

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KỲ I
MÔN: TOÁN, LỚP 10 – THỜI GIAN LÀM BÀI: 90 phút

TT	Nội dung kiến thức	Đơn vị kiến thức	Mức độ nhận thức						Tổng			% tổng điểm		
			Nhận biết		Thông hiểu		Vận dụng		Vận dụng cao		Số CH		Thời gian (phút)	
			Số CH	Thời gian (phút)	Số CH	Thời gian (phút)	Số CH	Thời gian (phút)	Số CH	Thời gian (phút)	TN			TL
1	1. Mệnh đề và tập hợp	1.1 Mệnh đề	1	1						2				
		1.2. Các phép toán trên tập hợp	2	1						2				
2	2. Bất phương trình và hệ bất phương trình	2.1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn	1	1						2				
		2.2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	2	1		1*		1**		3				
3	3. Hệ thức lượng trong tam giác	4.1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0^0 đến 180^0	1				1*			1				
		4.2. Định lý cosin và định lý sin	2		3					3				
		4.3 Giải tam giác và ứng dụng thực tế						1**		1				
4	4. Vector	5.1. Khái niệm vector	1							1				
		5.2. Tổng hiệu của hai vector	1		1					2				
		5.3. Tích của một số với một vector	1		1		1*		1**	3				
		5.4 Vecto trong mặt phẳng tọa độ	1		1									
		5.5. Tích vô hướng của hai vector	1		2					3				
5	5. Thống kê	6.1. Số gần đúng và sai số	2		1					3				
		6.2. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.	2		1					3				
		6.3 Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu	2		1					3				
Tổng			20		15		3		0	35	4			
Tỉ lệ (%)			40		30		20		10				100	
Tỉ lệ chung (%)			70		30		30		30				100	

Lưu ý:

- Các câu hỏi ở cấp độ nhận biết và thông hiểu là các câu hỏi trắc nghiệm khách quan 4 lựa chọn, trong đó có duy nhất 1 lựa chọn đúng.
- Các câu hỏi ở cấp độ vận dụng và vận dụng cao là các câu hỏi tự luận.

- Số điểm tính cho 1 câu trắc nghiệm là 0,20 điểm/câu; số điểm của câu tự luận được quy định trong hướng dẫn chấm nhưng phải tương ứng với tỉ lệ điểm được quy định trong ma trận.

Phần tự luận: (để được phong phú mình để nhiều lựa chọn)

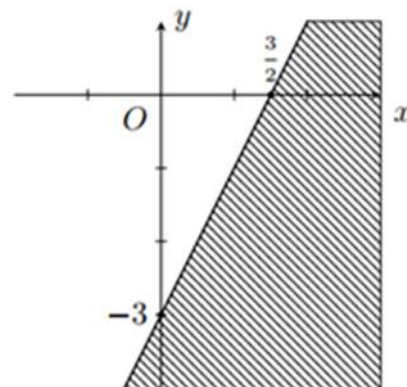
- Hai câu vận dụng mỗi câu 1,0 điểm ta chọn ở 1* sao cho 1 câu Đại Số và 1 câu Hình học.
- Hai câu vận dụng cao mỗi câu 0,5 điểm ta chọn ở 1** sao cho 1 câu Đại Số và 1 câu Hình học.

Các câu tự luận quý thầy cô ưu tiên các bài toán ứng dụng thực tế trong phạm vi của nội dung

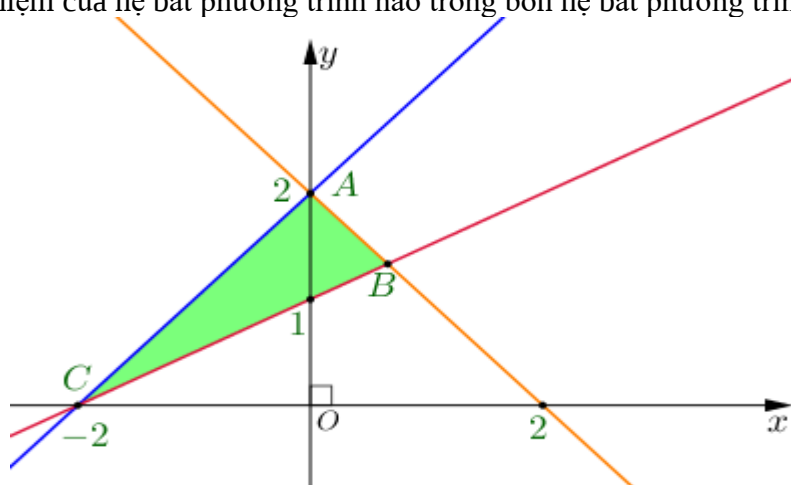
I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?
A. Trời hôm nay đẹp quá! **B.** New York là thủ đô của Việt Nam.
C. Con đang làm gì đó? **D.** Số 3 có phải là số tự nhiên không?
- Câu 2:** Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”
A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x = 0$. **B.** $\exists x \in \mathbb{R}, x = x^2$. **C.** $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$. **D.** $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.
- Câu 3:** Dùng các kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$ là
A. $(-5; 3)$. **B.** $(-5; 3]$. **C.** $[-5; 3]$. **D.** $[-5; 3)$.
- Câu 4:** Phần bù của $[-1; 5)$ trong $\mathbb{R}$ là
A. $(-\infty; -1]$. **B.** $(-\infty; -1) \cup [5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(5; +\infty)$.
- Câu 5:** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?
A. $2x^2 - 3y < 0$ **B.** $-x + 4y > -3$ **C.** $x + y^2 \geq 2$ **D.** $x^2 + 4y^2 \leq 6$
- Câu 6:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:
A. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$
- Câu 7:** Trong mặt phẳng Oxy, điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x - y > 1 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$?
A. $P(-1; 0)$. **B.** $N(1; 1)$. **C.** $M(1; -1)$. **D.** $Q(0; 1)$.
- Câu 8:** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?
A. $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$. **B.** $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$. **C.** $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$. **D.** $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$.
- Câu 9:** Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$. Chọn mệnh đề **sai**?
A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$. **B.** $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$.
C. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos B$. **D.** $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cdot \cos C$.
- Câu 10:** Đo chiều dài của một cây thước, ta được kết quả $l = 45 \pm 0,3(\text{cm})$ thì sai số tương đối của phép đo là:
A. $\Delta_l = 0,3$. **B.** $\Delta_l \leq 0,3$. **C.** $\delta_l = \frac{3}{10}$. **D.** $\delta_l \leq \frac{1}{150}$.
- Câu 11:** Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là
A. 0,05. **B.** 0,04. **C.** 0,046. **D.** 0,1.
- Câu 12:** Đại lượng đo mức độ biến động, chênh lệch giữa các giá trị trong mẫu số liệu thống kê gọi là
A. Độ lệch chu. **B.** Số trung vị. **C.** Phương sai. **D.** Tần số.
- Câu 13:** Điểm (thang điểm 10) của 11 học sinh cao điểm nhất trong một bài kiểm tra như sau:
10 9 10 8 9 10 9 7 8 9 10
Hãy tìm các tứ phân vị.
A. $Q_1 = 7, Q_2 = 8, Q_3 = 10$ **B.** $Q_1 = 8, Q_2 = 10, Q_3 = 10$.
C. $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 10$. **D.** $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 9$.
- Câu 14:** Một cửa hàng giày thể thao đã thống kê cỡ giày của 20 khách hàng nữ được chọn ngẫu nhiên cho kết quả như sau: 35 37 39 41 38 40 40 37 39 38 38 36 37 42 38 35 38 36 38 35
Tìm trung vị cho mẫu số liệu trên.
A. 36. **B.** 37. **C.** 38. **D.** 39.
- Câu 15:** Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu thông kê sau:
22 24 33 17 11 4 18 87 72 30
A. 33. **B.** 83. **C.** 89. **D.** 82.

- Câu 16:** Một mẫu số liệu thống kê có tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 22, Q_2 = 27, Q_3 = 32$. Giá trị nào sau đây là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu
A. 30. **B.** 9. **C.** 48. **D.** 46.
- Câu 17:** Cho tam giác ABC . Số các véc tơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là:
A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 18:** Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$. **B.** $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{AC}$. **C.** $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$. **D.** $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{CB}$.
- Câu 19:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-3;1)$ và $N(6;-4)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OMN là
A. $G(9;-5)$. **B.** $G(-1;1)$. **C.** $G(1;-1)$. **D.** $G(3;-3)$.
- Câu 20:** Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 30^\circ$. $AB = 5, BC = 8$. Tính $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
A. 20. **B.** $20\sqrt{3}$. **C.** $20\sqrt{2}$. **D.** $40\sqrt{3}$.
- Câu 21:** Xét mệnh đề kéo theo P : “Nếu 18 chia hết cho 3 thì tam giác cân có 2 cạnh bằng nhau” và Q : “Nếu 17 là số chẵn thì 25 là số chính phương”. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
A. P đúng, Q sai. **B.** P đúng, Q đúng. **C.** P sai, Q đúng. **D.** P sai, Q sai.
- Câu 22:** Biết rằng $C_{\mathbb{R}}A = [-3;11]$ và $C_{\mathbb{R}}B = (-8;1]$. Khi đó $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$ bằng
A. $(-8;11)$. **B.** $[3;1]$. **C.** $(-\infty; -8] \cup [11; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 23:** Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



- Câu 24:** Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh AB, BC, CA trong hình là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A.** $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \leq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \end{cases}$

Câu 25: Tam giác ABC có $A=120^\circ$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + bc$. **C.** $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Câu 26: Cho tam giác ABC có $B=60^\circ$, $C=75^\circ$ và $AC=10$. Khi đó, độ dài cạnh BC bằng
A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$. **B.** $5\sqrt{6}$. **C.** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$. **D.** 10.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $AB=6\text{cm}$; $AC=9\text{cm}$; $BAC=60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là
A. $S = \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$. **B.** $S = \frac{27}{2}\text{cm}^2$. **C.** $S = \frac{27\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2$. **D.** $S = \frac{27}{4}\text{cm}^2$.

Câu 28: Cho số gần đúng $\alpha = 23748023$ với độ chính xác $d=101$. Hãy viết số quy tròn của số
A. 23749000. **B.** 23748000. **C.** 23746000. **D.** 23747000.

Câu 29: Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

- A.** Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
B. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
D. Tất cả đều sai.

Câu 30: Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách?

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

- A.** 4,694. **B.** 4,925. **C.** 4,55. **D.** 4,495.

Câu 31: Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và $A=60^\circ$. Độ dài của vector $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ bằng
A. $\frac{a}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a .

Câu 32: Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 1)$, $B(-1; 7)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là
A. $M(1; -3)$ **B.** $M(5; -5)$ **C.** $M(1; -1)$ **D.** $M(3; -1)$

Câu 33: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;3)$; $B(4;-1)$. Giao điểm của đường thẳng AB với trục tung tại M , đặt $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$, giá trị của k là
A. -2. **B.** 2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 34: Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(-1;2)$; $B(5;8)$. Điểm $M \in Ox$ sao cho tam giác MAB vuông tại A . Diện tích tam giác MAB bằng
A. 10. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 35: Tìm x để khoảng cách giữa hai điểm $A(5; -1)$ và $B(x; 4)$ bằng 7.

A. $-10 \pm 2\sqrt{6}$.

B. $10 \pm 2\sqrt{6}$.

C. $5 \pm 2\sqrt{6}$.

D. $-5 \pm 2\sqrt{6}$.

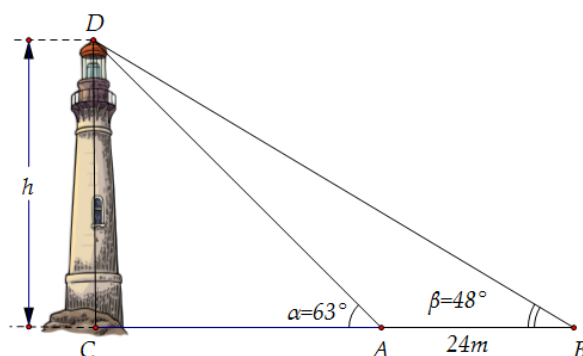
II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: a) Cho hai tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$, $B = (-2; 2m+2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Xác định m để $A \cap B \neq \emptyset$.

b) Cho hai tập hợp $A = (m-1; 5]$, $B = (3; 2020-5m)$ và A, B khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \setminus B = \emptyset$?

Câu 37: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

Câu 38: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (như hình vẽ bên dưới).



Ta đo được $AB = 24m$, $CAD = 63^\circ$; $CBD = 48^\circ$. Tính chiều cao h của khối tháp.

Câu 39: Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Trên các cạnh AC, BC lấy các điểm P, Q sao cho $CPMQ$ là hình bình hành. Lấy điểm N trên AQ sao cho $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NQ} = \vec{0}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$ và a, b nguyên tố cùng nhau). Khi ba điểm B, N, P thẳng hàng hãy tính $a + b$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

A. Trời hôm nay đẹp quá!

B. New York là thủ đô của Việt Nam.

C. Con đang làm gì đó?

D. Số 3 có phải là số tự nhiên không?

Lời giải

B là một mệnh đề.

Câu 2: Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x = 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x = x^2$.

C. $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$.

D. $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Lời giải

Dựa vào mệnh đề: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó” ta có mệnh đề:

$$\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$$

Câu 3: Dùng các kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$ là

A. $(-5; 3)$.

B. $(-5; 3]$.

C. $[-5; 3]$.

D. $[-5; 3)$.

Lời giải

Áp dụng quy tắc viết các tập con của tập số thực $A = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} = [a; b)$.

Từ đó ta có $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\} = [-5; 3)$.

Câu 4: Phần bù của $[-1; 5)$ trong $\mathbb{R}$ là

A. $(-\infty; -1]$.

B. $(-\infty; -1) \cup [5; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(5; +\infty)$.

Lời giải

$$C_R[-1; 5) = \mathbb{R} \setminus [-1; 5) = (-\infty; -1) \cup [5; +\infty).$$

Câu 5: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^2 - 3y < 0$

B. $-x + 4y > -3$

C. $x + y^2 \geq 2$

D. $x^2 + 4y^2 \leq 6$

Lời giải

Ta thấy A, C, D là bất phương trình bậc 2 hai ẩn.

Câu 6: Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

A. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Hệ ở đáp án B không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chỉ gồm các phương trình.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x - y > 1 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$?

A. $P(-1; 0)$.

B. $N(1; 1)$.

C. $M(1; -1)$.

D. $Q(0; 1)$.

Lời giải

Ta thấy tọa độ điểm M thỏa mãn hệ bất phương trình nên thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình

Câu 8: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A. $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$. **B.** $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$.

C. $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$. **D.** $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$.

Lời giải

Ta có $\sin 30^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 150^\circ$

Câu 9: Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$. Chọn mệnh đề **sai** ?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

B. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$.

C. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos B$.

D. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cdot \cos C$.

Lời giải

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos B$ là mệnh đề sai.

Câu 10: Đo chiều dài của một cây thước, ta được kết quả $l = 45 \pm 0,3(cm)$ thì sai số tương đối của phép đo là:

A. $\Delta_l = 0,3$.

B. $\Delta_l \leq 0,3$.

C. $\delta_l = \frac{3}{10}$.

D. $\delta_l \leq \frac{1}{150}$.

Lời giải

Vì $\Delta_l \leq 0,3$ nên $\delta_l = \frac{\Delta_l}{l} \leq \frac{0,3}{45} = \frac{1}{150}$.

Câu 11: Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là

A. 0,05.

B. 0,04.

C. 0,046.

D. 0,1.

Lời giải

Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là: $|2,7 - 2,654| = 0,046$.

Câu 12: Đại lượng đo mức độ biến động, chênh lệch giữa các giá trị trong mẫu số liệu thống kê gọi là

A. Độ lệch chu.

B. Số trung vị.

C. Phương sai.

D. Tần số.

Lời giải

Đại lượng đo mức độ biến động, chênh lệch giữa các giá trị trong mẫu số liệu thống kê gọi là phương sai.

Câu 13: Điểm (thang điểm 10) của 11 học sinh cao điểm nhất trong một bài kiểm tra như sau:

10 9 10 8 9 10 9 7 8 9 10

Hãy tìm các tứ phân vị.

A. $Q_1 = 7, Q_2 = 8, Q_3 = 10$

B. $Q_1 = 8, Q_2 = 10, Q_3 = 10$.

C. $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 10$.

D. $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 9$.

Lời giải

Sắp xếp các giá trị theo thứ tự không giảm:

7 8 8 9 9 9 10 10 10 10

Trung vị của mẫu số liệu là: $Q_2 = 9$.

Tứ vị phân thứ nhất là $Q_1 = 8$.

Tứ vị phân thứ ba là $Q_3 = 10$.

Vậy $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 10$ là các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Câu 14: Một cửa hàng giày thể thao đã thống kê cỡ giày của 20 khách hàng nữ được chọn ngẫu nhiên cho kết quả như sau:

35 37 39 41 38 40 40 37 39 38 38 36 37 42 38 35 38 36 38 35

Tìm trung vị cho mẫu số liệu trên.

- A. 36. B. 37. **C. 38.** D. 39.

Lời giải

Sắp xếp các giá trị theo thứ tự không giảm:

35 35 35 36 36 37 37 37 38 38 38 38 38 38 39 39 40 40 41 42

Vì $n = 20$ là số chẵn nên trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa: $Me = \frac{38 + 38}{2}$

Câu 15: Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu thông kê sau:

22 24 33 17 11 4 18 87 72 30

- A. 33. **B. 83.** C. 89. D. 82.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 87 - 4 = 83$.

Câu 16: Một mẫu số liệu thông kê có tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 22$, $Q_2 = 27$, $Q_3 = 32$. Giá trị nào sau đây là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu

- A. 30. B. 9. **C. 48.** D. 46.

Lời giải

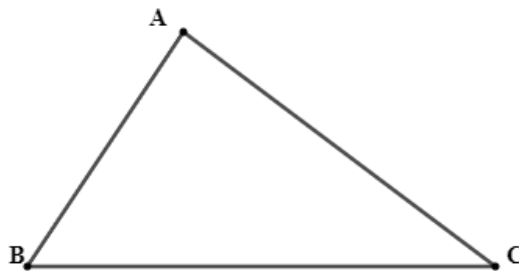
Ta có $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32 - 22 = 10$. Do đó $[Q_1 - 1,5\Delta_Q; Q_3 + 1,5\Delta_Q] = [7; 47]$.

Do $48 \notin [7; 47]$ nên là một giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu.

Câu 17: Cho tam giác ABC . Số các véc tơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là:

- A. 3. **B. 6.** C. 2. D. 1.

Lời giải



Có 6 véc tơ khác $\vec{0}$ là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.** C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 19: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-3;1)$ và $N(6;-4)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OMN là

- A. $G(9;-5)$. B. $G(-1;1)$. **C. $G(1;-1)$.** D. $G(3;-3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_O}{3} = \frac{-3+6+0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_O}{3} = \frac{1+(-4)+0}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(1; -1).$$

Câu 20: Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 5$, $BC = 8$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. 20.

B. $20\sqrt{3}$.

C. $20\sqrt{2}$.

D. $40\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 5 \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ = 20\sqrt{3}$.

Vậy $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 20\sqrt{3}$.

Câu 21: Xét mệnh đề kéo theo P : “Nếu 18 chia hết cho 3 thì tam giác cân có 2 cạnh bằng nhau” và Q : “Nếu 17 là số chẵn thì 25 là số chính phương”. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. P đúng, Q sai.

B. P đúng, Q đúng.

C. P sai, Q đúng.

D. P sai, Q sai.

Lời giải

Ta có P đúng vì cả hai mệnh đề giả thiết và kết luận đều đúng.

Q đúng vì giả thiết “17 là số chẵn” là mệnh đề sai.

Câu 22: Biết rằng $C_{\mathbb{R}}A = [-3; 11]$ và $C_{\mathbb{R}}B = (-8; 1]$. Khi đó $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$ bằng

A. $(-8; 11)$.

B. $[=3; 1]$.

C. $(-\infty; -8] \cup [11; +\infty)$.

D. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

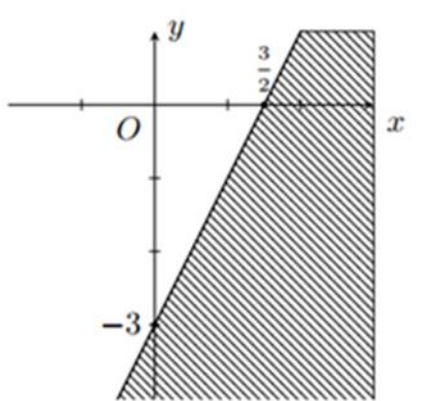
Cách 1: $A = (-\infty; -3) \cup [11; +\infty)$, $B = (-\infty; -8] \cup (1; +\infty)$.

$A \cap B = (-\infty; -8] \cup [11; +\infty)$.

$C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = (-8; 11)$.

Cách 2: $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = C_{\mathbb{R}}A \cup C_{\mathbb{R}}B = (-8; 11)$.

Câu 23: Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



A. $2x - y \leq 3$.

B. $x - y \geq 3$.

C. $2x - y \geq 3$.

D. $2x + y \leq 3$.

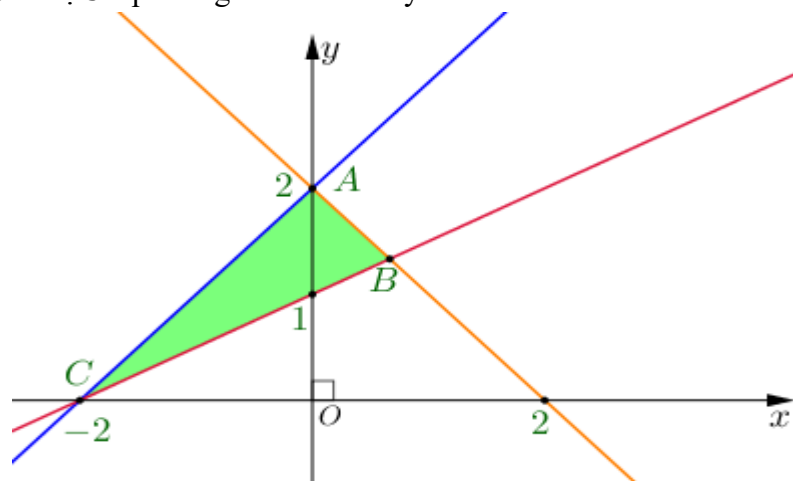
Lời giải

Đường thẳng $2x - y = 3$ đi qua điểm $(0; -3)$, $(\frac{3}{2}; 0)$. Loại B, D

Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào vế trái của các bất phương trình ở đáp án A, C

Ta thấy đáp án A thỏa mãn.

Câu 24: Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh AB, BC, CA trong hình là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



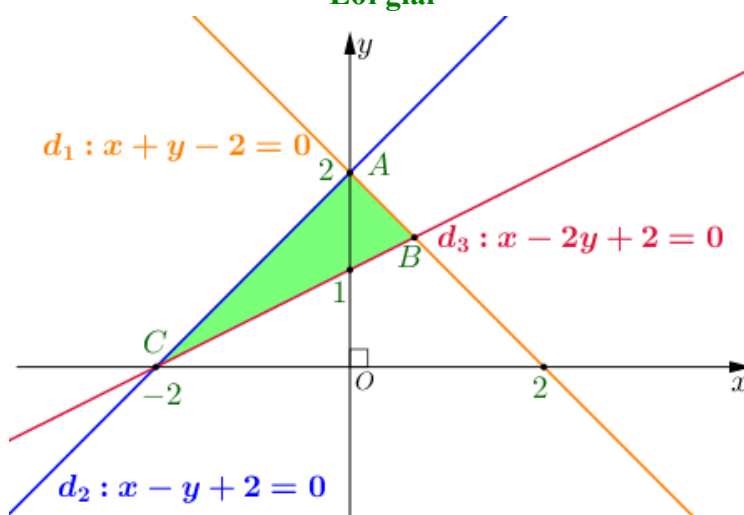
A.
$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \leq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải



Cạnh AB nằm trên đường thẳng $d_1 : x + y - 2 = 0$

Cạnh AC nằm trên đường thẳng $d_2 : x - y + 2 = 0$

Cạnh BC nằm trên đường thẳng $d_3 : x - 2y + 2 = 0$

Đường thẳng $d_1 : x + y - 2 = 0$ chia mặt phẳng Oxy thành hai nửa mặt phẳng bờ d_1 , thay tọa độ

$O(0;0)$ vào vế trái d_1 ta có $-2 < 0$. Vậy nửa mặt phẳng chứa điểm O là miền nghiệm của bất phương trình $x + y - 2 \leq 0$.

Tương tự nửa mặt phẳng chứa điểm O là miền nghiệm của bất phương trình $x - y + 2 \geq 0$.

Nửa mặt phẳng không chứa điểm O là miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

Từ (1), (2), (3) suy ra miền tam giác ABC kể cả ba cạnh AB, BC, CA là miền nghiệm của hệ bất

$$\text{phương trình } \begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases}.$$

Câu 25: Tam giác ABC có $A = 120^\circ$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Lời giải

Áp dụng định lí hàm số $\cos$ tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc.$$

Câu 26: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 75^\circ$ và $AC = 10$. Khi đó, độ dài cạnh BC bằng

- A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$. B. $5\sqrt{6}$. C. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$. D. 10.

Lời giải

Ta có $A = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$.

Áp dụng định lí Sin cho tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{10 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 27: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$; $AC = 9\text{cm}$; $BAC = 60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

- A. $S = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2$. B. $S = \frac{27}{2} \text{cm}^2$. C. $S = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{cm}^2$. D. $S = \frac{27}{4} \text{cm}^2$.

Lời giải

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2.$$

Câu 28: Cho số gần đúng $\alpha = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$. Hãy viết số quy tròn của số

- A. 23749000. B. 23748000. C. 23746000. D. 23747000.

Lời giải

Độ chính xác $d = 101$ (hàng trăm) nên ta làm tròn số $\alpha = 23748023$ đến hàng nghìn được kết quả là $\alpha = 23748000$.

Câu 29: Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

- A. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
B. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
D. Tất cả đều sai.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “IQ” là $R_1 = 111 - 88 = 23$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “EQ” là $R_2 = 103 - 90 = 13$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

Câu 30: Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách?

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

A. 4,694.

B. 4,925.

C. 4,55.

D. 4,495.

Lời giải

Số bạn học sinh trong lớp là $n = 6 + 15 + 3 + 8 + 8 = 40$ (bạn)

Trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc số cuốn sách là:

$$\bar{x} = \frac{6.3 + 15.4 + 3.5 + 8.6 + 8.7}{40} = 4,925$$

Câu 31: Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và $A = 60^\circ$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ bằng

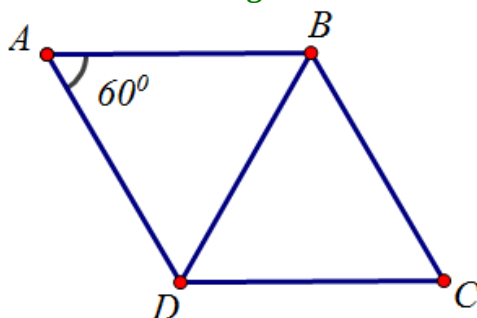
A. $\frac{a}{2}$.

B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. a .

Lời giải



$ABCD$ là hình thoi nên $AB = AD = a \Rightarrow \triangle ABD$ cân tại A .

Mà $A = 60^\circ$ nên $\triangle ABD$ đều cạnh a . Suy ra $AB = AD = BD = a$.

Ta có $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = a$.

Câu 32: Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 1)$, $B(-1; 7)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

A. $M(1; -3)$

B. $M(5; -5)$

C. $M(1; -1)$

D. $M(3; -1)$

Lời giải

Gọi $M(a; b)$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (a - 2; b - 1)$ và $\overrightarrow{AB} = (-3; 6)$

Lại có $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-2)-3=0 \\ 3(b-1)+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$. Suy ra $M(3; -1)$.

Câu 33: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;3)$; $B(4;-1)$. Giao điểm của đường thẳng AB với trục tung tại M , đặt $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$, giá trị của k là

- A. -2. B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Gọi $M(0; y)$.

$M \in AB$ nên $\overrightarrow{MA}$ cùng phương $\overrightarrow{MB}$.

$$\overrightarrow{MA} = (2; 3-y); \overrightarrow{MB} = (4; -1-y)$$

$$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k.4 \\ 3-y = k.(-1-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy $M(0;7)$ và $k = \frac{1}{2}$.

Câu 34: Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(-1;2)$; $B(5;8)$. Điểm $M \in Ox$ sao cho tam giác MAB vuông tại A . Diện tích tam giác MAB bằng

- A. 10. B. 18. C. 24. D. 12.

Lời giải

Vì $M \in Ox$ nên có tọa độ $M(a;0)$, ta có $\overrightarrow{AM} = (a+1; -2)$; $\overrightarrow{AB} = (6; 6)$.

Tam giác MAB vuông tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow 6(a+1) - 12 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow M(1;0)$.

$$\text{Ta có } AM = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$AB = \sqrt{(5+1)^2 + (8-2)^2} = 6\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 12.$$

Câu 35: Tìm x để khoảng cách giữa hai điểm $A(5; -1)$ và $B(x; 4)$ bằng 7.

- A. $-10 \pm 2\sqrt{6}$. B. $10 \pm 2\sqrt{6}$. C. $5 \pm 2\sqrt{6}$. D. $-5 \pm 2\sqrt{6}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{(x-5)^2 + 5^2} = 7 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 + 25 = 49$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \pm 2\sqrt{6}.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: a) Cho hai tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$, $B = (-2; 2m+2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Xác định m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} m-1 < 4 \\ -2 < 2m+2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$$

$$\text{Ta có } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2 \leq m-1 \\ 4 \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3.$$

$$\text{Vậy } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 5 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$$

b) Cho hai tập hợp $A = (m-1; 5]$, $B = (3; 2020-5m)$ và A, B khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \setminus B = \emptyset$?

Lời giải

Vì A, B là hai tập hợp khác rỗng, nên ta có điều kiện:

$$\begin{cases} m-1 < 5 \\ 3 < 2020-5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m < \frac{2017}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m < 6.$$

$$\text{Để } A \setminus B = \emptyset \text{ thì } A \subset B \text{ ta có điều kiện: } \begin{cases} 3 \leq m-1 \\ 5 < 2020-5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ m < 403 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \leq m < 403.$$

Kết hợp điều kiện, $4 \leq m < 6$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 37: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

Lời giải

Gọi số tấn nguyên liệu loại I, loại II được sử dụng lần lượt là x, y .

