 4n} + n} \\ &= \lim \frac{4n}{\sqrt{n^2 + 4n} + n} = \lim \frac{4}{\sqrt{1 + \frac{4}{n}} + 1} = 2. \end{aligned}$$

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

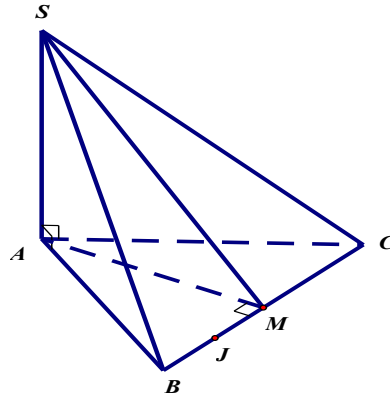
**A.**  $BC \perp (SAC)$ .

**B.**  $BC \perp (SAM)$ .

**C.**  $BC \perp (SAJ)$ .

**D.**  $BC \perp (SAB)$ .

**Lời giải.**



Do tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $BC \perp AM$

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM).$

**Câu 7:** Với  $k$  là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k$  là:

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $0$ .

**D.**  $x$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$$

**Câu 8:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2)$  bằng:

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $0$

**C.**  $-2$ .

**D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left( -2 + \frac{5}{x} + \frac{3}{x^3} - \frac{2}{x^5} \right) = +\infty$$

**Câu 9:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2}$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $3$ .

**D.**  $0$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^+} (x+1) = 3 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ và } x-2 > 0 \text{ khi } x \rightarrow 2^+.$$

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?

**A.**  $y = x^2 - 3x + 5$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ .

**C.**  $y = \frac{x-1}{x+2}$ .

**D.**  $y = \frac{x+4}{x^2+1}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$  là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  nên gián đoạn tại  $x = 1$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ m, & x = 2 \end{cases}$ , Tìm  $m$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$

A. 2.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

Lời giải

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ ,  $x_0 = 2 \in D$

Để hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = f(2)$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = -1.$$

$$f(2) = m \Rightarrow m = -1$$

**Câu 12:** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x \in \mathbb{R}.$

B.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}, \forall x > 0.$

C.  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, \forall x > 0.$

D.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0.$

Lời giải

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0$$

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3}{2}\sin 5x - \frac{7}{3}\cos 6x + 2021x$  là

A.  $\frac{3}{2}\cos 5x - 42\sin 6x + 2021.$

B.  $\frac{15}{2}\cos 5x + 14\sin 6x + 2021.$

C.  $-15\cos 5x - 7\sin 6x + 2021x.$

D.  $3\cos 5x + 7\sin 6x + 2021.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = \frac{3}{2} \cdot (5x)' \cos 5x + \frac{7}{6} \cdot (6x)' \sin 6x = \frac{15}{2} \cos 5x + 14 \sin 6x + 2021$$

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}$  là:

A.  $y' = \sqrt{\frac{2}{(x+1)^2}}.$

B.  $y' = \frac{3}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$

C.  $y' = \frac{1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$

D.  $y' = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$

Lời giải

Ta có:

$$y' = \frac{\left(\frac{3x+5}{x+1}\right)'}{2\sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}} = \frac{\frac{-2}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}} = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}.$$

**Câu 15:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -2$  có phương trình là:

A.  $y = 4x - 8.$

B.  $y = 20x + 22.$

C.  $y = 20x - 22.$

D.  $y = 20x + 26.$

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 4x$ . Tại điểm  $A$  có hoành độ  $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = f(x_0) = -14$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  $A$  là:  $f'(x_0) = f'(-2) = 20$ .

Phương trình tiếp tuyến tại điểm  $A$  là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 20(x + 2) + (-14)$$

$$\Leftrightarrow y = 20x + 26.$$

**Câu 16:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là

**A.**  $y = -3x - 7$ .

**B.**  $y = -3x + 7$ .

**C.**  $y = -3x + 1$ .

**D.**  $y = -3x - 1$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ .

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm.

Theo bài ra ta có:  $k = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = -3 \Leftrightarrow x_0 = 1$ .

$$\Rightarrow y_0 = -4.$$

Phương trình tiếp tuyến là:  $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = -3(x - 1) + (-4) \Leftrightarrow y = -3x - 1$ .

**Câu 17:** Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ , song song với đường thẳng  $y = -3x + 15$  có phương trình là:

**A.**  $y = -3x + 1$ ,  $y = -3x - 7$ .

**B.**  $y = -3x - 1$ ,  $y = -3x + 11$ .

**C.**  $y = -3x - 1$ .

**D.**  $y = -3x + 11$ ,  $y = -3x + 5$ .

**Lời giải**

Gọi  $M(x_0; y_0)$ ,  $x_0 \neq 1$  là tiếp điểm

$$y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = -3x + 15$  nên ta có  $f'(x_0) = -3$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{(x_0-1)^2} = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

Với  $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \Rightarrow$  phương trình tiếp tuyến là:  $y = -3x - 1$  (thỏa mãn).

Với  $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5 \Rightarrow$  phương trình tiếp tuyến là:  $y = -3x + 11$  (thỏa mãn).

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ , giá trị của  $f''(1)$  bằng

**A.** 6.

**B.** 8.

**C.** 3.

**D.** 2.

**Lời giải**

$$f'(x) = 3x^2 + 2, f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6.$$

**Câu 19:** Nếu  $y = x^n$  thì  $y^{(n)}$  bằng

**A.**  $n$ .

**B.**  $(n-1)!$ .

**C.**  $(n-1)$ .

**D.**  $n!$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y' = (x^n)' = n.x^{n-1}.$$

$$y'' = (n.x^{n-1})' = n.(n-1)x^{n-2}.$$

$$y^{(3)} = (n.(n-1)x^{n-2})' = n.(n-1)(n-2)x^{n-3}.$$

...

$$y^{(n-1)} = n(n-1)(n-2)...(n-n+1)x = n!.x.$$

$$y^{(n)} = n!.$$

**Câu 20:** Chọn khẳng định đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
- C. Hai mặt phẳng không song song thì cắt nhau.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.**

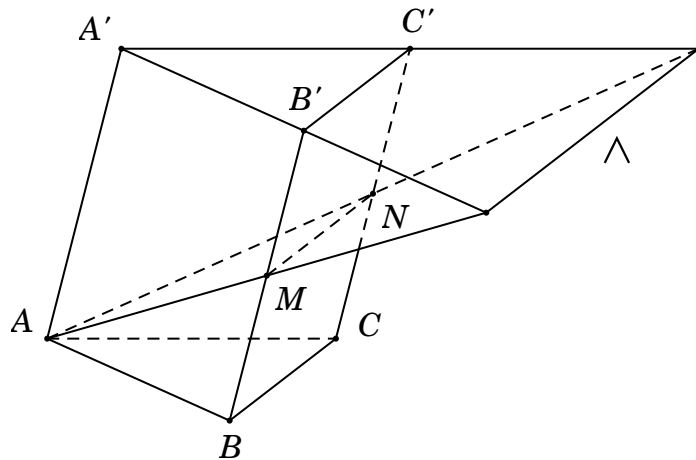
**Lời giải**

Theo hệ quả sách giáo khoa: “Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.”.

**Câu 21:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$ . Gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(A'B'C')$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\Delta \parallel AB$ .
- B.  $\Delta \parallel BC$ .**
- C.  $\Delta \parallel AC$ .
- D.  $\Delta \parallel AA'$ .

**Lời giải**



Ta có 
$$\begin{cases} MN \subset (AMN) \\ B'C' \subset (A'B'C') \Rightarrow \Delta \text{ là giao tuyến của hai mặt phẳng } (AMN) \text{ và } (A'B'C') \text{ sẽ song} \\ MN \parallel B'C' \end{cases}$$

song với  $MN$  và  $B'C'$ . Suy ra  $\Delta \parallel BC$ .

**Câu 22:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

- A. Nếu  $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  thì  $B$  là trung điểm của đoạn  $AC$ .
- B. Vì  $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$  nên bốn điểm  $A, B, C, D$  cùng thuộc một mặt phẳng.**
- C. Từ  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ .
- D. Từ  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$ .

**Lời giải**

A. Sai vì  $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow A$  là trung điểm  $BC$ .



B. Đúng theo định lý về sự đồng phẳng của 3 vector.

C. Sai vì  $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{CB} = -4\overrightarrow{AC}$ .



D. Sai vì  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{CA}$  (nhân hai vế cho  $-1$ ).

**Câu 23:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DH}$

A.  $45^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $120^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

Vì  $ADHE$  là hình vuông nên  $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AE}$ . Do đó  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DH}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = \widehat{BAE}$ .

Mà  $ABFE$  là hình vuông nên  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DH}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = \widehat{BAE} = 90^\circ$ .

**Câu 24:** Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Lời giải**

Phương án A và B sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Phương án C đúng vì hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì phương của chúng song song với nhau.

Phương án D sai vì hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì có thể song song hoặc trùng nhau.

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

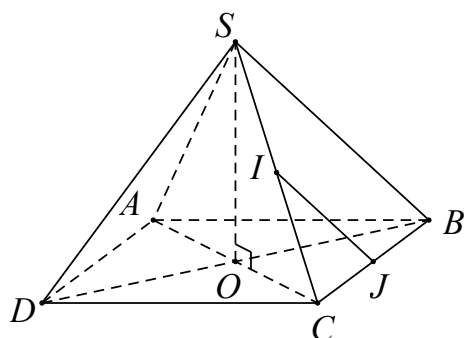
A.  $60^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

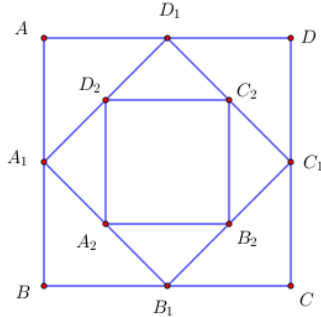
**Lời giải**



Từ giả thiết ta có:  $IJ \parallel SB$  (do  $IJ$  là đường trung bình của  $\Delta SAB$ ).  $\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$ .

Mặt khác, ta lại có  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 26:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$  và có diện tích  $S_1$ . Nối 4 trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của 4 cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3, \dots$  và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích  $S_4, S_5, \dots, S_{100}$  (tham khảo hình bên). Tính tổng  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ .



**A.**  $S = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}$       **B.**  $S = \frac{a^2(2^{99}-1)}{2^{98}}$       **C.**  $S = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{100}}$       **D.**  $S = \frac{a^2}{2^{100}}$

**Lời giải**

Ta có  $S_1 = a^2$ ;  $S_2 = \frac{1}{2}a^2$ ;  $S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$

Do đó  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$  là cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = S_1 = a^2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

Suy ra  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}$ .

**Câu 27:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (biết diện tích của đế tháp là  $12288 \text{ m}^2$ ). Tính diện tích mặt trên cùng.

**A.**  $8\text{m}^2$       **B.**  $6\text{m}^2$       **C.**  $12\text{m}^2$       **D.**  $10\text{m}^2$

**Lời giải**

Ta nhận thấy diện tích các mặt trên của mỗi tầng lập thành 1 cấp số nhân với công bội  $q = \frac{1}{2}$

Số hạng đầu  $u_1 = 12288$ . Khi đó mặt trên cùng tầng 11 ứng với  $u_{12}$ .

Do đó  $u_{12} = u_1 \cdot q^{11} = 12288 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 6$ .

**Câu 28:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{4}$       **B.**  $-\frac{5}{4}$       **C.**  $\frac{5}{4}$       **D.** 2

**Lời giải**

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{5}{4}$ .

**Câu 29:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + ax + 2}\right) = 3$  nếu

**A.**  $a = -6$       **B.**  $a = 6$       **C.**  $a = 3$       **D.**  $a = -3$



**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + ax + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax - 2}{\left( x + \sqrt{x^2 + ax + 2} \right)} = \frac{-a}{2}.$

Theo đề ta có  $\frac{-a}{2} = 3 \Leftrightarrow a = -6.$  Vậy **Chọn A**

**Câu 30:** Tìm giá trị  $m$  để phương trình  $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$  có nghiệm dương?

**A.  $m < 1.$**

**B.  $m > 1.$**

**C.  $m = 1.$**

**D. Không có giá trị nào.**

**Lời giải**

Xét phương trình  $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$  (1).

+) Nếu  $m = 1$ , phương trình (1) trở thành  $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}.$

+) Nếu  $m > 1$  thì  $(m-1)x^3 + 2x + 1 > 0, \forall x > 0.$  Do đó phương trình (1) không có nghiệm dương.

+) Nếu  $m < 1$ , xét hàm số  $f(x) = (m-1)x^3 + 2x + 1$ , ta có:

☐  $f(0) = 1.$

☐  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(m-1)x^3 + 2x + 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left[ (m-1) + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right] = -\infty.$

Do đó, tồn tại  $a > 0$  sao cho  $f(a) < 0.$

Suy ra  $f(0).f(a) < 0.$

**Câu 31:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác

$ABD$ . Gọi  $\alpha$  là góc hợp bởi đường thẳng  $SG$  và mặt phẳng  $(SCD)$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$ , với

$a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $T = a - 2b + 1.$

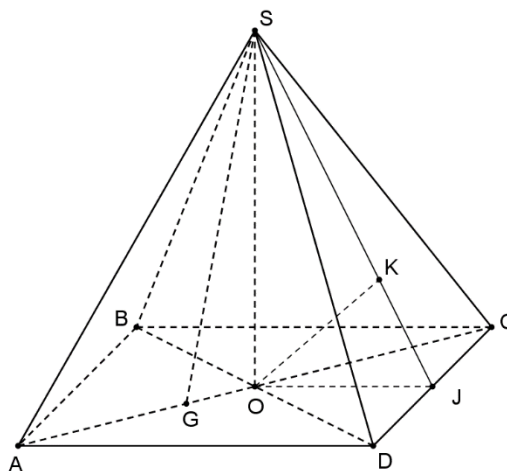
**A.  $T = 58.$**

**B.  $T = 62.$**

**C.  $T = -58.$**

**D.  $T = 32.$**

**Lời giải**



Ta có:  $\sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG}$

Gọi  $O = AC \cap BD$ . Gọi  $J$  là trung điểm  $CD$  và  $K$  là hình chiếu của  $O$  lên  $SJ$

Do  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$  và  $ABCD$  là hình vuông.

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp OJ \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOJ) \Rightarrow (SCD) \perp (SOJ).$$

$$\text{Do } OK \perp SJ \Rightarrow OK \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OK.$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Có } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}; \quad OJ = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2}.$$

$$SJ = \sqrt{SO^2 + OJ^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}, \quad OK = \frac{SO \cdot OJ}{SJ} = \frac{a\sqrt{210}}{30}.$$

$$\text{Mà } \frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(G, (SCD)) = \frac{4}{3}d(O, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{210}}{45}.$$

$$SG = \sqrt{SO^2 + OG^2} = \frac{4a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG} = \frac{\sqrt{105}}{30}.$$

**Câu 32:** Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao  $20(m)$  so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) là

**A.  $180(m)$ .**

**B.  $100(m)$ .**

**C.  $140(m)$ .**

**D.  $80(m)$ .**

**Lời giải**

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng  $\frac{4}{5}$  lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16$  và công bội  $q = \frac{4}{5}$ .

$$\text{Suy ra } S_1 = \frac{16}{1 - \frac{4}{5}} = 80.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là  $S_2 = 20 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  $u_1 = 20$  và công bội  $q = \frac{4}{5}$ .

$$\text{Suy ra } S_2 = \frac{20}{1 - \frac{4}{5}} = 100.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là  $S = S_1 + S_2 = 180$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Khi đó, góc hợp giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.**  $SBA$ .                      **B.**  $SBC$ .                      **C.**  $SAB$ .                      **D.**  $BSA$ .

**Lời giải**

Ta có:  $SA \perp (ABC)$  nên hình chiếu của  $SB$  lên  $(ABC)$  là  $AB$ . Do đó,  
 $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$ .

**Câu 34:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2 \sqrt{x}$  là

- A.**  $\frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .                      **B.**  $\cos x$ .                      **C.**  $2 \cos \sqrt{x}$ .                      **D.**  $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = 2 \sin \sqrt{x} (\sin \sqrt{x})' = 2 \sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x} (\sqrt{x})' = 2 \sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .

**Câu 35:** Hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đạo hàm cấp 5 bằng

- A.**  $y^{(5)} = -\frac{120}{(x+1)^6}$ .                      **B.**  $y^{(5)} = \frac{120}{(x+1)^6}$ .                      **C.**  $y^{(5)} = \frac{1}{(x+1)^6}$ .                      **D.**  $y^{(5)} = -\frac{1}{(x+1)^6}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y = x + \frac{1}{x+1} \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$ .

$\Rightarrow y'' = \frac{2}{(x+1)^3} \Rightarrow y^{(3)} = \frac{-6}{(x+1)^4} \Rightarrow y^{(4)} = \frac{24}{(x+1)^5} \Rightarrow y^{(5)} = -\frac{120}{(x+1)^6}$ .

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = mx - \frac{1}{3}x^3$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $x = -1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) < 2$ ?

- A.**  $m > 3$ .                      **B.**  $m < 3$ .                      **C.**  $m = 3$ .                      **D.**  $m < 1$ .

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = m - x^2$ .

$x = -1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) < 2 \Rightarrow f'(-1) < 2 \Leftrightarrow m - 1 < 2 \Leftrightarrow m < 3$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  đi qua  $A(-6; 5)$  là

- A.**  $y = -x - 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$ .                      **B.**  $y = -x - 2$  và  $y = -2x + 1$ .  
**C.**  $y = x - 1$  và  $y = -x + 2$ .                      **D.**  $y = -x + 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$ . Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị  $(C) \Rightarrow y_0 = \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$

Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M(x_0; y_0)$  là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -\frac{4}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$$

$$\text{Vì tiếp tuyến đi qua điểm } A(-6; 5) \Rightarrow 5 = -\frac{4}{(x_0 - 2)^2}(-6 - x_0) + \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$$

$$\Leftrightarrow 5(x_0 - 2)^2 = 4(6 + x_0) + (x_0 + 2)(x_0 - 2) \Leftrightarrow 4x_0^2 - 24x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 6 \end{cases}$$

Với  $x_0 = 0 \Rightarrow$  PTTT là :  $y = -x - 1$ .

$$\text{Với } x_0 = 6 \Rightarrow \text{PTTT là : } y = \frac{-1}{4}(x - 6) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{4}x + \frac{7}{2}.$$

**Câu 38:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = BD = a$ ,  $AB = CD = 2a$ ,  $AD = BC = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ .

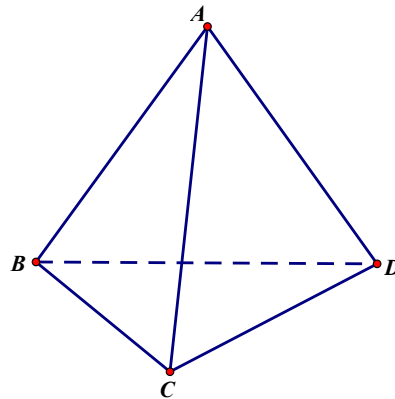
**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$

**Lời giải**



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos(\widehat{AD, BC}) &= \left| \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}|}{AD \cdot BC} \\ \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= AD \cdot AC \cdot \cos \widehat{DAC} - AD \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAD} \\ &= AD \cdot AC \cdot \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD \cdot AC} - AD \cdot AB \cdot \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2AD \cdot AB} \\ &= \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2} - \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2} = \frac{AC^2 + BD^2 - CD^2 - AB^2}{2} \\ &= \frac{a^2 + a^2 - 4a^2 - 4a^2}{2} = -3a^2 \\ \Rightarrow \cos(\widehat{AD, BC}) &= \frac{|-3a^2|}{6a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\widehat{AD, BC}) = 60^\circ. \end{aligned}$$

**Câu 39:** Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường  $S$  ( mét ) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian  $t$  ( giây ), hàm số đó là  $S(t) = 6t^2 - t^3$ . Thời điểm  $t$  (giây) mà tại đó vận tốc  $v$  (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

**A.**  $t = 2s$ .

**B.**  $t = 3s$ .

**C.**  $t = 4s$ .

**D.**  $t = 6s$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } v(t) = S'(t) = 12t - 3t^2 = -3(t - 2)^2 + 12 \Rightarrow v(t) \leq 12. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } t = 2.$$

Vậy vận tốc  $v(\text{m/s})$  của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm  $t = 2s$ .

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $AB = BC = a$  và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  là

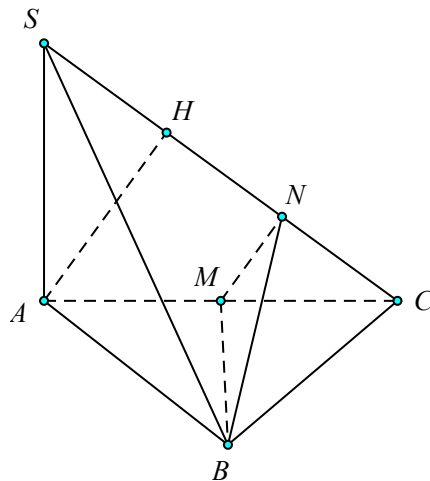
**A.**  $60^\circ$ .

**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $30^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow BM \perp AC$  và  $BM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Kẻ  $AH \perp SC$  tại  $H$  và  $MN \perp SC$  tại  $N$  suy ra  $\widehat{((SAC), (SBC))} = \widehat{BNM}$ .

Có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ ,  $MN = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

Ta có tam giác  $BMN$  vuông tại  $M$  nên  $\tan \widehat{BNM} = \frac{BM}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BNM} = 60^\circ$ .

Vậy  $\widehat{((SAC), (SBC))} = 60^\circ$ .

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = AB = \sqrt{3}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ . Khoảng cách từ  $G$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

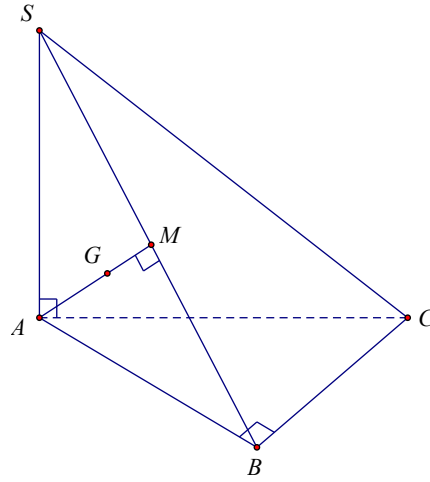
**A.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

**C.**  $\sqrt{3}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB \Rightarrow AM \perp SB$  (vì tam giác  $SAB$  cân).

Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ .

Và  $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow GM \perp (SBC) \text{ tại } M$ .

Do đó  $d(G, (SBC)) = GM$ ,  $SB = AB\sqrt{2} = \sqrt{6}$ ,  $AM = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = AD = 2a$ ,  $CD = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$ , biết hai mặt phẳng  $(SBI)$ ,  $(SCI)$  cùng vuông góc với đáy và  $SI = \frac{3\sqrt{15}a}{5}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$ ,  $(ABCD)$ .

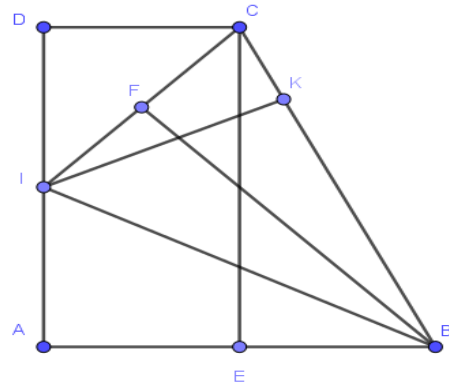
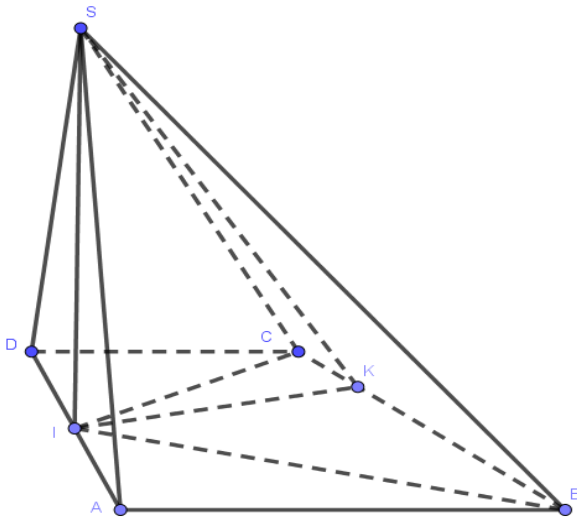
A.  $60^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $36^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**



Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$ .

Đặt  $\alpha = ((SBC), (ABCD)) \Leftrightarrow \alpha = ((SBC), (IBC))$ .

Ta có  $CE = 2a, EB = a \Rightarrow BC = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

Ta có  $S_{\triangle IBC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ICD} + S_{\triangle IAB}) = 3a^2 - \left(\frac{a^2}{2} + a^2\right) = \frac{3a^2}{2}$ .

$$\Rightarrow \frac{1}{2}BC.IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}a\sqrt{5}.IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow IK = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SI}{IK} = \frac{\frac{3a\sqrt{15}}{5}}{\frac{3a}{\sqrt{5}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Khi đó giá trị của  $\sin \alpha$  bằng

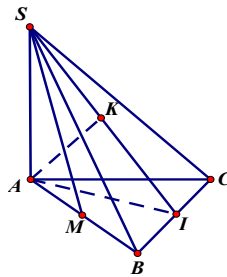
A.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

B.  $\frac{\sqrt{58}}{8}$ .

C.  $\frac{\sqrt{6}}{8}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

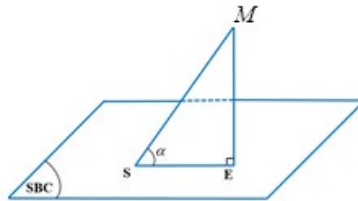
**Lời giải**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Kẻ  $AK \perp SI$ , dễ thấy  $AK \perp (SBC)$  suy ra  $AK = d(A, (SBC))$ .

$$\text{Ta có: } AI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow AK = \frac{AI.SA}{\sqrt{AI^2 + SA^2}} = \frac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$AM \cap (SBC) = B \Rightarrow \frac{d(M, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Tam giác  $SAM$  vuông cân tại  $A$  nên  $SM = a\sqrt{2}$ .

Gọi  $E$  là hình chiếu của  $M$  trên  $(SBC)$  suy ra  $SE$  là hình chiếu của  $SM$  trên mặt phẳng  $(SBC)$

$\Rightarrow$  Góc giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$  là góc giữa hai đường thẳng  $SM, SE$  và bằng  $\widehat{MSE}$ .

$$\text{Xét tam giác } SEM \text{ vuông tại } E \text{ ta có } \sin \widehat{MSE} = \frac{ME}{SM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{8}.$$

**Câu 44:** Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{2x+3} (H)$  cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

**Lời giải**

Tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $O$  nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng  $\pm 1$ .

Gọi tọa độ tiếp điểm là  $(x_0, y_0)$  ta có :  $\frac{-1}{(2x_0+3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2$  hoặc  $x_0 = -1$ .

Với  $x_0 = -1, y_0 = 1$ , phương trình tiếp tuyến là:  $y = -x$  loại vì không cắt hai trục tạo thành tam giác.

Với  $x_0 = -2, y_0 = 0$ , phương trình tiếp tuyến là:  $y = -x - 2$ .

Khi đó tiếp tuyến  $y = -x - 2$  cắt hai trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $A(-2; 0); B(0; -2)$  tạo thành tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $O$  nên  $S_{OAB} = \frac{1}{2}.OA.OB = \frac{1}{2}.2.2 = 2$ .

**Câu 45:** [1D4-3.5-4] Cho hai số thực  $a, b$  và hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ . Tính

tổng  $T = a + b$  biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.

**A.**  $T = \frac{1}{4}$ .

**B.**  $T = -\frac{1}{4}$ .

**C.**  $T = \frac{1}{8}$ .

**D.**  $T = -\frac{1}{8}$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Để thấy hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2), (2; +\infty)$ .

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi nó liên tục tại  $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 4a + 2b + 1$ .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + a + 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ 1 + \frac{2x - 2 - x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} + \frac{a}{(x-2)^2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ 1 + \frac{(2x-2)^2 - x^2(x-1)}{(x-2)^2(2x-2+x\sqrt{x-1})} + \frac{a}{(x-2)^2} \right] = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ 1 - \frac{(x-1)}{2x-2+x\sqrt{x-1}} + \frac{a}{(x-2)^2} \right]. \end{aligned}$$

Để tồn tại giới hạn hữu hạn của hàm số tại  $x = 2$  thì  $a = 0$ .

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{3}{4}$ . Vậy  $\begin{cases} a = 0 \\ 4a + 2b + 1 = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{8} \end{cases}$  và  $T = -\frac{1}{8}$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm  $M$  thuộc  $(C)$  để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có hệ số góc nhỏ nhất

**A.**  $M(1; 0)$

**B.**  $M(-1; 0)$

**C.**  $M(-2; 0)$

**D.**  $M(0; 1)$

**Lời giải**

Gọi  $M(x_0; x_0^3 - 3x_0^2 + 2)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị  $(C)$

$$y' = 3x_0^2 - 6x_0$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có dạng:  $y = k(x - x_0) + y_0$

Với  $k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0^2 - 2x_0 + 1) - 3 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$



Hệ số góc nhỏ nhất bằng  $-3$  khi  $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = y(1) = 0$ ;  $k = -3$

Vậy  $M(1;0)$ .

**Câu 47:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$ . Giá trị của  $a^2 + b^2$  là?

**A. 13.**

**B. 17.**

**C. 20.**

**D. 10.**

**Lời giải**

Do  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$  là giới hạn hữu hạn nên  $\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b = 0$  có nghiệm  $x = 2$ , suy ra  $\sqrt{10 + 2a} - 2 = b$ .

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - \sqrt{10 + 2a} + 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - \sqrt{10 + 2a} - (x - 2)}{x(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 4 + a(x - 2)}{x(x - 2)(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x + 2 + a}{x(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right) = \frac{a + 4}{4\sqrt{10 + 2a}} - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{a + 4}{4\sqrt{10 + 2a}} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{16} \Leftrightarrow 4(a + 4) = 7\sqrt{10 + 2a}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16(a + 4)^2 = 49(10 + 2a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16a^2 + 30a - 234 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow b = 2.$$

Vậy  $a^2 + b^2 = 13$ .

**Câu 48:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$  có kết quả  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b > 0$ . Khi đó  $a + 2b$  có kết quả nào sau đây?

**A. 11.**

**B. 6.**

**C. 7.**

**D. 13.**

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - n}{5n + 2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 + 11}{(5n + 2)\left(\sqrt[3]{8n^3 + 11}^2 + \sqrt[3]{8n^3 + 11} \cdot n + n^2\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7}{(5n + 2)(n + \sqrt{n^2 + 7})}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{n^3 \left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}}^2 + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}}^2 + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)} = \frac{7}{35} + 0 = \frac{1}{5}.$$

$$\Rightarrow a + 2b = 11.$$

**Câu 49:** Một hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 1, có diện tích là  $S_1$ . Nối bốn trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  lần lượt của bốn cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có diện tích là  $S_2$ . Tương tự nối bốn trung điểm  $A_2, B_2, C_2, D_2$  lần lượt của bốn cạnh  $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$  ta được hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích là  $S_3$ . Cứ tiếp tục như vậy ta thu được các diện tích  $S_4, S_5, S_6, \dots, S_n$ . Tính  $\lim(S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n)$ ?

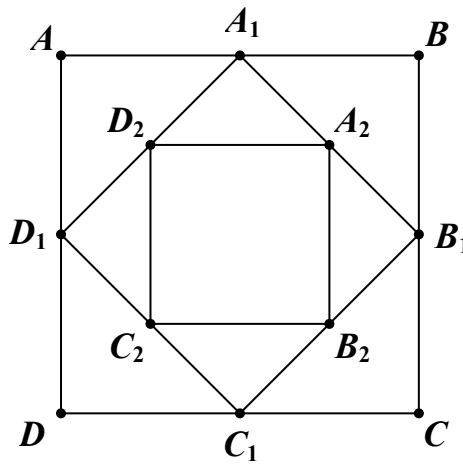
A. 1.

B. 2.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**



Ta có

$$AB = 1, S_1 = AB^2 = 1;$$

$$A_1B_1 = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}, S_2 = A_1B_1^2 = \left(\frac{AB\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2};$$

$$A_2B_2 = \frac{A_1B_1\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}, S_3 = A_2B_2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4};$$

$$A_3B_3 = \frac{A_2B_2\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}, S_4 = A_3B_3^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{1}{8};$$

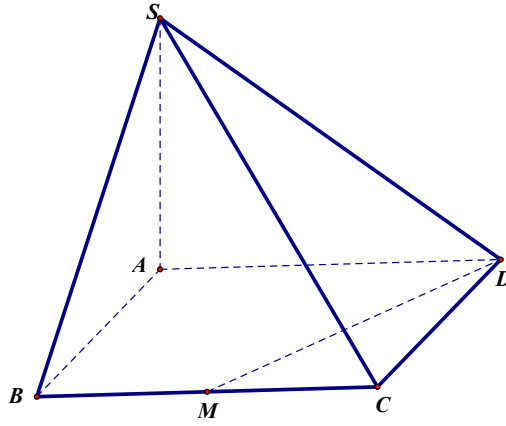
...

$$A_{n-1}B_{n-1} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}, S_n = (A_{n-1}B_{n-1})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \text{ với } n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Do đó  $(S_n)$  là cấp số nhân có  $S_1 = 1$  công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

$$\text{Suy ra } \lim(S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n) = \lim \frac{S_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{S_1}{1 - q} = 2.$$

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SB$  và  $DM$ .



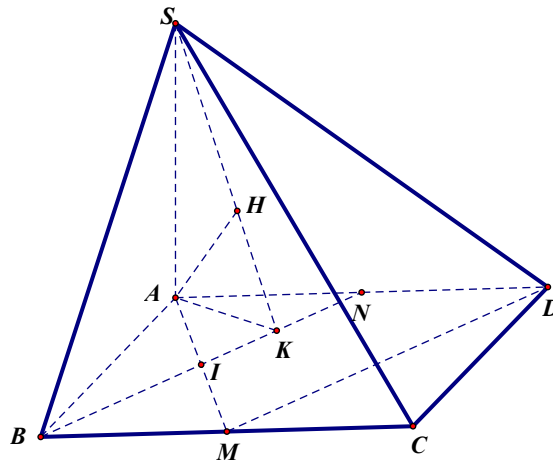
A.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải



Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $AD$ . Ta có  $DM \parallel BN \Rightarrow DM \parallel (SBN)$ .

Do đó  $d(DM, SB) = d(DM, (SBN)) = d(M, (SBN))$ .

Gọi  $I$  là giao điểm của  $BN$  và  $AM$ . Khi đó  $I$  là trung điểm của  $AM$ .

Suy ra  $d(M, (SBN)) = d(A, (SBN))$ .

Kẻ  $AK \perp BN$  và kẻ  $AH \perp SK$ .

Khi đó  $d(A, (SBN)) = AH$ .

Ta có  $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{5}{4a^2}$ .

Suy ra  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{7}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$ .

Vậy  $d(DM, SB) = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 18 (100TN)

- Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với đáy  $(ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A.  $SA \perp (ABCD)$       B.  $SA \perp SB$       C.  $SB \perp (ABCD)$       D.  $SB \perp SC$
- Câu 2:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+2n}{2n+n^2}$
- A. 1      B.  $+\infty$       C. 2      D. 0
- Câu 3:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau,  $M$  là điểm không thuộc hai mặt phẳng. Qua điểm  $M$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với  $(P)$  và  $(Q)$ ?
- A. 2      B. 1      C. 0      D. Vô số
- Câu 4:** Kết luận nào dưới đây về hàm số  $\frac{1}{\sqrt{5-x}}$  là sai?
- A. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; 5)$ .  
 B. Hàm số xác định trên  $(-\infty; 5)$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; 5]$ .  
 D. Hàm số luôn nhận giá trị dương trên tập xác định.
- Câu 5:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Hàm số xác định tại  $a$  thì liên tục tại  $x = a$ .  
 B. Hàm số liên tục trên  $(a; b)$  nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng  $(a; b)$ .  
 C. Hàm số  $y = \tan x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 D. Tồn tại  $x_0 \in \mathbb{R}$  để hàm số  $y = \cos^2 x$  không liên tục tại  $x_0$ .
- Câu 6:** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?
- A.  $(\sqrt{5})^{2n+1}$       B.  $(1, (01))^n$       C.  $(-1)^n \cdot n^2$       D.  $(0, 99)^n$
- Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi  $ABCD$  tâm  $O$ ,  $SO$  vuông góc với  $(ABCD)$ ,  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên  $AB$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABD)$  là góc nào sau đây?
- A. Góc  $\widehat{SCI}$ .      B. Góc  $\widehat{SOI}$ .      C. Góc  $\widehat{SIO}$ .      D. Góc  $\widehat{SIC}$ .
- Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x+2}$ . Tính  $f'(2) - 4f''(-1)$ .
- A. -1.      B.  $\frac{5}{4}$ .      C.  $\frac{1}{4}$ .      D.  $-\frac{1}{4}$ .
- Câu 9:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông. Chọn khẳng định đúng.
- A.  $A'C \perp (BB'D)$ .      B.  $A'C \perp (B'C'D)$ .      C.  $AC \perp (B'BD)$ .      D.  $AC \perp (B'CD')$ .
- Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 - c$ . Biết  $f(2) = 4$ ,  $f'(1) = 0$  và  $f'(-1) = 4$ . Tính  $a + b + c$ ?
- A. -3.      B. -1.      C. -4.      D. 2.
- Câu 11:** Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình:  $s(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$ , trong đó  $t$  tính bằng mét. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc triệt tiêu.
- A.  $24 \text{ m/s}^2$ .      B.  $6 \text{ m/s}^2$ .      C.  $0 \text{ m/s}^2$ .      D.  $12 \text{ m/s}^2$ .
- Câu 12:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Hình chóp tam giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng góc giữa cạnh bên và mặt đáy.
- B. Hình chóp tam giác đều có các mặt bên là các tam giác cân.
- C. Hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều.
- D. Hình chóp tam giác đều có đường cao đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác đáy.

**Câu 13:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có các mặt bên là các tam giác đều cạnh  $2a$ . Tính khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$ .

- A.  $2a\sqrt{2}$ .
- B.  $2a$ .
- C.  $a\sqrt{2}$ .
- D.  $a$ .

**Câu 14:** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  là khoảng cách từ điểm  $M \in (P)$  đến đường thẳng  $a$ .
- B. Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng 0.
- C. Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  là khoảng cách từ điểm  $A \in a$  đến mặt phẳng  $(P)$ .
- D. Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  là khoảng cách từ điểm  $A \in a$  đến một điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 15:** Cho  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^2 n^3 + 5n^2 - n + 1}{4n^3 - bn + a} = b$ . Có bao nhiêu giá trị  $a$  nguyên dương để  $b \in [0; 4]$ ?

- A. 2.
- B. 0.
- C. 16.
- D. 4

**Câu 16:** Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Tính vận tốc của vật đó tại thời điểm  $t = 4$  giây.

- A.  $116m/s$ .
- B.  $212m/s$ .
- C.  $280m/s$ .
- D.  $160m/s$ .

**Câu 17:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng đó và một đường thẳng bất kì nằm trong mặt phẳng đó.
- B. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng chính là góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đó.
- C. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng chính là góc giữa đường thẳng đó với hình chiếu của nó lên mặt phẳng đó.
- D.  $M = \frac{7}{2}, m = 1$ . Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng chính là góc giữa đường thẳng đó với đường thẳng song song với mặt phẳng đó.

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong  $(a; b)$ .
- B. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong  $(a; b)$ .
- C. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm trong  $(a; b)$ .
- D. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong  $(a; b)$  thì  $f(a)f(b) < 0$ .

- Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân, hai mặt phẳng  $(SAB)$ ,  $(SAC)$  cùng vuông góc với  $(ABC)$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$ .
- A.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{15}}{3}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{30}}{5}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .
- Câu 20:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} + 5^n}{4 \cdot 5^n}$
- A. 5.      B. 4.      C. 2.      D.  $\frac{1}{4}$ .
- Câu 21:** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 6}{x - 2} = 4$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 6) \cdot f(x)}{(x - 2)(\sqrt{4 \cdot f(x)} + 1 + 3)}$
- A. 3.      B. 0.      C. 4.      D.  $\frac{8}{9}$ .
- Câu 22:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx + 3$ . Tìm điều kiện của  $m$  để  $x = -1$  là nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$ .
- A.  $m < 1$ .      B.  $m \geq -1$ .      C.  $m \leq 1$ .      D.  $m > -1$ .
- Câu 23:** Trong các tính chất sau, tính chất nào không phải là tính chất của hình lăng trụ đều:
- A. Đáy là một đa giác đều      B. Mặt bên là hình vuông  
C. Cạnh bên vuông góc với đáy      D. Cạnh bên là đường cao của hình lăng trụ
- Câu 24:** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc,  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A.  $OA \perp (OBC)$       B.  $OH \perp (ABC)$   
C.  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{CA^2}$       D.  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$
- Câu 25:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau,  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Mọi đường thẳng trong  $(P)$  đều vuông góc với  $(Q)$ .  
B. Từ một điểm  $A$  nằm trong  $(P)$ , kẻ đường thẳng  $AH$  vuông góc với  $d$  thì đường thẳng  $AH$  nằm trong  $(P)$ .  
C. Mọi đường thẳng vuông góc với  $d$  đều vuông góc với  $(P)$ .  
D. Mọi đường thẳng vuông góc với  $(P)$  đều song song với  $(Q)$ .
- Câu 26:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng  $(P)$  thì chúng song song nhau hoặc cắt nhau theo giao tuyến vuông góc với  $(P)$ .  
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- Câu 27:** Trong các hàm số sau, hàm số nào không liên tục trên  $(1; +\infty)$ ?

**A.**  $y = \sqrt{x-1}$ .      **B.**  $y = \frac{1}{x-1}$ .      **C.**  $y = \cos(x-1)$ .      **D.**  $y = x+1 + \frac{x}{x-2}$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = 12$ . Kết luận nào dưới đây là đúng?

**A.**  $f'(12) = 5$ .      **B.**  $f'(5) = 12$ .      **C.**  $f'(x) = 5$ .      **D.**  $f'(x) = 12$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} x^2 + x - 2, & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$  Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**(I).** Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .      **(II).**  $f'(2) = 3$ .      **(III).**  $f'(5) + f'(-5) = 12$ .

**A.** 0.      **B.** 2.      **C.** 3.      **D.** 1.

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  và các cạnh bên bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là:

**A.** Trọng tâm của tam giác  $ABC$ .      **B.** Trung điểm của  $AC$ .  
**C.** Trung điểm của  $AB$ .      **D.** Trung điểm của  $BC$ .

**Câu 31:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x+4) \sqrt{\frac{x-1}{2x^3+x}}$ .

**A.**  $\sqrt{2}$ .      **B.** 1.      **C.** -1.      **D.**  $-\sqrt{2}$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Góc tạo bởi tiếp tuyến của đồ thị hàm số và trục  $Ox$  là một góc nhọn.  
**B.** Có đúng 2 tiếp tuyến của đồ thị hàm số vuông góc với nhau.  
**C.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $x = \frac{\pi}{2}$  có hệ số góc  $k = 3$ .  
**D.** Có ít nhất 1 tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $y + x = 0$ .

**Câu 33:** Tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của đồ thị hàm số  $y = (2x-1)\sqrt{15+4x^2}$  và trục hoành.

**A.**  $\frac{1}{2}$ .      **B.** 8.      **C.**  $\frac{1}{4}$ .      **D.** -2.

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(2x) = 4 \cos x \cdot f(x) - 2x$ . Tính  $f'(0)$ .

**A.** 1.      **B.**  $\frac{\pi}{2}$ .      **C.** 2.      **D.** 0

**Câu 35:** Biết hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 2b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $a, b$  thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

**A.**  $a \leq -2b$ .      **B.**  $a < -2b$ .      **C.**  $a > -2b$ .      **D.**  $a \geq -2b$

**Câu 36:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $I$  là trung điểm của  $AB$  và  $A'I \perp (ABC)$ . Gọi  $d$  là khoảng cách giữa  $A'B'$  và  $CI$ . Chọn khẳng định đúng.

**A.**  $d = C'I$ .      **B.**  $d = AA'$ .      **C.**  $d = B'I$ .      **D.**  $d = A'I$

**Câu 37:** Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào có đạo hàm là  $y' = 1 - \frac{4}{(1-x)^2}$ ?

**A.**  $y = 2x - \frac{4}{1-x}$ .      **B.**  $y = x + 2 - \frac{4}{x-1}$ .      **C.**  $y = x + \frac{4}{1-x}$ .      **D.**  $y = x + 1 + \frac{4}{x-1}$ .

**Câu 38:** Từ điểm  $A(0;1)$  kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2$ ?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

**Câu 39:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \left(ax + \frac{b}{x} + c\right)^3$ , với  $a, b, c$  là các hằng số.

- A.  $y' = 3\left(ax + \frac{b}{x} + c\right)^2 \left(a - \frac{b}{x^2}\right)$ . B.  $y' = 3\left(ax + \frac{b}{x}\right)^2 \left(a - \frac{b}{x^2}\right)$ .  
C.  $y' = 3(ax + bx + c)^2 \left(a - \frac{b}{x^2}\right)$ . D.  $y' = 3\left(ax + \frac{b}{x} + c\right) \left(a + \frac{b}{x^2}\right)$ .

**Câu 40:** Biết  $(\cos 3x + \cot 2x)' = a \sin 3x + \frac{b}{\sin^2 2x}$ . Tính  $a - b$ .

- A. -1 B. -5 C. 1 D. 5

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{2x + 2} & (\text{khi } x < 1) \\ 1 + \sqrt{x} & (\text{khi } x \geq 1) \end{cases}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y$

- A.  $\frac{3}{2}$  B. 2 C. 1 D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 42:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 6x + 7} = \frac{a}{b}$ ;  $a, b \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a.b$

- A. 6 B. 7 C. 9 D. 10

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Chọn mệnh đề **sai**.

- A.  $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC))$ . B.  $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$ .  
C.  $d(A, (SBC)) = AB$ . D.  $d(A, (SBC)) = d(AD, SB)$ .

**Câu 44:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.  $\lim \left(\frac{1}{n}\right)^3 = 0$ . B.  $\lim q^n = 0, q \in \mathbb{R}$ . C.  $\lim n^2 = +\infty$ . D.  $\lim \sqrt{n} = +\infty$ .

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = \sin^2 x$ . Tìm số nghiệm của phương trình  $y' = 0$  trên  $[0; \pi]$ ?

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

**Câu 46:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng đáy là trung điểm  $B'C'$ . Tính độ dài của cạnh bên hình trụ.

- A.  $a\sqrt{3}$ . B.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . C.  $2a\sqrt{3}$  D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 47:** Cho hàm số  $y = \frac{\sin x + m}{\cos 2x + m}$ . Tìm giá trị  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = \frac{\pi}{2}$ .

- A.  $m = 1$ . B.  $m > -1$ . C.  $m < 1$ . D.  $m = -1$ .

**Câu 48:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $BCD$  là tam giác vuông tại  $C$  và  $AB \perp (BCD)$ ,  $M$  là điểm nằm trên cạnh  $BD$  và không trùng với  $B, D$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $M$  và vuông góc với  $BC$ . Xác định giao tuyến của  $(P)$  với mặt phẳng  $(ABD)$ .

- A. Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $AB$ .  
B. Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $CB$ .



**C.** Đường thẳng đi qua M và song song với  $BC$ .

**D.** Đường thẳng đi qua M và song song với  $AB$ .

**Câu 49:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa  $AB'$  và  $BC'$ .

**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . M và N là hai điểm thay đổi trên cạnh CB và CD sao cho  $CM = 2x$ ,  $CN = x$   $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$ . Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $x$  để  $(SAM) \perp (SMN)$ .

**A.**  $2a = x$ .

**B.**  $2a(a - 3x) = 0$ .

**C.**  $4x^2 - ax = 0$ .

**D.**  $x^2 - 3ax = 0$ .

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với đáy  $(ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $SA \perp (ABCD)$       B.  $SA \perp SB$       C.  $SB \perp (ABCD)$       D.  $SB \perp SC$

Lời giải

Chọn C

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SBC) \perp (ABCD) \\ SB = (SAB) \cap (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow SB \perp (ABCD)$$

**Câu 2:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+2n}{2n+n^2}$

- A. 1      B.  $+\infty$       C. 2      D. 0

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S &= 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \\ \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+2n}{2n+n^2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n(2n+1)}{2}}{2n+n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 \left(2 - \frac{1}{n}\right)}{2n^2 \left(\frac{2}{n} + 1\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n}}{\frac{2}{n} + 1} = 2 \end{aligned}$$

**Câu 3:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau,  $M$  là điểm không thuộc hai mặt phẳng. Qua điểm  $M$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với  $(P)$  và  $(Q)$ ?

- A. 2      B. 1      C. 0      D. Vô số

Lời giải

Chọn B

Để một mặt phẳng vuông góc với cả  $(P)$  và  $(Q)$  thì mặt phẳng đó phải vuông góc với giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$ . Nhưng qua 1 điểm không thuộc 2 mặt phẳng chỉ có 1 mặt phẳng duy nhất vuông góc với tiếp tuyến của chúng

**Câu 4:** Kết luận nào dưới đây về hàm số  $\frac{1}{\sqrt{5-x}}$  là sai?

- A. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; 5)$ .  
B. Hàm số xác định trên  $(-\infty; 5)$ .  
C. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; 5]$ .  
D. Hàm số luôn nhận giá trị dương trên tập xác định.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định  $\Leftrightarrow 5-x > 0 \Leftrightarrow x < 5 \Rightarrow D = (-\infty; 5)$

Do đó, đáp án A, B đúng.

Ta có  $\frac{1}{\sqrt{5-x}} > 0 \quad \forall x \in (-\infty; 5)$ . Do đó đáp án D đúng.

Dựa vào tập xác định, ta có hàm số không xác định tại  $x = 5$  nên hàm không liên tục bên trái tại  $x = 5$ .

**Câu 5:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số xác định tại  $a$  thì liên tục tại  $x = a$ .

B. Hàm số liên tục trên  $(a; b)$  nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng  $(a; b)$ .

C. Hàm số  $y = \tan x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

D. Tồn tại  $x_0 \in \mathbb{R}$  để hàm số  $y = \cos^2 x$  không liên tục tại  $x_0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đáp án A sai ví dụ như hàm số  $y = \frac{|x|}{x}$  xác định tại  $x = 0$  nhưng không liên tục tại  $x = 0$ .

Đáp án B đúng (Lý thuyết)

Đáp án C sai vì hàm số  $y = \tan x$  không xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Đáp án D sai vì hàm số  $y = \cos^2 x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A.  $(\sqrt{5})^{2n+1}$

B.  $(1, (01))^n$

C.  $(-1)^n \cdot n^2$

D.  $(0, 99)^n$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\lim q^n = 0$  khi  $|q| < 1$ .

Suy ra  $\lim (0, 99)^n = 0$  do  $|0, 99| < 1$

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi  $ABCD$  tâm  $O$ ,  $SO$  vuông góc với  $(ABCD)$ ,  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên  $AB$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABD)$  là góc nào sau đây?

A. Góc  $\widehat{SCI}$ .

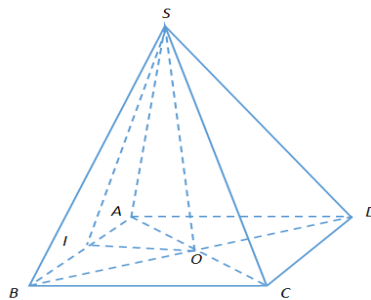
B. Góc  $\widehat{SOI}$ .

C. Góc  $\widehat{STO}$ .

D. Góc  $\widehat{SIC}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Theo giả thiết  $SO$  vuông góc với  $(ABCD)$  nên  $SO \perp AB$ ;

$I$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên  $AB$  nên  $OI \perp AB$ .

Do đó  $AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp SI$ .

Vậy Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABD)$  là Góc  $\widehat{STO}$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x+2}$ . Tính  $f'(2) - 4f''(-1)$ .

A.  $-1$ .

B.  $\frac{5}{4}$ .

C.  $\frac{1}{4}$ .

D.  $\frac{-1}{4}$ .

Lời giải

Chọn B

Tập xác định:  $D = [-2; +\infty)$

Ta có:  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}}; f''(x) = \frac{-1}{4(x+2)\sqrt{x+2}}$ .

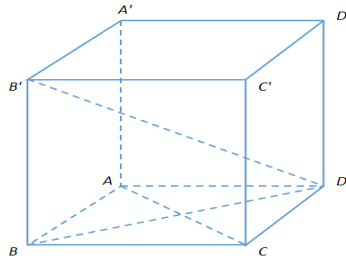
$\Rightarrow f'(2) - 4f''(-1) = \frac{1}{2\sqrt{2+2}} - 4 \cdot \frac{-1}{4(-1+2)\sqrt{-1+2}} = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$ .

**Câu 9:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông. Chọn khẳng định đúng.

A.  $A'C \perp (BB'D)$ . B.  $A'C \perp (B'C'D)$ . C.  $AC \perp (B'BD)$ . D.  $AC \perp (B'CD')$ .

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết ta có:  $ABCD$  là hình vuông  $\Rightarrow AC \perp BD$ .

Mà  $ABC.A'B'C'D'$  là hình lăng trụ đứng nên  $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AC$ .

Do đó  $\Rightarrow AC \perp (B'BD)$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 - c$ . Biết  $f(2) = 4$ ,  $f'(1) = 0$  và  $f'(-1) = 4$ . Tính  $a + b + c$ ?

A. -3. B. -1. C. -4. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 - c$  và  $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx$ .

Theo đề cho ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 8a + 4b - c = 4 \\ 3a + 2b = 0 \\ 3a - 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -1 \\ c = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

Vậy  $a + b + c = -3$ .

**Câu 11:** Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình:  $s(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$ , trong đó  $t$  tính bằng mét. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc triệt tiêu.

A.  $24 \text{ m/s}^2$ . B.  $6 \text{ m/s}^2$ . C.  $0 \text{ m/s}^2$ . D.  $12 \text{ m/s}^2$ .

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình vận tốc:  $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 6t - 9$ .

Phương trình gia tốc:  $a(t) = v'(t) = s''(t) = 6t + 6$ .

Tại thời điểm vận tốc triệt tiêu thì:  $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 6t - 9 = 0 \Rightarrow t = 1$  (vì  $t \geq 0$ ).

Gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc triệt tiêu:  $a(1) = 6 + 6 = 12 \text{ m/s}^2$ .

**Câu 12:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A.** Hình chóp tam giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng góc giữa cạnh bên và mặt đáy.
- B.** Hình chóp tam giác đều có các mặt bên là các tam giác cân.
- C.** Hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều.
- D.** Hình chóp tam giác đều có đường cao đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác đáy.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Xét hình chóp đều như hình vẽ.

Ta có:

**A.** Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:  $(SD, (ABD)) = \widehat{SDF}$ .

Góc giữa mặt bên và mặt đáy:  $((SAB), (ABD)) = \widehat{SFD}$ .

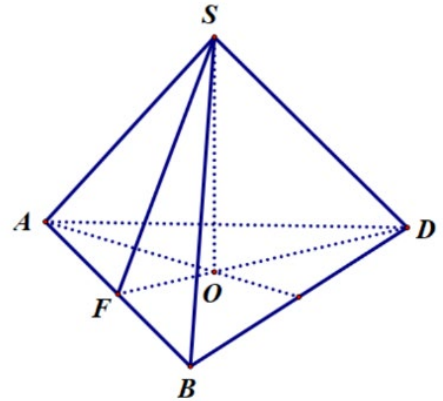
$\Delta SFD$  có  $SO$  là đường cao nhưng không là trung tuyến nên  $\Delta SFD$  không cân tại  $S$ . Suy ra  $\widehat{SDF} \neq \widehat{SFD}$ .

**B.** Các mặt bên là các tam giác cân.

**C.** Đáy là tam giác đều.

**D.** Đường cao đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác đáy.

Vậy **Chọn A**



**Câu 13:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có các mặt bên là các tam giác đều cạnh  $2a$ . Tính khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**A.**  $2a\sqrt{2}$ .

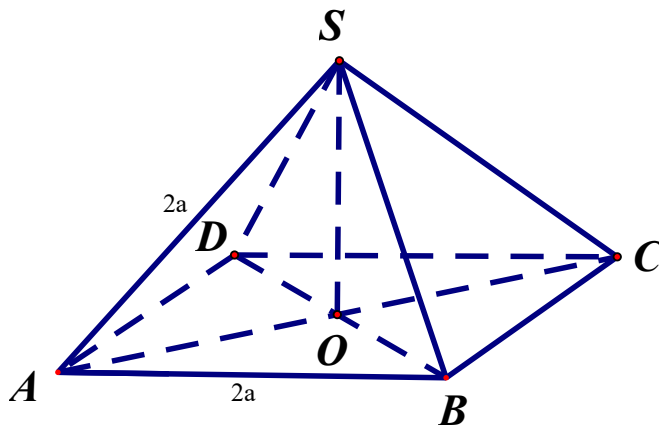
**B.**  $2a$ .

**C.**  $a\sqrt{2}$ .

**D.**  $a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ .

$$d(S, (ABCD)) = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}.$$

**Câu 14:** Cho đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  là khoảng cách từ điểm  $M \in (P)$  đến đường thẳng  $a$ .

**B.** Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng 0.

**C.** Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  là khoảng cách từ điểm  $A \in a$  đến mặt phẳng  $(P)$ .

**D.** Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$  là khoảng cách từ điểm  $A \in a$  đến một điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo khái niệm khoảng cách giữa đường thẳng song song với mặt phẳng thì đáp án đúng là C

**Câu 15:** Cho  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^2 n^3 + 5n^2 - n + 1}{4n^3 - bn + a} = b$ . Có bao nhiêu giá trị  $a$  nguyên dương để  $b \in [0; 4]$ ?

**A.** 2.

**B.** 0.

**C.** 16.

**D.** 4

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^2 n^3 + 5n^2 - n + 1}{4n^3 - bn + a} = b \Leftrightarrow \frac{a^2}{4} = b \Leftrightarrow a = 2\sqrt{b}$  (do  $a > 0$ ).

Để  $a$  nguyên dương thì  $2\sqrt{b}$  nguyên dương  $\Rightarrow b = 1$  hoặc  $b = 4$

Suy ra:  $a = 2; 4$

**Câu 16:** Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Tính vận tốc của vật đó tại thời điểm  $t = 4$  giây.

**A.** 116m/s.

**B.** 212m/s.

**C.** 280m/s.

**D.** 160m/s.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có vận tốc được tính theo công thức:  $v(t) = s'(t) = \frac{1}{2}(4t^3 - 6t) = 2t^3 - 3t$

Do đó tại  $t = 4$  giây thì:  $v(4) = 116m/s$ .

**Câu 17:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng đó và một đường thẳng bất kì nằm trong mặt phẳng đó.

**B.** Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng chính là góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đó.

**C.** Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng chính là góc giữa đường thẳng đó với hình chiếu của nó lên mặt phẳng đó.

**D.**  $M = \frac{7}{2}, m = 1$ . Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng chính là góc giữa đường thẳng đó với đường thẳng song song với mặt phẳng đó.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào định nghĩa.

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong  $(a; b)$ .

**B.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong  $(a; b)$ .

**C.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a)f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm trong  $(a; b)$ .

**D.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong  $(a; b)$  thì  $f(a)f(b) < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo định lý sgk

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân, hai mặt phẳng  $(SAB)$ ,  $(SAC)$  cùng vuông góc với  $(ABC)$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$ .

**A.**  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

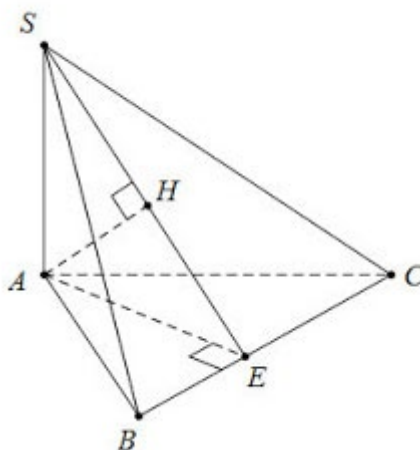
**B.**  $\frac{a\sqrt{15}}{3}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{30}}{5}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**



+) Ta có: hai mặt phẳng  $(SAB)$ ,  $(SAC)$  cùng vuông góc với  $(ABC)$

Mà:  $(SAB) \cap (SAC) = SA$

Nên:  $SA \perp (ABC)$

+) Trong  $(ABC)$  dựng  $AE \perp BC$  tại  $E$

Mà:  $SA \perp BC$  (vì  $SA \perp (ABC)$ )

Nên:  $BC \perp (SAE)$

+) Trong  $(SAE)$  dựng  $AH \perp SE$

Mà:  $AH \perp BC$  (vì  $BC \perp (SAE)$ )

Nên:  $AH \perp (SBC)$

+) Ta có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{7}{3a^2}$

Do đó:  $d(A; (SBC)) = AH = a \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**Câu 20:** Tính  $\lim \frac{2^{2n} + 5^n}{4 \cdot 5^n}$

A. 5.

B. 4.

C. 2.

**D.  $\frac{1}{4}$ .**

**Lời giải:**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim \frac{2^{2n} + 5^n}{4 \cdot 5^n} = \lim \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^n + 1}{4} = \frac{1}{4}.$$

**Câu 21:** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 6}{x - 2} = 4$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 6) \cdot f(x)}{(x - 2)(\sqrt{4 \cdot f(x) + 1} + 3)}$

**A. 3.**

B. 0.

C. 4.

**D.  $\frac{8}{9}$ .**

**Lời giải:**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } \frac{f(x) - 6}{x - 2} = g(x) \text{ suy ra: } f(x) = (x - 2) \cdot g(x) + 6$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0 \cdot 4 + 6 = 6.$$

Vậy:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 6) \cdot f(x)}{(x - 2)(\sqrt{4 \cdot f(x) + 1} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 6}{x - 2} \cdot \frac{f(x)}{\sqrt{4 \cdot f(x) + 1} + 3} = 4 \cdot \frac{6}{\sqrt{4 \cdot 6 + 1} + 3} = 3$$

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx + 3$ . Tìm điều kiện của  $m$  để  $x = -1$  là 1 nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$ .