Khi đó chiết xuất được $(20x+10y)$ kg chất A và $(0,6x+1,5y)$ kg chất B.

Tổng số tiền mua nguyên liệu là $T(x, y) = 4x + 3y$.

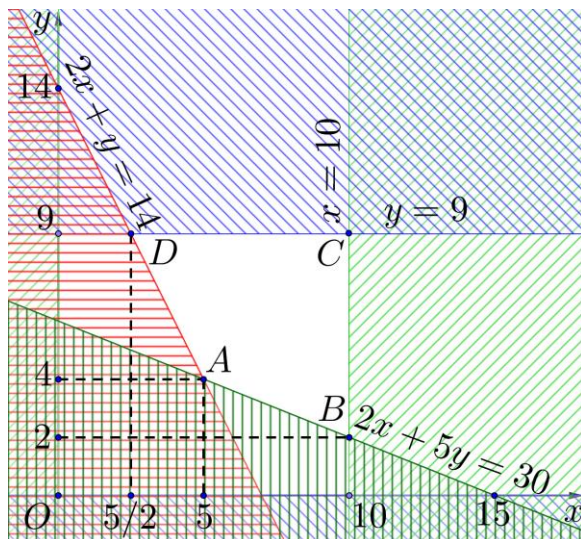
Theo giả thiết ta có $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 9$

$$20x+10y \geq 140 \Leftrightarrow 2x+y \geq 14; 0,6x+1,5y \geq 9 \Leftrightarrow 2x+5y \geq 30.$$

$$\text{Bài toán trở thành: Tìm } x, y \text{ thỏa mãn hệ bất phương trình } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x+y \geq 14 \\ 2x+5y \geq 30 \end{cases}$$

sao cho $T(x, y) = 4x + 3y$ có giá trị nhỏ nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình được biểu diễn bởi hình vẽ.



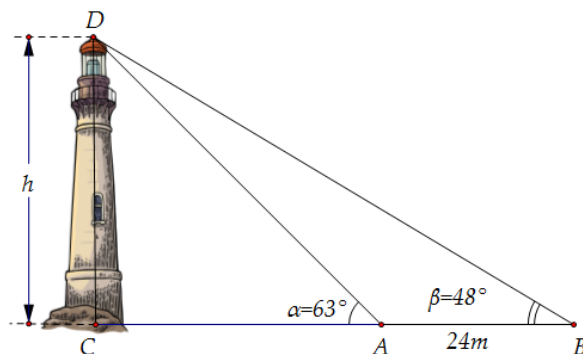
Suy ra miền nghiệm của là miền tứ giác lồi ABCD, kể cả biên.

Ta có $A(5; 4)$, $B(10; 2)$, $C(10; 9)$, $D\left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

Thử lần lượt tọa độ các điểm trên vào biểu thức $T(x, y) = 4x + 3y$ ta được $T(5; 4) = 32$ là nhỏ nhất.

Vậy $x = 5$, $y = 4$. Nghĩa là sử dụng 5 tấn nguyên liệu loại I và 4 tấn nguyên liệu loại II thì chi phí thấp nhất.

Câu 38: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (như hình vẽ bên dưới).



Ta đo được $AB = 24m$, $CAD = 63^\circ$; $CBD = 48^\circ$. Tính chiều cao h của khối tháp.

Lời giải

Ta có $CAD = 63^\circ \Rightarrow BAD = 117^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$.

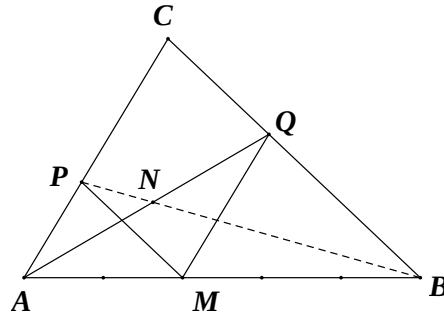
Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{BD}{\sin BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin BAD}{\sin ADB}$

Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin CBD$

Vậy $CD = \frac{AB \cdot \sin BAD \cdot \sin CBD}{\sin ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4(m)$.

Câu 39: Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Trên các cạnh AC, BC lấy các điểm P, Q sao cho $CPMQ$ là hình bình hành. Lấy điểm N trên AQ sao cho $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NQ} = \vec{0}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$ và a, b nguyên tố cùng nhau). Khi ba điểm B, N, P thẳng hàng hãy tính $a + b$.

Lời giải



$$\text{Vì } MP \parallel BC, MQ \parallel AC \Rightarrow \frac{AP}{AC} = \frac{CQ}{CB} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AP}.$$

$$\text{Đặt } \overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AQ}. \text{ Suy ra: } \overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}x\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}x\overrightarrow{AP}.$$

$$\text{Do } B, N, P \text{ thẳng hàng nên } \frac{2}{5}x + \frac{3}{2}x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{10}{19} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{10}{19}\overrightarrow{AQ}$$

$$\text{Hay } \overrightarrow{AN} = \frac{10}{9}\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{NA} + 10\overrightarrow{NQ} = \vec{0}.$$

$$\text{Vậy } a + b = 10 + 9 = 19.$$

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho các phát biểu sau đây:

- "17 là số nguyên tố"
- "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền"
- "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé!"
- "Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn"

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là mệnh đề?

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2: Cho tập hợp A . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** $\emptyset \subset A$. **B.** $A \neq \{A\}$. **C.** $A \in A$. **D.** $A \subset A$.

Câu 3: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, cách viết nào đúng?

- A.** $a \in [a; b]$. **B.** $\{a\} \subset [a; b]$. **C.** $\{a\} \in [a; b]$. **D.** $a \in (a; b]$.

Câu 4: Cặp số $(-2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A.** $2x + y + 1 > 0$. **B.** $x + 3y + 1 < 0$. **C.** $2x - y - 1 \geq 0$. **D.** $x + y + 1 > 0$.

Câu 5: Điểm $O(0; 0)$ **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.** $\begin{cases} x + 3y < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x + 3y \geq 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$.

Câu 6: Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- A.** $\begin{cases} x - 3y > 4 \\ 2x + y \leq 12 \\ y \geq 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \leq 15 \end{cases}$

Câu 7: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **đúng**?

- A.** $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$. **B.** $\cos 150^\circ = -\frac{1}{2}$. **C.** $\tan 150^\circ = \sqrt{3}$. **D.** $\cot 150^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 8: Tam giác ABC có $BC = a$; $AB = c$; $AC = b$ và có R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A.** $\frac{a}{\sin A} = 2R$. **B.** $\sin A = \frac{a}{2R}$. **C.** $b \cdot \sin B = 2R$. **D.** $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$.

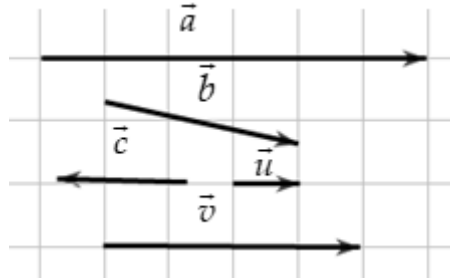
Câu 9: Gọi a, b, c, r, R, S lần lượt là độ dài ba cạnh, bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp và diện tích của ΔABC , $p = \frac{a+b+c}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $S = pR$. **B.** $S = \frac{abc}{4R}$.
C. $S = \frac{1}{2} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. **D.** $S = \frac{1}{2} ab \cos C$.

Câu 10: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 11: Cho các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$ và $\vec{v}$ như trong hình bên.



Hỏi có bao nhiêu vector cùng hướng với vector $\vec{u}$?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 12: Cho tam giác ABC có trọng tâm G , gọi M là trung điểm BC . Phân tích véc tơ $\overrightarrow{AG}$ theo hai véc tơ là hai cạnh của tam giác, khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 13: Cho tam giác ABC với $A(-3;6); B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là:

- A. $C(5;-4)$. B. $C(5;4)$. C. $C(-5;4)$. D. $C(-5;-4)$.

Câu 14: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2}{2}$.

Câu 15: Cho số $a = 367\,653\,964 \pm 213$. Số quy tròn của số gần đúng $367\,653\,964$ là

- A. 367 653 960. B. 367 653 000. C. 367 654 000. D. 367 653 970

Câu 16: Chiều cao của một ngọn đồi là $\bar{h} = 347,13m \pm 0,2m$. Độ chính xác d của phép đo trên là

- A. $d = 347,13m$. B. $347,33m$. C. $d = 0,2m$. D. $d = 346,93m$.

Câu 17: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu: 27; 15; 18; 30; 19; 40; 100; 9; 46; 10; 200.

- A. 18. B. 15. C. 40. D. 46.

Câu 18: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu: 27; 15; 18; 30; 19; 40; 100; 9; 46; 10; 200.

- A. 18. B. 15. C. 40. D. 46.

Câu 19: Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 20. B. 22. C. 24. D. 26.

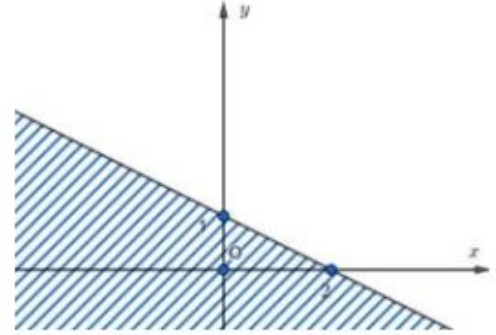
Câu 20: Chọn khẳng định đúng trong bốn phương án sau đây. Độ lệch chuẩn là:

- A. Bình phương của phương sai. B. Một nửa của phương sai.
C. Căn bậc hai của phương sai. D. Hiệu của số lớn nhất và số nhỏ nhất.

Câu 21: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$ ". B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$ ".
C. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 5x + 6 = 0$ ". D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ".

- Câu 22:** Cho tập $A = (2; +\infty)$, $B = (m; +\infty)$. Điều kiện cần và đủ của m sao cho tập hợp B là con của tập hợp A
A. $m \leq 2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m \geq 2$.
- Câu 23:** Miền để trống trong miền bên dưới là hình biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
A. $2x - y + 1 \geq 0$. **B.** $x + 2y - 2 \leq 0$.
C. $x + 2y + 1 \leq 0$. **D.** $x + 2y - 2 \geq 0$.
- Câu 24:** Miền trong của tam giác ABC (không kể các cạnh) với $A(0;1), B(-1;3), C(-2;0)$ biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?
A. $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x + y > 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$
- Câu 25:** Cho tam giác ABC có $BC = 8, CA = 10$, và $\angle ACB = 60^\circ$. Độ dài cạnh AB bằng
A. $3\sqrt{21}$. **B.** $7\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $2\sqrt{21}$.
- Câu 26:** Tam giác ABC có độ dài cạnh $AB = 3\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$ và $\angle A = 60^\circ$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng
A. $R = \sqrt{3}$. **B.** $R = 3\sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = 6$.
- Câu 27:** Cho tam giác ABC có $B + C = 135^\circ$, $BC = 10\sqrt{2}(\text{cm})$. Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng
A. $10\pi(\text{cm})$. **B.** $15\pi(\text{cm})$. **C.** $20\pi(\text{cm})$. **D.** $25\pi(\text{cm})$.
- Câu 28:** Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Khẳng định nào là đúng?
A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$. **C.** $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.
- Câu 29:** Gọi AN, CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CM}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.
- Câu 30:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.
A. $(5; 5)$. **B.** $(5; -2)$. **C.** $(5; -4)$. **D.** $(-1; -4)$.
- Câu 31:** Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $\angle BAD = 60^\circ$. Độ dài đường chéo BD bằng
A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5 . **D.** 3 .
- Câu 32:** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D ; $AB = AD = a, CD = 2a$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ bằng
A. $-a^2$. **B.** 0 . **C.** $\frac{3a^2}{2}$. **D.** $\frac{-a^2}{2}$.
- Câu 33:** Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là $0,47$. Sai số tuyệt đối của $0,47$ là
A. $0,001$. **B.** $0,003$. **C.** $0,002$. **D.** $0,004$.



Câu 34: Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là:

60	78	80	64	70	76	80	74	86	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1 = 70; Q_2 = 77; Q_3 = 80$.

B. $Q_1 = 72; Q_2 = 78; Q_3 = 80$.

C. $Q_1 = 70; Q_2 = 76; Q_3 = 80$.

D. $Q_1 = 70; Q_2 = 75; Q_3 = 80$.

Câu 35: Nhiệt độ cao nhất của Hà Nội trong 7 ngày liên tiếp trong tháng tám được ghi lại là: 34; 34; 36; 35; 33; 31; 30 (Độ C).

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thuộc khoảng nào

A. $(1; 2)$.

B. $(3; 4)$.

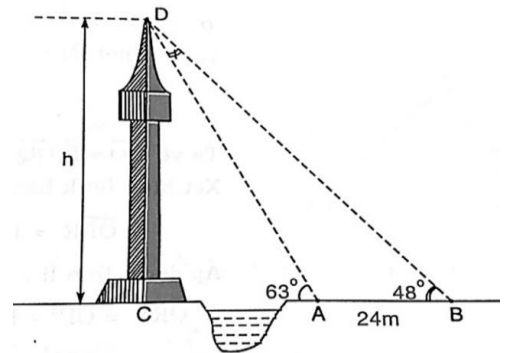
C. $\left[2; \frac{7}{2}\right]$.

D. $\left(0; \frac{3}{4}\right)$.

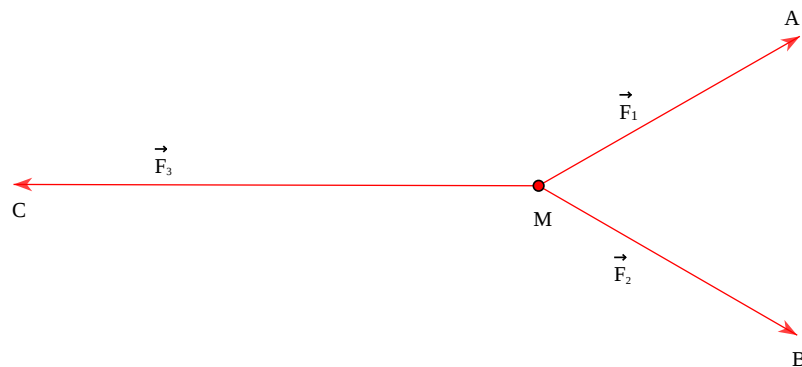
II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Trong một cuộc thi gói bánh vào dịp năm mới, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh để gói bánh chưng và bánh ống. Để gói một cái bánh chưng cần 0,4 kg gạo nếp, 0,05 kg thịt và 0,1 kg đậu xanh; để gói một cái bánh ống cần 0,6 kg gạo nếp, 0,075 kg thịt và 0,15 kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chưng nhận được 5 điểm thưởng, mỗi cái bánh ống nhận được 7 điểm thưởng. Hỏi cần phải gói mấy cái bánh mỗi loại để được nhiều điểm thưởng nhất?

Câu 37: Muốn đo chiều cao CD của một cái tháp mà ta không thể đến được tâm C của chân tháp. Trong mặt phẳng đứng chứa chiều cao CD của tháp ta chọn hai điểm A và B sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Giả sử ta đo được khoảng cách $AB = 24m$ và các góc $CAD = 63^\circ$, $CBD = 48^\circ$. Hãy tính chiều cao $h = CD$ của tháp (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 38: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $AMB = 60^\circ$. Tính cường độ lực của $\vec{F}_3$.



Câu 39: Cho hai điểm B, C phân biệt. Tìm tập hợp những điểm M thỏa mãn $\vec{CM} \cdot \vec{CB} = \vec{CM}^2$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho các phát biểu sau đây:

1. "17 là số nguyên tố"
2. "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền"
3. "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé!"
4. "Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn"

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là mệnh đề?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Câu 2: Cho tập hợp A . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\emptyset \subset A$. B. $A \neq \{A\}$. C. $A \in A$. D. $A \subset A$.

Lời giải

Theo sách giáo khoa về qui tắc viết kí hiệu bao hàm giữa hai tập hợp và giữa phần tử và tập hợp.

Câu 3: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, cách viết nào đúng?

- A. $a \subset [a; b]$. B. $\{a\} \subset [a; b]$. C. $\{a\} \in [a; b]$. D. $a \in (a; b]$.

Lời giải

Theo sách giáo khoa về quy tắc viết kí hiệu bao hàm giữa hai tập hợp và giữa phần tử với tập hợp.

Câu 4: Cặp số $(-2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + y + 1 > 0$. B. $x + 3y + 1 < 0$. C. $2x - y - 1 \geq 0$. D. $x + y + 1 > 0$.

Lời giải

Ta có $2(-2) + 3 + 1 > 0$ sai nên $(-2; 3)$ không là nghiệm của $2x + y + 1 > 0$.

$-2 + 3(3) + 1 < 0$ sai nên $(-2; 3)$ không là nghiệm của $x + 3y + 1 < 0$.

$2(-2) - 3 - 1 \geq 0$ sai nên $(-2; 3)$ không là nghiệm của $2x - y - 1 \geq 0$.

$-2 + 3 + 1 > 0$ đúng nên $(-2; 3)$ là nghiệm của $x + y + 1 > 0$.

Câu 5: Điểm $O(0; 0)$ **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + 3y < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x + 3y \geq 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Thay tọa độ O vào hệ ta được đáp án.

Câu 6: Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- A. $\begin{cases} x - 3y > 4 \\ 2x + y \leq 12 \\ y \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \leq 15 \end{cases}$

Lời giải

Hệ ở đáp án D không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chứa một bất phương trình bậc hai $x^2 + 2y \leq 15$.

Câu 7: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **đúng**?

A. $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$. **B.** $\cos 150^\circ = -\frac{1}{2}$. **C.** $\tan 150^\circ = \sqrt{3}$. **D.** $\cot 150^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Ta có $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$; $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\cot 150^\circ = -\sqrt{3}$.

Câu 8: Tam giác ABC có $BC = a$; $AB = c$; $AC = b$ và có R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. **B.** $\sin A = \frac{a}{2R}$. **C.** $b \cdot \sin B = 2R$. **D.** $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$.

Lời giải

Theo định lý sin trong tam giác $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Nên ta suy ra đáp án sai là $b \cdot \sin B = 2R$

Câu 9: Gọi a, b, c, r, R, S lần lượt là độ dài ba cạnh, bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp và diện tích của $\triangle ABC$, $p = \frac{a+b+c}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S = pR$. **B.** $S = \frac{abc}{4R}$.
C. $S = \frac{1}{2} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. **D.** $S = \frac{1}{2} ab \cos C$.

Lời giải

$S = pR$ **sai** vì $S = pr$ với r là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

$S = \frac{1}{2} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ **sai** vì $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ với $p = \frac{a+b+c}{2}$.

$S = \frac{1}{2} ab \cos C$ **sai** vì $S = \frac{1}{2} ab \sin C$.

$S = \frac{abc}{4R}$ **đúng** vì $S = \frac{abc}{4R}$.

Câu 10: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

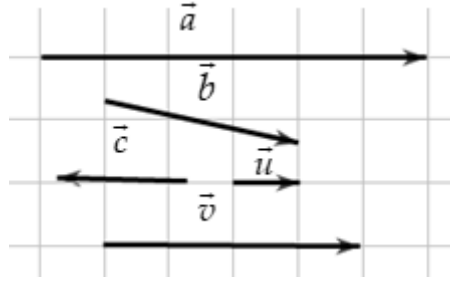
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ (Sai)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$ (Sai)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ (Sai)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ (Đúng)

Câu 11: Cho các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$ và $\vec{v}$ như trong hình bên.



Hỏi có bao nhiêu vectơ cùng hướng với vectơ $\vec{u}$?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Các vectơ cùng hướng với vectơ $\vec{u}$ là vectơ $\vec{a}$ và $\vec{v}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có trọng tâm G , gọi M là trung điểm BC . Phân tích véc tơ $\overrightarrow{AG}$ theo hai véc tơ là hai cạnh của tam giác, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 13: Cho tam giác ABC với $A(-3;6)$; $B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là:

A. $C(5;-4)$.

B. $C(5;4)$.

C. $C(-5;4)$.

D. $C(-5;-4)$.

Lời giải.

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Rightarrow C(-5;4).$$

Câu 14: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

Câu 15: Cho số $a = 367\,653\,964 \pm 213$. Số quy tròn của số gần đúng 367 653 964 là

A. 367 653 960.

B. 367 653 000.

C. 367 654 000.

D. 367 653 970

Lời giải

Chọn C

Vì độ chính xác đến hàng trăm nên ta quy tròn đến hàng nghìn và theo quy tắc làm tròn nên số quy tròn là: 367 654 000.

Câu 16: Chiều cao của một ngọn đồi là $\bar{h} = 347,13m \pm 0,2m$. Độ chính xác d của phép đo trên là

- A. $d = 347,13m$. B. $347,33m$. C. $d = 0,2m$. D. $d = 346,93m$.

Lời giải

Chọn C

Ta có a là số gần đúng của $\bar{a}$ với độ chính xác d qui ước viết gọn là $\bar{a} = a \pm d$. Vậy độ chính xác của phép đo là $d = 0,2m$.

Câu 17: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu: 27; 15; 18; 30; 19; 40; 100; 9; 46; 10; 200.

- A. 18. B. 15. C. 40. D. 46.

Lời giải

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: 9; 10; 15; 18; 19; 27; 30; 40; 46; 100; 200.

Tứ phân vị thứ nhì là trung vị của dãy số liệu là: $Q_2 = 27$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của dãy số liệu: 9; 10; 15; 18; 19.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 15$.

Câu 18: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu: 27; 15; 18; 30; 19; 40; 100; 9; 46; 10; 200.

- A. 18. B. 15. C. 40. D. 46.

Lời giải

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: 9; 10; 15; 18; 19; 27; 30; 40; 46; 100; 200.

Tứ phân vị thứ nhì là trung vị của dãy số liệu là: $Q_2 = 27$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của dãy số liệu: 30; 40; 46; 100; 200.

Khi đó tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 46$.

Câu 19: Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 20. B. 22. C. 24. D. 26.

Lời giải

Số liệu trên đã sắp xếp theo thứ tự không giảm

Ta có $Q_1 = 10; Q_2 = 19; Q_3 = 32$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $\Delta_Q = 32 - 10 = 22$.

Câu 20: Chọn khẳng định đúng trong bốn phương án sau đây. Độ lệch chuẩn là:

- A. Bình phương của phương sai. B. Một nửa của phương sai.
C. Căn bậc hai của phương sai. D. Hiệu của số lớn nhất và số nhỏ nhất.

Lời giải

Chọn đáp án: C.

Câu 21: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$ ". B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$ ".
C. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 5x + 6 = 0$ ". D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ".

Lời giải

+ Mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$ " đúng vì $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

+ Mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$ " sai vì thay $x = 0$ ta được $0^2 = 0$.

+ Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 5x + 6 = 0$ ” đúng vì $x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases} \in \mathbb{R}$.

+ Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ” đúng vì thay $x = \frac{1}{2}$ ta được mệnh đề đúng.

Câu 22: Cho tập $A = (2; +\infty)$, $B = (m; +\infty)$. Điều kiện cần và đủ của m sao cho tập hợp B là con của tập hợp A

A. $m \leq 2$.

B. $m = 2$.

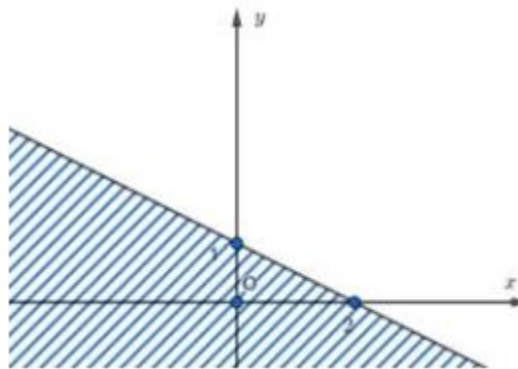
C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Ta có $B \subset A \Leftrightarrow \forall x \in B: x \in A \Leftrightarrow 2 \leq m$.

Câu 23: Miền để trống trong miền bên dưới là hình biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?



A. $2x - y + 1 \geq 0$.

B. $x + 2y - 2 \leq 0$.

C. $x + 2y + 1 \leq 0$.

D. $x + 2y - 2 \geq 0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;0), B(0;1)$ có dạng $y = ax + b$. Suy ra

$$\begin{cases} 2a + b = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d: y = -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow x + 2y - 2 = 0. \text{ Ta loại được đáp án A, C.}$$

Nhận thấy điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình. Mà $0 + 2 \cdot 0 - 2 \leq 0$

nên loại đáp án B.

Vậy bất phương trình cần tìm là $x + 2y - 2 \geq 0$.

Câu 24: Miền trong của tam giác ABC (không kể các cạnh) với $A(0;1), B(-1;3), C(-2;0)$ biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

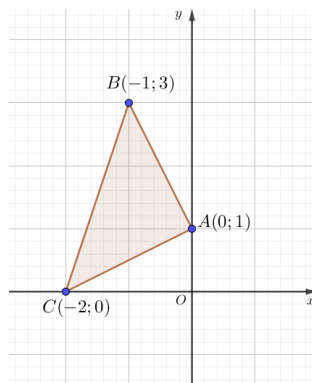
A. $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + y > 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y < -6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$

Lời giải



Cách 1: Lấy điểm $M(-1;1)$ thuộc miền trong tam giác ABC .

Thay tọa độ điểm M vào các phương án, ta thấy $(-1;1)$ thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$

Cách 2: Phương trình đường thẳng $AB: 2x + y = 1$.

Xét điểm $M(-1;1)$ thuộc miền trong tam giác ABC .

Ta có: $2x_M + y_M = -1 < 1$ nên $(-1;1)$ là một nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$.

Tương tự với cách viết phương trình BC , AC ta có $(-1;1)$ là một nghiệm của các bất phương trình sau $3x - y > -6$ và $x - 2y < -2$.

Vậy miền trong tam giác ABC biểu diễn tập nghiệm hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x - 2y < -2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$

Câu 25: Cho tam giác ABC có $BC = 8, CA = 10$, và $ACB = 60^\circ$. Độ dài cạnh AB bằng

- A. $3\sqrt{21}$. B. $7\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{21}$.

Lời giải

Ta có: $AB^2 = BC^2 + CA^2 - 2BC \cdot CA \cdot \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow AB = 2\sqrt{21}$.

Câu 26: Tam giác ABC có độ dài cạnh $AB = 3\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$ và $A = 60^\circ$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $R = \sqrt{3}$. B. $R = 3\sqrt{3}$. C. $R = 3$. D. $R = 6$.

Lời giải

Xét tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow BC^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 27 \Rightarrow BC^2 + AB^2 = AC^2$$

Do đó tam giác ABC vuông tại B .

Vậy bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $R = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3(\text{cm})$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $B + C = 135^\circ$, $BC = 10\sqrt{2}(\text{cm})$. Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $10\pi(\text{cm})$. B. $15\pi(\text{cm})$. C. $20\pi(\text{cm})$. D. $25\pi(\text{cm})$.

Lời giải

Ta có $B + C = 135^\circ \Rightarrow A = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

Theo định lý sin trong tam giác ta có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{10\sqrt{2}}{2 \cdot \sin 45^\circ} = 10 \text{ (cm)}$.

Chu vi đường tròn ngoại tiếp bằng: $2R\pi = 2 \cdot 10\pi = 20\pi \text{ (cm)}$

Câu 28: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Khẳng định nào là **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.
C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

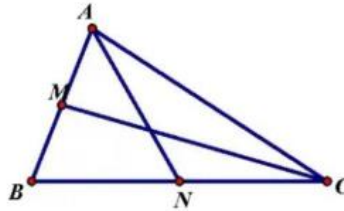
Theo quy tắc hiệu: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

$ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 29: Gọi AN, CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$. B. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CM}$. D. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

Lời giải



Ta có $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ (1)

Và $2\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$

Suy ra $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (2)

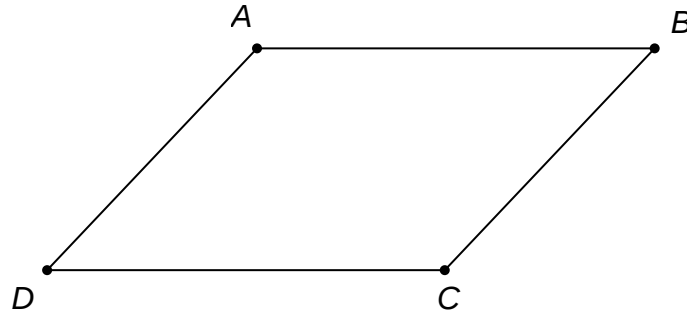
Từ (1) và (2) suy ra $2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

Câu 30: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(5; 5)$. B. $(5; -2)$. C. $(5; -4)$. D. $(-1; -4)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $D(x; y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-2; y-1) = (3; 4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy $D(5; 5)$.

Câu 31: Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB=2$, $AD=1$, $BAD=60^\circ$. Độ dài đường chéo BD bằng

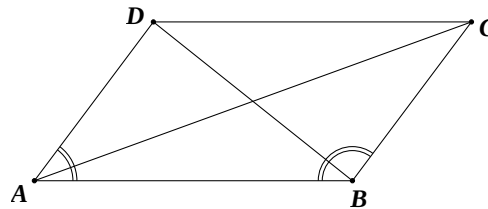
A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 5.