A.  $m < 1$ .

B.  $m \geq -1$ .

**C.  $m \leq 1$ .**

D.  $m > -1$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } y' = -x^2 + m.$$

$$\text{Do đó: } y' \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ \begin{cases} x \leq -\sqrt{m} \\ x \geq \sqrt{m} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$x = -1 \text{ là 1 nghiệm của bất phương trình } \Rightarrow -1 \leq -\sqrt{m} \Leftrightarrow \sqrt{m} \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 1$$

**Câu 23:** Trong các tính chất sau, tính chất nào không phải là tính chất của hình lăng trụ đều:

A. Đây là một đa giác đều

**B. Mặt bên là hình vuông**

C. Cạnh bên vuông góc với đáy

D. Cạnh bên là đường cao của hình lăng trụ

**Lời giải:**

**Chọn B**

**Câu 24:** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc,  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?



**A.**  $OA \perp (OBC)$       **B.**  $OH \perp (ABC)$

**C.**  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{CA^2}$

**D.**  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

**Lời giải:**

**Chọn C**

**A** đúng vì:  $OA \perp OB, OA \perp OC \Rightarrow OA \perp (OBC)$

**B** đúng vì:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ OA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH$$

$$\begin{cases} BH \perp AC \\ OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OAH) \Rightarrow AC \perp OH$$

Do đó:  $OH \perp (ABC)$

**D** đúng vì:

Gọi  $K$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  xuống  $BC$

Ta có:

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2}$$

**Câu 25:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau,  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Mọi đường thẳng trong  $(P)$  đều vuông góc với  $(Q)$ .

**B.** Từ một điểm  $A$  nằm trong  $(P)$ , kẻ đường thẳng  $AH$  vuông góc với  $d$  thì đường thẳng  $AH$  nằm trong  $(P)$ .

**C.** Mọi đường thẳng vuông góc với  $d$  đều vuông góc với  $(P)$ .

**D.** Mọi đường thẳng vuông góc với  $(P)$  đều song song với  $(Q)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn B**

+ Mệnh đề **A** sai nếu đường thẳng trong  $(P)$  không vuông góc với  $d$ .

+ Mệnh đề **B** đúng, vì lúc đó  $\begin{cases} AH \perp (Q) \\ (P) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH \parallel (P) \\ AH \subset (P) \end{cases}$  mà  $A \in (P)$  nên  $AH \subset (P)$ .

+ Mệnh đề **A** sai vì tồn tại đường thẳng vuông góc với  $d$  chứa trong  $(P)$ .

+ Mệnh đề **D** sai vì tồn tại đường thẳng vuông góc với  $(P)$  chứa trong  $(Q)$ .

**Câu 26:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng  $(P)$  thì chúng song song nhau hoặc cắt nhau theo giao tuyến vuông góc với  $(P)$ .

**D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn B**

+ Mệnh đề **A sai**, vì tồn tại hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng nhưng chéo nhau.

+ Mệnh đề **B đúng** theo **Tính chất 1b** – SGK HH 11 trang 101.

+ Mệnh đề **C đúng**.

Gọi  $(Q), (R)$  là hai mặt phẳng cùng vuông góc với  $(P)$ .

Hai mặt phẳng phân biệt thì hoặc cắt nhau hoặc song song với nhau, nên nếu  $(Q), (R)$  cắt nhau thì theo **Định lý 2** – SGK HH 11 trang 107, giao tuyến của  $(Q)$  và  $(R)$  vuông góc với  $(P)$ .

+ Mệnh đề **D đúng** theo **Tính chất 2b** – SGK HH 11 trang 101.

**Câu 27:** Trong các hàm số sau, hàm số nào **không** liên tục trên  $(1; +\infty)$ ?

**A.**  $y = \sqrt{x-1}$ .

**B.**  $y = \frac{1}{x-1}$ .

**C.**  $y = \cos(x-1)$ .

**D.**  $y = x + 1 + \frac{x}{x-2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D**

+ Với mọi  $x_0 \in (1; +\infty)$ :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{x-1} = \sqrt{x_0-1} = f(x_0)$  nên hàm số  $y = \sqrt{x-1}$  liên tục trên  $(1; +\infty)$ .

+ Hàm  $y = \frac{1}{x-1}$  là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên từng khoảng xác định của nó nên liên tục trên  $(1; +\infty)$ .

+ Hàm  $y = \cos(x-1)$  là hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $(1; +\infty)$ .

+ Hàm  $y = x + 1 + \frac{x}{x-2}$  không xác định tại  $x = 2$  nên bị gián đoạn tại  $x = 2 \in (1; +\infty)$ .

Suy ra  $y = x + 1 + \frac{x}{x-2}$  không liên tục trên  $(1; +\infty)$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = 12$ . Kết luận nào dưới đây là đúng?

**A.**  $f'(12) = 5$ .

**B.**  $f'(5) = 12$ .

**C.**  $f'(x) = 5$ .

**D.**  $f'(x) = 12$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f'(5) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = 12$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} x^2 + x - 2, & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$  Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

(I). Hàm số liên tục tại  $x = 2$ . (II).  $f'(2) = 3$ . (III).  $f'(5) + f'(-5) = 12$ .

**A.** 0.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + x - 2) = 4 = f(2)$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$ .

Vậy hàm số liên tục tại  $x = 2$ .

Ta có  $f'(2^+) = 5$ ,  $f'(2^-) = 1$  nên mệnh đề  $f'(2) = 3$  là sai.

$$f'(5) = 11; f'(-5) = 1 \Rightarrow f'(5) + f'(-5) = 12$$

Vậy có 2 mệnh đề đúng.

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  và các cạnh bên bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là:

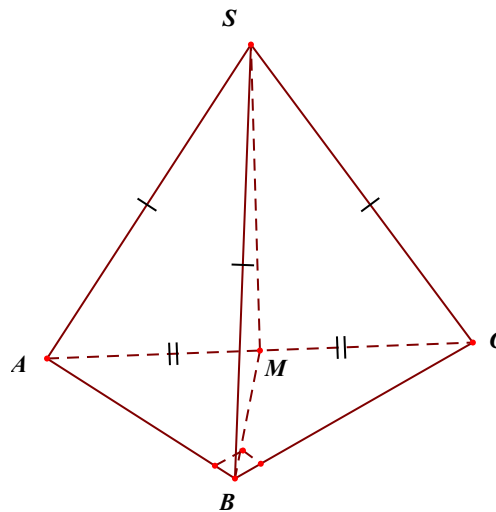
A. Trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

B. Trung điểm của  $AC$ .

C. Trung điểm của  $AB$ . D. Trung điểm của  $BC$ .

Lời giải

Chọn B



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow SM \perp AC, MA = MB = MC$

Ta có  $SM^2 + MC^2 = SC^2 \Rightarrow SM^2 + MB^2 = SB^2 \Rightarrow \Delta SMB$  vuông tại  $M$

$\Rightarrow SM \perp (ABC) \Rightarrow M \equiv H$ .

**Câu 31:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x+4) \sqrt{\frac{x-1}{2x^3+x}}$ .

A.  $\sqrt{2}$ .

B. 1.

C. -1.

D.  $-\sqrt{2}$ .

Lời giải

Chọn D

Với mọi  $x < -2$ , ta có  $2x+4 = -\sqrt{(2x+4)^2}$ .

$$\text{Do đó: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x+4) \sqrt{\frac{x-1}{2x^3+x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ -\sqrt{\frac{(x-1)(2x+4)^2}{2x^3+x}} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ -\sqrt{\frac{(1-\frac{1}{x})(2+\frac{4}{x})^2}{2+\frac{1}{x^2}}} \right] = -\sqrt{2}.$$

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Góc tạo bởi tiếp tuyến của đồ thị hàm số và trục  $Ox$  là một góc nhọn.

B. Có đúng 2 tiếp tuyến của đồ thị hàm số vuông góc với nhau.

C. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $x = \frac{\pi}{2}$  có hệ số góc  $k = 3$ .

D. Có ít nhất 1 tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $y + x = 0$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\text{Ta có: } y = \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} \Rightarrow y' = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{1}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{1}{2 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{2}{\sin^2 x} > 0, \forall x \in D.$$

$$\text{Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm } M(x_0; y_0) \text{ có hệ số góc là } k = y'(x_0) = \frac{2}{\sin^2 x_0} > 0$$

- Do tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc  $k > 0$  nên đáp án A đúng.

- Xét đáp án B. Giả sử có đúng 2 tiếp điểm  $M_1(x_1; y_1)$  và  $M_2(x_2; y_2)$  sao cho 2 tiếp tuyến tại đó vuông góc với nhau  $\Rightarrow y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1 \Rightarrow \frac{2}{\sin^2 x_1} \cdot \frac{2}{\sin^2 x_2} = -1$  ( vô lý ), nên đáp án B sai.

- Do  $k = y'(\frac{\pi}{2}) = 2$  nên đáp án C sai.

- Xét đáp án D. Giả sử có 1 tiếp điểm  $M_1(x_1; y_1)$  sao cho tiếp tuyến tại đó song song với đường thẳng  $y + x = 0 \Rightarrow y'(x_1) = -1 \Rightarrow \frac{2}{\sin^2 x_1} = -1$  ( vô lý ), nên đáp án D sai.

**Câu 33:** Tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của đồ thị hàm số  $y = (2x-1)\sqrt{15+4x^2}$  và trục hoành.

A.  $\frac{1}{2}$ .

B. 8.

C.  $\frac{1}{4}$ .

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = (2x-1)\sqrt{15+4x^2}$  với trục hoành.

$$(2x-1)\sqrt{15+4x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } y = (2x-1)\sqrt{15+4x^2} \Rightarrow y' = \frac{16x^2 - 4x + 30}{\sqrt{15+4x^2}} \Rightarrow y'(\frac{1}{2}) = 8.$$

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(2x) = 4 \cos x \cdot f(x) - 2x$ . Tính  $f'(0)$ .

A. 1.

B.  $\frac{\pi}{2}$ .

C. 2.

D. 0

Lời giải

Chọn A

Thay  $x = 0$  vào hệ thức đã cho ta có  $f(0) = 4f(0) \Leftrightarrow f(0) = 0$ . ( tiếc bài này không sử dụng giả thiết này, nếu thay hệ thức trên bằng  $f(2x) = \sin x \cdot f(x) - 2x + 1$  thì bài toán hay hơn)

$$\text{Đạo hàm hai vế theo } x \text{ ta có: } 2f'(2x) = -4 \sin x \cdot f(0) + 4 \cos x \cdot f'(x) - 2 (*)$$

$$\text{Thay } x = 0 \text{ vào hệ thức } (*) \text{ ta có: } 2f'(0) = 4f'(0) - 2 \Leftrightarrow f'(0) = 1.$$

**Câu 35:** Biết hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 2b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $a, b$  thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

A.  $a \leq -2b$ .

B.  $a < -2b$ .

C.  $a > -2b$ .

D.  $a \geq -2b$

Lời giải

Chọn C

Hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 2b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $x^2 + a + 2b \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ , điều này tương đương với phương trình  $x^2 = -a - 2b$  vô nghiệm và điều kiện là  $-a - 2b < 0 \Leftrightarrow a > -2b$ .

**Câu 36:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $I$  là trung điểm của  $AB$  và  $A'I \perp (ABC)$ . Gọi  $d$  là khoảng cách giữa  $A'B'$  và  $CI$ . Chọn khẳng định đúng.

A.  $d = C'I$ .

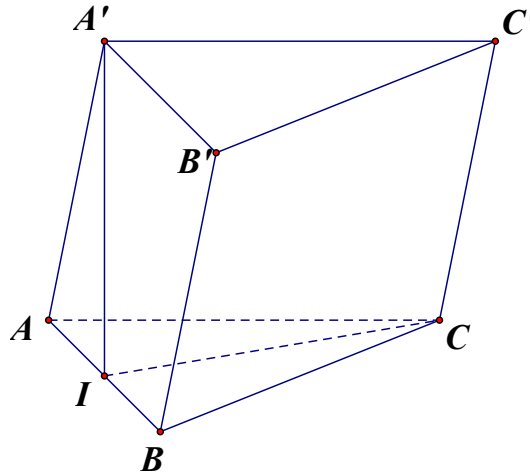
B.  $d = AA'$ .

C.  $d = B'I$ .

**D.  $d = A'I$**

Lời giải

Chọn D



Do  $IA' \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} IA' \perp IC \\ IA' \perp AB \end{cases}$ , mà  $A'B' \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} IA' \perp IC \\ IA' \perp A'B' \end{cases}$ . Do đó  $IA'$  là đường vuông góc chung của hai đường thẳng  $A'B'$  và  $CI$ . Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng  $A'B'$  và  $CI$  là độ dài  $IA'$ .

**Câu 37:** Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào có đạo hàm là  $y' = 1 - \frac{4}{(1-x)^2}$ ?

A.  $y = 2x - \frac{4}{1-x}$ .

B.  $y = x + 2 - \frac{4}{x-1}$ .

C.  $y = x + \frac{4}{1-x}$ .

**D.  $y = x + 1 + \frac{4}{x-1}$**

Lời giải:

Chọn D

Áp dụng công thức  $\left(\frac{k}{u}\right)' = -\frac{k \cdot u'}{u^2}$  và  $(x') = 1$ , ta có:

A.  $y = 2x - \frac{4}{1-x} \Rightarrow y' = 2 + \frac{4(1-x)'}{(1-x)^2} = 2 - \frac{4}{(1-x)^2}$ .

B.  $y = x + 2 - \frac{4}{x-1} \Rightarrow y' = 1 + \frac{4(x-1)'}{(x-1)^2} = 1 + \frac{4}{(x-1)^2}$ .

C.  $y = x + \frac{4}{1-x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4(1-x)'}{(1-x)^2} = 1 + \frac{4}{(1-x)^2}$ .

$$\text{D. } y = x + 1 + \frac{4}{x-1} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4(x-1)'}{(x-1)^2} = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}.$$

**Câu 38:** Từ điểm  $A(0;1)$  kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2$ ?

**A. 2.**

**B. 0.**

**C. 3.**

**D. 1.**

**Lời giải:**

**Chọn A**

Hàm số  $y = x^2 + 2$  có đạo hàm  $y' = 2x$ .

Xét tiếp tuyến tại điểm  $M(x_0; y_0)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2$ , ta có phương trình tiếp tuyến là  $d: y = 2x_0(x - x_0) + x_0^2 + 2$ .

Ta có  $d$  đi qua  $A(0;1)$  khi và chỉ khi  $1 = 2x_0(0 - x_0) + x_0^2 + 2 \Leftrightarrow x_0^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1$ .

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 39:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \left(ax + \frac{b}{x} + c\right)^3$ , với  $a, b, c$  là các hằng số.

**A.  $y' = 3\left(ax + \frac{b}{x} + c\right)^2 \left(a - \frac{b}{x^2}\right)$ .**

**B.  $y' = 3\left(ax + \frac{b}{x}\right)^2 \left(a - \frac{b}{x^2}\right)$ .**

**C.  $y' = 3(ax + bx + c)^2 \left(a - \frac{b}{x^2}\right)$ .**

**D.  $y' = 3\left(ax + \frac{b}{x} + c\right) \left(a + \frac{b}{x^2}\right)$ .**

**Lời giải:**

**Chọn A**

Áp dụng các công thức:  $(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$  và  $\left(\frac{k}{x}\right)' = -\frac{k}{x^2}$ , ta có

$$y = \left(ax + \frac{b}{x} + c\right)^3 \Rightarrow y' = 3\left(ax + \frac{b}{x} + c\right)^2 \cdot \left(ax + \frac{b}{x} + c\right)' = 3\left(ax + \frac{b}{x} + c\right)^2 \left(a - \frac{b}{x^2}\right).$$

**Câu 40:** Biết  $(\cos 3x + \cot 2x)' = a \sin 3x + \frac{b}{\sin^2 2x}$ . Tính  $a - b$ .

**A. -1**

**B. -5**

**C. 1**

**D. 5**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$(\cos 3x + \cot 2x)' = (\cos 3x)' + (\cot 2x)' = -3 \sin 3x + \frac{-2}{\sin^2 2x} \Rightarrow a = -3, b = -2 \Rightarrow a - b = -1$$

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{2x + 2} & (\text{khi } x < 1) \\ 1 + \sqrt{x} & (\text{khi } x \geq 1) \end{cases}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y$

**A.  $\frac{3}{2}$**

**B. 2**

**C. 1**

**D.  $\frac{1}{2}$**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 + 1}{2x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x + 1}{2} = \frac{1}{2}$$

**Câu 42:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 6x + 7} = \frac{a}{b}$ ;  $a, b \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính a.b

A. 6

B. 7

**C. 9**

D. 10

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 6x + 7} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{(x+1) \cdot (x^2 - x + 7)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+2}{x^2 - x + 7} = \frac{1}{9} \Rightarrow a=1, b=9 \Rightarrow a.b=9$$

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Chọn mệnh đề **sai**.

A.  $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC))$ .

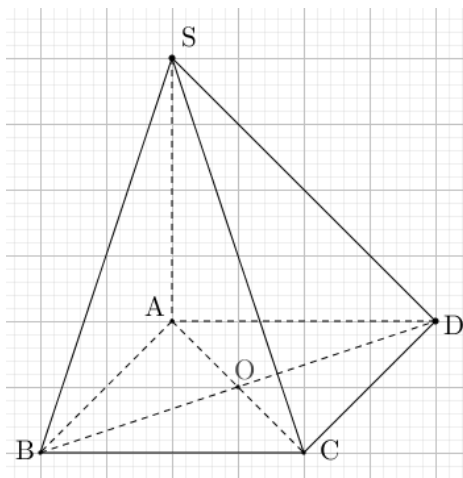
B.  $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$ .

**C.  $d(A, (SBC)) = AB$ .**

D.  $d(A, (SBC)) = d(AD, SB)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $AB \not\perp SB$  nên  $d(A, (SBC)) \neq AB$ .

**Câu 44:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $\lim \left( \frac{1}{n} \right)^3 = 0$ .

**B.  $\lim q^n = 0, q \in \mathbb{R}$ .**

C.  $\lim n^2 = +\infty$ .

D.  $\lim \sqrt{n} = +\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mệnh đề  $\lim q^n = 0$  sai khi  $q = 2$ .

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = \sin^2 x$ . Tìm số nghiệm của phương trình  $y' = 0$  trên  $[0; \pi]$ ?

A. 1

B. 0

C. 2

**D. 3**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$ .

Do đó  $y' = 0$  được viết lại  $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Từ  $x \in [0; \pi]$  ta có  $0 \leq \frac{k\pi}{2} \leq \pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 2$ .

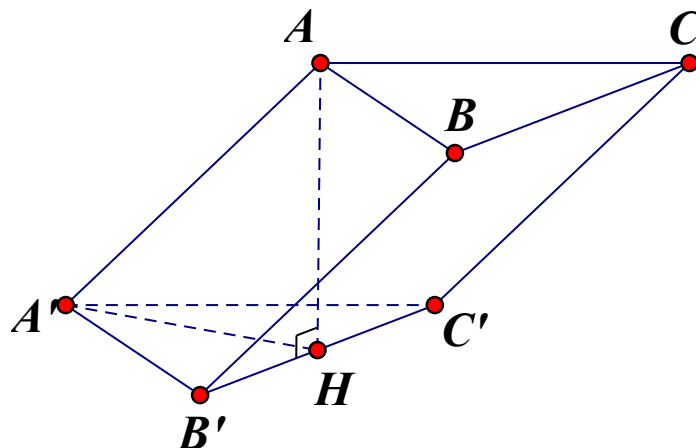
Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm trên  $[0; \pi]$ .

**Câu 46:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng đáy là trung điểm  $B'C'$ . Tính độ dài của cạnh bên hình trụ.

- A.  $a\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $2a\sqrt{3}$       D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Lời giải

Chọn C



Gọi  $H$  là trung điểm  $B'C'$ . Khi đó  $AH \perp (A'B'C')$ .

Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$  là góc  $\widehat{AA'H}$ .

Vì  $\triangle A'B'C'$  đều cạnh  $2a$  nên  $A'H = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ .

Xét  $\triangle AA'H$ :  $\cos 60^\circ = \frac{A'H}{AA'} \Leftrightarrow AA' = \frac{A'H}{\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 2a\sqrt{3}$ .

Vậy chiều dài cạnh bên hình trụ là  $2a\sqrt{3}$ .

**Câu 47:** Cho hàm số  $y = \frac{\sin x + m}{\cos 2x + m}$ . Tìm giá trị  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = \frac{\pi}{2}$ .

- A.  $m = 1$ .      B.  $m > -1$ .      C.  $m < 1$ .      D.  $m = -1$ .

Lời giải

Chọn A

Hàm số gián đoạn tại  $x = \frac{\pi}{2}$  khi  $\cos 2 \cdot \frac{\pi}{2} + m = 0 \Leftrightarrow m = 1$ .

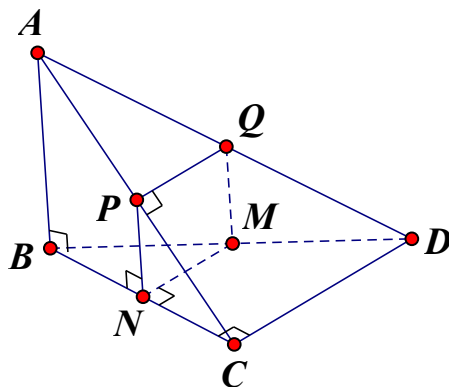
**Câu 48:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $BCD$  là tam giác vuông tại  $C$  và  $AB \perp (BCD)$ ,  $M$  là điểm nằm trên cạnh  $BD$  và không trùng với  $B, D$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $M$  và vuông góc với  $BC$ . Xác định giao tuyến của  $(P)$  với mặt phẳng  $(ABD)$ .



- A. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với  $AB$ .
- B. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với  $CB$ .
- C. Đường thẳng đi qua M và song song với  $BC$ .
- D. Đường thẳng đi qua M và song song với  $AB$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $N$  là hình chiếu vuông góc M lên BC khi đó  $MN \subset (P)$ .

Ta lại thấy:

-  $AB \perp BC$  nên  $AB \parallel (P) \Rightarrow (P) \cap (ABC) = NP \parallel AB, P \in AC$ .

-  $CD \perp BC$  nên  $CD \parallel (P) \Rightarrow (P) \cap (ACD) = QP \parallel CD, Q \in SD$ .

Vì  $AB \parallel (P) \Rightarrow (P) \cap (ABD) = MQ \parallel AB$ .

**Câu 49:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa  $AB'$  và  $BC'$ .

A.  $30^\circ$ .

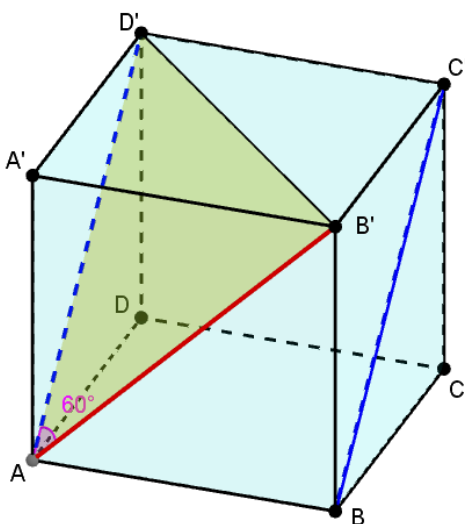
B.  $60^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn B



• Vì  $AD' \parallel BC'$  nên  $\alpha = \widehat{AB'; BC'} = \widehat{AB'; AD'} \quad (1)$

•  $\triangle AB'D'$  đều ( $AB' = AD' = B'D' = AB \cdot \sqrt{2}$ ) (2)

• Từ (1), (2) suy ra  $\alpha = \widehat{B'AD'} = 60^\circ$ .

• Vậy góc giữa  $AB'$  và  $BC'$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ .  $M$  và  $N$  là hai điểm thay đổi trên cạnh  $CB$  và  $CD$  sao cho  $CM = 2x$ ,  $CN = x$   $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$ . Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $x$  để  $(SAM) \perp (SMN)$ .

A.  $2a = x$ .

B.  $2a(a - 3x) = 0$ .

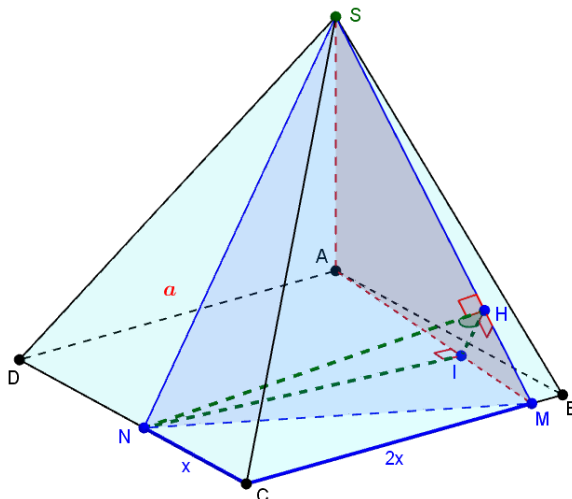
C.  $4x^2 - ax = 0$ .

D.  $x^2 - 3ax = 0$ .

Lời giải

Chọn C

Cách 1



• Dựng  $NI \perp AM \Rightarrow NI \perp (SAM)$ .

• Trong  $(SAM)$ , dựng  $IH \perp SM \Rightarrow NH \perp SM$  (Định lý ba đường vuông góc).

Suy ra  $\left[\widehat{(SAM);(SMN)}\right] = \widehat{NHI}$ .

•  $(SAM) \perp (SMN) \Leftrightarrow \Delta NHI \perp H \Leftrightarrow NI^2 = IH^2 + HN^2$

$$\Leftrightarrow MN^2 - IM^2 = (IM^2 - HM^2) + (MN^2 - HM^2)$$

$$\Leftrightarrow IM^2 = HM^2 \Leftrightarrow IM = HM$$

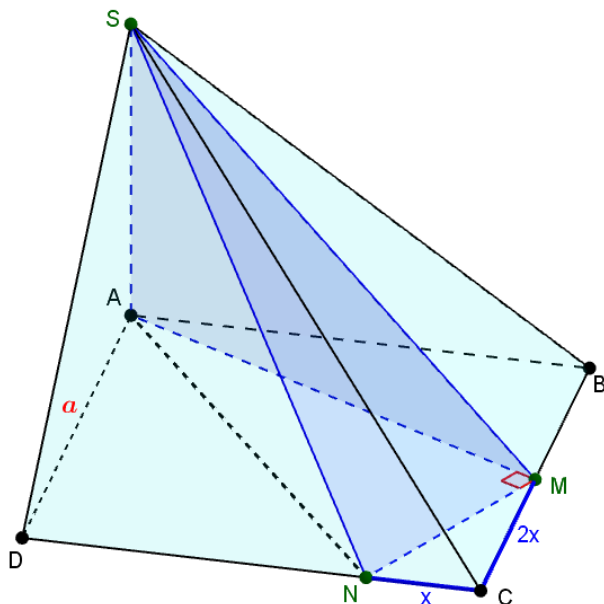
$$\Leftrightarrow H \equiv I \equiv M \text{ (Do } \Delta IHM \perp H)$$

$$\Leftrightarrow \Delta AMN \perp M \Leftrightarrow AM^2 + MN^2 = AN^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - ax = 0 \left( \Leftrightarrow x = \frac{a}{4}; \text{ Do } 0 < x < \frac{a}{2} \right).$$

• Vậy hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $x$  là  $4x^2 - ax = 0$  thì  $(SAM) \perp (SMN)$ .

Cách 2



$$\bullet \begin{cases} (SMN) \cap (ABCD) = MN \\ (SMN) \perp (SAM) \\ (ABCD) \perp (SAM) \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAM) \Rightarrow MN \perp AM.$$

$$\bullet \Delta AMN \perp M \Leftrightarrow AN^2 = AM^2 + MN^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + (a-x)^2 = a^2 + (a-2x)^2 + (2x)^2 + x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - ax = 0 \left( \Leftrightarrow x = \frac{a}{4}; \text{ Do } 0 < x < \frac{a}{2} \right)$$

• Vậy hệ thức liên hệ giữa a và x là  $4x^2 - ax = 0$  thì  $(SAM) \perp (SMN)$ .

**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 19 (100TN)**

**A.** 48.                      **B.** 11.                      **C.** 14.                      **D.** 6.

**A.**  $\frac{1}{2}$ .                      **B.** 2 hoặc  $\frac{1}{2}$ .                      **C.** 2.                      **D.** 5.

**A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 3.

Khi đó, tổng  $a + b$  bằng bao nhiêu?

**A.** 7.                      **B.** 16.                      **C.** 5.                      **D.** 9.

**A.**  $\frac{2019}{2020}$ .      **B.**  $\frac{1}{1010}$ .      **C.**  $+\infty$ .      **D.** 0.

**A.**  $a = b$ .      **B.**  $a + b = 7$ .      **C.**  $ab = 14$ .      **D.**  $\frac{b}{a} = \frac{7}{2}$ .

**A.** 5.                      **B.** -5.                      **C.** 1.                      **D.** -1.

**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $0$ .                      **C.**  $-\infty$ .                      **D.**  $\frac{4}{3}$ .

**A.**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .      **B.**  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .      **C.**  $\sqrt{2}$ .      **D.**  $-\sqrt{2}$ .

**A.** 5.                      **B.** 6.                      **C.** 10.                      **D.** 8.

**A.**  $y = \frac{1}{x+1}$ .      **B.**  $y = \frac{1}{x^2+1}$ .      **C.**  $y = \sqrt{x+1}$ .      **D.**  $y = \frac{1}{x} + x^2$ .

- Câu 12:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2mx + 9}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- A. 6.                      B. 7.                      C. 5.                      D. Vô số.
- Câu 13:** Tìm tham số thực  $m$  để hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 4 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .
- A.  $m = 4$ .                      B.  $m = -3$ .                      C.  $m = 5$ .                      D.  $m = -1$ .
- Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?
- A.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .                      B.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$ .
- C.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$ .                      D.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$ .
- Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ  $x_0$  thỏa mãn  $f''(x_0) = 0$
- A.  $3x + y + 2 = 0$ .                      B.  $3x + y - 2 = 0$ .                      C.  $x + 3y - 2 = 0$ .                      D.  $-3x + y + 2 = 0$ .
- Câu 16:** Cho hàm số  $y = \frac{-x + 1}{2x - 1}$  có đồ thị là  $(C)$ , đường thẳng  $d: y = x + m$ . Với mọi  $m$  ta luôn có  $d$  cắt  $(C)$  tại 2 điểm phân biệt  $A, B$ . Gọi  $k_1, k_2$  lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A, B$ . Tìm  $m$  để tổng  $k_1 + k_2$  đạt giá trị lớn nhất.
- A.  $m = -1$ .                      B.  $m = -2$ .                      C.  $m = 3$ .                      D.  $m = -5$ .
- Câu 17:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2}$
- A.  $y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$ .                      B.  $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$ .                      C.  $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 2}$ .                      D.  $y' = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x - 2)^2}$ .
- Câu 18:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^5 + 3\sqrt{x}$  tại  $x = 1$  có giá trị bằng
- A.  $\frac{13}{2}$ .                      B. 4.                      C. 6.                      D.  $\frac{15}{2}$ .
- Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin(x^2 - 3x + 2)$  là
- A.  $(x^2 - 3x + 2)\cos(x^2 - 3x + 2)$ .                      B.  $(3 - 2x)\cos(x^2 - 3x + 2)$ .
- C.  $(2x - 3)\cos(x^2 - 3x + 2)$ .                      D.  $\cos(x^2 - 3x + 2)$ .
- Câu 20:** Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm là:
- A.  $y' = \cos x$ .                      B.  $y' = -\cos x$ .                      C.  $y' = -\sin x$ .                      D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .
- Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}$ . Giá trị đúng của  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$  bằng
- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      C.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 22:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020$ .

**A.**  $f''(x) = 2x + 6$ .      **B.**  $f''(x) = x^2 + 6x$ .      **C.**  $f''(x) = x^2 - 3x - 5$ . **D.**  $f''(x) = 2x + 3$ .

**Câu 23:** Biết  $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)' = ax^2 + bx + c$ . Tính  $S = a + b + 5c$ .

**A.** 30.      **B.** 4.      **C.** 40.      **D.** -4.

**Câu 24:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  tại điểm  $M(2;3)$ .

**A.**  $x - 2y + 4 = 0$ .      **B.**  $2x - y - 1 = 0$ .      **C.**  $2x + y - 7 = 0$ .      **D.**  $x + 2y - 8 = 0$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(1-x) + f^2(1+2x) = 4f^2(1+3x) - 7x - 2$  và  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x=1$  song song với đường thẳng nào sau đây

**A.**  $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .      **B.**  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .      **C.**  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ .      **D.**  $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ .

**Câu 26:** Tìm điều kiện của số thực  $a$  biết  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 + (1-2a)x - a}{x-a} = 2$ .

**A.**  $a \in (0;2)$ .      **B.**  $a \in (2;4)$ .      **C.**  $a \in (4;6)$ .      **D.**  $a \in (6;8)$ .

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2;3]$  sao cho  $f(-2) = -5$ ;  $f(3) = -1$ . Hỏi phương trình  $f(x) = -3$  có bao nhiêu nghiệm trên đoạn  $[-2;3]$ ?

**A.** Vô nghiệm.      **B.** Có ít nhất một nghiệm.  
**C.** Có ít nhất hai nghiệm.      **D.** Có ít nhất ba nghiệm.

**Câu 28:** Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình  $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t$ , trong đó  $t > 0$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $s(t)$  tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

**A.** 17(m/s).      **B.** 18(m/s).      **C.** 28(m/s).      **D.** 13(m/s).

**Câu 29:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos(3x+2)$  là

**A.**  $y' = \sin(3x+2)$ .      **B.**  $y' = -3\sin(3x+2)$ .      **C.**  $y' = 3\sin(3x+2)$ .      **D.**  $y' = -\sin(3x+2)$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x+1}$ . Giá trị  $f'(4)$  là

**A.**  $\frac{1}{6}$ .      **B.**  $\frac{2}{3}$ .      **C.** 3.      **D.**  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Biết luôn tồn tại số thực  $k$  thỏa mãn đẳng thức vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$ . Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?

**A.** 1.      **B.** 3.      **C.** 2.      **D.** 4.

**Câu 32:** Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau một góc  $\frac{2\pi}{3}$ . Biết  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$  thì  $|\vec{a} - \vec{b}|$  bằng:

**A.** 4.      **B.** 5.      **C.** 6.      **D.** 7.

**Câu 33:** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề đúng là

**A.** Trong không gian, cho hai đường thẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.  
**B.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**C.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

**D.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $SA = a$ .  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SM, DN$ .

**A.**  $\frac{\sqrt{10}}{8}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{10}}{4}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{5}}{4}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $BC = 2SA = 2a$ ,  $AB = 2\sqrt{2}a$ . Gọi  $E$  là trung điểm  $AC$ . Khi đó, góc giữa hai đường thẳng  $SE$  và  $BC$  là:

**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.** Kết quả khác.

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AH \perp SB$  tại  $H$ . Khi đó  $AH$  vuông góc được với đường thẳng nào sau đây?

**A.**  $BD$ .

**B.**  $CD$ .

**C.**  $SD$ .

**D.**  $SC$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $SC \perp (AFB)$ .

**B.**  $SC \perp (AEF)$ .

**C.**  $SC \perp (AED)$ .

**D.**  $SC \perp (AEC)$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có cạnh  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{15}$ . Tính góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

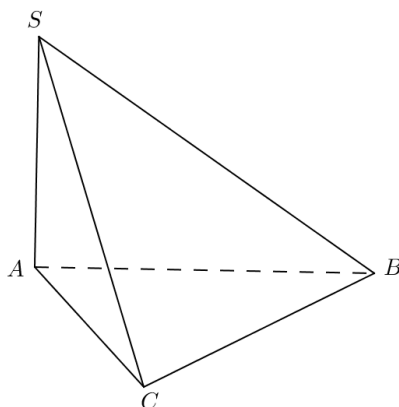
**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là:



**A.**  $\widehat{SBA}$ .

**B.**  $\widehat{SAB}$ .

**C.**  $\widehat{SBC}$ .

**D.**  $\widehat{SCB}$ .

**Câu 40:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ . Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$ . Tính  $\sin \varphi$ .

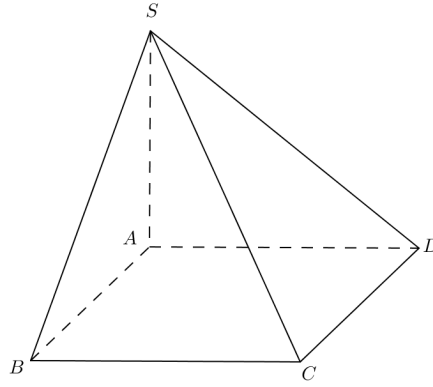
**A.**  $\sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{13}}$ .

**B.**  $\sin \varphi = \frac{3}{2\sqrt{13}}$ .

**C.**  $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{13}}$ .

**D.**  $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{13}}$ .

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây sai.



- A.**  $(SBC) \perp (ABCD)$ .    **B.**  $(SAB) \perp (ABCD)$ .  
**C.**  $(SAD) \perp (ABCD)$ .    **D.**  $(SAC) \perp (ABCD)$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Xét hai mệnh đề sau:

- (1) Nếu  $ABCD$  là hình thoi thì  $(SAC) \perp (SBD)$ .  
 (2) Nếu  $ABCD$  là hình chữ nhật thì  $(SAB) \perp (SBC)$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Mệnh đề (1) đúng, mệnh đề (2) sai.    **B.** Cả hai mệnh đề (1), (2) đều đúng.  
**C.** Mệnh đề (1) sai, mệnh đề (2) đúng.    **D.** Cả hai mệnh đề (1), (2) đều sai.

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng góc nào sau đây?

- A.**  $\widehat{ASD}$ .    **B.**  $\widehat{BSC}$ .    **C.**  $\widehat{ASC}$ .    **D.**  $\widehat{BSD}$ .

**Câu 44:** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SB = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  tới mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.**  $a\sqrt{3}$ .    **B.**  $a\sqrt{2}$ .    **C.**  $a$ .    **D.**  $2a$ .

**Câu 45:** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = AB = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(SBC)$  là

- A.**  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .    **B.**  $a\sqrt{3}$ .    **C.**  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .    **D.**  $a\sqrt{6}$ .

**Câu 46:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Hình chiếu  $H$  của  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  thuộc đường thẳng  $B'C'$ .

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy là:

- A.**  $\frac{a}{3}$ .    **B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .    **C.**  $\frac{a}{2}$ .    **D.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 47:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AC = \sqrt{5}$ ,  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AA' = 2$  và  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ . Hãy xác định khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau  $A'B$  và  $AC'$ .

- A.**  $\sqrt{\frac{60}{37}}$     **B.**  $\frac{60}{37}$     **C.**  $\sqrt{\frac{37}{60}}$     **D.**  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 48:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $AA' = a$ . Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$ .

- A.**  $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ .    **B.**  $\frac{2a}{3}$ .    **C.**  $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ .    **D.**  $2a$ .



**Câu 49:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$  và chiều cao bằng  $a\sqrt{3}$ , số đo góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A.  $45^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $75^\circ$ .

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = a$  và  $SA = SB = SC = SD = 2a$ . Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $AC$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $K$  trên  $SA$ . Tính *cosin* của góc giữa hai mặt phẳng  $(BHK)$  và  $(SBD)$ .

A.  $\frac{1}{4}$ .

B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

----- HẾT -----

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(U_n)$  có số hạng đầu  $U_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

**A.** 48.

**B.** 11.

**C.** 14.

**D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$U_5 = U_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48.$$

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(U_n)$  biết số hạng thứ hai  $U_2 = 10$  và tổng của ba số hạng đầu tiên  $S_3 = 35$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân bằng:

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.** 2 hoặc  $\frac{1}{2}$ .

**C.** 2.

**D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} U_2 = U_1 \cdot q = 10 \\ S_3 = U_1 + U_2 + U_3 = U_1(1 + q + q^2) = 35 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + q + q^2}{q} = \frac{35}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 3:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+2}$  có kết quả là

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{2}{n}} = 3.$$

**Câu 4:** Kết quả giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{2-3n^2}$  có dạng  $-\frac{a}{b}$ , trong đó  $a, b$  là hai số nguyên tố cùng nhau.

Khi đó, tổng  $a + b$  bằng bao nhiêu?

**A.** 7.

**B.** 16.

**C.** 5.

**D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{2-3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{2(2-3n^2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{4-6n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{4}{n^2}-6} = -\frac{1}{6}$$

Suy ra  $a = 1; b = 6 \Rightarrow a + b = 7$ .

**Câu 5:** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2019n + 2018n^2}{2020n^3 + 2019n - 2018}$  bằng:

- A.  $\frac{2019}{2020}$ .      B.  $\frac{1}{1010}$ .      C.  $+\infty$ .      **D. 0.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2019n + 2018n^2}{2020n^3 + 2019n - 2018} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2019}{n^2} + \frac{2018}{n}}{2020 + \frac{2019}{n^2} - \frac{2020}{n^3}} = \frac{0}{2020} = 0.$$

**Câu 6:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n} - \sqrt{4n^2 + 1}}{\sqrt{3n^2 + 1} - n} = \frac{6 - \sqrt{3}}{2} - \frac{a}{b}$ , trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản,  $a$  và  $b$  là các số nguyên dương. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.  $a = b$ .      B.  $a + b = 7$ .      **C.  $ab = 14$ .**      D.  $\frac{b}{a} = \frac{7}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n} - \sqrt{4n^2 + 1}}{\sqrt{3n^2 + 1} - n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{n}} - \sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{3 + \frac{1}{n^2}} - 1} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} = \frac{6 - \sqrt{3}}{2} - \frac{7}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{a}{b} = \frac{7}{2} \Rightarrow a = 7; b = 2 \Rightarrow ab = 14.$$

**Câu 7:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ ?

- A. 5.      B. -5.      **C. 1.**      D. -1.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 + (-2) = 1.$$

**Câu 8:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+4x} - 1}{x}$ .

- A.  $+\infty$ .      B. 0.      C.  $-\infty$ .      **D.  $\frac{4}{3}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt[3]{1+4x} - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x \left[ \sqrt[3]{(1+4x)^2} + \sqrt[3]{1+4x} + 1 \right]} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{\sqrt[3]{(1+4x)^2} + \sqrt[3]{1+4x} + 1} = \frac{4}{3}.$$

**Câu 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$ .

A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

B.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

C.  $\sqrt{2}$ .

D.  $-\sqrt{2}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(2+\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{2-\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{-\sqrt{2-\frac{3}{x^2}}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}.$$

**Câu 10:** Cho  $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - ax + b}{x^2 - 4} = \frac{5}{2}$ . Tính  $S = a - b$ ?

A. 5.

B. 6.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Vì  $L = \frac{5}{2}$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) = 0$  nên đa thức  $3x^2 - ax + b$  nhận  $x = 2$  làm một nghiệm.

Do đó  $3 \cdot 2^2 - a \cdot 2 + b = 0 \Leftrightarrow -2a + b + 12 = 0 \Leftrightarrow b = 2a - 12$ . (1). Khi đó:

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - ax + b}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - ax + 2a - 12}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x^2 - 4) - a(x - 2)}{x^2 - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(3x + 6 - a)}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6 - a}{x + 2} = \frac{12 - a}{4} \\ \Leftrightarrow \frac{5}{2} &= \frac{12 - a}{4} \Leftrightarrow 12 - a = 10 \Leftrightarrow a = 2. \end{aligned}$$

Thay  $a = 2$  vào (1) ta được  $-2 \cdot 2 + b + 12 = 0 \Leftrightarrow b = -8$ .

Vậy  $a - b = 2 - (-8) = 10$ .

**Câu 11:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

A.  $y = \frac{1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

C.  $y = \sqrt{x+1}$ .

D.  $y = \frac{1}{x} + x^2$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 12:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2mx + 9}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  khi và chỉ khi

$$x^2 - 2mx + 9 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 13:** Tìm tham số thực  $m$  để hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 4 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .
- A.**  $m = 4$ .                      **B.**  $m = -3$ .                      **C.**  $m = 5$ .                      **D.**  $m = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số đã cho xác định trên tập hợp  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $f(1) = m + 4$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3.$$

Hàm số đã cho liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi và chỉ khi  $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Leftrightarrow m + 4 = 3 \Leftrightarrow m = -1$ .

- Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .                      **B.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$ .
- C.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$ .                      **D.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo định nghĩa đạo hàm.

- Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ  $x_0$  thỏa mãn  $f''(x_0) = 0$

- A.**  $3x + y + 2 = 0$ .                      **B.**  $3x + y - 2 = 0$ .                      **C.**  $x + 3y - 2 = 0$ .                      **D.**  $-3x + y + 2 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 6x$  và  $f''(x) = 6x - 6$  suy ra  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Khi đó  $f'(1) = -3$  và điểm  $M(1; -1)$ .

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $M$  là:  $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$

$$\Leftrightarrow y = -3(x - 1) - 1 \Leftrightarrow 3x + y - 2 = 0$$

- Câu 16:** Cho hàm số  $y = \frac{-x + 1}{2x - 1}$  có đồ thị là  $(C)$ , đường thẳng  $d: y = x + m$ . Với mọi  $m$  ta luôn

có  $d$  cắt  $(C)$  tại 2 điểm phân biệt  $A, B$ . Gọi  $k_1, k_2$  lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A, B$ . Tìm  $m$  để tổng  $k_1 + k_2$  đạt giá trị lớn nhất.

- A.**  $m = -1$ .                      **B.**  $m = -2$ .                      **C.**  $m = 3$ .                      **D.**  $m = -5$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $(C)$  là

$$\frac{-x+1}{2x-1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ g(x) = 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 \quad (*) \end{cases}.$$

Theo định lí Viet ta có  $x_1 + x_2 = -m$ ;  $x_1 x_2 = \frac{-m-1}{2}$ . Giả sử  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ .

Ta có  $y' = \frac{-1}{(2x-1)^2}$ , nên tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  có hệ số góc lần lượt là  $k_1 = -\frac{1}{(2x_1-1)^2}$

$$\text{và } k_2 = -\frac{1}{(2x_2-1)^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } k_1 + k_2 &= -\frac{1}{(2x_1-1)^2} - \frac{1}{(2x_2-1)^2} = -\frac{4(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) + 2}{[4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1]^2} \\ &= -(4m^2 + 8m + 6) = -4(m+1)^2 - 2 \leq -2 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow m = -1$ .

Vậy  $k_1 + k_2$  đạt giá trị lớn nhất bằng  $-2$  khi  $m = -1$ .

**Câu 17:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2}$

**A.**  $y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$ .    **B.**  $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$ .    **C.**  $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 2}$ .    **D.**  $y' = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x - 2)^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(2x+2)(x-2) - x^2 - 2x - 1}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x-2)^2}.$$

**Câu 18:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^5 + 3\sqrt{x}$  tại  $x = 1$  có giá trị bằng

**A.**  $\frac{13}{2}$ .    **B.** 4.    **C.** 6.    **D.**  $\frac{15}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } y' = 5x^4 + \frac{3}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(1) = 5 + \frac{3}{2} = \frac{13}{2}.$$

**Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin(x^2 - 3x + 2)$  là

**A.**  $(x^2 - 3x + 2)\cos(x^2 - 3x + 2)$ .    **B.**  $(3 - 2x)\cos(x^2 - 3x + 2)$ .  
**C.**  $(2x - 3)\cos(x^2 - 3x + 2)$ .    **D.**  $\cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $f'(x) = (x^2 - 3x + 2)' \cdot \cos(x^2 - 3x + 2) = (2x - 3) \cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**Câu 20:** Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm là:

**A.**  $y' = \cos x$ .

**B.**  $y' = -\cos x$ .

**C.**  $y' = -\sin x$ .

**D.**  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo công thức đạo hàm lượng giác sgk Đại số 11:  $(\sin x)' = \cos x$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}$ . Giá trị đúng của  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$  bằng

**A.**  $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ .

**B.**  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**C.**  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$f'(x) = 3 \cdot 5 \cdot \cos 5x \cdot \sin^2 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3} - \sin^3 5x \cdot \frac{2}{3} \cdot \sin \frac{x}{3} \cdot \cos \frac{x}{3}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = -\frac{\sqrt{3}}{6}.$$

**Câu 22:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020$ .

**A.**  $f''(x) = 2x + 6$ .

**B.**  $f''(x) = x^2 + 6x$ .

**C.**  $f''(x) = x^2 - 3x - 5$ .

**D.**  $f''(x) = 2x + 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020\right)' = x^2 + 6x$ . Vậy  $f''(x) = 2x + 6$ .

**Câu 23:** Biết  $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)'' = ax^2 + bx + c$ . Tính  $S = a + b + 5c$ .

**A.** 30.

**B.** 4.

**C.** 40.

**D.** -4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)' = x^3 + 3x^2 - x + 1.$$

$$\text{Suy ra } \left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)'' = 3x^2 + 6x - 1.$$

$$\text{Nên } a = 3; b = 6; c = -1 \Rightarrow S = 3 + 6 + 5(-1) = 4.$$

**Câu 24:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  tại điểm  $M(2;3)$ .

- A.**  $x - 2y + 4 = 0$ .      **B.**  $2x - y - 1 = 0$ .      **C.**  $2x + y - 7 = 0$ .      **D.**  $x + 2y - 8 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$  suy ra  $f'(2) = -2$ .

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  tại điểm  $M(2;3)$  là:

$$y = -2(x-2) + 3 \Leftrightarrow 2x + y - 7 = 0.$$

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(1-x) + f^2(1+2x) = 4f^2(1+3x) - 7x - 2$  và  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x=1$  song song với đường thẳng nào sau đây

- A.**  $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .      **B.**  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .      **C.**  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ .      **D.**  $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo đề bài ta có  $f(1-x) + f^2(1+2x) = 4f^2(1+3x) - 7x - 2$  (\*)

Thay  $x=0$  vào biểu thức (\*) ta có  $f(1) + f^2(1) = 4f^2(1) - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(1) = -\frac{2}{3} \end{cases}$ .

Vì  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $f(1) = 1$ .

Lấy đạo hàm 2 vế theo biến  $x$  của biểu thức (\*) ta được:

$$-f'(1-x) + 4f(1+2x)f'(1+2x) = 24f(1+3x)f'(1+3x) - 7(**).$$

Thay  $x=0$  và  $f(1)=1$  vào biểu thức (\*\*) ta được  $-f'(1) + 4f'(1) = 24f'(1) - 7 \Leftrightarrow f'(1) = \frac{1}{3}$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến là  $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .

**Câu 26:** Tìm điều kiện của số thực  $a$  biết  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 + (1-2a)x - a}{x-a} = 2$ .

- A.**  $a \in (0;2)$ .      **B.**  $a \in (2;4)$ .      **C.**  $a \in (4;6)$ .      **D.**  $a \in (6;8)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:



$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 + (1-2a)x - a}{x-a} = 2 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(2x+1)}{x-a} = 2 \\ &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} (2x+1) = 2 \\ &\Leftrightarrow 2a+1 = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2;3]$  sao cho  $f(-2) = -5$ ;  $f(3) = -1$ . Hỏi phương trình  $f(x) = -3$  có bao nhiêu nghiệm trên đoạn  $[-2;3]$ ?

- A. Vô nghiệm. B. Có ít nhất một nghiệm.  
C. Có ít nhất hai nghiệm. D. Có ít nhất ba nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f(x) = -3 \Leftrightarrow f(x) + 3 = 0$ . Đặt  $g(x) = f(x) + 3$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} g(-2) = f(-2) + 3 = -2 \\ g(3) = f(3) + 3 = 2 \end{cases} \Rightarrow g(-2) \cdot g(3) = (-2) \cdot 2 = -4 < 0$$

Vì  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2;3]$  nên  $g(x)$  liên tục trên  $[-2;3]$ .

Do đó phương trình  $g(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(-2;3)$ .

Vậy phương trình  $f(x) = -3$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(-2;3)$ .

**Câu 28:** Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình  $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t$ , trong đó  $t > 0$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $s(t)$  tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

- A. 17(m/s). B. 18(m/s). C. 28(m/s). D. 13(m/s).

**Lời giải**

**Chọn C**

Vận tốc của chuyển động là  $v(t) = s'(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 12t + 10$ .

Gia tốc của chuyển động là  $a(t) = v'(t) = t^2 - 6t + 12 = (t-3)^2 + 3$ .

Vậy gia tốc đạt giá trị nhỏ nhất khi  $t = 3$ . Khi đó vận tốc của vật bằng  $v(3) = 28$ (m/s).

**Câu 29:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos(3x+2)$  là

- A.  $y' = \sin(3x+2)$ . B.  $y' = -3\sin(3x+2)$ . C.  $y' = 3\sin(3x+2)$ . D.  $y' = -\sin(3x+2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y = \cos(3x+2) \Rightarrow y' = -3\sin(3x+2)$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x+1}$ . Giá trị  $f'(4)$  là

A.  $\frac{1}{6}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C. 3.

D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{3}.$$

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Biết luôn tồn tại số thực  $k$  thỏa mãn đẳng thức vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$ . Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?

A. 1.

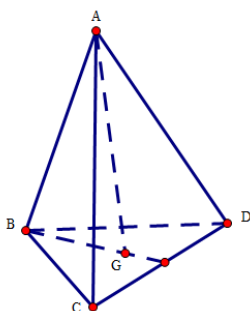
B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B



Vì  $G$  là trọng tâm  $\triangle BCD$  nên  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}.$$

Vậy  $k = 3$ .

**Câu 32:** Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau một góc  $\frac{2\pi}{3}$ . Biết  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$  thì  $|\vec{a} - \vec{b}|$  bằng:

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Vì: } (\vec{a} - \vec{b})^2 &= \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} \\ &= 34 - 30 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 34 + 15 = 49 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = 7. \end{aligned}$$

**Câu 33:** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề đúng là

**A.** Trong không gian, cho hai đường thẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

**B.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**C.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

**D.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $SA = a$ .  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SM, DN$ .

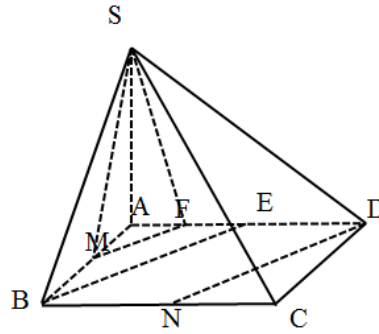
**A.**  $\frac{\sqrt{10}}{8}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{10}}{4}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{5}}{4}$ .

**Lời giải**



**Chọn A**

Gọi  $E$  là trung điểm  $AD$ ,  $F$  là trung điểm  $AE$ .

Ta có  $MF \parallel BE \parallel ND \Rightarrow$  góc giữa  $SM$  và  $ND$  bằng góc giữa  $SM$  và  $MF$ .

Ta có  $SM^2 = SA^2 + AM^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow SM = a\sqrt{2}$ .

$$SF = SM = a\sqrt{2}.$$

$$BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow MF = \frac{BE}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Áp dụng định lí cosin trong  $\triangle SMF$ :

$$SF^2 = SM^2 + MF^2 - 2SM \cdot MF \cos \widehat{SMF}$$

$$\Leftrightarrow \cos \widehat{SMF} = \frac{SM^2 + MF^2 - SF^2}{2 \cdot SM \cdot MF} = \frac{2a^2 + \frac{5a^2}{4} - 2a^2}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{8}.$$

Vậy cosin của góc giữa  $SM$  và  $ND$  bằng  $\frac{\sqrt{10}}{8}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $BC = 2SA = 2a$ ,

$AB = 2\sqrt{2}a$ . Gọi  $E$  là trung điểm  $AC$ . Khi đó, góc giữa hai đường thẳng  $SE$  và  $BC$  là:

**A.**  $30^\circ$ .

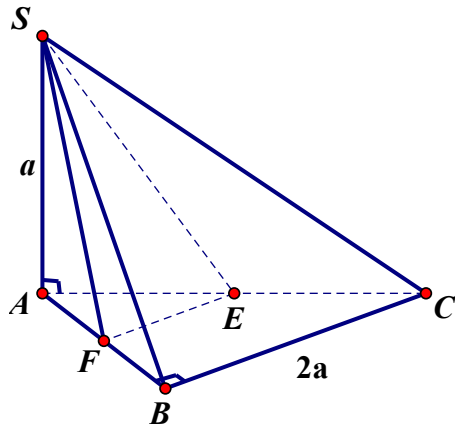
**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.** Kết quả khác.

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $F$  là trung điểm  $AB$ . Vậy  $EF$  là đường trung bình trong  $\triangle ABC$  nên  $EF \parallel BC$  và  $EF = \frac{1}{2}BC = a$ .

Khi đó:  $(SE, BC) = (SE, EF) = \widehat{SEF}$

Ta có  $SA \perp (ABC)$ ,  $EF \subset (SAB)$  nên  $SA \perp EF$  (1).

Mà  $EF \parallel BC$ ,  $BC \perp AB$  nên  $AB \perp EF$  hay có nghĩa là  $AF \perp EF$  (2).

(1), (2)  $\Rightarrow SF \perp EF$ .

Trong  $\triangle SAF$  vuông tại  $A$  (do  $SA \perp (ABC)$ ,  $AB \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ ), ta có:

$$SF = \sqrt{SA^2 + AF^2} = \sqrt{SA^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = \sqrt{3}a.$$

Trong  $\triangle SFE$  vuông tại  $F$ :  $\tan \widehat{SEF} = \frac{SF}{EF} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3}$ .

Vậy  $\widehat{SEF} = 60^\circ \Rightarrow (SE, BC) = 60^\circ$ .

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AH \perp SB$  tại  $H$ . Khi đó  $AH$  vuông góc được với đường thẳng nào sau đây?

A.  $BD$ .

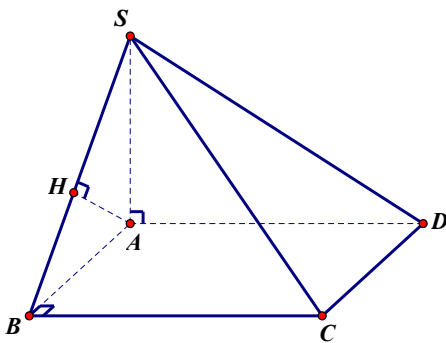
B.  $CD$ .

C.  $SD$ .

D.  $SC$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có:  $\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC$ .

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp BC \\ \text{Vậy } AB \perp BC \\ \text{Trong } (SAB): SA \cap AB = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB), \text{ mà } AH \subset (SAB) \text{ nên } BC \perp AH.$$

Ta cũng có  $SB \perp AH$ .

Do đó:  $SC \perp AH$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $SC \perp (AFB)$ .

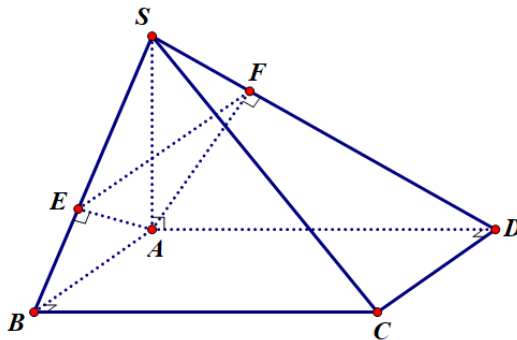
**B.**  $SC \perp (AEF)$ .

**C.**  $SC \perp (AED)$ .

**D.**  $SC \perp (AEC)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Vì  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ .

Mà  $AB \perp BC$  nên suy ra  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$ .

Tam giác  $SAB$  có đường cao  $AE \Rightarrow AE \perp SB$  mà  $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$ .

Tương tự, ta chứng minh được  $AF \perp SC$ . Do đó  $SC \perp (AEF)$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có cạnh  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{15}$ . Tính góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**A.**  $30^\circ$ .

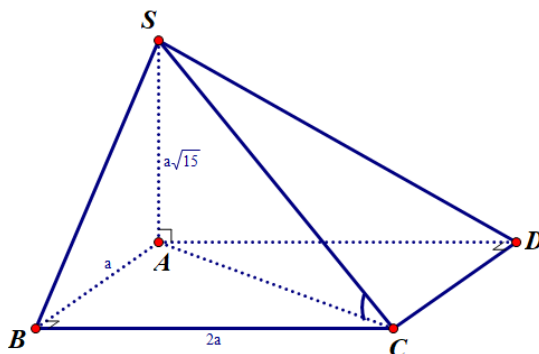
**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

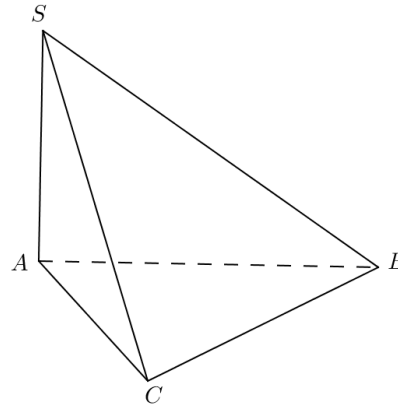


Do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$ .

Xét tam giác vuông  $SAC$ , ta có  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \sqrt{3}$ .

Suy ra  $\widehat{SCA} = 60^\circ$ .

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là.



**A.**  $\widehat{SBA}$ .

**B.**  $\widehat{SAB}$ .

**C.**  $\widehat{SBC}$ .

**D.**  $\widehat{SCB}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $SA \perp (ABC)$  nên hình chiếu của  $SB$  lên  $(ABC)$  là  $AB \Rightarrow (SB; (ABC)) = \widehat{SBA}$ .

**Câu 40:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ . Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$ . Tính  $\sin \varphi$ .