D. 3.

Lời giải



$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BD}^2 = \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow BD^2 = 2^2 + 1^2 + 2 \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{3}.$$

Câu 32: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D ; $AB=AD=a, CD=2a$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ bằng

A. $-a^2$.

B. 0.

C. $\frac{3a^2}{2}$.

D. $\frac{-a^2}{2}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \\ &= AD^2 - 2AB^2 - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= AD^2 - 2AB^2 = -a^2. \end{aligned}$$

Câu 33: Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của 0,47 là

A. 0,001.

B. 0,003.

C. 0,002.

D. 0,004.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{8}{17} = 0,470588235294...$$

$$\text{Sai số tuyệt đối của } 0,47 \text{ là } \left| 0,47 - \frac{8}{17} \right| < |0,47 - 0,471| = 0,001.$$

Câu 34: Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là:

60	78	80	64	70	76	80	74	86	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1 = 70; Q_2 = 77; Q_3 = 80.$

B. $Q_1 = 72; Q_2 = 78; Q_3 = 80.$

C. $Q_1 = 70; Q_2 = 76; Q_3 = 80.$

D. $Q_1 = 70; Q_2 = 75; Q_3 = 80.$

Lời giải

Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm

60	64	70	74	76	78	80	80	86	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Vì $n=10$ là số chẵn nên Q_2 là số trung bình cộng của hai giá trị chính giữa:

$$Q_2 = (76 + 78) : 2 = 77$$

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2

60	64	70	74	76
----	----	----	----	----

và tìm được $Q_1 = 70$

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2

78	80	80	86	90
----	----	----	----	----

và tìm được $Q_3 = 80.$

Câu 35: Nhiệt độ cao nhất của Hà Nội trong 7 ngày liên tiếp trong tháng tám được ghi lại là: 34; 34; 36; 35; 33; 31; 30 (Độ C).

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thuộc khoảng nào

A. $(1; 2).$

B. $(3; 4).$

C. $\left[2; \frac{7}{2}\right].$

D. $\left(0; \frac{3}{4}\right).$

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{34 + 34 + 36 + 35 + 33 + 31 + 30}{7} \approx 33,29$$

$$\text{Phương sai của mẫu số liệu là: } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2}{7} \approx 3,92$$

$$\text{Độ lệch chuẩn cần tính là: } s \approx \sqrt{3,92} \approx 1,98.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Trong một cuộc thi gói bánh vào dịp năm mới, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh để gói bánh chưng và bánh ống. Để gói một cái bánh chưng cần 0,4 kg gạo nếp, 0,05 kg thịt và 0,1 kg đậu xanh; để gói một cái bánh ống cần 0,6 kg gạo nếp, 0,075 kg thịt và 0,15 kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chưng nhận được 5 điểm thưởng, mỗi cái bánh ống nhận được 7 điểm thưởng. Hỏi cần phải gói mấy cái bánh mỗi loại để được nhiều điểm thưởng nhất?

Lời giải

Gọi số bánh chưng gói được là x , số bánh ống gói được là y . Khi đó số điểm thưởng là:

$$f(x; y) = 5x + 7y.$$

Số kg gạo nếp cần dùng là $0,4x + 0,6y$

Số kg thịt ba chỉ cần dùng là $0,05x + 0,075y$

Số kg gạo đậu xanh cần dùng là $0,1x + 0,15y$

Vì trong cuộc thi này chỉ được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh nên ta có hệ bất phương trình :

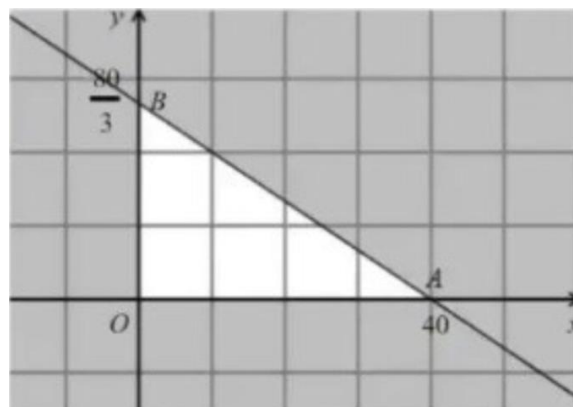
$$\begin{cases} 0,4x + 0,6y \leq 20 \\ 0,05x + 0,075y \leq 2 \\ 0,1x + 0,15y \leq 5 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 100 \\ 2x + 3y \leq 80 \\ 2x + 3y \leq 100 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 80 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tam giác OAB (kể cả biên)

Hàm số $f(x; y) = 5x + 7y$ sẽ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) khi $(x; y)$ là tọa độ một trong các

đỉnh $O(0;0)$, $A(40;0)$, $B(0; \frac{80}{3})$.

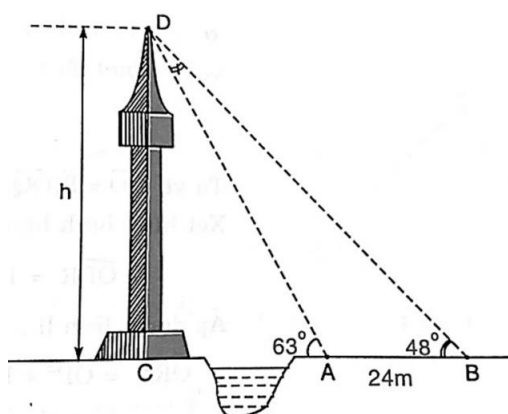


Mà $f(0;0) = 0$, $f(40;0) = 200$, $f(0; \frac{80}{3}) = \frac{560}{3}$. Suy ra $f(x; y)$ lớn nhất khi

$(x; y) = (40; 0)$.

Do đó cần phải gói 40 cái bánh chưng để nhận được số điểm thưởng là lớn nhất.

Câu 37: Muốn đo chiều cao CD của một cái tháp mà ta không thể đến được tâm C của chân tháp. Trong mặt phẳng đứng chứa chiều cao CD của tháp ta chọn hai điểm A và B sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Giả sử ta đo được khoảng cách $AB = 24\text{m}$ và các góc $CAD = 63^\circ$, $CBD = 48^\circ$. Hãy tính chiều cao $h = CD$ của tháp (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Vì là hai góc DAC và DAB kề bù nên $DAB = 180^\circ - DAC = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$

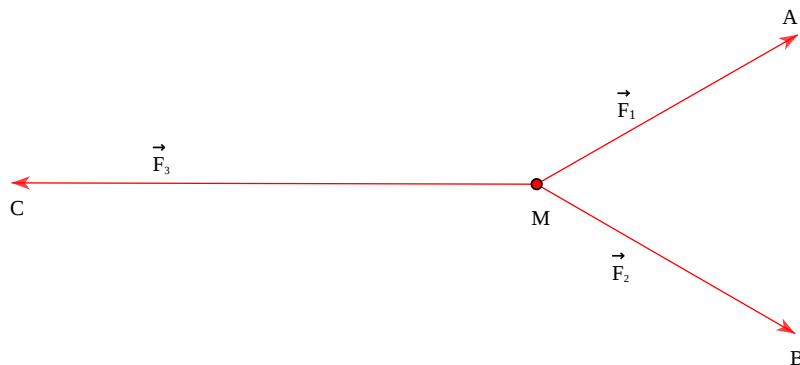
Xét tam giác ABD , ta có $ADB = 180^\circ - DAB - DBA = 15^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABD ta có

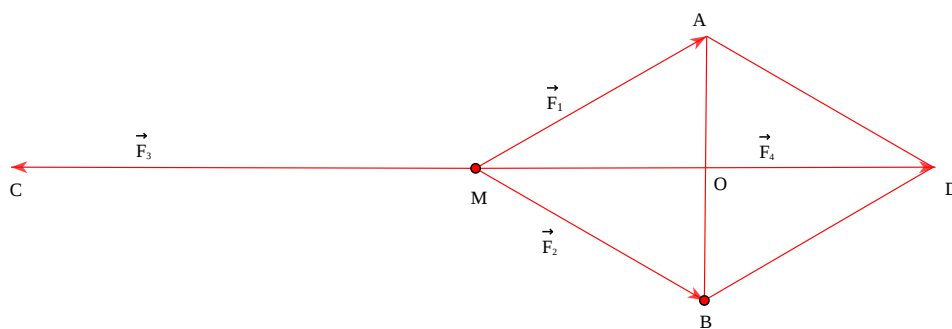
$$\frac{AB}{\sin D} = \frac{AD}{\sin B} \Leftrightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin D} \Leftrightarrow AD = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ}.$$

Ta có chiều cao của tháp là $h = CD = AD \cdot \sin DAC = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \cdot \sin 63^\circ \approx 61,4(m)$.

Câu 38: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $AMB = 60^\circ$. Tính cường độ lực của $\vec{F}_3$.



Lời giải



Vật đứng yên là do $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

Vẽ hình thoi $MADB$, ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MD}$ và lực $\vec{F}_4 = \vec{MD}$ có cường độ lực là $25\sqrt{3}\text{ N}$.

Ta có $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$, do đó $\vec{F}_3$ là vec tơ đối của $\vec{F}_4$.

Như vậy $\vec{F}_3$ có cường độ là $25\sqrt{3}\text{ N}$ và ngược hướng với $\vec{F}_4$.

Câu 39: Cho hai điểm B, C phân biệt. Tìm tập hợp những điểm M thỏa mãn $\vec{CM} \cdot \vec{CB} = \vec{CM}^2$.

Lời giải

Ta có:

$$\vec{CM} \cdot \vec{CB} = \vec{CM}^2 \Leftrightarrow \vec{CM} \cdot (\vec{CM} + \vec{MB}) = \vec{CM}^2 \Leftrightarrow \vec{CM}^2 + \vec{CM} \cdot \vec{MB} = \vec{CM}^2 \Leftrightarrow \vec{CM} \cdot \vec{MB} = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{CM} \perp \vec{MB} \text{ hay } CM \perp MB.$$

Vậy tập hợp những điểm M thuộc đường tròn đường kính BC .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2022 – 2023

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 03

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”

- A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x = 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R}, x = x^2$. C. $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$. D. $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Câu 2: Cho tập hợp $A = (-\infty; -1]$ và tập $B = (-2; +\infty)$. Khi đó $A \cup B$ là:

- A. $(-2; +\infty)$ B. $(-2; -1]$ C. $\mathbb{R}$ D. $\emptyset$

Câu 3: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$. Tập A là tập nào sau đây?

- A. $\{-3; 1\}$ B. $[-3; 1]$ C. $[-3; 1)$ D. $(-3; 1)$

Câu 4: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn số?

- A. $3x + 4y - 5 \leq 0$ B. $3x + y^2 - 5 \leq 0$ C. $x^2 + y + 3 \leq 0$ D. $2xy - 5 \geq 0$

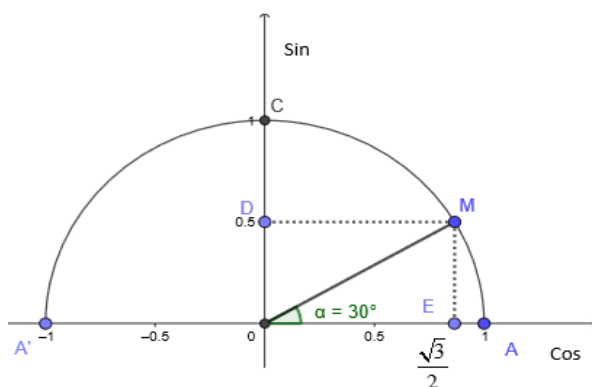
Câu 5: Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- A. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$.

Câu 6: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 7: Trên nửa đường tròn đơn vị, cho góc α như hình vẽ. Hãy chỉ ra các giá trị lượng giác của góc α .



A. $\sin \alpha = 0.5$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\cot \alpha = \sqrt{3}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \alpha = 0.5$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\cot \alpha = \sqrt{3}$.

C. $\sin \alpha = 0.5$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan \alpha = \sqrt{3}$; $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \alpha = 0.5$; $\tan \alpha = \sqrt{3}$; $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 8:** Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$.
- Câu 9:** Cho tam giác ABC . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:
A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A$. **B.** $S = \frac{1}{2}ac \sin A$. **C.** $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. **D.** $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.
- Câu 10:** Cho hình bình hành $ABCD$. Vector nào sau đây cùng phương với $\overrightarrow{AB}$?
A. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$. **C.** $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}$.
- Câu 11:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.
A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. **B.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. **D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.
- Câu 12:** Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Gọi C là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$. Hãy chọn khẳng định đúng.
A. $\overrightarrow{BC} = 2\vec{a}$. **B.** $\overrightarrow{CA} = 2\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.
- Câu 13:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(4; -3)$ và $N(-2; 0)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$ là
A. $(2; -3)$. **B.** $(6; -3)$. **C.** $(-6; 3)$. **D.** $(-2; 3)$.
- Câu 14:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn khẳng định đúng.
A. $\alpha = 180^\circ$. **B.** $\alpha = 0^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 45^\circ$.
- Câu 15:** Đo chiều dài của một cây thước, ta được kết quả $\bar{a} = 45 \pm 0,2(\text{cm})$. Khi đó sai số tuyệt đối của phép đo được ước lượng là
A. $\Delta_{45} = 0,2$. **B.** $\Delta_{45} \leq 0,2$. **C.** $\Delta_{45} \leq -0,2$. **D.** $\Delta_{45} = -0,2$.
- Câu 16:** Quy tròn số 12,4567 đến hàng phần trăm ta được số.
A. 12,45. **B.** 12,46 **C.** 12,457 **D.** 12,5
- Câu 17:** Điểm thi tuyển sinh vào lớp 10 ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh của một học sinh lần lượt là 8,0; 7,5; 8,2. Điểm thi trung bình ba môn thi của học sinh đó là
A. 8,0. **B.** 23,7. **C.** 7,7. **D.** 7,9.
- Câu 18:** Điểm kiểm tra môn Toán của một nhóm gồm 10 học sinh như sau
3 4 4,5 5 6 6,5 8 8,5 9 10
Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.
A. 6. **B.** 6,25. **C.** 6,5. **D.** 8.
- Câu 19:** Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng (đơn vị kg) của các học sinh Tổ 1 lớp 10A
45 46 42 50 38 42 44 42 40 60
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là
A. 38. **B.** 20. **C.** 42. **D.** 22.
- Câu 20:** Cho mẫu số liệu $\{10, 8, 6, 2, 4\}$. Độ lệch chuẩn của mẫu gần bằng
A. 8. **B.** 2,8. **C.** 2,4. **D.** 6.

Câu 21: Cho tứ giác $ABCD$. Xét hai mệnh đề

P: “Tứ giác $ABCD$ là hình thoi”

Q: “Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc”.

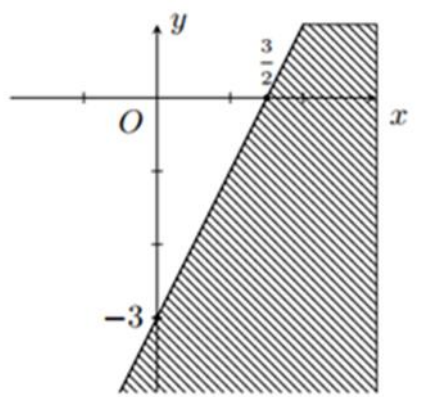
Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$.

- A. Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc thì nó là hình thoi.
- B. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc.
- C. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc.
- D. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nếu nó có hai đường chéo vuông góc.

Câu 22: Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó $C_R A$ là:

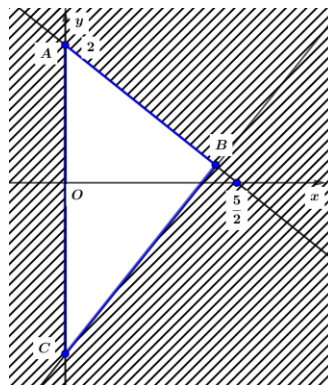
- A. $[2; +\infty)$.
- B. $(2; +\infty)$.
- C. $(-\infty; 2]$.
- D. $(-\infty; 2)$.

Câu 23: Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



- A. $2x - y \leq 3$.
- B. $x - y \geq 3$.
- C. $2x - y \geq 3$.
- D. $2x + y \geq 3$.

Câu 24: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Câu 25: Một tam giác có ba cạnh là 13, 14, 15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

- A. 84.
- B. $\sqrt{84}$.
- C. 42.
- D. $\sqrt{168}$.

- Câu 26:** Một tam giác có ba cạnh là 5;12;13. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là:
- A. 6. B. 8. C. $\frac{13}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.
- Câu 27:** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^{\circ}24'$. Biết $CA=250m, CB=120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
- A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.
- Câu 28:** Hai bạn An và Bình cùng di chuyển một xe đẩy trên đường phẳng bằng cách: bạn An đẩy xe từ phía sau theo hướng di chuyển của xe bằng một lực $F_1 = 2\text{ N}$, bạn Bình kéo xe từ phía trước theo hướng di chuyển của xe một lực $F_2 = 3\text{ N}$. Giả sử hai bạn thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất. Hỏi xe di chuyển với lực tác động có độ lớn bằng bao nhiêu?
- A. 2 N. B. 3 N. C. 1 N. D. 5 N.
- Câu 29:** Cho tam giác MNP , gọi K là điểm thuộc đoạn thẳng NP sao cho $NK = \frac{1}{4}NP$ và I trung điểm của đoạn thẳng MK . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $3\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + 4\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.
C. $4\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. D. $4\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} + 3\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.
- Câu 30:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;1), B(2;-4), C(9;-3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AN = 3CN$. Tính độ dài của vec tơ $\overrightarrow{BN}$.
- A. $4\sqrt{29}$. B. $\sqrt{29}$. C. $2\sqrt{29}$. D. $3\sqrt{29}$.
- Câu 31:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3; AC=4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- A. $\frac{41}{3}$. B. $\frac{23}{3}$. C. 8. D. -23.
- Câu 32:** Cho tam giác đều ABC và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = k \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{15} \overrightarrow{AB}$. Tìm k để AM vuông góc với PN .
- A. $k = \frac{1}{3}$ B. $k = \frac{1}{2}$ C. $k = \frac{2}{5}$ D. $k = \frac{3}{4}$
- Câu 33:** Độ dài của cái cầu bên thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?
- A. 0,05%. B. 0,5%. C. 0,04%. D. 0,005%.
- Câu 34:** Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau
12 3 6 15 27 33 31 18 29 54 1 8
- A. $Q_1 = 7, Q_2 = 17,5, Q_3 = 30$. B. $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.
C. $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30,5$. D. $Q_1 = 7,5, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.

Câu 35: Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 7 lớp 10 ban A tại một trường
36 42 47 48 44 44 40

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A.** 7. **B.** 44. **C.** 4. **D.** 12.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho hai tập hợp $A=[0;5]; B=(2m;3m+1]$ đều khác tập rỗng.

a) Xác định m để $A \cap B \neq \emptyset$. **b)** Xác định m để $A \cap B = B$.

Câu 37: Hai chiếc tàu thủy P và Q trên biển cách nhau $100m$ và thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Q nằm giữa hai điểm P và A). Từ P và Q người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $BPA=15^\circ$ và $BQA=55^\circ$. Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 38: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

Câu 39: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;-4)$, $B(4;5)$, $C(0;-7)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q .

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”
A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x = 0$. **B.** $\exists x \in \mathbb{R}, x = x^2$. **C.** $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$. **D.** $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Lời giải

Dựa vào mệnh đề: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”.

- Câu 2:** Cho tập hợp $A = (-\infty; -1]$ và tập $B = (-2; +\infty)$. Khi đó $A \cup B$ là:
A. $(-2; +\infty)$ **B.** $(-2; -1]$ **C.** $\mathbb{R}$ **D.** $\emptyset$
Vì $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$ nên chọn đáp án **C.**

- Câu 3:** Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$. Tập A là tập nào sau đây?
A. $\{-3; 1\}$ **B.** $[-3; 1]$ **C.** $[-3; 1)$ **D.** $(-3; 1)$

Lời giải

Theo định nghĩa tập hợp con của tập số thực $\mathbb{R}$ ở phần trên ta chọn $(-3; 1)$.

- Câu 4:** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn số?
A. $3x + 4y - 5 \leq 0$ **B.** $3x + y^2 - 5 \leq 0$ **C.** $x^2 + y + 3 \leq 0$ **D.** $2xy - 5 \geq 0$

- Câu 5:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:
A. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Hệ ở đáp án B không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chỉ gồm các phương trình.

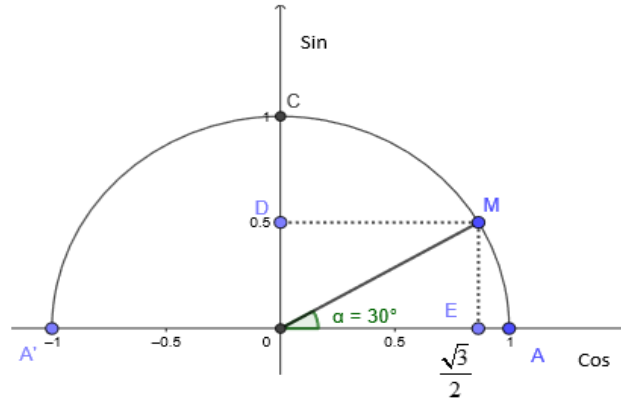
- Câu 6:** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$?
A. $(0; 0)$. **B.** $(1; 0)$. **C.** $(0; -2)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; -2)$ thỏa mãn hệ.

- Câu 7:** Trên nửa đường tròn đơn vị, cho góc α như hình vẽ. Hãy chỉ ra các giá trị lượng giác của góc α .



A. $\sin \alpha = 0.5$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\cot \alpha = \sqrt{3}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \alpha = 0.5$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\cot \alpha = \sqrt{3}$.

C. $\sin \alpha = 0.5$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan \alpha = \sqrt{3}$; $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \alpha = 0.5$; $\tan \alpha = \sqrt{3}$; $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lý cosin trong tam giác ABC , ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Câu 9: Cho tam giác ABC . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:

A. $S = \frac{1}{2} bc \sin A$.

B. $S = \frac{1}{2} ac \sin A$.

C. $S = \frac{1}{2} bc \sin B$.

D. $S = \frac{1}{2} bc \sin B$.

Lời giải

Ta có: $S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$.

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$. Vector nào sau đây cùng phương với $\overrightarrow{AB}$?

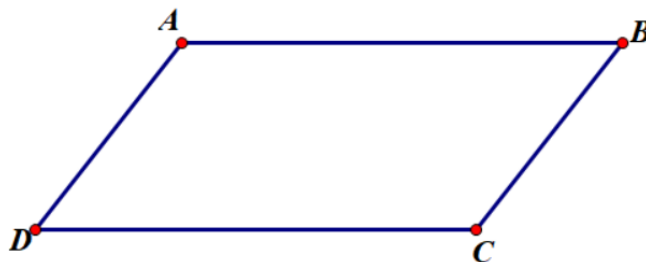
A. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}$.

Lời giải



Câu 11: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. **B.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. **D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm BC thì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$.

Câu 12: Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Gọi C là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{BC} = 2\vec{a}$. **B.** $\overrightarrow{CA} = 2\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

Lời giải

Điểm C được xác định như hình vẽ sau



Dựa vào kết quả dựng điểm C , ta có $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}$.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $M(4; -3)$ và $N(-2; 0)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(2; -3)$. **B.** $(6; -3)$. **C.** $(-6; 3)$. **D.** $(-2; 3)$.

Lời giải

Tọa độ của vector $\overrightarrow{MN} = (-2 - 4; 0 - (-3)) = (-6; 3)$

Câu 14: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\alpha = 180^\circ$. **B.** $\alpha = 0^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 15: Đo chiều dài của một cây thước, ta được kết quả $\bar{a} = 45 \pm 0,2$ (cm). Khi đó sai số tuyệt đối của phép đo được ước lượng là

A. $\Delta_{45} = 0,2$. **B.** $\Delta_{45} \leq 0,2$. **C.** $\Delta_{45} \leq -0,2$. **D.** $\Delta_{45} = -0,2$.

Lời giải

Ta có độ dài gần đúng của cây thước là $a = 45$ với độ chính xác $d = 0,2$

Nên sai số tuyệt đối $\Delta_{45} \leq d = 0,2$

Câu 16: Quy tròn số 12,4567 đến hàng phần trăm ta được số.

A. 12,45. **B.** 12,46 **C.** 12,457 **D.** 12,5

Lời giải

Quy tròn số 12,4567 đến hàng trăm ta được số 12,46.

Câu 17: Điểm thi tuyển sinh vào lớp 10 ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh của một học sinh lần lượt là 8,0; 7,5; 8,2. Điểm thi trung bình ba môn thi của học sinh đó là

A. 8,0. **B.** 23,7. **C.** 7,7. **D.** 7,9.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm trung bình ba môn thi của học sinh là: $\frac{8,0+7,5+8,2}{3} = 7,9$.

Câu 18: Điểm kiểm tra môn Toán của một nhóm gồm 10 học sinh như sau

3 4 4,5 5 6 6,5 8 8,5 9 10

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

A. 6.

B. 6,25.

C. 6,5.

D. 8.

Lời giải

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{6+6,5}{2} = 6,25$.

Câu 19: Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng (đơn vị kg) của các học sinh Tổ 1 lớp 10A

45 46 42 50 38 42 44 42 40 60

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là

A. 38.

B. 20.

C. 42.

D. 22.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 60 - 38 = 22$.

Câu 20: Cho mẫu số liệu $\{10, 8, 6, 2, 4\}$. Độ lệch chuẩn của mẫu gần bằng

A. 8.

B. 2,8.

C. 2,4.

D. 6.

Lời giải

Ta có

$$\bar{x} = \frac{10+8+6+2+4}{5} = 6 \Rightarrow s = \sqrt{\frac{(10-6)^2 + (8-6)^2 + (6-6)^2 + (2-6)^2 + (4-6)^2}{5}} = \sqrt{8} \approx 2,8$$

Độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai.

Câu 21: Cho tứ giác $ABCD$. Xét hai mệnh đề

P: “Tứ giác $ABCD$ là hình thoi”

Q: “Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc”.

Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$.

A. Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc thì nó là hình thoi.

B. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc.

C. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc.

D. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nếu nó có hai đường chéo vuông góc.

Lời giải

Chọn C

Câu 22: Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó $C_R A$ là:

A. $[2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

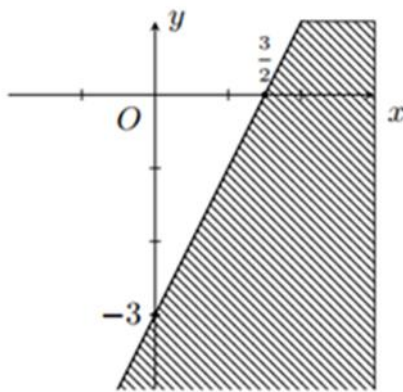
C. $(-\infty; 2]$.

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Ta có: $C_R A = \mathbb{R} \setminus A = (-\infty; 2]$.

Câu 23: Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?



A. $2x - y \leq 3.$

B. $x - y \geq 3.$

C. $2x - y \geq 3.$

D. $2x + y \geq 3.$

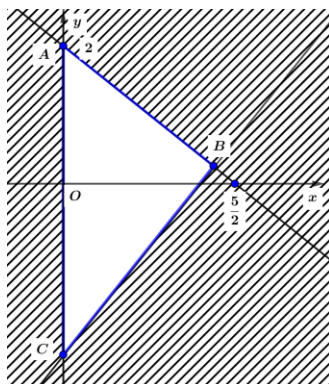
Lời giải

Đường thẳng $2x - y = 3$ đi qua điểm $(0; -3), \left(\frac{3}{2}; 0\right)$. Loại B

Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào vế trái của các bất phương trình ở đáp án A, C, **D.**

Ta thấy đáp án A thỏa mãn.

Câu 24: Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Cạnh AC có phương trình $x = 0$ và cạnh AC nằm trong miền nghiệm nên $x \geq 0$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AB qua hai điểm $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và $(0; 2)$ nên có phương trình: $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x + 5y = 10.$

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Câu 25: Một tam giác có ba cạnh là 13,14,15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

A. 84.

B. $\sqrt{84}.$

C. 42.

D. $\sqrt{168}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21.$

Suy ra: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84.$

Câu 26: Một tam giác có ba cạnh là 5;12;13. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là:

- A. 6. B. 8. C. $\frac{13}{2}.$ D. $\frac{11}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow R = \frac{13}{2}.$

Câu 27: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB.CA.\cos C = 250^2 + 120^2 - 2.250.120.\cos 78^\circ 24' \approx 64835 \Rightarrow AB \approx 255.$

Câu 28: Hai bạn An và Bình cùng di chuyển một xe đẩy trên đường phẳng bằng cách: bạn An đẩy xe từ phía sau theo hướng di chuyển của xe bằng một lực $F_1 = 2\text{ N}$, bạn Bình kéo xe từ phía trước theo hướng di chuyển của xe một lực $F_2 = 3\text{ N}$. Giả sử hai bạn thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất. Hỏi xe di chuyển với lực tác động có độ lớn bằng bao nhiêu?

- A. 2 N. B. 3 N. C. 1 N. D. 5 N.

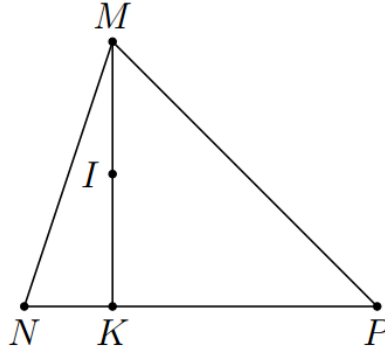
Lời giải

Khi hai bạn An và Bình thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất thì hai lực tác động vào xe là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ phải cùng hướng. Khi đó, lực tổng hợp tác động vào xe là $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ có độ lớn là $|\vec{F}| = F = F_1 + F_2 = 5\text{ N}.$

Câu 29: Cho tam giác MNP , gọi K là điểm thuộc đoạn thẳng NP sao cho $NK = \frac{1}{4}NP$ và I trung điểm của đoạn thẳng MK . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3\vec{IM} + 4\vec{IN} + \vec{IP} = \vec{0}.$ B. $\vec{IM} + 3\vec{IN} + 4\vec{IP} = \vec{0}.$
 C. $4\vec{IM} + 3\vec{IN} + \vec{IP} = \vec{0}.$ D. $4\vec{IM} + \vec{IN} + 3\vec{IP} = \vec{0}.$

Lời giải



Ta có

$$NK = \frac{1}{4} NP \Rightarrow 3\overrightarrow{KN} + \overrightarrow{KP} = \vec{0} \Rightarrow 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} + 4\overrightarrow{KI} = \vec{0} \quad (1)$$

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng MK nên $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IK} = \vec{0} \Rightarrow 4\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IK} = \vec{0} \quad (2)$

Cộng (1) và (2), ta được $4\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;1), B(2;-4), C(9;-3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AN = 3CN$. Tính độ dài của vec tơ $\overrightarrow{BN}$.

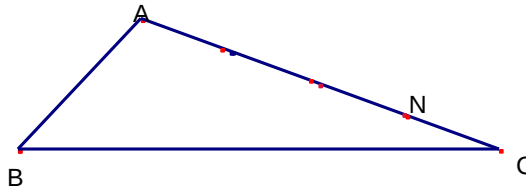
A. $4\sqrt{29}$.

B. $\sqrt{29}$.

C. $2\sqrt{29}$.

D. $3\sqrt{29}$.

Lời giải



Gọi $N(a;b)$.

$$\text{Ta có: } AN = 3CN \Rightarrow \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_C - x_N) = x_N - x_A \\ 3(y_C - y_N) = y_N - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow N(7; -2).$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{BN}| = \sqrt{29}.$$

Câu 31: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

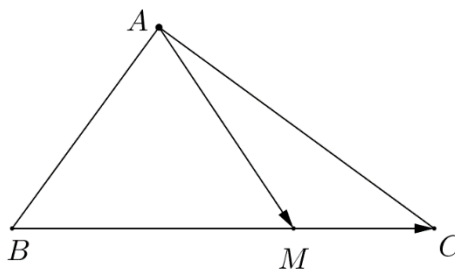
A. $\frac{41}{3}$.

B. $\frac{23}{3}$.

C. 8.

D. -23.

Lời giải



Ta có:

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0.$$

$$\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = -2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \right) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2 - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}^2 \\ &= -\frac{1}{3}AB^2 + \frac{2}{3}AC^2 = -\frac{1}{3} \cdot 3^2 + \frac{2}{3} \cdot 4^2 = \frac{23}{3}. \end{aligned}$$

Câu 32: Cho tam giác đều ABC và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$,

$\overrightarrow{AP} = \frac{4}{15}\overrightarrow{AB}$. Tìm k để AM vuông góc với PN .

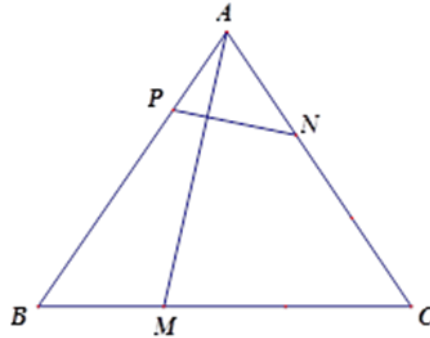
A. $k = \frac{1}{3}$

B. $k = \frac{1}{2}$

C. $k = \frac{2}{5}$

D. $k = \frac{3}{4}$

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$

Lại có: $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP} = -\frac{4}{15}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Để AM vuông góc với PN thì $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \left[(1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC} \right] \left(-\frac{4}{15}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15}AB^2 + \frac{k}{3}AC^2 + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} + \frac{k}{3} + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \cos 60^\circ &= 0 \\ \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Câu 33: Độ dài của cái cầu bến thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?

A. 0,05%.

B. 0,5%.

C. 0,04%.

D. 0,005%.

Lời giải

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a = 996$ với độ chính xác $d = 0,5$.

Vì sai số tuyệt đối $\Delta_a \leq d = 0,5$ nên sai số tương đối $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \leq \frac{d}{|a|} = \frac{0,5}{996} \approx 0,05\%$.

Vậy sai số tương đối tối đa trong phép đo trên là 0,05%.

Câu 34: Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau

12 3 6 15 27 33 31 18 29 54 1 8

A. $Q_1 = 7, Q_2 = 17,5, Q_3 = 30$.

B. $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.

C. $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30,5$.

D. $Q_1 = 7,5, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.

Lời giải

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

1 3 6 8 12 15 18 27 29 31 33 54

Trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{15+18}{2} = 16,5$

Trung vị của dãy 1 3 6 8 12 15 là $\frac{6+8}{2} = 7$

Trung vị của dãy 18 27 29 31 33 54 là $\frac{29+31}{2} = 30$

Vậy $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.

Câu 35: Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 7 lớp 10 ban A tại một trường

36 42 47 48 44 44 40

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 7.

B. 44.

C. 4.

D. 12.

Lời giải

Sắp xếp lại mẫu số liệu:

36 40 42 44 44 47 48

Trung vị của mẫu số liệu là: $Q_2 = 44$

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 40$

Giá trị tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 47$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 47 - 40 = 7$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho hai tập hợp $A = [0; 5]; B = (2m; 3m+1]$ đều khác tập rỗng.

a) Xác định m để $A \cap B \neq \emptyset$. **b)** Xác định m để $A \cap B = B$.

Lời giải

a) Xác định m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Tập $B = (2m; 3m+1]$ khác tập rỗng $\Leftrightarrow 2m < 3m+1 \Leftrightarrow m > -1$.

$$\text{Khi đó } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \geq 5 \\ 3m+1 < 0 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{5}{2} \\ -1 < m < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

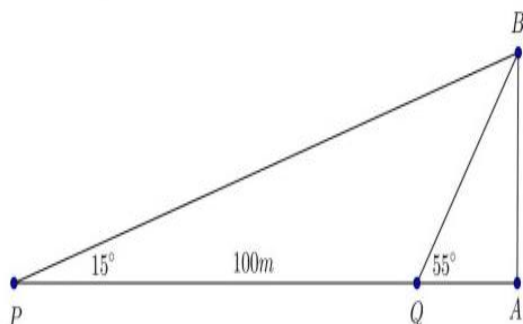
$$\text{Vậy } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{3}; \frac{5}{2}\right).$$

b) Xác định m để $A \cap B = B$.

$$A \cap B = B \Leftrightarrow B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \geq 0 \\ 3m+1 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{4}{3}$$

Câu 37: Hai chiếc tàu thủy P và Q trên biển cách nhau $100m$ và thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Q nằm giữa hai điểm P và A). Từ P và Q người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $BPA = 15^\circ$ và $BQA = 55^\circ$. Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Ta có $PBQ = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$. Áp dụng định lí sin cho tam giác ΔPBQ ta có

$$\frac{BQ}{\sin 15^\circ} = \frac{100}{\sin 40^\circ} \Leftrightarrow BQ = \frac{100}{\sin 40^\circ} \cdot \sin 15^\circ$$

$$\text{Chiều cao của tháp là } AB = \sin 55^\circ \cdot BQ = \sin 55^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \frac{100}{\sin 40^\circ} \approx 33m$$

Câu 38: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

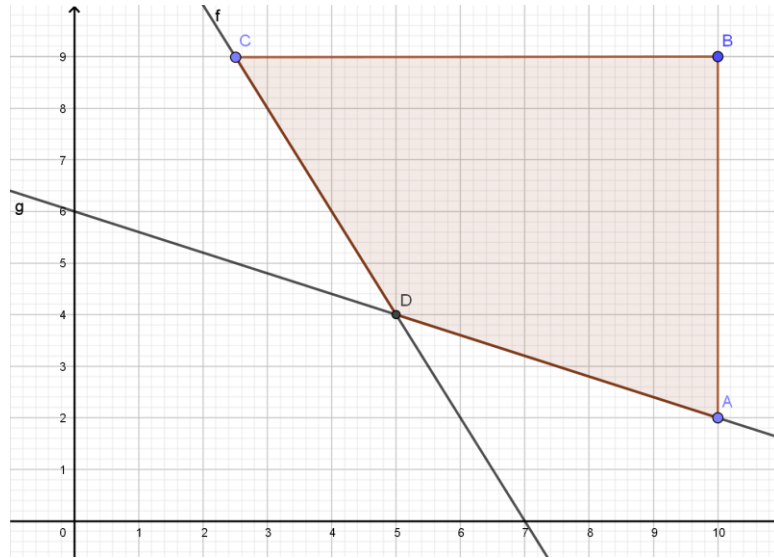
Lời giải

Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$.

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$.

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kẻ cả miền trong của tứ giác.

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại các đỉnh $A(10;2); B(10;9); C\left(\frac{5}{2};9\right); D(5;4)$, ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$.

Khi đó $T_{\min} = 32$.

Câu 39: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;-4)$, $B(4;5)$, $C(0;-7)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q .

Lời giải

Do $M \in Ox$ nên $M(x;0)$

Ta có $\overrightarrow{MA} = (1-x; -4)$, $\overrightarrow{MB} = (4-x; 5)$, $\overrightarrow{MC} = (-x; -7)$

Suy ra $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = (1-x+8-2x; -4+10) = (9-3x; 6)$ và

$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (4-x-x; 5-7) = (4-2x; -2)$

Ta có

$$\begin{aligned} Q &= 2|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \\ &= 2\sqrt{(9-3x)^2 + 6^2} + 3\sqrt{(4-2x)^2 + (-2)^2} \\ &= 6\left(\sqrt{(3-x)^2 + 2^2} + \sqrt{(2-x)^2 + (-1)^2}\right) \\ &= 6(ME + MF) \end{aligned}$$

Trong đó $E(3;2), F(2;-1)$ nên $\overrightarrow{EF} = (-1; -3) \Rightarrow |\overrightarrow{EF}| = \sqrt{10}$

Mà $ME + MF \geq EF = \sqrt{10} \Rightarrow Q \geq 6\sqrt{10}$

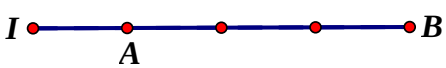
Dấu "=" xảy ra M là giao điểm của đoạn EF và $Ox \Leftrightarrow M\left(\frac{7}{3}; 0\right)$

Vậy Q đạt giá trị nhỏ nhất là $6\sqrt{10}$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2022 – 2023

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 04

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là
- A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 < 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$.
 C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$.
- Câu 2:** Cho $A = [1; 4]; B = (2; 6)$. Tìm $A \cup B$.
- A. $[2; 4]$. B. $(2; 4]$. C. $(1; 6)$. D. $[1; 6)$
- Câu 3:** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$. Tập hợp nào sau đây **không phải** là tập con của tập A ?
- A. $\{2; 3; 4\}$. B. $\emptyset$. C. A . D. $\{1; 2; 3\}$.
- Câu 4:** Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?
- A. $M(-5; 0)$. B. $N(1; 0)$. C. $P(1; -3)$. D. $Q(-2; 1)$.
- Câu 5:** Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:
- A. $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y < 4 \\ x + 2y \leq 15 \end{cases}$
- Câu 6:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm:
- A. $(2; 1)$. B. $(6; 4)$. C. $(0; 0)$. D. $(1; 2)$.
- Câu 7:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$. B. $\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$. C. $\cos 40^\circ = \cos 50^\circ$. D. $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$.
- Câu 8:** Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$. B. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos A$.
 C. $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos B$. D. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos C$.
- Câu 9:** Cho tam giác ABC . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:
- A. $S = \frac{1}{2}bc \sin C$. B. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. C. $S = \frac{1}{2}ab \sin B$. D. $S = \frac{1}{2}ac \sin B$.
- Câu 10:** Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C. Có bao nhiêu điểm D thỏa $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- A. vô số. B. 1 điểm. C. 2 điểm. D. Không có điểm nào.
- Câu 11:** Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
- Câu 12:** Đẳng thức nào sau đây mô tả **đúng** hình vẽ bên
- 
- A. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$. B. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{IA}$. C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$.

- Câu 13:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
- A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 180^\circ$.
- Câu 14:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Tìm giá trị của x để hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
- A. 4. B. -1. C. 0. D. -5.
- Câu 15:** Cho hình chữ nhật có chiều dài bằng $\frac{10}{3}$, chiều rộng bằng 3. Để tính diện tích hình chữ nhật bạn Giang lấy số gần đúng của $\frac{10}{3}$ là 3,33. Hỏi sai số tuyệt đối của hình chữ nhật theo cách tính của bạn Giang là bao nhiêu.
- A. 0,1. B. 0,01. C. 1,11. D. 0,11.
- Câu 16:** Số quy tròn của số 2023 đến hàng chục bằng.
- A. 2020. B. 20230. C. 2030. D. 2000.
- Câu 17:** Cho dãy số liệu 1; 2; 5; 7; 8; 9; 10. Số trung vị của dãy trên bằng bao nhiêu?
- A. 2. B. 6. C. 7. D. 8.
- Câu 18:** Một cửa hàng bán áo sơ mi thống kê số lượng áo bán ra trong tháng 6 như bảng sau.
- | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----|----|----|
| Cỡ áo | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 |
| Số lượng | 35 | 42 | 50 | 38 | 32 | 48 |
- Mốt của bảng số liệu trên bằng?
- A. 42. B. 39. C. 50. D. 41.
- Câu 19:** Cho dãy số liệu 1; 3; 4; 6; 8; 9; 11. Phương sai của dãy trên bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{76}{7}$. B. 6. C. $\sqrt{\frac{76}{7}}$. D. 36.
- Câu 20:** Cho dãy số liệu 1; 3; 4; 6; 8; 9; 11. Độ lệch chuẩn của dãy trên bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{76}{7}$. B. 6. C. $\sqrt{\frac{76}{7}}$. D. 36.
- Câu 21:** Cho tứ giác $ABCD$. Xét hai mệnh đề
P: “Tứ giác $ABCD$ là hình thoi”
Q: “Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc”.
Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$.
- A. Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc thì nó là hình thoi.
B. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc.
C. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc.
D. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nếu nó có hai đường chéo vuông góc.
- Câu 22:** Trong Kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, ở một trường kết quả số thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc như sau: Về môn Toán: 48 thí sinh; Về môn Vật lý: 37 thí sinh; Về môn Văn: 42 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Vật lý: 75 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Văn: 76 thí sinh; Về môn Vật lý hoặc môn Văn: 66 thí sinh; Về cả 3 môn: 4 thí sinh. Vậy có bao nhiêu học sinh nhận được danh hiệu xuất sắc về một môn?
- A. 65. B. 56. C. 47. D. 70

Câu 23: Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng $60m^2$. Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5m^2$, một chiếc bàn là $1,2m^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế là bất phương trình nào sau đây? Biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là $12m^2$.

- A. $0,5.x + 1,2.y < 48$. B. $0,5.x + 1,2.y > 48$. C. $0,5.x + 1,2.y \geq 48$. D. $0,5.x + 1,2.y \leq 48$

Câu 24: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là

- A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$. B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$. D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 25: Cho tam giác ABC , biết $a = 13, b = 14, c = 15$. Tính $\cos B$.

- A. $\cos B = -\frac{64}{65}$. B. $\cos B = \frac{64}{65}$. C. $\cos B = \frac{33}{65}$. D. $\cos B = -\frac{33}{65}$.

Câu 26: Tam giác ABC có $AB = 4, BC = 6, AC = 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài AM .

- A. 4. B. $3\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ; b = 8; c = 5$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

- A. $\frac{20\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$ B. $\frac{40\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$ C. $13 + \sqrt{129}$ D. $10\sqrt{3}$

Câu 28: Cho $\triangle ABC$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{PA} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{PA} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \vec{0}$.

Câu 29: Cho tam giác ABC . Lấy điểm D đối xứng với A qua B và lấy điểm E trên đoạn AC sao cho $3AE = 2EC$. Biết rằng $\overrightarrow{DE} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$, khi đó, giá trị $m.n$ là

- A. $m.n = -\frac{2}{5}$. B. $m.n = -\frac{4}{5}$. C. $m.n = \frac{4}{5}$. D. $m.n = \frac{2}{5}$.

Câu 30: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 60^\circ$ và $AB = a$. Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng

- A. $-2a^2$. B. $2a^2$. C. $3a^2$. D. $-3a^2$.

Câu 31: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{12}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;3), B(4;0), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A. $M(1;18)$. B. $M(-1;18)$. C. $M(-18;1)$. D. $M(1;-18)$.

Câu 33: Cho giá trị gần đúng của $\frac{23}{7}$ là 3,28. Sai số tuyệt đối của số 3,28 là:

- A. 0,04. B. $\frac{0,04}{7}$. C. 0,06. D. $\frac{0,06}{7}$.

Câu 34: Biết rằng số trung vị trong mẫu số liệu sau (đã sắp xếp theo thứ tự) bằng 14. Tìm số nguyên dương x .

1 3 4 13 $x^2 - 1$ 18 19 21

A. $x = 4$.

B. $x = 16$.

C. $x = 17$.

D. $x = 15$.

Câu 35: Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau:

163 165 159 172 167 168 170 161 164 174 170 166

Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là $10kw$. Gọi $\Delta_Q; \Delta'_Q$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng

A. $\Delta_Q = \Delta'_Q$.

B. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$.

C. $\Delta_Q = \Delta'_Q - 10$

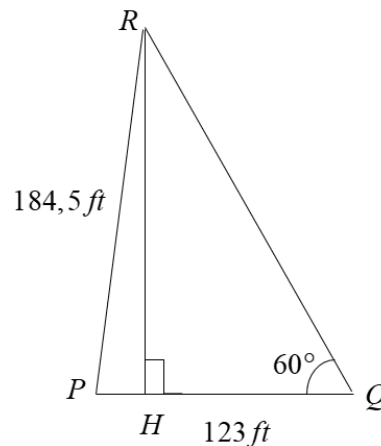
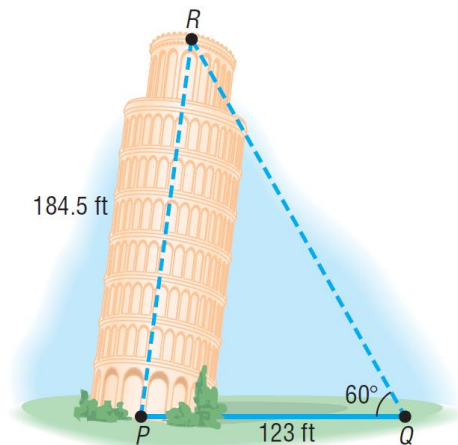
D. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Một xưởng cơ khí có hai công nhân An và Bình. Xưởng sản xuất hai loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm loại I bán lãi 500000 đồng, mỗi sản phẩm loại II bán lãi 400000 đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại I thì An phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại II thì An phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng An không thể làm việc quá 180 giờ, Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi (triệu đồng) lớn nhất trong một tháng của xưởng là

Câu 37: Cho tam giác ABC và hai điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $4\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$, $-\overrightarrow{PC} + 2\overrightarrow{PA} = \vec{0}$. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng.

Câu 38: Tháp nghiêng Pisa nổi tiếng có chiều cao là 184,5 feet. Góc nâng nhìn từ điểm Q cách chân tháp P một khoảng 123 feet lên đỉnh R của tháp có số đo là 60° . Tìm số đo góc RPQ (như hình vẽ) và tìm khoảng cách từ đỉnh R của tháp đến đường thẳng PQ .



Câu 39: Cho tam giác ABC có $AC = 2$. Gọi M là trung điểm của AB và D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC . Hãy tính độ dài AB để trung tuyến CM vuông góc với phân giác trong AD .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 < 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$.

Lời giải

Chọn B

Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, p(x)$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, \overline{p(x)}$ ".

Câu 2: Cho $A = [1; 4]; B = (2; 6)$. Tìm $A \cup B$.

A. $[2; 4]$.

B. $(2; 4]$.

C. $(1; 6)$.

D. $[1; 6]$

Lời giải

Ta có: $A = [1; 4]; B = (2; 6) \Rightarrow A \cup B = [1; 6)$

Câu 3: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$. Tập hợp nào sau đây **không phải** là tập con của tập A ?

A. $\{2; 3; 4\}$.

B. $\emptyset$.

C. A .

D. $\{1; 2; 3\}$.

Lời giải

Câu 4: Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?

A. $M(-5; 0)$.

B. $N(1; 0)$.

C. $P(1; -3)$.

D. $Q(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm Q vào bất phương trình ta được $-2 - 4 + 5 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \geq 0$. Do đó điểm Q không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 5: Trong các hệ sau, hệ nào **không phải** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

A. $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - y < 4 \\ x + 2y \leq 15 \end{cases}$

Lời giải

Câu 6: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm:

A. $(2; 1)$.

B. $(6; 4)$.

C. $(0; 0)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế $x = 6; y = 4$ vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng:

$22 \geq 6; 6 \geq 1; 8 \geq 2; 4 \leq 4$. Vậy ta chọn đáp án **B**.

Đáp án A có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 1 và 3.

Câu 7: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$. **B.** $\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$. **C.** $\cos 40^\circ = \cos 50^\circ$. **D.** $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$.

Lời giải

Ta có $\cos 40^\circ = \sin(90^\circ - 40^\circ) = \sin 50^\circ \neq \cos 50^\circ$.

Câu 8: Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$. **B.** $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos A$.
C. $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos B$. **D.** $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos C$.

Lời giải

Theo định lý cosin trong tam giác ABC , ta có $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$.

Câu 9: Cho tam giác ABC . Tìm công thức đúng trong các công thức sau:

- A.** $S = \frac{1}{2}bc \sin C$. **B.** $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. **C.** $S = \frac{1}{2}ab \sin B$. **D.** $S = \frac{1}{2}ac \sin B$.

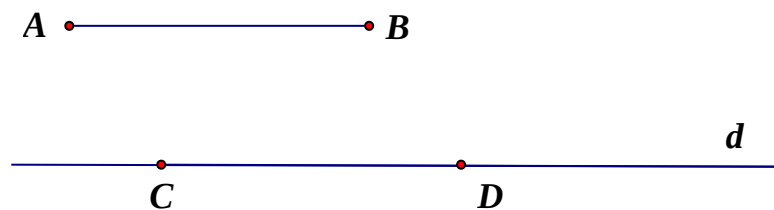
Lời giải

Ta có: $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$.

Câu 10: Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm **C.** Có bao nhiêu điểm D thỏa $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

- A.** vô số. **B.** 1 điểm. **C.** 2 điểm. **D.** Không có điểm nào.

Lời giải



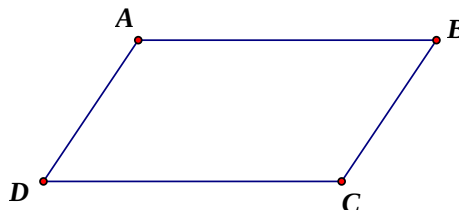
Qua điểm C , dựng đường thẳng d song song với giá của véc tơ $\overrightarrow{AB}$.

Trên đường thẳng d , xác định điểm D sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Như vậy có duy nhất điểm D thỏa mãn.

Câu 11: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$. **C.** $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lời giải



Theo quy tắc hình bình hành $ABCD$ có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 12: Đẳng thức nào sau đây mô tả **đúng** hình vẽ bên



- A.** $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$. **C.** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$.

Lời giải

Ta có $AB = 3AI$

Mặt khác $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$.

Câu 13: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 180^\circ$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$. Mà $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ nên $\cos \alpha = -1$. Suy ra $\alpha = 180^\circ$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Tìm giá trị của x để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

A. 4.

B. -1.

C. 0

D. -5.

Lời giải

$\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k : \vec{a} = k \cdot \vec{b} \Rightarrow x = 0$

Câu 15: Cho hình chữ nhật có chiều dài bằng $\frac{10}{3}$, chiều rộng bằng 3. Để tính diện tích hình chữ nhật bạn Giang lấy số gần đúng của $\frac{10}{3}$ là 3,33. Hỏi sai số tuyệt đối của hình chữ nhật theo cách tính của bạn Giang là bao nhiêu.

A. 0,1.

B. 0,01.

C. 1,11.

D. 0,11.

Lời giải

Diện tích hình chữ nhật đã cho $S = \frac{10}{3} \cdot 3 = 10$.

Diện tích hình chữ nhật khi bạn Giang tính $S_1 = 3,33 \cdot 3 = 9,99$.

Sai số tuyệt đối khi bạn Giang tính là $10 - 9,99 = 0,01$

Câu 16: Số quy tròn của số 2023 đến hàng chục bằng.

A. 2020.

B. 20230.

C. 2030.

D. 2000.

Lời giải

Khi quy tròn đến hàng chục do số 3 nhỏ hơn 5 nên ta được 2020

Câu 17: Cho dãy số liệu 1; 2; 5; 7; 8; 9; 10. Số trung vị của dãy trên bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Số trung vị của dãy trên là số đứng chính giữa xếp theo thứ tự không giảm. Vậy số trung vị của dãy là 7

Câu 18: Một cửa hàng bán áo sơ mi thống kê số lượng áo bán ra trong tháng 6 như bảng sau.

Cỡ áo	37	38	39	40	41	42
Số lượng	35	42	50	38	32	48

Một cửa hàng số liệu trên bằng?

A. 42.

B. 39.

C. 50.

D. 41.

Lời giải

Một cửa hàng trên là số lượng áo bán ra nhiều nhất của cỡ áo. vậy một bằng 39

Câu 19: Cho dãy số liệu 1; 3; 4; 6; 8; 9; 11. Phương sai của dãy trên bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{76}{7}$. **B.** 6. **C.** $\sqrt{\frac{76}{7}}$. **D.** 36.

Lời giải

Số trung bình cộng của dãy số liệu trên là $\bar{x} = \frac{1+3+4+6+8+9+11}{7} = 6$.

Phương sai của dãy số liệu trên bằng

$$s^2 = \frac{(1-6)^2 + (3-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2 + (11-6)^2}{7} = \frac{76}{7}$$

Câu 20: Cho dãy số liệu 1; 3; 4; 6; 8; 9; 11. Độ lệch chuẩn của dãy trên bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{76}{7}$. **B.** 6. **C.** $\sqrt{\frac{76}{7}}$. **D.** 36.

Lời giải

Số trung bình cộng của dãy số liệu trên là $\bar{x} = \frac{1+3+4+6+8+9+11}{7} = 6$.

Phương sai của dãy số liệu trên bằng

$$s^2 = \frac{(1-6)^2 + (3-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2 + (11-6)^2}{7} = \frac{76}{7}$$

Độ lệch chuẩn bằng $\sqrt{\frac{76}{7}}$

Câu 21: Cho tứ giác $ABCD$. Xét hai mệnh đề

P: “Tứ giác $ABCD$ là hình thoi”

Q: “Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc”.

Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$.

- A.** Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc thì nó là hình thoi.
B. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc.
C. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc.
D. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nếu nó có hai đường chéo vuông góc.

Lời giải

Chọn C

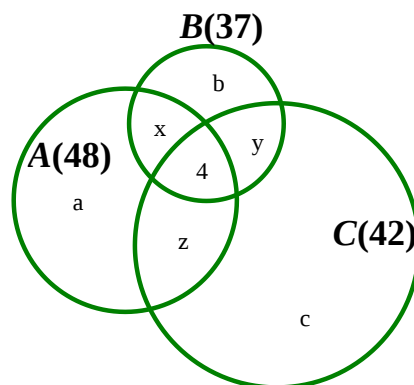
Câu 22: Trong Kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, ở một trường kết quả số thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc như sau: Về môn Toán: 48 thí sinh; Về môn Vật lý: 37 thí sinh; Về môn Văn: 42 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Vật lý: 75 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Văn: 76 thí sinh; Về môn Vật lý hoặc môn Văn: 66 thí sinh; Về cả 3 môn: 4 thí sinh. Vậy có bao nhiêu học sinh nhận được danh hiệu xuất sắc về một môn?

- A.** 65. **B.** 56. **C.** 47. **D.** 70

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp những học sinh xuất sắc về môn Toán, môn Vật Lý, môn Văn.
Gọi a, b, c lần lượt là số học sinh chỉ đạt danh hiệu xuất sắc một môn về môn Toán, môn Vật Lý, môn Văn.

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh đạt danh hiệu xuất sắc hai môn về môn Toán và môn Vật Lý, môn Vật Lý và môn Văn, môn Văn và môn Toán.



Dùng biểu đồ Ven đưa về hệ 6 phương trình 6 ẩn sau:

$$\begin{cases} a + x + z + 4 = 48 \\ b + x + y + 4 = 37 \\ c + y + z + 4 = 42 \\ a + b + x + y + z = 71 \\ a + c + x + y + z = 72 \\ b + c + x + y + z = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 28 \\ b = 18 \\ c = 19 \\ x = 6 \\ y = 9 \\ z = 10 \end{cases}$$

Nên có 65 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc 1 môn.

Câu 23: Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng $60m^2$. Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5m^2$, một chiếc bàn là $1,2m^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế là bất phương trình nào sau đây? Biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là $12m^2$.

A. $0,5x + 1,2y < 48$. B. $0,5x + 1,2y > 48$. C. $0,5x + 1,2y \geq 48$. D. $0,5x + 1,2y \leq 48$

Lời giải

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$.

Vì diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là $12m^2$, do đó diện tích phần mặt sàn để kê bàn và ghế tối đa là: $60 - 12 = 48(m^2)$

Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5m^2$, nên diện tích để kê x chiếc ghế là $0,5x(m^2)$

Diện tích để kê một chiếc bàn là $1,2m^2$, nên diện tích để kê y chiếc bàn là $1,2y(m^2)$

Tổng diện tích cho phần mặt sàn để kê x chiếc ghế và y chiếc bàn là: $0,5x + 1,2y$

Do đó, bất phương trình cần tìm là: $0,5x + 1,2y \leq 48$.

Câu 24: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

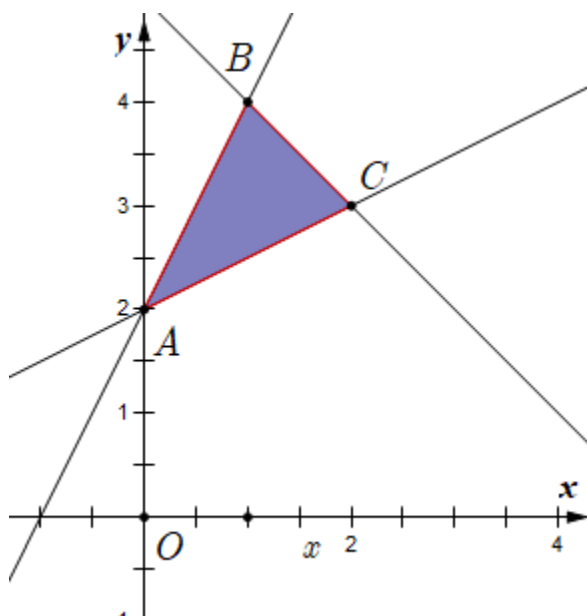
B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là miền trong của tam giác ABC kể cả biên



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 25: Cho tam giác ABC , biết $a=13, b=14, c=15$. Tính $\cos B$.

A. $\cos B = -\frac{64}{65}$.

B. $\cos B = \frac{64}{65}$.

C. $\cos B = \frac{33}{65}$.

D. $\cos B = -\frac{33}{65}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = \frac{33}{65}$.

Câu 26: Tam giác ABC có $AB = 4, BC = 6, AC = 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài AM .