**A.**  $\sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{13}}$ .

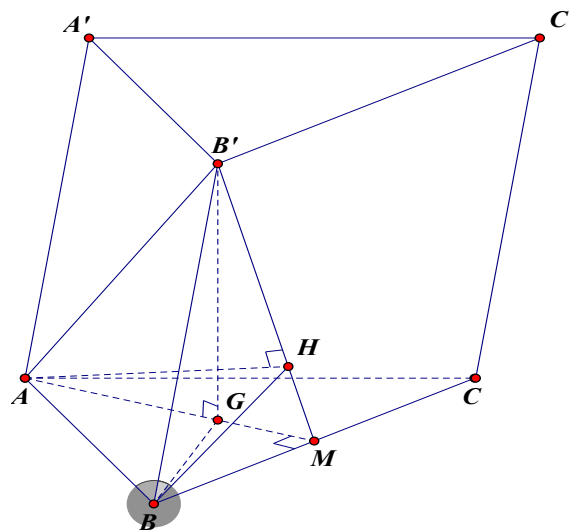
**B.**  $\sin \varphi = \frac{3}{2\sqrt{13}}$ .

**C.**  $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{13}}$ .

**D.**  $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{13}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $B'G \perp (ABC)$  nên  $BG$  là hình chiếu vuông góc của  $BB'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

$\Rightarrow (\widehat{BB', (ABC)}) = (\widehat{BB', BG}) = \widehat{B'BG} = 60^\circ$ .

Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  và  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $B'M$ , ta có

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp B'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AB'M) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà  $AH \perp B'M$  nên  $AH \perp (BCC'B')$ .

Do đó  $HB$  là hình chiếu của  $AB$  lên mặt phẳng  $(BCC'B')$ , nên

$$(\widehat{AB, (BCC'B')}) = (\widehat{AB, HB}) = \widehat{ABH}.$$

Xét tam giác  $ABH$  vuông tại  $H$  có  $\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB}$ .

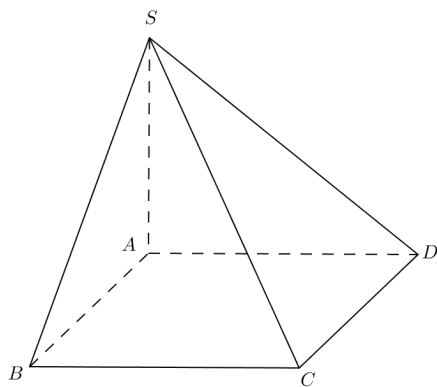
$$B'G = BG \cdot \tan 60^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$B'M = \sqrt{B'G^2 + GM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}.$$

$$\text{Ta có } \triangle AHM \sim \triangle B'GM \Rightarrow AH = \frac{AM \cdot B'G}{B'M} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{39}}{6}} = \frac{3a}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Vậy } \sin \widehat{ABH} = \frac{\frac{3a}{\sqrt{13}}}{a} = \frac{3}{\sqrt{13}}.$$

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây sai.



- A.**  $(SBC) \perp (ABCD)$ .    **B.**  $(SAB) \perp (ABCD)$ .  
**C.**  $(SAD) \perp (ABCD)$ .    **D.**  $(SAC) \perp (ABCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $(SAB) \perp (ABCD); (SAD) \perp (ABCD); (SAC) \perp (ABCD)$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ . Xét hai mệnh đề sau:

(1) Nếu  $ABCD$  là hình thoi thì  $(SAC) \perp (SBD)$ .

(2) Nếu  $ABCD$  là hình chữ nhật thì  $(SAB) \perp (SBC)$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mệnh đề (1) đúng, mệnh đề (2) sai.

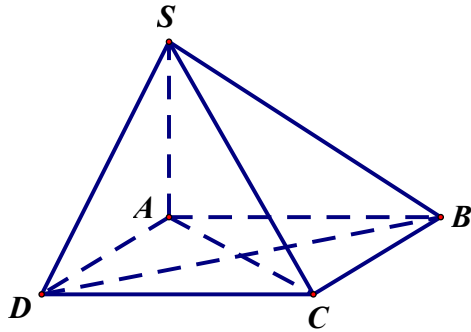
B. Cả hai mệnh đề (1), (2) đều đúng.

C. Mệnh đề (1) sai, mệnh đề (2) đúng.

D. Cả hai mệnh đề (1), (2) đều sai.

Lời giải

Chọn B



\* Nếu  $ABCD$  là hình thoi thì  $SA \perp BD$  và  $AC \perp BD$ . Do đó  $BD \perp (SAC)$  hay  $(SAC) \perp (SBD)$ .

\* Nếu  $ABCD$  là hình chữ nhật thì  $SA \perp BC$  và  $AB \perp BC$ . Do đó  $BC \perp (SAB)$  hay  $(SAB) \perp (SBC)$ .

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng góc nào sau đây?

A.  $\widehat{ASD}$ .

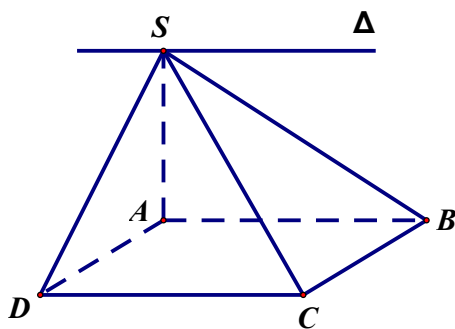
B.  $\widehat{BSC}$ .

C.  $\widehat{ASC}$ .

D.  $\widehat{BSD}$ .

Lời giải

Chọn A



Gọi  $\Delta = (SAB) \cap (SCD)$ . Vì  $AB \parallel CD$  nên  $AB \parallel \Delta \parallel CD$ .

Vì  $SA \perp AB$  nên  $SA \perp \Delta$ .

Vì  $CD \perp (SAD)$  nên  $CD \perp SD$  hay  $SD \perp \Delta$ .

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng  $\widehat{ASD}$ .

**Câu 44:** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SB = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  tới mặt phẳng  $(ABC)$  là

A.  $a\sqrt{3}$ .

B.  $a\sqrt{2}$ .

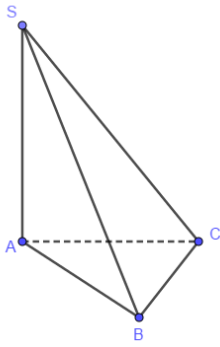
C.  $a$ .

D.  $2a$ .



### Lời giải

#### Chọn B



Ta có:  $SA \perp (ABC)$ , suy ra khoảng cách từ  $S$  tới  $(ABC)$  là  $d(S, (ABC)) = SA$ .

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \triangle SAB$  vuông tại **A**.

$\Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$  (Áp dụng định lý Pytago).

**Câu 45:** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = AB = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(SBC)$  là

**A.**  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

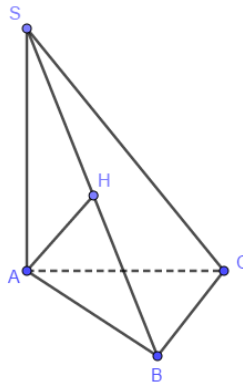
**B.**  $a\sqrt{3}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**D.**  $a\sqrt{6}$ .

### Lời giải

#### Chọn C



Ta có:  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ . Mà  $\triangle ABC$  vuông tại  $B \Rightarrow BC \perp AB$ . Do đó:  $BC \perp (SAB)$ .

Trong  $(SAB)$ , kẻ  $AH \perp SB$ . Mặt khác,  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ .

Như vậy:  $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$ .

Xét  $\triangle SAB$  vuông tại  $A$ , có đường cao  $AH$ . Ta có:  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2}$ .

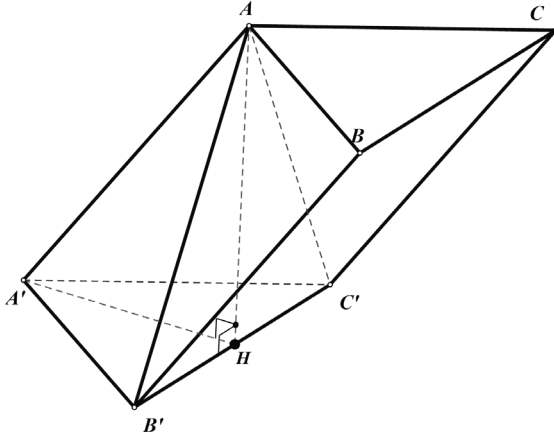
$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

**Câu 46:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Hình chiếu  $H$  của  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  thuộc đường thẳng  $B'C'$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy là:

- A.  $\frac{a}{3}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      **C.  $\frac{a}{2}$ .**      D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Do hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$  suy ra  $AB' = AC'$ . Do đó  $H$  là trung điểm của  $B'C'$ .

Ta có  $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $\widehat{AA'H} = 30^\circ$ .

Do đó  $AH = A'H \cdot \tan \widehat{AA'H} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$ .

**Câu 47:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AC = \sqrt{5}$ ,  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AA' = 2$  và  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ . Hãy xác định khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau  $A'B$  và  $AC'$ .

- A.  $\sqrt{\frac{60}{37}}$**       B.  $\frac{60}{37}$       C.  $\sqrt{\frac{37}{60}}$       D.  $\frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Trên các đường thẳng  $A'B$  và  $AC'$  lấy các điểm  $M, Q$ . Khi đó, có các số  $m, q \in \mathbb{R}$  sao cho

$$\overrightarrow{AM} = m\overrightarrow{AA'} + (1-m)\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AQ} = q\overrightarrow{AA'} + q\overrightarrow{AC}$$

Suy ra

$$\overrightarrow{QM} = (m-q)\overrightarrow{AA'} + (1-m)\overrightarrow{AB} - q\overrightarrow{AC}.$$

Ta có

$$QM = \sqrt{QM^2} = \sqrt{(m-q)^2 AA'^2 + (1-m)^2 AB^2 + q^2 AC^2}$$

$$= \sqrt{4(m-q)^2 + 6(1-m)^2 + 5q^2}$$

$$= \sqrt{10m^2 + 9q^2 - 12m - 8mq + 6}$$

Gọi  $d$  là khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau  $A'B$  và  $AC'$ . Ta luôn khẳng định được

$$d = \min_{M \in A'B, Q \in AC'} QM$$

$$\text{Do } 10m^2 + 9q^2 - 12m - 8mq + 6 = \frac{2}{5}(5m - 2q - 3)^2 + \frac{37}{5}\left(q - \frac{12}{37}\right)^2 + \frac{60}{37} \geq \frac{60}{37}$$

$$\text{Suy ra } MQ^2 \geq \frac{60}{37}$$

$$\text{Dấu “=” của BĐT xảy ra khi } 5m - 2q - 3 = 0 \text{ và } q = \frac{12}{37} \text{ hay } m = \frac{27}{37}, q = \frac{12}{37}$$

$$\text{Vậy } d = \min_{M \in A'B, Q \in AC'} QM = \sqrt{\frac{60}{37}}$$

**Câu 48:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $AA' = a$ . Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$ .

**A.**  $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ .

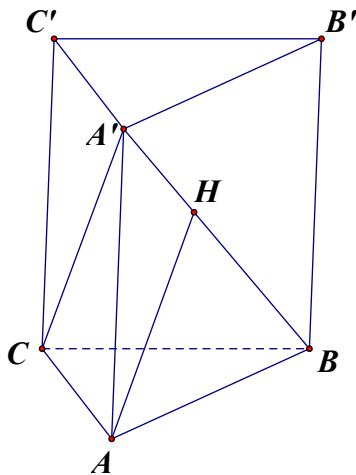
**B.**  $\frac{2a}{3}$ .

**C.**  $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ .

**D.**  $2a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Trong mặt phẳng  $(ABA')$  dựng  $AH \perp A'B$ .

Theo giả thiết ta có  $BC \perp AA'$  và  $BC \perp AB$  suy ra  $BC \perp AH$

Khi đó:  $AH \perp (A'BC)$  hay  $AH = d(A, (A'BC))$ .

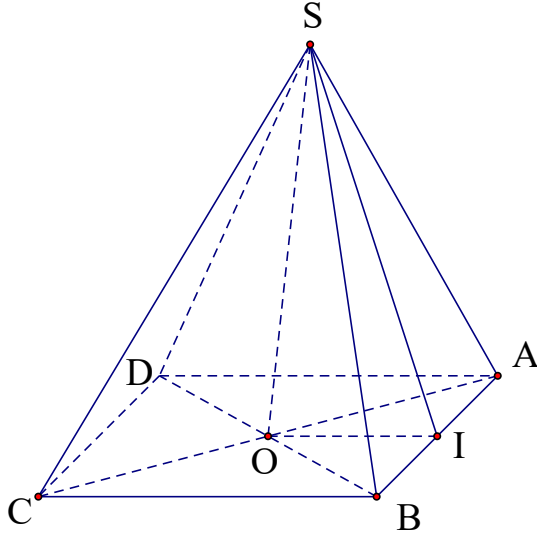
$$\text{Xét tam giác } ABA' \text{ vuông tại } A \text{ ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2}.$$

$$\text{Suy ra } AH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

- Câu 49:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$  và chiều cao bằng  $a\sqrt{3}$ , số đo góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng
- A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $75^\circ$ .

Lời giải

Chọn B



Hình chóp tứ giác đều có các mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau, do đó ta tính góc tạo bởi mặt bên  $(SAB)$  và mặt đáy.

Gọi  $O$  là tâm của đáy, suy ra  $SO \perp (ABCD)$  và  $SO = a\sqrt{3}$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ , ta có  $SI \perp AB$  và  $OI \perp AB$ , do đó góc giữa mặt bên  $(SAB)$  và mặt đáy bằng góc giữa hai đường thẳng  $SI$  và  $OI$ .

Xét tam giác  $SOI$  vuông tại  $O$  có  $SO = a\sqrt{3}$  và  $OI = a$  khi đó:

$$\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ$$

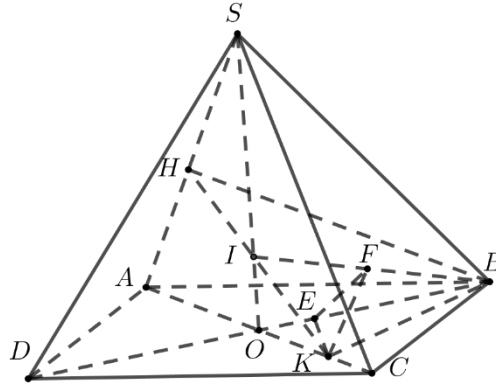
Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ .

- Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = a$  và  $SA = SB = SC = SD = 2a$ . Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $AC$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $K$  trên  $SA$ . Tính  $\cos$ in của góc giữa hai mặt phẳng  $(BHK)$  và  $(SBD)$ .

- A.  $\frac{1}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

Lời giải

Chọn C



+ Gọi  $O = AC \cap BD$ , ta có  $\widehat{CAB} = 30^0, \widehat{ACB} = 60^0$

$$\Rightarrow AK = AB \cdot \cos 30^0 = \frac{3a}{2}, BK = BC \cdot \cos 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

+ Gọi  $I = SO \cap HK$ , kẻ  $KE \perp OB, KF \perp BI$  thì  $\varphi = \left( (\widehat{BHK}); (\widehat{SBD}) \right) = \widehat{KFE}$ .

$$+ \Delta SAC \text{ đều} \Rightarrow \widehat{OKI} = 30^0, KO = \frac{a}{2} \text{ nên } KI = \frac{KO}{\cos 30^0} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$+ \Delta BKI \text{ vuông nên } KF = \frac{KB \cdot KI}{\sqrt{KB^2 + KI^2}} = \frac{a\sqrt{39}}{13}; KE = KB \cdot \sin 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$+ \text{Trong } \Delta KFE \text{ vuông có } \sin \varphi = \frac{KE}{KF} = \frac{\sqrt{13}}{4} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 20 (100TN)

- Câu 1:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^2$  tại  $x_0 = 3$ .  
A. 2                      B. 3                      C. 0                      D. 6
- Câu 2:** Cho hàm số  $y = x^3$  có đồ thị là  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $(2;8)$ .  
A.  $y = -12x + 6$ .              B.  $y = -12x - 16$ .              C.  $y = 12x + 16$ .              D.  $y = 12x - 16$
- Câu 3:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa mặt bên và mặt đáy. Khi đó,  $\cos \alpha$  nhận giá trị nào sau đây?  
A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?  
A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .                      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB'}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$ .                      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'}$ .
- Câu 5:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3x-7}{x+2}$ .  
A.  $y' = \frac{10}{(x+2)^2}$ .              B.  $y' = \frac{-10}{(x+2)^2}$ .              C.  $y' = \frac{13}{(x+2)^2}$ .              D.  $y' = \frac{-13}{(x+2)^2}$ .
- Câu 6:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$  trong đó  $a \perp (P)$ . Khẳng định nào sau đây là sai?  
A. Nếu  $b \subset (P)$  thì  $b \perp a$ .                      B. Nếu  $b // a$  thì  $b \perp (P)$ .  
C. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $a // b$ .                      D. Nếu  $a \perp b$  thì  $b // (P)$ .
- Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
A.  $BA \perp (SCD)$               B.  $BA \perp (SAD)$               C.  $BA \perp (SAC)$               D.  $BA \perp (SBC)$
- Câu 8:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $\triangle SBC$  đều có cạnh  $2a$  và trong mặt phẳng vuông góc đáy. Tính góc giữa  $SA$  với mặt phẳng  $(ABC)$ ?  
A.  $90^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $60^\circ$
- Câu 9:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} - 3^{n+1}}{3 \cdot 5^n + 2 \cdot 4^{n+1}}$   
A.  $\frac{5}{4}$ .                      B.  $\frac{5}{3}$ .                      C.  $\frac{5}{2}$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 10:** Với  $a, b$  là tham số, biết  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x} = 6$ . Tính tích  $ab$ .  
A. 10.                      B. 20.                      C. 5.                      D. 15.
- Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Hệ thức liên hệ giữa  $\overrightarrow{AG}$  và  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$  là?

A.  $\overrightarrow{AG} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ .      B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{2}$ .  
C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3}$ .      D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{4}$ .

**Câu 12:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ m & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A. 2.      B. -1.      C. 1.      D. 0.

**Câu 13:** Hàm số nào sau đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \frac{1}{x}$       B.  $y = \cos x$       C.  $y = \cot x$       D.  $y = \tan x$

**Câu 14:** Tính giới hạn  $\lim(\sqrt{n^2 + 7n - 2} - \sqrt{n^2 - n})$

A. 6      B. 7      C. 4      D. 8

**Câu 15:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .

A.  $y' = \frac{-x}{\sqrt{(x^2 + 2)^3}}$ .      B.  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      C.  $y' = \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      D.  $y' = \frac{x}{\sqrt{(x^2 + 2)^3}}$ .

**Câu 16:** Tính giới hạn  $\lim \frac{1}{n}$ .

A.  $+\infty$ .      B. -1.      C. 0.      D. 1.

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $\triangle ABC$  là tam giác nhọn, cạnh bên  $SA = SB = SC$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ , khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $H$  là trực tâm của tam giác  $\triangle ABC$ .  
B.  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $\triangle ABC$ .  
C.  $H$  là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác  $\triangle ABC$ .  
D.  $H$  là trọng tâm của tam giác  $\triangle ABC$ .

**Câu 18:** Tìm vi phân của hàm số  $y = \tan^2 x$ .

A.  $dy = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} dx$ .      B.  $dy = \frac{\tan x}{\sin^2 x} dx$ .      C.  $dy = \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$ .      D.  $dy = \frac{2 \tan x}{\sin^2 x} dx$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 2x + 3$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $d: x + 4y - 2019 = 0$ .

A.  $\begin{cases} y = 4x - 7 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} y = 4x - 7 \\ y = 4x + 1 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} y = 4x + 7 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} y = 4x + 7 \\ y = 4x + 1 \end{cases}$ .

**Câu 20:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^3$ .

A.  $y'' = 3x$ .      B.  $y'' = 6x$ .      C.  $y'' = 3x^2$ .      D.  $y'' = 6x^2$ .

**Câu 21:** Tính vi phân của hàm số  $y = x^2 + 7x - 3$ .

A.  $dy = 2x + 7$ .      B.  $dy = 2x - 3$ .      C.  $dy = (2x - 3)dx$ .      D.  $dy = (2x + 7)dx$ .

**Câu 22:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $BCD$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 23:** Tính đạo hàm hàm số  $y = \sqrt{x}$

- A.  $y' = \frac{\sqrt{x}}{2}$ .      B.  $y' = \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .      D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Câu 24:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x & \text{khi } x < 1 \\ x + m & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 4.      B. 6.      C. 5.      D. 7.

**Câu 25:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc nhau nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là góc vuông.  
B. Hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác đều.  
C. Hình lăng trụ đều có các mặt bên là các hình chữ nhật.  
D. Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng.

**Câu 26:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \frac{1}{1-x}$ .

- A.  $y'' = \frac{-2}{(1-x)^3}$ .      B.  $y'' = \frac{-2}{(1-x)^4}$ .      C.  $y'' = \frac{2}{(1-x)^4}$ .      D.  $y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$ .

**Câu 27:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{x}$

- A. 0.      B. 10.      C. -1.      D. 1.

**Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau.  
B. Tứ diện không có cặp cạnh đối nào vuông góc với nhau.  
C.  $AC$  và  $BD$  vuông góc với nhau.  
D.  $AB$  và  $BC$  vuông góc với nhau.

**Câu 29:** Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$  liên tục tại mọi điểm  $x$  thuộc tập hợp nào sau đây?

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      C.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .      D.  $\mathbb{R}$

**Câu 30:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.  
B. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$  thì  $b$  song song  $c$ .  
C. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.  
D. Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  song song với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $c$



- Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SB \perp (ABC)$  và  $\Delta ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $d(C, (SAB)) = BC$ . **B.**  $d(C, (SAB)) = SB$ .  
**C.**  $d(C, (SAB)) = SC$ . **D.**  $d(C, (SAB)) = AC$ .
- Câu 32:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$ .  
**A.**  $-\infty$ . **B.**  $0$ . **C.**  $1$ . **D.**  $-1$ .
- Câu 33:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$ .  
**A.**  $y' = \sin x$ . **B.**  $y' = \cos x$ . **C.**  $y' = -\cos x$ . **D.**  $y' = -\sin x$ .
- Câu 34:** Cho hàm số  $f(x) = 2x^2 - x + 2$  và  $g(x) = f(\sin x)$ . Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ .  
**A.**  $y' = 2 \cos 2x - \sin x$ . **B.**  $y' = 2 \cos 2x + \sin x$ .  
**C.**  $y' = 2 \sin 2x - \cos x$ . **D.**  $y' = 2 \sin 2x + \cos x$ .
- Câu 35:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD, DC, A'D'$ . Tính khoảng cách từ  $C'$  đến mặt phẳng  $(MNP)$   
**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$  **B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$  **C.**  $\frac{a}{\sqrt{2}}$  **D.**  $a\sqrt{2}$
- Câu 36:** Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ .  
**A.**  $y' = \frac{3}{2\sqrt{(1-2x)^5}}$  **B.**  $y' = \frac{3}{\sqrt{(1-2x)^5}}$  **C.**  $y' = \frac{-1}{2\sqrt{(1-2x)^3}}$  **D.**  $y' = \frac{-1}{\sqrt{(1-2x)^3}}$
- Câu 37:** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây khẳng định ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng?  
**A.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p \neq 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .  
**B.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  sao cho  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .  
**C.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p = 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .  
**D.** Giá của ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng quy.
- Câu 38:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$ .  
**A.**  $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$  **B.**  $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .  
**C.**  $y' = \frac{\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$  **D.**  $y' = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .
- Câu 39:** Cho hàm số  $f(x) = mx - \sqrt{5x^2 + x - 8}$  ( $m$  là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-5; 7]$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ?  
**A.**  $3$ . **B.**  $5$ . **C.**  $2$ . **D.**  $4$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+3}$ . Tính  $y''$ .

- A.  $y'' = \frac{-5}{(x+3)^3}$ .      B.  $y'' = \frac{5}{(x+3)^3}$ .      C.  $y'' = \frac{-10}{(x+3)^3}$ .      D.  $y'' = \frac{10}{(x+3)^3}$ .

**Câu 41:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tổng  $S = a^2 + b^2$  bằng.

- A.  $S = 1$ .      B.  $S = 4$ .      C.  $S = 13$ .      D.  $S = 9$ .

**Câu 42:** Tìm hệ số góc  $k$  của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x+1}$  tại điểm có tung độ bằng 2.

- A.  $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .      B.  $k = \frac{1}{2}$ .      C.  $k = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ .      D.  $k = \frac{1}{4}$ .

**Câu 43:** Tứ diện  $ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng.

- A.  $30^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 44:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 7}$ .

- A.  $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x + 7}}$ .      B.  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + x + 7}}$ .  
C.  $f'(x) = \frac{2x+2}{\sqrt{x^2 + x + 7}}$ .      D.  $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x^2 + x + 7}}$ .

**Câu 45:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ .  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $AC$ . Xác định góc giữa hai mặt phẳng  $(SEF)$  và  $(SBC)$ .

- A.  $\widehat{BSE}$ .      B.  $\widehat{CSF}$ .      C.  $\widehat{BSF}$ .      D.  $\widehat{CSE}$ .

**Câu 46:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB$  vuông góc với  $CD$ ,  $AB = CD = 6$ ,  $M$  là điểm thuộc  $BC$  sao cho  $MC = xBC$  ( $0 < x < 1$ ). Mặt phẳng  $(P)$  song song với  $AB$  và  $CD$  cắt  $BC, BD, AD, AC$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Diện tích lớn nhất của tứ giác  $MNPQ$  bằng bao nhiêu?

- A. 10.      B. 8.      C. 11.      D. 9.

**Câu 47:** Trong không gian cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tìm  $M$  sao cho giá trị của biểu thức  $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .  
B.  $M$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .  
C.  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$ .  
D.  $M$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**Câu 48:** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$ . Phương trình  $f'(x) = 0$  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn  $[-2\pi; 3\pi]$ .

- A. 5.      B. 3.      C. 6.      D. 4.

**Câu 49:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(\sqrt{n^2+9} - \sqrt{n^2+4})}{2n+1}$ ?

- A.  $\frac{5}{4}$ .      B.  $\frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{5}{2}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 50:** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Với giá trị nào của  $x$  (tính giá trị của  $x$  theo  $a$ ) thì hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau.

**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**B.**  $\frac{a}{3}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $\frac{a}{2}$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 51:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^2$  tại  $x_0 = 3$ .

A. 2

B. 3

C. 0

**D. 6**

Lời giải

**Chọn D**

$$y' = 2x \Rightarrow y'(3) = 6.$$

**Câu 52:** Cho hàm số  $y = x^3$  có đồ thị là  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $(2; 8)$ .

A.  $y = -12x + 6$ .

B.  $y = -12x - 16$ .

C.  $y = 12x + 16$ .

**D.  $y = 12x - 16$**

Lời giải

**Chọn D**

$$y' = 3x^2 \Rightarrow y'(2) = 12.$$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị là  $(C)$  tại điểm  $(2; 8)$  là:  $y = 12(x - 2) + 8 \Leftrightarrow y = 12x - 16$ .

**Câu 53:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa mặt bên và mặt đáy. Khi đó,  $\cos \alpha$  nhận giá trị nào sau đây?

A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

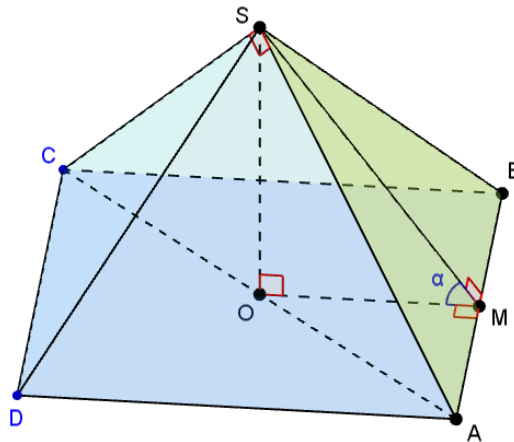
**B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .**

C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**



• Vì  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$ , với  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ .

• Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ ;  $\begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SM \perp AB, OM \perp AB \end{cases} \Rightarrow \alpha = \widehat{SMO}$ .

•  $\Delta SOM$  vuông tại  $O$ ;  $\cos \alpha = \frac{OM}{SM} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

• Vậy  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 54:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

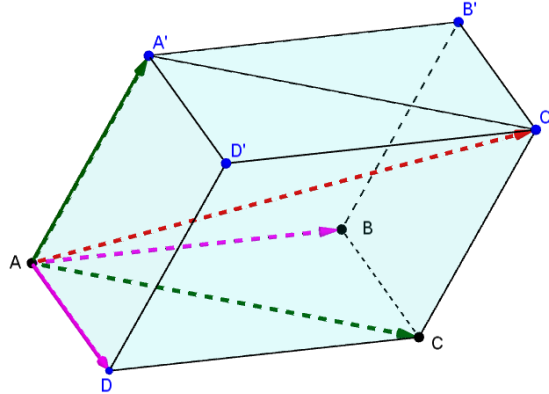
**B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB'}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



• Vì  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$  nên **A** đúng.

**Câu 55:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3x-7}{x+2}$ .

**A.**  $y' = \frac{10}{(x+2)^2}$ .

**B.**  $y' = \frac{-10}{(x+2)^2}$ .

**C.**  $y' = \frac{13}{(x+2)^2}$ .

**D.**  $y' = \frac{-13}{(x+2)^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $y' = \left( \frac{3x-7}{x+2} \right)' = \frac{(3x-7)'(x+2) - (3x-7)(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{3(x+2) - (3x-7)}{(x+2)^2} = \frac{13}{(x+2)^2}$ .

**Câu 56:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$  trong đó  $a \perp (P)$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** Nếu  $b \subset (P)$  thì  $b \perp a$ .

**B.** Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$ .

**C.** Nếu  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$ .

**D.** Nếu  $a \perp b$  thì  $b \parallel (P)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $a \perp (P)$  và  $a \perp b$  thì  $b \parallel (P)$  hoặc  $b \subset (P)$ .

**Câu 57:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $BA \perp (SCD)$

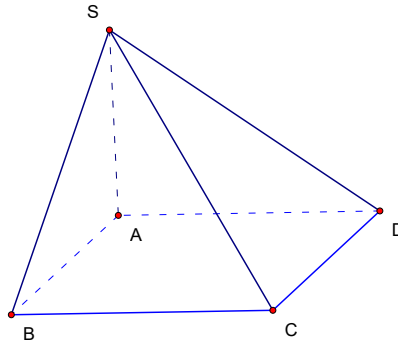
**B.**  $BA \perp (SAD)$

**C.**  $BA \perp (SAC)$

**D.**  $BA \perp (SBC)$

**Lời giải.**

**Chọn B**



Ta có:

$BA \perp AD$  (1) vì  $ABCD$  là hình vuông

$BA \perp SA$  (2) vì  $SA \perp (ABCD)$

Từ (1) và (2) ta suy ra  $BA \perp (SAD)$

**Câu 58:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $\triangle SBC$  đều có cạnh  $2a$  và trong mặt phẳng vuông góc đáy. Tính góc giữa  $SA$  với mặt phẳng  $(ABC)$ ?

A.  $90^\circ$

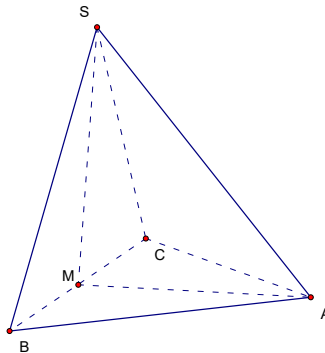
B.  $45^\circ$

C.  $30^\circ$

**D.  $60^\circ$**

**Lời giải.**

**Chọn D**



Gọi  $M$  trung điểm  $BC$ . Vì  $\triangle SBC$  đều nên  $SM \perp BC$

Ta có: 
$$\begin{cases} SM \perp BC \\ BC = (SBC) \cap (ABC) \Rightarrow SM \perp (ABC) \text{ suy ra } (\widehat{SA, (ABC)}) = \widehat{SAM} \\ (SBC) \perp (ABC) \end{cases}$$

Xét  $\triangle SAM$  vuông tại  $M$

$\triangle SBC$  đều có cạnh  $2a$  nên  $SM = \frac{(2a)\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$\triangle ABC$  vuông tại  $A$  nên  $AM = \frac{1}{2}BC = a$

$$\tan \widehat{SAM} = \frac{SM}{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SAM} = 60^\circ$$

**Câu 59:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} - 3^{n+1}}{3 \cdot 5^n + 2 \cdot 4^{n+1}}$

**A.**  $\frac{5}{4}$ . **B.**  $\frac{5}{3}$ . **C.**  $\frac{5}{2}$ . **D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} - 3^{n+1}}{3 \cdot 5^n + 2 \cdot 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 5^n - 3 \cdot 3^n}{3 \cdot 5^n + 8 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 - 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n}{3 + 8 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n} = \frac{5}{3}.$$

**Câu 60:** Với  $a, b$  là tham số, biết  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x} = 6$ . Tính tích  $ab$ .

**A.** 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 15.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2 + a(-1) + b = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+b)}{x(x+1)} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b + 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+b}{x} = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a + b + 1 = 0 \\ -b + 1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -5 \end{cases}.$$

Vậy  $ab = 20$ .

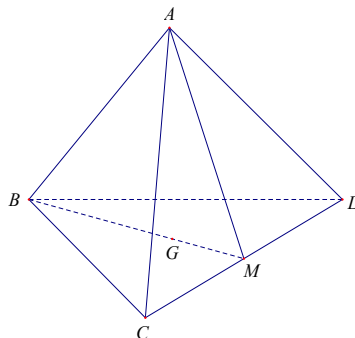
**Câu 61:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Hệ thức liên hệ giữa  $\overrightarrow{AG}$  và  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$  là?

**A.**  $\overrightarrow{AG} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ . **B.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{2}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3}$ . **D.**  $\overrightarrow{AG} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{4}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}.$$

$$\begin{aligned}\text{Khi đó } \overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \\ &= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3}.\end{aligned}$$

- Câu 62:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ m & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?
- A.** 2.                      **B.** -1.                      **C.** 1.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Trên mỗi khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ , hàm số là hàm liên tục.

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow$  hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

$$\text{Có } f(0) = m; \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy với  $m = 1$  thì hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- Câu 63:** Hàm số nào sau đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.**  $y = \frac{1}{x}$                       **B.**  $y = \cos x$   
**C.**  $y = \cot x$                       **D.**  $y = \tan x$

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng xác định của hàm số.

$$y = \cos x \text{ Tập xác định } D = \mathbb{R}$$

Vậy  $y = \cos x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- Câu 64:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 7n - 2} - \sqrt{n^2 - n})$
- A.** 6                      **B.** 7                      **C.** 4                      **D.** 8

**Lời giải**

**Chọn C**



$$\begin{aligned}\lim\left(\sqrt{n^2+7n-2}-\sqrt{n^2-n}\right) &= \lim\frac{\left(\sqrt{n^2+7n-2}-\sqrt{n^2-n}\right)\left(\sqrt{n^2+7n-2}+\sqrt{n^2-n}\right)}{\left(\sqrt{n^2+7n-2}+\sqrt{n^2-n}\right)} \\ &= \lim\frac{\left(n^2+7n-2\right)-\left(n^2-n\right)}{\sqrt{n^2+7n-2}+\sqrt{n^2-n}} = \lim\frac{8n-2}{\sqrt{n^2+7n-2}+\sqrt{n^2-n}} \\ &= \lim\frac{8-\frac{2}{n}}{\sqrt{1+\frac{7}{n}-\frac{2}{n^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{n}}} = \frac{8}{2} = 4\end{aligned}$$

**Câu 65:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ .

**A.**  $y' = \frac{-x}{\sqrt{(x^2+2)^3}}$ .

**B.**  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ .

**C.**  $y' = \frac{-x}{\sqrt{x^2+2}}$ .

**D.**  $y' = \frac{x}{\sqrt{(x^2+2)^3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} \Rightarrow y' = -\frac{\left(\sqrt{x^2+2}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+2}\right)^2} = \frac{-x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}} = \frac{-x}{\sqrt{(x^2+2)^3}}$ .

**Câu 66:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$ .

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-1$ .

**C.**  $0$ .

**D.**  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ .

**Câu 67:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $\Delta ABC$  là tam giác nhọn, cạnh bên  $SA = SB = SC$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ , khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $H$  là trực tâm của tam giác  $\Delta ABC$ .

**B.**  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $\Delta ABC$ .

**C.**  $H$  là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác  $\Delta ABC$ .

**D.**  $H$  là trọng tâm của tam giác  $\Delta ABC$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét ba tam giác vuông  $\Delta SHA; \Delta SHB; \Delta SHC$  có:  $SA = SB = SC$ ;  $SH$  chung.

Do đó  $\Delta SHA = \Delta SHB = \Delta SHC$ . Suy ra  $HA = HB = HC$ .

Vậy  $H$  Là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $\Delta ABC$ .

**Câu 68:** Tìm vi phân của hàm số  $y = \tan^2 x$ .

**A.**  $dy = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} dx$ .

**B.**  $dy = \frac{\tan x}{\sin^2 x} dx$ .

**C.**  $dy = \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$ .

**D.**  $dy = \frac{2 \tan x}{\sin^2 x} dx$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có:  $dy = (\tan^2 x)' dx = 2 \tan x (\tan x)' dx = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} dx$ .

**Câu 69:** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 2x + 3$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $d: x + 4y - 2019 = 0$ .

A.  $\begin{cases} y = 4x - 7 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} y = 4x - 7 \\ y = 4x + 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} y = 4x + 7 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} y = 4x + 7 \\ y = 4x + 1 \end{cases}$

### Hướng dẫn giải

#### Chọn C

Ta có:  $y' = 6x^2 - 2$ .

Gọi  $M(x_0; f(x_0))$  là tiếp điểm.

Vì tiếp tuyến vuông góc với  $d: y = -\frac{x}{4} + \frac{2019}{4}$  nên

$$f'(x_0) = 4 \Leftrightarrow 6x_0^2 - 2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1 \Rightarrow f(\pm 1) = 3.$$

Do đó, phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $d$  là  $y = 4x + 7, y = 4x - 1$ .

**Câu 70:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^3$ .

A.  $y'' = 3x$ .

B.  $y'' = 6x$ .

C.  $y'' = 3x^2$ .

D.  $y'' = 6x^2$ .

### Hướng dẫn giải

#### Chọn B

Ta có:  $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2$

$$\Rightarrow y'' = 6x.$$

**Câu 71:** Tính vi phân của hàm số  $y = x^2 + 7x - 3$ .

A.  $dy = 2x + 7$ .

B.  $dy = 2x - 3$ .

C.  $dy = (2x - 3)dx$ .

D.  $dy = (2x + 7)dx$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Ta có  $y' = (x^2 + 7x - 3)' = 2x + 7$ .

Do đó  $dy = (2x + 7)dx$ .

**Câu 72:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $BCD$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .

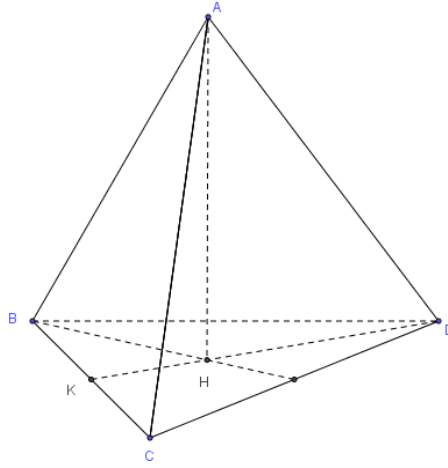
B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

### Lời giải

#### Chọn D



Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên mặt phẳng  $BCD$ .

Suy ra  $H$  là tâm của tam giác đều  $BCD$ .

Xét tam giác  $AHD$  vuông ở  $H$ .

$$\text{Ta có } AH = \sqrt{AD^2 - HD^2} = \sqrt{AD^2 - \left(\frac{2}{3}DK\right)^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 73:** Tính đạo hàm hàm số  $y = \sqrt{x}$

**A.**  $y' = \frac{\sqrt{x}}{2}$ .

**B.**  $y' = \frac{2}{\sqrt{x}}$ .

**C.**  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

**D.**  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 74:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x & \text{khi } x < 1 \\ x + m & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**A.** 4.

**B.** 6.

**C.** 5.

**D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ :  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 1)$ ,  $(1; +\infty)$ .

Suy ra hàm số liên tục trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow$  liên tục tại  $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x^2 + 5x) = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + m) = m + 1$$

$$f(1) = x + 1$$

$$\text{Ycbt } \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 1 = 7 \Leftrightarrow m = 6$$

**Câu 75:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A.** Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc nhau nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là góc vuông.

**B.** Hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác đều.

**C.** Hình lăng trụ đều có các mặt bên là các hình chữ nhật.

**D.** Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là tam giác đều và các mặt bên là cá tam giác cân.

Do đó câu B **sai**.

**Câu 76:** Tính đạo hàm caáp hai của hàm số  $y = \frac{1}{1-x}$ .

**A.**  $y'' = \frac{-2}{(1-x)^3}$ .

**B.**  $y'' = \frac{-2}{(1-x)^4}$ .

**C.**  $y'' = \frac{2}{(1-x)^4}$ .

**D.**  $y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $y = \frac{1}{1-x} \Rightarrow y' = (-1) \cdot \frac{1}{(1-x)^2} \cdot (-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$

$$\Rightarrow y'' = \left( \frac{1}{(1-x)^2} \right)' = (-2) \cdot \frac{1}{(1-x)^3} \cdot (-1) = \frac{2}{(1-x)^3}.$$

**Câu 77:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{x}$

**A.** 0.

**B.** 10.

**C.** -1.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 78:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau.

**B.** Tứ diện không có cặp cạnh đối nào vuông góc với nhau.

**C.**  $AC$  và  $BD$  vuông góc với nhau.

**D.**  $AB$  và  $BC$  vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$$

Vậy  $AB$  vuông góc với  $CD$

**Câu 79:** Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$  liên tục tại mọi điểm  $x$  thuộc tập hợp nào sau đây?

**A.**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**B.**  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

**D.**  $\mathbb{R}$

**Lời giải**

**Chọn C**

ĐK:  $x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$ . Suy ra tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

**Câu 80:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.  
**B.** Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$  thì  $b$  song song  $c$ .  
**C.** Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.  
**D.** Cho đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  song song với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $c$

**Lời giải**

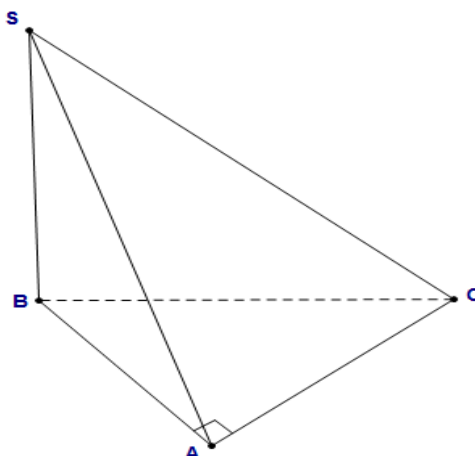
**Chọn C**

**Câu 81:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SB \perp (ABC)$  và  $\triangle ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.**  $d(C, (SAB)) = BC$ . **B.**  $d(C, (SAB)) = SB$ .  
**C.**  $d(C, (SAB)) = SC$ . **D.**  $d(C, (SAB)) = AC$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có  $\begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = AC$ .

**Câu 82:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$ .

- A.**  $-\infty$ . **B.**  $0$ . **C.**  $1$ . **D.**  $-1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo định nghĩa giới hạn của hàm số tại vô cực.

**Câu 83:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$ .

- A.**  $y' = \sin x$ . **B.**  $y' = \cos x$ . **C.**  $y' = -\cos x$ . **D.**  $y' = -\sin x$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng công thức  $(\cos x)' = -\sin x$ .

**Câu 84:** Cho hàm số  $f(x) = 2x^2 - x + 2$  và  $g(x) = f(\sin x)$ . Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ .

**A.**  $y' = 2 \cos 2x - \sin x$    **B.**  $y' = 2 \cos 2x + \sin x$ .

**C.**  $y' = 2 \sin 2x - \cos x$    **D.**  $y' = 2 \sin 2x + \cos x$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $g(x) = f(\sin x) = 2\sin^2 x - \sin x + 2$ .

$$\Rightarrow g'(x) = 2 \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x - \cos x = 2 \sin 2x - \cos x.$$

**Câu 85:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD, DC, A'D'$ . Tính khoảng cách từ  $C'$  đến mặt phẳng  $(MNP)$

**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

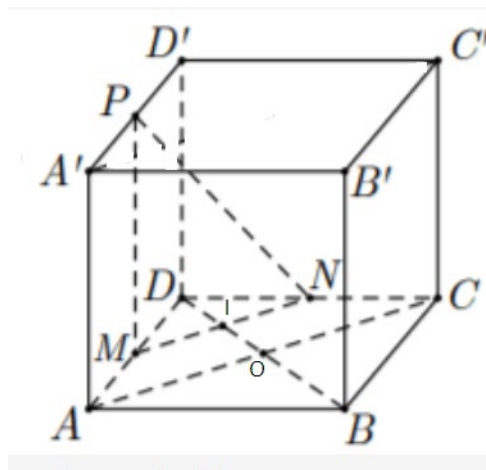
**B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

**C.**  $\frac{a}{\sqrt{2}}$

**D.**  $a\sqrt{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**



$$\text{Vì } CC' // MP \Rightarrow CC' // (MNP) \Rightarrow d(C', (MNP)) = d(C, (MNP)) \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } CO // MN \Rightarrow CO // (MNP) \Rightarrow d(C, (MNP)) = d(O, (MNP)) \quad (2)$$

$$\begin{cases} OI \perp MP \\ OI \perp MN \end{cases} \Rightarrow OI \perp (MNP) \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow d(C', (MNP)) = OI = \frac{1}{4} AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

**Câu 86:** Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ .

**A.**  $y' = \frac{3}{2\sqrt{(1-2x)^5}}$

**B.**  $y' = \frac{3}{\sqrt{(1-2x)^5}}$

**C.**  $y' = \frac{-1}{2\sqrt{(1-2x)^3}}$

**D.**  $y' = \frac{-1}{\sqrt{(1-2x)^3}}$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}} \Rightarrow y' = \frac{1' \cdot \sqrt{1-2x} - 1 \cdot (\sqrt{1-2x})'}{\sqrt{(1-2x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-2x)^3}}$$

$$y'' = \left( \frac{1}{\sqrt{(1-2x)^3}} \right)' = \frac{1' \cdot \sqrt{(1-2x)^3} - 1 \cdot (\sqrt{(1-2x)^3})'}{\sqrt{(1-2x)^6}} = \frac{3}{\sqrt{(1-2x)^5}}$$

**Câu 87:** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây khẳng định ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng?

**A.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p \neq 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

**B.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  sao cho  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

**C.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p = 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

**D.** Giá của ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng quy.

**Lời giải****Chọn A**

**Câu 88:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$ .

**A.**  $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$       **B.**  $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$

**C.**  $y' = \frac{\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$       **D.**  $y' = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$

**Lời giải****Chọn D**

Ta có:

$$y' = \frac{(1 + \cos^2 2x)'}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{2\cos 2x (\cos 2x)'}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{\cos 2x (-2\sin 2x)}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{-2\sin 2x \cos 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$$

**Câu 89:** Cho hàm số  $f(x) = mx - \sqrt{5x^2 + x} - 8$  ( $m$  là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-5; 7]$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ?

**A.** 3.

**B.** 5.

**C.** 2.

**D.** 4.

**Lời giải****Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (mx - \sqrt{5x^2 + x} - 8) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( m - \sqrt{5 + \frac{1}{x} - \frac{8}{x^2}} \right) = +\infty (m - \sqrt{5})$$

Để  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  thì  $m - \sqrt{5} > 0 \Leftrightarrow m > \sqrt{5}$  kết hợp với điều kiện  $m \in [-5; 7]$  ta có  $m \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$ .

**Câu 90:** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+3}$ . Tính  $y''$ .

- A.  $y'' = \frac{-5}{(x+3)^3}$ .      B.  $y'' = \frac{5}{(x+3)^3}$ .      **C.  $y'' = \frac{-10}{(x+3)^3}$ .**      D.  $y'' = \frac{10}{(x+3)^3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y' = \frac{5}{(x+3)^2} \Rightarrow y'' = \frac{-10}{(x+3)^3}.$$

**Câu 91:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tổng  $S = a^2 + b^2$  bằng.

- A.  $S = 1$ .      B.  $S = 4$ .      **C.  $S = 13$ .**      D.  $S = 9$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Vì } \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{phương trình } x^2 + ax + b = 0 \text{ có nghiệm } x = 1.$$

$$\Rightarrow 1 + a + b = 0 \Leftrightarrow a + b = -1 \Rightarrow b = -1 - a.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 1 - a}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1) + a(x - 1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a + x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + x + 1}{x + 1} = \frac{a + 2}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 1 - a}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{a + 2}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 2.$$

$$\text{Do đó: } S = a^2 + b^2 = 13.$$

**Câu 92:** Tìm hệ số góc  $k$  của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x+1}$  tại điểm có tung độ bằng 2.

- A.  $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .      B.  $k = \frac{1}{2}$ .      C.  $k = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ .      **D.  $k = \frac{1}{4}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y = \sqrt{x+1} \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}.$$

Gọi tiếp điểm của đồ thị hàm số với tiếp tuyến là  $M(x_0; 2)$ .

$$\Rightarrow 2 = \sqrt{x_0 + 1} \Rightarrow x_0 = 3.$$

$$\text{Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm } M(3; 2) \text{ là } k = y'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{4}.$$

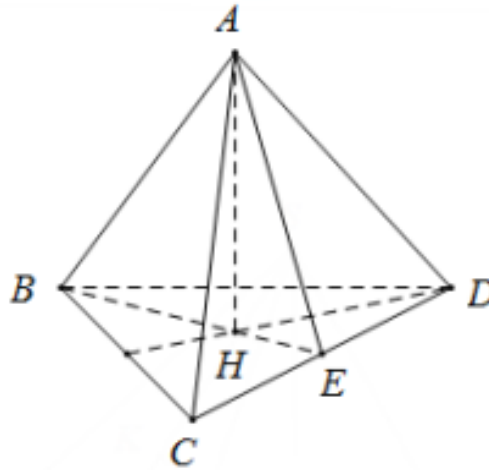
**Câu 93:** Tứ diện  $ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng.

- A.  $30^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      **C.  $90^\circ$ .**      D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**



**Chọn C**



Gọi H là trọng tâm  $\Delta BCD$ .

Vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên  $AH \perp (BCD)$ .

Gọi E là trung điểm **CD**.

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} CD \perp BE \\ CD \perp AH \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (ABE) \Rightarrow CD \perp AB$ .

Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 94:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 7}$ .

- A.**  $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x + 7}}$ . **B.**  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + x + 7}}$ .  
**C.**  $f'(x) = \frac{2x+2}{\sqrt{x^2 + x + 7}}$ . **D.**  $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x^2 + x + 7}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

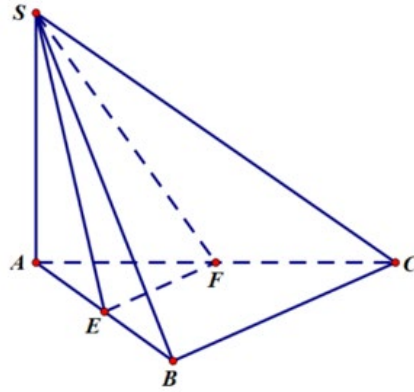
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 7} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x+2}{2\sqrt{x^2 + 2x + 7}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 7}}.$$

**Câu 95:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại B,  $SA \perp (ABC)$ . E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $AC$ . Xác định góc giữa hai mặt phẳng  $(SEF)$  và  $(SBC)$ .

- A.**  $\widehat{BSE}$ . **B.**  $\widehat{CSF}$ . **C.**  $\widehat{BSF}$ . **D.**  $\widehat{CSE}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**



Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $S$  và song song với  $BC$ .

Do  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$  nên  $EF$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$ .

$$\Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow d = (SEF) \cap (SBC)$$

Mặt khác:  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$  mà  $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow d \perp (SAB)$

$$\Rightarrow d \perp SE, d \perp SB$$

$$\text{Vậy: } \begin{cases} (SEF) \cap (SBC) = d \\ S \in d \\ SE \perp d, SE \subset (SEF) \\ SB \perp d, SB \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow \text{góc giữa } (SEF) \text{ và } (SBC) \text{ là góc } \widehat{ESB}.$$

**Câu 96:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB$  vuông góc với  $CD$ ,  $AB = CD = 6$ ,  $M$  là điểm thuộc  $BC$  sao cho  $MC = xBC$  ( $0 < x < 1$ ). Mặt phẳng  $(P)$  song song với  $AB$  và  $CD$  cắt  $BC, BD, AD, AC$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Diện tích lớn nhất của tứ giác  $MNPQ$  bằng bao nhiêu?

A. 10.

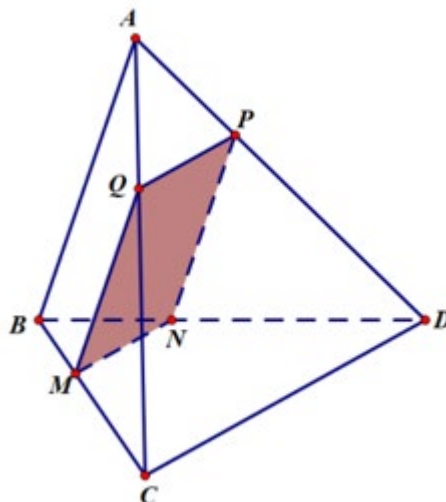
B. 8.

C. 11.

**D. 9.**

**Lời giải:**

**Chọn D**



Ta có  $(P) \parallel AB$  nên  $AB \parallel MQ$  và  $NP \parallel AB \Rightarrow MQ \parallel NP$

$(P) \parallel CD$  nên  $CD \parallel MN$  và  $CD \parallel PQ \Rightarrow PQ \parallel MN$

Vậy tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.

Mặt khác,  $AB \perp CD$  nên  $MN \perp MQ \Rightarrow MNPQ$  là hình chữ nhật.

Xét tam giác  $ABC$  có  $MQ \parallel AB \Rightarrow \frac{MQ}{AB} = \frac{MC}{BC} = x \Rightarrow MQ = x \cdot AB = 6x$

Xét tam giác  $BCD$  có  $MN \parallel CD \Rightarrow \frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} = 1 - x \Rightarrow MN = (1 - x)CD = 6(1 - x)$

Khi đó:  $S_{MNPQ} = 6x \cdot 6(1 - x) = 36x(1 - x) \leq 36 \cdot \left(\frac{x + 1 - x}{2}\right)^2 = 9$ .

Vậy  $\max S_{MNPQ} = 9$  khi  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 97:** Trong không gian cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tìm  $M$  sao cho giá trị của biểu thức  $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.**  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

**B.**  $M$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**C.**  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$ .

**D.**  $M$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , khi đó  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .

Ta có:  $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$

$$\Leftrightarrow P = \vec{MA}^2 + \vec{MB}^2 + \vec{MC}^2$$

$$\Leftrightarrow P = (\vec{MG} + \vec{GA})^2 + (\vec{MG} + \vec{GB})^2 + (\vec{MG} + \vec{GC})^2$$

$$\Leftrightarrow P = 3\vec{MG}^2 + 2\vec{MG} \cdot (\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}) + \vec{GA}^2 + \vec{GB}^2 + \vec{GC}^2$$

$$\Leftrightarrow P = 3\vec{MG}^2 + \vec{GA}^2 + \vec{GB}^2 + \vec{GC}^2$$

$$\Leftrightarrow P = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$$

Do  $GA^2 + GB^2 + GC^2$  không đổi nên  $P_{\min} \Leftrightarrow MG_{\min} \Leftrightarrow M \equiv G$ .

Vậy  $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

**Câu 98:** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$ . Phương trình  $f'(x) = 0$  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn  $[-2\pi; 3\pi]$

**A.** 5.

**B.** 3.

**C.** 6.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f'(x) = \cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Đề } x \in [-2\pi; 3\pi] \Leftrightarrow -2\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -2 \leq \frac{1}{4} + k \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{9}{4} \leq k \leq \frac{11}{4}.$$

Do  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ , suy ra  $x \in \left\{-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right\}$ .

Vậy phương trình  $f'(x) = 0$  có 5 nghiệm thuộc đoạn  $[-2\pi; 3\pi]$  là  $x \in \left\{-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right\}$ .

**Câu 99:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 (\sqrt{n^2 + 9} - \sqrt{n^2 + 4})}{2n + 1}$  ?

**A.**  $\frac{5}{4}$ .

**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $\frac{5}{2}$ .

**D.**  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 (\sqrt{n^2 + 9} - \sqrt{n^2 + 4})}{2n + 1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2}{(2n + 1)(\sqrt{n^2 + 9} + \sqrt{n^2 + 4})} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\left(2 + \frac{1}{n}\right) \left(\sqrt{1 + \frac{9}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n^2}}\right)} = \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 100:** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Với giá trị nào của  $x$  (tính giá trị của  $x$  theo  $a$ ) thì hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau.

**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

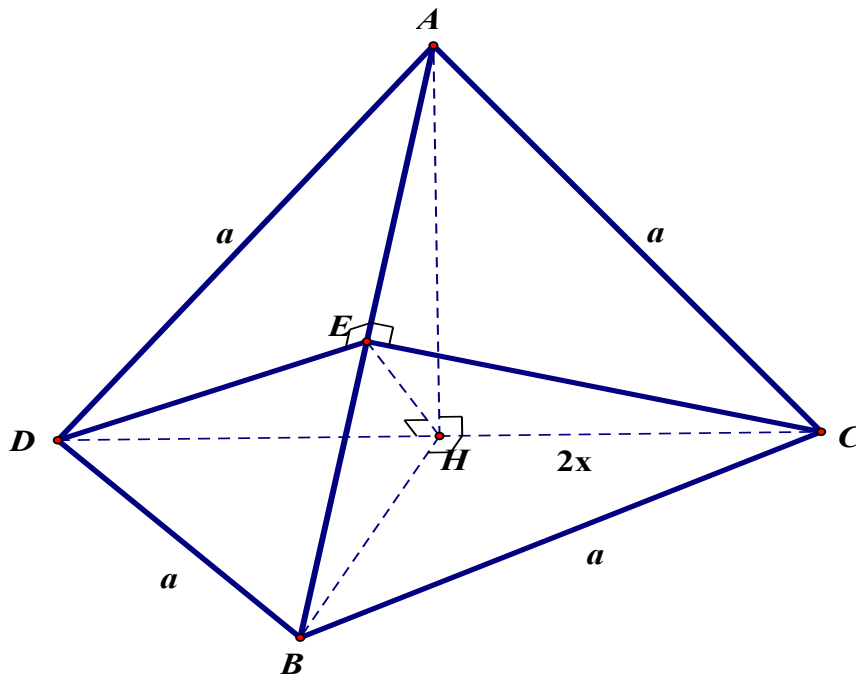
**B.**  $\frac{a}{3}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $\frac{a}{2}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD$ , suy ra  $AH \perp CD$  (vì  $\triangle ACD$  cân tại  $A$ )

Mà  $CD = (ACD) \cap (BCD)$  và  $(ACD) \perp (BCD)$ .

Suy ra  $AH \perp (BCD)$ .

Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$  với  $AB = (ABC) \cap (ABD)$ .

Ta lại có  $\triangle ABD, \triangle ABC$  lần lượt cân tại  $D, C$  và  $AC = AD = BC = BD = a$ .

Nên  $DE \perp AB; CE \perp AB, DE = CE$ .

Suy ra  $\left( \widehat{(ABC)}, \widehat{(ABD)} \right) = \left( \widehat{DE}, \widehat{CE} \right) = 90^\circ = \widehat{DEC}$ .

Tam giác  $DEC$  vuông cân tại  $E$  có  $EH$  là trung tuyến nên  $EH = \frac{DC}{2} = x$  (1)

Tam giác  $AHB$  vuông cân tại  $H$  có  $AH = BH = \sqrt{a^2 - x^2}$  và  $HE$  là trung tuyến

Suy ra  $EH = \frac{\sqrt{2(a^2 - x^2)}}{2}$  (2)

Từ (1) và (2), suy ra  $\frac{\sqrt{2(a^2 - x^2)}}{2} = x \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 21 (100TN)**

- Câu 1:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2017x + 2018)$  bằng.
- A.  $+\infty$ .                      B. 2018.                      C. 2017.                      D. 1.
- Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ mx+m+1 & \text{nếu } x=2 \end{cases}$ . Tìm giá trị của m sao cho hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$ .
- A.  $m = -\frac{2}{3}$ .                      B.  $m = -\frac{1}{2}$                       C.  $m = -\frac{1}{4}$ .                      D.  $m = -\frac{1}{3}$ .
- Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x) = mx^3 + x^2 + x - 5$ . Tìm m để  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm trái dấu?
- A.  $m < 0$ .                      B.  $m = 0$ .                      C.  $m > 1$ .                      D.  $m > 0$ .
- Câu 4:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - bx + c}{x - 7} = 7$  (với  $b, c \in \mathbb{R}$ ). Tính  $T = b + c$ .
- A. 6.                      B. 7.                      C. 8.                      D. 5.
- Câu 5:** Gọi (C) là đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ . Phương trình các tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng  $y = -3x$  là
- A.  $y = -3x + 2$  và  $y = -3x - 2$ .                      B.  $y = -3x + 10$  và  $y = -3x - 4$ .  
C.  $y = -3x + 5$  và  $y = -3x - 5$ .                      D.  $y = -3x - 1$  và  $y = -3x + 11$ .
- Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AD$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $a$ .                      D.  $a\sqrt{2}$ .
- Câu 7:** Hàm số  $y = \cos[\sin(\sin^2 x)]$  có đạo hàm là
- A.  $y' = -\sin 2x \cdot \sin[\sin(\sin^2 x)] \cdot \cos(\sin^2 x)$ .  
B.  $y' = \sin x \cos x \cdot \sin[\sin(\sin^2 x)] \cos(\sin^2 x)$ .  
C.  $y' = \sin 2x \cdot \sin[\sin(\sin^2 x)] \cdot \cos(\sin^2 x)$ .  
D.  $y' = \sin 2x \cdot \sin[\sin(\cos^2 x)] \cdot \cos(\sin^2 x)$ .
- Câu 8:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
- A.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ .                      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .                      D.  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CD}$ .
- Câu 9:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a, BC = b, CC' = c$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC'$ .

A.  $\frac{3b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ .      B.  $\frac{3ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ .      C.  $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ .      D.  $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m^2 + 3)x + 1$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để  $f'(x) > 0$  nghiệm đúng với mọi  $x$ .

A.  $-1 < m < 1$ .      B.  $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$ .      C.  $m > 1$ .      D.  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng?

A.  $a\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $a$ .      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 12:** Gọi  $(P)$  là đồ thị hàm số  $y = f(x) = -3x^2 + x + 3$ . Phương trình tiếp tuyến với  $(P)$  tại điểm  $M(1;1)$  là

A.  $y = 5x + 6$ .      B.  $y = -5x + 6$ .      C.  $y = 5x - 6$ .      D.  $y = -5x - 6$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = (x^3 - 2x^2)^2$  có đạo hàm là

A.  $y' = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$ .      B.  $y' = 6x^5 - 20x^4 + 4x^3$ .  
C.  $y' = 6x^5 - 20x^4 - 16x^3$ .      D.  $y' = 6x^5 + 14x^3$ .

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{6}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SC$  và  $\text{mp}(ABCD)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A.  $\alpha = 30^\circ$ .      B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\alpha = 45^\circ$ .      D.  $\alpha = 60^\circ$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc hợp bởi các cạnh bên với đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên  $(ABCD)$ . Khi đó chiều cao  $SH$  của hình chóp bằng

A.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 16:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu  $a \parallel (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $(\alpha) \perp b$ .      B. Nếu  $a \parallel (\alpha)$  và  $b \parallel (\alpha)$  thì  $a \parallel b$ .  
C. Nếu  $a \parallel (\alpha)$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a \perp b$ .      D. Nếu  $a \perp (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $(\alpha) \parallel b$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^n} \text{ bằng:}$$

**Câu 17:**

A.  $\frac{4}{5}$       B. 1      C.  $-\frac{3}{20}$       D.  $\frac{5}{12}$

**Câu 18:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .    **B.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .    **C.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .    **D.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = 2x - 5$  và  $f(2) = m - 2$ . Giá trị của  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = 2$  là  
**A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 4.                      **D.** -1.

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = y^2 + y'$   
**A.**  $P = 0$ .                      **B.**  $P = -1$ .                      **C.**  $P = 2$ .                      **D.**  $P = 1$

**Câu 21:** Cho phương trình  $-4x^3 + 4x - 1 = 0$  (1). Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?  
**A.** Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.  
**B.** Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .  
**C.** Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(-2; 0)$ .  
**D.** Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(0; 1)$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 12$ . Tìm  $x$  để  $f'(x) < 0$ .  
**A.**  $x \in (-2; 0)$ .                      **B.**  $x \in (0; 2)$ .  
**C.**  $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .                      **D.**  $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ .

**Câu 23:** gọi  $(C)$  là đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$ . Phương trình tiếp tuyến với  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục tung là:  
**A.**  $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$ .                      **B.**  $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ .                      **C.**  $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ .                      **D.**  $y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x) = ax^2 - 2\sqrt{x}$  ( $a$  là tham số). Biết  $f'(1) = 1$ . Hãy tính  $f'(4)$ .  
**A.**  $f'(4) = 3$ .                      **B.**  $f'(4) = \frac{15}{2}$ .                      **C.**  $f'(4) = \frac{7}{2}$ .                      **D.**  $f'(4) = \frac{9}{2}$ .

**Câu 25:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+2} + 7^{n+1} + 1}{5 \cdot 7^n - 7} = \frac{a}{b}$  (Với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính  $P = a - b$   
**A.** 7                      **B.** 12                      **C.** 51                      **D.** 44

**Câu 26:** Tiếp tuyến của hàm số  $f(x) = \frac{5}{x-2}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 3$  có hệ số góc là  
**A.** 3                      **B.** 2                      **C.** 5                      **D.** -5

**Câu 27:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $G$  trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đặt  $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{GA'} = \vec{c} - \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ .    **B.**  $\overrightarrow{GA'} = \vec{b} + \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})$ .    **C.**  $\overrightarrow{GA'} = \vec{a} - \frac{1}{3}(\vec{c} + \vec{b})$ .    **D.**  $\overrightarrow{GA'} = \vec{b} - \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{c})$ .

**Câu 28:** Trong không gian cho  $\vec{a}, \vec{b}; |\vec{a}| = 7; |\vec{b}| = 6$  ( $\vec{a}, \vec{b}$ ) =  $60^\circ$  Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$                       **B.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$                       **C.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 21$                       **D.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 51$



**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABC$  đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Cạnh góc vuông là  $a\sqrt{2}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a$ . Góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng.

A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 30:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3}$  là

A.  $\frac{a-1}{3a}$ .                      B.  $\frac{a-1}{3a^2}$ .                      C.  $\frac{a+1}{3a^2}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 31:** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hình lập phương là lăng trụ đều.  
 B. Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng.  
 C. Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đều.  
 D. Hình lăng trụ có một cạnh bên vuông góc với đáy là lăng trụ đứng.

**Câu 32:** Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 B. Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$   
 C. Hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$   
 D. Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

**Câu 33:** Hàm số  $y = \sqrt{\cos x + 4 \sin x}$  có đạo hàm là

A.  $y' = \frac{4 \cos x - \sin x}{2\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$     B.  $y' = \frac{4 \cos x - \sin x}{\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$   
 C.  $y' = \frac{2 \cos x - \sin x}{\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$     D.  $y' = \frac{\sin x + 4 \cos x}{2\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$

**Câu 34:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + 5n + 8}{4n^2 - n + 9}$  bằng

A. 0                      B.  $+\infty$                       C.  $-\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{8}{9}$

**Câu 35:**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{4x-1}{x-3} \right)$  bằng.

A.  $-\infty$ .                      B. 4.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 36:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy và cạnh bên bằng  $a$ . Khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $ABCD$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .                      B.  $a$ .                      C.  $\frac{a}{2}$ .                      D.  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 37:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  bằng

A. 0.

B.  $+\infty$ .

C. 1.

D.  $-\infty$ .

**Câu 38:** Điện lượng truyền trong dây dẫn có phương trình  $Q = t^2$ . Tính cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm  $t_0 = 3$  (giây)

A.  $3(A)$ .

B.  $6(A)$ .

C.  $5(A)$ .

D.  $2(A)$ .

**Câu 39:** Khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh  $a$  bằng

A.  $2a$ .

B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $\frac{2a}{3}$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{3x-2} - \sqrt{x^2+6x-3}}{x-1} & x > 1 \\ x+2m-2 & x \leq 1 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  sao cho hàm số

liên tục tại  $x_0 = 1$ .

A.  $m = -1$ .

B.  $m = 2$ .

C.  $m = 0$ .

D.  $m = 1$ .

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SB \perp (ABC)$  và  $\Delta ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $d(C, (SAB)) = BC$ .

B.  $d(C, (SAB)) = SB$ .

C.  $d(C, (SAB)) = SC$ .

D.  $d(C, (SAB)) = AC$ .

**Câu 42:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$ .

A.  $-\infty$ .

B. 0.

C. 1.

D.  $-1$ .

**Câu 43:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$ .

A.  $y' = \sin x$ .

B.  $y' = \cos x$ .

C.  $y' = -\cos x$ .

D.  $y' = -\sin x$ .

**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x) = 2x^2 - x + 2$  và  $g(x) = f(\sin x)$ . Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ .

A.  $y' = 2 \cos 2x - \sin x$ .

B.  $y' = 2 \cos 2x + \sin x$ .

C.  $y' = 2 \sin 2x - \cos x$ .

D.  $y' = 2 \sin 2x + \cos x$ .

**Câu 45:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD, DC, A'D'$ . Tính khoảng cách từ  $C'$  đến mặt phẳng  $(MNP)$

A.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$

D.  $a\sqrt{2}$

**Câu 46:** Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ .

A.  $y' = \frac{3}{2\sqrt{(1-2x)^5}}$

B.  $y' = \frac{3}{\sqrt{(1-2x)^5}}$

C.  $y' = \frac{-1}{2\sqrt{(1-2x)^3}}$

D.  $y' = \frac{-1}{\sqrt{(1-2x)^3}}$

**Câu 47:** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây khẳng định ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p \neq 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

B. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  sao cho  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

**C.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p = 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

**D.** Giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng quy.

**Câu 48:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$ .

**A.**  $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .    **B.**  $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .

**C.**  $y' = \frac{\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .    **D.**  $y' = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .

**Câu 49:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 (\sqrt{n^2 + 9} - \sqrt{n^2 + 4})}{2n + 1}$ ?

**A.**  $\frac{5}{4}$ .

**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $\frac{5}{2}$ .

**D.**  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 50:** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Với giá trị nào của  $x$  (tính giá trị của  $x$  theo  $a$ ) thì hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau.

**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**B.**  $\frac{a}{3}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $\frac{a}{2}$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2017x + 2018)$  bằng.
- A.**  $+\infty$ .      **B.** 2018. **C.** 2017.      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2017x + 2018) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{2017}{x^2} + \frac{2018}{x^3}\right) = +\infty$$

- Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ mx + m + 1 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ . Tìm giá trị của m sao cho hàm số liên tục tại

$$x_0 = 2.$$

- A.**  $m = -\frac{2}{3}$ .      **B.**  $m = -\frac{1}{2}$       **C.**  $m = -\frac{1}{4}$ .      **D.**  $m = -\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ mx + m + 1 & \text{nếu } x = 2 \end{cases} \text{ liên tục khi } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

$$f(2) = 3m + 1$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt[3]{3x+2}-2)\left((\sqrt[3]{3x+2})^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 4\right)}{(x-2)\left((\sqrt[3]{3x+2})^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 4\right)} \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 2 - 8}{(x-2)\left((\sqrt[3]{3x+2})^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 4\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)}{(x-2)\left((\sqrt[3]{3x+2})^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 4\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{\left((\sqrt[3]{3x+2})^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 4\right)} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 3m + 1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$$

- Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x) = mx^3 + x^2 + x - 5$ . Tìm m để  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm trái dấu?

**A.**  $m < 0$ .

**B.**  $m = 0$ .

**C.**  $m > 1$ .

**D.**  $m > 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $f'(x) = 3mx^2 + 2x + 1$ .

Phương trình  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm trái dấu  $\Leftrightarrow 3m < 0 \Leftrightarrow m < 0$ .

**Câu 4:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - bx + c}{x - 7} = 7$  (với  $b, c \in \mathbb{R}$ ). Tính  $T = b + c$ .

**A.** 6.

**B.** 7.

**C.** 8.

**D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Do  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - bx + c}{x - 7} = 7$  nên  $x^2 - bx + c = (x - 7)(x - m)$ .

Khi đó,  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - bx + c}{x - 7} = 7 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x - 7)(x - m)}{x - 7} = 7 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 7} (x - m) = 7 \Leftrightarrow 7 - m = 7 \Leftrightarrow m = 0$ .

Vậy  $x^2 - bx + c = (x - 7)x = x^2 - 7x$ .

Suy ra  $b = 7$  và  $c = 0$ .

Vậy,  $b + c = 7$ .

**Câu 5:** Gọi  $(C)$  là đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ . Phương trình các tiếp tuyến của  $(C)$  song song với đường thẳng  $y = -3x$  là

**A.**  $y = -3x + 2$  và  $y = -3x - 2$ .

**B.**  $y = -3x + 10$  và  $y = -3x - 4$ .

**C.**  $y = -3x + 5$  và  $y = -3x - 5$ .

**D.**  $y = -3x - 1$  và  $y = -3x + 11$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$ .

Tiếp tuyến cần tìm có phương trình:  $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$ .

Trong đó  $y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow \frac{-3}{(x_0-1)^2} = -3 \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{cases}$ .

Phương trình tiếp tuyến tại  $(2; 5)$ :  $y = -3(x - 2) + 5 = -3x + 11$ .

Phương trình tiếp tuyến tại  $(0; -1)$ :  $y = -3(x - 0) - 1 = -3x - 1$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AD$  bằng

**A.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

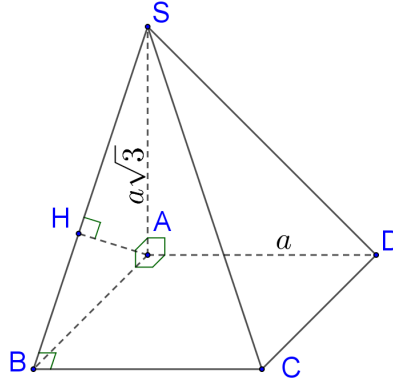
**B.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**C.**  $a$ .

**D.**  $a\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $SB$ .

Ta có  $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ .

Mặt khác  $AH \perp SB$ . Từ đó suy ra  $AH \perp (SBC)$ .

$$\text{Vì } AD \parallel BC \Rightarrow d_{(AD, SB)} = d_{(AD, (SBC))} = d_{(A, (SBC))} = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{AS^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

**Câu 7:** Hàm số  $y = \cos[\sin(\sin^2 x)]$  có đạo hàm là

- A.**  $y' = -\sin 2x \cdot \sin[\sin(\sin^2 x)] \cdot \cos(\sin^2 x)$ .      **B.**  $y' = \sin x \cos x \cdot \sin[\sin(\sin^2 x)] \cos(\sin^2 x)$ .  
**C.**  $y' = \sin 2x \cdot \sin[\sin(\sin^2 x)] \cdot \cos(\sin^2 x)$ .      **D.**  $y' = \sin 2x \cdot \sin[\sin(\cos^2 x)] \cdot \cos(\sin^2 x)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= -[\sin(\sin^2 x)]' \sin[\sin(\sin^2 x)] \\ &= -(\sin^2 x)' \cos(\sin^2 x) \sin[\sin(\sin^2 x)] \\ &= -2\sin x \cos x \cdot \cos(\sin^2 x) \sin[\sin(\sin^2 x)] \\ &= -\sin 2x \cdot \cos(\sin^2 x) \sin[\sin(\sin^2 x)]. \end{aligned}$$

**Câu 8:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.**  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .      **D.**  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CD}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Áp dụng quy tắc hình bình hành và quy tắc hình hộp

$$\text{Xét đáp án A: } (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$$

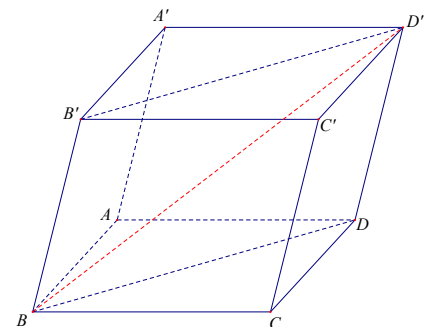
Do đó đáp án A đúng.

Xét đáp án B:

$$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \neq \overrightarrow{AB'}$$

Do đó đáp án B sai.

Tương tự, các đáp án C, D là các đáp án sai.



**Câu 9:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a, BC = b, CC' = c$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC'$ .

A.  $\frac{3b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

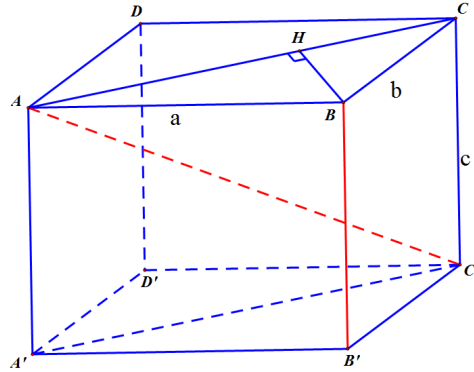
B.  $\frac{3ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

C.  $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

**D.**  $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Vì  $BB' \parallel (ACC'A') \Rightarrow d(BB', AC') = d(BB', (ACC'A')) = d(B, (ACC'A'))$

Kẻ  $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (ACC'A') \Rightarrow d(B, (ACC'A')) = BH$ .

Ta có:  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $BH \cdot AC = BA \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

Vậy  $d(BB', AC') = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m^2 + 3)x + 1$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để  $f'(x) > 0$  nghiệm đúng với mọi  $x$ .

A.  $-1 < m < 1$ .

B.  $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$ .

C.  $m > 1$ .

**D.**  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m^2 + 3)x + 1 \Rightarrow f'(x) = x^2 - 4x + m^2 + 3$

$f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 4x + m^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ 1 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng?

A.  $a\sqrt{2}$ .

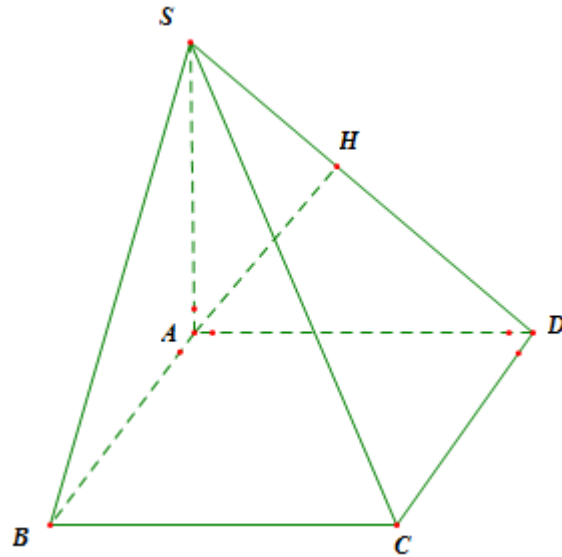
**B.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $a$ .

D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$ .

Dựng  $AH \perp SD (H \in SD)$

Ta có  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Mà  $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$

Áp dụng hệ thức lượng tam giác vuông  $SAD$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 12:** Gọi  $(P)$  là đồ thị hàm số  $y = f(x) = -3x^2 + x + 3$ . Phương trình tiếp tuyến với  $(P)$  tại điểm  $M(1;1)$  là

**A.**  $y = 5x + 6$ .

**B.**  $y = -5x + 6$ .

**C.**  $y = 5x - 6$ .

**D.**  $y = -5x - 6$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = f'(x) = -6x + 1 \Rightarrow$  hệ số góc của tiếp tuyến tại  $M(1;1)$  là  $k = f'(1) = -5$ .

Phương trình tiếp tuyến tại  $M(1;1)$  là  $y = -5(x-1) + 1 \Leftrightarrow y = -5x + 6$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = (x^3 - 2x^2)^2$  có đạo hàm là

**A.**  $y' = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$ .

**B.**  $y' = 6x^5 - 20x^4 + 4x^3$ .

**C.**  $y' = 6x^5 - 20x^4 - 16x^3$ .

**D.**  $y' = 6x^5 + 14x^3$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A**

Ta có  $y = (x^3 - 2x^2)^2 = x^6 - 4x^5 + 4x^4$

Nên  $y' = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$ .

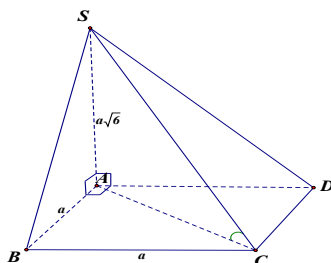


**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{6}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SC$  và  $\text{mp}(ABCD)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.  $\alpha = 30^\circ$ .      B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\alpha = 45^\circ$ .      **D.  $\alpha = 60^\circ$ .**

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D**



Do  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên  $\text{mp}(ABCD)$  nên góc  $\alpha$  là góc giữa  $AC$  và  $SC$ .

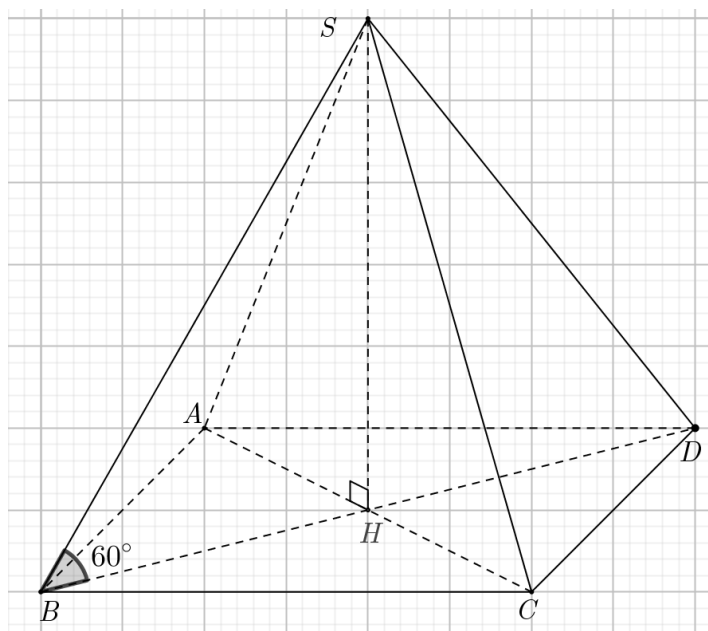
Trong tam giác  $SAC$ , ta có  $\tan C = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc hợp bởi các cạnh bên với đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên  $(ABCD)$ . Khi đó chiều cao  $SH$  của hình chóp bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .**      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $H$  là tâm hình vuông  $ABCD$  và  $SH \perp (ABCD)$ .

Từ đó suy ra góc giữa  $SB$  với  $(ABCD)$  bằng  $\widehat{SBH}$ . Hay  $\widehat{SBH} = 60^\circ$ .

Xét tam giác  $SBH$  vuông tại  $H$  nên  $SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 16:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** Nếu  $a \parallel (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $(\alpha) \perp b$ .

**B.** Nếu  $a \parallel (\alpha)$  và  $b \parallel (\alpha)$  thì  $a \parallel b$ .

**C.** Nếu  $a \parallel (\alpha)$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a \perp b$ .

**D.** Nếu  $a \perp (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $(\alpha) \parallel b$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định lý trong sách giáo khoa.

**Câu 17:** 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^n}$$
 bằng:

**A.**  $\frac{4}{5}$

**B.** 1

**C.**  $-\frac{3}{20}$

**D.**  $\frac{5}{12}$

**Lời giải:**

**Chọn D**

Ta có:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{1 - \frac{2}{5}}}{\frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{4} \left[ 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} \right]}{\frac{3}{5} \left[ 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} \right]} = \frac{5}{12}.$$

**Câu 18:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ . **B.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ . **C.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ . **D.**  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Lời giải:**

**Chọn D**

Ta có:  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'}) = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

Vậy  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = 2x - 5$  và  $f(2) = m - 2$ . Giá trị của  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = 2$  là

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.** -1.

**Lời giải:**

**Chọn A**

Ta có: Hàm số liên tục tại  $x = 2$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5) = m - 2 \Leftrightarrow m - 2 = -1 \Leftrightarrow m = 1$$

**CÂU NÀY CÁCH HỎI CHƯA CHUẨN, MÌNH ĐỀ XUẤT SỬA LẠI NHƯ SAU:**

Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x - 5 & \text{khi } x \neq 2 \\ m - 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Giá trị của  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = 2$  là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 4.                      D. -1.

**Lời giải:**

**Chọn A**

Ta có: Hàm số liên tục tại  $x = 2$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5) = m - 2 \Leftrightarrow m - 2 = -1 \Leftrightarrow m = 1$$

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = y^2 + y'$

- A.  $P = 0$ .                      B.  $P = -1$ .                      C.  $P = 2$ .                      D.  $P = 1$

**Lời giải:**

**Chọn B**

Ta có:  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$  nên:

$$y' = \frac{(\cos x - \sin x)(\sin x - \cos x) - (\sin x + \cos x)(\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{-2}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$\text{Và } y^2 = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{1 + 2 \sin x \cdot \cos x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$\text{Do đó: } P = y^2 + y' = \frac{-1 + 2 \sin x \cdot \cos x}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{-(\sin x - \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2} = -1$$

**Câu 21:** Cho phương trình  $-4x^3 + 4x - 1 = 0$  (1). Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

- A. Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.  
B. Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .  
C. Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(-2; 0)$ .  
D. Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

**Đề sai**

Đặt  $f(x) = -4x^3 + 4x - 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $f(-2)=23$ ;  $f(0)=-1$ ;  $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ ;  $f(1)=-1$ .

Vì  $f(-2).f(0)<0$  nên phương trình  $f(x)=0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(-2;0)$  nên C đúng.

Vì  $f(0).f\left(\frac{1}{2}\right)<0$  nên phương trình  $f(x)=0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $\left(0;\frac{1}{2}\right)\subset(0;1)$ ;  $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$  nên B, D đúng.

Vì  $f\left(\frac{1}{2}\right).f(1)<0$  nên phương trình  $f(x)=0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $\left(\frac{1}{2};1\right)$ .

Do đó phương trình (1) có ít nhất ba nghiệm phân biệt. Mặt khác (1) là phương trình bậc ba nên (1) có ba nghiệm phân biệt: A đúng.

Sửa lại:

Cho phương trình  $-4x^3+4x-1=0$  (1). Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.

**B. Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(1;2)$ .**

C. Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(-2;0)$ .

D. Phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(0;1)$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $y=f(x)=x^3-3x^2+12$ . Tìm  $x$  để  $f'(x)<0$ .

A.  $x\in(-2;0)$ .

**B.  $x\in(0;2)$ .**

C.  $x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ .

D.  $x\in(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f'(x)=3x^2-6x<0\Leftrightarrow 0<x<2$ .

**Câu 23:** gọi (C) là đồ thị hàm số  $y=\frac{x^2+4x+5}{x+2}$ . Phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C)

với trục tung là:

A.  $y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{2}$ .

B.  $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$ .

**C.  $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$ .**

D.  $y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi A là giao điểm của (C) với trục tung. Khi  $x=0\Rightarrow y=\frac{5}{2}$ . Do đó  $A\left(0;\frac{5}{2}\right)$ .

Xét hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$ :

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}.$$

$$y'(x) = \frac{(2x+4)(x+2) - (x^2 + 4x + 5) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(0) = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến là: } y = y'(0)(x-0) + \frac{5}{2} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}.$$

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x) = ax^2 - 2\sqrt{x}$  ( $a$  là tham số). Biết  $f'(1) = 1$ . Hãy tính  $f'(4)$ .

- A.  $f'(4) = 3$ .      B.  $f'(4) = \frac{15}{2}$ .      C.  $f'(4) = \frac{7}{2}$ .      D.  $f'(4) = \frac{9}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } f'(x) = 2ax - \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{Vì } f'(1) = 1 \Leftrightarrow 2a - 1 = 1 \Leftrightarrow a = 1. \text{ Vậy } f'(4) = 8 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}.$$

**Câu 25:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+2} + 7^{n+1} + 1}{5 \cdot 7^n - 7} = \frac{a}{b}$  (Với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính  $P = a - b$

- A. 7      B. 12      C. 51      D. 44

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+2} + 7^{n+1} + 1}{5 \cdot 7^n - 7} = \frac{\frac{7^{n+2}}{7^n} + \frac{7^{n+1}}{7^n} + \frac{1}{7^n}}{5 \cdot \frac{7^n}{7^n} - \frac{7}{7^n}} = \frac{56}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 56 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow P = 51$$

**Câu 26 :** Tiếp tuyến của hàm số  $f(x) = \frac{5}{x-2}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 3$  có hệ số góc là

- A. 3      B. 2      C. 5      D. -5

**Lời giải**

**Chọn D**

Hệ số góc của hàm số  $f(x) = \frac{5}{x-2}$  tại điểm  $x_0 = 3$  chính là giá trị đạo hàm của hàm số đó tại điểm

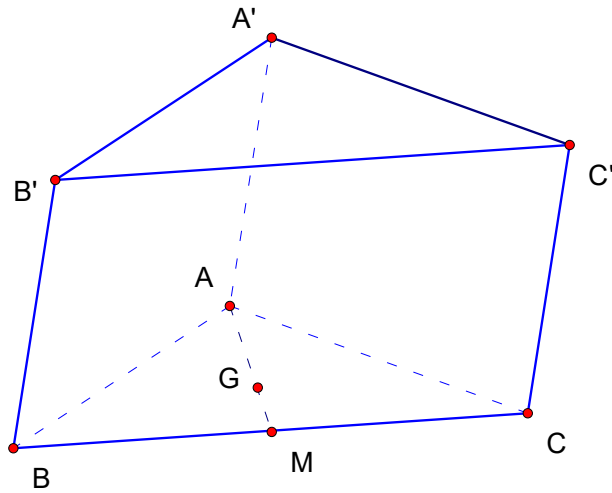
$$x_0 = 3. \text{ Do đó } k = f'(3) = -5$$

**Câu 26:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $G$  trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đặt  $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{GA'} = \vec{c} - \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ .      B.  $\overrightarrow{GA'} = \vec{b} + \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})$ .      C.  $\overrightarrow{GA'} = \vec{a} - \frac{1}{3}(\vec{c} + \vec{b})$ .      D.  $\overrightarrow{GA'} = \vec{b} - \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{c})$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$

Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC \Rightarrow \overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$

Ta có  $\overrightarrow{GA'} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AA'} = -\frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c}) + \vec{a}$

**Câu 27:** Trong không gian cho  $\vec{a}, \vec{b}; |\vec{a}| = 7; |\vec{b}| = 6$   $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$  Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$

**B.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$

**C.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 21$

**D.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 51$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{7 \cdot 6} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 21$

Vậy ta chọn đáp án **C**.

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Cạnh góc vuông là  $a\sqrt{2}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a$ . Góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng.

**A.**  $60^\circ$ .

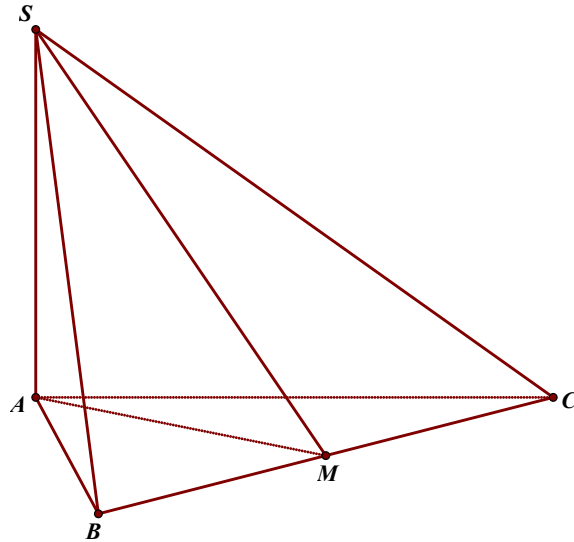
**B.**  $45^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $30^\circ$ .

**Lời giải.**

**Chọn B**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  ta có  $AM \perp BC$  và  $SA \perp BC$  nên  $SM \perp BC$

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \subset (ABC), AM \perp BC \text{ suy ra góc giữa } (SBC) \text{ và } (ABC) \text{ là góc giữa } AM \text{ và } \\ SM \subset (SBC), SM \perp BC \end{cases}$$

$SM$ .

Trong tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $BC = AB\sqrt{2} = 2a \Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC = a$ .

Trong tam giác  $SAM$  vuông tại  $A$  có  $\tan \widehat{AMS} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{AMS} = 45^\circ$ .

Vậy góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 29:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3}$  là

**A.**  $\frac{a-1}{3a}$ .

**B.**  $\frac{a-1}{3a^2}$ .

**C.**  $\frac{a+1}{3a^2}$ .

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải.**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x-1)}{(x-a)(x^2 + ax + a^2)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-1}{x^2 + ax + a^2} = \frac{a-1}{3a^2}.$$

**Câu 30:** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** Hình lập phương là lăng trụ đều.

**B.** Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng.

**C.** Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đều.

**D.** Hình lăng trụ có một cạnh bên vuông góc với đáy là lăng trụ đứng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình hộp chữ nhật không phải là lăng trụ đều vì đáy không phải là đa giác đều.

**Câu 31:** Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

B. Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

C. Hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

**D.** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Do  $x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên tập xác định của hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  là  $\mathbb{R}$  nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 32:** Hàm số  $y = \sqrt{\cos x + 4 \sin x}$  có đạo hàm là

**A.**  $y' = \frac{4 \cos x - \sin x}{2\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$

**B.**  $y' = \frac{4 \cos x - \sin x}{\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$

**C.**  $y' = \frac{2 \cos x - \sin x}{\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$

**D.**  $y' = \frac{\sin x + 4 \cos x}{2\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y' = \left( \sqrt{\cos x + 4 \sin x} \right)' = \frac{(\cos x + 4 \sin x)'}{2\sqrt{\cos x + 4 \sin x}} = \frac{-\sin x + 4 \cos x}{2\sqrt{\cos x + 4 \sin x}} = \frac{4 \cos x - \sin x}{2\sqrt{\cos x + 4 \sin x}}$$

**Câu 33:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + 5n + 8}{4n^2 - n + 9}$  bằng

A. 0

B.  $+\infty$

**C.**  $-\frac{3}{4}$

D.  $\frac{8}{9}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + 5n + 8}{4n^2 - n + 9} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left( -3 + \frac{5}{n} + \frac{8}{n^2} \right)}{n^2 \left( 4 - \frac{1}{n} + \frac{9}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left( -3 + \frac{5}{n} + \frac{8}{n^2} \right)}{\left( 4 - \frac{1}{n} + \frac{9}{n^2} \right)} = -\frac{3}{4}$$

**Câu 34:**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{4x-1}{x-3} \right)$  bằng.

A.  $-\infty$ .

B. 4.

**C.**  $+\infty$ .

D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có: 
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (4x-1) = 11 > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{4x-1}{x-3} \right) = +\infty \\ x-3 > 0, \forall x > 3 \end{cases}$$

**Câu 35:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy và cạnh bên bằng  $a$ . Khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $ABCD$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .

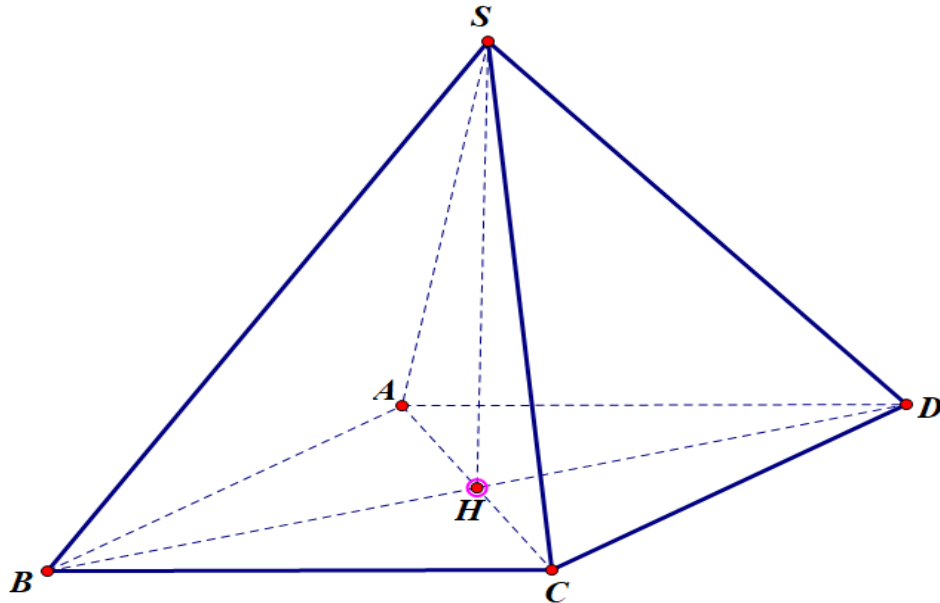
**B.**  $a$ .

**C.**  $\frac{a}{2}$ .

**D.**  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $H$  là tâm hình vuông  $ABCD$  nên  $SH \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow d(S; (ABCD)) = SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

**Câu 36:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  bằng

**A.**  $0$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $1$ .

**D.**  $-\infty$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

**Câu 37:** Điện lượng truyền trong dây dẫn có phương trình  $Q = t^2$ . Tính cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm  $t_0 = 3$  (giây)

**A.**  $3(A)$ .

**B.**  $6(A)$ .

**C.**  $5(A)$ .

**D.**  $2(A)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có:  $Q' = 2t$

Cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm  $t_0 = 3$  (giây) là

$$I(3) = Q'(3) = 2.3 = 6(A).$$

**Câu 38:** Khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh  $a$  bằng

- A.  $2a$ .      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{2a}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là trung điểm của  $CD$

Do  $NA = NB$  nên tam giác  $NAB$  cân tại  $N$ , do đó  $NM \perp AB$

Tương tự ta có  $NM \perp CD$

Bây  $MN$  là đoạn vuông góc chung của  $AB$  và  $CD$ .

$$\text{Xét tam giác } ABM. \text{ Ta có : } MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4}}$$

$$\text{Vậy } d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ (Tương tự cho các cặp cạnh khác)}$$

**Câu 39:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{3x-2} - \sqrt{x^2+6x-3}}{x-1} & x > 1 \\ x+2m-2 & x \leq 1 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  sao cho hàm số

liên tục tại  $x_0 = 1$ .

- A.  $m = -1$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 0$ .      D.  $m = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $f(1) = 1 + 2m - 2 = 2m - 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{3x-2} - \sqrt{x^2+6x-3}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(2\sqrt{3x-2} - \sqrt{x^2+6x-3})(2\sqrt{3x-2} + \sqrt{x^2+6x-3})}{(x-1)(2\sqrt{3x-2} + \sqrt{x^2+6x-3})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4(3x-2) - x^2 - 6x + 3}{(x-1)(2\sqrt{3x-2} + \sqrt{x^2+6x-3})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-5)(x-1)}{(x-1)(2\sqrt{3x-2} + \sqrt{x^2+6x-3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-5)}{(2\sqrt{3x-2} + \sqrt{x^2+6x-3})} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+2m-2) = 2m-1$$

$$\text{Để } f(x) \text{ liên tục tại } x_0 = 1 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2m-1 = -1 \Leftrightarrow m = 0.$$

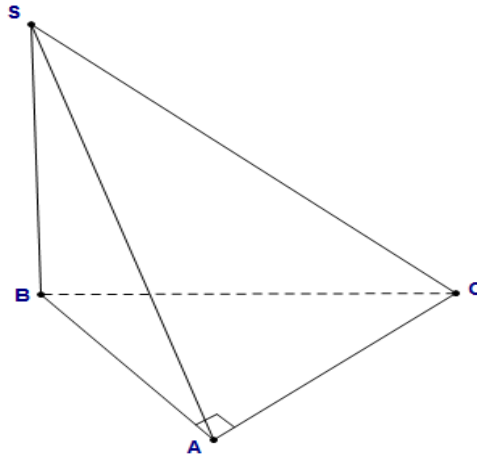
**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SB \perp (ABC)$  và  $\Delta ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $d(C, (SAB)) = BC$ .      B.  $d(C, (SAB)) = SB$ .

C.  $d(C, (SAB)) = SC$ . **D.  $d(C, (SAB)) = AC$ .**

Lời giải

**Chọn D**



Ta có  $\begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = AC$ .

**Câu 41:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$ .

A.  $-\infty$ .

**B. 0.**

C. 1.

D. -1.

Lời giải

**Chọn B**

Theo định nghĩa giới hạn của hàm số tại vô cực.

**Câu 42:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$ .

A.  $y' = \sin x$ .

B.  $y' = \cos x$ .

C.  $y' = -\cos x$ .

**D.  $y' = -\sin x$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Áp dụng công thức  $(\cos x)' = -\sin x$ .

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x) = 2x^2 - x + 2$  và  $g(x) = f(\sin x)$ . Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ .

A.  $y' = 2 \cos 2x - \sin x$ .

B.  $y' = 2 \cos 2x + \sin x$ .

**C.  $y' = 2 \sin 2x - \cos x$ .**

D.  $y' = 2 \sin 2x + \cos x$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $g(x) = f(\sin x) = 2 \sin^2 x - \sin x + 2$ .

$\Rightarrow g'(x) = 2 \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x - \cos x = 2 \sin 2x - \cos x$ .

**Câu 44:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD, DC, A'D'$ . Tính khoảng cách từ  $C'$  đến mặt phẳng  $(MNP)$

**A.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$**

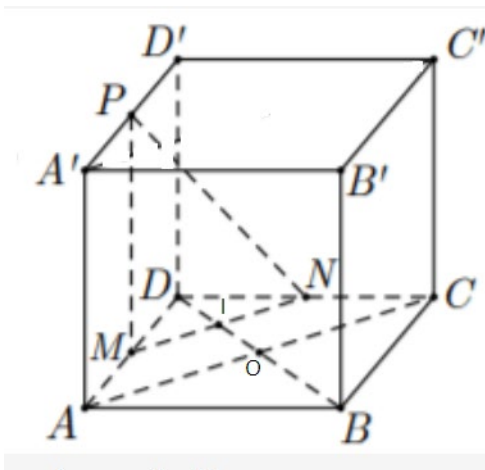
B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$

D.  $a\sqrt{2}$

## Lời giải

**Chọn A**



$$\forall i \ CC' // MP \Rightarrow CC' // (MNP) \Rightarrow d(C', (MNP)) = d(C, (MNP)) \quad (1)$$

**Mặt khác**  $CO // MN \Rightarrow CO // (MNP) \Rightarrow d(C, (MNP)) = d(O, (MNP))$  (2)

$$\begin{cases} OI \perp MP \\ OI \perp MN \end{cases} \Rightarrow OI \perp (MNP) \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow d(C', (MNP)) = OI = \frac{1}{4} AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

**Câu 45:** Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ .

**A.**  $y' = \frac{3}{2\sqrt{(1-2x)^5}}$

**B.**  $y' = \frac{3}{\sqrt{(1-2x)^5}}$

**C.**  $y' = \frac{-1}{2\sqrt{(1-2x)^3}}$

**D.**  $y' = \frac{-1}{\sqrt{(1-2x)^3}}$

## Lời giải

**Chọn B**

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}} \Rightarrow y' = \frac{1' \cdot \sqrt{1-2x} - 1 \cdot (\sqrt{1-2x})'}{\sqrt{(1-2x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-2x)^3}}$$

$$y'' = \left( \frac{1}{\sqrt{(1-2x)^3}} \right)' = \frac{1' \cdot \sqrt{(1-2x)^3} - 1 \cdot \sqrt{(1-2x)^3}'}{\sqrt{(1-2x)^6}} = \frac{3}{\sqrt{(1-2x)^5}}$$

**Câu 46:** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây khẳng định ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng?

**A.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p \neq 0$  và  $\vec{ma} + \vec{nb} + \vec{pc} = \vec{0}$ .

**B.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  sao cho  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

**C.** Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p = 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

**D.** Giá của ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng quy.

## Lời giải

**Chọn A**

**Câu 47:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$ .

- A.**  $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .    **B.**  $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .  
**C.**  $y' = \frac{\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .    **D.**  $y' = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$y' = \frac{(1 + \cos^2 2x)'}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{2\cos 2x (\cos 2x)'}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{\cos 2x (-2\sin 2x)}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{-2\sin 2x \cos 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}}$$

**Câu 48:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 (\sqrt{n^2 + 9} - \sqrt{n^2 + 4})}{2n + 1}$ ?

- A.**  $\frac{5}{4}$ .    **B.**  $\frac{3}{2}$ .    **C.**  $\frac{5}{2}$ .    **D.**  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

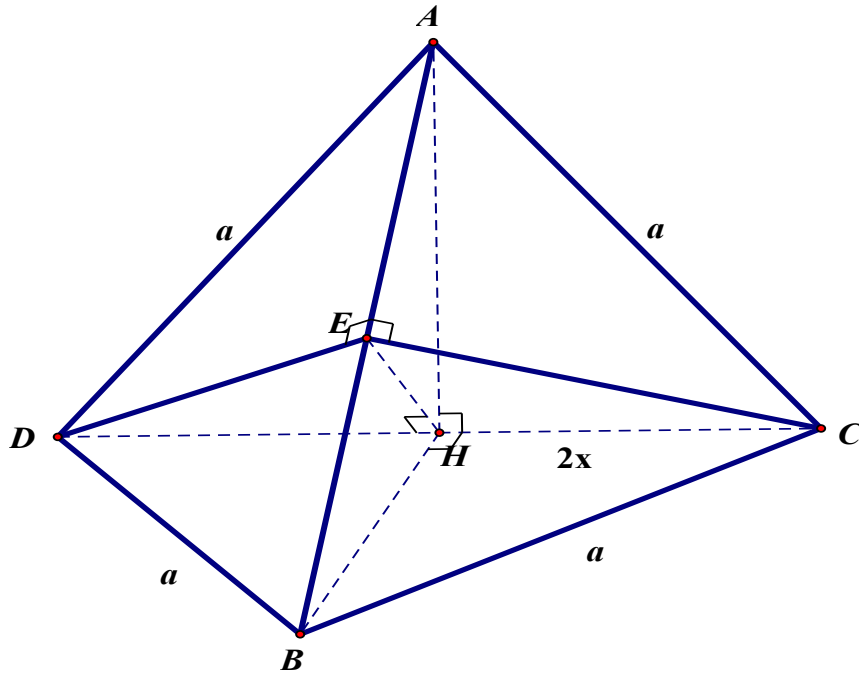
$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 (\sqrt{n^2 + 9} - \sqrt{n^2 + 4})}{2n + 1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2}{(2n + 1)(\sqrt{n^2 + 9} + \sqrt{n^2 + 4})} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\left(2 + \frac{1}{n}\right) \left(\sqrt{1 + \frac{9}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n^2}}\right)} = \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 49:** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Với giá trị nào của  $x$  (tính giá trị của  $x$  theo  $a$ ) thì hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau.

- A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .    **B.**  $\frac{a}{3}$ .    **C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .    **D.**  $\frac{a}{2}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD$ , suy ra  $AH \perp CD$  (vì  $\triangle ACD$  cân tại  $A$ )

Mà  $CD = (ACD) \cap (BCD)$  và  $(ACD) \perp (BCD)$ .

Suy ra  $AH \perp (BCD)$ .

Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$  với  $AB = (ABC) \cap (ABD)$ .

Ta lại có  $\triangle ABD, \triangle ABC$  lần lượt cân tại  $D, C$  và  $AC = AD = BC = BD = a$ .

Nên  $DE \perp AB; CE \perp AB, DE = CE$ .

Suy ra  $\left( \widehat{(ABC), (ABD)} \right) = \left( \widehat{DE, CE} \right) = 90^\circ = \widehat{DEC}$ .

Tam giác  $DEC$  vuông cân tại  $E$  có  $EH$  là trung tuyến nên  $EH = \frac{DC}{2} = x$  (1)

Tam giác  $AHB$  vuông cân tại  $H$  có  $AH = BH = \sqrt{a^2 - x^2}$  và  $HE$  là trung tuyến

Suy ra  $EH = \frac{\sqrt{2(a^2 - x^2)}}{2}$  (2)

Từ (1) và (2), suy ra  $\frac{\sqrt{2(a^2 - x^2)}}{2} = x \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 22 (100TN)**

A.  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

C. -2.

## D. 2

**A.**  $\frac{5}{3}$ .

**B.**  $-\frac{5}{3}$ .

C.  $-3$ .

D. 3

A.  $2^5$ .

B. 0.

 $C_{+\infty}$ 

D.  $-2^5$

**A.**  $1 - \sqrt{2}$ .

**B.**  $-\infty$ .

$C_{+\infty}$

D. 0.

### A. 0.

**B.**  $+\infty$ .

C. -2.

### D. 2.

**A.**  $\frac{47}{90}$ .

**B.**  $\frac{46}{90}$ .

C.  $\frac{6}{11}$ .

D.  $\frac{43}{90}$ .

### A. 2.

**B. -2.**

C.  $-\infty$ .

### D. $+\infty$ .

### A. 2020.

### B. 2021.

C.  $-\infty$ .

**D.**  $-\frac{1}{2}$ .

A.  $-\infty$ .

### B. 2021.

**C.**  $\sqrt{2020} - \sqrt{2021}$ .

### D. $+\infty$ .

A.  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

C. 0.

**D.**  $-15$ .

A. -1.

### B. 1.

C.  $\frac{1}{2}$ .

**D.**  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 12:** Biết  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}x-3}{x^2 - (1+\sqrt{3})x + \sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tính  $S = 10a + 4b$

- A. 17.                      B. 5.                      C. -4.                      D. 4.

**Câu 13:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $a, b$  là các số nguyên dương và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $P = a^2 + b^2$ .

- A.  $P = 13$ .                      B.  $P = 0$ .                      C.  $P = 5$ .                      D.  $P = 40$ .

**Câu 14:** Tìm giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x)$ .

- A.  $I = -2$ .                      B.  $I = -4$ .                      C.  $I = 1$ .                      D.  $I = -1$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số đã cho liên tục tại

$$x = 1$$

- A.  $m = \frac{1}{3}$ .                      B.  $m = -\frac{3}{4}$ .                      C.  $m = 0$                       D.  $m = 2$ .

**Câu 16:** Tổng các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$  liên tục tại

$$x = 2?$$

- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $a$  để hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $a = 2$ .                      B.  $a = 3$ .                      C.  $a = 1$ .                      D.  $a = 4$ .

**Câu 18:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$

- A.  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ .                      B.  $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ .                      C.  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .                      D.  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$ .

**Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = (3x+1)\sqrt{x^2+1}$  là

- A.  $y' = \frac{-3x^2-2x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .                      B.  $y' = \frac{9x^2+2x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .                      C.  $y' = \frac{3-x}{\sqrt{x^2+1}}$ .                      D.  $y' = \frac{6x^2+x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2-3x}{2x+1}$  có đạo hàm là biểu thức có dạng  $\frac{ax^2+bx+c}{(2x+1)^2}$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên. Khi đó  $3a-2b-c$  bằng

- A. -1.                      B. 5.                      C. 8.                      D. -4.

**Câu 21:** Đạo hàm của hàm số  $y = (3x^2 - x^3)^{2021}$  là

- A.  $y' = 2021(3x^2 - x^3)^{2020}$ .                      B.  $y' = (6x - 3x^2)(3x^2 - x^3)^{2020}$ .



C.  $y' = 2021(6x - 3x^2)(3x^2 - x^3)^{2020}$ .

D.  $y' = (6x - 3x^2)^{2021}$ .

**Câu 22:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^{2018} + x + 2021}$  là

A.  $y' = \frac{2018x^{2017} + 1}{2\sqrt{x^{2018} + x + 2021}}$ .

B.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^{2018} + x + 2021}}$ .

C.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^{2018} + x + 2021}}$ .

D.  $y' = 2018x^{2017} + 1$ .

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(x^{2018} + 1)$  là

A.  $y' = 2018x^{2017} \cdot \cos(x^{2018} + 1)$

B.  $y' = \sin(x^{2018} + 1)$ .

C.  $y' = \sin x^{2018}$ .

D.  $y' = 2017x^{2017} \cdot \sin(x^{2018} + 1)$

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = 2021x - \cos 2018x$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' > 0$  là

A.  $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = \frac{2}{1+x}$ . Tính giá trị của  $y^{(3)}(1)$ .

A.  $y^{(3)}(1) = -\frac{3}{4}$ .

B.  $y^{(3)}(1) = \frac{3}{4}$ .

C.  $y^{(3)}(1) = -\frac{4}{3}$ .

D.  $y^{(3)}(1) = \frac{4}{3}$ .

**Câu 26:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x - 1$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$  là

A.  $y = 6x - 3$ .

B.  $y = 6x + 3$ .

C.  $y = 6x - 1$ .

D.  $y = 6x + 1$ .

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: y = 9x + 7$ .

A.  $y = 9x + 7; y = 9x - 25$ .

B.  $y = 9x - 25$ .

C.  $y = 9x - 7; y = 9x + 25$ .

D.  $y = 9x + 25$ .

**Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .

B.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .

C.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .

D.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ .

**Câu 29:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

C.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Câu 30:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Khi đó tích  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$  bằng

A.  $a^2$ .

B.  $a^2\sqrt{2}$ .

C.  $a^2\sqrt{3}$ .

D.  $\frac{a^2}{2}$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $O$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

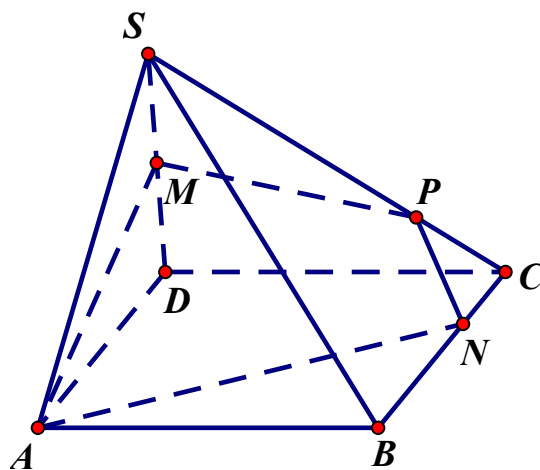
A.  $BC \perp SC$ .

B.  $BD \perp SO$ .

C.  $CD \perp SB$ .

D.  $AC \perp SO$ .

- Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = a$ ,  $DB = DC = a\sqrt{3}$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ , và  $AI$  là đường cao của tam giác  $ADH$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $AI \perp (BCD)$ .      **B.**  $BD \perp (ADH)$ .      **C.**  $AB \perp (BCD)$ .      **D.**  $DC \perp (ABC)$ .
- Câu 33:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $B'C'$ . Mặt phẳng  $(AA'H)$  **không** vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?  
**A.**  $(BB'C'C)$ .      **B.**  $(AB'C')$ .      **C.**  $(ABC)$ .      **D.**  $(BA'C')$ .
- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  
**A.**  $30^\circ$ .      **B.**  $60^\circ$ .      **C.**  $45^\circ$ .      **D.**  $75^\circ$ .
- Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông đỉnh  $B$ ,  $AB = a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  
**A.**  $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{5}a}{3}$ .      **C.**  $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{5}a}{5}$ .
- Câu 36:** Cho  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4}$  bằng  
**A.**  $0$ .      **B.**  $+\infty$ .      **C.**  $\frac{2}{3}$ .      **D.**  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 37:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3}, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$  là  
**A.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^n - \frac{2}{3}$ .      **B.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1} + \frac{2}{3}$ .  
**C.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1} - \frac{2}{3}$ .      **D.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1}$ .
- Câu 38:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x+1} + 3\sqrt[3]{x-1} - 2x + 1}{x^2}$ .  
**A.**  $\frac{1}{12}$ .      **B.**  $\frac{2}{25}$ .      **C.**  $\frac{38}{45}$ .      **D.**  $\frac{8}{97}$ .
- Câu 39:** Cho  $m, n$  là các số thực khác  $0$ . Nếu giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + mx + n}{x - 2} = 4$  thì  $m - n$  bằng  
**A.**  $-4$ .      **B.**  $4$ .      **C.**  $2$ .      **D.**  $-2$ .
- Câu 40:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + bx + 1} + ax \right) = -\frac{1}{2}$ , tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .  
**A.**  $1$ .      **B.**  $3$ .      **C.**  $2$ .      **D.**  $0$ .
- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình bình hành, gọi  $M$  và  $N$  là các điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MS} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ . Mặt phẳng  $(AMN)$  cắt  $SC$  tại  $P$ . Tính tỉ số  $\frac{SP}{SC}$ .



- A.  $\frac{3}{5}$ .      B.  $\frac{4}{5}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ . Góc giữa  $AM$  và  $BD$  bằng?

- A.  $45^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $2a$ , góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $SAB$  là tam giác đều nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  là

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{3a}{2}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      D.  $a\sqrt{6}$ .

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ , tâm  $O$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $AC = SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(SAD)$ , khi đó  $\cos^2 \alpha$  bằng

- A.  $\frac{4}{5}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      C.  $\frac{1}{5}$ .      D.  $\frac{2}{5}$ .

**Câu 45:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ ,  $SC = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $SC$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{38}}{19}$ .      B.  $\frac{2a\sqrt{5}}{19}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{38}}{5}$ .      D.  $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$ .

**Câu 46:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 4 + 4\sqrt{1 + 2u_n}), \quad n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$
 Tìm giới hạn của dãy số  $(u_n)$ ?

- A.  $\lim u_n = \frac{3}{2}$ .      B.  $\lim u_n = +\infty$ .      C.  $\lim u_n = \frac{4}{9}$ .      D.  $\lim u_n = \frac{4}{3}$ .

**Câu 47:** Cho giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 12} + bx - 3}{x^3 - 3x + 2} = \frac{m}{n}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ;  $m, n \in \mathbb{N}^*$ ;  $\frac{m}{n}$  tối giản). Tính  $T = 3m^2 + 2n^3$ .

A. 2001.

B. 2002.

C. 1027.

D. 1028.

**Câu 48:** Cho phương trình  $\frac{x^5}{a} + \frac{x^4}{b} = \frac{1}{c}$  (\*), với  $a, b, c$  là các số thực dương và thoả mãn  $c(122b + 41a) = ab \neq c(a + b)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

A. Phương trình (\*) vô nghiệm.

B. Phương trình (\*) luôn có nghiệm lớn hơn 1.

C. Phương trình (\*) luôn có nghiệm lớn hơn 3.

D. Phương trình (\*) có ba nghiệm  $x_1, x_2, x_3$  thoả mãn  $x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3$ .

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  (C) và điểm  $M\left(-\frac{9}{2}; 0\right)$ . Tìm trên (C) cặp điểm  $A(a; b), B(c; d)$  sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau và  $\triangle MAB$  cân tại M khi đó  $a + b + c + d$  bằng

A. -8.

B. 8.

C. 0.

D. 6.

**Câu 50:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng 2. Gọi M là điểm nằm trên cạnh  $AA'$  sao cho mặt phẳng  $(C'MB)$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc nhỏ nhất. Khi đó diện tích tam giác  $C'MB$  có dạng  $\frac{a\sqrt{b}}{c}$  với  $a; b; c \in \mathbb{N}$ . Giá trị của biểu thức

$T = a + b - c$ .

A. 6.

B. 7.

C. 2021.

D. 2022.

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:**  $\lim(2n^3 - n + 1)(3n - n^2)$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $-2$ .

**D.**  $2$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim(2n^3 - n + 1)(3n - n^2) = \lim(-2n^5 + 6n^4 + n^3 - 4n^2) = \lim n^5 \left( -2 + \frac{6n}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{4}{n^3} \right).$$

$$\text{Mà } \lim n^5 = +\infty; \lim \left( -2 + \frac{6n}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{4}{n^3} \right) = -2. \text{ Suy ra } \lim(2n^3 - n + 1)(3n - n^2) = -\infty$$

**Câu 2:**  $\lim \frac{3^{n+1} - 5 \cdot 4^n}{2^n + 3 \cdot 4^n}$  bằng

**A.**  $\frac{5}{3}$ .

**B.**  $-\frac{5}{3}$ .

**C.**  $-3$ .

**D.**  $3$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim \frac{3^{n+1} - 5 \cdot 4^n}{2^n + 3 \cdot 4^n} = \lim \frac{3 \cdot 3^n - 5 \cdot 4^n}{2^n + 3 \cdot 4^n} = \lim \frac{3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n - 5}{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3} = -\frac{5}{3}.$$

**Câu 3:**  $\lim \frac{(2n-1)^5 \cdot (1-n)^7}{n(3-n)^{11}}$  bằng

**A.**  $2^5$ .

**B.**  $0$ .

**C.**  $+\infty$ .

**D.**  $-2^5$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim \frac{(2n-1)^5 \cdot (1-n)^7}{n(3-n)^{11}} = \lim \frac{n^5 \left(2 - \frac{1}{n}\right)^5 \cdot n^7 \left(\frac{1}{n} - 1\right)^7}{n \cdot n^{11} \left(\frac{3}{n} - 1\right)^{11}} = \lim \frac{\left(2 - \frac{1}{n}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{n} - 1\right)^7}{\left(\frac{3}{n} - 1\right)^{11}} = 2^5.$$

**Câu 4:** Kết quả của  $\lim(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{2n^2 - 1})$  là

**A.**  $1 - \sqrt{2}$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $+\infty$ .

**D.**  $0$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{2n^2 - 1}) = \lim \left[ n \left( \sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} - \sqrt{2 - \frac{1}{n^2}} \right) \right] = -\infty$$

$$\text{vì } \lim n = +\infty \text{ và } \lim \left( \sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} - \sqrt{2 - \frac{1}{n^2}} \right) = 1 - \sqrt{2} < 0.$$

**Câu 5:**  $\lim \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} - n}$  bằng

**A.**  $0$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.**  $-2$ .

**D.**  $2$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}-n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n}+n}{(\sqrt{n^2+n}-n)(\sqrt{n^2+n}+n)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{1+\frac{1}{n}}+n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{1+\frac{1}{n}}+1 \right) = 2.$$

**Câu 6:** Số thập phân vô hạn tuần hoàn  $0,511111\dots$  được biểu diễn bởi phân số

**A.**  $\frac{47}{90}$ .

**B.**  $\frac{46}{90}$ .

**C.**  $\frac{6}{11}$ .

**D.**  $\frac{43}{90}$ .

**Lời giải**

Ta có  $0,51111\dots = 0,5 + 0,01 + 0,001 + 0,0001 + \dots$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots = \frac{1}{2} + \frac{1}{100} \left( 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \dots \right)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{23}{45} = \frac{46}{90}.$$

**Câu 7:** Kết quả  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(2x-1)(1-x-2x^2)]$  bằng

**A.**  $2$ .

**B.**  $-2$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} [(2x-1)(1-x-2x^2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x^3 \left( 2 - \frac{1}{x} \right) \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 2 \right) \right] = -\infty.$$

$$\text{vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2 - \frac{1}{x} \right) \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 2 \right) = -4.$$

**Câu 8:** Kết quả  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2021} - 3x^{2020} - 2021}{1 - 2x - 2x^{2021}}$  bằng

**A.**  $2020$ .

**B.**  $2021$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.**  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2021} - 3x^{2020} - 2021}{1 - 2x - 2x^{2021}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{3}{x} - \frac{2021}{x^{2021}}}{\frac{1}{x^{2021}} - \frac{2}{x^{2020}} - 2} = -\frac{1}{2}.$$

**Câu 9:** Kết quả  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2020x^2 + x + 3} - \sqrt{2021x^2 + 2} \right)$  bằng

**A.**  $-\infty$ .

**B.**  $2021$ .

**C.**  $\sqrt{2020} - \sqrt{2021}$ .

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2020x^2 + x + 3} - \sqrt{2021x^2 + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( \sqrt{2020 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} - \sqrt{2021 + \frac{2}{x^2}} \right) \right] = -\infty.$

vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2020 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} - \sqrt{2021 + \frac{2}{x^2}} \right) = \sqrt{2020} - \sqrt{2021}.$

**Câu 10:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{7x+1}{-x^2+3x-2}.$   
**A.  $+\infty$ .** **B.  $-\infty$ .** **C. 0.** **D. -15.**

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (7x+1) = 15 > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (-x^2+3x-2) = 0.$

$x \rightarrow 2^- \Rightarrow \begin{cases} x-2 < 0 \\ x-1 \rightarrow 1 \end{cases} \Rightarrow (x-2)(x-1) < 0 \Rightarrow -(x-2)(x-1) > 0 \Rightarrow -x^2+3x-2 > 0.$

Vậy:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{7x+1}{-x^2+3x-2} = +\infty.$

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+5x+3}{x+1} & \text{khi } x < -1 \\ 2x+3 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}.$  Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x).$   
**A. -1.** **B. 1.** **C.  $\frac{1}{2}$ .** **D.  $-\frac{1}{2}$ .**

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}.$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x^2+5x+3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2(x+1)\left(x+\frac{3}{2}\right)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} 2\left(x+\frac{3}{2}\right) = 1.$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (2x+3) = 1.$

Do  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1$  nên  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1.$

**Câu 12:** Biết  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}x-3}{x^2-(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}} = a+b\sqrt{3}$  với  $a, b \in \mathbb{R}.$  Tính  $S = 10a + 4b$   
**A. 17.** **B. 5.** **C. -4.** **D. 4.**

**Lời giải**

$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}x-3}{x^2-(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}(x-\sqrt{3})}{(x-1)(x-\sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x-1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}.$

Khi đó:  $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}.$  Suy ra:  $S = 10 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} = 17.$

**Câu 13:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \frac{a}{b},$  trong đó  $a, b$  là các số nguyên dương và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $P = a^2 + b^2.$   
**A.  $P = 13$ .** **B.  $P = 0$ .** **C.  $P = 5$ .** **D.  $P = 40$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+1-1}{x(\sqrt{3x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+1} = \frac{3}{2}.$$

Do đó  $a = 3, b = 2$ . Vậy  $P = a^2 + b^2 = 13$ .