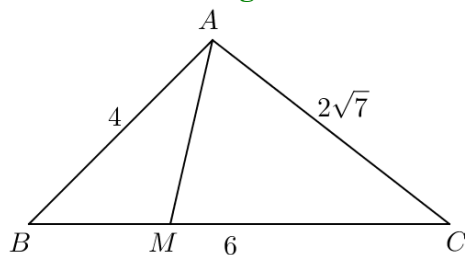
A. 4.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 3.

Lời giải



Ta có: $BM = 2$ và $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{16 + 36 - 28}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{2}$.

Vậy $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos B = 16 + 4 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 12 \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $A=120^\circ; b=8; c=5$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{20\sqrt{3}}{13+\sqrt{129}}$

B. $\frac{40\sqrt{3}}{13+\sqrt{129}}$

C. $13+\sqrt{129}$

D. $10\sqrt{3}$

Lời giải

Ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cos 120^\circ = 129 \Rightarrow a = \sqrt{129}$.

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ = 10\sqrt{3}.$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+\sqrt{129}}{2}$$

$$S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} \Rightarrow r = \frac{20\sqrt{3}}{13+\sqrt{129}}$$

Câu 28: Cho $\triangle ABC$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

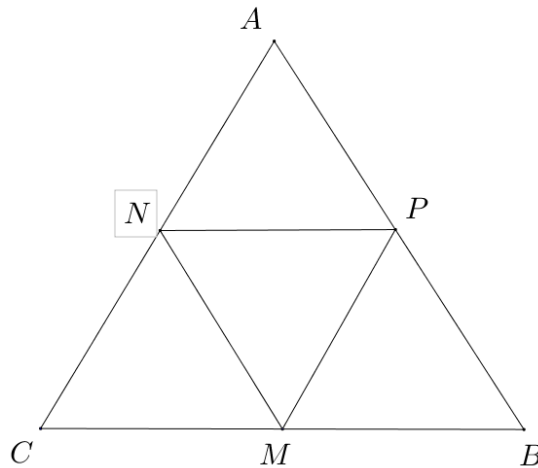
A. $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{PA} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{PA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \vec{0}$.

Lời giải



Do M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB nên theo tính chất đường trung bình ta có: $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PM}; \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{NP}; \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN}$.

Do đó $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NN} = \vec{0}$.

Câu 29: Cho tam giác ABC . Lấy điểm D đối xứng với A qua B và lấy điểm E trên đoạn AC sao cho $3AE = 2EC$. Biết rằng $\overrightarrow{DE} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$, khi đó, giá trị $m.n$ là

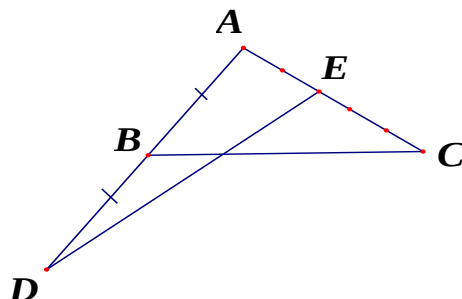
A. $m.n = -\frac{2}{5}$.

B. $m.n = -\frac{4}{5}$.

C. $m.n = \frac{4}{5}$.

D. $m.n = \frac{2}{5}$.

Lời giải

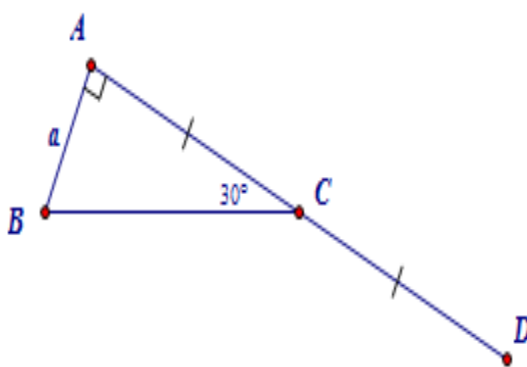


Ta có $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \Rightarrow m = -2, n = \frac{2}{5} \Rightarrow m.n = -\frac{4}{5}$.

Câu 30: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$ và $AB = a$. Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng

- A. $-2a^2$. B. $2a^2$. C. $3a^2$. D. $-3a^2$.

Lời giải



Gọi D là điểm đối xứng với A qua C .

Khi đó: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB} = CD \cdot CB \cdot \cos 150^\circ = a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3a^2$.

Cách khác: Ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -CA \cdot CB \cdot \cos C = -3a^2$.

Câu 31: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{12}$. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Ta có: $(|\vec{a} + \vec{b}|)^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})$

$\Rightarrow (|\vec{a} + \vec{b}|)^2 = 4 + 3 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 13 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}$.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$, $C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A. $M(1;18)$. B. $M(-1;18)$. C. $M(-18;1)$. D. $M(1;-18)$.

Lời giải

Gọi điểm $M(x_M; y_M)$.

$$\text{Theo bài ra } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x_M) + (4-x_M) - 3(2-x_M) = 0 \\ (3-y_M) + (0-y_M) - 3(-5-y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}.$$

Vậy $M(1; -18)$.

Câu 33: Cho giá trị gần đúng của $\frac{23}{7}$ là 3,28. Sai số tuyệt đối của số 3,28 là:

- A. 0,04. B. $\frac{0,04}{7}$. C. 0,06. D. $\frac{0,06}{7}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{23}{7} = 3,285714 \Rightarrow \left| \frac{23}{7} - 3,28 \right| = 0,00571428 = \frac{0,04}{7}.$$

Câu 34: Biết rằng số trung vị trong mẫu số liệu sau (đã sắp xếp theo thứ tự) bằng 14. Tìm số nguyên dương x .

$$1 \quad 3 \quad 4 \quad 13 \quad x^2 - 1 \quad 18 \quad 19 \quad 21$$

- A. $x = 4$. B. $x = 16$. C. $x = 17$. D. $x = 15$.

Lời giải

$$\text{Số trung vị trong mẫu số liệu trên là } \frac{x^2 - 1 + 13}{2} = \frac{x^2 + 12}{2}$$

$$\text{Từ giả thiết suy ra } \frac{x^2 + 12}{2} = 14 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 & (tm) \\ x = -4 & (loại) \end{cases}.$$

Vậy $x = 4$.

Câu 35: Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau:

$$163 \quad 165 \quad 159 \quad 172 \quad 167 \quad 168 \quad 170 \quad 161 \quad 164 \quad 174 \quad 170 \quad 166$$

Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là $10kw$. Gọi Δ_Q ; Δ'_Q lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng

- A. $\Delta_Q = \Delta'_Q$. B. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$. C. $\Delta_Q = \Delta'_Q - 10$ D. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

Lời giải

+) Sắp xếp mẫu số liệu năm 2021 theo thứ tự không giảm:

$$159 \quad 161 \quad 163 \quad 164 \quad 165 \quad 166 \quad 167 \quad 168 \quad 170 \quad 170 \quad 172 \quad 174$$

Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là $Q_2 = (166 + 167) : 2 = 166,5$

Nửa số liệu bên trái là 159; 161; 163; 164; 165; 166 gồm 6 giá trị

$$\text{Khi đó } Q_1 = (163 + 164) : 2 = 163,5$$

Nửa số liệu bên phải là 167; 168; 170; 170; 172; 174 gồm 6 giá trị

$$\text{Khi đó } Q_3 = 170$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 170 - 163,5 = 6,5$$

+) Sắp xếp mẫu số liệu năm 2022 theo thứ tự không giảm:

$$149 \quad 151 \quad 153 \quad 154 \quad 155 \quad 156 \quad 157 \quad 158 \quad 160 \quad 160 \quad 162 \quad 164$$

$$\text{Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là } Q_2 = (156 + 157) : 2 = 156,5$$

Nửa số liệu bên trái là 149; 151; 153; 154; 155; 156 gồm 6 giá trị

Khi đó $Q_1 = (153 + 154) : 2 = 153,5$

Nửa số liệu bên phải là 157; 158; 160; 160; 162; 164 gồm 6 giá trị

Khi đó $Q_3 = 160$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng: $\Delta'_Q = Q_3 - Q_1 = 160 - 153,5 = 6,5$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Một xưởng cơ khí có hai công nhân An và Bình. Xưởng sản xuất hai loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm loại I bán lãi 500000 đồng, mỗi sản phẩm loại II bán lãi 400000 đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại I thì An phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại II thì An phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng An không thể làm việc quá 180 giờ, Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi (triệu đồng) lớn nhất trong một tháng của xưởng là

Lời giải

Gọi x, y là số sản phẩm loại I và II trong một tháng. Với $x, y \in \mathbb{N}^*$

Số tiền lãi trong một tháng là: $F = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng)

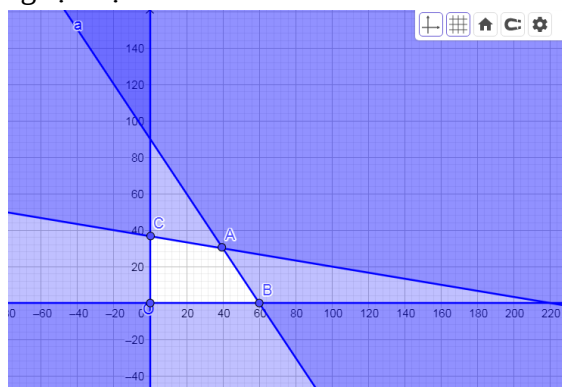
Thời gian làm việc của An trong một tháng: $3x + 2y$

Thời gian làm việc của Bình trong một tháng: $x + 6y$

Khi đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Ta biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ



Giá trị lớn nhất xảy ra tại điểm có giá trị nguyên $A(40; 30), B(60; 0)$

Khi đó: $F(A) = 32; F(B) = 30$.

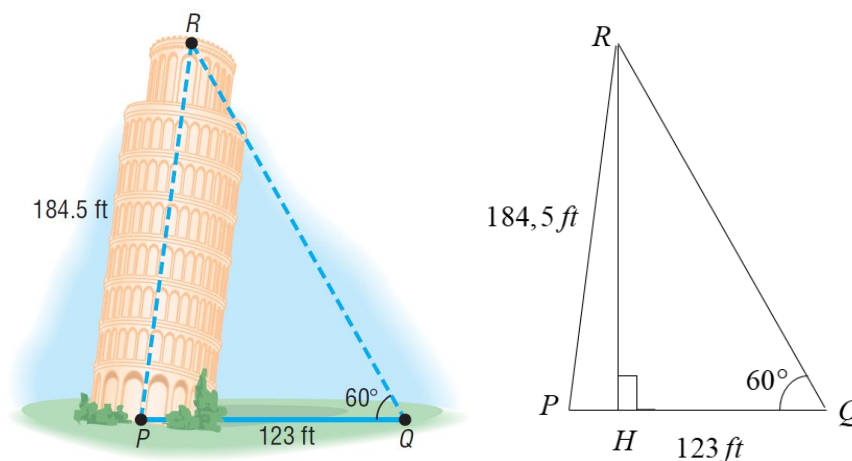
Vậy số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 (triệu đồng).

Câu 37: Cho tam giác ABC và hai điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $4\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$, $-\overrightarrow{PC} + 2\overrightarrow{PA} = \vec{0}$. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

Cộng theo từng vế hai đẳng thức $4\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $-\overrightarrow{PC} + 2\overrightarrow{PA} = \vec{0}$, ta được $2\overrightarrow{PA} + 4\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{PN}$. Suy ra $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{NB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PN}$. Khi đó, trừ theo từng vế hai đẳng thức $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{NB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PN}$, ta được $\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{NM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PN} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{PM} = \frac{5}{2}\overrightarrow{PN} \Leftrightarrow \overrightarrow{PM} = \frac{5}{6}\overrightarrow{PN}$. Vậy M, N, P thẳng hàng.

Câu 38: Tháp nghiêng Pisa nổi tiếng có chiều cao là 184,5 feet. Góc nâng nhìn từ điểm Q cách chân tháp P một khoảng 123 feet lên đỉnh R của tháp có số đo là 60° . Tìm số đo góc RPQ (như hình vẽ) và tìm khoảng cách từ đỉnh R của tháp đến đường thẳng PQ .



Cách 1: Theo định lý cosin, ta có: $RP^2 = QP^2 + QR^2 - 2QP \cdot QR \cdot \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow (184,5)^2 = (123)^2 + QR^2 - 2 \cdot 123 \cdot QR \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow QR = 212,1436 \text{ ft.}$$

Áp dụng hệ quả của định lý cosin, ta có:

$$\cos RPQ = \frac{PR^2 + PQ^2 - RQ^2}{2 \cdot PR \cdot PQ} \approx \frac{(184,5)^2 + (123)^2 - (212,1436)^2}{2 \cdot 184,5 \cdot 123} \approx 0,0918 \Rightarrow RPQ \approx 84^\circ 44'.$$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ R đến PQ .

$$\text{Ta có } \sin 60^\circ = \frac{RH}{RQ} \Rightarrow RH = RQ \cdot \sin 60^\circ = 183,722 \text{ ft.}$$

Vậy, khoảng cách từ đỉnh R của tháp đến đường thẳng PQ là $RH \approx 183,722 \text{ ft.}$

Cách 2: Áp dụng định lý sin, ta có:

$$\frac{\sin PRQ}{PQ} = \frac{\sin RQP}{PR} \Rightarrow \sin PRQ = PQ \cdot \frac{\sin RQP}{PR} = 123 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{184,5} \approx 0,5774.$$

$$\Rightarrow PRQ \approx 35^\circ 16' \Rightarrow RPQ \approx 84^\circ 44'.$$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ R lên PQ .

$$\text{Ta có } \sin 60^\circ = \frac{RH}{RQ} \Rightarrow RH = RQ \cdot \sin 60^\circ \approx 183,722 \text{ ft.}$$

Vậy, khoảng cách từ đỉnh R của tháp đến đường thẳng PQ là $RH \approx 183,722 \text{ ft.}$

Câu 39: Cho tam giác ABC có $AC = 2$. Gọi M là trung điểm của AB và D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC . Hãy tính độ dài AB để trung tuyến CM vuông góc với phân giác trong AD .

Lời giải

Đặt $AB = c; CA = b$.

Ta có D là chân đường phân giác trong góc A nên $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$

và $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$ ngược hướng suy ra $\overrightarrow{BD} = \frac{BD}{DC} \overrightarrow{DC} = \frac{b}{c} \overrightarrow{DC}$ (*)

Mặt khác $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$ thay vào (*), ta được

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{b}{c} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow c(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = b(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{b+c} (b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC})$$

Vì CM là trung tuyến nên $\overrightarrow{CM} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{2} = \frac{\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}{2}$.

Theo giả thiết: $AD \perp CM \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2(b+c)} (b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}) (\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow bc^2 + bc^2 \cos A - 2cb^2 \cos A - 2cb^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (c-2b)(1+\cos A) = 0 \Rightarrow c = 2b \text{ (do } \cos A > -1)$$

Vậy $AB = c = 2b = 4$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2022 – 2023

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 05

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

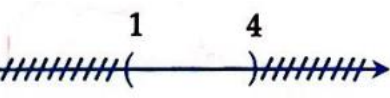
Câu 1: Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "5 \leq x^2 \leq 11"$ với x là số nguyên tố. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $P(3)$. B. $P(2)$. C. $P(7)$. D. $P(5)$.

Câu 2: Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1 | k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 3: Hình vẽ nào sau đây (phần không bị gạch) minh họa cho tập hợp $(1; 4]$?

- A.  B. 
- C.  D. 

Câu 4: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

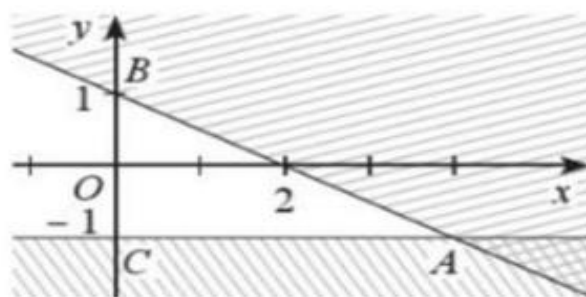
- A. $3x - xy < 4$. B. $x^3 + xy \leq 3$. C. $x^2 + y > 4$. D. $15x - 2y \geq 3$.

Câu 5: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; 0)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(-3; 4)$. D. $D(0; 3)$.

Câu 6: Miền không bị gạch kể cả bờ trong hình vẽ dưới là miền nghiệm của hệ bất phương trình

- A. $\begin{cases} x + 2y < 2 \\ y > -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 2y > 2 \\ y > -1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x + 2y \leq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 2y \geq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$



Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , lấy điểm M thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = 150^\circ$. Tích hoành độ và tung độ điểm M bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $V = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

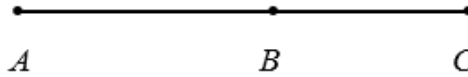
Câu 8: Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$, diện tích S , bán kính đường tròn ngoại tiếp R , bán kính đường tròn nội tiếp r . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $R = \frac{abc}{4S}$. B. $\frac{a}{\sin A} = R$. C. $\frac{a}{\sin B} = 2R$. D. $\frac{c}{\sin C} = 2r$.

Câu 9: Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab}$. B. $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$.
- C. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab}$. D. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Câu 10: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và B ở giữa như hình vẽ sau.



Cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB}$.

Câu 11: Tổng các véc-tơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng

- A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{PR}$. D. $\overrightarrow{MP}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và có trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA}$ bằng vectơ nào sau đây?

- A. $2\overrightarrow{GM}$. B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$. D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-1; 5)$, $B(5; 5)$, $C(-1; 11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. A, B, C thẳng hàng. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 14: Cho $A(0;3); B(4;0); C(-2;-5)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. 16. B. 9. C. -10. D. -9.

Câu 15: Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152m \pm 0,2m$. Tìm sai số tương đối của phép đo chiều dài cây cầu.

- A. $\delta_a < 0,1316\%$. B. $\delta_a < 1,316\%$. C. $\delta_a = 0,1316\%$. D. $\delta_a > 0,1316\%$

Câu 16: Hãy xác định sai số tuyệt đối của số $a = 123456$ biết sai số tương đối $\delta_a = 0,2\%$

- A. 246,912. B. 617280. C. 24691,2. D. 61728000

Câu 17: Cho mẫu số liệu thống kê: $\{8,10,12,14,16\}$. Số trung bình của mẫu số liệu trên là

- A. 12. B. 14. C. 13. D. 12,5.

Câu 18: Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	114	115

Tìm số mốt

- A. $M_0 = 111$. B. $M_0 = 113$. C. $M_0 = 114$. D. $M_0 = 117$.

Câu 19: Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 9 ngày liên tiếp được ghi lại như sau: 27 26 21 28 25 30 26 23 26

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là:

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 9.

Câu 20: Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 20. B. 22. C. 24. D. 26.

Câu 21: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- a) Hãy đi nhanh lên! b) Hà Nội là thủ đô của Pháp.
c) $5+7+4=15$. d) $x > 3$.

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 22: Cho 3 tập hợp: $A=(-\infty;1]$; $B=[-2;2]$ và $C=(0;5)$. Tính $(A \cap B) \cup (A \cap C) = ?$

A. $[-2;1]$. B. $(-2;5)$. C. $(0;1]$. D. $[1;2]$.

Câu 23: Bạn Minh Diệp làm một bài kỳ thi giữa học kỳ 1 môn Toán. Đề thi gồm 35 câu hỏi trắc nghiệm và 3 bài tự luận. Khi làm đúng mỗi câu trắc nghiệm được 0,2 điểm, làm đúng mỗi câu tự luận được 1 điểm. Giả sử bạn Minh Diệp làm đúng x câu hỏi trắc nghiệm và y bài tự luận. Viết một bất phương trình bậc nhất 2 ẩn x, y để đảm bảo bạn Minh Diệp được ít nhất 8 điểm.

A. $0,2x + y < 8$. B. $0,2x + y \geq 8$. C. $35x + 3y \geq 8$. D. $x + 0,2y \geq 8$.

Câu 24: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x + y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 là

A. Miền ngũ giác. B. Miền tam giác. C. Miền tứ giác. D. Một nửa mặt phẳng.

Câu 25: Cho tam giác ABC có $AB=8\text{cm}$, $AC=18\text{cm}$ và có diện tích bằng 64cm^2 . Giá trị của $\sin A$ là

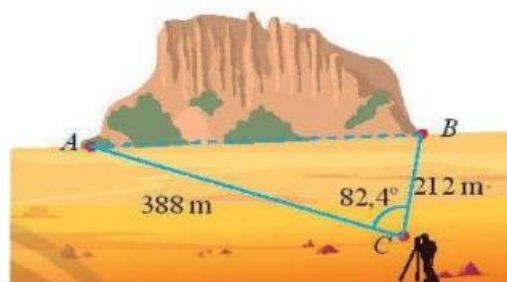
A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 26: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB=2$, $BC=5$, $CA=6$. Tính độ dài đường trung tuyến MA , với M là trung điểm của BC .

A. $\frac{\sqrt{110}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{2}$. C. $\sqrt{55}$. D. $\frac{\sqrt{55}}{2}$.

Câu 27: Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kỹ sư thực hiện các phép đo đạc và cho ra kết quả như hình vẽ bên dưới. Từ các số liệu đã khảo sát được, chiều dài đường hầm gần nhất với kết quả nào:

A. 600m . B. 466m .
C. 442m . D. 417m .



Câu 28: Cho $\triangle ABC$ gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng véc tơ nào?

A. $\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{PB}$. D. $\overrightarrow{AP}$.

Câu 29: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB=2$, $AC=3$. Độ dài của vector $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ bằng

A. 5. B. 40. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 30: Cho ba điểm $A(2; -4)$, $B(6; 0)$, $C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng?

A. $m=10$. B. $m=-6$. C. $m=2$. D. $m=-10$.

Câu 31: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector-không. Xác định α là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết rằng $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 120^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 150^\circ$.

Câu 32: Cho tam giác đều ABC có trọng tâm G và độ dài cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG}$

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{3a^2}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^2}{2}$.

Câu 33: Kết quả đo chiều dài một cây cầu có độ chính xác là $0,75m$ với dụng cụ đo đảm bảo sai số tương đối không vượt quá $1,5\%$. Tính độ dài gần đúng của cầu.

- A. $500,1m$ B. $499,9m$ C. $500m$ D. $501m$

Câu 34: Bảng số liệu sau đây cho biết sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 16 hộ gia đình:

111	112	113	112	114	127	128	125
119	118	113	126	120	115	123	116

Các tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là

- A. $Q_1 = 113, Q_2 = 117, Q_3 = 124$. B. $Q_1 = 117, Q_2 = 113, Q_3 = 124$.
C. $Q_1 = 113, Q_2 = 117, Q_3 = 123$. D. $Q_1 = 113, Q_2 = 122, Q_3 = 123$.

Câu 35: Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của lớp 10A1

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

- A. 1,5. B. 1,57. C. 1,58. D. 1,60.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để sản xuất ít nhất 140 kg chất A và 18 kg chất

B. Với mỗi tấn nguyên liệu loại I, người ta chiết xuất được 20 kg chất A và 1,2 kg chất

B. Với mỗi tấn nguyên liệu loại II, người ta chiết xuất được 10 kg chất A và 3 kg chất

B. Giá mỗi tấn nguyên liệu loại I là 8 triệu đồng và loại II là 6 triệu đồng. Hỏi người ta phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất mà vẫn đạt mục tiêu đề ra. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp tối đa 9 tấn nguyên liệu loại I và 8 tấn nguyên liệu loại II.

Câu 37: Cho hình vuông $ABCD$ với M là trung điểm cạnh AD , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $NC = 2ND$. Tính BMN . (Kết quả lấy hai chữ số ở phần thập phân).

Câu 38: Hai cảm biến được đặt cách nhau 700 feet dọc theo đường dẫn tới một sân bay nhỏ. Khi một máy bay bay ở gần sân bay, góc nhìn từ cảm biến thứ nhất đến máy bay là 20° , và từ cảm biến thứ hai đến máy bay là 15° . Xác định độ cao của máy bay tại thời điểm này.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(3;1)$. Giả sử $A(a;0)$ và $B(0;b)$ là hai điểm sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "5 \leq x^2 \leq 11"$ với x là số nguyên tố. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** $P(3)$. **B.** $P(2)$. **C.** $P(7)$. **D.** $P(5)$.

Lời giải

Chọn A

$P(3): "5 \leq 9 \leq 11"$ là mệnh đề đúng.

Câu 2: Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1 | k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$A = \{k^2 + 1 | k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$. Ta có $k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq k \leq 2 \Rightarrow A = \{1; 2; 5\}$.

Câu 3: Hình vẽ nào sau đây (phần không bị gạch) minh họa cho tập hợp $(1; 4]$?



Lời giải

Vì $(1; 4]$ gồm các số thực x mà $1 < x \leq 4$ nên

Chọn A

Câu 4: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.** $3x - xy < 4$. **B.** $x^3 + xy \leq 3$. **C.** $x^2 + y > 4$. **D.** $15x - 2y \geq 3$.

Lời giải

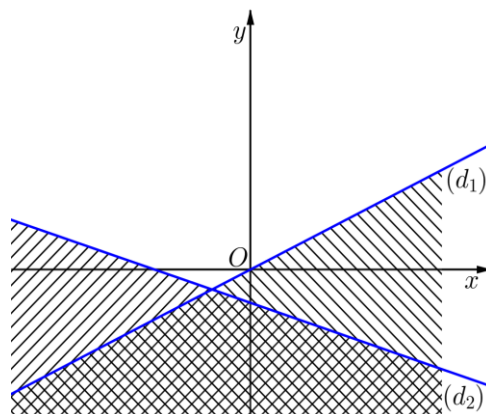
Chọn D

Câu 5: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

- A.** $A(-1; 0)$. **B.** $B(1; 0)$. **C.** $C(-3; 4)$. **D.** $D(0; 3)$.

Lời giải

Chọn B



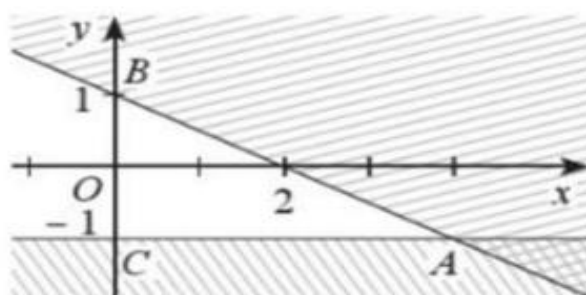
Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 6: Miền không bị gạch kể cả bờ trong hình vẽ dưới là miền nghiệm của hệ bất phương trình



A. $\begin{cases} x + 2y < 2 \\ y > -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + 2y > 2 \\ y > -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + 2y \leq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + 2y \geq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền không bị gạch kể cả bờ nên loại đáp án **A** và đáp án **B**.

Lấy điểm $O(0;0)$ thay vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y \leq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$,

Ta có $0 + 2 \cdot 0 = 0 \leq 2$ (đúng)

$0 \geq -1$ (đúng)

Vậy miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền chứa điểm $O(0;0)$.

Chọn đáp án **C**.

Lấy điểm $O(0;0)$ thay vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y \geq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$,

Ta có $0 + 2 \cdot 0 = 0 \geq 2$ (sai). Miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $x + 2y = 2$ kể cả đường thẳng đó

Loại đáp án **D**.

Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , lấy điểm M thuộc nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = 150^\circ$. Tích hoành độ và tung độ điểm M bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x_M = \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ y_M = \sin 150^\circ = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tích của tung độ và hoành độ điểm M bằng $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$, diện tích S , bán kính đường tròn ngoại tiếp R , bán kính đường tròn nội tiếp r . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $R = \frac{abc}{4S}$.

B. $\frac{a}{\sin A} = R$.

C. $\frac{a}{\sin B} = 2R$.

D. $\frac{c}{\sin C} = 2r$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab}$.

B. $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$.

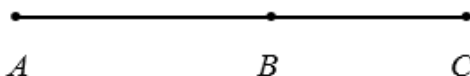
C. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab}$.

D. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và B ở giữa như hình vẽ sau.



Cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn D

Các đáp án **A, B, C** là sai và đáp án đúng là **D**

Câu 11: Tổng các véc-tơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{PR}$.

D. $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và có trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA}$ bằng vectơ nào sau đây?

A. $2\overrightarrow{GM}$.

B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

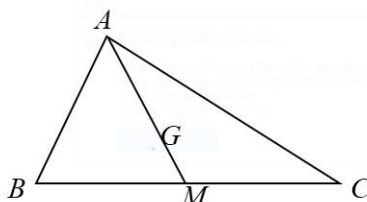
C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$.

D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$



Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(-1; 5)$, $B(5; 5)$, $C(-1; 11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A, B, C thẳng hàng.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; 0), \overrightarrow{AC} = (0; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Câu 14: Cho $A(0; 3); B(4; 0); C(-2; -5)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. 16.

B. 9.

C. -10.

D. -9.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -3); \overrightarrow{BC} = (-6; -5)$

Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 4 \cdot (-6) + (-3) \cdot (-5) = -9$.

Câu 15: Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152m \pm 0,2m$. Tìm sai số tương đối của phép đo chiều dài cây cầu.

A. $\delta_a < 0,1316\%$.

B. $\delta_a < 1,316\%$.

C. $\delta_a = 0,1316\%$.

D. $\delta_a > 0,1316\%$

Giải

Sai số tương đối $\delta_a \leq \frac{0,2}{152} = 0,001315789 \approx 0,1316\%$

Câu 16: Hãy xác định sai số tuyệt đối của số $a = 123456$ biết sai số tương đối $\delta_a = 0,2\%$

A. 246,912.

B. 617280.

C. 24691,2.

D. 61728000

Giải

Ta có $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \Rightarrow \Delta_a = \delta_a |a| = 246,912$.

Câu 17: Cho mẫu số liệu thống kê: $\{8, 10, 12, 14, 16\}$. Số trung bình của mẫu số liệu trên là

A. 12.

B. 14.

C. 13.

D. 12,5.

Lời giải

Chọn A

Ta có số trung bình của mẫu số liệu trên là: $\frac{8+10+12+14+16}{5} = 12$.

Câu 18: Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	114	115

Tìm số mốt

A. $M_0 = 111$.

B. $M_0 = 113$.

C. $M_0 = 114$.

D. $M_0 = 117$.

Lời giải

Nhìn vào bảng số liệu ta thấy giá trị 114 có tần số lớn nhất nên ta có $M_0 = 114$.