**Câu 14:** Tìm giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x)$ .

**A.**  $I = -2$ .

**B.**  $I = -4$ .

**C.**  $I = 1$ .

**D.**  $I = -1$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{\sqrt{x^2 + 4x + 1} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} = \frac{4}{-2} = -2.$$

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số đã cho liên tục tại

$x = 1$

**A.**  $m = \frac{1}{3}$ .

**B.**  $m = -\frac{3}{4}$ .

**C.**  $m = 0$

**D.**  $m = 2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $f(1) = 1 + m$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + mx) = 1 + m.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{4}.$$

Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 1$  khi  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$ .

**Câu 16:** Tổng các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$  liên tục tại

$x = 2$ ?

**A.**  $-\frac{1}{2}$ .

**B.**  $1$ .

**C.**  $\frac{1}{2}$ .

**D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $f(2) = 4m^2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} [(1-m)x] = 2(1-m)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} m^2 x^2 = 4m^2$$

Hàm số liên tục tại  $x = 2$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4m^2 = 2 - 2m \Leftrightarrow 4m^2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = -1 \end{cases}$$



Tổng các giá trị của tham số  $m$  là  $\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x+a-1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $a$  để hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $a=2$ .

**B.**  $a=3$ .

**C.**  $a=1$ .

**D.**  $a=4$ .

**Lời giải**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Nếu  $x > 0$  thì  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x}$ , ta có hàm số liên tục trên  $(0; +\infty)$ .

Nếu  $x < 0$  thì  $f(x) = 3x+a-1$  là hàm đa thức nên nó liên tục trên  $(-\infty; 0)$ .

Nếu  $x = 0$  thì  $f(0) = a-1$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x+a-1) = a-1$ ;

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x(\sqrt{2x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{2x+1}+1} = 1.$$

Để hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow a-1 = 1 \Leftrightarrow a = 2$ .

**Câu 18:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$

**A.**  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ .      **B.**  $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ .

**C.**  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .      **D.**  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$ .

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = 3x^{2017} - 8x + 4$ .

Hàm số liên tục trên đoạn  $[0;1]$  và  $f(0).f(1) = 4.(-1) = -4 \Rightarrow f(0).f(1) < 0$ .

Suy ra phương trình  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$  có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ .

Vậy phương trình  $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ .

**Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = (3x+1)\sqrt{x^2+1}$  là

**A.**  $y' = \frac{-3x^2-2x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .      **B.**  $y' = \frac{9x^2+2x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .

**C.**  $y' = \frac{3-x}{\sqrt{x^2+1}}$ .      **D.**  $y' = \frac{6x^2+x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = (3x+1)' \sqrt{x^2+1} + (3x+1) (\sqrt{x^2+1})' = 3\sqrt{x^2+1} + (3x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{6x^2+x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2-3x}{2x+1}$  có đạo hàm là biểu thức có dạng  $\frac{ax^2+bx+c}{(2x+1)^2}$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên. Khi đó  $3a-2b-c$  bằng

**A.**  $-1$ .

**B.**  $5$ .

**C.**  $8$ .

**D.**  $-4$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y = \frac{x^2 - 3x}{2x + 1}$  Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .

$$\begin{aligned}\Rightarrow y' &= \frac{(x^2 - 3x)'(2x + 1) - (2x + 1)'(x^2 - 3x)}{(2x + 1)^2} \\ &= \frac{(2x - 3)(2x + 1) - 2(x^2 - 3x)}{(2x + 1)^2} = \frac{2x^2 + 2x - 3}{(2x + 1)^2}.\end{aligned}$$

Vậy  $a = 2, b = 2, c = -3 \Rightarrow 3a - 2b - c = 5$ .

**Câu 21:** Đạo hàm của hàm số  $y = (3x^2 - x^3)^{2021}$  là

**A.**  $y' = 2021(3x^2 - x^3)^{2020}$ .

**B.**  $y' = (6x - 3x^2)(3x^2 - x^3)^{2020}$ .

**C.**  $y' = 2021(6x - 3x^2)(3x^2 - x^3)^{2020}$ .

**D.**  $y' = (6x - 3x^2)^{2021}$ .

**Lời giải**

Áp dụng quy tắc đạo hàm của hàm số hợp ta có:

$$y' = \left[ (3x^2 - x^3)^{2021} \right]' = 2021 \cdot (3x^2 - x^3)^{2020} \cdot (3x^2 - x^3)' = 2021(6x - 3x^2)(3x^2 - x^3)^{2020}.$$

**Câu 22:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^{2018} + x + 2021}$  là

**A.**  $y' = \frac{2018x^{2017} + 1}{2\sqrt{x^{2018} + x + 2021}}$ .

**B.**  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^{2018} + x + 2021}}$ .

**C.**  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^{2018} + x + 2021}}$ .

**D.**  $y' = 2018x^{2017} + 1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = \frac{(x^{2018} + x + 2021)'}{2\sqrt{x^{2018} + x + 2021}} = \frac{2018x^{2017} + 1}{2\sqrt{x^{2018} + x + 2021}}.$

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(x^{2018} + 1)$  là

**A.**  $y' = 2018x^{2017} \cdot \cos(x^{2018} + 1)$

**B.**  $y' = \sin(x^{2018} + 1).$

**C.**  $y' = \sin x^{2018}.$

**D.**  $y' = 2017x^{2017} \cdot \sin(x^{2018} + 1)$

**Lời giải**

Ta có:  $y' = (x^{2018} + 1)' \cdot \cos(x^{2018} + 1) = 2018x^{2017} \cdot \cos(x^{2018} + 1).$

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = 2021x - \cos 2018x$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' > 0$  là

**A.**  $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

**B.**  $\mathbb{R}.$

**C.**  $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

**D.**  $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

**Lời giải**

Ta có:  $y' = 2021 + 2018 \cdot \cos 2018x = 3 + 2018(1 + \cos 2018x) \geq 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Vậy bất phương trình  $y' > 0$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}.$

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = \frac{2}{1+x}$ . Tính giá trị của  $y^{(3)}(1)$ .

**A.**  $y^{(3)}(1) = -\frac{3}{4}$ .

**B.**  $y^{(3)}(1) = \frac{3}{4}$ .

**C.**  $y^{(3)}(1) = -\frac{4}{3}$ .

**D.**  $y^{(3)}(1) = \frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{2}{1+x}$  có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{4(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{4}{(x+1)^3} \Rightarrow y^{(3)} = \frac{-12(x+1)^2}{(x+1)^6} = \frac{-12}{(x+1)^4}.$$

$$\text{Suy ra: } y^{(3)}(1) = \frac{-12}{(1+1)^4} = -\frac{3}{4}.$$

**Câu 26:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x - 1$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$  là

**A.**  $y = 6x - 3$ .

**B.**  $y = 6x + 3$ .

**C.**  $y = 6x - 1$ .

**D.**  $y = 6x + 1$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = x^3 + 3x - 1$  có đồ thị là  $(C)$ .

Với  $x = 1 \Rightarrow y = 3$ , ta được  $M(1; 3)$ .

Ta có đạo hàm:  $y' = 3x^2 + 3 \Rightarrow y'(1) = 6$ .

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M(1; 3)$  là:

$$y = 6(x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = 6x - 3.$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: y = 9x + 7$ .

**A.**  $y = 9x + 7$ ;  $y = 9x - 25$ .

**B.**  $y = 9x - 25$ .

**C.**  $y = 9x - 7$ ;  $y = 9x + 25$ .

**D.**  $y = 9x + 25$ .

**Lời giải**

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tọa độ tiếp điểm. Ta tính được  $y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0$ .

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: y = 9x + 7$  nên:

$$y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } x_0 = -1 \text{ ta có: } \begin{cases} y_0 = -2 \\ y'(-1) = 9 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình tiếp tuyến là:  $y = 9(x + 1) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 7$  (loại)

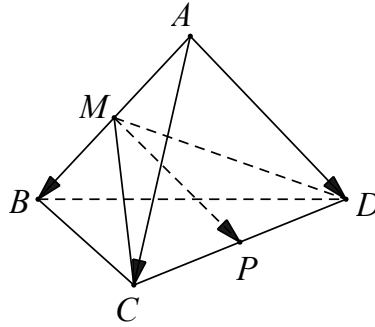
$$\text{Với } x_0 = 3 \text{ ta có: } \begin{cases} y_0 = 2 \\ y'(3) = 9 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình tiếp tuyến là:  $y = 9(x - 3) + 2 \Leftrightarrow y = 9x - 25$  (thỏa mãn).

**Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**.

- A.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ . B.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .  
 C.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ . D.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ .

Lời giải



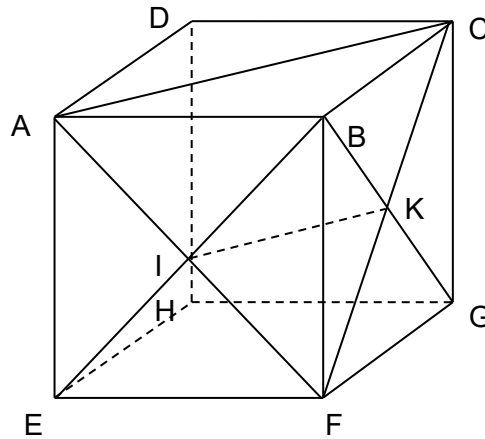
Ta có  $P$  là trung điểm của  $CD$  nên

$$\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}).$$

**Câu 29:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**.

- A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng. B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.  
 C.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng. D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} IK \parallel AC \\ AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow IK \parallel (ABCD); \begin{cases} GF \parallel BC \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow GF \parallel (ABCD).$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} IK \parallel (ABCD) \\ GF \parallel (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF} \text{ đồng phẳng.}$$

**Câu 30:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Khi đó tích  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$  bằng

- A.  $a^2$ . B.  $a^2\sqrt{2}$ . C.  $a^2\sqrt{3}$ . D.  $\frac{a^2}{2}$ .

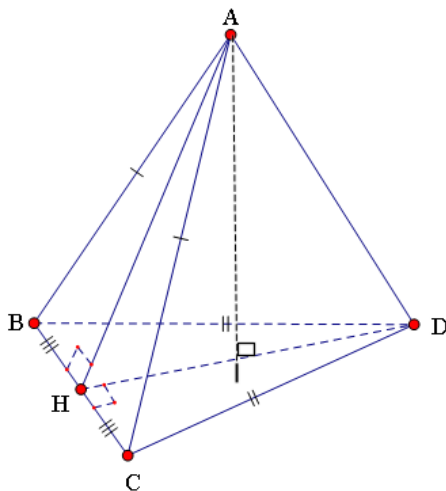
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EG} = EF.EG.\cos \widehat{FEG} = a.a\sqrt{2}.\cos 45^\circ = a^2.$$

**D.**  $AC \perp SO$ .

[illegible]

**D.**  $DC \perp (ABC)$ .

## Lời giải



Theo đề bài ta có:  $\triangle ABC, \triangle DBC$  lần lượt cân tại  $A, D$  và  $H$  là trung điểm của  $BC$

$$\Rightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ DH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADH) \text{ mà } AI \subset (ADH) \Rightarrow BC \perp AI \quad (1).$$

Lại có:  $AI \perp DH$  (gt) (2).

Do  $DH, BC \subset (BCD)$  và  $DH$  cắt  $BC$  nên từ (1) và (2) suy ra  $AI \perp (BCD)$ .

**Câu 33:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $B'C'$ . Mặt phẳng  $(AA'H)$  **không** vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

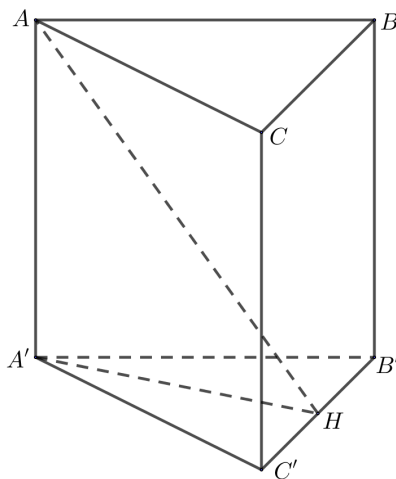
A.  $(BB'C'C)$ .

B.  $(AB'C')$ .

C.  $(ABC)$ .

D.  $(BA'C')$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} B'C' \perp A'H \\ B'C' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'H).$$

Suy ra  $(AA'H)$  vuông góc với mặt phẳng  $(AB'C')$ ,  $(BB'C'C)$ .

Vì  $AA' \perp (ABC)$  nên  $(AA'H) \perp (ABC)$ .

Vậy  $(AA'H)$  không vuông góc với mặt phẳng  $(BA'C')$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a, AD = a\sqrt{2}$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

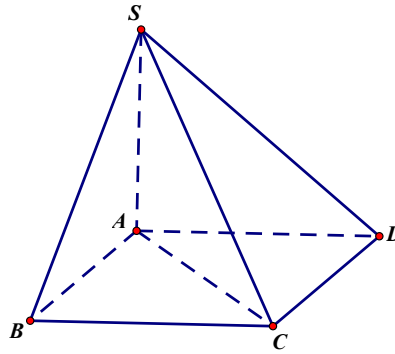
A.  $30^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $75^\circ$ .

**Lời giải**



Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$ .

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  có:  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$ .

Xét tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$  có:  $SA = AC = a\sqrt{3}$ .

Suy ra, tam giác  $SAC$  vuông cân ở  $A$ . Do đó  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông đỉnh  $B$ ,  $AB = a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

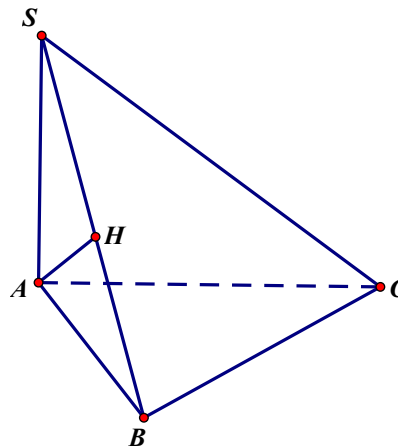
A.  $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$ .

B.  $\frac{\sqrt{5}a}{3}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ .

D.  $\frac{\sqrt{5}a}{5}$ .

**Lời giải**



Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB).$$

Trong tam giác  $SAB$  dựng  $AH \perp SB$  thì  $AH \perp (SBC)$ . Suy ra  $AH = d(A; (SBC))$ .

Xét tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ , có:  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

Vậy khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 36:** Cho  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4}$  bằng

A. 0.

B.  $+\infty$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

### Lời giải

Ta có:  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$  là tổng của  $n$  số hạng đầu của cấp số cộng có  $u_1 = 1$ ,  $d = 2$  và  $u_n = 2n-1$ .

$$\text{Suy ra } S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}(1 + 2n-1) = n^2.$$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3 + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 37:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3}, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$

là

**A.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^n - \frac{2}{3}$ .      **B.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1} + \frac{2}{3}$ .

**C.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1} - \frac{2}{3}$ .      **D.**  $u_n = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1}$ .

### Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3} \Leftrightarrow u_{n+1} + \frac{2}{3} = 3\left(u_n + \frac{2}{3}\right).$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n + \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} v_1 = u_1 + \frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3} \\ v_{n+1} = 3v_n, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Suy ra  $(v_n)$  là cấp số nhân với  $v_1 = \frac{17}{3}$ ,  $q = 3$ .

$$\text{Khi đó } v_n = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1}.$$

$$\text{Vậy } u_n = v_n - \frac{2}{3} = \frac{17}{3} \cdot 3^{n-1} - \frac{2}{3}.$$

**Câu 38:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x+1} + 3\sqrt[3]{x-1} - 2x + 1}{x^2}$ .

**A.**  $\frac{1}{12}$ .

**B.**  $\frac{2}{25}$ .

**C.**  $\frac{38}{45}$ .

**D.**  $\frac{8}{97}$ .

### Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x+1} + 3\sqrt[3]{x-1} - 2x + 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2\sqrt{x+1} - x - 2) + (3\sqrt[3]{x-1} - x + 3)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{-x^2}{x^2(2\sqrt{x+1} + x + 2)} + \frac{-x^3 + 9x^2}{x^2(9\sqrt[3]{(x-1)^2} + 3\sqrt[3]{x-1}(x-3) + (x-3)^2)} \right]$$



$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{-1}{2\sqrt{x+1} + x + 2} + \frac{-x+9}{9\sqrt[3]{(x-1)^2} + 3\sqrt[3]{x-1}(x-3) + (x-3)^2} \right] = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{12}.$$

- Câu 39:** Cho  $m, n$  là các số thực khác 0. Nếu giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + mx + n}{x - 2} = 4$  thì  $m - n$  bằng
- A. -4.                      B. 4.                      C. 2.                      D. -2.

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + mx + n}{x - 2} = 4$  nên  $x = 2$  là nghiệm của phương trình  $x^2 + mx + n = 0$

$$\Rightarrow 2m + n + 4 = 0 \Leftrightarrow n = -4 - 2m.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + mx + n}{x - 2} = 4 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + mx - 4 - 2m}{x - 2} = 4 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2 + m)}{x - 2} = 4$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2 + m) = 4 \Leftrightarrow 4 + m = 4 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow n = -4 \Rightarrow m - n = 4.$$

- Câu 40:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + bx + 1} + ax \right) = -\frac{1}{2}$ , tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .

- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 0.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + bx + 1} + ax \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( -\sqrt{1 + \frac{b}{x} + \frac{1}{x^2}} + a \right).$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{1 + \frac{b}{x} + \frac{1}{x^2}} + a \right) = -1 + a$  nên để giới hạn đã cho là một số hữu

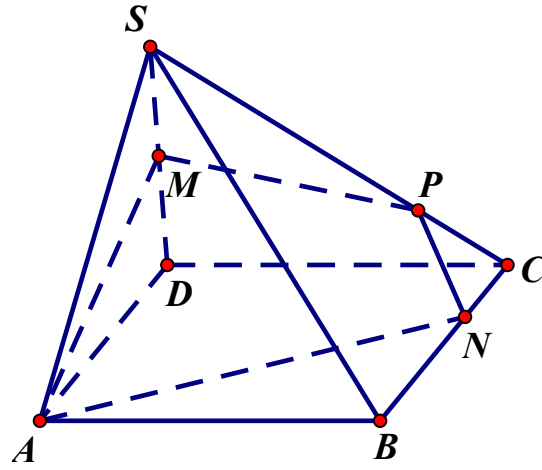
hạn thì điều kiện là  $-1 + a = 0 \Leftrightarrow a = 1$ .

$$\text{Với } a = 1 \text{ ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + bx + 1} + x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx + 1}{\sqrt{x^2 + bx + 1} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{b + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{b}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} = -\frac{b}{2}.$$

$$\text{Khi đó, theo giả thiết ta có } -\frac{b}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = 1.$$

$$\text{Vậy } P = a + b = 2.$$

- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình bình hành, gọi  $M$  và  $N$  là các điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MS} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ . Mặt phẳng  $(AMN)$  cắt  $SC$  tại  $P$ . Tính tỉ số  $\frac{SP}{SC}$ .



A.  $\frac{3}{5}$ .

B.  $\frac{4}{5}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

Lời giải

Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{y}$ ,  $\overrightarrow{AS} = \vec{z}$  và  $\overrightarrow{SP} = k\overrightarrow{SC}$ .

Ta có  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AS}) = \frac{1}{2}\vec{y} + \frac{1}{2}\vec{z}$ .

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \vec{x} + \frac{2}{3}\vec{y}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AP} &= \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SP} = \overrightarrow{AS} + k\overrightarrow{SC} \\ &= \overrightarrow{AS} + k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS}) \\ &= \overrightarrow{AS} + k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AS}) \\ &= k\vec{x} + k\vec{y} + (1-k)\vec{z}\end{aligned}$$

Vì 3 véc tơ  $\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{AP}$  đồng phẳng nên  $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AM} + n\overrightarrow{AN}$ .

Khi đó

$$\begin{aligned}k\vec{x} + k\vec{y} + (1-k)\vec{z} &= m\left(\frac{1}{2}\vec{y} + \frac{1}{2}\vec{z}\right) + n\left(\vec{x} + \frac{2}{3}\vec{y}\right) \\ &= n\vec{x} + \left(\frac{m}{2} + \frac{2n}{3}\right)\vec{y} + \frac{m}{2}\vec{z}\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} n = k \\ \frac{m}{2} + \frac{2n}{3} = k \\ \frac{m}{2} = 1 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = k \\ 1 - k + \frac{2k}{3} = k \\ \frac{m}{2} = 1 - k \end{cases}, \text{ từ phương trình } 1 - k + \frac{2k}{3} = k \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}.$$

Vậy  $\frac{SP}{SC} = \frac{3}{4}$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ . Góc giữa  $AM$  và  $BD$  bằng?

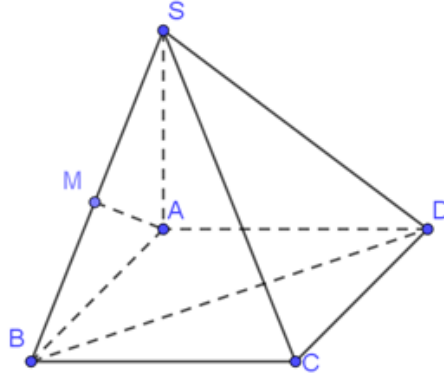
A.  $45^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

Lời giải



Xét  $\triangle ABD$  vuông cân tại  $A$ , ta có  $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ .

Góc giữa 2 đường thẳng  $BA$  và  $BD$  bằng  $45^\circ$ , suy ra  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 135^\circ$ .

Xét  $\triangle SAB$  vuông cân tại  $A$ , ta có  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ .

$$AM = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vì  $M$  là trung điểm của  $SB$  nên:  $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB}$ .

Ta có  $2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$  (Do  $\overrightarrow{AS} \perp \overrightarrow{BD}$ , nên  $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ )

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}}{2} = \frac{AB \cdot BD \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD})}{2} = \frac{a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos(135^\circ)}{2} = \frac{-a^2}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD}) = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}}{AM \cdot BD} = \frac{\frac{-a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD}) = 120^\circ.$$

Vậy góc giữa  $AM$  và  $BD$  bằng  $60^\circ$ .

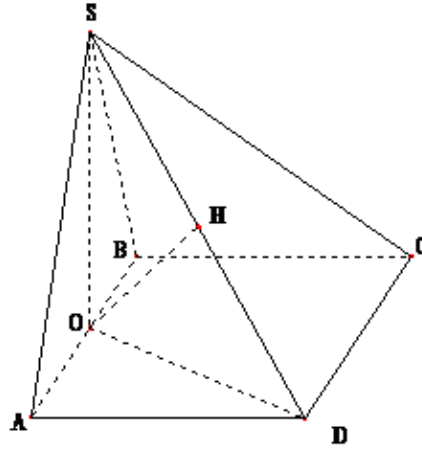
**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $2a$ , góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $SAB$  là tam giác đều nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  là

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{3a}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

D.  $a\sqrt{6}$ .



### Lời giải

Gọi  $O$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow SO \perp (ABCD)$  và  $SO = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$  do  $SO$  là đường cao của tam giác đều cạnh  $2a$ .

Từ giả thiết suy ra tam giác  $BCD$  và tam giác  $ABD$  là tam giác đều  $\Rightarrow CD \perp OD$

Ta có  $\begin{cases} CD \perp OD \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOD)$

Trong tam giác  $SOD$  kẻ  $OH \perp SD$  tại  $H$  ta có  $\begin{cases} OH \perp SD \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$

Do  $AB \parallel (SCD)$  suy ra  $d(B, (SCD)) = d(O, (SCD)) = OH$

Nhận thấy tam giác  $SOD$  là tam giác vuông cân tại  $O$  với  $OD = a\sqrt{3}$

$$OH = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}\sqrt{3a^2 + 3a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

**Câu 44:** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ , tâm  $O$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $AC = SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(SAD)$ , khi đó  $\cos^2 \alpha$  bằng

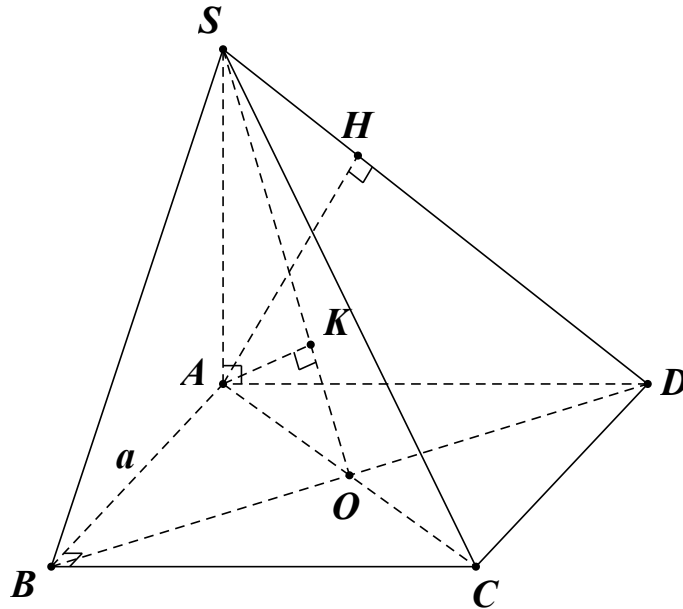
A.  $\frac{4}{5}$ .

B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C.  $\frac{1}{5}$ .

D.  $\frac{2}{5}$ .

### Lời giải



Trong  $(SAC)$  kẻ  $AK \perp SO$  tại  $K$ .

Mặt khác  $AK \perp BD$  ( $BD \perp (SAC)$ );  $(SBD) : SO \cap BD = O$

Nên  $AK \perp (SBD)$  tại  $K$ .

$$\text{Suy ra } d(A; (SBD)) = AK = \frac{AO \cdot AS}{\sqrt{AO^2 + AS^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

Kẻ  $AH \perp SD$  tại  $H$ .

$$\text{Suy ra } AH = \frac{AD \cdot AS}{\sqrt{AD^2 + AS^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \frac{d(A; (SBD))}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{5}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}.$$

**Câu 45:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ ,  $SC = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $SC$ .

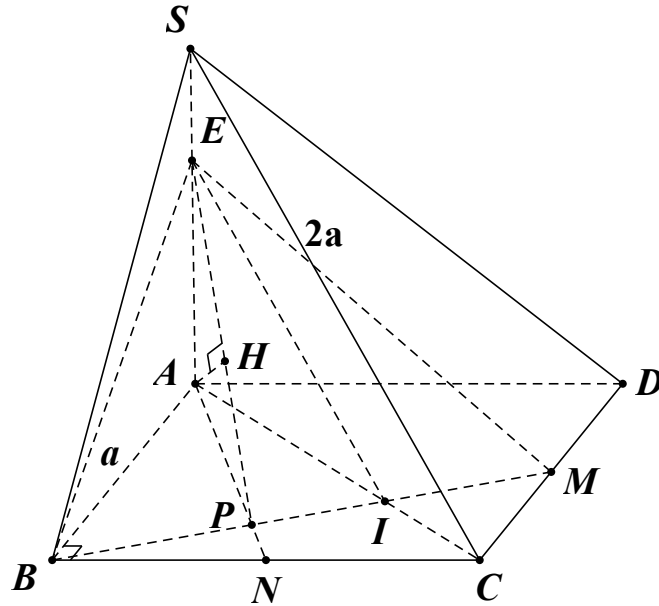
**A.**  $\frac{a\sqrt{38}}{19}$ .

**B.**  $\frac{2a\sqrt{5}}{19}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{38}}{5}$ .

**D.**  $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$ .

**Lời giải**



Gọi  $I = BM \cap AC$ . Kẻ  $IE \parallel SC$  cắt  $SA$  tại  $E$ .

Khi đó  $SC \parallel (BME)$

$$\Rightarrow d(BM; SC) = d(SC; (BME)) = d(C; (BME)) = \frac{1}{2} d(A; (BME)) \quad (I \text{ là trọng tâm } \triangle BCD).$$

Gọi  $N$  là trung điểm  $BC$ ,  $P = AN \cap BM$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AN \perp BM \\ SA \perp BM \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAN).$$

Suy ra  $(SAN) \perp (SBM)$  theo giao tuyến  $SP$

$(SAN)$ :  $AH \perp SP$  tại  $H$

Suy ra  $AH \perp (SBM)$  tại  $H \Rightarrow d(A; (BEM)) = AH$ .

$$\text{Ta có: } AN \cdot AP = AB^2 \Rightarrow AP = \frac{AB^2}{AN} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Trong tam giác vuông  $SAC$  có  $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$ .

$$\text{Ta có } \frac{AE}{AS} = \frac{AI}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow AE = \frac{2AS}{3} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

$\triangle AEP$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  có

$$AH = \frac{AP \cdot AE}{\sqrt{AP^2 + AE^2}} = \frac{2a\sqrt{38}}{19}.$$

$$\Rightarrow d(BM; SC) = \frac{1}{2} AH = \frac{a\sqrt{38}}{19} \quad (\text{đvđđ}).$$

**Câu 46:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 4 + 4\sqrt{1 + 2u_n}) \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm giới hạn của dãy số  $(u_n)$ ?

**A.**  $\lim u_n = \frac{3}{2}$ .

**B.**  $\lim u_n = +\infty$ .

**C.**  $\lim u_n = \frac{4}{9}$ .

**D.**  $\lim u_n = \frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

Đặt  $x_n = \sqrt{1+2u_n} \Rightarrow x_n^2 = 1+2u_n, x_n \geq 0 \Rightarrow u_n = \frac{x_n^2 - 1}{2}$ .

Thay vào giả thiết:

$$\frac{x_{n+1}^2 - 1}{2} = \frac{1}{9} \left( \frac{x_n^2 - 1}{2} + 4 + 4x_n \right) \Leftrightarrow (3x_{n+1})^2 = (x_n + 4)^2 \Leftrightarrow 3x_{n+1} = x_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^*, x_n \geq 0.$$

Ta có  $3x_{n+1} - x_n = 4 \Leftrightarrow 3^{n+1}x_{n+1} - 3^n x_n = 4 \cdot 3^n$ .

Đặt  $y_n = 3^n x_n \Rightarrow y_{n+1} = y_n + 4 \cdot 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

$\Rightarrow y_{n+1} = y_1 + 4(3^n + 3^{n-1} + \dots + 3) \Leftrightarrow y_{n+1} = y_1 - 6 + 2 \cdot 3^{n+1}$ .

Ta có  $x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = 9 \Rightarrow y_n = 3 + 2 \cdot 3^n$ .

Suy ra  $x_n = 2 + \frac{1}{3^{n-1}}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_n = \frac{1}{2} \left( 3 + \frac{4}{3^{n-1}} + \frac{1}{3^{2n-2}} \right), \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra  $\lim u_n = \frac{3}{2}$

**Câu 47:** Cho giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 12} + bx - 3}{x^3 - 3x + 2} = \frac{m}{n}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}; m, n \in \mathbb{N}^*; \frac{m}{n}$  tối giản). Tính

$T = 3m^2 + 2n^3$ .

**A.** 2001.

**B.** 2002.

**C.** 1027.

**D.** 1028.

**Lời giải**

Ta có  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 12} - (3 - bx)}{x^3 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + 12 - (3 - bx)^2}{(x^3 - 3x + 2) \left[ \sqrt{ax^2 + 12} + (3 - bx) \right]}$

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + 12 - (9 - 6bx + b^2 x^2)}{(x^3 - 3x + 2) \left[ \sqrt{ax^2 + 12} + (3 - bx) \right]} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a - b^2)x^2 + 6bx + 3}{(x - 1)^2 (x + 2) \left[ \sqrt{ax^2 + 12} + (3 - bx) \right]}.$$

Đặt  $P(x) = (a - b^2)x^2 + 6bx + 3$ . Khi đó

$L = \frac{m}{n} \Leftrightarrow P(1) = 0$  và  $P(x)$  có nghiệm kép  $x = 1$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b^2 + 6b + 3 = 0 \\ 6b = -2(a - b^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b^2 - 6b - 3 \\ 6b = -2(b^2 - 6b - 3 - b^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Suy ra  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 6x + 3}{(x - 1)^2 (x + 2) \left[ \sqrt{4x^2 + 12} + (3 + x) \right]} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x - 1)^2}{(x - 1)^2 (x + 2) \left[ \sqrt{4x^2 + 12} + (3 + x) \right]}$

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(x + 2) \left[ \sqrt{4x^2 + 12} + (3 + x) \right]} = \frac{1}{8}.$$

Suy ra  $\begin{cases} m = 1 \\ n = 8 \end{cases}$ . Vậy  $T = 3m^2 + 2n^3 = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 8^3 = 1027$ .

**Câu 48:** Cho phương trình  $\frac{x^5}{a} + \frac{x^4}{b} = \frac{1}{c}$  (\*), với  $a, b, c$  là các số thực dương và thỏa  $c(122b + 41a) = ab \neq c(a + b)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

A. Phương trình (\*) vô nghiệm.

B. Phương trình (\*) luôn có nghiệm lớn hơn 1.

C. Phương trình (\*) luôn có nghiệm lớn hơn 3.

D. Phương trình (\*) có ba nghiệm  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3$ .

**Lời giải**

Đặt  $f(x) = \frac{x^5}{a} + \frac{x^4}{b} - \frac{1}{c}$ , ta có  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$f(1) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c}.$$

$$f(3) = \frac{243}{a} + \frac{81}{b} - \frac{1}{c}.$$

$$f(1) + f(3) = \frac{244}{a} + \frac{82}{b} - \frac{2}{c} = \frac{244bc + 82ac - 2ab}{abc} = \frac{2(122bc + 41ac - ab)}{abc} = 0 \quad (**)$$

Do  $ab \neq c(a + b) \Rightarrow f(1) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \neq 0$ , kết hợp với (\*\*) suy ra  $f(1) \cdot f(3) < 0$ .

Vậy phương trình (\*) có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(1; 3)$ .

Suy ra A sai.

Xét hàm số  $f(x) = \frac{x^5}{a} + \frac{x^4}{b} - \frac{1}{c}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  ta có:

$$\begin{cases} \forall x_1, x_2 : 1 < x_1 < x_2 \\ a > 0, b > 0, c > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_1^5}{a} + \frac{x_1^4}{b} - \frac{1}{c} < \frac{x_2^5}{a} + \frac{x_2^4}{b} - \frac{1}{c} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^5}{a} + \frac{x^4}{b} - \frac{1}{c} \text{ đồng biến trên khoảng } (1; +\infty).$$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \text{ có nghiệm duy nhất và nghiệm đó thuộc khoảng } (1; 3).$$

Do đó các khẳng định C, D sai.

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  (C) và điểm  $M\left(-\frac{9}{2}; 0\right)$ . Tìm trên (C) cặp điểm  $A(a; b), B(c; d)$  sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau và  $\Delta MAB$  cân tại M khi đó  $a + b + c + d$  bằng

A. -8.

B. 8.

C. 0.

D. 6.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } y' = \frac{5}{(x+2)^2}$$

Do tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau nên

$$y'(a) = y'(c) \Leftrightarrow (a+2)^2 = (c+2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \quad (l) \\ a + c = -4 \end{cases}$$



$$\text{Gọi } I(x; y) \text{ là trung điểm } AB, \text{ ta có } \begin{cases} x = \frac{a+c}{2} = -2 \\ y = \frac{2 - \frac{5}{a+2} + 2 - \frac{5}{c+2}}{2} = \frac{4 - \frac{5}{a+2} + \frac{5}{a+2}}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I(-2; 2), \overrightarrow{AB} \left( c-a; \frac{5}{a+2} - \frac{5}{c+2} \right) = \left( c-a; \frac{5(c-a)}{(a+2)(c+2)} \right)$$

$$\overrightarrow{AB} = (c-a) \left( 1; \frac{-5}{(c+2)^2} \right).$$

Vì tam giác  $\triangle MAB$  cân tại  $M$

$$\text{Nên ta có } \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} - \frac{10}{(c+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \left( -4; \frac{9}{2} \right), B \left( 0; \frac{-1}{2} \right) \\ A \left( 0; \frac{-1}{2} \right), B \left( -4; \frac{9}{2} \right) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a+b+c+d=0.$$

**Câu 50:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng 2. Gọi  $M$  là điểm nằm trên cạnh  $AA'$  sao cho mặt phẳng  $(C'MB)$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc nhỏ nhất. Khi đó diện tích tam giác  $C'MB$  có dạng  $\frac{a\sqrt{b}}{c}$  với  $a; b; c \in \mathbb{N}$ . Giá trị của biểu thức

$$T = a + b - c.$$

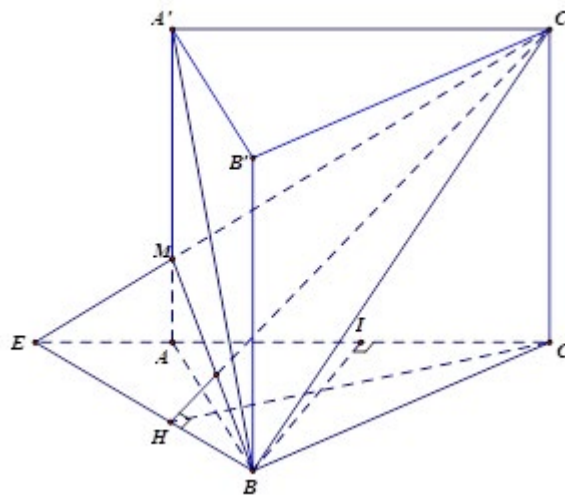
**A.** 6.

**B.** 7.

**C.** 2021.

**D.** 2022.

**Lời giải**



Đặt  $AM = x, 0 \leq x \leq 2$ .

Gọi  $E$  là giao điểm của  $C'M$  và  $AC$ . Ta có  $(C'MB) \cap (ABC) = EB$ .

Kẻ  $C'H \perp EB$  tại  $H$  thì  $C'H = d(C', EB)$

$$\text{Suy ra } \sin((C'MB), (ABC)) = \frac{d(C', (ABC))}{d(C', EB)} = \frac{CC'}{C'H} = \frac{2}{C'H}.$$

Do đó, góc giữa mặt phẳng  $(C'MB)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  nhỏ nhất khi  $C'H$  lớn nhất.

$$\text{Ta có: } AM \parallel CC' \Rightarrow \frac{EA}{EC} = \frac{AM}{CC'} = \frac{x}{2} \Rightarrow EA = \frac{x}{2} EC = \frac{x}{2} (EA + AC) = \frac{x}{2} (2 + EA)$$

Suy ra  $EA = \frac{2x}{2-x}$  và  $EC = EA + AC = \frac{4}{2-x}$ . ( với  $x \neq 2$  )

Xét tam giác  $EAB$  có:

$$\begin{aligned} EB &= \sqrt{EA^2 + AB^2 - 2EA \cdot AB \cdot \cos \widehat{EAB}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2x}{2-x}\right)^2 + 2^2 - 2 \cdot \frac{2x}{2-x} \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ} = \frac{\sqrt{4x^2 - 8x + 16}}{2-x} = \frac{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}}{2-x} \end{aligned}$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ . Khi đó:

$$S_{EBC} = \frac{1}{2} CH \cdot EB = \frac{1}{2} BI \cdot EC \Rightarrow CH = \frac{BI \cdot EC}{EB} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{2-x}}{\frac{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}}{2-x}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$$

$$\text{Do đó, } C'H = \sqrt{CH^2 + CC'^2} = \sqrt{\frac{12}{(x^2 - 2x + 4)} + 4} = \sqrt{\frac{12}{(x-1)^2 + 3} + 4} \leq 2\sqrt{2}$$

Từ đây suy ra  $C'H_{\max} = 2\sqrt{2}$  xảy ra khi  $x = 1$  hay  $M$  là trung điểm của  $AA'$ .

$$\text{Khi đó, } \sin((C'MB), (ABC)) = \frac{CC'}{C'H} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow ((C'MB), (ABC)) = 45^\circ.$$

Vì  $\triangle ABC$  là hình chiếu vuông góc của  $\triangle C'MB$  lên  $mp(ABC)$  nên

$$S_{ABC} = S_{C'MB} \cdot \cos((C'MB), (ABC)) \Rightarrow S_{C'MB} = \frac{S_{ABC}}{\cos((C'MB), (ABC))} = \frac{\frac{2^2\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6}.$$

$$\text{Suy ra } S_{C'MB} = \frac{a\sqrt{b}}{c} = \frac{1\sqrt{6}}{1} \Rightarrow a = c = 1; b = 6 \Rightarrow T = a + b - c = 6.$$

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 23 (100TN)

- Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = x^2$ . Tính  $f'(2)$ .  
**A.** -12                      **B.** 2                      **C.** 4.                      **D.** 12
- Câu 2:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  và  $M$  là trung điểm của  $AA'$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai véc tơ  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{MB}$ . Tìm mệnh đề đúng.  
**A.**  $120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$       **B.**  $30^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ .      **C.**  $60^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ .      **D.**  $90^\circ \leq \alpha < 120^\circ$ .
- Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - 2x + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $y' > 0$  thỏa mãn với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .  
**A.**  $m \in (0; 1)$ .      **B.**  $m \in (-1; 0)$ .      **C.**  $m \in (-\infty; -1)$ .      **D.** Không tồn tại  $m$ .
- Câu 4:** Gọi  $d$  là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Tìm mệnh đề **sai**.  
**A.**  $d$  bằng độ dài đoạn vuông góc chung của  $a$  và  $b$ .  
**B.**  $d$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên  $a$  đến  $b$ .  
**C.**  $d$  bằng khoảng cách từ một điểm trên  $a$  đến mặt phẳng chứa  $b$  và song song với  $b$ .  
**D.**  $d$  bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa  $a$  và  $b$ .
- Câu 5:** Cho hàm số  $a \sin x + 2 \cos x + 3x + 1000$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để phương trình  $y' = 0$  có nghiệm.  
**A.**  $a \in (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$       **B.**  $a = 1$   
**C.**  $a \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$       **D.**  $a = -1$
- Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} a^2 x^2 & (\text{khi } x \leq 2) \\ (1-a)x & (\text{khi } x > 2) \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
**A.**  $a = \frac{1}{2}$       **B.**  $a = -1, a = \frac{1}{2}$       **C.**  $a = 1$       **D.**  $a = 1, a = -\frac{1}{2}$
- Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = x^6 + 2x^2 - 1$ . Xét phương trình  $f(x) = 0$  (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?  
**A.** (1) có nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .      **B.** (1) có nghiệm trên  $\mathbb{R}$ .  
**C.** (1) có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$ .      **D.** (1) vô nghiệm.
- Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4x+1}}{x^2 - 4} & \text{khi } x \neq 2 \\ -6 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?  
**A.** Hàm số không xác định tại  $x_0 = 2$ .      **B.** Hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$ .  
**C.** Hàm số gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .      **D.**  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) < -6$ .
- Câu 9:** Tìm điều kiện để hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  trở thành một lăng trụ tứ giác đều.  
**A.** Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

- B.** Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.  
**C.** Các mặt bên đều là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.  
**D.** Tất cả các cạnh bên, các cạnh đáy đều bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = 2x^3 + 3x - 1$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $d$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$ . Tìm hệ số góc của  $d$ .

- A.** 8. **B.** 9. **C.** -8. **D.** -9.

**Câu 11:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

- A.**  $\frac{a\sqrt{42}}{7}$ . **B.**  $\frac{a\sqrt{14}}{5}$ . **C.**  $\frac{a\sqrt{42}}{14}$ . **D.**  $\frac{a\sqrt{14}}{10}$ .

**Câu 12:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây ( $s$ ),  $S$  được tính bằng mét ( $m$ ). Tính vận tốc chuyển tại thời điểm  $t = 4s$ .

- A.**  $150 \text{ m/s}$ . **B.**  $116 \text{ m/s}$ . **C.**  $145 \text{ m/s}$ . **D.**  $155 \text{ m/s}$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x+2}$ . Tính  $S = f(2) + (x+2)f'(2)$ .

- A.**  $S = 2 + \frac{x+2}{4}$ . **B.**  $S = 2 + \sqrt{x+2}$ . **C.**  $S = 2 + \frac{x+2}{2\sqrt{x+2}}$ . **D.**  $S = 2 + \frac{x+2}{2}$ .

**Câu 14:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^3 + 2n + 1}$ .

- A.**  $\frac{2}{7}$ . **B.**  $+\infty$ . **C.**  $\frac{3}{4}$ . **D.** 0.

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, biết  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$ .

- A.**  $90^\circ$ . **B.**  $30^\circ$ . **C.**  $60^\circ$ . **D.**  $45^\circ$ .

**Câu 16:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\cot 2x}$ .

- A.**  $y' = \frac{1 + \cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$ . **B.**  $y' = \frac{-(1 + \tan^2 2x)}{2\sqrt{\cot 2x}}$ . **C.**  $y' = \frac{1 + \tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$ . **D.**  $y' = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$ .

**Câu 17:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Ba vectơ nào sau đây đồng phẳng?

- A.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ . **B.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ . **D.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 18:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x-1}$

- A.**  $-\frac{3}{2}$  **B.**  $-\frac{2}{3}$  **C.** 0 **D.**  $\frac{2}{3}$

**Câu 19:** Tìm vi phân của hàm số  $y = \sin^2 x$ .

- A.**  $dy = \sin 3x dx$ . **B.**  $dy = \sin x dx$ . **C.**  $dy = \sin 2x dx$ . **D.**  $dy = -\sin 2x dx$ .

**Câu 20:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = b$ ,  $AA' = c$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC'$ .

- A.  $\frac{abc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .      B.  $\frac{ac}{\sqrt{a^2 + c^2}}$ .      C.  $\frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ .      D.  $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

**Câu 21:** Một chuyển động thẳng theo phương trình  $S = t^3 - 3t^2 + 4t$ , trong đó  $t$  được tính theo giây (s),  $S$  được tính bằng mét (m). Tính gia tốc chuyển động tại thời điểm  $t = 2s$

- A.  $12 \text{ m/s}^2$ .      B.  $4 \text{ m/s}^2$ .      C.  $8 \text{ m/s}^2$ .      D.  $6 \text{ m/s}^2$ .

**Câu 22:** Tính chiều cao của hình chóp tứ giác đều có các cạnh đáy và cạnh bên đều bằng  $a$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .      C.  $\frac{a}{2}$ .      D.  $a$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  xác định trên  $(0; +\infty)$ . Tính  $f'(1)$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .      C.  $-1$ .      D.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 24:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Tìm mệnh đề đúng:

- A. Nếu  $a \perp (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (\alpha)$ .      B. Nếu  $a // (\alpha)$  và  $b // (\alpha)$  thì  $b // a$ .  
C. Nếu  $a // (\alpha)$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a \perp b$ .      D. Nếu  $a // (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (\alpha)$

**Câu 25:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$ :

- A. 6      B. 2      C. 0      D. 4

**Câu 26:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+3}$

- A.  $-1$       B. 0      C.  $-\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{4}$

**Câu 27:** Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng?

- A. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với một mặt phẳng khác thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng đó.  
B. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.  
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
D. Cho hai mặt phẳng cắt nhau, nếu đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 28:** Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng của một tứ diện đều cạnh  $2a$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 29:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ .      B.  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .      C.  $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$ .      D.  $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$ .

**Câu 30:** Tìm tất cả các khoảng mà trên đó hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{3x}$  liên tục.

- A.  $(-\infty; +\infty)$ . B.  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 0); (0; +\infty)$ . D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 31:** Tìm các mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} = \frac{-1}{6}$ . B.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1} = \frac{-1}{12}$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{2-x} - 1} = \frac{3}{2}$ . D.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x^2 - 4} = \frac{1}{16}$ .

**Câu 32:** Trong các mệnh đề sau, hãy tìm mệnh đề đúng?

- A. Nếu  $\overline{AB} = \overline{BC}$  thì B là trung điểm của đoạn AC.  
B. Nếu  $\overline{AC} = -\overline{CB}$  thì C là trung điểm của đoạn AB.  
C. Từ  $\overline{AB} = -3\overline{AC}$  ta suy ra  $\overline{CB} = 2\overline{AC}$ .  
D. Từ  $\overline{AB} = 3\overline{AC}$  ta suy ra  $\overline{BA} = -3\overline{CA}$ .

**Câu 33:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} 3$ .

- A. -1. B. 0. C. -2. D. 3.

**Câu 34:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 2x^2 - 5$ . Khi đó  $f'(-1)$  bằng:

- A. -9. B. -8. C. 1. D. -1.

**Câu 35:** Cho  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} - 1}{3x}$ . Khi đó:

- A.  $L = \frac{1}{6}$ . B.  $L = \frac{1}{3}$ . C.  $L = -\frac{1}{3}$ . D.  $L = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 36:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng a. Số đo góc giữa hai đường thẳng BC và SA bằng:

- A.  $45^\circ$  B.  $90^\circ$  C.  $30^\circ$  D.  $60^\circ$

**Câu 37:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{1+x}$ . Khi đó  $M = f(3) + (x-3)f'(3)$ ?

- A.  $\frac{x+1}{2}$  B.  $\frac{x-3}{2\sqrt{1+x}}$  C.  $\frac{x+5}{4}$  D. 2

**Câu 38:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = (8-x^3)^{10}$  bằng biểu thức

- A.  $-30x(8-x^3)^9$ . B.  $-30x^2(8-x^3)^9$ . C.  $10(8-x^3)^9$ . D.  $10x^2(8-x^3)^9$ .

**Câu 39:** Cho  $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$

- A.  $L = 0$  B.  $L = 2$  C.  $L = 8$  D.  $L = 10$

**Câu 40:** Cho cấp số cộng có các số hạng liên tiếp là -7; x; 11; y. Khi đó giá trị của x và y là:

- A.  $x = 4$  và  $y = 18$ . B.  $x = 3$  và  $y = 19$ . C.  $x = 2$  và  $y = 20$ . D.  $x = 1$  và  $y = 21$ .

**Câu 41:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan^2 3x$  bằng biểu thức:

A.  $\frac{2 \sin 3x}{\cos^3 x}$ .      B.  $\frac{6 \tan 3x}{\cos^2 3x}$ .      C.  $\frac{2 \tan 3x}{\cos^2 3x}$ .      D.  $2 \tan 3x$ .

**Câu 42:** Cho cấp số nhân  $1; -4; 16; -64; \dots$ . Giá trị của  $u_7$  là:

A. 4096.      B. 3096.      C. 256.      D. -16384.

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$ . Tập hợp tất cả các giá trị của  $x$  để  $f'(x) < 0$  là:

A.  $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$ .      B.  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ .      D.  $\left(-\frac{2}{3}; 2\right)$ .

**Câu 44:** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , chiều cao bằng  $a$ . Tính sin của góc  $\alpha$  giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

A.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$ .      B.  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{10}$ .

**Câu 45:** Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = (x+1)^3$ .

A.  $y'' = 12(x+1)$ .      B.  $y'' = -12(x+1)$ .      C.  $y'' = 6(x+1)$ .      D.  $y'' = -6(x+1)$ .

**Câu 46:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}\right)$ .

A.  $+\infty$ .      B. -6.      C. 0.      D. 2.

**Câu 47:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}$

A. 1.      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 48:** Tìm vi phân của hàm số  $y = (x-1)^2$ .

A.  $dy = (x-1)^2 dx$ .      B.  $dy = 2(x-1)$ .      C.  $dy = 2(x-1)dx$ .      D.  $dy = (x-1)dx$ .

**Câu 49:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c. Xét hai mệnh đề:

(I): Nếu a và b cùng vuông góc với c thì a và b song song với nhau.

(II): Nếu a song song với b và c vuông góc với a thì c vuông góc với b.

Tìm khẳng định đúng.

A. (I) sai và (II) đúng.      B. (I) đúng và (II) sai.  
C. (I) và (II) đều đúng.      D. (I) và (II) đều sai.

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $ABCD$ . Tìm mệnh đề sai:

A.  $CD \perp (SAD)$       B.  $AO \perp (SBD)$       C.  $OB \perp (SOC)$       D.  $SA \perp (OCD)$

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = x^2$ . Tính  $f'(2)$ .

A. -12

B. 2

**C. 4.**

D. 12

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(2) = 4$$

**Câu 2:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  và  $M$  là trung điểm của  $AA'$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai véc tơ  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{MB}$ . Tìm mệnh đề đúng.

A.  $120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$

**B.  $30^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ .**

C.  $60^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ .

D.  $90^\circ \leq \alpha < 120^\circ$ .

Lời giải

**Chọn B**

Gọi điểm  $M'$  là trung điểm của  $CC'$ .

Khi đó, góc  $\alpha$  là góc giữa hai véc tơ  $\overrightarrow{MM'}$  và  $\overrightarrow{MB}$  chính là góc  $\widehat{BMM'}$ .

Áp dụng định lí Côsin cho tam giác  $BMM'$  cân tại  $B$ .

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{MM'}, \overrightarrow{MB}) = \cos \alpha = \frac{MB^2 + MM'^2 - BM'^2}{2 \cdot MB \cdot MM'} = \frac{MM'}{2 \cdot MB} = \sqrt{\frac{2}{5}}.$$

$$\Rightarrow 30^\circ \leq \alpha < 60^\circ.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - 2x + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $y' > 0$  thỏa mãn với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

A.  $m \in (0; 1)$ .

B.  $m \in (-1; 0)$ .

C.  $m \in (-\infty; -1)$ .

**D. Không tồn tại  $m$ .**

Hướng dẫn giải

**Chọn D**

Ta có:

$$y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 2.$$

Với  $m = 1$ :  $y' = -2 < 0$  (loại).

Với  $m = -1$ :  $y' = -4x - 2$ . Đây là hàm bậc nhất nên không thỏa  $y' > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  (loại).

Với  $m \neq \pm 1$ :

$$y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 + 2(m^2 - 1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -1 \\ \Delta' = 3m^2 - 2m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -1 \\ -\frac{1}{3} < m < 1 \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm}).$$

Vậy không tồn tại  $m$ .

**Câu 4:** Gọi  $d$  là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Tìm mệnh đề **sai**.

A.  $d$  bằng độ dài đoạn vuông góc chung của  $a$  và  $b$ .



**B.**  $d$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên  $a$  đến  $b$ .

**C.**  $d$  bằng khoảng cách từ một điểm trên  $a$  đến mặt phẳng chứa  $b$  và song song với  $b$ .

**D.**  $d$  bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa  $a$  và  $b$ .

### Hướng dẫn giải

#### Chọn B

Vì  $a$  và  $b$  là hai đường thẳng chéo nhau nên mệnh đề sai là  $d$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên  $a$  đến  $b$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $a \sin x + 2 \cos x + 3x + 1000$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để phương trình  $y' = 0$  có nghiệm.

**A.**  $a \in (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$

**B.**  $a = 1$

**C.**  $a \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$       **D.**  $a = -1$

### Lời giải

#### Chọn A

$$y' = a \cos x - 2 \sin x + 3$$

$$y' = 0 \Rightarrow a \cos x - 2 \sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x - a \cos x = 3$$

$$\text{Để phương trình có nghiệm thì } (2)^2 + (-a)^2 \geq 3^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -\sqrt{5} \\ a \geq \sqrt{5} \end{cases}$$

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} a^2 x^2 & (\text{khi } x \leq 2) \\ (1-a)x & (\text{khi } x > 2) \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $a = \frac{1}{2}$

**B.**  $a = -1, a = \frac{1}{2}$

**C.**  $a = 1$

**D.**  $a = 1, a = -\frac{1}{2}$

### Lời giải

#### Chọn B

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} a^2 x^2 = 4a^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (1-a)x = (1-a) \cdot 2 = 2 - 2a$$

$$\text{Để hàm số liên tục trên } \mathbb{R} \text{ thì hàm số phải liên tục tại } x = 2 \Rightarrow 4a^2 = 2 - 2a \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = x^6 + 2x^2 - 1$ . Xét phương trình  $f(x) = 0$  (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.** (1) có nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .

**B.** (1) có nghiệm trên  $\mathbb{R}$ .

**C.** (1) có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$ .

**D.** (1) vô nghiệm.

### Lời giải

#### Chọn D

Ta có  $f(x) = x^6 + 2x^2 - 1$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Mà  $f(0) = -1$ ,  $f(1) = 2$  hay  $f(0).f(1) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trong  $(0;1)$ .

Vậy **A, B, C** đúng và **D** sai.

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4x+1}}{x^2 - 4} & \text{khi } x \neq 2 \\ -6 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào

**đúng?**

**A.** Hàm số không xác định tại  $x_0 = 2$ .

**B.** Hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$ .

**C.** Hàm số gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) < -6$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $f(2) = -6$  nên **A** sai.

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^6 + 2x^2 - 1) = 39 \neq f(2)$  nên hàm số bị gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .

Suy ra **C** đúng.

**Câu 9:** Tìm điều kiện để hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  trở thành một lăng trụ tứ giác đều.

**A.** Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

**B.** Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.

**C.** Các mặt bên đều là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.

**D.** Tất cả các cạnh bên, các cạnh đáy đều bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng có đáy là tứ giác đều nên đáy phải là hình vuông và các mặt bên đều là hình chữ nhật.

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = 2x^3 + 3x - 1$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $d$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$ . Tìm hệ số góc của  $d$ .

**A.** 8.

**B.** 9.

**C.** -8.

**D.** -9.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 6x^2 + 3$  nên hệ số góc của  $d$  là  $y'(1) = 9$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

**A.**  $\frac{a\sqrt{42}}{7}$ .

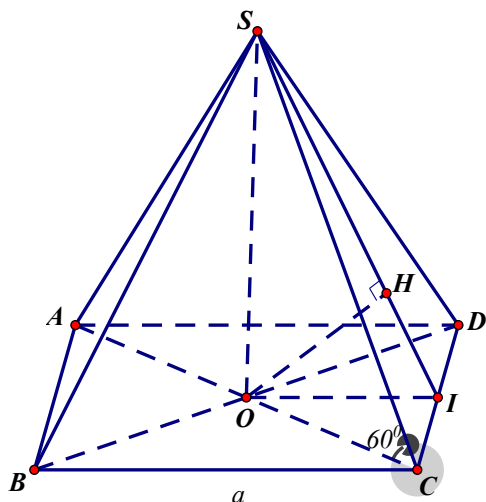
**B.**  $\frac{a\sqrt{14}}{5}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{42}}{14}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{14}}{10}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì  $S.ABCD$  hình chóp tứ giác đều nên  $OS \perp (ABCD) \Rightarrow OC$  là hình chiếu của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow \widehat{SCO} = 60^\circ$  là góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$ . Dựng  $OH \perp SI$ .

Ta có  $\left. \begin{array}{l} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SOI), OH \subset (SOI) \Rightarrow OH \perp CD$

mà  $OH \perp SI, SI \cap CD \subset (SCD)$

Nên  $OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O; (SCD)) = OH$ .

Vì  $AC = 2OC \Rightarrow d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD)) = 2.OH$ .

Xét  $\triangle SOC$  vuông ở  $O \Rightarrow SO = OC \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Xét  $\triangle SOI$  vuông ở  $O \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{4}{6a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{14}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{14}} = \frac{a\sqrt{42}}{14}$ .

$d(A; (SCD)) = 2.OH = \frac{a\sqrt{42}}{7}$ .

**Câu 12:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây ( $s$ ),  $S$  được tính bằng mét ( $m$ ). Tính vận tốc chuyển tại thời điểm  $t = 4s$ .

**A.**  $150 \text{ m/s}$ .

**B.**  $116 \text{ m/s}$ .

**C.**  $145 \text{ m/s}$ .

**D.**  $155 \text{ m/s}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $v(t) = S' = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)' = 2t^3 - 3t$ .

Vận tốc chuyển tại thời điểm  $t = 4s \Rightarrow v(4) = 2.4^3 - 3.4 = 116 \text{ m/s}$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x+2}$ . Tính  $S = f(2) + (x+2).f'(2)$ .

**A.**  $S = 2 + \frac{x+2}{4}$ .

**B.**  $S = 2 + \sqrt{x+2}$ .

**C.**  $S = 2 + \frac{x+2}{2\sqrt{x+2}}$ .

**D.**  $S = 2 + \frac{x+2}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f(2) = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$

$$f'(x) = \frac{(x+2)'}{2\sqrt{x+2}} = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{2+2}} = \frac{1}{4}$$

$$S = f(2) + (x+2) \cdot f'(2) = 2 + (x+2) \cdot \frac{1}{4} = 2 + \frac{x+2}{4}$$

**Câu 14:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^3 + 2n + 1}$ .

A.  $\frac{2}{7}$ .

B.  $+\infty$ .

C.  $\frac{3}{4}$ .

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^3 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{4 + \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}} = \frac{3}{4}$$

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, biết  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$ .