Câu 19: Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 9 ngày liên tiếp được ghi lại như sau:

27 26 21 28 25 30 26 23 26

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là:

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Số sản phẩm sản xuất thấp nhất và cao nhất lần lượt là 30 và 21. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là 9.

Câu 20: Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

A. 20.

B. 22.

C. 24.

D. 26.

Lời giải

Số liệu trên đã sắp xếp theo thứ tự không giảm

Ta có $Q_1 = 10; Q_2 = 19; Q_3 = 32$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $\Delta_Q = 32 - 10 = 22$.

Câu 21: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

a) Hãy đi nhanh lên!

b) Hà Nội là thủ đô của Pháp.

c) $5 + 7 + 4 = 15$.

d) $x > 3$.

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Câu a) không phải là mệnh đề.

Câu d) là mệnh đề chứa biến.

Câu 22: Cho 3 tập hợp: $A = (-\infty; 1]$; $B = [-2; 2]$ và $C = (0; 5)$. Tính $(A \cap B) \cup (A \cap C) = ?$

A. $[-2; 1]$.

B. $(-2; 5)$.

C. $(0; 1]$.

D. $[1; 2]$.

Lời giải

Chọn A

$A \cap B = [-2; 1]$.

$A \cap C = (0; 1]$.

$(A \cap B) \cup (A \cap C) = [-2; 1]$.

Câu 23: Bạn Minh Diệp làm một bài kỳ thi giữa học kỳ 1 môn Toán. Đề thi gồm 35 câu hỏi trắc nghiệm và 3 bài tự luận. Khi làm đúng mỗi câu trắc nghiệm được 0,2 điểm, làm đúng mỗi câu tự luận được 1 điểm. Giả sử bạn Minh Diệp làm đúng x câu hỏi trắc nghiệm và y bài tự luận. Viết một bất phương trình bậc nhất 2 ẩn x, y để đảm bảo bạn Minh Diệp được ít nhất 8 điểm.

A. $0,2x + y < 8$.

B. $0,2x + y \geq 8$.

C. $35x + 3y \geq 8$.

D. $x + 0,2y \geq 8$.

Lời giải

Chọn B

Số điểm x câu trắc nghiệm là $0,2x$ (điểm), số điểm y bài tự luận là y (điểm).

Do đó tổng số điểm mà bạn Minh Diệp làm được là $0,2x + y$ (điểm). Theo đề ta có bất phương trình $0,2x + y \geq 8$.

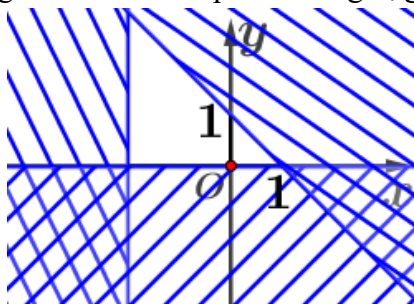
Câu 24: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x + y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 là

- A.** Miền ngũ giác. **B.** Miền tam giác. **C.** Miền tứ giác. **D.** Một nửa mặt phẳng.

Lời giải

Chọn B

Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là phần không bị gạch như hình vẽ.



Câu 25: Cho tam giác ABC có $AB=8\text{cm}$, $AC=18\text{cm}$ và có diện tích bằng 64cm^2 . Giá trị của $\sin A$ là

- A.** $\frac{8}{9}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

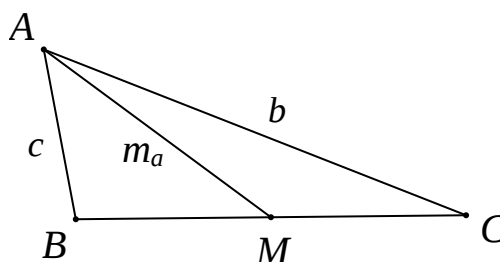
Chọn A

$$\text{Áp dụng công thức } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 64}{8 \cdot 18} = \frac{8}{9}$$

Câu 26: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB=2$, $BC=5$, $CA=6$. Tính độ dài đường trung tuyến MA , với M là trung điểm của BC .

- A.** $\frac{\sqrt{110}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{2}$. **C.** $\sqrt{55}$. **D.** $\frac{\sqrt{55}}{2}$.

Lời giải

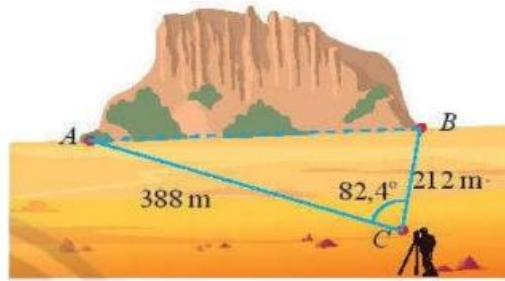


$$\text{Ta có } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Rightarrow \cos C = \frac{5^2 + 6^2 - 2^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{19}{20},$$

$$\text{Ta lại có: } MA^2 = AC^2 + MC^2 - 2AC \cdot MC \cdot \cos C = 6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{19}{20} = \frac{55}{4}$$

$$\Rightarrow m_a = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

Câu 27: Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kĩ sư thực hiện các phép đo đạc và cho ra kết quả như hình vẽ bên dưới. Từ các số liệu đã khảo sát được, chiều dài đường hầm gần nhất với kết quả nào:



A. 600 m.

B. 466 m.

C. 442 m.

D. 417 m.

Lời giải

Chọn D

Theo định lí côsin ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2.CA.CB.\cos C = 388^2 + 212^2 - 2.388.212.\cos(82,4^\circ) = 173730,24.$$

Suy ra $AB = \sqrt{173730,24} \approx 417 \text{ m}.$

Câu 28: Cho $\triangle ABC$ gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng véc tơ nào?

A. $\overrightarrow{AM}.$

B. $\overrightarrow{MN}.$

C. $\overrightarrow{PB}.$

D. $\overrightarrow{AP}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP}.$

Câu 29: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 2, AC = 3$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ bằng

A. 5.

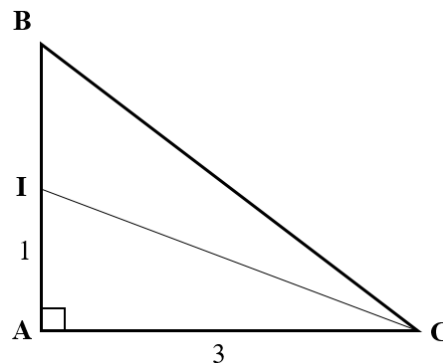
B. 40.

C. $\sqrt{13}.$

D. $2\sqrt{10}.$

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{CI}$ với I là trung điểm AB .

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{CI}| = 2.\sqrt{1^2 + 3^2} = 2\sqrt{10}.$$

Câu 30: Cho ba điểm $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng?

A. $m = 10.$

B. $m = -6.$

C. $m = 2.$

D. $m = -10.$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (4; 4); \overrightarrow{AC} = (m-2; 8).$$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{m-2}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow m=10.$$

Câu 31: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector-không. Xác định α là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết rằng $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 120^\circ$.

B. $\alpha = 30^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 150^\circ$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha = -\sqrt{3}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 150^\circ.$$

Câu 32: Cho tam giác đều ABC có trọng tâm G và độ dài cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG}$

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{3a^2}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AG}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}); \text{ với } |\overrightarrow{AB}| = AB = a; |\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}; (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = 30^\circ.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 30^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 33: Kết quả đo chiều dài một cây cầu có độ chính xác là $0,75m$ với dụng cụ đo đảm bảo sai số tương đối không vượt quá $1,5\%$. Tính độ dài gần đúng của cầu.

A. $500,1m$

B. $499,9m$

C. $500 m$

D. $501 m$

Lời giải

Độ dài h của cây cầu là:

$$d \approx \frac{0,75}{1,5} \cdot 1000 = 500 (m)$$

Câu 34: Bảng số liệu sau đây cho biết sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 16 hộ gia đình:

111	112	113	112	114	127	128	125
119	118	113	126	120	115	123	116

Các tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là

A. $Q_1 = 113, Q_2 = 117, Q_3 = 124$.

B. $Q_1 = 117, Q_2 = 113, Q_3 = 124$.

C. $Q_1 = 113, Q_2 = 117, Q_3 = 123$.

D. $Q_1 = 113, Q_2 = 122, Q_3 = 123$.

Lời giải

Sắp xếp các giá trị theo thứ tự không giảm ta được:

111	112	112	113	113	114	115	116
118	119	120	123	125	126	127	128

Ta có:

$$Q_2 = \frac{116+118}{2} = 117$$

$$Q_1 = \frac{113+113}{2} = 113$$

$$Q_3 = \frac{123+125}{2} = 124$$

Câu 35: Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của lớp 10A1

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

A. 1,5.

B. 1,57.

C. 1,58.

D. 1,60.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để sản xuất ít nhất 140 kg chất A và 18 kg chất B. Với mỗi tấn nguyên liệu loại I, người ta chiết xuất được 20 kg chất A và 1,2 kg chất B. Với mỗi tấn nguyên liệu loại II, người ta chiết xuất được 10 kg chất A và 3 kg chất B. Giá mỗi tấn nguyên liệu loại I là 8 triệu đồng và loại II là 6 triệu đồng. Hỏi người ta phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất mà vẫn đạt mục tiêu đề ra. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp tối đa 9 tấn nguyên liệu loại I và 8 tấn nguyên liệu loại II.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần dùng

Điều kiện: $0 \leq x \leq 9; 0 \leq y \leq 8$

❖ Khối lượng chất A được chiết xuất từ

☞ Nguyên liệu loại I là $0,020x$ (tấn)

☞ Nguyên liệu loại II là $0,010y$ (tấn)

Theo giả thiết, ta có bất phương trình $0,02x + 0,01y \geq 0,14$ hay $2x + y \geq 14$

❖ Khối lượng chất B được chiết xuất từ

☞ Nguyên liệu loại I là $0,0012x$ (tấn)

☞ Nguyên liệu loại II là $0,003y$ (tấn)

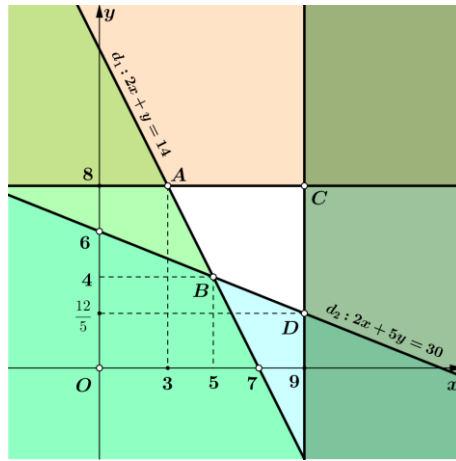
Theo giả thiết, ta có bất phương trình $0,0012x + 0,003y \geq 0,018$ hay $2x + 5y \geq 30$

Khi đó để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất mà vẫn đạt mục tiêu đề ra thì ta cần tìm x, y sao

cho biểu thức $F(x, y) = 8x + 6y$ nhỏ nhất với x, y thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên, ta được miền nghiệm của hệ là miền trong tứ giác $ABCD$ (như hình vẽ), với $A(8;3), B(5;4), C(9;8), D\left(9; \frac{12}{5}\right)$

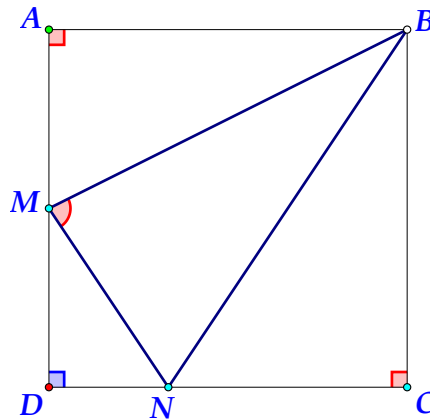


- ❖ Tại đỉnh A , ta có $F = 82$
- ❖ Tại đỉnh B , ta có $F = 64$
- ❖ Tại đỉnh C , ta có $F = 120$
- ❖ Tại đỉnh D , ta có $F = 86,4$

Vậy cơ sở cần mua 5 tấn nguyên liệu loại I và 4 tấn nguyên liệu loại II thì chi phí thấp nhất 64 triệu đồng.

Câu 37: Cho hình vuông $ABCD$ với M là trung điểm cạnh AD , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $NC = 2ND$. Tính $\angle BMN$. (Kết quả lấy hai chữ số ở phần thập phân).

Lời giải



Đặt cạnh hình vuông là $AB = 6a > 0$.

Ta có: $\triangle DMN$ vuông tại $D \Rightarrow MN^2 = DM^2 + DN^2 = (3a)^2 + (2a)^2 = 13a^2$.

Và $\triangle MAB$ vuông tại $A \Rightarrow MB^2 = AM^2 + AB^2 = (6a)^2 + (3a)^2 = 45a^2$.

Và $\triangle NBC$ vuông tại $C \Rightarrow BN^2 = BC^2 + NC^2 = (6a)^2 + (4a)^2 = 52a^2$.

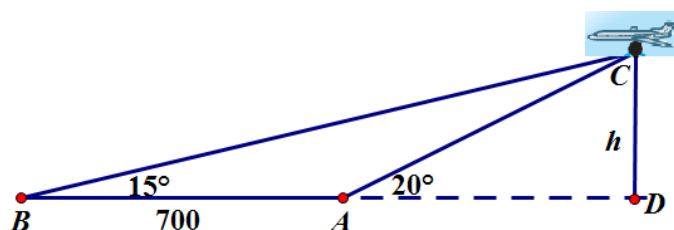
$$\text{Xét } \cos \angle BMN = \frac{MB^2 + MN^2 - BN^2}{2 \cdot MB \cdot MN} = \frac{45a^2 + 13a^2 - 52a^2}{2 \cdot a\sqrt{13} \cdot 3a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{65}}{65}.$$

Suy ra $\angle MBN \approx 82,87^\circ$.

Câu 38: Hai cảm biến được đặt cách nhau 700 feet dọc theo đường dẫn tới một sân bay nhỏ. Khi một máy bay bay ở gần sân bay, góc nhìn từ cảm biến thứ nhất đến máy bay là 20° , và từ cảm biến thứ hai đến máy bay là 15° . Xác định độ cao của máy bay tại thời điểm này.

Lời giải:

Trong mặt phẳng tạo bởi hai cảm biến và máy bay, gọi vị trí của cảm biến thứ nhất, thứ hai và máy bay lần lượt là A, B, C ; gọi hình chiếu của máy bay tới mặt đất là D .



Suy ra $AB = 700$, $CAD = 20^\circ$, $CBD = 15^\circ$.

Trong các tam giác vuông $\triangle CAD$, $\triangle CBD$ ta có

$$AD = h \cdot \cot CAD = h \cdot \cot 20^\circ$$

$$BD = h \cdot \cot CBD = h \cdot \cot 15^\circ$$

$$\Rightarrow BA = BD - AD = h(\cot 15^\circ - \cot 20^\circ) = h \cdot 0,9845.$$

$$\text{Vậy ta có } 700 = h \cdot 0,9846 \Leftrightarrow h = \frac{700}{0,9846} \approx 710,9486 \text{ feet.}$$

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(3;1)$. Giả sử $A(a;0)$ và $B(0;b)$ là hai điểm sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA} = (a-3; -1)$, $\overrightarrow{MB} = (-3; b-1)$. MAB là tam giác vuông tại M khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow -3(a-3) - (b-1) = 0 \Leftrightarrow b = 10 - 3a \quad (*)$$

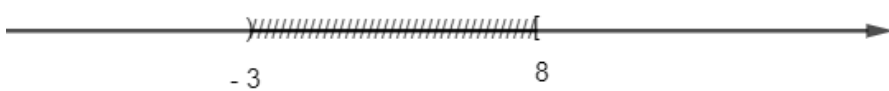
Với $a \geq 0, b \geq 0$ suy ra $0 \leq a \leq \frac{10}{3}$ (**)

$$S_{MAB} = \frac{1}{2} MA \cdot MB = \frac{1}{2} \sqrt{(a-3)^2 + 1} \cdot \sqrt{9 + (b-1)^2} = \frac{3}{2} (a^2 - 6a + 10) = \frac{3}{2} (a-3)^2 + \frac{3}{2} \geq \frac{3}{2}.$$

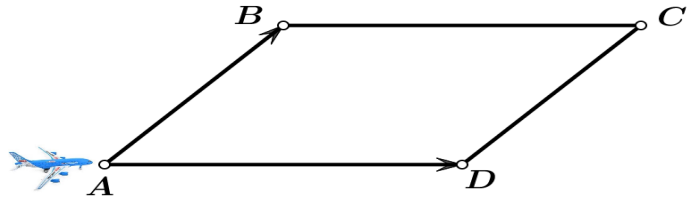
Do đó $\min S_{MAB} = \frac{3}{2}$ đạt được khi $a = 3$, khi đó $b = 1$.

Vậy $T = a^2 + b^2 = 10$.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0 "$ là
A. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 "$. **B.** $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 "$. **C.** $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 0 "$. **D.** $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0 "$.
- Câu 2:** Cho phương án đúng.
A. $[4;6] = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq x \leq 6\}$ **B.** $[4;6] = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 6\}$
C. $(2;8] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 8\}$ **D.** $(2;8] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 8\}$
- Câu 3:** Hình vẽ sau đây (phần không bị gạch) là biểu diễn của tập hợp nào?

- A.** $(-\infty; -3) \cup [8; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -3] \cup [8; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -3] \cup (8; +\infty)$.
- Câu 4:** Cặp số $(1;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
A. $3x - y < 0$. **B.** $2x - y - 1 > 0$. **C.** $x - 3y - 2 < 0$. **D.** $2x > 3y$.
- Câu 5:** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?
A. $\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ \sqrt{5}x - 7y > 5 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - 3y \leq 1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x^3 + y > 4 \\ -x - y \leq 100 \end{cases}$
- Câu 6:** Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?
A. $(-1;4)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-3;4)$.
- Câu 7:** Cho góc α tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $\cot \alpha > 0$. **B.** $\tan \alpha > 0$. **C.** $\cos \alpha < 0$. **D.** $\sin \alpha < 0$.
- Câu 8:** Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$. **B.** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$.
C. $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$. **D.** $b^2 = a^2 + c^2$.
- Câu 9:** Tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$ và $AB = 5$. Tính độ dài cạnh AC
A. $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ **B.** $AC = 5\sqrt{3}$ **C.** $AC = 5\sqrt{2}$ **D.** $AC = 10$
- Câu 10:** Cho $\vec{a} = \vec{b} \neq \vec{0}$. Phát biểu nào sau đây là sai?
A. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng độ dài. **B.** $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng độ phương.
C. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng. **D.** $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

Câu 11: Một máy bay đồ chơi đang đứng ở vị trí A và chịu đồng thời hai lực tác động cùng một lúc được biểu diễn bằng hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$. Hỏi máy bay trên chuyển động theo vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{AD}$.

Câu 12: Cho đoạn thẳng AB và điểm M là một điểm trong đoạn thẳng AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$. Tìm k để $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$.

A. $k = -4$.

B. $k = -\frac{1}{4}$.

C. $k = 4$.

D. $k = \frac{1}{4}$.

Câu 13: Cho $\vec{a}(2;7)$, $\vec{b}(-3;5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là.

A. $(5;2)$.

B. $(-1;2)$.

C. $(-5;-2)$.

D. $(5;-2)$.

Câu 14: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 15: Khi tính diện tích hình tròn bán kính $R = 3\text{cm}$, nếu lấy $\pi = 3,14$ thì độ chính xác là bao nhiêu?

A. $d = 0,009$.

B. $d = 0,09$.

C. $d = 0,1$.

D. $d = 0,01$

Câu 16: Tìm số gần đúng của $a = 5,2463$ với độ chính xác $d = 0,001$.

A. 5,25.

B. 5,24.

C. 5,246.

D. 5,2

Câu 17: Giá của một số loại túi xách (đơn vị nghìn đồng) được cho như sau:

350 300 650 300 450 500 300 250.

Tìm số trung vị của mẫu số liệu sau

A. 325.

B. 300.

C. 450.

D. 400.

Câu 18: Bảng sau đây cho biết chiều cao của một nhóm học sinh:

160	178	150	164	168	176	156	172
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1 = 158; Q_2 = 164; Q_3 = 174$.

B. $Q_1 = 158; Q_2 = 166; Q_3 = 174$.

C. $Q_1 = 160; Q_2 = 168; Q_3 = 176$.

D. $Q_1 = 150; Q_2 = 164; Q_3 = 178$.

Câu 19: Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của Bình:

12 7 10 9 12 9 7 11 10 14 8 6 13 11 8

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu lần lượt là

A. $R = 8$ và $\Delta_Q = 4$.

B. $R = 10$ và $\Delta_Q = 3,5$.

C. $R = 8$ và $\Delta_Q = 3,5$.

D. $R = 10$ và $\Delta_Q = 4$.

Câu 20: Chọn khẳng định đúng. Số liệu càng phân tán thì

A. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

B. Phương sai và độ lệch chuẩn càng nhỏ.

C. Phương sai và độ lệch chuẩn bằng nhau.

D. Phương sai bằng số trung bình cộng.

Câu 21: Cho các phát biểu sau đây:

(I): “17 là số chẵn”

(II): “Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền”

(III): “Các em C14 hãy cố gắng học tập thật tốt nhé !”

(IV): “ $x + 2 > 0$ ”

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là một mệnh đề?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 22: Có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn điều kiện $\{0;1;a\} \cup X = \{0;1;a;b;c\}$?

- A. 8. B. 5. C. 7. D. 6.

Câu 23: Bạn An được mẹ giao cho đi siêu thị mua 2 loại thực phẩm là cà chua và thịt lợn với số tiền mẹ đưa là 200.000 đồng. Biết rằng, mỗi cân thịt có giá là 120.000 đồng và mỗi cân cà chua có giá là 30.000 đồng. Gọi số cân thịt và số cân cà chua mà bạn An mua được lần lượt là x, y . Hãy viết bất phương trình biểu thị số tiền mà bạn An đã mua, sao cho số tiền đó không vượt quá số tiền mà mẹ đưa.

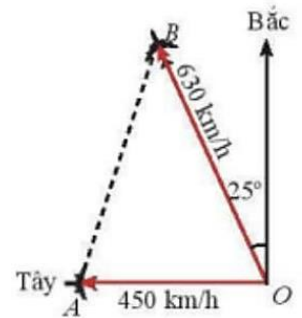
- A. $12x+3y \geq 20$. B. $12x+3y > 20$. C. $12x+3y < 20$. D. $12x+3y \leq 20$.

Câu 24: Có bao nhiêu các giá trị nguyên của tham số m để $(x;y)=(m;-1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2 > 0 \\ 2x-y-51 \leq 0 \end{cases}$?

- A. 21. B. 24. C. 23. D. 22.

Câu 25: Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc đi chuyển với tốc độ 450km/h theo hướng Tây và chiếc còn lại đi chuyển theo hướng lệch so với hướng Bắc 25° về hướng Tây với tốc độ 630km/h (hình vẽ). Sau 90 phút, giả sử hai máy bay đang ở cùng độ cao, khoảng cách giữa chúng gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. $794,4\text{km}$. B. $529,6\text{km}$.
C. $899,7\text{km}$. D. $599,8\text{km}$.



Câu 26: Trên biển một ca nô xuất phát từ cảng A , chạy về hướng tây 30 km đến B rồi chuyển sang hướng $W30^\circ S$ chạy tiếp 40 km nữa tới đảo C . Khi đó khoảng cách giữa A và C là

- A. 68 km. B. 67 km. C. 61 km. D. 60 km.

Câu 27: Tam giác ABC có $BC=10, A=30^\circ$. Tính bán kính R đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

- A. $R=5$. B. $R=10$. C. $R=\frac{10}{\sqrt{3}}$. D. $R=10\sqrt{3}$.

Câu 28: Cho $\triangle ABC, D, E, F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

Câu 29: Biết rằng hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vec tơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a}+4\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

- A. -7 B. 7 C. 5 D. 6

Câu 30: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5), B(1; 1), C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

- A. $(3; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(-3; -3)$. D. $(-2; -3)$.

Câu 31: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB=2a, AD=3a, BAD=60^\circ$. Điểm K thuộc AD thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{DK}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $3a^2$. B. $6a^2$. C. a^2 . D. 0.

Câu 32: Trên hệ trục tọa độ xOy , cho tam giác ABC có $A(4;3), B(2;7), C(-3;-8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là

- A. $(1;-4)$. B. $(-1;4)$. C. $(1;4)$. D. $(4;1)$.

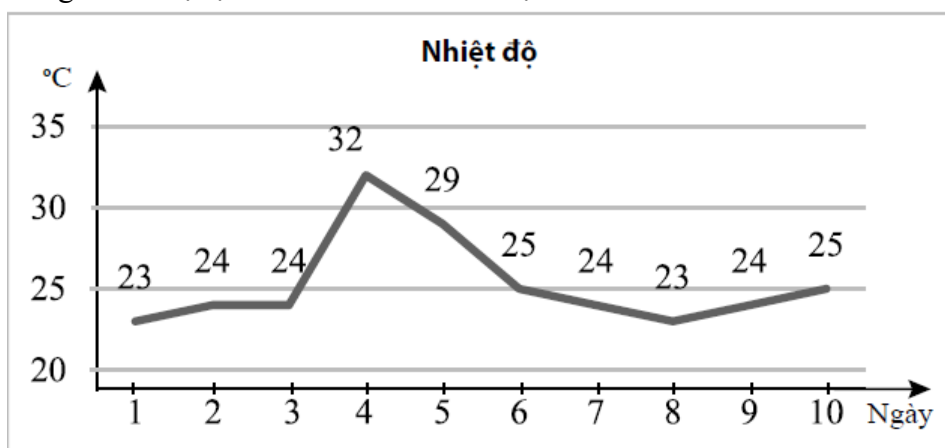
- Câu 33:** Bạn A đo chiều dài của một sân bóng ghi được $250 \pm 0,2m$. Bạn B đo chiều cao của một cột cờ được $15 \pm 0,1m$. Trong 2 bạn A và B, bạn nào có phép đo chính xác hơn và sai số tương đối trong phép đo của bạn đó là bao nhiêu?
- A. Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,08%.
- B. Bạn B đo chính xác hơn bạn A với sai số tương đối là 0,08%.
- C. Hai bạn đo chính xác như nhau với sai số tương đối bằng nhau là 0,08%.
- D. Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,06%.

- Câu 34:** Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	n	m	6

Tìm n biết sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là 22,1 tạ.

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.
- Câu 35:** Biểu đồ sau ghi lại nhiệt độ lúc 12 giờ trưa tại một trạm quan trắc trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: $^{\circ}C$). Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là



- A. $S^2 = 7,61; S \approx 2,76$ B. $S^2 = 7; S \approx 2,646$.
- C. $S^2 = 7,7; S \approx 2,775$. D. $S^2 = 7,52; S \approx 2,742$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Cho hai tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$; $B = (-2; 2m+2)$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A \subset B$.
- Câu 37:** Cho tam giác ABC , gọi D là điểm trên cạnh BC sao cho $\overline{BD} = \frac{2}{3}\overline{BC}$ và I là trung điểm của AD . Gọi M là điểm thỏa mãn $\overline{AM} = \frac{2}{5}\overline{AC}$. Chứng minh ba điểm B, I, M thẳng hàng.
- Câu 38:** Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?
- Câu 39:** Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a, b, c và thỏa mãn $a^4 = b^4 + c^4$. Chứng minh rằng tam giác ABC nhọn.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ là

A. $\bar{P}: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

B. $\bar{P}: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

C. $\bar{P}: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 0$.

D. $\bar{P}: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ là $\bar{P}: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

Câu 2: Cho phương án đúng.

A. $[4; 6] = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq x \leq 6\}$

B. $[4; 6] = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 6\}$

C. $(2; 8] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 8\}$

D. $(2; 8] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 8\}$

Lời giải

Chọn A

$[4; 6] = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq x \leq 6\}$.

Câu 3: Hình vẽ sau đây (phần không bị gạch) là biểu diễn của tập hợp nào?



A. $(-\infty; -3) \cup [8; +\infty)$.

B. $(-\infty; -3] \cup [8; +\infty)$.

C. $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -3] \cup (8; +\infty)$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 4: Cặp số $(1; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $3x - y < 0$.

B. $2x - y - 1 > 0$.

C. $x - 3y - 2 < 0$.

D. $2x > 3y$.

Lời giải

Chọn C

Lần lượt thay cặp số $(1; 3)$ vào bốn phương án, ta có: $1 - 3 \cdot 3 - 2 < 0$ (đúng) nên cặp số $(1; 3)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 3y - 2 < 0$.

Câu 5: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ \sqrt{5}x - 7y > 5 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - 3y \leq 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x^3 + y > 4 \\ -x - y \leq 100 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa.

Câu 6: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1; 4)$.

B. $(-2; 4)$.

C. $(0; 0)$.

D. $(-3; 4)$.

Lời giải

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; 0)$ không thỏa mãn hệ.

Câu 7: Cho góc α tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\cot \alpha > 0$.

B. $\tan \alpha > 0$.

C. $\cos \alpha < 0$.

D. $\sin \alpha < 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì góc α tù nên $\cos \alpha < 0$.Câu 8: Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$.

B. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$.

C. $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$.

D. $b^2 = a^2 + c^2$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lý cosin, ta có $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$.Câu 9: Tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$ và $AB = 5$. Tính độ dài cạnh AC

A. $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$

B. $AC = 5\sqrt{3}$

C. $AC = 5\sqrt{2}$

D. $AC = 10$

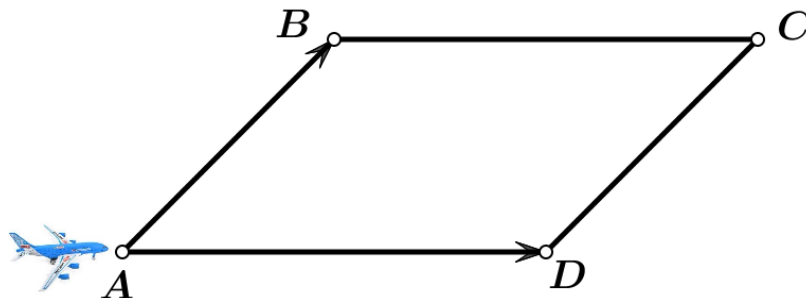
Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý sin ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{5}{\sin 45^\circ} \Rightarrow AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$.Câu 10: Cho $\vec{a} = \vec{b} \neq \vec{0}$. Phát biểu nào sau đây là sai?A. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng độ dài. B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng độ phương.C. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng. D. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Phát biểu sai là $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng độ phương.Câu 11: Một máy bay đồ chơi đang đứng ở vị trí A và chịu đồng thời hai lực tác động cùng một lúc được biểu diễn bằng hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$. Hỏi máy bay trên chuyển động theo vector nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình bình hành máy bay trên chuyển động theo vector $\overrightarrow{AC}$ Câu 12: Cho đoạn thẳng AB và điểm M là một điểm trong đoạn thẳng AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$. Tìm k để $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$.

A. $k = -4$.

B. $k = -\frac{1}{4}$.

C. $k = 4$.

D. $k = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Do M là một điểm trong đoạn thẳng AB thỏa $AM = \frac{1}{5}AB$ nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \Leftrightarrow -5\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$$

Vậy $k = -\frac{1}{4}$.

Câu 13: Cho $\vec{a}(2;7)$, $\vec{b}(-3;5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là.

A. $(5;2)$.

B. $(-1;2)$.

C. $(-5;-2)$.

D. $(5;-2)$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (2;7) - (-3;5) = (5;2)$.

Câu 14: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ.

Câu 15: Khi tính diện tích hình tròn bán kính $R = 3\text{cm}$, nếu lấy $\pi = 3,14$ thì độ chính xác là bao nhiêu?

A. $d = 0,009$.

B. $d = 0,09$.

C. $d = 0,1$.

D. $d = 0,01$

Giải

Ta có diện tích hình tròn $S = 3,14 \cdot 3^2$ và $\bar{S} = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$

Ta có: $3,14 < \pi < 3,15 \Rightarrow 3,14 \cdot 9 < 9\pi < 3,15 \cdot 9 \Rightarrow 28,26 < \bar{S} < 28,35$

Do đó: $\bar{S} - S = \bar{S} - 28,26 < 28,35 - 28,26 = 0,09 \Rightarrow \Delta(S) = |\bar{S} - S| < 0,09$

Vậy nếu ta lấy $\pi = 3,14$ thì diện tích hình tròn là $S = 28,26\text{cm}^2$ với độ chính xác $d = 0,09$.

Câu 16: Tìm số gần đúng của $a = 5,2463$ với độ chính xác $d = 0,001$.

A. $5,25$.

B. $5,24$.

C. $5,246$.

D. $5,2$

Giải

Vì độ chính xác đến hàng phần nghìn nên ta quy tròn a đến hàng phần trăm, vậy số quy tròn của a là $5,25$.

Câu 17: Giá của một số loại túi xách (đơn vị nghìn đồng) được cho như sau:

$$350 \quad 300 \quad 650 \quad 300 \quad 450 \quad 500 \quad 300 \quad 250.$$

Tìm số trung vị của mẫu số liệu sau

A. 325 .

B. 300 .

C. 450 .

D. 400 .

Lời giải

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm là: $250 \quad 300 \quad 300 \quad 300 \quad 350 \quad 450 \quad 500 \quad 650$

Dãy trên có 8 giá trị nên ta lấy trung bình cộng 2 giá trị ở giữa $\frac{300 + 350}{2} = 325$.

Câu 18: Bảng sau đây cho biết chiều cao của một nhóm học sinh:

160	178	150	164	168	176	156	172
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. $Q_1 = 158; Q_2 = 164; Q_3 = 174$.

B. $Q_1 = 158; Q_2 = 166; Q_3 = 174$.

C. $Q_1 = 160; Q_2 = 168; Q_3 = 176$.

D. $Q_1 = 150; Q_2 = 164; Q_3 = 178$.

Lời giải

Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm

150	156	160	164	168	172	176	178
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Vì $n = 8$ là số chẵn nên Q_2 là số trung bình cộng của hai giá trị chính giữa:

$$Q_2 = (164 + 168) : 2 = 166$$

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2

150	156	160	164
-----	-----	-----	-----

và tìm được $Q_1 = (156 + 160) : 2 = 158$

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2

168	172	176	178
-----	-----	-----	-----

và tìm được $Q_3 = (172 + 176) : 2 = 174$.

Câu 19: Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của Bình:

12 7 10 9 12 9 7 11 10 14 8 6 13 11 8

Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu lần lượt là

A. $R = 8$ và $\Delta_Q = 4$. **B.** $R = 10$ và $\Delta_Q = 3,5$.

C. $R = 8$ và $\Delta_Q = 3,5$. **D.** $R = 10$ và $\Delta_Q = 4$.

Lời giải

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

6 7 7 8 8 8 9 10 10 11 11 12 12 13 14

Khoảng biến thiên: $R = 14 - 6 = 8$.

Mẫu số liệu có 16 giá trị nên ta có $Q_2 = \frac{9+10}{2} = 9,5$; $Q_1 = \frac{8+8}{2} = 8$ và $Q_3 = \frac{11+12}{2} = 11,5$.

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 11,5 - 8 = 3,5$.

Câu 20: Chọn khẳng định đúng. Số liệu càng phân tán thì

A. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

B. Phương sai và độ lệch chuẩn càng nhỏ.

C. Phương sai và độ lệch chuẩn bằng nhau.

D. Phương sai bằng số trung bình cộng.

Lời giải

Dựa vào khái niệm.

Câu 21: Cho các phát biểu sau đây:

(I): “17 là số chẵn”

(II): “Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền”

(III): “Các em C14 hãy cố gắng học tập thật tốt nhé !”

(IV): “ $x + 2 > 0$ ”

Hỏi có bao nhiêu phát biểu là một mệnh đề?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Câu 22: Có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn điều kiện $\{0;1;a\} \cup X = \{0;1;a;b;c\}$?

A. 8.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có các tập X thỏa mãn là:

$$X_1 = \{0;b;c\}, X_2 = \{1;b;c\}, X_3 = \{a;b;c\}, X_4 = \{0;1;b;c\}, X_5 = \{0;a;b;c\}$$

$$X_6 = \{1;a;b;c\}, X_7 = \{0;1;a;b;c\}, X_8 = \{b,c\}$$

Câu 23: Bạn An được mẹ giao cho đi siêu thị mua 2 loại thực phẩm là cà chua và thịt lợn với số tiền mẹ đưa là 200.000 đồng. Biết rằng, mỗi cân thịt có giá là 120.000 đồng và mỗi cân cà chua có giá là 30.000 đồng. Gọi số cân thịt và số cân cà chua mà bạn An mua được lần lượt là x, y . Hãy viết bất phương trình biểu thị số tiền mà bạn An đã mua, sao cho số tiền đó không vượt quá số tiền mà mẹ đưa.

A. $12x+3y \geq 20$.

B. $12x+3y > 20$.

C. $12x+3y < 20$.

D. $12x+3y \leq 20$.

Lời giải

Ta có:

Số tiền mua thịt là $120000x$ đồng.

Số tiền mua cà chua là $30000y$ đồng.

Nên số tiền bạn An đã sử dụng là: $120000x+30000y$ đồng.

Số tiền đã mua không vượt quá số tiền mẹ đưa, nên ta có bất phương trình sau:

$$120000x+30000y \leq 200000 \Leftrightarrow 12x+3y \leq 20.$$

Câu 24: Có bao nhiêu các giá trị nguyên của tham số m để $(x;y)=(m;-1)$ thuộc miền nghiệm của hệ

$$\text{bất phương trình } \begin{cases} x+y-2 > 0 \\ 2x-y-51 \leq 0 \end{cases} ?$$

A. 21.

B. 24.

C. 23.

D. 22.

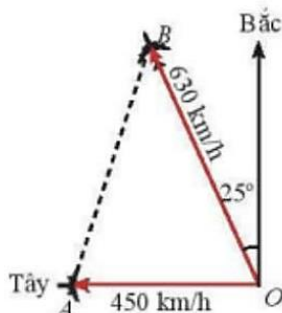
Lời giải

Chọn D

$$(x;y)=(m;-1) \text{ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình } \begin{cases} x+y-2 > 0 \\ 2x-y-51 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1-2 > 0 \\ 2m+1-51 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 25 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{4; \dots; 25\}$$

Câu 25: Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với tốc độ 450km/h theo hướng Tây và chiếc còn lại di chuyển theo hướng lệch so với hướng Bắc 25° về hướng Tây với tốc độ 630km/h (hình vẽ). Sau 90 phút, giả sử hai máy bay đang ở cùng độ cao, khoảng cách giữa chúng gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. 794,4km.

B. 529,6km.

C. 899,7km.

D. 599,8km.

Lời giải

Chọn C

Ta có: 90 phút = 1,5 giờ.

Gọi A, B lần lượt là vị trí của hai máy bay sau khi cất cánh 90 phút (hình vẽ).

$$\text{Suy ra quãng đường đi được của hai máy bay là } \begin{cases} OB = v_B \cdot t = 630 \cdot 1,5 = 945 \text{ (km)} \\ OA = v_A \cdot t = 450 \cdot 1,5 = 675 \text{ (km)} \end{cases}.$$

Đồng thời ta có $\angle BOA = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

Vậy khoảng cách giữa hai máy bay khi ở cùng độ cao sẽ là

$$AB = \sqrt{OB^2 + OA^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \angle BOA} \approx 899,7 \text{ (km)}.$$

Câu 26: Trên biển một ca nô xuất phát từ cảng A, chạy về hướng tây 30 km đến B rồi chuyển sang hướng W30°S chạy tiếp 40 km nữa tới đảo C. Khi đó khoảng cách giữa A và C là

A. 68 km.

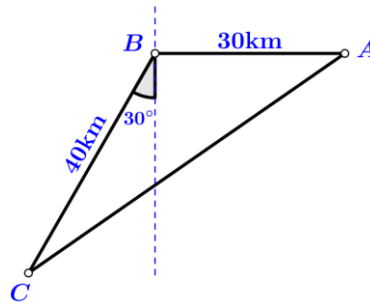
B. 67 km.

C. 61 km.

D. 60 km.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\angle ABC = 120^\circ$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ$

$$AC^2 = 3700 \Leftrightarrow AC \approx 61 \text{ (km)}.$$

Câu 27: Tam giác ABC có $BC = 10, A = 30^\circ$. Tính bán kính R đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

A. $R = 5$.

B. $R = 10$.

C. $R = \frac{10}{\sqrt{3}}$.

D. $R = 10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng định lý sin: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{10}{2 \sin 30^\circ} = 10 \text{ (cm)}.$$

Câu 28: Cho $\triangle ABC, D, E, F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

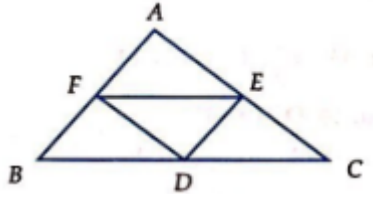
B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn C



$$\begin{aligned}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE}) = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}.\end{aligned}$$

Câu 29: Biết rằng hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vec tơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a} + 4\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

A. -7

B. 7

C. 5

D. 6

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để hai vec tơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a} + 4\vec{b}$ cùng phương là: $\frac{x+1}{3} = \frac{4}{-2} \Leftrightarrow x = -7$.

Câu 30: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

A. $(3; -3)$.

B. $(-3; 3)$.

C. $(-3; -3)$.

D. $(-2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $E(x; y)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CB}$$

$$(x-1; y-1) = 2(-2; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -4 \\ y-1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy $E(-3; -3)$.

Câu 31: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$, $BAD = 60^\circ$. Điểm K thuộc AD thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{DK}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$.

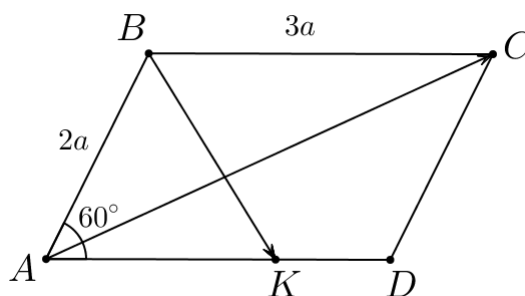
A. $3a^2$.

B. $6a^2$.

C. a^2 .

D. 0 .

Lời giải



Từ $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{DK}$ suy ra $AK = \frac{2}{3}AD = 2a$ nên tam giác ABK đều.

Từ đó $(\overrightarrow{BK}, \overrightarrow{BC}) = 60^\circ$ và $(\overrightarrow{BK}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ$.

Do đó $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BK} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BC} = 2a \cdot 2a \cdot \cos 120^\circ + 2a \cdot 3a \cdot \cos 60^\circ = a^2$.

Câu 32: Trên hệ trục tọa độ xOy , cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$, $C(-3;-8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là

- A. $(1;-4)$. B. $(-1;4)$. C. $(1;4)$. D. $(4;1)$.

Lời giải

Gọi $D(x;y)$ là chân đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC ta có $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ và D, B, C thẳng hàng

Mà $\overrightarrow{AD} = (x-4; y-3)$; $\overrightarrow{BC} = (-5; -15)$; $\overrightarrow{BD} = (x-2; y-7)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} x-4+3(y-3)=0 \\ 3(x-2)-y+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$$

Câu 33: Bạn A đo chiều dài của một sân bóng ghi được $250 \pm 0,2m$. Bạn B đo chiều cao của một cột cờ được $15 \pm 0,1m$. Trong 2 bạn A và B, bạn nào có phép đo chính xác hơn và sai số tương đối trong phép đo của bạn đó là bao nhiêu?

- A. Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,08%.
B. Bạn B đo chính xác hơn bạn A với sai số tương đối là 0,08%.
C. Hai bạn đo chính xác như nhau với sai số tương đối bằng nhau là 0,08%.
D. Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,06%.

Giải

Phép đo của bạn A có sai số tương đối $\delta_1 \leq \frac{0,2}{250} = 0,0008 = 0,08\%$

Phép đo của bạn B có sai số tương đối $\delta_2 \leq \frac{0,1}{15} = 0,0066 = 0,66\%$

Như vậy phép đo của bạn A có độ chính xác cao hơn.

Câu 34: Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	n	m	6

Tìm n biết sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là 22,1 tạ.

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Lời giải

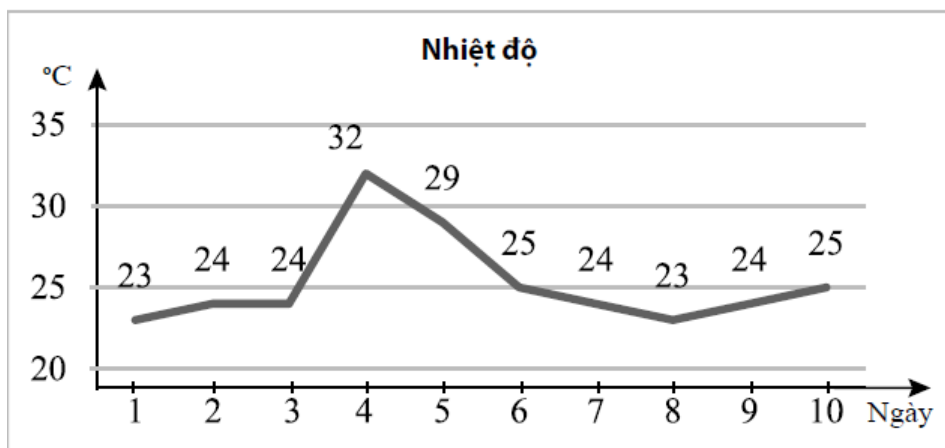
Ta có $5+8+n+m+6=40 \Leftrightarrow n+m=21$.

Sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là 22,1 nên

$$\frac{1}{40}(5 \cdot 20 + 8 \cdot 21 + n \cdot 22 + m \cdot 23 + 6 \cdot 24) = 22,1 \Leftrightarrow 22n + 23m = 472.$$

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} n+m=21 \\ 22n+23m=472 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=11 \\ m=10 \end{cases}$$

Câu 35: Biểu đồ sau ghi lại nhiệt độ lúc 12 giờ trưa tại một trạm quan trắc trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: $^\circ C$). Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là



A. $S^2 = 7,61; S \approx 2,76$ **B.** $S^2 = 7; S \approx 2,646$.

C. $S^2 = 7,7; S \approx 2,775$. **D.** $S^2 = 7,52; S \approx 2,742$.

Lời giải

Nhiệt độ	23	24	24	32	29	25	24	23	24	25
----------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Dùng máy tính.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho hai tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$; $B = (-2; 2m+2)$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A \subset B$.

Lời giải

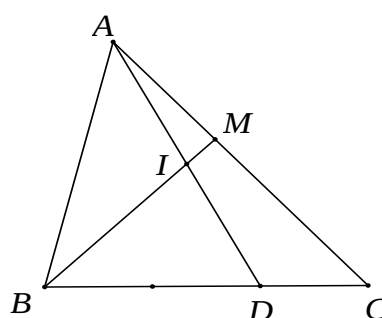
$$\text{Để } A, B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 4 \\ 2m+2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5 \quad (1).$$

$$\text{Để } A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq -2 \\ 2m+2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 1 < m < 5$.

Câu 37: Cho tam giác ABC , gọi D là điểm trên cạnh BC sao cho $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ và I là trung điểm của AD . Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. Chứng minh ba điểm B, I, M thẳng hàng.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

$$\text{Ta lại có: } \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}.$$

Hay $5\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}$.

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \text{ hay } 6\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}.$$

Do đó: $6\overrightarrow{BI} = 5\overrightarrow{BM}$ hay $\overrightarrow{BI} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BM}$. Vậy B, I, M thẳng hàng.

Câu 38: Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số xe lớn và số xe nhỏ cần phải thuê.

Điều kiện: $0 < x \leq 12, 0 < y \leq 10$.

Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám nên số lợn và cám xe lớn chở được là $50x$ con lợn và $5x$ tấn cám.

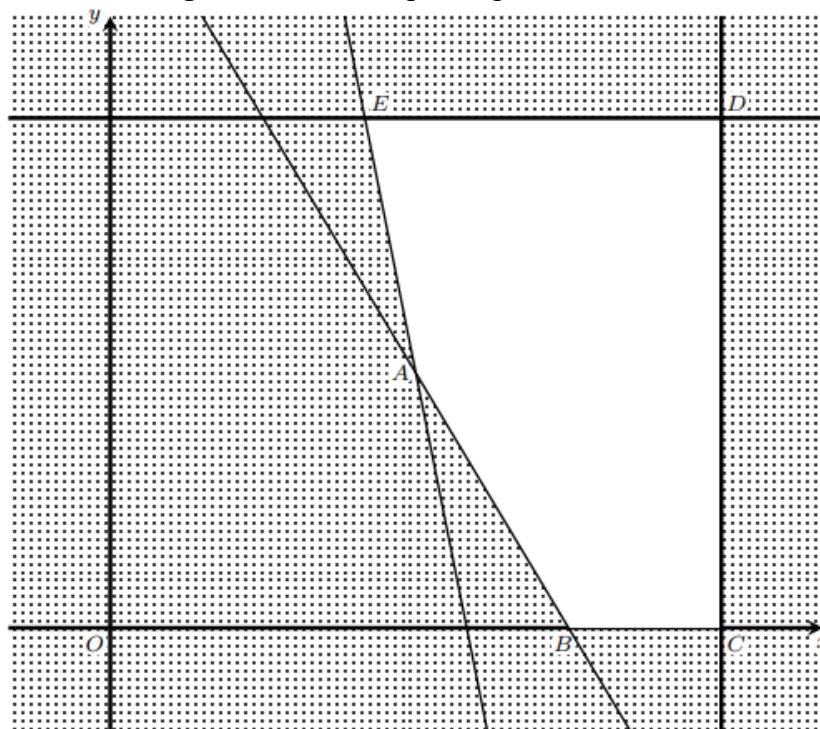
Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám nên số lợn và cám xe nhỏ chở được là $30y$ con lợn và y tấn cám.

Xe chở hết 450 con lợn và 35 tấn cám nên ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 50x + 30y \geq 450 \\ 5x + y \geq 35. \end{cases}$$

Tổng giá tiền thuê xe là $T = 4x + 2y$ triệu đồng.

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là hình ngũ giác $ABCDE$ với $A(6;5)$, $B(9;0)$, $C(12;0)$, $D(12;10)$, $E(5;10)$.

Khi đó $T(A) = 34$; $T(B) = 36$; $T(C) = 48$; $T(D) = 68$; $T(E) = 40$.

Vậy chi phí thuê xe ít nhất bằng 34 triệu đồng.

Câu 39: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a, b, c và thỏa mãn $a^4 = b^4 + c^4$. Chứng minh rằng tam giác ABC nhọn.

Lời giải

Đặt A là góc đối diện với cạnh a .

Do $a^4 = b^4 + c^4$ nên $a > b$ và $a > c$, khi đó A là góc lớn nhất của tam giác ABC .

Ta có $(b^2 + c^2)^2 = b^4 + 2b^2c^2 + c^4 > b^4 + c^4 \Rightarrow b^2 + c^2 > \sqrt{b^4 + c^4} = a^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 > 0$.

Khi đó $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} > 0$ nên $A < 90^\circ$.

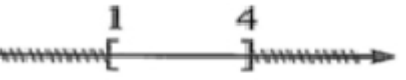
Vậy tam giác ABC là tam giác nhọn.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

- A. Hãy ngồi trật tự! B. Sách này có mấy chương?
C. 7 là một số nguyên số. D. 15 là số tự nhiên chẵn.

Câu 2: Hình vẽ nào sau đây (phần không bị gạch) minh họa cho tập hợp $[1; 4]$?

- A.  B. 
C.  D. 

Câu 3: Bất phương trình $x + y \leq 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. Vô nghiệm. D. Vô số nghiệm.

Câu 4: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ \sqrt{5}x - 7y > 5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - 3y \leq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^3 + y > 4 \\ -x - y \leq 100 \end{cases}$

Câu 5: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Điểm $D(-3; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
B. Điểm $A(-1; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
C. Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
D. Điểm $C(-2; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 6: Cho góc α thỏa $\tan \alpha = -2$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}$ bằng

- A. $-\frac{8}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7: Cho $\triangle ABC$, $BC = a, AC = b, AB = c$ và góc $BAC = 60^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

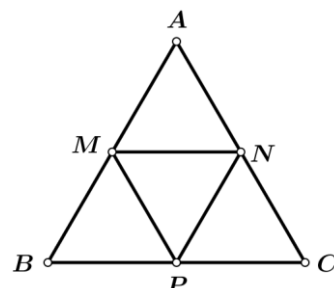
- A. $a^2 = b^2 + c^2 - bc$. B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc$. C. $a^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}bc$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + \frac{1}{2}bc$.

Câu 8: Tam giác ABC có $a = 6, b = 7, c = 12$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn. B. $\triangle ABC$ có 1 góc tù.
C. $\triangle ABC$ là tam giác vuông. D. $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Câu 9: Cho tam giác đều ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC (tham khảo hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây sai?

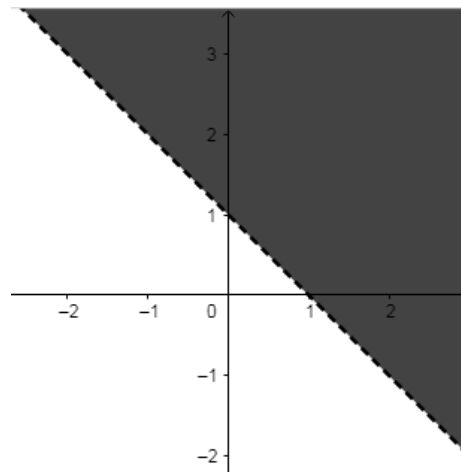
- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PC}$.
C. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AM}$. D. $|\overrightarrow{PM}| = |\overrightarrow{PN}|$.



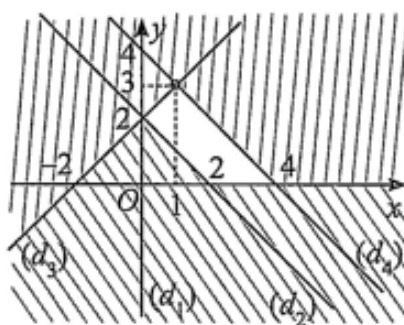
- Câu 10:** Cho ba điểm A, B, C . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
- Câu 11:** Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BM}$.
- Câu 12:** Cho $\vec{a} = k\vec{b}$. Đẳng thức vector nào sau đây **đúng**?
A. $|\vec{a}| = k|\vec{b}|$. **B.** $|\vec{a}| = |k||\vec{b}|$. **C.** $|\vec{a}| = -k|\vec{b}|$. **D.** $\vec{a} = |k|\vec{b}$.
- Câu 13:** Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác vector $\vec{0}$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng
A. $|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}, \vec{b})$. **B.** $ab\cos(a, b)$. **C.** $|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})$. **D.** $|\vec{a}||\vec{b}|$.
- Câu 14:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$. Tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ là
A. $(2;0)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;-1)$.
- Câu 15:** Quy tròn số 12,4567 đến hàng phần trăm ta được số.
A. 12,45. **B.** 12,46 **C.** 12,457 **D.** 12,5
- Câu 16:** Cho số gần đúng $a = 123456$ và sai số tuyệt đối $\delta_a = 0,2\%$. Sai số tuyệt đối của số gần đúng a là
A. $\Delta_a = 246$. **B.** $\Delta_a = 246,9$. **C.** $\Delta_a = 246,912$. **D.** $\Delta_a = 246,91$.
- Câu 17:** Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau: 3 4 6 7 8 9 10 12 13 16
A. $Q_1 = 5, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12$. **B.** $Q_1 = 6, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12$.
C. $Q_1 = 6, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12,5$. **D.** $Q_1 = 5, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12,5$.
- Câu 18:** Điểm kiểm tra môn Toán của một nhóm gồm 10 học sinh như sau
3 4 4,5 5 6 6,5 8 8,5 9 10
Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.
A. 6. **B.** 6,25. **C.** 6,5. **D.** 8.
- Câu 19:** Mẫu số liệu sau đây cho biết giá của một số loại giày trong cửa hàng
300 250 300 360 350 650 450 500 300
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là
A. 400. **B.** 300. **C.** 650. **D.** 250.
- Câu 20:** Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 21:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?
A. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x$ **B.** $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 + 8x + 7 = 0$
C. $\forall x \in \mathbb{R} : |x| > 0$ **D.** $\exists x \in \mathbb{R} : -x^2 > 0$
- Câu 22:** Lớp 10A có 30 học sinh giỏi, trong đó có 15 học sinh giỏi môn Toán, 20 học sinh giỏi môn Ngữ Văn. Hỏi lớp 10A có tất cả bao nhiêu học sinh giỏi cả hai môn Toán và Ngữ văn?
A. 30. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 23: Phần tô đậm ở hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?

- A. $x + y - 1 < 0$. B. $x - y - 1 < 0$.
C. $x + y - 1 > 0$. D. $x - y - 1 > 0$.



Câu 24: Miền không bị gạch trong hình vẽ (tính cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây ?

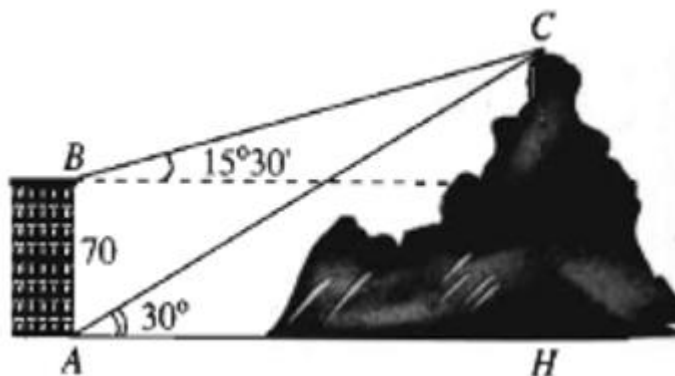


- A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + 2y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$.

Câu 25: Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) - c(a^2 - c^2) = 0$. Khi đó, góc BAC bằng bao nhiêu độ?

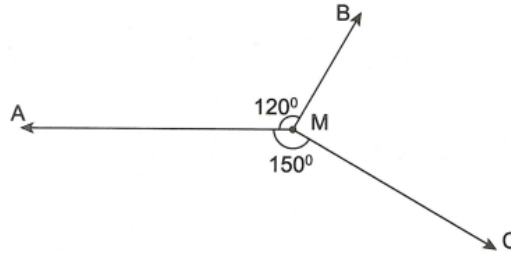
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 26: Từ hai vị trí quan sát A và B của một tòa nhà; người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30° ; phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây



- A. 135m B. 234m C. 165m D. 195m

Câu 27: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên như hình vẽ. Biết cường độ của lực $\vec{F}_1$ là $50N$, $\angle AMB = 120^\circ$, $\angle AMC = 150^\circ$. Cường độ của lực $\vec{F}_3$ là



- A. $50\sqrt{3}N$. B. $25\sqrt{3}N$. C. $25N$. D. $50N$.

Câu 28: Biết rằng hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vec tơ $2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 29: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{12}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 30: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi D là điểm đối xứng của A qua BC , M là một điểm bất kỳ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 + \vec{AM} \cdot \vec{AD} + \frac{a^2}{2}$. B. $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 - \vec{AM} \cdot \vec{AD} + a^2$.
C. $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 + \vec{AM} \cdot \vec{AD} + a^2$. D. $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = AM^2 - \vec{AM} \cdot \vec{AD} + \frac{a^2}{2}$.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2;0)$, $B(5;-4)$, $C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8;-5)$. B. $D(8;5)$. C. $D(-8;5)$. D. $D(8;-5)$.

Câu 32: Độ dài của cái cầu bến thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?

- A. $0,05\%$. B. $0,5\%$. C. $0,04\%$. D. $0,005\%$.

Câu 33: Để được cấp chứng chỉ môn Anh trình độ A_2 của một trung tâm ngoại ngữ, học viên phải trải qua 6 lần kiểm tra trắc nghiệm, thang điểm mỗi lần kiểm tra là 100 và phải đạt điểm trung bình từ 70 điểm trở lên. Qua 5 lần thi Hoa đạt điểm trung bình là 64,5 điểm. Hỏi trong lần kiểm tra cuối cùng Hoa phải đạt ít nhất là bao nhiêu điểm để được cấp chứng chỉ?

- A. 97,5. B. 92,5. C. 95,5. D. 97,8.