A.  $90^\circ$ .

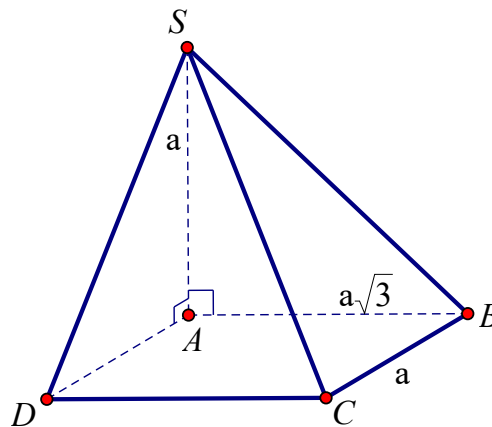
B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có  $CD \parallel AB$  do đó:  $(\widehat{SB, CD}) = (\widehat{SB, AB})$

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB$ .

Theo công thức lượng giác trong tam giác vuông:

$$\tan(\widehat{SB, AB}) = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow (\widehat{SB, AB}) = 30^\circ$$

Hay  $(\widehat{SB, CD}) = 30^\circ$ .

**Câu 16:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\cot 2x}$ .

A.  $y' = \frac{1 + \cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$ .

B.  $y' = \frac{-(1 + \tan^2 2x)}{2\sqrt{\cot 2x}}$ .

C.  $y' = \frac{1 + \tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$ .

D.  $y' = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y' = \left( \sqrt{\cot 2x} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{\cot 2x}} (\cot 2x)' = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$$

**Câu 17:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Ba vectơ nào sau đây đồng phẳng?

**A.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ .      **B.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ .

**C.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ .      **D.**  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Gọi  $K$  là trung điểm của  $AC$ . Khi đó ta có  $\begin{cases} KN \parallel AD \\ MK \parallel BC \end{cases}$

Do đó ba vectơ  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  có giá song song với mặt phẳng  $MNP$  nên chúng đồng phẳng

**Câu 18:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x-1}$

**A.**  $-\frac{3}{2}$

**B.**  $-\frac{2}{3}$

**C.**  $0$

**D.**  $\frac{2}{3}$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x + \sqrt{2x-1})} = 0$

**Câu 19:** Tìm vi phân của hàm số  $y = \sin^2 x$ .

**A.**  $dy = \sin 3x dx$ .

**B.**  $dy = \sin x dx$ .

**C.**  $dy = \sin 2x dx$ .

**D.**  $dy = -\sin 2x dx$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có:  $dy = 2 \sin x \cdot \cos x dx = \sin 2x dx$ .

**Câu 20:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = b$ ,  $AA' = c$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BB'$  và  $AC'$ .

**A.**  $\frac{abc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .

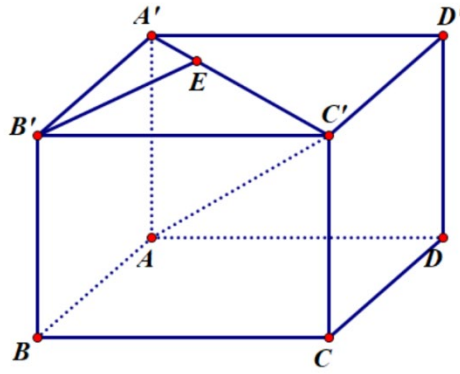
**B.**  $\frac{ac}{\sqrt{a^2 + c^2}}$ .

**C.**  $\frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ .

**D.**  $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**



Vì  $BB' \parallel (AA'C')$  nên  $d(BB', AC') = d(B', (AA'C'))$ .

Dựng  $B'E \perp A'C' (E \in A'C')$ .

Vì  $\begin{cases} B'E \perp A'C' \\ B'E \perp A'A \end{cases} \Rightarrow B'E \perp (AA'C')$

Nên  $d(BB', AC') = d(B', (AA'C')) = B'E$

Ta có  $B'E = \frac{2S_{\Delta A'B'C'}}{A'C'} = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

**Câu 21:** Một chuyển động thẳng theo phương trình  $S = t^3 - 3t^2 + 4t$ , trong đó  $t$  được tính theo giây (s),  $S$  được tính bằng mét (m). Tính gia tốc chuyển động tại thời điểm  $t = 2s$

A.  $12 \text{ m/s}^2$ .

B.  $4 \text{ m/s}^2$ .

C.  $8 \text{ m/s}^2$ .

**D.  $6 \text{ m/s}^2$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $S'' = 6t - 6$ . Suy ra gia tốc tại thời điểm  $t = 2$  (s) là  $S''(2) = 6 \text{ m/s}^2$

**Câu 22:** Tính chiều cao của hình chóp tứ giác đều có các cạnh đáy và cạnh bên đều bằng  $a$ .

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

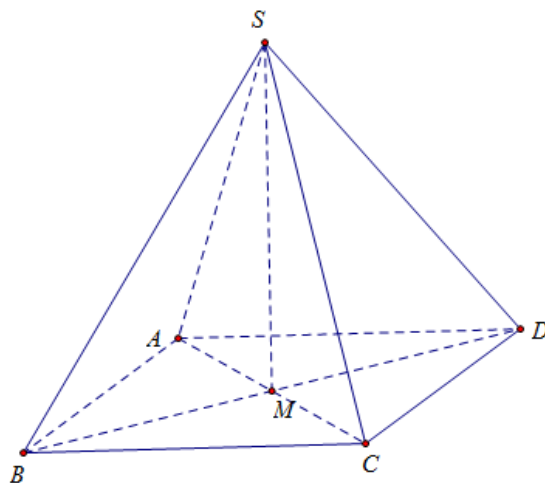
**B.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .**

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $a$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $M$  là tâm của đáy, đường cao  $SM$  nên  $SM^2 = SA^2 - AM^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$

Hay  $SM = \frac{a}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  xác định trên  $(0; +\infty)$ . Tính  $f'(1)$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .                      C.  $-1$ .                      D.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

Ta có:  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$  nên  $f'(1) = -1$

**Câu 24:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Tìm mệnh đề đúng:

- A. Nếu  $a \perp (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (\alpha)$ .      B. Nếu  $a // (\alpha)$  và  $b // (\alpha)$  thì  $b // a$ .  
C. Nếu  $a // (\alpha)$  và  $b \perp (\alpha)$  thì  $a \perp b$ .      D. Nếu  $a // (\alpha)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (\alpha)$

**Lời giải:**

**Chọn C**

**Câu 25:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$ :

- A. 6                      B. 2                      C. 0                      D. 4

**Lời giải:**

**Chọn A**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3) = (-1)^2 - 2(-1) + 3 = 6$

**Câu 26:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+3}$

- A.  $-1$                       B.  $0$                       C.  $-\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{4}$

**Lời giải:**

**Chọn B**

Ta có:  $0 \leq \left| \frac{(-1)^n}{n+3} \right| \leq \frac{1}{n+3} \leq \frac{1}{n}$ . Mà  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$  nên  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+3} = 0$ .

**Câu 27:** Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề đúng?

- A. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với một mặt phẳng khác thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng đó.  
B. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.  
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
D. Cho hai mặt phẳng cắt nhau, nếu đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 28:** Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng của một tứ diện đều cạnh  $2a$ .

**A.**  $\frac{1}{3}$ .

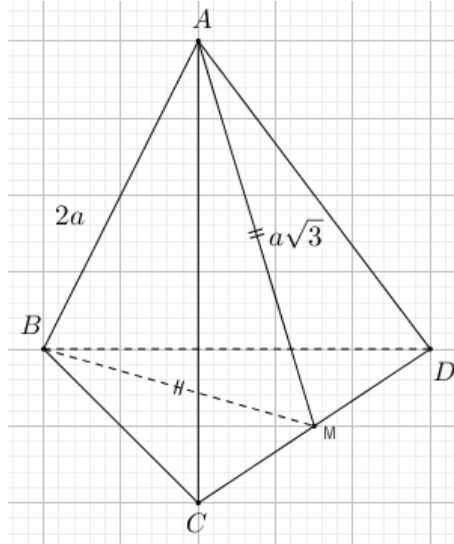
**B.**  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Giả sử tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $2a$  và  $M$  là trung điểm của  $CD$ .

Khi đó  $(BCD) \cap (ACD) = CD$  và  $\begin{cases} BM \perp CD \\ AM \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABM)$ .

Do đó  $\left( \widehat{(BCD), (ACD)} \right) = \left( \widehat{AM, BM} \right)$ .

Xét tam giác  $ABM$  có  $\cos \widehat{AMB} = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{AM \cdot BM} = \frac{1}{3}$ .

Vậy cosin góc tạo bởi hai mặt phẳng của tứ diện đều cạnh  $2a$  bằng  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 29:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

**A.**  $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ .

**B.**  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

**C.**  $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$ .

**D.**  $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn B**

Do  $\left|\frac{1}{3}\right| < 1$  nên  $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ .

**Câu 30:** Tìm tất cả các khoảng mà trên đó hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{3x}$  liên tục.



A.  $(-\infty; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; 0); (0; +\infty)$ .

D.  $(0; +\infty)$ .

Hướng dẫn giải:

**Chọn C**

TXĐ:  $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

Do hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{3x}$  là hàm phân thức nên liên tục trên các khoảng xác định của nó.

Vậy hàm số liên tục trên hai khoảng  $(-\infty; 0); (0; +\infty)$ .

**Câu 31:** Tìm các mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} = \frac{-1}{6}$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1} = \frac{-1}{12}$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{2-x} - 1} = \frac{3}{2}$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x^2 - 4} = \frac{1}{16}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-2)(x+2)(x+\sqrt{3x-2})}$

$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)(x+\sqrt{3x-2})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)}{(x+2)(x+\sqrt{3x-2})} = \frac{2-1}{4 \cdot 4} = \frac{1}{16}$ .

Vậy là  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x^2 - 4} = \frac{1}{16}$  mệnh đề đúng.

**Câu 32:** Trong các mệnh đề sau, hãy tìm mệnh đề đúng?

A. Nếu  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$  thì B là trung điểm của đoạn AC.

B. Nếu  $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CB}$  thì C là trung điểm của đoạn AB.

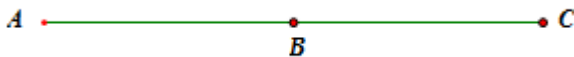
C. Từ  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AC}$ .

D. Từ  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Mệnh đề đúng là “Nếu  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$  thì B là trung điểm của đoạn AC”



**Câu 33:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} 3$ .

A. -1.

B. 0.

C. -2.

D. 3.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} 3 = 3$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 2x^2 - 5$ . Khi đó  $f'(-1)$  bằng:

A. -9.

B. -8.

C. 1.

D. -1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f'(x) = 4x^3 + 4x \Rightarrow f'(-1) = -8$

**Câu 35:** Cho  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} - 1}{3x}$ . Khi đó:

A.  $L = \frac{1}{6}$ .

B.  $L = \frac{1}{3}$ .

C.  $L = -\frac{1}{3}$ .

D.  $L = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} - 1}{3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}} - \frac{1}{x}}{3} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 36:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$  (hình vẽ). Số đo góc giữa hai đường thẳng  $BC$  và  $SA$  bằng:

A.  $45^\circ$

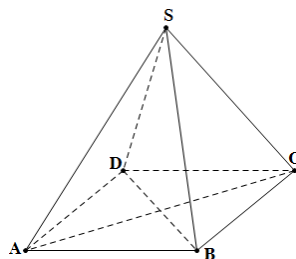
B.  $90^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $60^\circ$

**Lời giải.**

**Chọn D**



Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $ABCD$  là hình vuông suy ra  $BC \parallel AD$   
 $\Rightarrow (BC, SA) = (AD, SA) = \widehat{SAD} = 60^\circ$

**Câu 37:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{1+x}$ . Khi đó  $M = f(3) + (x-3)f'(3)$ ?

A.  $\frac{x+1}{2}$

B.  $\frac{x-3}{2\sqrt{1+x}}$

C.  $\frac{x+5}{4}$

D. 2

**Lời giải.**

**Chọn C**

Với  $x > -1 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow M = f(3) + (x-3)f'(3) = 2 + \frac{1}{4}(x-3) = \frac{x+5}{4}$

**Câu 38:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = (8-x^3)^{10}$  bằng biểu thức

A.  $-30x(8-x^3)^9$ .

B.  $-30x^2(8-x^3)^9$ .

C.  $10(8-x^3)^9$ .

D.  $10x^2(8-x^3)^9$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $f(x) = (8 - x^3)^{10} \Rightarrow f'(x) = 10 \cdot (-3x)x^2 (8 - x^3)^9 = -30x^3 (8 - x^3)^9$

**Câu 39:** Cho  $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$

**A.**  $L = 0$

**B.**  $L = 2$

**C.**  $L = 8$

**D.**  $L = 10$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 5)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 5) = 8$

**Câu 40:** Cho cấp số cộng có các số hạng liên tiếp là  $-7$ ;  $x$ ;  $11$ ;  $y$ . Khi đó giá trị của  $x$  và  $y$  là:

**A.**  $x = 4$  và  $y = 18$ .

**B.**  $x = 3$  và  $y = 19$ .

**C.**  $x = 2$  và  $y = 20$ .

**D.**  $x = 1$  và  $y = 21$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Bốn số đã cho là các số hạng liên tiếp của một cấp số cộng nên ta có

$$x = \frac{-7 + 11}{2} = 2 \text{ và } y - 11 = 11 - x \Rightarrow y = 22 - 2 = 20. \text{ Do đó chọn đáp án C.}$$

**Câu 41:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan^2 3x$  bằng biểu thức:

**A.**  $\frac{2 \sin 3x}{\cos^3 x}$ .

**B.**  $\frac{6 \tan 3x}{\cos^2 3x}$ .

**C.**  $\frac{2 \tan 3x}{\cos^2 3x}$ .

**D.**  $2 \tan 3x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 2 \tan 3x \cdot (\tan 3x)' = 2 \tan 3x \cdot \frac{(3x)'}{\cos^2 3x} = \frac{6 \tan 3x}{\cos^2 3x}$ . Do đó chọn đáp án **B**.

**Câu 42:** Cho cấp số nhân  $1; -4; 16; -64; \dots$ . Giá trị của  $u_7$  là:

**A.** 4096.

**B.** 3096.

**C.** 256.

**D.** -16384.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$u_1 = 1; q = -4 \Rightarrow u_7 = u_1 q^6 = 1 \cdot (-4)^6 = 4096.$$

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$ . Tập hợp tất cả các giá trị của  $x$  để  $f'(x) < 0$  là:

**A.**  $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$ .

**B.**  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ .

**C.**  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ .

**D.**  $\left(-\frac{2}{3}; 2\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1.$$

**Câu 44:** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , chiều cao bằng  $a$ . Tính sin của góc  $\alpha$  giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

**A.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$ .

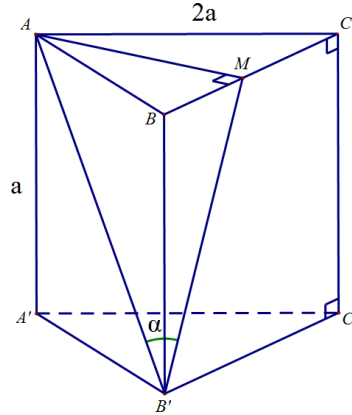
**B.**  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**C.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**D.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{10}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  khi đó:  $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \text{ (do } BB' \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC'B')$

Nên hình chiếu của  $AB'$  lên  $(BCC'B')$  là  $MB' \Rightarrow \widehat{(AB'; (BCC'B'))} = \widehat{(AB'; MB')} = \widehat{AB'M} = \alpha$

Ta có:  $AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ ,  $AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$ .

Trong  $\triangle AMB'$  vuông tại  $M$ :  $\sin \widehat{AB'M} = \frac{AM}{AB'} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} = \sin \alpha$ .

**Câu 45:** Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = (x+1)^3$ .

**A.**  $y'' = 12(x+1)$ .

**B.**  $y'' = -12(x+1)$ .

**C.**  $y'' = 6(x+1)$ .

**D.**  $y'' = -6(x+1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = 3(x+1)^2 (x+1)' = 3(x+1)^2$ .

$$y'' = 3 \cdot 2(x+1)(x+1)' = 6(x+1).$$

**Câu 46:** Tính giới hạn  $\lim \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$ .

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-6$ .

**C.**  $0$ .

**D.**  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$  là một cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1, q = \frac{1}{2}$  nên

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{Vậy } \lim \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) = \lim 2 = 2.$$

**Câu 47:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}$

- A.** 1.                      **B.**  $\frac{1}{2}$ .                      **C.**  $-\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $|x+2| = x+2$  khi  $x \rightarrow 2^+$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 1 = 1.$$

**Câu 48:** Tìm vi phân của hàm số  $y = (x-1)^2$ .

- A.**  $dy = (x-1)^2 dx$ .                      **B.**  $dy = 2(x-1)$ .                      **C.**  $dy = 2(x-1) dx$ .                      **D.**  $dy = (x-1) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = 2(x-1)(x-1)' = 2(x-1)$ .

Suy ra  $dy = 2(x-1) dx$ .

**Câu 49:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a,b,c. Xét hai mệnh đề:

(I): Nếu a và b cùng vuông góc với c thì a và b song song với nhau.

(II): Nếu a song song với b và c vuông góc với a thì c vuông góc với b.

Tìm khẳng định đúng.

- A.** (I) sai và (II) đúng.                      **B.** (I) đúng và (II) sai.  
**C.** (I) và (II) đều đúng.                      **D.** (I) và (II) đều sai.

**Lời giải**

**Chọn A**

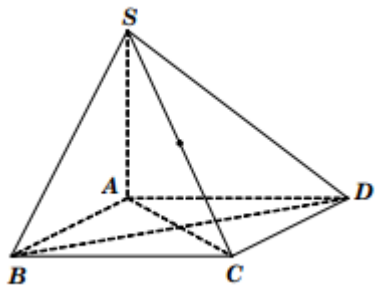
(I) a và b cùng vuông góc với c thì a còn có thể chéo nhau.

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $ABCD$ . Tìm mệnh đề sai:

- A.**  $CD \perp (SAD)$                       **B.**  $AO \perp (SBD)$   
**C.**  $OB \perp (SOC)$                       **D.**  $SA \perp (OCD)$

**Lời giải**

**Chọn B**



$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD; CD \perp AD \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow OB \perp (SOC)$$

$$\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ (OCD) \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (OCD)$$

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 24 (100TN)

- Câu 1:** Cho hàm số  $f_1(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ,  $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ,  $f_3(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $f_4(x) = \cos x + 3$ . Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?
- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 4.
- Câu 2:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A.  $\lim n^k = +\infty$  với  $k \in \mathbb{Z}^+$ .                      B.  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$ .
- C. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim \frac{1}{u_n} = +\infty$ .                      D.  $\lim c = c$ .
- Câu 3:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Giả sử  $\triangle AB'C$  và  $\triangle A'DC'$  đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng góc nào sau đây?
- A.  $\widehat{BDB'}$ .                      B.  $\widehat{AB'C}$ .                      C.  $\widehat{DA'C'}$ .                      D.  $\widehat{DB'B}$ .
- Câu 4:** Tìm vi phân của hàm số  $y = \sin x - 3 \cos x$ .
- A.  $dy = (-\cos x - 3 \sin x)dx$ .                      B.  $dy = (\cos x - 3 \sin x)dx$ .
- C.  $dy = (\cos x + 3 \sin x)dx$ .                      D.  $dy = (-\cos x + 3 \sin x)dx$ .
- Câu 5:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$ .
- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C. 2.                      D.  $-\infty$ .
- Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 2$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$ ?
- A.  $-\frac{1}{5}$ .                      B.  $\frac{3}{2}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $\frac{5}{9}$ .
- Câu 7:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ .
- A.  $-\frac{a^2}{2}$ .                      B. 0.                      C.  $a^2$                       D.  $\frac{a^2}{3}$ .
- Câu 8:** Biết  $\lim n(\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-1}) = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{N}^*$  và  $a, b$  nguyên tố cùng nhau. Tính  $a+b$ .
- A. 3.                      B. 6.                      C. 5.                      D. 1.
- Câu 9:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(ABC')$  có số đo bằng  $60^\circ$ . Tính độ dài cạnh bên của hình lăng trụ.
- A.  $a\sqrt{3}$ .                      B.  $2a$ .                      C.  $3a$ .                      D.  $a\sqrt{2}$ .
- Câu 10:** Tìm giới hạn  $\lim \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$ .
- A.  $\frac{7}{3}$ .                      B. 1.                      C. 0.                      D.  $-\frac{2}{3}$ .
- Câu 11:** Tính đạo hàm hàm số  $y = \sin 2x$ .
- A.  $y' = \cos 2x$                       B.  $y' = 2 \cos x$                       C.  $y' = -2 \cos 2x$                       D.  $y' = 2 \cos 2x$

- Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a, BC = a\sqrt{2}$ . Tính số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .
- A.  $90^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $30^\circ$
- Câu 13:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} & \text{khi } x \neq -4 \\ mx + 1 & \text{khi } x = -4 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -4$ .
- A.  $m = 2$ .                      B.  $m = 4$                       C.  $m = 3$                       D.  $m = 5$
- Câu 14:** Cho  $a, b$  là hai số thực sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2ax - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- Tính  $a + b$ .
- A.  $-7$ .                      B.  $2$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-1$ .
- Câu 15:** Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .
- B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  thì đường thẳng  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $d \perp a$ .
- D. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- Câu 16:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x - 1} + 1 - x}$
- A.  $-1$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $1$ .                      D.  $0$ .
- Câu 17:** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $s(t) = t^3 + \frac{9}{2}t^2 - 6t$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây,  $s$  được tính bằng mét. Gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc bằng  $24m/s$  là:
- A.  $21(m/s^2)$ .                      B.  $39(m/s^2)$                       C.  $20(m/s^2)$ .                      D.  $12(m/s^2)$ .
- Câu 18:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại A,  $BC = 2a, AB = a\sqrt{3}$ . Tính khoảng cách từ  $AA'$  đến mặt phẳng  $(BCC'B')$ .
- A.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 19:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$ .
- A.  $0$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Tam giác  $AB'C$  là tam giác đều.



**B.**  $ACC'A'$  là hình chữ nhật có diện tích bằng  $2a^2$ .

**C.** Nếu  $\alpha$  là góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  thì  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**D.**  $(AA'C'C) \perp (BB'D'D)$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

**A.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trên khoảng  $(a; b)$ .

**B.** Nếu  $f(a) \cdot f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .

**C.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục, tăng trên  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .

**D.** Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$  thì hàm số  $f(x)$  phải liên tục trên  $(a; b)$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó  $f(x)$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

**A.**  $(-\infty; 3)$

**B.**  $(-3; 2)$

**C.**  $(-2; +\infty)$ .

**D.**  $\mathbb{R}$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ , đáy

$ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng góc nào trong những góc sau đây?

**A.**  $\widehat{SCB}$

**B.**  $\widehat{BSC}$ .

**C.**  $\widehat{ASC}$ .

**D.**  $\widehat{SCA}$ .

**Câu 24:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$  tại điểm  $A(0; 2)$ .

**A.**  $y = 7x + 2$ .

**B.**  $y = -7x + 2$

**C.**  $y = 7x - 2$ .

**D.**  $y = -7x - 2$ .

**Câu 25:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $0$ .

**C.**  $\frac{3}{16}$ .

**D.**  $-\infty$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $(\Delta): y = x + 2$ .

**A.**  $4x - 4y + 1 = 0$ .

**B.**  $4x + 4y + 1 = 0$ .

**C.**  $x - y + 1 = 0$ .

**D.**  $x + y + 1 = 0$ .

**Câu 27:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**B.** Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**C.** Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

- Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$  và  $SC$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.  $AM \perp MN$       B.  $AM \perp SC$       C.  $SA \perp BC$       D.  $AN \perp SB$
- Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $J$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $BC \perp (SAM)$ .      B.  $BC \perp (SAC)$ .      C.  $BC \perp (SAJ)$ .      D.  $BC \perp (SAB)$ .
- Câu 30:** Trong không gian cho các đường thẳng  $a, b, c$  và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Nếu  $a \perp b$ ,  $c \perp b$ ,  $a$  cắt  $c$  thì  $b$  vuông góc với một mặt phẳng chứa  $a$  và  $c$ .  
 B. Nếu  $a \perp b$ ,  $b \perp c$  thì  $a \parallel c$ .  
 C. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \parallel (P)$  thì  $a \perp b$ .  
 D. Nếu  $a \parallel b$  và  $b \perp c$  thì  $a \perp c$ .
- Câu 31:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$ .
- A.  $\frac{2}{3}$ .      B. 0.      C. 1.      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 32:** Cho hàm số  $y = \frac{x+5}{x-2}$ . Tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = 3$ .
- A. -3.      B. -10.      C. 3.      D. -7.
- Câu 33:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  thì nó có đạo hàm tại điểm  $-x_0$ .  
 B. Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  thì nó liên tục tại điểm  $-x_0$ .  
 C. Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  thì nó liên tục tại điểm đó.  
 D. Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
- Câu 34:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{5x^2 + x + 1}$ .
- A.  $y' = \frac{10x+1}{(5x^2 + x + 1)^2}$ .      B.  $y' = -\frac{10x+1}{(5x^2 + x + 1)^2}$ .  
 C.  $y' = \frac{10x+1}{5x^2 + x + 1}$ .      D.  $y' = -\frac{1}{(5x^2 + x + 1)^2}$ .
- Câu 35:** Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:
- A. Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba véc tơ đó đồng phẳng.  
 B. Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba véc tơ đó đồng phẳng.  
 C. Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có hai véc tơ cùng phương thì ba véc tơ đó đồng phẳng.  
 D. Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có một véc tơ  $\vec{0}$  thì ba véc tơ đó đồng phẳng.
- Câu 36:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 4x^3}$ .
- A.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .      B.  $y' = \sqrt{2x - 12x^2}$ .      C.  $y' = \frac{1}{\sqrt{2x - 12x^2}}$ .      D.  $y' = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ . Giải phương trình  $f'(x) \leq 0$  ta được tập nghiệm là

A.  $\emptyset$ . B.  $\mathbb{R}$ . C.  $(0; +\infty)$ . D.  $[-2; 2]$ .

**Câu 38:** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3} + 2019}{2x+2020} = \frac{1}{2}$ . Khi đó giá trị của  $a$  là

A.  $-\frac{1}{2}$ . B.  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . C.  $a = \frac{1}{2}$ . D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 2x^2$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  song song với đường thẳng  $y = x$ ?

A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $SC$ . Khoảng cách từ điểm  $I$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài của đoạn thẳng nào sau đây?

A.  $IC$ . B.  $SA$ . C.  $IA$ . D.  $IO$ .

**Câu 41:** Tìm giới hạn  $\lim \left[ \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{3.6} + \dots + \frac{1}{n.(n+3)} \right]$ .

A.  $\frac{8}{15}$ . B.  $\frac{1}{5}$ . C.  $\frac{11}{18}$ . D. 1.

**Câu 42:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ .

A.  $\frac{1}{3}$ . B. 0. C.  $-\frac{11}{12}$ . D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 43:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{x-1} = 5$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{4f(x)+9}+3)}$ .

A.  $\frac{5}{3}$ . B. 1. C. 2. D. 10.

**Câu 44:** Cho phương trình  $4x^4 - 2x^2 - x - 3 = 0$  (1). Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(0; 2)$ .  
 B. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .  
 C. Phương trình (1) có nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .  
 D. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng  $(-2; 1)$ .

**Câu 45:** Biết hàm số  $f(x) - f(2x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , đạo hàm bằng 5 tại  $x=1$  và đạo hàm bằng 7 tại  $x=2$ . Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) - f(4x)$  tại  $x=1$ .

A. 3. B. 19. C. 7. D. 28.

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3mx^2 + mx + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của  $(C)$  đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$ .

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

**Câu 47:** Tính tổng  $S = C_{2019}^0 + 2C_{2019}^1 + 3C_{2019}^2 + \dots + 2020C_{2019}^{2019}$  ta được kết quả là:

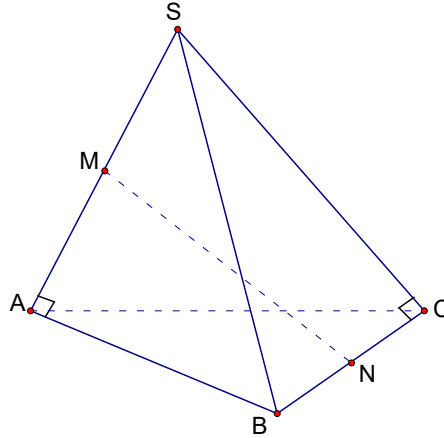
A.  $2021 \cdot 2^{2018}$ .

B.  $2019 \cdot 2020 \cdot 2^{2017}$ .

C.  $2020 \cdot 2^{2019}$

D.  $2019 \cdot 2020 \cdot 2^{2018}$ .

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $SA \perp AB, SC \perp BC$ ,  $SB = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $MN$  và  $(ABC)$ . Tính  $\cos \alpha$ .



A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$

B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{5}$

C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$

D.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{11}}{11}$

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $BC = a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBM)$  và  $(SAB)$ . Tính  $\sin \varphi$ .

A.  $\frac{\sqrt{28}}{7}$ .

B.  $\frac{\sqrt{13}}{7}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D. 1.

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = 1$ ,  $BC = \sqrt{3}$ . Tam giác  $ASO$  cân tại  $S$ ,  $(SAD) \perp (ABCD)$ , góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ .

A.  $\frac{3}{4}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

---- HẾT ----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Cho hàm số  $f_1(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ,  $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ,  $f_3(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $f_4(x) = \cos x + 3$ . Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A. 2.**

**B. 1.**

**C. 3.**

**D. 4.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có các hàm số  $f_1(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ,  $f_4(x) = \cos x + 3$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.**  $\lim n^k = +\infty$  với  $k \in \mathbb{Z}^+$ .

**B.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$ .

**C.** Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim \frac{1}{u_n} = +\infty$ .

**D.**  $\lim c = c$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có mệnh đề **C** bị **sai**: ví dụ dãy số  $(u_n): u_n = \frac{-1}{n}, \forall n \geq 1$ , khi đó  $\lim u_n = 0$  nhưng

$$\lim \frac{1}{u_n} = \lim(-n) = -\infty.$$

**Câu 3:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Giả sử  $\triangle AB'C$  và  $\triangle A'DC'$  đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng góc nào sau đây?

**A.**  $\widehat{BDB'}$ .

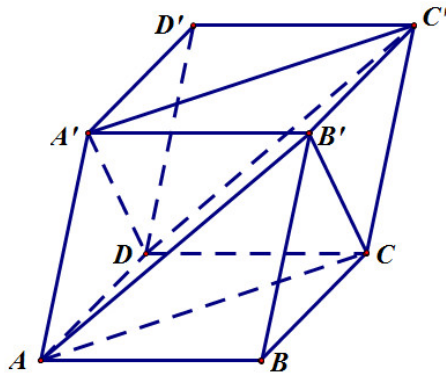
**B.**  $\widehat{AB'C}$ .

**C.**  $\widehat{DA'C'}$ .

**D.**  $\widehat{DB'B}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $AC \parallel A'C'$ . Suy ra góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng góc giữa 2 đường thẳng  $A'C'$  và  $A'D$ .

Do  $\triangle A'DC'$  đều có ba góc nhọn  $\widehat{DA'C'}$  nên  $\widehat{DA'C'} < 90^\circ$ .

Vậy góc cần tìm bằng  $\widehat{DA'C'}$ .

**Câu 4:** Tìm vi phân của hàm số  $y = \sin x - 3 \cos x$ .

**A.**  $dy = (-\cos x - 3 \sin x) dx$ .

**B.**  $dy = (\cos x - 3 \sin x) dx$ .

**C.**  $dy = (\cos x + 3 \sin x) dx$ .

**D.**  $dy = (-\cos x + 3 \sin x) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $dy = d(\sin x - 3 \cos x) = (\sin x - 3 \cos x)' \cdot dx = (\cos x + 3 \sin x) dx$ .

**Câu 5:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$ .

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $0$ .

**C.**  $2$ .

**D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( 2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 2$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$  ?

**A.**  $-\frac{1}{5}$ .

**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $+\infty$ .

**D.**  $\frac{5}{9}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 \cdot 2 + 5} = \frac{5}{9}$ .

**Câu 7:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

**A.**  $-\frac{a^2}{2}$ .

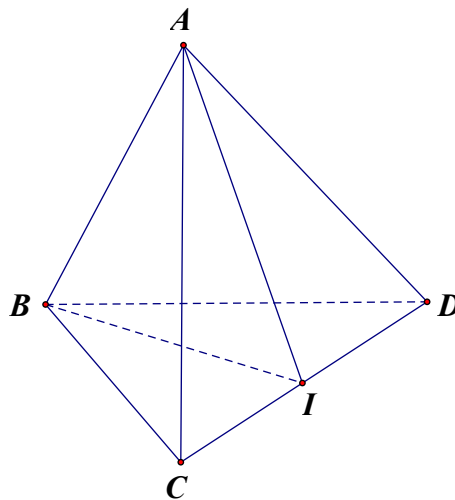
**B.**  $0$ .

**C.**  $a^2$

**D.**  $\frac{a^2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$ .

Do các  $\triangle ACD, \triangle BCD$  đều nên ta có  $\begin{cases} AI \perp CD \\ BI \perp CD \end{cases} \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .

**Câu 8:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1}) = \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{N}^*$  và  $a, b$  nguyên tố cùng nhau. Tính  $a + b$ .

**A.**  $3$ .

**B.**  $6$ .

**C.**  $5$ .

**D.**  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\sqrt{n^2 + 2} + \sqrt{n^2 - 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = \frac{3}{2}.$$

Do đó  $a = 3, b = 2 \Rightarrow a + b = 5$ .

**Câu 9:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(ABC')$  có số đo bằng  $60^\circ$ . Tính độ dài cạnh bên của hình lăng trụ.

**A.**  $a\sqrt{3}$ .

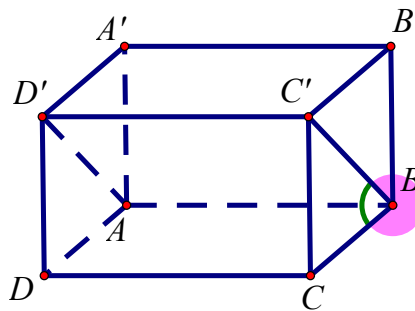
**B.**  $2a$ .

**C.**  $3a$ .

**D.**  $a\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD.A'B'C'D')$  và  $(ABC')$  chính là góc  $\widehat{CBC'} = 60^\circ$ . Vậy trong tam giác vuông  $CBC'$  ta có  $CC' = CB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ .

**Câu 10:** Tìm giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$ .

**A.**  $\frac{7}{3}$ .

**B.** 1.

**C.** 0.

**D.**  $-\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{7}{n} - 2 + \frac{1}{n^3}}{3 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}} = -\frac{2}{3}$$

**Câu 11:** Tính đạo hàm hàm số  $y = \sin 2x$ .

**A.**  $y' = \cos 2x$

**B.**  $y' = 2 \cos x$

**C.**  $y' = -2 \cos 2x$

**D.**  $y' = 2 \cos 2x$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = (\sin 2x)' = 2 \cos 2x$

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a, BC = a\sqrt{2}$ . Tính số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .

**A.**  $90^\circ$

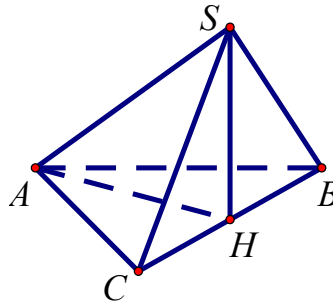
**B.**  $60^\circ$

**C.**  $45^\circ$

**D.**  $30^\circ$

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có  $AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$  nên tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .

Vì  $SA = SB = SC$  nên hình chiếu vuông góc  $H$  của  $S$  trên  $(ABC)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  mà tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SH} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BH} = -a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 45^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} = AB \cdot SC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{SC}) = a^2 \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{SC}) \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{SC}) = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{SC}) = 30^\circ.$$

**Câu 13:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} & \text{khi } x \neq -4 \\ mx + 1 & \text{khi } x = -4 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -4$ .

**A.**  $m = 2$ .

**B.**  $m = 4$

**C.**  $m = 3$

**D.**  $m = 5$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x + 4)(x - 3)}{x + 4} = \lim_{x \rightarrow -4} (x - 3) = -7.$$

$$f(-4) = -4m + 1.$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = -4 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -4} f(x) = f(-4) \Leftrightarrow -4m + 1 = -7 \Leftrightarrow m = 2$$

**Câu 14:** Cho  $a, b$  là hai số thực sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2ax - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Tính  $a + b$ .

**A.**  $-7$ .

**B.**  $2$ .

**C.**  $1$ .

**D.**  $-1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Khi  $x \neq 1$  thì  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$  hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Xét tính liên tục tại điểm  $x = 1$ , ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$  tồn tại khi  $g(x) = x^2 + ax + b$

$$\text{nhận } x = 1 \text{ làm nghiệm hay } g(1) = 0 \Leftrightarrow 1 + a + b = 0 \Leftrightarrow a + b = -1$$



**Câu 15:** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .
- B.** Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  thì đường thẳng  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- C.** Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $d \perp a$ .
- D.** Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo định lí SGK hình học 11 – trang 99: “Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy”

Từ đó suy ra đáp án **A** sai.

**Câu 16:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1 - x}$

**A.**  $-1$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** **1.**

**D.**  $0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}(1 - \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{1 - \sqrt{x-1}} = 1.$$

**Câu 17:** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $s(t) = t^3 + \frac{9}{2}t^2 - 6t$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây,  $s$  được tính bằng mét. Gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc bằng  $24m/s$  là:

**A.**  **$21(m/s^2)$ .**

**B.**  $39(m/s^2)$

**C.**  $20(m/s^2)$ .

**D.**  $12(m/s^2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } v(t) = s'(t) = 3t^2 + 9t - 6.$$

Gọi thời điểm gia tốc có vận tốc bằng  $24m/s$  là  $t_0 (t_0 > 0)$ , khi đó ta có  $3t_0^2 + 9t_0 - 6 = 24$  hay

$$t_0^2 + 3t_0 - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_0 = 2 \\ t_0 = -5 \end{cases}$$

Do  $t_0 > 0$  nên chọn  $t_0 = 2$ .

$$\text{Mặt khác } a(t) = v'(t) = 6t + 9$$

$$\text{Vậy } a(2) = 6.2 + 9 = 21(m/s^2).$$

**Câu 18:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $BC = 2a$ ,  $AB = a\sqrt{3}$ . Tính khoảng cách từ  $AA'$  đến mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

A.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

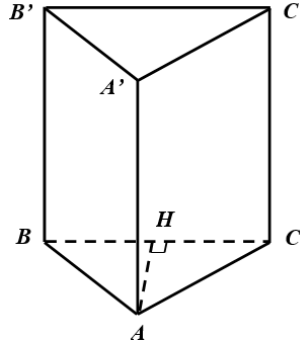
B.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ .

**D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có  $AA' \parallel (BCC'B')$  nên  $d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B'))$ .

Trong  $(ABC)$  dựng  $AH \perp BC$  (1), ta có  $BB' \perp (ABC) \Rightarrow BB' \perp AH$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow AH \perp (BCC'B') \Rightarrow d(A, (BCC'B')) = AH$

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ :

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{hay } d(AA', (BCC'B')) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

**Câu 19:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ .

A. 0.

**B.  $\frac{1}{4}$ .**

C. 1.

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

**Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Tam giác  $AB'C$  là tam giác đều.

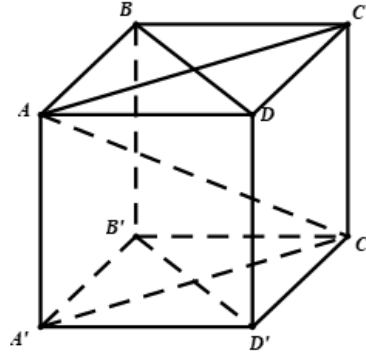
**B.  $ACC'A'$  là hình chữ nhật có diện tích bằng  $2a^2$ .**

C. Nếu  $\alpha$  là góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  thì  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

D.  $(AA'C'C) \perp (BB'D'D)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Đáp án A đúng vì tam giác  $AB'C$  có  $AB' = B'C = CA = a\sqrt{2}$  nên là tam giác đều.

Đáp án C đúng vì góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc  $C'AC$  nên

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AC'} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{AA'^2 + A'C'^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Đáp án D đúng vì  $AC \perp BD, AC \perp BB'$  nên  $AC \perp (BDD'B') \Rightarrow (AA'C'C) \perp (BB'D'D)$ .

Đáp án B sai vì  $S_{ACC'A'} = AA'.AC = a.a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $[a; b]$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trên khoảng  $(a; b)$ .

B. Nếu  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .

C. Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục, tăng trên  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$ .

D. Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(a; b)$  thì hàm số  $f(x)$  phải liên tục trên  $(a; b)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào định lý về hàm liên tục.

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó  $f(x)$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

A.  $(-\infty; 3)$

B.  $(-3; 2)$

C.  $(-2; +\infty)$ .

D.  $\mathbb{R}$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Hàm số xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$ . Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -3) \cup (-3; -2) \cup (-2; +\infty)$ . Do đó  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng góc nào trong những góc sau đây?

A.  $\widehat{SCB}$

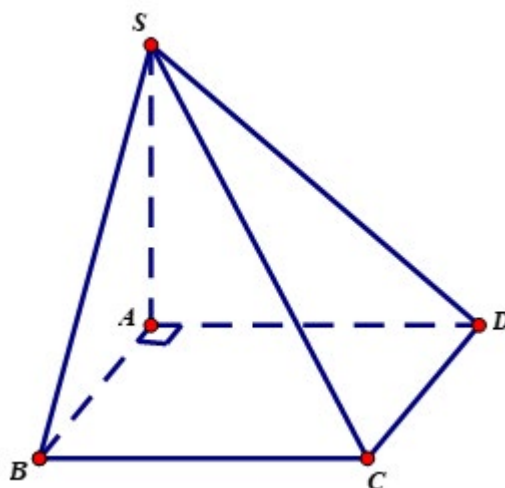
B.  $\widehat{BSC}$ .

C.  $\widehat{ASC}$ .

D.  $\widehat{SCA}$ .

### Lời giải

#### Chọn B



Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ . Suy ra  $SB$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  trên  $(SAB)$ .

Do đó Góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng góc giữa  $SC$  và  $SB$  và bằng  $\widehat{BSC}$ .

**Câu 24:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$  tại điểm  $A(0; 2)$ .

A.  $y = 7x + 2$ .

B.  $y = -7x + 2$

C.  $y = 7x - 2$ .

D.  $y = -7x - 2$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có  $y' = x^2 - 6x + 7 \Rightarrow y'(0) = 7$ .

Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A(0; 2)$  là:  $y = 7x + 2$ .

**Câu 25:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$

A.  $+\infty$ .

B. 0.

C.  $\frac{3}{16}$ .

D.  $-\infty$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $(\Delta): y = x + 2$ .

A.  $4x - 4y + 1 = 0$ .

B.  $4x + 4y + 1 = 0$ .

C.  $x - y + 1 = 0$ .

D.  $x + y + 1 = 0$ .

Lời giải

**Chọn B**

+) Xét  $f(x) = y = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$

+) Biết phương trình tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $(\Delta): y = x + 2$

$$\Rightarrow f'(x) \cdot 1 = -1 \Rightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4}$$

+) Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  là:  $y = -1\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} \Leftrightarrow y = -x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x + 4y + 1 = 0$ .

**Câu 27:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

**Chọn D**

A sai vì hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì có thể cắt nhau.

B sai vì qua một điểm có vô số mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng cho trước.

C sai vì trong trường hợp hai đường thẳng song song với nhau thì không tồn tại mặt phẳng nào đi qua đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.

$\Rightarrow$  D đúng.

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$  và  $SC$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $AM \perp MN$

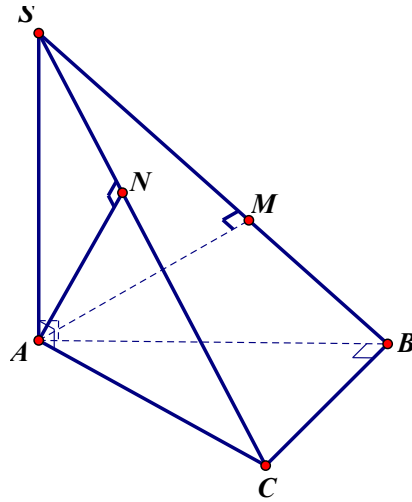
B.  $AM \perp SC$

C.  $SA \perp BC$

D.  $AN \perp SB$

Lời giải

**Chọn D**



+) Ta có:  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow$  Đáp án C đúng mà  $BC \perp AB$  ( tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  )

$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ .

+)  $M$  là hình chiếu của  $A$  lên  $SB \Rightarrow AM \perp SB \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow \begin{cases} AM \perp MN \\ AM \perp SC \end{cases}$

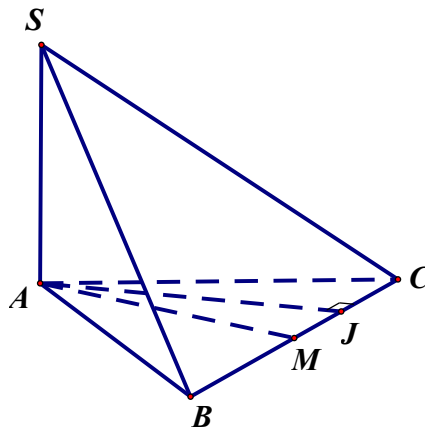
$\Rightarrow A, B$  đúng  $\Rightarrow$  Đáp án D sai.

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $J$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $BC \perp (SAM)$ .      **B.**  $BC \perp (SAC)$ .      **C.**  $BC \perp (SAJ)$ .      **D.**  $BC \perp (SAB)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



**Ta có**  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp JA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAJ)$ .

**Câu 30:** Trong không gian cho các đường thẳng  $a, b, c$  và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.** Nếu  $a \perp b$ ,  $c \perp b$ ,  $a$  cắt  $c$  thì  $b$  vuông góc với một mặt phẳng chứa  $a$  và  $c$ .

**B.** Nếu  $a \perp b$ ,  $b \perp c$  thì  $a \parallel c$ .

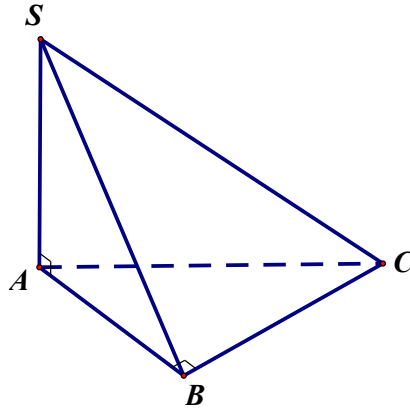
**C.** Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \parallel (P)$  thì  $a \perp b$ .

**D.** Nếu  $a // b$  và  $b \perp c$  thì  $a \perp c$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Nếu  $a \perp b$ ,  $b \perp c$  thì  $a$  và  $c$  có thể chéo nhau.



Ví dụ cho hình chóp  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$  khi đó  $SA$  và  $BC$  không song song.

**Câu 31:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$ .

**A.**  $\frac{2}{3}$ .

**B.** 0.

**C.** 1.

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = \frac{x+5}{x-2}$ . Tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = 3$ .

**A.** -3.

**B.** -10.

**C.** 3.

**D.** -7.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } y' = \frac{-7}{(x-2)^2}. \text{ Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ } x = 3 \text{ là } k = y'(3) = -7.$$

**Câu 33:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

**A.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  thì nó có đạo hàm tại điểm  $-x_0$ .

**B.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  thì nó liên tục tại điểm  $-x_0$ .

**C.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  thì nó liên tục tại điểm đó.

**D.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đáp án **C.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  thì nó liên tục tại điểm đó. **ĐÚNG**  
(Định lí 1 về quan hệ giữa sự tồn tại đạo hàm và tính liên tục của hàm số)

Các đáp án còn lại sai.

**Câu 34:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{5x^2 + x + 1}$ .

**A.**  $y' = \frac{10x+1}{(5x^2 + x + 1)^2}$ . **B.**  $y' = -\frac{10x+1}{(5x^2 + x + 1)^2}$ .

**C.**  $y' = \frac{10x+1}{5x^2 + x + 1}$ . **D.**  $y' = -\frac{1}{(5x^2 + x + 1)^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = -\frac{(5x^2 + x + 1)'}{(5x^2 + x + 1)^2} = -\frac{10x + 1}{(5x^2 + x + 1)^2}$

**Câu 35:** Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

**A.** Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba véc tơ đó đồng phẳng.

**B.** Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba véc tơ đó đồng phẳng.

**C.** Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có hai véc tơ cùng phương thì ba véc tơ đó đồng phẳng.

**D.** Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có một véc tơ  $\vec{0}$  thì ba véc tơ đó đồng phẳng.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đáp án **A.** Nếu giá của ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba véc tơ đó đồng phẳng. **SAI**.

Ví dụ như trong hình chóp  $S.ABC$  thì ba véc tơ  $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}$  đôi một cắt nhau, tuy vậy ba véc tơ đó không đồng phẳng.

Các khẳng định còn lại đúng.

**Câu 36:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 4x^3}$ .

**A.**  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ . **B.**  $y' = \sqrt{2x - 12x^2}$ . **C.**  $y' = \frac{1}{\sqrt{2x - 12x^2}}$ . **D.**  $y' = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $y' = \frac{(x^2 - 4x^3)'}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{2x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{2(x - 6x^2)}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$ .



- Câu 37:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ . Giải phương trình  $f'(x) \leq 0$  ta được tập nghiệm là
- A.  $\emptyset$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $[-2; 2]$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $f'(x) = x^2 + x + 1 > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy tập nghiệm của  $f'(x) \leq 0$  là  $S = \mathbb{R}$ .

- Câu 38:** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2019}{2x+2020} = \frac{1}{2}$ . Khi đó giá trị của  $a$  là

- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B.  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $a = \frac{1}{2}$ .                      D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2019}{2x+2020} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}+2019}{2x+2020} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}+\frac{2019}{x}}{2+\frac{2020}{x}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2+3}+2019}{2x+2020} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

- Câu 39:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 2x^2$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  song song với đường thẳng  $y = x$ ?
- A. 1.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 2.

Lời giải

Chọn A

Tiếp tuyến  $d$  song song với đường thẳng  $y = x$  nên phương trình của  $d$ :  $y = x + b$  với  $b \neq 0$ .

Đường thẳng  $d$  tiếp xúc với  $(C)$  nên hệ phương trình sau có nghiệm:  $\begin{cases} -x^3 + 2x^2 = x + b & (1) \\ -3x^2 + 4x = 1 & (2) \end{cases}$ .

$$\text{Từ (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Với  $x = 1 \Rightarrow b = 0$  (L).

Với  $x = \frac{1}{3} \Rightarrow b = -\frac{4}{27}$ .

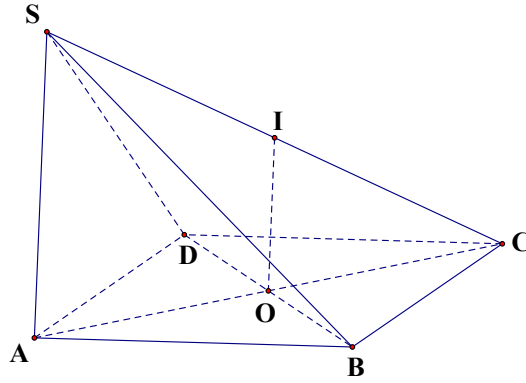
Vậy có một tiếp tuyến thỏa mãn đề bài.

- Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $SC$ . Khoảng cách từ điểm  $I$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài của đoạn thẳng nào sau đây?

- A.  $IC$ .                      B.  $SA$ .                      C.  $IA$ .                      D.  $IO$ .

Lời giải

Chọn D



Ta có  $OI \parallel SA$  mà  $SA \perp (ABCD)$  nên  $OI \perp (ABCD)$ .

Vậy  $d(I, (ABCD)) = IO$ .

**Câu 41:** Tìm giới hạn  $\lim \left[ \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{3.6} + \dots + \frac{1}{n.(n+3)} \right]$ .

**A.**  $\frac{8}{15}$ .

**B.**  $\frac{1}{5}$ .

**C.**  $\frac{11}{18}$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tính  $S = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{3.6} + \dots + \frac{1}{n.(n+3)}$ .

Ta có  $\frac{1}{k.(k+3)} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+3} \right)$

$$S = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{3.6} + \frac{1}{4.7} + \dots + \frac{1}{n.(n+3)}$$

$$= \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} \right).$$

$$\Rightarrow \lim \left[ \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{3.6} + \dots + \frac{1}{n.(n+3)} \right] = \lim \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} \right) = \frac{11}{18}.$$

**Câu 42:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ .

**A.**  $\frac{1}{3}$ .

**B.** 0.

**C.**  $-\frac{11}{12}$ .

**D.**  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{1-x} - 1) + 2 - \sqrt[3]{8-x}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \frac{1-x-1}{\sqrt{1-x}+1} + \frac{8-8+x}{4+2\sqrt[3]{8-x}+(\sqrt[3]{8-x})^2}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[ 2 \frac{-1}{\sqrt{1-x}+1} + \frac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+(\sqrt[3]{8-x})^2} \right] = -\frac{11}{12}.$$

**Câu 43:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{x-1} = 5$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{4f(x)+9}+3)}$ .

A.  $\frac{5}{3}$ .

**B. 1.**

C. 2.

D. 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  $\frac{f(x)-10}{x-1} = g(x) \Rightarrow f(x) = (x-1) \cdot g(x) + 10$ . Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 10$ .

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{4f(x)+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x)-10}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{4f(x)+9}+3} \right] = 5 \cdot \frac{2}{\sqrt{49}+3} = 1.$$

**Câu 44:** Cho phương trình  $4x^4 - 2x^2 - x - 3 = 0$  (1). Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng  $(0; 2)$ .

B. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .

C. Phương trình (1) có nghiệm trong khoảng  $(-1; 1)$ .

**D. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng  $(-2; 1)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có : } 4x^4 - 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(4x^3 - 4x^2 + 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 4x^2(x-1)+2(x-1)-1=0 \end{cases}$$

Với mọi  $x \in (-2; 1)$  ta có  $x-1 < 0$  nên  $4x^2(x-1)+2(x-1)-1 < 0$ ,  $\forall x \in (-2; 1)$ .

Do đó trên khoảng  $(-2; 1)$  phương trình (1) chỉ có một nghiệm  $x = -1$ .

**Câu 45:** Biết hàm số  $f(x) - f(2x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , đạo hàm bằng 5 tại  $x=1$  và đạo hàm bằng 7 tại  $x=2$ . Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) - f(4x)$  tại  $x=1$ .

A. 3.

**B. 19.**

C. 7.

D. 28.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $f(x) - f(2x)$  có đạo hàm là  $f'(x) - 2f'(2x)$ .

Do đạo hàm bằng 5 tại  $x=1$  và đạo hàm bằng 7 tại  $x=2$  nên ta có hệ:

$$\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 \\ f'(2) - 2f'(4) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 & (1) \\ 2f'(2) - 4f'(4) = 14 & (2) \end{cases}, \text{ từ (1) và (2) suy ra } f'(1) - 4f'(4) = 19.$$

Hàm số  $f(x) - f(4x)$  có đạo hàm là  $f'(x) - 4f'(4x)$ , tại  $x=1$  đạo hàm bằng  $f'(1) - 4f'(4) = 19$

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3mx^2 + mx + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của  $(C)$  đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$ .

A. 3.

**B. 1.**

C. 4.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Hàm số } y' = -3x^2 + 6mx + m = -3(x-m)^2 + 3m^2 + m \leq 3m^2 + m$$

Dấu "=" xảy ra khi  $x = m$ . Vậy tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng  $3m^2 + m$  khi hoành độ tiếp điểm  $x_0 = m$  suy ra tung độ tiếp điểm  $y_0 = 2m^3 + m^2 + 1$ .

Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất là  $y = (3m^2 + m)(x - m) + 2m^3 + m^2 + 1$ :

$$\text{Đề tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ } O(0;0) \Rightarrow 0 = (3m^2 + m)(0 - m) + 2m^3 + m^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow -m^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 47:** Tính tổng  $S = C_{2019}^0 + 2C_{2019}^1 + 3C_{2019}^2 + \dots + 2020C_{2019}^{2019}$  ta được kết quả là:

**A.  $2021 \cdot 2^{2018}$ .**

B.  $2019 \cdot 2020 \cdot 2^{2017}$ .

C.  $2020 \cdot 2^{2019}$

D.  $2019 \cdot 2020 \cdot 2^{2018}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Xét khai triển } x(1+x)^{2019} = xC_{2019}^0 + x^2C_{2019}^1 + x^3C_{2019}^2 + \dots + x^{2020}C_{2019}^{2019}$$

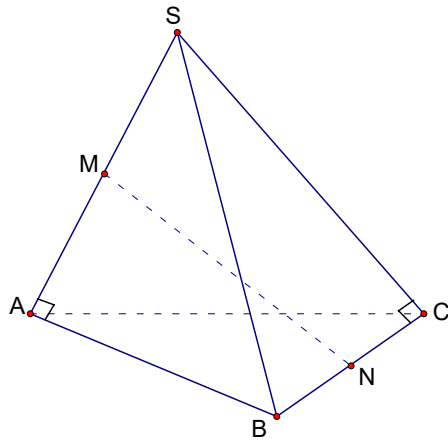
Lấy đạo hàm hai vế ta được

$$(1+x)^{2019} + 2019x(1+x)^{2018} = C_{2019}^0 + 2xC_{2019}^1 + 3x^2C_{2019}^2 + \dots + 2020x^{2019}C_{2019}^{2019}$$

Thay  $x=1$  vào hai vế suy ra

$$S = C_{2019}^0 + 2C_{2019}^1 + 3C_{2019}^2 + \dots + 2020C_{2019}^{2019} = 2^{2019} + 2019 \cdot 2^{2018} = 2021 \cdot 2^{2018}.$$

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $SA \perp AB$ ,  $SC \perp BC$ ,  $SB = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $MN$  và  $(ABC)$ . Tính  $\cos \alpha$ .



**A.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$

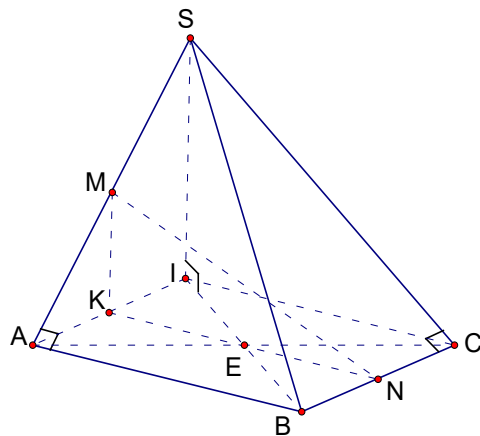
**B.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{5}$

**C.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$

**D.**  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{11}}{11}$

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $E$  là trung điểm  $AC \Rightarrow BE \perp AC$ . Ta có  $\Delta SAC$  là tam giác cân tại  $S$  nên  $SE \perp AC$ .

Suy ra  $AC \perp (SBE) \Rightarrow (ABC) \perp (SBE)$  và  $(ABC) \cap (SBE) = BE$ .

Kẻ  $SI \perp BE$  tại  $I$  thì  $SI \perp (ABC)$ . Vậy  $I$  là chân đường cao của hình chóp.

Gọi  $K$  là trung điểm  $AI$  suy ra  $MK \parallel SI \Rightarrow MK \perp (ABC)$

Góc giữa  $MN$  và  $(ABC)$  là  $\widehat{MKN} = \alpha$ .

Ta có  $NK = AB = a$  và  $SI^2 = SA^2 - IA^2 = SB^2 - AB^2 - IA^2 = 4a^2 - a^2 - a^2 = 2a^2$   $SA = a\sqrt{2}$ .

$$MK = \frac{SI}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MN^2 = MK^2 + KN^2 = \frac{2a^2}{4} + a^2 = \frac{6a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{KN}{MN} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $BC = a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBM)$  và  $(SAB)$ . Tính  $\sin \varphi$ .

**A.**  $\frac{\sqrt{28}}{7}$ .

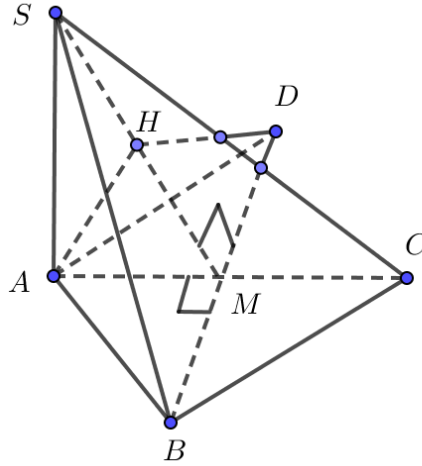
**B.**  $\frac{\sqrt{13}}{7}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \quad (1)$ . Kẻ  $AH \perp SM$  tại  $H$ .

Tam giác  $ABC$  là vuông cân tại  $B$ ,  $MA = MC \Rightarrow MB \perp AC$  mà  $MB \perp SA \Rightarrow MB \perp (SAC) \Rightarrow BM \perp AH$ .

Do  $\begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp BM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBM) \quad (2)$ .

Từ (1) và (2) suy ra góc giữa  $(SBM)$  và  $(SAB)$  là  $(\widehat{BC, AH}) = \varphi$ .

Dựng hình bình hành  $ABCD \Rightarrow BC \parallel AD \Rightarrow (\widehat{BC, AH}) = (\widehat{AH, AD})$ .

Theo trên  $BM \perp (SAC) \Rightarrow BM \perp SM$  mà  $HB = HD \Rightarrow \triangle HBD$  cân tại  $H$ .

$$\Rightarrow HD = HB = \sqrt{HM^2 + BM^2} = \sqrt{\left(\frac{AM^2}{SM}\right) + BM^2} \text{ mà}$$

$$AM = MC = BM = \frac{a}{\sqrt{2}}; SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{14}}{2} \text{ nên}$$

$$HD = HB = \sqrt{\frac{a^2}{14} + \frac{a^2}{2}} = \frac{2a}{\sqrt{7}}.$$

Trong tam giác vuông  $SAM$  có  $AH = \frac{SA \cdot AM}{SM} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{a\sqrt{14}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ . Dễ thấy  $AD = BC = a$ .

$$\text{Như vậy: } AH^2 + HD^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2 + \left(\frac{2a}{\sqrt{7}}\right)^2 = a^2 = AD^2 \Rightarrow \triangle AHD \text{ vuông tại } H.$$

Vậy  $\varphi = \widehat{HAD} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{HD}{AD} = \frac{2a}{\sqrt{7}} : a = \frac{\sqrt{28}}{7}$ .

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = 1$ ,  $BC = \sqrt{3}$ . Tam giác  $ASO$  cân tại  $S$ ,  $(SAD) \perp (ABCD)$ , góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ .

**A.**  $\frac{3}{4}$ .

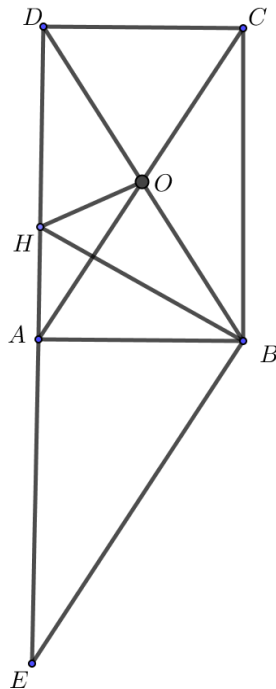
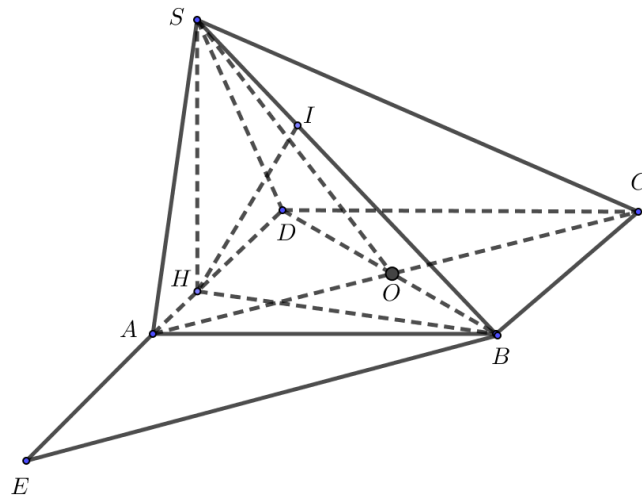
**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Kẻ  $SH \perp AD$  tại  $H$ . Ta có  $\begin{cases} AH^2 = SA^2 - SH^2 \\ HO^2 = SO^2 - SH^2 \end{cases}$  mà  $SA = AO \Rightarrow HA = HO$  (1).

Đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  nên  $AC = BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$  ;

$AO = OB = \frac{1}{2} AC = 1 = AB$  . Suy ra  $\triangle AOB$  đều  $\Rightarrow BO = BA$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $HB$  là trung trực của  $AO$  và  $\widehat{ABH} = \frac{1}{2} \widehat{ABO} = 30^\circ$  .

Do vậy  $AH = AB \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AH = \frac{1}{3} AD$ .

Qua  $B$  kẻ đường thẳng song song với  $AC$  , cắt tia đối của tia  $AD$  tại  $E \Rightarrow AE = AD = 3AH$ .

Ta có  $AC \parallel (SBE) \Rightarrow d(SB, AC) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE)) = \frac{3}{4} d(H, (SBE))$ .

Dễ thấy  $\widehat{EBA} = \widehat{BAO} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{EBO} = \widehat{EBA} + \widehat{ABH} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow HB \perp BE$  .

Kẻ  $HI \perp SB$  tại  $I$  . Ta có  $\begin{cases} BE \perp HB \\ BE \perp SH \end{cases} \Rightarrow BE \perp (SHB) \Rightarrow BE \perp HI$  .

$\begin{cases} HI \perp SB \\ HI \perp BE \end{cases} \Rightarrow HI \perp (SBE) \Rightarrow d(H, (SBE)) = HI \Rightarrow d(A, (SBE)) = \frac{3}{4} d(H, (SBE)) = \frac{3}{4} HI$  .

$HD$  là hình chiếu của  $SD$  lên  $(ABCD) \Rightarrow$  góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$  là  $\widehat{SDH} = 60^\circ$  .

$SH = HD \tan 60^\circ = \frac{2}{3} \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2$  .

$HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 3 + 1} = \frac{2}{\sqrt{3}}$  .

$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow HI = 1 \Rightarrow d(SB, AC) = \frac{3}{4} HI = \frac{3}{4}$  .

---- HẾT ----



## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 25 (100TN)

- Câu 1:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$  và  $\lim v_n = -5$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng  
A.  $-7$ . B.  $7$ . C.  $-10$ . D.  $-3$ .
- Câu 2:** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:  
A.  $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = -\infty$ . B.  $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = +\infty$ .  
C. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim \lim|u_n| = 0$ . D. Nếu  $\lim u_n = -a$  thì  $\lim|u_n| = a$ .
- Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?  
A. Nếu  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
B. Nếu  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
C. Nếu  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
D. Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$  thì  $f(a).f(b) < 0$ .
- Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$ . Hàm số có đạo hàm  $f'(x)$  bằng:  
A.  $2x$ . B.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ . C.  $\frac{\sqrt{x}}{2}$ . D.  $\sqrt{x}$ .
- Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = -2x^2 + 3x$ . Hàm số có đạo hàm  $f'(x)$  bằng:  
A.  $-4x - 3$ . B.  $-4x + 3$ . C.  $4x + 3$ . D.  $4x - 3$ .
- Câu 6:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + 5$  có đồ thị  $(C)$ . Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  bằng  
A.  $4$ . B.  $-1$ . C.  $6$ . D.  $7$ .
- Câu 7:** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2$  tại điểm có hoành độ bằng  $-3$  có phương trình là:  
A.  $y = 9x - 25$ . B.  $y = 30x + 25$ . C.  $y = 9x + 25$ . D.  $y = 30x - 25$ .
- Câu 8:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $BC'$ ?  
A.  $A'D$ . B.  $AC$ . C.  $BB'$ . D.  $AD'$ .
- Câu 9:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x}$  có giá trị bằng  
A.  $-\frac{1}{2}$ . B.  $-5$ . C.  $\frac{3}{2}$ . D.  $5$ .
- Câu 10:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}$ .  
A.  $-3$ . B.  $4$ . C.  $+\infty$ . D.  $-\infty$ .
- Câu 11:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 3x)$  bằng  
A.  $+\infty$ . B.  $-1$ . C.  $-\infty$ . D.  $-7$ .
- Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + 2020)^{100}$  là:  
A.  $y' = 100(x^2 + 2020)^{99}$ . B.  $y' = 200(x^2 + 2020)^{99}$ .  
C.  $y' = 200x(x^2 + 2020)^{99}$ . D.  $y' = 100x(x^2 + 2020)^{99}$ .

- Câu 13:** Cho hàm số  $y = 2x^2 + 3x + 1$  ( $P$ ). Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của ( $P$ )?
- A.  $y = 7x - 1$ . B.  $y = 7x + 6$ . C.  $y = 7x + 1$ . D.  $y = 7x + 15$ .
- Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(2x + 1)^{100}$  là:
- A.  $y' = 2 \cos(2x + 1)^{99}$ . B.  $y' = 200 \cos(2x + 1)^{99}$ .  
C.  $y' = 200 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}$ . D.  $y' = 100 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}$ .
- Câu 15:** Cho hàm số  $y = m \sin x + \sin(m \cos^3 x)$ . Tìm  $m$  biết  $y'(\pi) = 1$ .
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 16:** Cho hàm số  $y = \frac{5-x}{x+1}$  có đồ thị ( $C$ ). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị ( $C$ ) tại điểm có tung độ bằng 1.
- A.  $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ . B.  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ . C.  $y = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$ . D.  $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$ .
- Câu 17:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+2}{x-1}$  ( $C$ ). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: y = -4x + 1$  là
- A.  $y = -4x - 2; y = -4x + 14$ . B.  $y = -4x + 2; y = -4x + 14$ .  
C.  $y = -4x + 2; y = -4x + 1$ . D.  $y = -4x + 12; y = -4x + 14$ .
- Câu 18:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là
- A.  $y = -3x + 1$ . B.  $y = -3x - 1$ . C.  $y = -3x - 7$ . D.  $y = -3x + 7$ .
- Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy ( $ABC$ ).  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $BC$ . Góc giữa mặt bên ( $SBC$ ) và mặt đáy ( $ABC$ ) là
- A.  $\widehat{SAH}$ . B.  $\widehat{SBA}$ . C.  $\widehat{SHA}$ . D.  $\widehat{ASH}$ .
- Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $BC \perp (SAB)$ . B.  $CD \perp (SAD)$ . C.  $BD \perp (SAC)$ . D.  $SA \perp BD$ .
- Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và  $ABCD$  là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $SA \perp (ABCD)$ . B.  $AC \perp (SBC)$ .  
C.  $AC \perp (SBD)$ . D.  $AC \perp (SCD)$ .
- Câu 22:** Gọi  $S$  là tập hợp các tham số nguyên  $a$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n + 2021}{2020 - n} + a^2 + 4a \right) = 0$ . Tổng các phần tử của  $S$  bằng
- A. 5. B. 3. C. -4. D. 2.
- Câu 23:** Cho  $a, b$  là các số nguyên và  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 22}{x - 2} = 19$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $3a - 4b = 0$  B.  $3b + 4a = 0$ . C.  $a = 3 - 2b$ . D.  $a - b = -1$
- Câu 24:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt[3]{27n^3 + n} \right)$

A.  $+\infty$ .

B. 1.

C.  $-\infty$ .

D.  $\frac{25}{54}$ .

**Câu 25:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ .

A.  $m = 0$ .

B.  $m = 2$ .

C.  $m = -1$ .

D.  $m = 1$ .

**Câu 26:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ .

A.  $m = -1$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $m = -2$ .

D.  $m = 0$ .

**Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $a$  và  $\hat{B} = 60^\circ$ . Biết  $SA = 2a$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $SC$ .

A.  $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $\frac{5a\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  trong đó  $SA, AB, BC$  vuông góc với nhau từng đôi một. Biết  $SA = 3a$ ,  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = a\sqrt{6}$ . Khoảng cách từ  $B$  đến  $SC$  bằng

A.  $a\sqrt{2}$ .

B.  $2a$ .

C.  $2a\sqrt{3}$ .

D.  $a\sqrt{3}$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  nhận giá trị nào sau đây?

A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $a$ .

C.  $a\sqrt{2}$ .

D.  $2a$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $O$  giao điểm  $AC$  và  $BD$ . Tính khoảng cách từ  $O$  tới mp $(SCD)$ .

A.  $\frac{a}{\sqrt{6}}$ .

B.  $\frac{a}{2}$ .

C.  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

D.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 31:** Cho hai tam giác đều  $ABC$  và  $ABD$  cạnh  $a$  nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và

$$[x \cdot f(x)]' + [f'(x) + 2] \left[ f'(x) - \frac{5}{2} \right] = f(x) - 2x. \text{ Đạo hàm của hàm số } y = f(x) \text{ tại } x_0 = 2$$

thuộc khoảng nào sau đây, biết đạo hàm cấp hai tại  $x_0$  khác 0?

A.  $(0; 2)$ .

B.  $\left(2; \frac{3}{2}\right)$ .

C.  $(-1; 0)$ .

D.  $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + mx^2 + x + 1$ . Gọi  $k$  là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có hoành độ  $x = 1$ . Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để thỏa mãn  $k \cdot f(-1) < 0$ .

A.  $m > 2$ .

B.  $m \leq -2$ .

C.  $-2 < m < 1$ .

D.  $m \geq 1$ .

- Câu 34:** Biết rằng đi qua điểm  $A(1;0)$  có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  và các tiếp tuyến này có hệ số góc lần lượt là  $k_1, k_2$ . Khi đó tích  $k_1.k_2$  bằng:
- A. 2.                      B. 0.                      C. -3.                      D. 6.
- Câu 35:** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để từ điểm  $A(1;m)$  kẻ được hai tiếp tuyến đến  $(C)$ .
- A.  $m > -\frac{1}{2}$ .                      B.  $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m \neq -2 \end{cases}$ .                      C.  $m < -\frac{1}{2}$ .                      D.  $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$ .
- Câu 36:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x + 2$  có đồ thị  $(C)$  và điểm  $A(1;5)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  biết tiếp tuyến đi qua điểm  $A$ .
- A.  $y = -5x + 10$ .                      B.  $y = x - 4$ .                      C.  $y = -x + 6$ .                      D.  $y = x + 4$ .
- Câu 37:** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  là
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 38:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa  $AC'$  và  $BD$ .
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 39:** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Với giá trị nào của  $x$  thì hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc.
- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .                      B.  $\frac{a}{2}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $\frac{a}{3}$ .
- Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a > 0$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  là:
- A.  $\frac{3a}{2}$ .                      B.  $\frac{2a}{3}$ .                      C.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{10}a}{2}$ .
- Câu 41:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $AD = 2a$ ,  $AB = a$ , góc  $\widehat{BCD}$  bằng  $60^\circ$ ,  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $SB = a\sqrt{3}$ . Tính  $\cos$  của góc tạo bởi  $SD$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .
- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{15}}{4}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .
- Câu 42:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 8}{x - 5} = 3$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \sqrt[3]{f(x)+19} - 9}{2x^2 - 17x + 35}$
- A.  $T = \frac{11}{36}$ .                      B.  $T = \frac{11}{18}$ .                      C.  $T = \frac{13}{36}$ .                      D.  $T = \frac{13}{18}$ .
- Câu 43:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 2$ . Tìm  $m$  để hàm số

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2f^2(x) - 7f(x) - 15}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 1 ?$$

- A.  $m = 24$ . B.  $m = 25$ . C.  $m = 26$  D.  $m = 27$

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ;  $SA = a$ ;  $SA \perp (ABCD)$  Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SC$ ;  $BD$  bằng:

- A.  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ . B.  $a\sqrt{6}$ . C.  $a\sqrt{3}$ . D.  $a$ .

**Câu 45:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 1$ ,  $AC = 2$ ,  $AA' = 3$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là các điểm trên cạnh  $BB'$ ,  $CC'$  sao cho  $BM = 3B'M$ ;  $CN = 2C'N$ . Tính khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(A'BN)$ .

- A.  $\frac{9\sqrt{138}}{184}$ . B.  $\frac{3\sqrt{138}}{46}$ . C.  $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$ . D.  $\frac{9\sqrt{138}}{46}$

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , xác định, có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x) = x f(2x-1)$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$  vuông góc với nhau. Tìm biểu thức đúng?

- A.  $2 < f^2(1) < 4$ . B.  $f^2(x) < 2$ . C.  $f^2(x) \geq 8$ . D.  $4 \leq f^2(x) < 8$ .

**Câu 47:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , thỏa mãn  $f(x^2) + 2f(1-x) = x^4 - 2$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ bằng 1 là

- A.  $y = 2x + 2$ . B.  $y = -x + 2$ . C.  $y = -x$ . D.  $y = -1$ .

**Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$  (C). Tồn tại hai tiếp tuyến của (C) phân biệt và có cùng hệ số góc  $k$ , đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục  $Ox$ ,  $Oy$  tương ứng tại  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = 2017.OB$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị của  $k$  thỏa mãn yêu cầu bài toán?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị (C). Gọi  $A, B$  thuộc đồ thị (C) có hoành độ  $a, b$  sao cho tiếp tuyến của (C) tại  $A$  và  $B$  song song với nhau và độ dài đoạn  $AB = 4\sqrt{2}$ . Khi đó tích  $a.b$  có giá trị bằng:

- A.  $-2$ . B.  $-3$ . C.  $2$ . D.  $4$ .

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , gọi  $M$  là điểm thuộc cạnh  $SC$  sao cho  $MC = 2MS$ . Biết  $AB = 3, BC = 3\sqrt{3}$ , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BM$ .

- A.  $\frac{3\sqrt{21}}{7}$  B.  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$  C.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$  D.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$

----- HẾT -----

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$  và  $\lim v_n = -5$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng
- A.  $-7$ . B.  $7$ . C.  $-10$ . D.  $-3$ .

#### Lời giải

Theo định lý giới hạn hữu hạn của dãy số, ta có  $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 2 - 5 = -3$ .

- Câu 2:** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A.  $\lim |u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = -\infty$ . B.  $\lim |u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = +\infty$ .  
C. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim \lim |u_n| = 0$ . D. Nếu  $\lim u_n = -a$  thì  $\lim |u_n| = a$ .

#### Lời giải

Mệnh đề (A) sai vì thiếu trường hợp  $\lim u_n = +\infty$ .

Mệnh đề (B) sai vì thiếu trường hợp  $\lim u_n = -\infty$ .

Mệnh đề (D) sai vì có thể  $a < 0$ .

- Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Nếu  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
B. Nếu  $f(a).f(b) < 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
C. Nếu  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$ .  
D. Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm nằm trong  $(a; b)$  thì  $f(a).f(b) < 0$ .

#### Lời giải

#### Chọn B

- Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$ . Hàm số có đạo hàm  $f'(x)$  bằng:

- A.  $2x$ . B.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ . C.  $\frac{\sqrt{x}}{2}$ . D.  $\sqrt{x}$ .

#### Lời giải.

#### Chọn B

- Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  bởi  $f(x) = -2x^2 + 3x$ . Hàm số có đạo hàm  $f'(x)$  bằng:

- A.  $-4x - 3$ . B.  $-4x + 3$ . C.  $4x + 3$ . D.  $4x - 3$ .

#### Lời giải.

#### Chọn B

□ Sử dụng các công thức đạo hàm:  $x' = 1$ ;  $(k.u)' = k.u'$ ;  $(x^n)' = n.x^{n-1}$ ;  $(u+v)' = u' + v'$ .

□  $f'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -2(x^2)' + 3x' = -4x + 3$ .

- Câu 6:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + 5$  có đồ thị  $(C)$ . Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  bằng

- A.  $4$ . B.  $-1$ . C.  $6$ . D.  $7$ .

#### Lời giải

Ta có:  $y' = 3x^2 - 4x$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến với  $(C)$  tại điểm có hoành độ  $-1$  bằng:

$$k = y'(-1) = 7..$$

**Câu 7:** Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2$  tại điểm có hoành độ bằng  $-3$  có phương trình là:

- A.**  $y = 9x - 25$ .      **B.**  $y = 30x + 25$ .      **C.**  $y = 9x + 25$       **D.**  $y = 30x - 25$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = 3x^2 + 6x$ ;  $y'(-3) = 9$ ;  $y(-3) = -2$ .

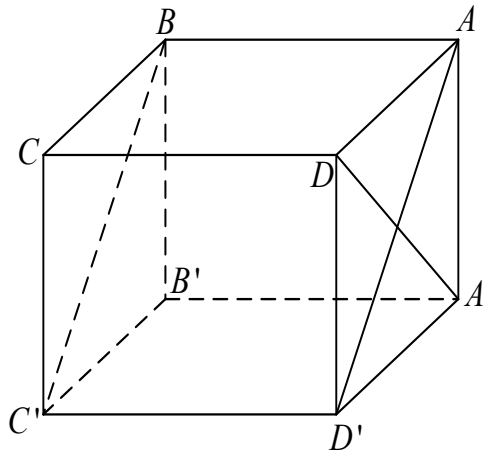
Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là:  $y = 9(x + 3) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 25$ .

**Câu 8:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $BC'$ ?

- A.**  $A'D$ .      **B.**  $AC$ .      **C.**  $BB'$ .      **D.**  $AD'$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên suy ra

$$\begin{cases} AD' \perp AB \\ AD' \perp A'D \end{cases} \Rightarrow A'D \perp (ABC'D') \Rightarrow AD' \perp BC'$$

**Câu 9:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x}$  có giá trị bằng

- A.**  $-\frac{1}{2}$ .      **B.**  $-5$ .      **C.**  $\frac{3}{2}$ .      **D.**  $5$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - \frac{1}{x}}{\frac{2}{x} - 1} = \frac{5-0}{0-1} = -5. \text{ (Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0).$$

**Câu 10:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}$ .

**A. -3.**

**B. 4.**

**C.  $+\infty$ .**

**D.  $-\infty$ .**

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-4) = -3.$

**Câu 11:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 3x)$  bằng

**A.  $+\infty$ .**

**B. -1.**

**C.  $-\infty$ .**

**D. -7.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 3x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 3 \right) \right]$

$= -\infty$

(vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 3 \right) = -1 < 0$ ).

**Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + 2020)^{100}$  là:

**A.  $y' = 100(x^2 + 2020)^{99}$ .**

**B.  $y' = 200(x^2 + 2020)^{99}$ .**

**C.  $y' = 200x(x^2 + 2020)^{99}$ .**

**D.  $y' = 100x(x^2 + 2020)^{99}$ .**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$$y' = \left[ (x^2 + 2020)^{100} \right]' = 100(x^2 + 2020)^{99} (x^2 + 2020)' = 200x(x^2 + 2020)^{99}.$$

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = 2x^2 + 3x + 1$  ( $P$ ). Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của ( $P$ )?

**A.  $y = 7x - 1$ .**

**B.  $y = 7x + 6$ .**

**C.  $y = 7x + 1$ .**

**D.  $y = 7x + 15$ .**

**Lời giải**

**Chọn A**

Với  $\Delta x$  là số gia của đối số tại  $x_0$ , ta có

$$\begin{aligned} \Delta y &= 2(x_0 + \Delta x)^2 + 3(x_0 + \Delta x) + 1 - (2x_0^2 + 3x_0 + 1) \\ &= 2x_0^2 + 4x_0\Delta x + 2\Delta x^2 + 3x_0 + 3\Delta x + 1 - 2x_0^2 - 3x_0 - 1 \\ &= 4x_0\Delta x + 2\Delta x^2 + 3\Delta x; \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4x_0\Delta x + 2\Delta x^2 + 3\Delta x}{\Delta x} = 4x_0 + 2\Delta x + 3;$$



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (4x_0 + 2\Delta x + 3) = 4x_0 + 3.$$

Vậy  $y'(x_0) = 4x_0 + 3$ .

Dựa vào các phương án đưa ra ta thấy đều có hệ số góc  $k = 7$ ;

$$y'(x_0) = 7 \Leftrightarrow 4x_0 + 3 = 7 \Leftrightarrow x_0 = 1; \quad y_0 = 2.1^2 + 3.1 + 1 = 6;$$

Phương trình tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $(1; 6)$  là:  $y - 6 = 7(x - 1)$  hay  $y = 7x - 1$ .

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(2x + 1)^{100}$  là:

**A.**  $y' = 2 \cos(2x + 1)^{99}$ .    **B.**  $y' = 200 \cos(2x + 1)^{99}$ .

**C.**  $y' = 200 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}$ .

**D.**  $y' = 100 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$$y' = 200 \cos(2x + 1)^{100} (2x + 1)^{99}.$$

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = m \sin x + \sin(m \cos^3 x)$ . Tìm  $m$  biết  $y'(\pi) = 1$ .

**A.** 4.

**B.** 3.

**C.** 2.

**D.** 1

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = m \cos x - 3m \cos^2 x \cdot \sin x \cdot \cos(m \cos^3 x)$ ,

$$y'(\pi) = -m \cos(\pi) - 3m \cos^2(\pi) \cdot \sin(\pi) \cdot \cos(m \cos^2(\pi)) = m.$$

$$y'(\pi) = 1 \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = \frac{5-x}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm có tung độ bằng 1.

**A.**  $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ .

**B.**  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ .

**C.**  $y = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$ .

**D.**  $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y_0 = 1 \Rightarrow 1 = \frac{5-x_0}{x_0+1} \Rightarrow x_0 = 2$ .

$$y' = \frac{(5-x)'(x+1) - (5-x)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{-6}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(x_0) = y'(2) = \frac{-2}{3}.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là:  $y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0 = -\frac{2}{3}(x - 2) + 1 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ .

- Câu 17:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+2}{x-1}$  (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: y = -4x + 1$  là
- A.**  $y = -4x - 2; y = -4x + 14$ . **B.**  $y = -4x + 21; y = -4x + 14$ .  
**C.**  $y = -4x + 2; y = -4x + 1$ . **D.**  $y = -4x + 12; y = -4x + 14$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

$$y' = \frac{-4}{(x-1)^2}$$

$$\text{Gọi } M(x_0; y_0) \text{ là tiếp điểm} \Rightarrow y'(x_0) = -4 \Leftrightarrow -4 = \frac{-4}{(x_0-1)^2} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến tại } M(0; -2): y = -4(x-0) - 2 \Leftrightarrow y = -4x - 2.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến tại } M(2; 6): y = -4(x-2) + 6 \Leftrightarrow y = -4x + 14.$$

- Câu 18:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là
- A.**  $y = -3x + 1$ . **B.**  $y = -3x - 1$  **C.**  $y = -3x - 7$ . **D.**  $y = -3x + 7$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đạo hàm } y' = 3x^2 - 6x.$$

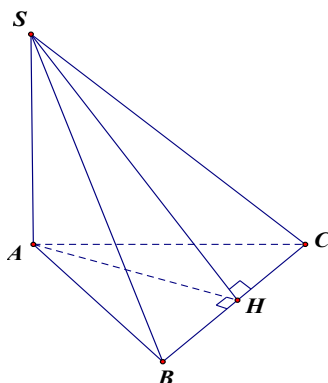
$$\text{Theo đề ta có phương trình } 3x^2 - 6x = -3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = -4.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến: } y = -3(x-1) - 4 \Leftrightarrow y = -3x - 1.$$

- Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABC)$ .  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $BC$ . Góc giữa mặt bên  $(SBC)$  và mặt đáy  $(ABC)$  là
- A.**  $\widehat{SAH}$ . **B.**  $\widehat{SBA}$ . **C.**  $\widehat{SHA}$ . **D.**  $\widehat{ASH}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $BC = (SBC) \cap (ABC)$

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH.$$

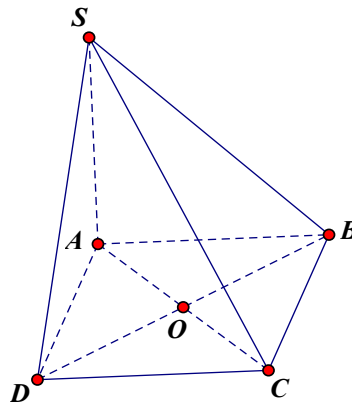
Vậy góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc  $\widehat{SHA}$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $BC \perp (SAB)$ .      B.  $CD \perp (SAD)$ .      **C.  $BD \perp (SAC)$ .**      D.  $SA \perp BD$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



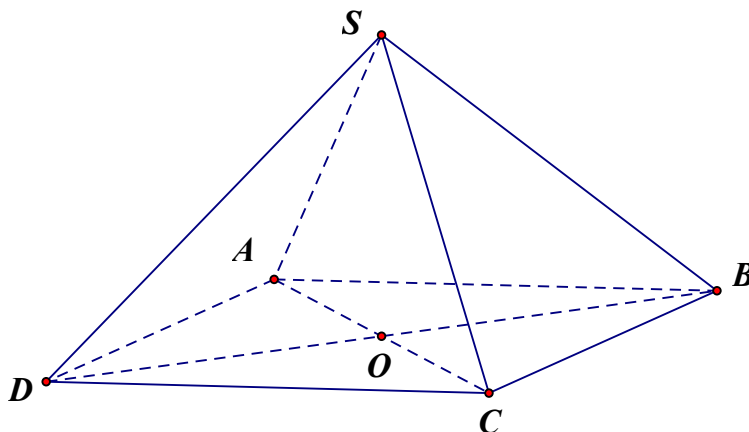
Vì  $ABCD$  là hình chữ nhật nên  $BD$  không vuông góc với  $AC$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và  $ABCD$  là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.  $SA \perp (ABCD)$ .      B.  $AC \perp (SBC)$ .  
**C.  $AC \perp (SBD)$ .**      D.  $AC \perp (SCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $AC \perp BD$ .

Gọi O là tâm hình vuông  $ABCD$ .

Tam giác  $SAC$  có  $\begin{cases} SA=SC \\ OA=OC \end{cases} \Rightarrow AC \perp SO$ .

Ta có  $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$ .

- Câu 22:** Gọi  $S$  là tập hợp các tham số nguyên  $a$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n+2021}{2020-n} + a^2 + 4a \right) = 0$ . Tổng các phần tử của  $S$  bằng
- A. 5.                      B. 3.                      C. -4.                      D. 2.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n+2021}{2020-n} + a^2 + 4a \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5 + \frac{2021}{n}}{\frac{2020}{n} - 1} + a^2 + 4a \right) = 0 \Leftrightarrow a^2 + 4a - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ a = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } S = \{-5; 1\} \Rightarrow -5 + 1 = -4.$$

- Câu 23:** Cho  $a, b$  là các số nguyên và  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 22}{x - 2} = 19$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
- A.  $3a - 4b = 0$                       B.  $3b + 4a = 0$ .                      C.  $a = 3 - 2b$ .                      D.  $a - b = -1$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 22}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a(x^2 - 4) + b(x - 2) + 4a + 2b - 22}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} [a(x + 2) + b] + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4a + 2b - 22}{x - 2} = 4a + b + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4a + 2b - 22}{x - 2} \end{aligned}$$

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 22}{x - 2} = 19$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 4a + b = 19 \\ 4a + 2b = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

- Câu 24:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt[3]{27n^3 + n} \right)$

- A.  $+\infty$ .                      B. 1.                      C.  $-\infty$ .                      D.  $\frac{25}{54}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt[3]{27n^3 + n} \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} n \left[ \left( \sqrt{9n^2 + 3} - 3n \right) + \left( 3n - \sqrt[3]{27n^3 + n} \right) \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - 3n \right) + n \left( 3n - \sqrt[3]{27n^3 + n} \right) \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - 3n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\left( \sqrt{9n^2 + 3} + 3n \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\left( \sqrt{9 + \frac{3}{n^2}} + 3 \right)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( 3n - \sqrt[3]{27n^3 + n} \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2}{\left( 9n^2 + 3n\sqrt[3]{27n^3 + n} + \sqrt[3]{(27n^3 + n)^2} \right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{\left( 9 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{1}{n^2}} + \sqrt[3]{\left( 27 + \frac{1}{n^2} \right)^2} \right)} = -\frac{1}{27}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt[3]{27n^3 + n} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{27} = \frac{25}{54}.$$

**Câu 25:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ .

A.  $m = 0$ .

B.  $m = 2$ .

C.  $m = -1$ .

D.  $m = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x = 1$$

$$\text{Và } f(1) = m - 1.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 1 \Leftrightarrow m - 1 = 1 \Leftrightarrow m = 2$$

**Câu 26:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ .

A.  $m = -1$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $m = -2$ .

D.  $m = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m + 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = -1.$$

$$f(0) = m + 1$$

$$\text{Để hàm liên tục tại } x = 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m + 1 = -1 \Rightarrow m = -2.$$

**Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $a$  và  $\hat{B} = 60^\circ$ . Biết  $SA = 2a$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $SC$ .

- A.  $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $\frac{5a\sqrt{6}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Kẻ  $AH \perp SC$ , khi đó  $d(A; SC) = AH$ .

$ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $a$  và  $\hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$  đều nên  $AC = a$ .

Trong tam giác vuông  $SAC$  ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  trong đó  $SA, AB, BC$  vuông góc với nhau từng đôi một. Biết  $SA = 3a$ ,  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = a\sqrt{6}$ . Khoảng cách từ  $B$  đến  $SC$  bằng

- A.  $a\sqrt{2}$ .      B.  $2a$ .      C.  $2a\sqrt{3}$ .      D.  $a\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  $SA, AB, BC$  vuông góc với nhau từng đôi một nên  $CB \perp SB$ .

Kẻ  $BH \perp SC$ , khi đó  $d(B; SC) = BH$ .

Ta có:  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2\sqrt{3}a$ .

Trong tam giác vuông  $SBC$  ta có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow BH = \frac{SB \cdot BC}{\sqrt{SB^2 + BC^2}} = 2a.$$

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  nhận giá trị nào sau đây?

**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

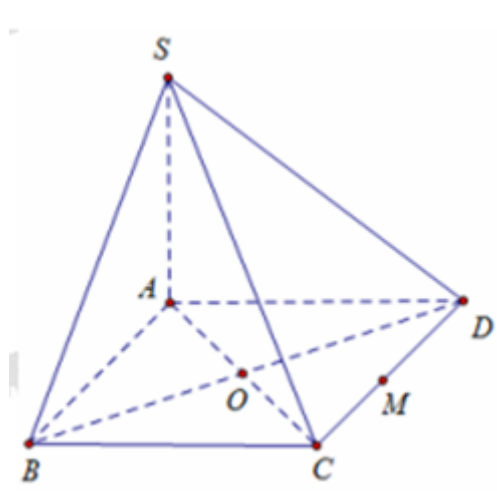
**B.**  $a$ .

**C.**  $a\sqrt{2}$ .

**D.**  $2a$

**Lời giải**

**Chọn A**



Mặt khác  $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$

Do vậy  $d(D, (SAB)) = AD = a$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $O$  giao điểm  $AC$  và  $BD$ . Tính khoảng cách từ  $O$  tới mp $(SCD)$ .

**A.**  $\frac{a}{\sqrt{6}}$ .

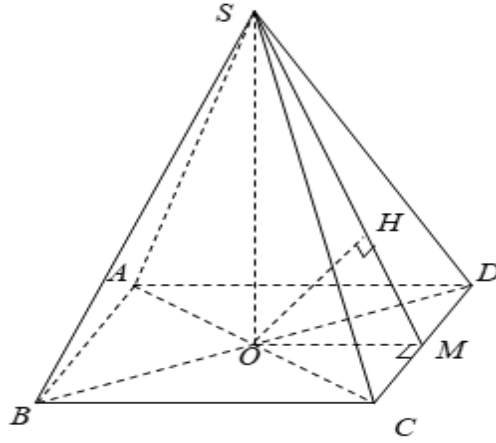
**B.**  $\frac{a}{2}$ .

**C.**  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

**D.**  $\frac{a}{\sqrt{2}}$

**Lời giải**

**Chọn A**



Tính khoảng cách từ  $O$  tới  $mp(SCD)$ :

Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ .

Theo giả thiết  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow CD \perp SO$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} CD \perp SO \subset (SOM) \\ CD \perp OM \subset (SOM) \Rightarrow CD \perp (SOM) \text{ mà } CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SOM). \\ OM \cap SO = O \end{cases}$$

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên  $SM \Rightarrow OH \perp SM = (SCD) \cap (SOM)$ , suy ra  $OH \perp (SCD)$  nên  $d(O, (SCD)) = OH$ .

$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Trong  $\Delta SOM$  vuông tại  $O$ , ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

**Câu 31:** Cho hai tam giác đều  $ABC$  và  $ABD$  cạnh  $a$  nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng

**A.**  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

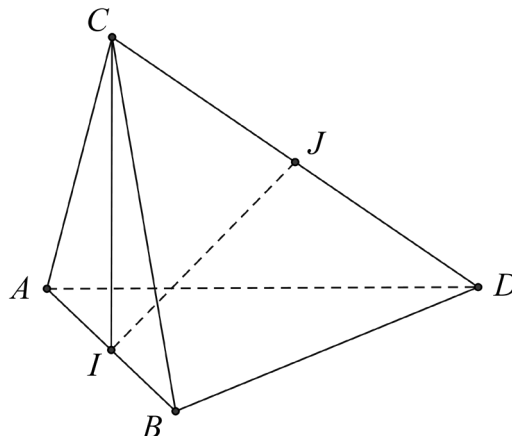
**B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**





Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .  $(ABC) \perp (ABD)$

và hai tam giác  $ABC$  và  $ABD$  đều nên  $AB \perp (CDI)$

và  $CI = DI$  suy ra  $IJ$  là đoạn vuông góc

chung của hai đường thẳng  $AB, CD$ .

Vì tam giác  $CDI$  vuông tại  $I$  và  $J$  là trung điểm của  $CD$

$$\text{Nên } IJ = \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{2CI^2}}{2} = \frac{\sqrt{2\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $[x.f(x)]' + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}\right] = f(x) - 2x$ . Đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại  $x_0 = 2$  thuộc khoảng nào sau đây, biết đạo hàm cấp hai tại  $x_0$  khác 0?

- A.**  $(0; 2)$ .      **B.**  $\left(2; \frac{3}{2}\right)$ .      **C.**  $(-1; 0)$ .      **D.**  $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } [x.f(x)]' + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}x\right] = f(x) - 2x$$

$$\Leftrightarrow f(x) + x.f'(x) + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}x\right] = f(x) - 2x$$

$$\Leftrightarrow x.[f'(x) + 2] + [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{5}{2}x\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow [f'(x) + 2]\left[f'(x) - \frac{3}{2}x\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = -2 \\ f'(x) = \frac{3}{2}x \end{cases}$$

\* Vì đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = f(x)$  khác 0 nên  $f'(x) = \frac{3}{2}x$ .

$$\text{Vậy } f''(2) = \frac{3}{2}.2 = 3.$$

**Câu 33:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + mx^2 + x + 1$ . Gọi  $k$  là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có hoành độ  $x = 1$ . Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để thỏa mãn  $k.f(-1) < 0$ .

- A.**  $m > 2$ .      **B.**  $m \leq -2$ .      **C.**  $-2 < m < 1$       **D.**  $m \geq 1$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 + 2mx + 1$

$$k = f'(1) = 4 + 2m$$

$$\Rightarrow k.f'(-1) = (4 + 2m)(m - 1).$$

Khi đó:  $k.f'(-1) < 0 \Leftrightarrow (4 + 2m)(m - 1) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$ .

**Câu 34:** Biết rằng đi qua điểm  $A(1;0)$  có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  và các tiếp tuyến này có hệ số góc lần lượt là  $k_1, k_2$ . Khi đó tích  $k_1.k_2$  bằng:

**A.** 2.

**B.** 0.

**C.** -3.

**D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 3x^2 - 3$ .

Gọi  $x_0$  là hoành độ tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ  $x_0$  có dạng:

$$y = (3x_0^2 - 3)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2.$$

Tiếp tuyến đi qua  $A(1;0) \Leftrightarrow (3x_0^2 - 3)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow -2x_0^3 + 3x_0^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Với  $x_0 = 1$  phương trình tiếp tuyến là đường thẳng  $y = 0$ , có hệ số góc  $k_1 = 0$ .

Với  $x_0 = -\frac{1}{2}$  phương trình tiếp tuyến là đường thẳng  $y = -\frac{9}{4}x + \frac{9}{4}$  có hệ số góc  $k_2 = -\frac{9}{4}$ .

Vậy  $k_1.k_2 = 0$ .

**Câu 35:** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để từ điểm  $A(1;m)$  kẻ được hai tiếp tuyến đến  $(C)$ .

**A.**  $m > -\frac{1}{2}$ .

**B.**  $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m \neq -2 \end{cases}$ .

**C.**  $m < -\frac{1}{2}$ .

**D.**  $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}, y' = \frac{3}{(x+1)^2}$$

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  có dạng  $y = k(x-1) + m$ .

$$d \text{ là tiếp tuyến của } (C) \text{ khi và chỉ khi hệ } \begin{cases} \frac{x-2}{x+1} = k(x-1) + m \\ k = \frac{3}{(x+1)^2} \end{cases} \text{ có nghiệm.}$$

Từ hệ trên suy ra:

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{3}{(x+1)^2}(x-1) + m$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+1) = 3(x-1) + m(x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 3x - 3 + mx^2 + 2mx + m$$

$$\Leftrightarrow (1-m)x^2 - 2(2+m)x + 1 - m = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } f(x) = (1-m)x^2 - 2(2+m)x + 1 - m.$$

Từ  $A$  kẻ được hai tiếp tuyến đến  $(C) \Leftrightarrow$  phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác  $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (2+m)^2 - (1-m)^2 > 0 \\ 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 6m+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}.$$

**Câu 36:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x + 2$  có đồ thị  $(C)$  và điểm  $A(1;5)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  biết tiếp tuyến đi qua điểm  $A$ .

**A.**  $y = -5x + 10$ .

**B.**  $y = x - 4$ .

**C.**  $y = -x + 6$ .

**D.**  $y = x + 4$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $M(x_0; y_0) \in (C)$  là tiếp điểm, với  $y_0 = x_0^3 - 2x_0 + 2$ .

Ta có  $y' = 3x^2 - 2$ ;  $y'(x_0) = 3x_0^2 - 2$ .

Phương trình tiếp tuyến tại điểm  $M$  là  $y = (3x_0^2 - 2)(x - x_0) + x_0^3 - 2x_0 + 2 \quad (1)$ .

Vì tiếp tuyến đi qua điểm  $A$  nên thay tọa độ điểm  $A$  vào phương trình (1) ta được

$$5 = (3x_0^2 - 2)(1 - x_0) + x_0^3 - 2x_0 + 2 \Leftrightarrow 2x_0^3 - 3x_0^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

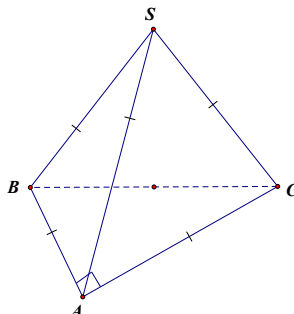
$$\text{Với } x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 3, y'(-1) = 1$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là  $y = x + 4$ .

- Câu 37:** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  là
- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{AB^2 + SA^2 - SB^2}{2} + \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2} = -\frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

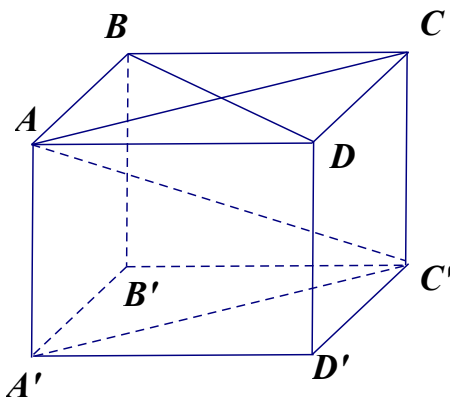
$$\text{Mà } \cos(AB, SC) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) \right| = \left| \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC}}{AB \cdot SC} \right| = \left| \frac{-\frac{a^2}{2}}{a \cdot a} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB, SC) = 60^\circ.$$

- Câu 38:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa  $AC'$  và  $BD$ .

A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

Lời giải

Chọn A



Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $BD \perp AC$ .

Mặt khác  $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp AA'$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AC'.$$

Do đó góc giữa  $AC'$  và  $BD$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 39:** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Với giá trị nào của  $x$  thì hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc.

**A.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

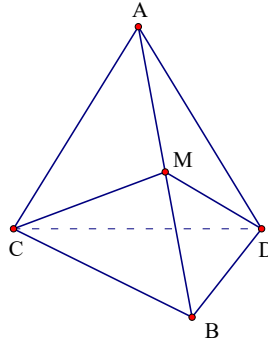
**B.**  $\frac{a}{2}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $\frac{a}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  suy ra  $CM \perp AB$ ,  $DM \perp AB \Rightarrow AB \perp (CDM)$

$$\text{Mà } \begin{cases} (CMD) \cap (ABC) = CM \\ (CMD) \cap (ABD) = DM \end{cases} \Rightarrow \left( \widehat{(ABC); (ABD)} \right) = \left( \widehat{CM; DM} \right) = \widehat{CMD} = 90^\circ.$$

$$\text{Suy ra } \triangle CMD \text{ vuông cân tại } M. \text{ Suy ra } CD = CM \cdot \sqrt{2} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + a^2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a > 0$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  là:

**A.**  $\frac{3a}{2}$ .

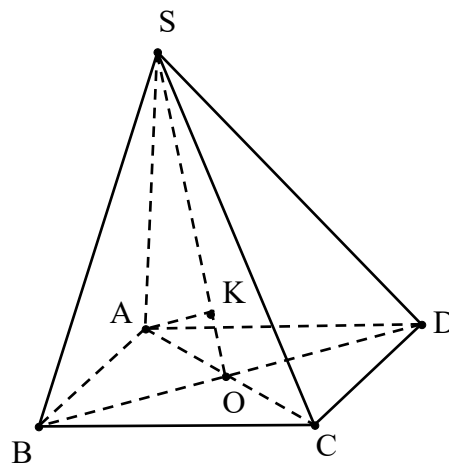
**B.**  $\frac{2a}{3}$ .

**C.**  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{10}a}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $O = AC \cap BD$

Kẻ  $AK \perp SO$  ( $K \in SO$ ) (1)

Ta có:  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$  (\*) và  $AC \perp BD$  (gt) (\*\*). Từ (\*) và (\*\*) suy ra:  
 $BD \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AK$  (2).

Từ (1) và (2) ta có:  $AK \perp (SBD)$  hay  $d(A, (SBD)) = AK$

+ Xét tam giác  $SAO$  vuông tại  $A$ , có:  $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{3}$ .

Vậy:  $d(A, (SBD)) = \frac{2a}{3}$ .

**Câu 41:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $AD = 2a, AB = a$ , góc  $\widehat{BCD}$  bằng  $60^\circ$ ,  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ,  $SB = a\sqrt{3}$ . Tính cos của góc tạo bởi  $SD$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

A.  $\frac{1}{4}$ .

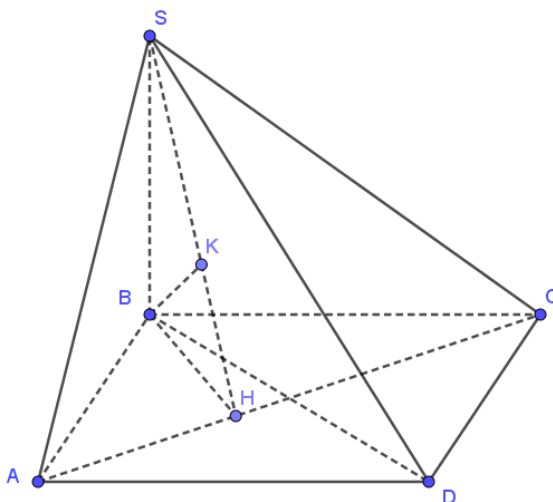
B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{15}}{4}$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $\widehat{SD, (SAC)} = \alpha$

Ta có:  $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cdot \cos 60^\circ} = a\sqrt{3} \Rightarrow SD = \sqrt{SB^2 + BD^2} = a\sqrt{6}$ .

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$ .

$d(D, (SAC)) = d(B, (SAC))$ .

Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $AC, SH$ .  $\Rightarrow AC \perp (SBH) \Rightarrow BK \perp (SAC)$   
 $\Rightarrow d(B, (SAC)) = BK$ .

Ta có:  $BH \cdot AC = BA \cdot BC \cdot \sin 120^\circ \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

$\sin \widehat{SD, (SAC)} = \frac{BK}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .

**Câu 42:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-8}{x-5} = 3$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \sqrt[3]{f(x)+19} - 9}{2x^2 - 17x + 35}$

A.  $T = \frac{11}{36}$ .      B.  $T = \frac{11}{18}$ .      C.  $T = \frac{13}{36}$ .      D.  $T = \frac{13}{18}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-8}{x-5} = 3$ . Do đó  $f(5)-8=0 \Leftrightarrow f(5)=8$ .

$$\begin{aligned} T &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \sqrt[3]{f(x)+19} - 9}{2x^2 - 17x + 35} = \lim_{x \rightarrow 5} \left[ \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot (\sqrt[3]{f(x)+19} - 3)}{(x-5)(2x-7)} + \frac{3(\sqrt{f(x)+1} - 3)}{(x-5)(2x-7)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \left[ \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot (f(x)+19-27)}{(x-5)(2x-7) \left[ \sqrt[3]{(f(x)+19)^2} + 3\sqrt[3]{f(x)+19} + 9 \right]} + \frac{3(f(x)+1-9)}{(x-5)(2x-7)(\sqrt{f(x)+19}+3)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \left[ \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \frac{(f(x)-8)}{(x-5)}}{(2x-7) \left[ \sqrt[3]{(f(x)+19)^2} + 3\sqrt[3]{f(x)+19} + 9 \right]} + \frac{3 \cdot \frac{(f(x)-8)}{(x-5)}}{(2x-7)(\sqrt{f(x)+19}+3)} \right] \\ &= \frac{3 \cdot 3}{3(9+9+9)} + \frac{3 \cdot 3}{3(3+3)} = \frac{11}{18}. \end{aligned}$$

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 2$ . Tìm  $m$  để hàm số

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2f^2(x)-7f(x)-15}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x=1?$$

A.  $m = 24$ .      B.  $m = 25$ .      C.  $m = 26$  D,  $m = 27$

**Lời giải.**

**Chọn A**

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} [f(x)-5] = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$$

Ta có: +)  $g(1) = m + 2$

$$\begin{aligned} +) \lim_{x \rightarrow 1} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x)-7f(x)-15}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[2f(x)+3][f(x)-5]}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} [2f(x)+3] = 2(2 \cdot 5 + 3) = 26 \end{aligned}$$

Hàm số  $g(x)$  liên tục tại  $x=1$  khi:  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = g(1)$

$$\Rightarrow m + 2 = 26 \Leftrightarrow m = 24$$

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ;  $SA = a$ ;  $SA \perp (ABCD)$  Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SC$ ;  $BD$  bằng:

**A.**  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

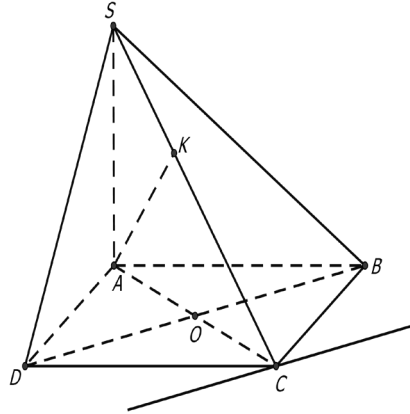
**B.**  $a\sqrt{6}$ .

**C.**  $a\sqrt{3}$ .

**D.**  $a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Dựng  $Cx \parallel BD$ ,  $(\alpha) = (SC, Cx) \Rightarrow BD \parallel (\alpha) \Rightarrow d(BD, SC) = d(BD, (\alpha))$

$$d(BD, (\alpha)) = d(O, (\alpha)) = \frac{1}{2} d(A, (\alpha))$$

Dựng  $AK \perp SC$ . Dễ thấy  $AK \perp (\alpha) \Rightarrow d(A, (\alpha)) = AK$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

**Vậy**  $d(O, (\alpha)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

**Câu 45:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 1$ ,  $AC = 2$ ,  $AA' = 3$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là các điểm trên cạnh  $BB'$ ,  $CC'$  sao cho  $BM = 3B'M$ ;  $CN = 2C'N$ . Tính khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(A'BN)$ .

**A.**  $\frac{9\sqrt{138}}{184}$ .

**B.**  $\frac{3\sqrt{138}}{46}$ .

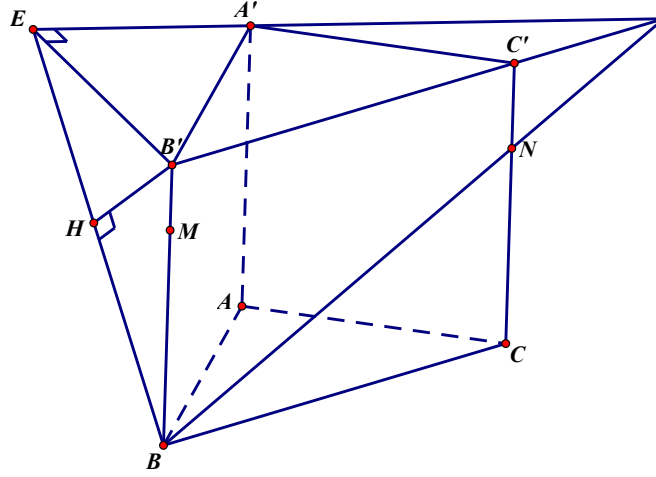
**C.**  $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$ .

**D.**  $\frac{9\sqrt{138}}{46}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**





Ta có  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos \widehat{BAC} = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = 7$ . Suy ra  $BC = \sqrt{7}$ .

Ta cũng có  $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{1^2 + \sqrt{7}^2 - 2^2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ , suy ra  $\cos \widehat{A'B'C'} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ .

Gọi  $D = BN \cap B'C'$ , suy ra  $\frac{DC'}{DB'} = \frac{C'N}{B'B} = \frac{1}{3}$ , nên  $DB' = \frac{3}{2} B'C' = \frac{3\sqrt{7}}{2}$ .

Từ đó, ta có

$$A'D^2 = A'B'^2 + B'D^2 - 2 \cdot A'B' \cdot B'D \cdot \cos \widehat{A'B'D} = 1^2 + \left( \frac{3\sqrt{7}}{2} \right)^2 - 2 \cdot 1 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{43}{4}.$$

Hay  $A'D = \frac{\sqrt{43}}{2}$ .

Kê  $B'E \perp A'D$  và  $B'H \perp BE$ , suy ra  $B'H \perp (A'BN)$ , do đó  $d(B'; (A'BN)) = B'H$ .

$$\text{Từ } \cos \widehat{A'B'C'} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sin \widehat{A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Do đó } S_{A'B'D} = \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot B'D \cdot \sin \widehat{A'B'D} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$B'E = \frac{2S_{A'B'D}}{A'D} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{43}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}.$$

$$\frac{1}{B'H^2} = \frac{1}{B'E^2} + \frac{1}{BB'^2} = \frac{1}{\left( \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}} \right)^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{46}{27} \Rightarrow B'H = \sqrt{\frac{27}{46}}.$$

Từ  $BM = 3B'M$  suy ra

$$d(M; (A'BN)) = \frac{3}{4} d(B'; (A'BN)) = \frac{3}{4} \cdot B'H = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{27}{46}} = \frac{9\sqrt{138}}{184}.$$

- Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , xác định, có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x) = xf(2x-1)$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$  vuông góc với nhau. Tìm biểu thức đúng?
- A.  $2 < f^2(1) < 4$ .      B.  $f^2(x) < 2$ .      C.  $f^2(x) \geq 8$ .      D.  $4 \leq f^2(x) < 8$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$  là:

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$  và có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = g(x) = xf(2x-1)$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$  là:  $y = [f(1) + 2f'(1)](x-1) + f(1)$

(Do  $y' = g'(x) = f(2x-1) + 2xf'(2x-1) \Rightarrow y'(1) = g'(1) = f(1) + 2f'(1)$ ).

Theo giả thiết có hai tiếp tuyến này vuông góc nên tích hệ số góc bằng  $-1$  là, tức

$$f'(1)[f(1) + 2f'(1)] = -1 \Leftrightarrow 2[f'(1)]^2 + f(1)f'(1) + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{8}f^2(1) - 1 = 2\left(f'(1) + \frac{1}{4}f(1)\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8}f^2(1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow f^2(1) \geq 8$$

- Câu 47:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , thỏa mãn  $f(x^2) + 2f(1-x) = x^4 - 2$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ bằng 1 là
- A.  $y = 2x + 2$ .      B.  $y = -x + 2$ .      C.  $y = -x$ .      D.  $y = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ  $f(x^2) + 2f(1-x) = x^4 - 2$  (\*), cho  $x = 1$  và  $x = 0$  ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} f(1) + 2f(0) = -1 \\ f(0) + 2f(1) = -2 \end{cases} \Rightarrow f(1) = -1$$

Lấy đạo hàm hai vế của (\*) ta được  $2xf'(x) - 2f'(1-x) = 4x^3$ , cho  $x = 0$  ta được

$$-2f'(1) = 0 \Rightarrow f'(1) = 0.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x = 1$  là  $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$$\Leftrightarrow y = 0(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -1.$$

- Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$  (C). Tồn tại hai tiếp tuyến của (C) phân biệt và có cùng hệ số góc  $k$ , đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục  $Ox, Oy$  tương ứng tại  $A$  và  $B$  sao cho  $OA = 2017 \cdot OB$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị của  $k$  thỏa mãn yêu cầu bài toán?

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $M_1(x_1; f(x_1))$ ,  $M_2(x_2; f(x_2))$  là hai tiếp điểm mà tại đó các tiếp tuyến của  $(C)$  có cùng hệ số góc  $k$ .

Ta có  $y' = 3x^2 + 12x + 9$ .

Khi đó  $k = 3x_1^2 + 12x_1 + 9 = 3x_2^2 + 12x_2 + 9 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 4) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 & (\text{loại do } x_1 \neq x_2) \\ x_1 + x_2 = -4 = S \end{cases} \quad (1)$$

Hệ số góc của đường thẳng  $M_1M_2$  là  $k' = \pm \frac{OB}{OA} = \pm \frac{1}{2017} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

$$\Leftrightarrow \pm \frac{1}{2017} = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) + 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1x_2 = \frac{2016}{2017} = P \\ x_1x_2 = \frac{2018}{2017} = P \end{cases} \quad (2)$$

Với  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 = S \\ x_1x_2 = \frac{2016}{2017} = P \end{cases}$ , do  $S^2 > 4P$  nên tồn tại hai cặp  $x_1, x_2 \Rightarrow$  tồn tại 1 giá trị  $k$ .

Với  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 = S \\ x_1x_2 = \frac{2018}{2017} = P \end{cases}$ , do  $S^2 > 4P$  nên tồn tại hai cặp  $x_1, x_2 \Rightarrow$  tồn tại 1 giá trị  $k$ .

Vậy có 2 giá trị  $k$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $A, B$  thuộc đồ thị  $(C)$  có hoành độ  $a, b$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  song song với nhau và độ dài đoạn  $AB = 4\sqrt{2}$ . Khi đó tích  $a.b$  có giá trị bằng:

A. -2.

B. -3.

C. 2.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử  $A(a; a^3 - 3a^2 + 1)$ ,  $B(b; b^3 - 3b^2 + 1)$  thuộc  $(C)$ , với  $a \neq b$ .

Vì tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  song song với nhau nên:

$$y'(a) = y'(b) \Leftrightarrow 3a^2 - 6a = 3b^2 - 6b \Leftrightarrow a^2 - b^2 - 2(a - b) = 0 \Leftrightarrow (a - b)(a + b - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow a + b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2 - a. \text{ Vì } a \neq b \text{ nên } a \neq 2 - a \Leftrightarrow a \neq 1.$$

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{(b - a)^2 + (b^3 - 3b^2 + 1 - a^3 + 3a^2 - 1)^2} = \sqrt{(b - a)^2 + (b^3 - a^3 - 3(b^2 - a^2))^2}$$

$$= \sqrt{(b - a)^2 + [(b - a)^3 + 3ab(b - a) - 3(b - a)(b + a)]^2}$$

$$= \sqrt{(b - a)^2 + (b - a)^2 [(b - a)^2 + 3ab - 3.2]^2}$$

$$= \sqrt{(b - a)^2 + (b - a)^2 [(b + a)^2 - ab - 6]^2} = \sqrt{(b - a)^2 + (b - a)^2 (-2 - ab)^2}.$$

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= (b-a)^2 [1+(-2-ab)^2] = (2-2a)^2 [1+(a^2-2a-2)^2] \\
 &= 4(a-1)^2 [1+[(a-1)^2-3]^2] = 4(a-1)^2 [(a-1)^4 - 6(a-1)^2 + 10] \\
 &= 4(a-1)^6 - 24(a-1)^4 + 40(a-1)^2.
 \end{aligned}$$

Mà  $AB = 4\sqrt{2}$  nên  $4(a-1)^6 - 24(a-1)^4 + 40(a-1)^2 = 32$

$$\Leftrightarrow (a-1)^6 - 6(a-1)^4 + 10(a-1)^2 - 8 = 0. (*)$$

Đặt  $t = (a-1)^2, t > 0$ . Khi đó (\*) trở thành:  $t^3 - 6t^2 + 10t - 8 = 0 \Leftrightarrow (t-4)(t^2 - 2t + 2) = 0 \Leftrightarrow t = 4$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \Rightarrow b=-1 \\ a=-1 \Rightarrow b=3 \end{cases}.$$

Vậy  $a.b = -3$ .

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , gọi  $M$  là điểm thuộc cạnh  $SC$  sao cho  $MC = 2MS$ . Biết  $AB = 3, BC = 3\sqrt{3}$ , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BM$ .

**A.**  $\frac{3\sqrt{21}}{7}$

**B.**  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$

**C.**  $\frac{\sqrt{21}}{7}$

**D.**  $\frac{\sqrt{21}}{7}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $AC$  cắt  $SA$  tại

$$N \Rightarrow AC // MN \Rightarrow AC // (BMN)$$

$$AC \perp AB, AC \perp SH \Rightarrow AC \perp (SAB)$$

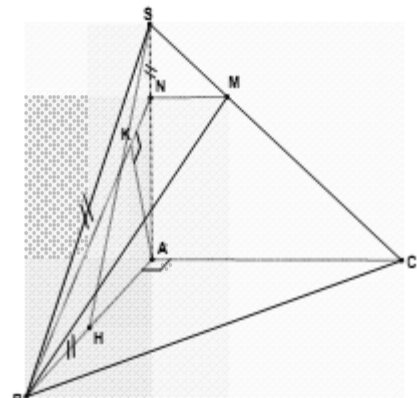
$$AC // MN \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow (BMN) \perp (SAB) \text{ theo giao tuyến } BN.$$

Ta có:

$$AC // (BMN) \Rightarrow d(AC, BM) = d(AC, (BMN))$$

$$= d(A, (BMN)) = AK \text{ (với } K \text{ là hình chiếu của } A \text{ lên } BN).$$



$$\frac{NA}{SA} = \frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{ABN} = \frac{2}{3} S_{SAB} = \frac{2}{3} \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt) và } AN = \frac{2}{3} SA = 2$$

$$BN = \sqrt{AN^2 + AB^2 - 2AN \cdot AB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$$

Vậy  $d(AC, BM) = \frac{3\sqrt{21}}{7}$  (đvdd).

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 26 (100TN)

**Câu 1:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- A.** 1, 0, 1, 0, 1.      **B.** 1, 2, 4, 6, 8.      **C.** 3, -3, 3, -3, 3.      **D.** 1, 4, 9, 16, 25.

**Câu 2:** Cho các dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = +\infty$ . Hãy chọn khẳng định đúng nhất?

- A.**  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .      **B.**  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .      **C.**  $\lim(u_n + v_n) = 0$ .      **D.**  $\lim(u_n - v_n) = a$ .

**Câu 3:**  $\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$  có giá trị bằng

- A.**  $-\infty$ .      **B.** -2.      **C.** 0.      **D.** -6.

**Câu 4:** Tính  $\lim \frac{5^n - 1}{3^n + 1}$

- A.**  $\frac{3}{5}$ .      **B.**  $\frac{5}{3}$ .      **C.**  $+\infty$ .      **D.**  $-\infty$ .

**Câu 5:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{|1 - x^2|}$  bằng

- A.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2}$ .      **B.**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$ .      **C.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{x - 1}$ .      **D.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{1 - x}$ .

**Câu 6:** Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x - 1}}{x - 3} = b$ . Chọn khẳng định **sai**?

- A.**  $b \geq 0$ .      **B.**  $a \geq 0$ .      **C.**  $b < 0$ .      **D.**  $a = b^2$ .

**Câu 7:** Gọi S là tập các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ . Số phần tử của tập S bằng

- A.** 0.      **B.** 1.      **C.** 2.      **D.** 3.

**Câu 8:** Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$ .      **B.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$ .  
**C.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x + x_0}$ .      **D.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

**Câu 9:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$  song song với đường thẳng  $x - 5y + 2020 = 0$  có phương trình là

- A.**  $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$ .      **B.**  $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$ .  
**C.**  $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$ .      **D.**  $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$  ( $x > 0$ ) Tính  $f''(1)$ .

- A.  $f''(1) = 4$ .      B.  $f''(1) = 2$ .      C.  $f''(1) = \frac{1}{2}$ .      D.  $f''(1) = \frac{1}{4}$ .

**Câu 11:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x^2}$ :

- A.  $+\infty$ .      B.  $\frac{a}{2}$ .      C.  $\frac{a^2}{2}$ .      D. 0.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ . Vi phân của hàm số là:

- A.  $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$ .      B.  $dy = \frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$ .      C.  $dy = -\frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$ .      D.  $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$ .

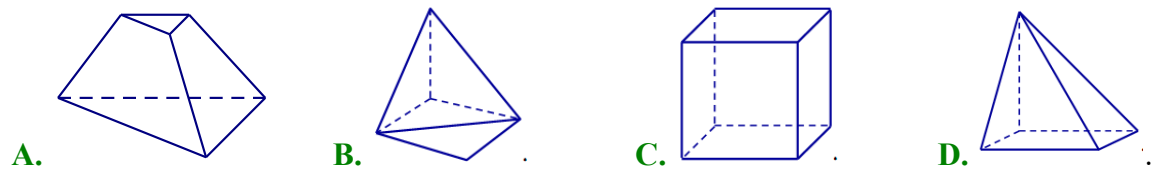
**Câu 13:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2021$ . Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $y'' > 0$ .

- A.  $[1; +\infty)$ .      B.  $[0; 2]$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MCD)$  và  $(SAB)$ .

- A.  $MA$ .      B.  $Mx, (Mx \parallel AB)$ .      C.  $MO$ .      D.  $My, (My \parallel BC)$ .

**Câu 15:** Hình nào dưới đây là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác?



**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$ .      B.  $2\overrightarrow{C'M} = \overrightarrow{C'A} + \overrightarrow{C'D}$ .  
C.  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$ .      D.  $\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{AD}$ .

**Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.      B. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.  
C. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.      D. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Câu 18:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ . Hãy chọn khẳng định **sai**

- A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ .      B.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ .  
C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .      D.  $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ .

**Câu 19:** Tìm các mệnh đề **sai**:

- (I)  $\left. \begin{array}{l} a // b \\ (\alpha) \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp b$       (II)  $\left. \begin{array}{l} (\alpha) // (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$   
(III)  $\left. \begin{array}{l} (\alpha) \perp a \\ (\beta) \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$       (IV)  $\left. \begin{array}{l} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$

A. (I).

B. (II).

C. (III).

D. (III), (IV).

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $SB \perp (MAC)$ .

B.  $AM \perp (SBC)$ .

C.  $AM \perp (SAD)$ .

D.  $AM \perp (SBD)$ .

**Câu 21:** Một cấp số nhân hữu hạn có công bội  $q = 2$ , số hạng thứ bốn bằng  $-24$  và số hạng cuối bằng  $-1572864$ . Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng.

A. 18.

B. 19.

C. 20.

D. 21.

**Câu 22:** Biết giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt{9n^2 + 2} \right) \right] = \frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó, giá trị  $a^2 + b$  bằng

A. 31.

B. 7.

C. 84.

D. 37.

**Câu 23:** Trong dịp hội trại hè 2021, bạn An thả một quả bóng cao su từ độ cao  $6(\text{m})$  so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

A.  $44(\text{m})$ .

B.  $45(\text{m})$ .

C.  $42(\text{m})$ .

D.  $43(\text{m})$ .

**Câu 24:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$

A.  $I = \frac{1}{6}$ .

B.  $I = \frac{5}{6}$ .

C.  $I = -\frac{5}{6}$ .

D. Nếu  $I = -\frac{1}{6}$ .

**Câu 25:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{9x^2 - 18x + 1} + 3x \right) = a$  với  $a \in \mathbb{N}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a$  chia hết cho 6.

B.  $a$  chia hết cho 2.

C.  $a$  là hợp số.

D.  $a$  chia hết cho 3.

**Câu 26:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} = 14$ . Giới hạn của  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3f(x) - 2} - 2}{x - 1}$  là:

A.  $+\infty$ .

B. 21.

C. -21.

D. 0.

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

B. Hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

C. Hàm số liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ .

D. Hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

**Câu 28:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$

A.  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

B.  $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ .

C.  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .

D.  $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$ .

- Câu 29:** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x}{x - 2}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$  có chứa bao nhiêu phân tử là số nguyên?  
**A.** 4. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 30:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt?  
**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 31:** Cho đồ thị  $(C): y = \frac{3x - 2}{x - 1}$  và  $A(9; 0)$ . Có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $(C)$  đi qua điểm  $A(9; 0)$ . Biết tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó có dạng  $-\frac{a}{b}$  (với  $a, b$  là các số nguyên dương,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị của  $a + b$  là bao nhiêu?  
**A.** 30. **B.** 29. **C.** 3. **D.** -29.
- Câu 32:** Cho hàm số  $y = (m + 1)\sin x + m\cos x - (m + 2)x + 1$ . Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $y' = 0$  vô nghiệm  
**A.**  $S = 2$ . **B.**  $S = 3$ . **C.**  $S = 4$ . **D.**  $S = 5$ .
- Câu 33:** Cho hàm số  $y = \cos^4 x + \sin^4 x$ . Biết  $y' = \frac{a}{b}\sin 4x$ ,  $a, b$  là số nguyên và  $a, b$  nguyên tố cùng nhau. Tính  $a^2 + b^2$ .  
**A.** 17. **B.** 257. **C.** 5. **D.** 226.
- Câu 34:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , gọi  $N$  là điểm thỏa  $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$ ,  $M$  là trung điểm của  $A'D'$ ,  $I$  là giao điểm của  $A'N$  và  $B'M$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:  
**A.**  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ . **B.**  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AA'} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ . **D.**  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ .
- Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh bằng  $2a$ ,  $\Delta SAD$  vuông tại  $A$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB$  và  $BC$ . Biết  $SM = SA = a$ . Khi đó cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $DN$  bằng?  
**A.**  $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{5}$ . **B.**  $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{2}$ .  
**C.**  $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ . **D.**  $\cos(\widehat{SM, DN}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .
- Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?  
**A.**  $SC \perp (AFB)$ . **B.**  $SC \perp (AEF)$ . **C.**  $SC \perp (AEC)$ . **D.**  $SC \perp (AED)$ .
- Câu 37:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có các cạnh  $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(AB'D')$  và  $(A'C'D)$  là  $\alpha$ . Tính giá trị gần đúng của  $\alpha$ ?  
**A.**  $45,2^\circ$ . **B.**  $38,1^\circ$ . **C.**  $53,4^\circ$ . **D.**  $61,6^\circ$ .



**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA = a$  và vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua trung điểm  $E$  của  $SC$  và vuông góc với  $AB$ . Tính diện tích  $S$  của thiết diện tạo bởi  $(\alpha)$  với hình chóp đã cho.

A.  $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{16}$ .      B.  $S = \frac{a^2\sqrt{7}}{32}$ .      C.  $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$ .      D.  $S = \frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$ .

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABC$ ,  $SA \perp (ABC)$ , có đáy  $ABC$  là tam giác biết  $AB = AC = a$ ,  $\widehat{ACB} = 60^\circ$ . Góc mặt phẳng  $(SBC)$  và đáy là  $30^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $SBC$ .

A.  $\frac{a^2}{2}$ .      B.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách  $h$  từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

A.  $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$ .      B.  $h = 2a$ .      C.  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $h = \frac{2a\sqrt{3}}{7}$ .

**Câu 41:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \end{cases} \quad (n \geq 1).$$

Tìm  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left( \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} \right)$ .

A. 0.      B.  $\frac{1}{5}$ .      C.  $\frac{7}{4}$ .      D. 1.

**Câu 42:** Cho  $a, b \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a + b + 7} - \sqrt{6x + 3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$ . Tính giá trị của  $a^2 + b^2$ .

A. 2.      B.  $\frac{17}{2}$ .      C.  $\frac{5}{2}$ .      D.  $\frac{2845}{72}$ .

**Câu 43:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $9a - 27 > 3b - c$  và  $c$  là số âm. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  bằng

A. 1      B. 2      C. 3      D. 0

**Câu 44:** Biết đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{x+1}{x-1}$  và đường thẳng  $d: y = 2x + m$  giao nhau tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  song song với nhau. Giá trị của  $m$  thuộc khoảng nào sau đây:

A.  $[-2; 0)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $[0; 2)$ .      D.  $[2; +\infty)$ .

**Câu 45:** Tính  $A = 2021C_{2021}^0 4^{2020} + 2020C_{2021}^1 4^{2019} + 2019C_{2021}^2 4^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019} 4 + C_{2021}^{2020}$ .

A.  $A = 5^{2020}$ .      B.  $A = 2020.5^{2021}$ .  
C.  $A = 2020.5^{2020}$ .      D.  $A = 2021.5^{2020}$ .

- Câu 46:** Giá trị của tổng  $S = 2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2k(2k-1)C_{2021}^{2k} + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020}$  bằng?
- A.  $2021.2020.2^{2018}$ .      B.  $2021.2020.2^{2019}$ .      C.  $2021.2020.2^{2020}$ .      D.  $2021.2020.2^{2021}$ .
- Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của cạnh  $BC$ . Biết tam giác  $SBC$  là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa  $SA$  và  $BC$
- A.  $60^\circ$       B.  $90^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $30^\circ$
- Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , các cạnh bên và cạnh đáy của hình chóp đều bằng  $a$ ,  $E$  là trung điểm  $SB$ . Lấy  $I$  trên đoạn  $OD$  với  $DI = x$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $I$  và song song mp  $(EAC)$ . Giá trị  $x$  sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng  $(\alpha)$  có diện tích lớn nhất là  $\frac{m}{n}a\sqrt{2}$  với  $m, n \in \mathbb{N}^*$ ;  $(m, n) = 1$ . Khi đó  $m + n$  bằng
- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.
- Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , hình chiếu của điểm  $S$  lên  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của đoạn  $CI$ , góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SA$  và  $CI$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ .      C.  $\frac{a}{2}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{77}}{22}$ .
- Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = BC = CA = a$ ,  $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$ ,  $M$  là điểm bất kì trong không gian. Gọi  $d$  là tổng khoảng cách từ  $M$  đến tất cả các đường thẳng  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ ,  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$ . Giá trị nhỏ nhất của  $d$  bằng
- A.  $2a\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      C.  $a\sqrt{6}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 1, 0, 1, 0, 1.

B. 1, 2, 4, 6, 8.

C. 3, -3, 3, -3, 3.

D. 1, 4, 9, 16, 25.

**Lời giải**

Xét dãy số 3, -3, 3, -3, 3 ta có  $u_2 = u_1 \cdot (-1)$ ,  $u_3 = u_2 \cdot (-1)$ ,  $u_4 = u_3 \cdot (-1)$ ,  $u_5 = u_4 \cdot (-1)$ .

Vậy dãy số 3, -3, 3, -3, 3 là cấp số nhân với  $u_1 = 3$  và  $q = -1$ .

**Câu 2:** Cho các dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = +\infty$ . Hãy chọn khẳng định đúng nhất?

A.  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

B.  $\lim (u_n v_n) = +\infty$ .

C.  $\lim (u_n + v_n) = 0$ .

D.  $\lim (u_n - v_n) = a$ .

**Lời giải**

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  và  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = +\infty$  trong đó  $a$  hữu hạn thì

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = 0.$$

**Câu 3:**  $\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$  có giá trị bằng

A.  $-\infty$ .

B. -2.

C. 0.

D. -6.

**Lời giải**

$$\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2} = \lim \frac{-\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3} - \frac{5}{n^4}}{1 - \frac{2}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = 0.$$

**Câu 4:** Tính  $\lim \frac{5^n - 1}{3^n + 1}$

A.  $\frac{3}{5}$ .

B.  $\frac{5}{3}$ .

C.  $+\infty$ .

D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim \frac{5^n - 1}{3^n + 1} = \lim \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{1}{5}\right)^n}.$$

$$\text{Vì } \lim \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right) = 1 > 0, \lim \left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0 \text{ và } \left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{1}{5}\right)^n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Vậy } \lim \frac{5^n - 1}{3^n + 1} = +\infty.$$

**Câu 5:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{|1 - x^2|}$  bằng

**A.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2}.$

**B.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}.$

**C.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{x - 1}.$

**D.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{1 - x}.$

**Lời giải**

Vì  $x \rightarrow -1^-$  nên  $x < -1$ . Khi đó biểu thức  $1 - x^2 < 0$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{|1 - x^2|} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x + 2)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{x - 1}.$

**Câu 6:** Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x - 1}}{x - 3} = b$ . Chọn khẳng định **sai**?

**A.**  $b \geq 0$ .

**B.**  $a \geq 0$ .

**C.**  $b < 0$ .

**D.**  $a = b^2$ .

**Lời giải**

Để tồn tại giới hạn thì:  $a \geq 0$

Khi  $a \geq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x - 1}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( \sqrt{a + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} \right)}{x \left( 1 - \frac{3}{x} \right)} = \sqrt{a} \Rightarrow b = \sqrt{a}$

Nên  $b \geq 0$  và  $a = b^2$ .

**Câu 7:** Gọi S là tập các giá trị của tham số  $m$  để hàm số

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x=1$ . Số phần tử của tập S bằng

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

Ta có  $f(1) = m^2 + m - 8$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = -2$ .

Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m^2 + m - 8 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$ .

Vậy  $S = \{2; -3\}$ . Số phần tử S là 2.

**Câu 8:** Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}.$

**B.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}.$

**C.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x + x_0}.$

**D.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$

**Lời giải**

Công thức đúng  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

**Câu 9:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$  song song với đường thẳng  $x - 5y + 2020 = 0$  có phương trình là

**A.**  $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$ .

**B.**  $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$ .

**C.**  $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$ .

**D.**  $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x - \frac{22}{5}$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm.

Ta có  $y' = \frac{5}{(x+2)^2}$ , vì tiếp tuyến song song với đường thẳng  $x - 5y + 2020 = 0$  hay  $y = \frac{1}{5}x + 404$

nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng  $\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{5}{(x_0+2)^2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -7 \end{cases}$ .

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là  $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$  và  $y = \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$  ( $x > 0$ ) Tính  $f''(1)$ .

**A.**  $f''(1) = 4$ .

**B.**  $f''(1) = 2$ .

**C.**  $f''(1) = \frac{1}{2}$ .

**D.**  $f''(1) = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f''(x) = -\frac{1}{4x\sqrt{x}}$  nên  $f''(1) = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 11:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x^2}$ :

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $\frac{a}{2}$ .

**C.**  $\frac{a^2}{2}$ .

**D.**  $0$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{ax}{2}}{x^2} = \frac{a^2}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \frac{ax}{2}}{\frac{ax}{2}} \right)^2 = \frac{a^2}{2}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ . Vi phân của hàm số là:

**A.**  $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$ . **B.**  $dy = \frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$ .

**C.**  $dy = -\frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$ . **D.**  $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$ .

**Lời giải**

Ta có  $dy = \left( \frac{x^2 + x + 1}{x - 1} \right)' dx = \frac{(2x + 1)(x - 1) - (x^2 + x + 1)}{(x - 1)^2} dx = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2021$ . Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $y'' > 0$ .

A.  $[1; +\infty)$ .

B.  $[0; 2]$ .

C.  $(0; 2)$ .

D.  $(1; +\infty)$ .

Lời giải

+)Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x, y'' = 6x - 6$  suy ra  $y'' > 0 \Leftrightarrow 6x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $y'' > 0$  là  $S = (1; +\infty)$ .

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MCD)$  và  $(SAB)$ .

A.  $MA$ .

B.  $Mx, (Mx \parallel AB)$ .

C.  $MO$ .

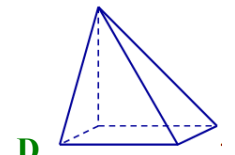
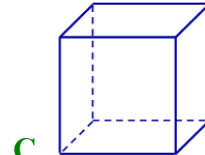
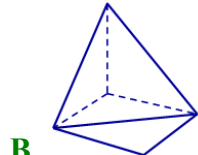
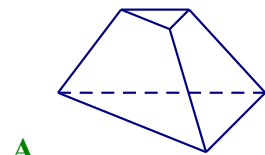
D.  $My, (My \parallel BC)$ .

Lời giải

Ta xét  $(MCD)$  và  $(SAB)$  có:

$$\left. \begin{array}{l} \{M\} \in (MCD) \cap (SAB) \\ CD \subset (MCD), AB \subset (SAB) \\ AB \parallel CD \end{array} \right\} \Rightarrow (MCD) \cap (SAB) = Mx, (Mx \parallel AB \parallel CD).$$

**Câu 15:** Hình nào dưới đây là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác?



Lời giải

Chọn đáp án **D.**

**Câu 16:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

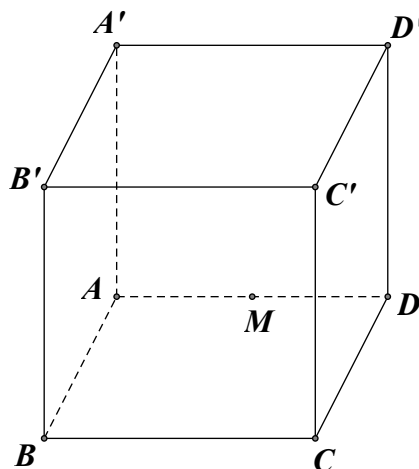
A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$ .

B.  $2\overrightarrow{C'M} = \overrightarrow{C'A} + \overrightarrow{C'D}$ .

C.  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$ .

D.  $\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{AD}$ .

Lời giải



Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$  nên đáp án A sai.

$2\overrightarrow{C'M} = \overrightarrow{C'A} + \overrightarrow{C'D}$  đúng do  $M$  là trung điểm của  $AD$  nên chọn đáp án **B.**

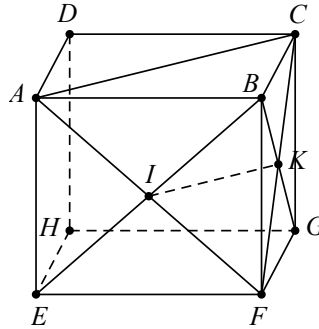
$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$  nên đáp án C sai.

$\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{AD}$  sai do  $M$  là trung điểm của  $AD \Rightarrow \overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$  nên đáp án D sai.

**Câu 17:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm của hình bình hành  $BCGF$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.      B. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.  
C. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.      D. Các vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Lời giải**



Vì  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $AF$  và  $CF$ .

Suy ra  $IK$  là đường trung bình của tam giác  $AFC \Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$ .

Mà  $GF \parallel (ABCD)$  và  $BD \subset (ABCD)$  suy ra ba vector  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

**Câu 18:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ . Hãy chọn khẳng định **sai**

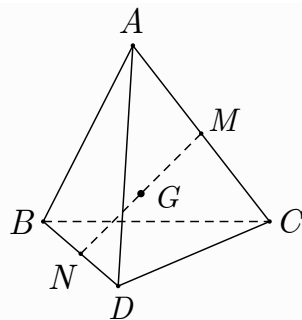
- A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ .      B.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ .  
C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .      D.  $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ .

**Lời giải**

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$  đúng theo tính chất

$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$  đúng vì

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  đúng vì



trung điểm đoạn thẳng

$$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN}$$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}.$$

$2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  sai vì:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) \\ &= 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}) + (\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}. \end{aligned}$$

**Câu 19:** Tìm các mệnh đề **sai**:

$$(I) \left. \begin{array}{l} a // b \\ (\alpha) \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp b \quad (II) \left. \begin{array}{l} (\alpha) // (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$$

$$(III) \left. \begin{array}{l} (\alpha) \perp a \\ (\beta) \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta) \quad (IV) \left. \begin{array}{l} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

A. (I).

B. (II).

C. (III).

D. (III), (IV).

Lời giải

Mệnh đề (III)  $\left. \begin{array}{l} (\alpha) \perp a \\ (\beta) \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$  sai vì  $(\alpha), (\beta)$  sẽ song song hoặc trùng với nhau.

Mệnh đề (IV)  $\left. \begin{array}{l} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$  sai vì  $a, b$  có thể trùng nhau.

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

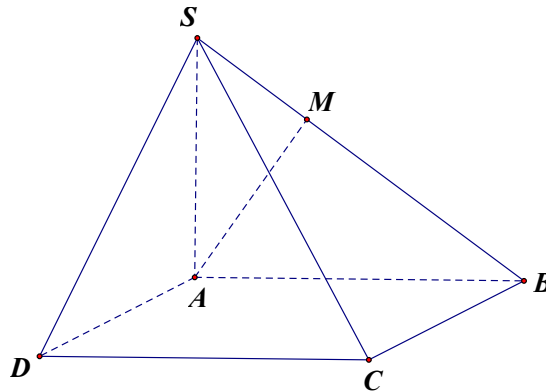
A.  $SB \perp (MAC)$ .

B.  $AM \perp (SBC)$ .

C.  $AM \perp (SAD)$ .

D.  $AM \perp (SBD)$ .

Lời giải



Ta có  $BC \perp (SAB)$  nên  $BC \perp AM$ ,

Mà  $AM \perp SB$  (theo giả thiết)

Vậy  $AM \perp (SBC)$

**Câu 21:** Một cấp số nhân hữu hạn có công bội  $q = 2$ , số hạng thứ bốn bằng  $-24$  và số hạng cuối bằng  $-1572864$ . Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng.

A. 18.

B. 19.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

Gọi cấp số nhân đó là:  $u_1; u_2; u_3; \dots; u_n$ .

Ta có:  $u_4 = -24 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = -24 \Leftrightarrow u_1 \cdot 2^3 = -24 \Leftrightarrow u_1 = -3$ .

$u_n = -1572864 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = -1572864 \Leftrightarrow (-3) \cdot 2^{n-1} = -1572864 \Rightarrow n-1 = 19 \Rightarrow n = 20$ .

Vậy cấp số nhân có 20 số hạng.

**Câu 22:** Biết giới hạn  $\lim \left[ n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt{9n^2 + 2} \right) \right] = \frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó,

giá trị  $a^2 + b$  bằng

A. 31.

B. 7.

C. 84.

D. 37.

Lời giải



Ta có:  $\lim \left[ n \left( \sqrt{9n^2 + 3} - \sqrt{9n^2 + 2} \right) \right] = \lim \frac{n}{\sqrt{9n^2 + 3} + \sqrt{9n^2 + 2}} = \lim \frac{1}{\sqrt{9 + \frac{3}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{2}{n^2}}} = \frac{1}{6}.$

Suy ra  $a = 1, b = 6$ . Ta có  $a^2 + b = 1^2 + 6 = 7$ .

**Câu 23:** Trong dịp hội trại hè 2021, bạn An thả một quả bóng cao su từ độ cao 6(m) so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

- A. 44(m).      B. 45(m).      C. 42(m).      D. 43(m).

**Lời giải**

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng  $\frac{3}{4}$  lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 6 \cdot \frac{3}{4} + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{2}$  và công bội  $q = \frac{3}{4}$ .

$$\text{Suy ra } S_1 = \frac{\frac{9}{2}}{1 - \frac{3}{4}} = 18.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là  $S_2 = 6 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  $u_1 = 6$  và công bội  $q = \frac{3}{4}$ . Suy ra

$$S_2 = \frac{6}{1 - \frac{3}{4}} = 24.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là  $S = S_1 + S_2 = 18 + 24 = 42$ .

**Câu 24:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$

- A.  $I = \frac{1}{6}$ .      B.  $I = \frac{5}{6}$ .      C.  $I = -\frac{5}{6}$ .      D. Nếu  $I = -\frac{1}{6}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1 + 1 - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$$

$$\begin{aligned}
& \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{(1+x-1)(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})}{(1-x-1-x)\left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1\right)} + \frac{[1-(1-x)](\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})}{(1-x-1-x)(1+\sqrt{1-x})} \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})}{-2\left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1\right)} + \frac{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})}{-2(1+\sqrt{1-x})} \right] = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{6}
\end{aligned}$$

**Câu 25:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - 18x + 1} + 3x) = a$  với  $a \in \mathbb{N}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $a$  chia hết cho 6.      **B.**  $a$  chia hết cho 2.  
**C.**  $a$  là hợp số.      **D.**  $a$  chia hết cho 3.

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - 18x + 1} + 3x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{(9x^2 - 18x + 1) - 9x^2}{\sqrt{9x^2 - 18x + 1} - 3x} \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{-18x + 1}{\sqrt{9x^2 - 18x + 1} - 3x} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x\left(-18 + \frac{1}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{9 - \frac{18}{x} + \frac{1}{x^2}} - 3\right)} \right] = \frac{-18}{-6} = 3
\end{aligned}$$

**Câu 26:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} = 14$ . Giới hạn của  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3f(x) - 2} - 2}{x - 1}$  là:

- A.**  $+\infty$ .      **B.** 21.      **C.** -21.      **D.** 0.

**Lời giải**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} = 14 \text{ suy ra } f(1) = 2$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3f(x) - 2} - 2}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3f(x) - 2 - 4)(x + 1)}{(x^2 - 1)(\sqrt{3f(x) - 2} + 2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} \cdot \frac{-3(x + 1)}{\sqrt{3f(x) - 2} + 2} \right]
\end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{1 - x^2} = 14; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3(x + 1)}{\sqrt{3f(x) - 2} + 2} = \frac{-3 \cdot 2}{\sqrt{3f(1) - 2} + 2} = \frac{-3 \cdot 2}{2 + 2} = \frac{-3}{2}$$

$$\text{Suy ra: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3f(x) - 2} - 2}{x - 1} = 14 \cdot \left( \frac{-3}{2} \right) = -21$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- B. Hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .**
- C. Hàm số liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ .
- D. Hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1-1}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(\sqrt{x+1}+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^2+1} = 1$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  nên hàm số  $f(x)$  không liên tục tại  $x = 0$ .

Với  $x > 0$ , hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

Với  $x < 0$ , hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2+1}$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 28:** Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$

- A.  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .
- B.  $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ .
- C.  $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .
- D.  $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$ .**

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$ .

Hàm số liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và  $f(0) \cdot f(1) = 4 \cdot (-3) = -12 < 0$

Vậy phương trình  $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(0; 1)$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2-3x}{x-2}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$  có chứa bao nhiêu phần tử là số nguyên?

- A. 4.
- B. 0.
- C. 3.
- D. 2.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x^2-3x}{x-2}$$

$$\text{Suy ra: } y' = \frac{(4x-3) \cdot (x-2) - (2x^2-3x)}{(x-2)^2} = \frac{4x^2-11x+6-2x^2+3x}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$$

Khi đó  $y' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$  có chứa 2 số nguyên.

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 1.

**B. 2.**

C. 0.

D. 3.

**Lời giải**

Với  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$  ta có  $y' = 3x^2 - 6x + m$

Khi đó:  $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$ . (1)

Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt khi 
$$\begin{cases} \Delta' = 9 - 3m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 3$$

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn.

**Câu 31:** Cho đồ thị  $(C): y = \frac{3x-2}{x-1}$  và  $A(9;0)$ . Có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $(C)$  đi qua điểm  $A(9;0)$ . Biết tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó có dạng  $-\frac{a}{b}$  (với  $a, b$  là các số nguyên dương,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị của  $a+b$  là bao nhiêu?

A. 30.

**B. 29.**

C. 3.

D. -29.

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có:  $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$

Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(9;0)$  với hệ số góc  $k$  có phương trình  $y = k(x-9)$

Đường thẳng  $d$  tiếp xúc với đồ thị  $(C)$  khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \frac{3x-2}{x-1} = k(x-9) & (1) \\ \frac{-1}{(x-1)^2} = k & (2) \end{cases}$$

Thế (2) vào (1), ta có:

$$\frac{3x-2}{x-1} = \frac{-1}{(x-1)^2}(x-9) \Leftrightarrow (x-1) \cdot (3x-2) = -(x-9) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Do đó tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó bằng  $y'(-1) + y'\left(\frac{7}{3}\right) = -\frac{1}{4} + \left(-\frac{9}{16}\right) = -\frac{13}{16}$

Khi đó  $a+b = 13+16 = 29$

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = (m+1)\sin x + m\cos x - (m+2)x + 1$ . Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $y' = 0$  vô nghiệm

A.  $S = 2$ .

B.  $S = 3$ .

C.  $S = 4$ .

D.  $S = 5$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = (m+1)\cos x - m\sin x - (m+2)$

Phương trình  $y' = 0 \Leftrightarrow (m+1)\cos x - m\sin x = (m+2)$

Điều kiện phương trình vô nghiệm là  $a^2 + b^2 < c^2$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + m^2 < (m+2)^2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Vậy:  $m \in \{0, 1, 2\} \Rightarrow S = 3$

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = \cos^4 x + \sin^4 x$ . Biết  $y' = \frac{a}{b}\sin 4x$ ,  $a, b$  là số nguyên và  $a, b$  nguyên tố cùng nhau. Tính  $a^2 + b^2$ .

A. 17.

B. 257.

C. 5.

D. 226.

**Lời giải**

$$y = \cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = 1 - \frac{1}{4}(1 - \cos 4x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{1}{16}\sin 4x. \text{ Do đó: } a^2 + b^2 = 1 + 16^2 = 257.$$

**Câu 34:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , gọi  $N$  là điểm thỏa  $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$ ,  $M$  là trung điểm của  $A'D'$ ,  $I$  là giao điểm của  $A'N$  và  $B'M$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ .

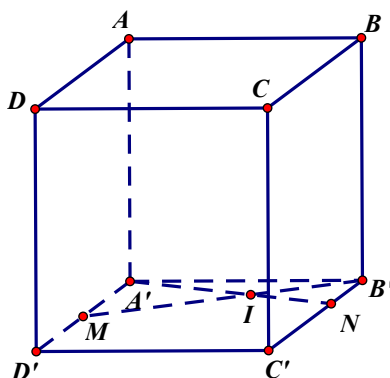
B.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ .

C.  $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AA'} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ .

D.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có: tam giác  $IA'M$  đồng dạng với tam giác  $INB'$  nên suy ra:

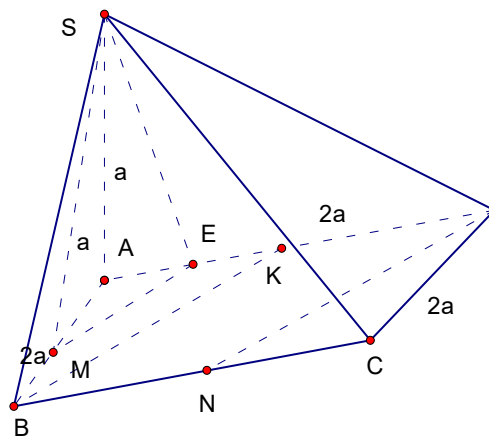
$$\frac{IA'}{IN} = \frac{A'M}{B'N} = \frac{\frac{1}{2}A'D'}{\frac{1}{3}A'D'} = \frac{3}{2} \Rightarrow A'I = \frac{3}{5}A'N$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AI} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5} \overrightarrow{A'N} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5} (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'N}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5} \left( \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} \right) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{5} \overrightarrow{AD}\end{aligned}$$

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh bằng  $2a$ ,  $\triangle SAD$  vuông tại  $A$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB$  và  $BC$ . Biết  $SM = SA = a$ . Khi đó cô sin của góc giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $DN$  bằng?

- A.  $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{5}$ .    B.  $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{1}{2}$ .  
**C.  $\cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .**    D.  $\cos(\widehat{SM, DN}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**Lời giải**



Kẻ  $BK \parallel DN, ME \parallel BK$ , suy ra  $(\widehat{SM, DN}) = (\widehat{SM, AE})$ .

Ta có  $K$  là trung điểm  $AD$  và  $E$  là trung điểm  $AK$  suy ra  $AE = \frac{1}{2} AK = \frac{1}{4} AD = \frac{1}{2} a$ .

Xét tam giác vuông  $SEA$  có  $SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$  và tam giác vuông  $AME$  có

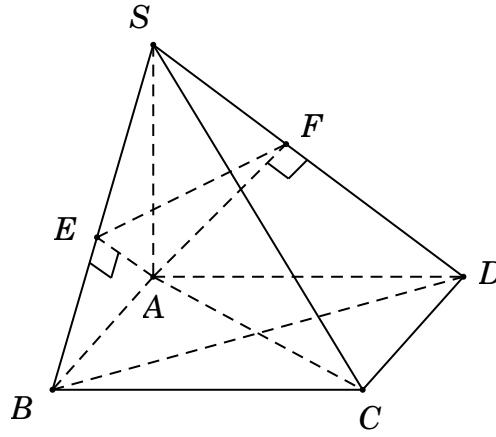
$$ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos \widehat{SME} = \frac{SM^2 + ME^2 - SE^2}{2 \cdot SM \cdot ME} = \frac{a^2 + \frac{5a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}}{2 \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ suy ra } \cos(\widehat{SM, DN}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $SC \perp (AFB)$ .    **B.  $SC \perp (AEF)$ .**    C.  $SC \perp (AEC)$ .    D.  $SC \perp (AED)$ .

**Lời giải**



Vì  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ .

Mà  $AB \perp BC$  nên suy ra  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$ .

Tam giác  $SAB$  có đường cao  $AE \Rightarrow AE \perp SB$  mà  $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$ .

Tương tự, ta chứng minh được  $AF \perp SC$ . Do đó  $SC \perp (AEF)$ .

**Câu 37:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có các cạnh  $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(AB'D')$  và  $(A'C'D)$  là  $\alpha$ . Tính giá trị gần đúng của  $\alpha$ ?

A.  $45,2^\circ$ .

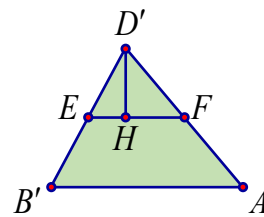
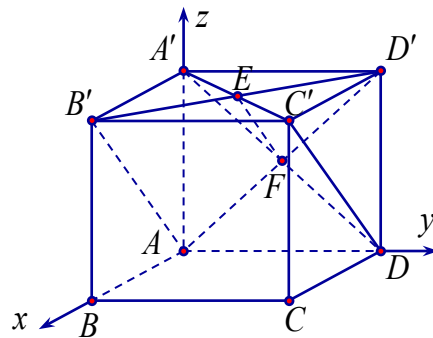
B.  $38,1^\circ$ .

C.  $53,4^\circ$ .

**D.  $61,6^\circ$ .**

**Lời giải**

Hai mặt phẳng  $(AB'D')$  và  $(A'C'D)$  có giao tuyến là  $EF$  như hình vẽ. Từ  $A'$  và  $D'$  ta kẻ 2 đoạn vuông góc lên giao tuyến  $EF$  sẽ là chung một điểm  $H$  như hình vẽ. Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng cần tìm chính là góc giữa hai đường thẳng  $A'H$  và  $D'H$ .



Tam giác  $DEF$  lần lượt có  $D'E = \frac{D'B'}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$ ,  $D'F = \frac{D'A}{2} = \frac{5}{2}$ ,  $EF = \frac{B'A}{2} = \sqrt{5}$ .

Theo Hê rông ta có:  $S_{DEF} = \frac{\sqrt{61}}{4}$ . Suy ra  $D'H = \frac{2S_{DEF}}{EF} = \frac{\sqrt{305}}{10}$ .

Tam giác  $D'A'H$  có:  $\cos \widehat{A'HD'} = \frac{HA'^2 + HD'^2 - A'D'^2}{2HA'.HD'} = -\frac{29}{61}$ .

Do đó  $\widehat{A'HD'} \approx 118,4^\circ$  hay  $(\widehat{A'H, D'H}) \approx 180^\circ - 118,4^\circ = 61,6^\circ$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA = a$  và vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua trung điểm  $E$  của  $SC$  và vuông góc với  $AB$ . Tính diện tích  $S$  của thiết diện tạo bởi  $(\alpha)$  với hình chóp đã cho.

- A.  $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{16}$ .      B.  $S = \frac{a^2\sqrt{7}}{32}$ .      **C.  $S = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$ .**      D.  $S = \frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$ .

**Lời giải**

Gọi  $F$  là trung điểm  $AC$   $EF \parallel SA$ .

Do  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$  nên  $EF \perp AB$ .

Gọi  $J, G$  lần lượt là trung điểm  $AB, AJ$

Suy ra  $CJ \perp AB; FG \parallel CJ \Rightarrow FG \perp AB$ .

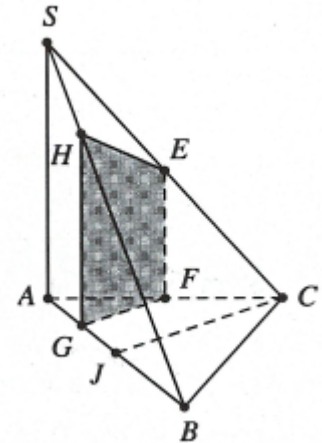
Trong  $\triangle SAB$  kẻ  $GH \parallel SA (H \in SB) \Rightarrow GH \perp AB$  Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang vuông  $EFGH$

$$S_{EFGH} = \frac{1}{2}(EF + GH) \cdot FG$$

$$EF = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}; FG = \frac{1}{2}CJ = \frac{a\sqrt{3}}{4};$$

$$\frac{GH}{SA} = \frac{BG}{BA} \rightarrow GH = BG = \frac{3a}{4}$$

$$S_{EFGH} = \frac{1}{2} \left( \frac{a}{2} + \frac{3a}{4} \right) \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$$

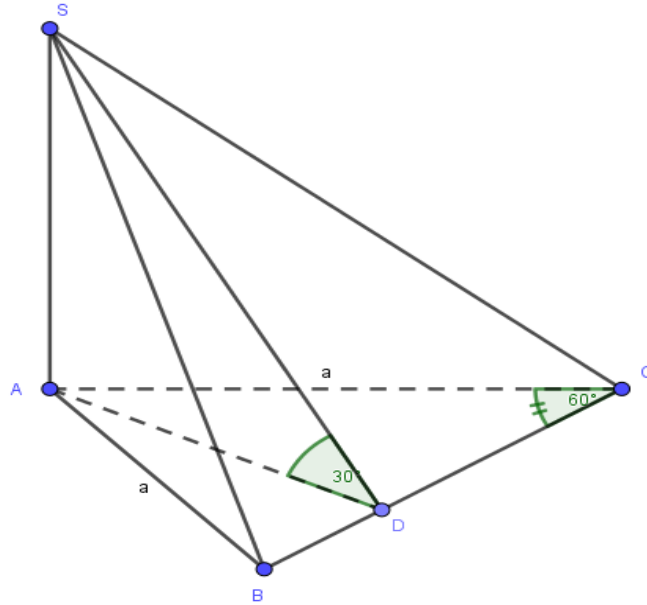


**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABC$ ,  $SA \perp (ABC)$ , có đáy  $ABC$  là tam giác biết  $AB = AC = a$ ,  $\widehat{ACB} = 60^\circ$ . Góc mặt phẳng  $(SBC)$  và đáy là  $30^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $SBC$ .

- A.  $\frac{a^2}{2}$ .**      B.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**





Ta có:  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  và  $\widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$  là tam giác đều

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Mặt khác  $\triangle ABC$  là hình chiếu của  $\triangle SBC$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

$$\text{Do đó } S_{\triangle ABC} = S_{\triangle SBC} \cdot \cos(\widehat{(SBC); (ABC)}) = S_{\triangle SBC} \cdot \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow S_{\triangle SBC} = \frac{a^2}{2}.$$

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách  $h$  từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

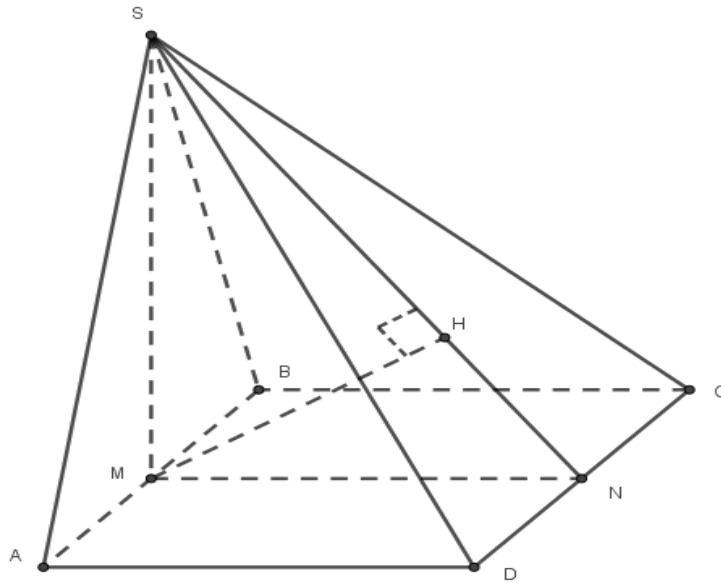
**A.**  $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$

**B.**  $h = 2a.$

**C.**  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

**D.**  $h = \frac{2a\sqrt{3}}{7}.$

**Lời giải**



Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ .

Vì  $\triangle SAB$  đều nên  $SM \perp AB$  mà

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SM \perp (ABCD).$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên  $SN$ , ta có

$$\begin{cases} CD \perp SM \text{ (do } SM \perp (ABCD)) \\ CD \perp MN \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SMN)$$

$$\Rightarrow CD \perp MH \text{ mà } SN \perp MH \Rightarrow MH \perp (SCD).$$

$$\text{Vì } AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$$

$$\Rightarrow h = d(A, (SCD)) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD)) = MH \text{ (vì } M \in AB).$$

Mặt khác, ta có  $MN = 2a$ ;  $\triangle SAB$  đều, cạnh bằng  $2a$  nên đường cao  $SM = a\sqrt{3}$ .

$$\text{Xét tam giác vuông } \triangle SMN \text{ ta có: } MH = \sqrt{\frac{SM^2 \cdot MN^2}{SM^2 + MN^2}} = a \frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } h = d(A, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

**Câu 41:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \end{cases} \quad (n \geq 1).$$

$$\text{Tìm } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left( \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} \right).$$

A. 0.

B.  $\frac{1}{5}$ .

C.  $\frac{7}{4}$ .

**D. 1.**

**Lời giải**

Với  $n \geq 1$ , ta có

$$u_{n+1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \Rightarrow u_{n+1} - 1 = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} - 1 = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1} = \frac{u_n - 1}{2(u_n - 1) + 1}$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n - 1 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = \frac{u_n - 1}{2(u_n - 1) + 1} = \frac{v_n}{2v_n + 1}.$$

$$\text{Ta có } v_1 = u_1 - 1 = 5 - 1 = 4 > 0 \Rightarrow v_{n+1} = \frac{v_n}{2v_n + 1} > 0, \forall n \geq 1.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_{n+1}} = \frac{2v_n + 1}{v_n} = \frac{1}{v_n} + 2, \quad n \geq 1.$$

$$\Rightarrow \left( \frac{1}{v_n} \right) \text{ là một cấp số cộng có số hạng đầu là } \frac{1}{v_1} = \frac{1}{u_1 - 1} = \frac{1}{4}, \text{ công sai } d = 2.$$

$$\text{Khi đó công thức số hạng tổng quát của } \left( \frac{1}{v_n} \right) \text{ là } \frac{1}{v_n} = \frac{1}{4} + 2(n-1) = 2n - \frac{7}{4}, \quad n \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_n - 1} = 2n - \frac{7}{4}, \quad n \geq 1.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} = 2.1 - \frac{7}{4} + 2.2 - \frac{7}{4} + 2.3 - \frac{7}{4} + \dots + 2.n - \frac{7}{4}$$

$$= 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) - \frac{7n}{4} = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - \frac{7n}{4} = n(n+1) - \frac{7n}{4}$$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left( \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 - 6n + 5} \left[ n(n+1) - \frac{7n}{4} \right] = 1.$$

**Câu 42:** Cho  $a, b \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a+b+7} - \sqrt{6x+3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$ . Tính giá trị của  $a^2 + b^2$ .

A. 2.

B.  $\frac{17}{2}$ .

C.  $\frac{5}{2}$ .

D.  $\frac{2845}{72}$ .

**Lời giải**

$$\text{Vì giới hạn đã cho tồn tại hữu hạn nên } \lim_{x \rightarrow 1} \left( \sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a+b+7} - \sqrt{6x+3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+b+8} - 3 = 0 \Rightarrow b = 1 - a$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + 2a+b+7} - \sqrt{6x+3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + a+8} - \sqrt{6x+3}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a+5)x^2 - 2(a+5)x + a+5}{(x^2 - 2x + 1)(\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + a+8} + \sqrt{6x+3})} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a+5}{\sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+2)x + a+8} + \sqrt{6x+3}} = \frac{13}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+5}{6} = \frac{13}{12} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{5}{2}.$$

**Câu 43:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $9a - 27 > 3b - c$  và  $c$  là số âm. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  bằng

**A.** 1

**B.** 2

**C.** 3

**D.** 0

Xét phương trình:  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  (1)

Đặt:  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ .

$$\text{Từ giả thiết } \begin{cases} 9a - 27 > 3b - c \Rightarrow -27 + 9a - 3b + c > 0 \Rightarrow f(-3) > 0. \\ c < 0 \Rightarrow f(0) < 0. \end{cases}$$

Do đó  $f(0) \cdot f(-3) < 0$  nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(-3; 0)$ .

Ta nhận thấy:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  mà  $f(-3) > 0$  nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm  $\alpha \in (-\infty; -3)$ .

Tương tự:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  mà  $f(0) < 0$  nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm  $\beta \in (0; +\infty)$ .

Như vậy phương trình đã cho có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt, mặt khác phương trình bậc 3 có tối đa 3 nghiệm, vậy ta chọn đáp án **C.**

**Câu 44:** Biết đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{x+1}{x-1}$  và đường thẳng  $d: y = 2x + m$  giao nhau tại hai điểm phân biệt

$A, B$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  song song với nhau. Giá trị của  $m$  thuộc khoảng nào sau đây:

**A.**  $[-2; 0)$ .

**B.**  $(-\infty; -2)$ .

**C.**  $[0; 2)$ .

**D.**  $[2; +\infty)$ .

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x + m \Leftrightarrow x+1 = (x-1)(2x+m) \Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1).$$

Để đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d$  giao nhau tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 + 8(m+1) > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 + 16 > 0 \quad (\text{luôn đúng } \forall m \in \mathbb{R})$$

Vậy  $d$  và  $(C)$  luôn giao nhau tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ .

Gọi  $x_1, x_2$  ( $x_1 \neq x_2$ ) lần lượt là hoành độ của  $A$  và  $B$  thì  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của (1).

Hệ số góc tiếp tuyến tại  $A$  và  $B$  lần lượt là  $k_1 = y'(x_1) = \frac{-2}{(x_1-1)^2}$ ;  $k_2 = y'(x_2) = \frac{-2}{(x_2-1)^2}$

Để hai tiếp tuyến này song song thì  $k_1 = k_2 \Leftrightarrow (x_1-1)^2 = (x_2-1)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x_1-1 = 1-x_2$  (do  $x_1 \neq x_2$ )

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2.$$

Theo định lý Vi-et:  $x_1 + x_2 = \frac{3-m}{2}$  suy ra  $\frac{3-m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -1$ . Vậy  $m \in [-2; 0)$ .

**Câu 45:** Tính  $A = 2021C_{2021}^0 4^{2020} + 2020C_{2021}^1 4^{2019} + 2019C_{2021}^2 4^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019}.4 + C_{2021}^{2020}$ .

**A.**  $A = 5^{2020}$ .

**B.**  $A = 2020.5^{2021}$ .

**C.**  $A = 2020.5^{2020}$ .

**D.**  $A = 2021.5^{2020}$ .

**Lời giải**

Xét khai triển  $(x+1)^{2021} = C_{2021}^0 x^{2021} + C_{2021}^1 x^{2020} + C_{2021}^2 x^{2019} + \dots + C_{2021}^{2019} x^2 + C_{2021}^{2020} x + C_{2021}^{2021}$ .

Đạo hàm hai vế ta có:

$$2021(x+1)^{2020} = 2021C_{2021}^0 x^{2020} + 2020C_{2021}^1 x^{2019} + 2019C_{2021}^2 x^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019} x + C_{2021}^{2020}.$$

Thay  $x = 4$ , ta được:

$$2021.5^{2020} = 2021C_{2021}^0 4^{2020} + 2020C_{2021}^1 4^{2019} + 2019C_{2021}^2 4^{2018} + \dots + 2.C_{2021}^{2019}.4 + C_{2021}^{2020}.$$

Vậy  $A = 2021.5^{2020}$ .

**Câu 46:** Giá trị của tổng  $S = 2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2k(2k-1)C_{2021}^{2k} + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020}$  bằng?

**A.**  $2021.2020.2^{2018}$ .

**B.**  $2021.2020.2^{2019}$ .

**C.**  $2021.2020.2^{2020}$ .

**D.**  $2021.2020.2^{2021}$ .

**Lời giải**

Xét biểu thức:  $f(x) = (1+x)^{2021} = C_{2021}^0 + C_{2021}^1 x + C_{2021}^2 x^2 + C_{2021}^3 x^3 + \dots + C_{2021}^{2020} x^{2020} + C_{2021}^{2021} x^{2021}$

$$f'(x) = 2021(1+x)^{2020} = C_{2021}^1 + 2C_{2021}^2 x + 3C_{2021}^3 x^2 + \dots + 2020C_{2021}^{2020} x^{2019} + 2021C_{2021}^{2021} x^{2020}$$

$$f''(x) = 2021.2020(1+x)^{2019} = 2.1C_{2021}^2 + 3.2C_{2021}^3 x + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020} x^{2018} + 2021.2020C_{2021}^{2021} x^{2019}$$

$$f''(1) = 2021.2020.2^{2019} = 2.1C_{2021}^2 + 3.2C_{2021}^3 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020} + 2021.2020C_{2021}^{2021}$$

$$f''(-1) = 0 = 2.1C_{2021}^2 - 3.2C_{2021}^3 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020} - 2021.2020C_{2021}^{2021}$$

$$f''(1) + f''(-1) = 2021.2020.2^{2019} = 2[2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020}]$$

$$\Leftrightarrow 2021.2020.2^{2018} = 2.1C_{2021}^2 + 4.3C_{2021}^4 + \dots + 2020.2019C_{2021}^{2020}$$

Vậy  $S = 2021.2020.2^{2018}$

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của cạnh  $BC$ . Biết tam giác  $SBC$  là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa  $SA$  và  $BC$

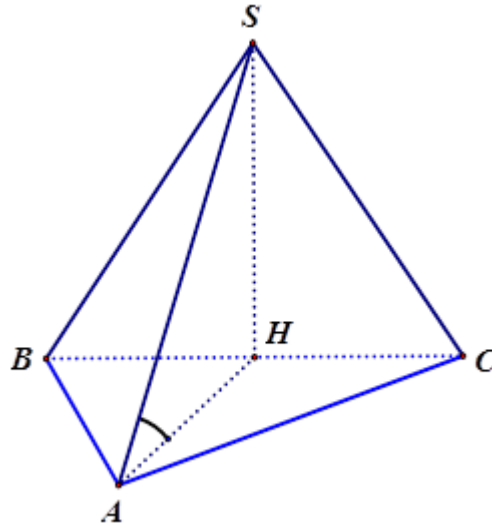
**A.**  $60^\circ$

**B.**  $90^\circ$

**C.**  $45^\circ$

**D.**  $30^\circ$

### Lời giải



Do  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  nên  $BC \perp SH$

Ta có:  $ABC$  là tam giác đều,  $H$  là trung điểm của cạnh  $BC$  nên  $BC \perp AH$

Vậy có  $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SA.$

Vậy  $(SA, BC) = 90^\circ$

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , các cạnh bên và cạnh đáy của hình chóp đều bằng  $a$ ,  $E$  là trung điểm  $SB$ . Lấy  $I$  trên đoạn  $OD$  với  $DI = x$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $I$  và song song mp  $(EAC)$ . Giá trị  $x$  sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng  $(\alpha)$  có diện tích lớn nhất là  $\frac{m}{n}a\sqrt{2}$  với  $m, n \in \mathbb{N}^*$ ;  $(m, n) = 1$ . Khi đó  $m + n$  bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

### Lời giải

a) Ta có:  $mp(\alpha) \parallel mp(ACE)$ .

+  $mp(ABCD)$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$

$I \in (\alpha); I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (ABCD)$

$(\alpha) \parallel (EAC)$

$(ABCD) \cap (EAC) = AC$

Suy

$(\alpha) \cap (ABCD) = Ix, Ix \parallel AC, Ix \cap AD = M, Ix \cap DC = N$

+  $mp(SBD)$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$

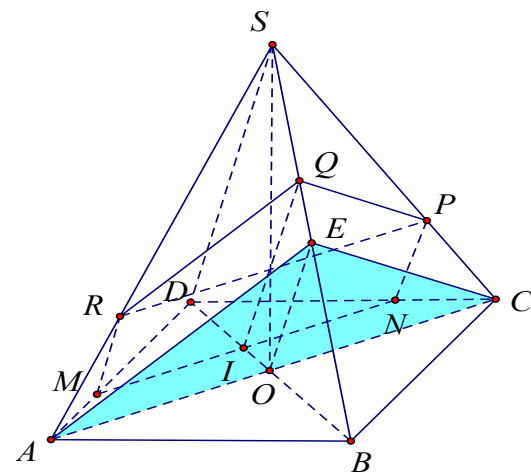
$I \in (\alpha); I \in (SBD) \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (SBD)$

$(\alpha) \parallel (EAC)$

$(SBD) \cap (EAC) = EO$

Suy ra  $(\alpha) \cap (SBD) = Iy, Iy \parallel EO, Iy \cap SB = Q$

ra



Dễ dàng có  $IQ \parallel SD$

+ mp  $(SAD)$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$

$$M \in (\alpha); M \in (SAD) \Rightarrow M \in (\alpha) \cap (SAD)$$

$$(\alpha) \supset IQ$$

$$(SAD) \supset SD, IQ \parallel SD$$

$$\text{Suy ra } (\alpha) \cap (SAD) = Mz, Mz \parallel SD, Mz \cap SA = R$$

+ Tương tự mp  $(SDC)$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$

$$(SDC) \cap (\alpha) = Nt, Nt \parallel SD, Nt \cap SC$$

+ mp  $(ABCD)$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$  theo giao tuyến  $MN \parallel AC$  (2)

+ mp  $(SAD)$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$  theo giao tuyến  $MR \parallel SD$  (5)

+ mp  $(SAB)$  cắt hai mặt phẳng  $(\alpha)$  theo hai giao tuyến  $RQ$  (3)

+ mp  $(SBC)$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$  theo hai giao tuyến  $QP$  (4)

+ mp  $(SCD)$  cắt hai mặt phẳng  $(\alpha)$  theo hai giao tuyến  $PN \parallel SD$  (2)

Thiết diện của hình chóp và mặt phẳng  $(\alpha)$  là ngũ giác  $MNPQR$

Ta có  $MR \parallel IQ \parallel NP$

Hay tứ giác  $RMNP$  là hình bình hành.

Mà  $\triangle EAC$  cân do  $EA = EC$  (hai trung tuyến của 2 tam giác đều cạnh  $a$ )  $\Rightarrow OE \perp AC$

Do đó  $MR \perp MN, IQ \perp MN$  nên  $RMIO, QINP$  là hai hình thang vuông bằng nhau

$$\text{Do } MN \parallel AC \Rightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{DI}{DO} \Rightarrow MN = \frac{AC}{OD} \cdot DI = 2x \Rightarrow MI = x$$

$$\triangle AEC \text{ cân cạnh } AC = a\sqrt{2}, OE = \frac{SD}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Do } MI \parallel AO \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{OI}{OD}$$

$$\text{Do } MR \parallel SD \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{MR}{SD}$$

$$\text{Vậy } \frac{OI}{OD} = \frac{MR}{SD} \Rightarrow MR = \frac{OI}{OD} \cdot SD = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} - x}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \cdot a = \frac{a\sqrt{2} - 2x}{\sqrt{2}} = a - \sqrt{2}x$$

$$\text{Do } QI \parallel SD \Rightarrow \frac{IB}{DB} = \frac{QI}{SD} \Rightarrow QI = \frac{IB \cdot SD}{DB} = \frac{a\sqrt{2} - x}{a\sqrt{2}} \cdot a = \frac{a\sqrt{2} - x}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Do đó } S_{RQPNM} = 2S_{MRQI} = 2 \cdot \frac{a - \sqrt{2}x + a - \frac{x}{\sqrt{2}}}{2} \cdot x = 2ax - \frac{3}{\sqrt{2}}x^2$$

$$= -\frac{3}{\sqrt{2}} \left[ \left( x - \frac{\sqrt{2}}{3}a \right)^2 - \frac{2}{9}a^2 \right] = -\frac{3}{\sqrt{2}} \left( x - \frac{\sqrt{2}}{3}a \right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{3}a^2 \leq \frac{\sqrt{2}}{3}a^2$$

$$\text{Do đó } \max S_{RQPMN} = \frac{\sqrt{2}}{3}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow m=1, n=3 \Rightarrow m+n=4$$

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , hình chiếu của điểm  $S$  lên  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của đoạn  $CI$ , góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SA$  và  $CI$  bằng

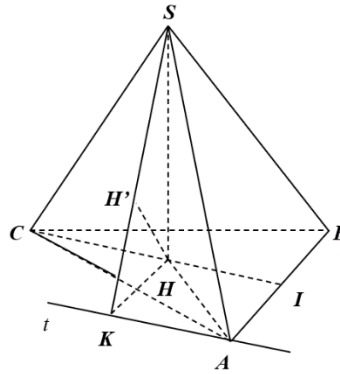
A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ .

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{77}}{22}$ .

**Lời giải**



Kẻ  $At // CI$ ;  $HK \perp At$  và  $HH' \perp SK$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AK \perp HK \\ AK \perp SH \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SHK) \Rightarrow AK \perp HH' \quad (1)$$

Lại có  $HH' \perp SK$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $HH' \perp (SAK)$

$$\text{Mặt khác } d(CI; SA) = d(CI; (SAK)) = d(H; (SAK)) = HH'.$$

Ta có  $AIHK$  là hình chữ nhật và tam giác  $SAH$  vuông cân nên

$$HK = AI = \frac{a}{2} \text{ và } SH = HA = \sqrt{HI^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHK \text{ có } \frac{1}{HH'^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{44}{7a^2} \Rightarrow HH' = \frac{a\sqrt{77}}{22}.$$

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = BC = CA = a$ ,  $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$ ,  $M$  là điểm bất kì trong không gian. Gọi  $d$  là tổng khoảng cách từ  $M$  đến tất cả các đường thẳng  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ ,  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$ . Giá trị nhỏ nhất của  $d$  bằng

A.  $2a\sqrt{3}$ .

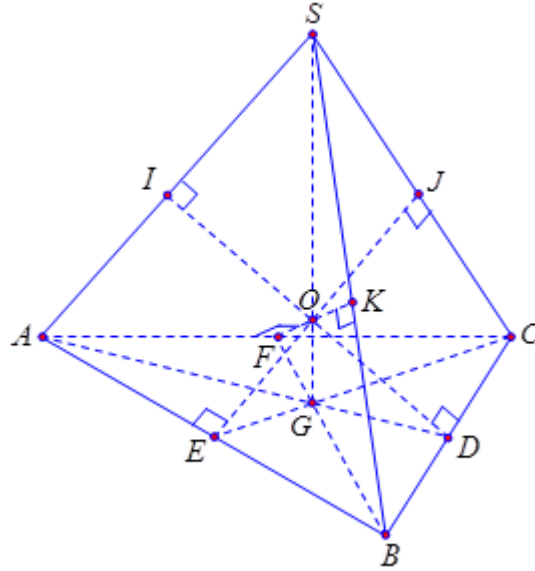
B.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

C.  $a\sqrt{6}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**





Ta có khối chóp  $S.ABC$  là khối chóp tam giác đều.

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Khi đó  $SG$  là chiều cao của khối chóp  $S.ABC$ .

Gọi  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AB, CA$  và  $I, J, K$  lần lượt là hình chiếu của  $D, E, F$  trên  $SA, SC, SB$ .

Khi đó  $DI, EJ, FK$  tương ứng là các đường vuông góc chung của các cặp cạnh  $SA$  và  $BC, SC$  và  $AB, SB$  và  $CA$ .

Ta có  $DI = EJ = FK$ . Do đó  $\triangle SID = \triangle SJE$  nên  $SI = SJ$ .

Suy ra  $ED \parallel IJ$  (cùng song song với  $AC$ ). Do đó bốn điểm  $D, E, I, J$  đồng phẳng.

Tương tự ta có bộ bốn điểm  $D, F, I, K$  và  $E, F, J, K$  đồng phẳng.

Ba mặt phẳng  $(DEIJ), (DFIK), (EFJK)$  đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến  $DI, EJ, FK$ .

Suy ra  $DI, EJ, FK$  đồng quy tại điểm  $O$  thuộc  $SG$ .

Xét điểm  $M$  bất kì trong không gian.

$$\text{Ta có } \begin{cases} d(M, SA) + d(M, BC) \geq DI \\ d(M, SC) + d(M, AB) \geq EJ \\ d(M, SB) + d(M, AC) \geq FK \end{cases} \Rightarrow d \geq DI + EJ + FK.$$

Do đó  $d$  nhỏ nhất bằng  $DI + EJ + FK = 3DI$  khi  $M \equiv O$ .

$$\text{Ta có } AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{2}{3}AD = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}, \sin \widehat{SAG} = \frac{SG}{SA} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } DI = AD \cdot \sin \widehat{SAD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là } 3DI = 3 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{6}.$$

----- HẾT -----