Câu 34: Biết rằng số trung vị trong mẫu số liệu sau (đã sắp xếp theo thứ tự) bằng 14. Tìm số nguyên dương x .

$$1 \quad 3 \quad 4 \quad 13 \quad x^2 - 1 \quad 18 \quad 19 \quad 21$$

- A. $x = 4$. B. $x = 16$. C. $x = 17$. D. $x = 15$.

Câu 35: Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao của 11 học sinh Tổ 2 lớp 10B

152 160 154 158 146 175 158 170 160 155 x

x nhận giá trị nào sau đây để mẫu số liệu này có khoảng biến thiên là 30?

A. 130.

B. 160.

C. 176.

D. 180.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: (1,0 điểm) Một công ty điện tử sản xuất hai loại máy tính trên hai dây chuyền độc lập (loại một và loại hai). Máy tính loại một sản xuất trên dây chuyền một với công suất tối đa 45 máy tính một ngày; máy tính loại hai sản xuất trên dây chuyền hai với công suất tối đa 80 máy tính một ngày. Để sản xuất một chiếc máy tính loại một cần 12 linh kiện và cần 9 linh kiện để sản xuất một máy tính loại hai. Biết rằng số linh kiện có thể sử dụng tối đa trong một ngày là 900 linh kiện và tiền lãi bán một chiếc máy loại một là 2.500.000 đồng; tiền lãi khi bán một chiếc máy loại hai là 1.800.000 đồng. Hỏi cần sản xuất mỗi loại bao nhiêu máy tính để tiền lãi thu được trong một ngày là nhiều nhất. (Giả thiết rằng tất cả các máy tính sản xuất ra trong ngày đều bán hết).

Câu 37: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

Câu 38: Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp điểm M sao cho $\left| 4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right| = \left| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right|$

Câu 39: Cho đoạn $AB = 4a$. Với điểm M tùy ý, tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $3MA^2 + MB^2$.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

- A. Hãy ngồi trật tự! B. Sách này có mấy chương?
 C. 7 là một số nguyên số. D. 15 là số tự nhiên chẵn.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề đúng là 7 là một số nguyên số.

Câu 2: Hình vẽ nào sau đây (phần không bị gạch) minh họa cho tập hợp $[1; 4]$?



Lời giải

Chọn D

Câu 3: Bất phương trình $x + y \leq 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. Vô nghiệm. D. Vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $x + y \leq 3$ có vô số cặp $(x_0; y_0)$ thỏa mãn nên Bất phương trình $x + y \leq 3$ có vô số nghiệm nghiệm

Câu 4: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x + y^2 > 4 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ \sqrt{5}x - 7y > 5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ \frac{2}{x} - 3y \leq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^3 + y > 4 \\ -x - y \leq 100 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa.

Câu 5: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Điểm $D(-3; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 B. Điểm $A(-1; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 C. Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 D. Điểm $C(-2; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Cho góc α thỏa $\tan \alpha = -2$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}$ bằng

- A. $-\frac{8}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$\tan \alpha = -2 \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$ nên chia cả tử và mẫu của P cho $\cos \alpha$ ta được

$$P = \frac{2 \tan \alpha + 3}{\tan \alpha - 2} = \frac{2(-2) + 3}{-2 - 2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 7: Cho $\triangle ABC$, $BC = a, AC = b, AB = c$ và góc $BAC = 60^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^2 = b^2 + c^2 - bc$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + bc$. **C.** $a^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}bc$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 + \frac{1}{2}bc$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\triangle ABC$, áp dụng định lý Cosin ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 60^\circ = b^2 + c^2 - bc.$$

Câu 8: Tam giác ABC có $a = 6, b = 7, c = 12$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn. **B.** $\triangle ABC$ có 1 góc tù.
C. $\triangle ABC$ là tam giác vuông. **D.** $\triangle ABC$ là tam giác đều.

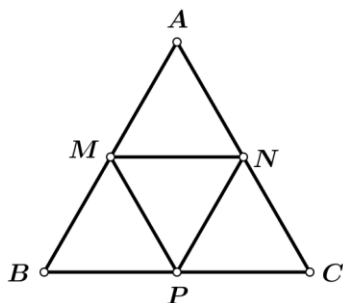
Lời giải

Chọn B

Xét $\triangle ABC$, ta có

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{6^2 + 7^2 - 12^2}{2 \cdot 6 \cdot 7} = -\frac{59}{84} \Rightarrow C > 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC \text{ có 1 góc tù.}$$

Câu 9: Cho tam giác đều ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC (tham khảo hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PC}$. **C.** $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AM}$. **D.** $|\overrightarrow{PM}| = |\overrightarrow{PN}|$.

Lời giải

Chọn A

Do M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC nên các mệnh đề B, C, D đều đúng

Câu 10: Cho ba điểm A, B, C . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc 3 điểm: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 11: Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } AM = \frac{1}{2}AB$$

Mặt khác $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$.

Câu 12: Cho $\vec{a} = k\vec{b}$. Đẳng thức vector nào sau đây **đúng**?

- A. $|\vec{a}| = k|\vec{b}|$. B. $|\vec{a}| = |k||\vec{b}|$. C. $|\vec{a}| = -k|\vec{b}|$. D. $\vec{a} = |k|\vec{b}$.

Lời giải

Theo định nghĩa ta có $|\vec{a}| = |k||\vec{b}|$

Câu 13: Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác vector $\vec{0}$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. $|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}, \vec{b})$. B. $ab\cos(a, b)$. C. $|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})$. D. $|\vec{a}||\vec{b}|$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích vô hướng của hai vector ta **Chọn C**

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$. Tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ là

- A. $(2;0)$. B. $(2;2)$. C. $(0;-2)$. D. $(0;-1)$.

Lời giải

Giao điểm hai đường chéo là trung điểm của AC .

Vậy tọa độ giao điểm hai đường chéo là $I(0;-1)$.

Câu 15: Quy tròn số 12,4567 đến hàng phần trăm ta được số.

- A. 12,45. B. 12,46 C. 12,457 D. 12,5

Lời giải

Quy tròn số 12,4567 đến hàng trăm ta được số 12,46.

Câu 16: Cho số gần đúng $a = 123456$ và sai số tuyệt đối $\delta_a = 0,2\%$. Sai số tuyệt đối của số gần đúng a là

- A. $\Delta_a = 246$. B. $\Delta_a = 246,9$. C. $\Delta_a = 246,912$ D. $\Delta_a = 246,91$.

Lời giải

Ta có $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \Leftrightarrow \Delta_a = |a|\delta_a$.

Với $a = 123456$, $\delta_a = 0,2\%$ ta có sai số tuyệt đối là $\Delta_a = 123456 \cdot 0,2\% = 246,912$.

Câu 17: Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau

3 4 6 7 8 9 10 12 13 16

- A. $Q_1 = 5, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12$. B. $Q_1 = 6, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12$.
C. $Q_1 = 6, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12,5$. D. $Q_1 = 5, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12,5$.

Lời giải

Trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{8+9}{2} = 8,5$

Trung vị của dãy 3 4 6 7 8 là 6

Trung vị của dãy 9 10 12 13 16 là 12

Vậy $Q_1 = 6, Q_2 = 8,5, Q_3 = 12$.

Câu 18: Điểm kiểm tra môn Toán của một nhóm gồm 10 học sinh như sau

3 4 4,5 5 6 6,5 8 8,5 9 10

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

A. 6.

B. 6,25.

C. 6,5.

D. 8.

Lời giải

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{6+6,5}{2} = 6,25$.

Câu 19: Mẫu số liệu sau đây cho biết giá của một số loại giày trong cửa hàng

300 250 300 360 350 650 450 500 300

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 400.

B. 300.

C. 650.

D. 250.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 650 - 250 = 400$.

Câu 20: Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu: $s_x^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 4$.

Câu 21: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x$

B. $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 + 8x + 7 = 0$

C. $\forall x \in \mathbb{R} : |x| > 0$

D. $\exists x \in \mathbb{R} : -x^2 > 0$

Lời giải

Chọn A

Với $x = 0$ thì $x^2 \leq x$ nên $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq x$ đúng với $x = 0$.

Câu 22: Lớp 10A có 30 học sinh giỏi, trong đó có 15 học sinh giỏi môn Toán, 20 học sinh giỏi môn Ngữ Văn. Hỏi lớp 10A có tất cả bao nhiêu học sinh giỏi cả hai môn Toán và Ngữ văn?

A. 30.

B. 5.

C. 15.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Gọi X học sinh giỏi Toán, ta có $n(X) = 15$

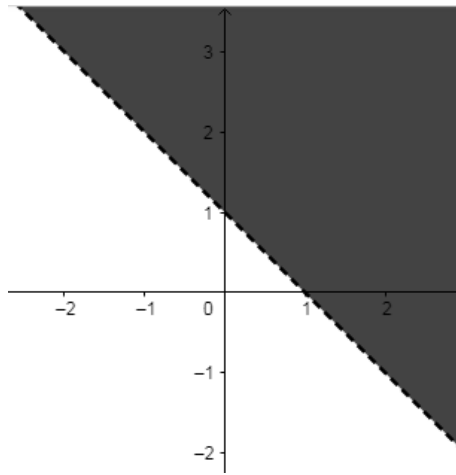
Gọi Y học sinh giỏi Ngữ Văn, ta có $n(Y) = 20$

Số học sinh giỏi là $n(X \cup Y) = 30$.

Số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Ngữ văn là

$$n(X \cap Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cup Y) = 15 + 20 - 30 = 5.$$

Câu 23: Phân tô đậm ở hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?



A. $x + y - 1 < 0$.

B. $x - y - 1 < 0$.

C. $x + y - 1 > 0$.

D. $x - y - 1 > 0$.

Lời giải

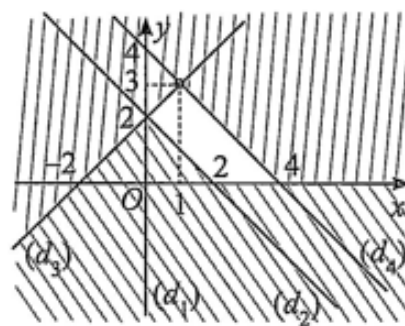
Chọn C

Đường thẳng đi qua hai điểm $(1; 0); (0; 1)$ có phương trình là $x + y - 1 = 0$

Thay $x = 0; y = 0$ vào biểu thức $x + y - 1$ ta được $0 - 1 < 0$

Suy ra điểm O không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x + y - 1 > 0$.

Câu 24: Miền không bị gạch trong hình vẽ (tính cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây ?



A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + 2y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

+) Đường thẳng d_2 đi qua các điểm có tọa độ $2; 0$ và $0; 2$ nên có phương trình $x + y = 2$.

Thay tọa độ điểm O vào phương trình đường thẳng d_2 và nhìn vào miền nghiệm ta suy ra $x + y \geq 2$.

+) Đường thẳng d_4 đi qua các điểm có tọa độ $4; 0$ và $0; 4$ nên có phương trình $x + y = 4$.

Thay tọa độ điểm O vào phương trình đường thẳng d_4 và nhìn vào miền nghiệm ta suy ra $x + y \leq 4$.

+) Đường thẳng d_3 đi qua các điểm có tọa độ $-2; 0$ và $0; 2$ nên có phương trình

$-x + y = 2$. Thay tọa độ điểm O vào phương trình đường thẳng d_3 và nhìn vào miền nghiệm ta suy ra $-x + y \leq 2$.

+) Nhìn vào miền nghiệm ta thấy nửa mặt phẳng dưới trục hoành bị gạch bỏ nên ta được bất phương trình $y \geq 0$.

Câu 25: Tam giác ABC có $AB=c, BC=a, CA=b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) - c(a^2 - c^2) = 0$. Khi đó, góc BAC bằng bao nhiêu độ?

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải:

Chọn C

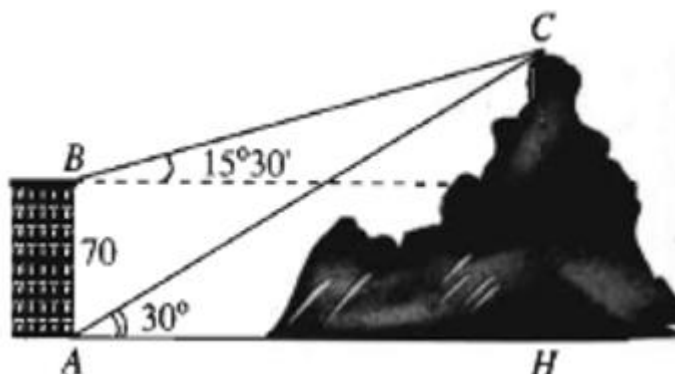
Ta có:

$$b(b^2 - a^2) - c(a^2 - c^2) = 0 \Leftrightarrow b^3 + c^3 - a^2(b + c) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b + c)(b^2 - bc + c^2) - a^2(b + c) = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 - bc + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc.$$

$$\text{Suy ra } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{bc}{2bc} = \frac{1}{2}. \text{ Do đó, } A = 60^\circ.$$

Câu 26: Từ hai vị trí quan sát A và B của một tòa nhà; người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30° ; phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây



A. $135m$

B. $234m$

C. $165m$

D. $195m$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \angle ABC = 90^\circ + 15^\circ 30' = 105^\circ 30';$$

$$\angle CAB = 60^\circ$$

$$\angle BCA = 180^\circ - 105^\circ 30' - 60^\circ = 14^\circ 30'$$

Tam giác ABC có:

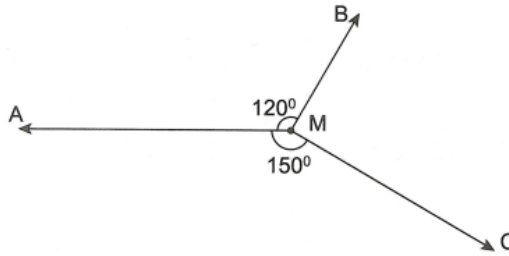
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m$$

Tam giác AHC có:

$$CH = AC \cdot \sin CAH = 269,4 \cdot \sin 30^\circ \approx 134,7m$$

Vậy ngọn núi cao khoảng $135m$.

Câu 27: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên như hình vẽ. Biết cường độ của lực $\vec{F}_1$ là $50N$, $\angle AMB = 120^\circ, \angle AMC = 150^\circ$. Cường độ của lực $\vec{F}_3$ là



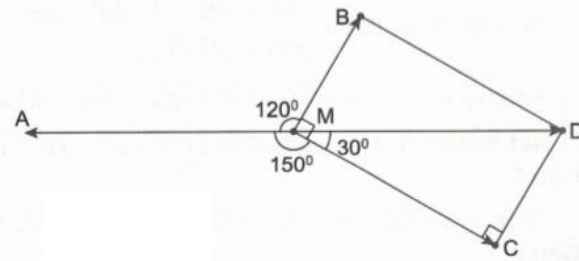
A. $50\sqrt{3}N$.

B. $25\sqrt{3}N$.

C. $25N$.

D. $50N$.

Lời giải



Ta có $AMB = 120^\circ, AMC = 150^\circ \Rightarrow BMC = 360^\circ - 120^\circ - 150^\circ = 90^\circ$

Vẽ hình chữ nhật $MCDB$, có $CMD = 180^\circ - AMC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

Vì vật đứng yên nên tổng hợp lực tác động vào vật bằng 0 $\Rightarrow MD = MA = 50$.

$$\cos CMD = \frac{MC}{MD} \Rightarrow MC = MD \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}.$$

Vậy $|\vec{F}_3| = F_3 = MC = 25\sqrt{3}N$.

Câu 28: Biết rằng hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vec tơ $2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$ cùng phương nên có tỉ lệ: $\frac{1}{2} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

Câu 29: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

A. $\sqrt{11}$.

B. $\sqrt{13}$.

C. $\sqrt{12}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(|\vec{a} + \vec{b}| \right)^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\Rightarrow \left(|\vec{a} + \vec{b}| \right)^2 = 4 + 3 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 13 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}.$$

Câu 30: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi D là điểm đối xứng của A qua BC , M là một điểm bất kỳ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

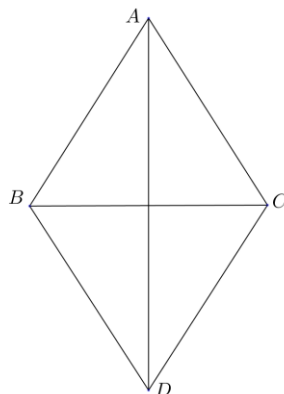
A. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$.

B. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a^2$.

C. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a^2$.

D. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$.

Lời giải



Theo giả thiết: tam giác ABC đều và D là điểm đối xứng của A qua BC nên tứ giác $ABDC$ là hình thoi.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} &= (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MA}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= AM^2 + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AD} + AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2;0)$, $B(5;-4)$, $C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A.** $D(-8;-5)$. **B.** $D(8;5)$. **C.** $D(-8;5)$. **D.** $D(8;-5)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: tứ giác } BCAD \text{ là hình bình hành khi } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} -5-5=-2-x_D \\ 1+4=0-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=8 \\ y_D=-5 \end{cases}.$$

Câu 32: Độ dài của cái cầu bến thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?

- A.** 0,05%. **B.** 0,5%. **C.** 0,04%. **D.** 0,005%.

Lời giải

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a = 996$ với độ chính xác $d = 0,5$.

$$\text{Vì sai số tuyệt đối } \Delta_a \leq d = 0,5 \text{ nên sai số tương đối } \delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \leq \frac{d}{|a|} = \frac{0,5}{996} \approx 0,05\%.$$

Vậy sai số tương đối tối đa trong phép đo trên là 0,05%.

Câu 33: Để được cấp chứng chỉ môn Anh trình độ A_2 của một trung tâm ngoại ngữ, học viên phải trải qua 6 lần kiểm tra trắc nghiệm, thang điểm mỗi lần kiểm tra là 100 và phải đạt điểm trung bình từ 70 điểm trở lên. Qua 5 lần thi Hoa đạt điểm trung bình là 64,5 điểm. Hỏi trong lần kiểm tra cuối cùng Hoa phải đạt ít nhất là bao nhiêu điểm để được cấp chứng chỉ?

- A.** 97,5. **B.** 92,5. **C.** 95,5. **D.** 97,8.

Lời giải

Gọi x là số điểm trong lần kiểm tra cuối mà Hoa cần đạt được để được cấp chứng chỉ
Ta có số điểm qua 5 lần thi của Hoa là $64,5 \cdot 5 = 322,5$.

$$\text{Khi đó } \frac{x+322,5}{6} \geq 70 \Leftrightarrow x \geq 70 \cdot 6 - 322,5 = 97,5.$$

Vậy $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.

Câu 34: Biết rằng số trung vị trong mẫu số liệu sau (đã sắp xếp theo thứ tự) bằng 14. Tìm số nguyên dương x .

$$1 \quad 3 \quad 4 \quad 13 \quad x^2 - 1 \quad 18 \quad 19 \quad 21$$

A. $x = 4$.

B. $x = 16$.

C. $x = 17$.

D. $x = 15$.

Lời giải

Số trung vị trong mẫu số liệu trên là $\frac{x^2 - 1 + 13}{2} = \frac{x^2 + 12}{2}$

Từ giả thiết suy ra $\frac{x^2 + 12}{2} = 14 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 & (tm) \\ x = -4 & (loại) \end{cases}$

Vậy $x = 4$.

Câu 35: Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao của 11 học sinh Tổ 2 lớp 10B

$$152 \quad 160 \quad 154 \quad 158 \quad 146 \quad 175 \quad 158 \quad 170 \quad 160 \quad 155 \quad x$$

x nhận giá trị nào sau đây để mẫu số liệu này có khoảng biến thiên là 30?

A. 130.

B. 160.

C. 176.

D. 180.

Lời giải

Vì $175 - 146 = 29 < 30$ nên khoảng biến thiên của mẫu số liệu có thể bằng: $x - 146$

Hoặc $175 - x$

Suy ra: $\begin{cases} x - 146 = 30 \\ 175 - x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 176 \\ x = 145 \end{cases}$

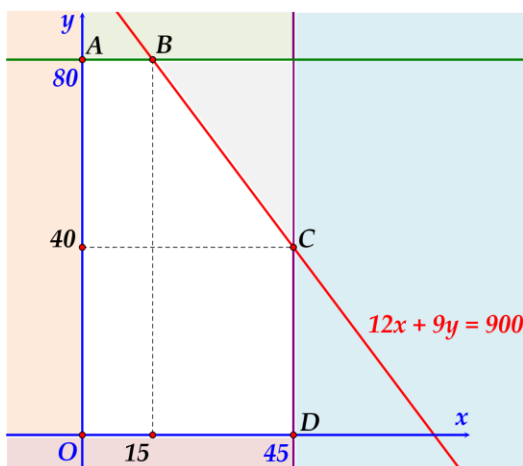
II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: (1,0 điểm) Một công ty điện tử sản xuất hai loại máy tính trên hai dây chuyền độc lập (loại một và loại hai). Máy tính loại một sản xuất trên dây chuyền một với công suất tối đa 45 máy tính một ngày; máy tính loại hai sản xuất trên dây chuyền hai với công suất tối đa 80 máy tính một ngày. Để sản xuất một chiếc máy tính loại một cần 12 linh kiện và cần 9 linh kiện để sản xuất một máy tính loại hai. Biết rằng số linh kiện có thể sử dụng tối đa trong một ngày là 900 linh kiện và tiền lãi bán một chiếc máy loại một là 2.500.000 đồng; tiền lãi khi bán một chiếc máy loại hai là 1.800.000 đồng. Hỏi cần sản xuất mỗi loại bao nhiêu máy tính để tiền lãi thu được trong một ngày là nhiều nhất. (Giả thiết rằng tất cả các máy tính sản xuất ra trong ngày đều bán hết).

Lời giải

Gọi x, y ($x, y \in \mathbb{N}$) lần lượt là số máy tính loại 1 và loại 2 cần sản xuất ra trong một ngày.

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 45 \\ 0 \leq y \leq 80 \\ 12x + 9y \leq 900 \end{cases} \quad (*)$$



Miền nghiệm của bất phương trình là miền ngũ giác $OABCD$ với các đỉnh

$$O(0;0), A(0;80), B(15;80), C(45;40), D(45;0).$$

Gọi F là số tiền lãi thu được, ta có: $F(x, y) = 2,5.10^6 x + 1,8.10^6 y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác ta có:

$$\text{Tại } O(0;0): F(0;0) = 0.$$

$$\text{Tại } A(0;80): F(0;80) = 144.10^6.$$

$$\text{Tại } B(15;80): F(15;80) = 181,5.10^6.$$

$$\text{Tại } C(45;40): F(45;40) = 184,5.10^6.$$

$$\text{Tại } D(45;0): F(45;0) = 112,5.10^6.$$

Vậy công ty cần sản xuất 45 máy tính loại 1 và 40 máy tính loại 2 để có lãi cao nhất là 184.500.000 đồng.

Câu 37: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

Lời giải

Ta có

$$+) \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$$

$$+) \overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AC}$$

Khi đó A, M, N thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại $k \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AM}$

$$\Leftrightarrow -\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AC} = 2k\overrightarrow{BC} - k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 2k \\ x+1 = -k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $x = -\frac{1}{2}$ thì A, M, N thẳng hàng.

Câu 38: Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp điểm M sao cho $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

Lời giải

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$, K là trung điểm của AG . Ta có:

$$|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG})| = |3(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MG})|$$

$$\Leftrightarrow |6\overrightarrow{MK}| = |3\overrightarrow{GA}| \Leftrightarrow MK = \frac{GA}{2}.$$

Vậy, tập hợp điểm M là đường tròn tâm K bán kính $R = \frac{GA}{2}$

Câu 39: Cho đoạn $AB = 4a$. Với điểm M tùy ý, tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $3MA^2 + MB^2$

Lời giải



Gọi I là điểm thuộc đoạn AB sao cho $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ (tức là I thuộc đoạn AB thỏa mãn $AI = \frac{1}{4}AB$).

$$\text{Ta có: } p = 3MA^2 + MB^2 = 3\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2$$

$$= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \left(3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} \right) + 3IA^2 + IB^2 = 4MI^2 + 3IA^2 + IB^2.$$

Vì I, A, B cố định nên: $p \geq 3IA^2 + IB^2$, dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow MI = 0 \Leftrightarrow M \equiv I$

Suy ra min $p = 3IA^2 + IB^2 = 12a^2$ đạt được khi $M \equiv I$ (vì theo cách dựng thì: $IA = a, IB = 3a$).

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong các phát biểu sau, đâu là mệnh đề chứa biến:

- A. $x^2 + 1 > 0$ với $x \in \mathbb{R}$. B. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ với $x \in \mathbb{R}$.
C. $4 + x^2 < 0$ với $x \in \mathbb{R}$. D. $3 + 4 = 7$.

Câu 2: Cho tập $A \setminus B = \{1; 2; 3\}$, $A \cap B = \{5, 6\}$. Số phần tử của tập hợp A là

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 3.

Câu 3: Điều kiện để $ax + by > c$ là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là:

- A. $a \neq 0$. B. $b \neq 0$. C. $a^2 + b^2 \geq 0$. D. $a^2 + b^2 \neq 0$.

Câu 4: Trong các hệ sau, hệ nào **không** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x + 2y - 1 \leq 0 \\ 3x - y + 5 \geq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 5y - 9 = 0 \\ 4x - 7y + 3 = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y - 5 > 0 \\ x + 3 \leq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ -2x + y + 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

Câu 5: Điểm $M(0; -3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} 2x - y < 3 \\ -10x + 5y \leq 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 5x - y > -3 \\ x - 3y \leq 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - 5y \geq 10 \end{cases}$.

Câu 6: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin \alpha = \sin \beta$. B. $\cos \alpha = -\cos \beta$. C. $\tan \alpha = -\tan \beta$. D. $\cot \alpha = \cot \beta$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc}$. B. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}$.
C. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. D. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{bc}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $C = 75^\circ$, $B = 45^\circ$, $BC = 7cm$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R tam giác ABC ?

- A. 6. B. 8,5. C. 9. D. 4.

Câu 9: Cho $\triangle ABC$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC; CA; AB$. Hỏi có bao nhiêu vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{IJ}$ mà điểm đầu và điểm cuối thuộc các điểm đã cho?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 10: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. M là trung điểm AB . B. M trùng A .
C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

- Câu 11:** Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.
A. $\overrightarrow{AC}$. **B.** $2\overrightarrow{AC}$. **C.** $3\overrightarrow{AC}$. **D.** $5\overrightarrow{AC}$.
- Câu 12:** Cho tam giác OAB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm OA, OB . Tìm mệnh đề đúng?
A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$. **D.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$.
- Câu 13:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
A. $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$. **B.** $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.
C. $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$. **D.** $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$.
- Câu 14:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng:
A. 30° . **B.** 180° . **C.** 45° . **D.** 0° .
- Câu 15:** Giá trị gần đúng của $2\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là
A. 5,656. **B.** 5,65. **C.** 5,66. **D.** 5,657
- Câu 16:** Trong các số sau, có bao nhiêu số là số gần đúng?
a) Cân một túi gạo cho kết quả là 10,2kg
b) Bán kính Trái Đất là 6371km
c) Trái Đất quay một vòng quanh Mặt Trời mất 365 ngày
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3
- Câu 17:** Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau.
- | | | | | | |
|--------------|---|----|---|---|---|
| Số cuốn sách | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Số bạn | 6 | 15 | 3 | 8 | 8 |
- Tìm một của mẫu số liệu trên
A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.
- Câu 18:** Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li 100m của các bạn trong lớp (đơn vị giây)
- | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|
| Thời gian | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Số bạn | 4 | 7 | 3 | 18 | 8 |
- Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li 100m của các bạn trong lớp.
A. 14,094. **B.** 14,245. **C.** 14,475. **D.** 14,75.
- Câu 19:** Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 35?
A. 35, 57, 11, 22. **B.** 47, 15, 12, 32. **C.** 55, 3, 26, 89. **D.** 4, 17, 23, 20.
- Câu 20:** Số ô tô đi qua một cây cầu mỗi ngày trong một tuần đếm được như sau: 83; 74; 71; 79; 83; 69; 92. Phương sai và độ lệch chuẩn lần lượt là
A. 78,71 và 8,87. **B.** 52,99 và 7,28. **C.** 61,82 và 7,86. **D.** 55,63 và 7,46.

- Câu 21:** Cho mệnh đề P : “Hai số nguyên chia hết cho 7” và mệnh đề Q : “Tổng của chúng chia hết cho 7”. Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.
- A. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.
 B. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7.
 C. Nếu hai số nguyên không chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.
 D. Nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 7 thì hai số nguyên đó chia hết cho 7.
- Câu 22:** Cho các tập hợp $A = (-3; 10]$; $B = (0; 5)$. Số phần tử của tập $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ là
- A. 7. B. 8. C. 9. D. 13.
- Câu 23:** Trong các bất phương trình sau: $4x < 1$; $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq 1$; $3x^2 < 0$; $y \geq 0$.
 Số các bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 24:** Cho x, y thỏa $\begin{cases} x - 1 \leq 0 \\ y + 1 \geq 0 \\ x - y + 3 \geq 0 \end{cases}$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x + y$ bằng bao nhiêu?
- A. 8. B. -9. C. 6. D. 7.
- Câu 25:** Cho tam giác ABC có $C = 60^\circ$, $BC = 9\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$. Tính A ?
- A. 68° . B. 86° . C. 27° . D. 72° .
- Câu 26:** Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$. Đường cao ứng với đỉnh C và đỉnh B tương ứng là CH ; BK . Khi đó tỉ số $\frac{CH}{BK}$ bằng:
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 27:** Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AC}|$ là
- A. đường tròn tâm A bán kính BC .
 B. đường thẳng đi qua A và song song với BC .
 C. đường tròn đường kính BC .
 D. đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .
- Câu 28:** Cho tam giác ABC với AD là đường phân giác trong. Biết $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$.
- Câu 29:** Cho $\vec{a} = (0, 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$ là
- A. $(10; -15)$. B. $(15; 10)$. C. $(10; 15)$. D. $(-10; 15)$.

Câu 30: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 5$. Vẽ đường cao AH . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}$ bằng:

- A. $\sqrt{34}$. B. $-\sqrt{34}$. C. $-\frac{225}{34}$. D. $\frac{225}{34}$.

Câu 31: Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$, $BD = 6$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

- A. 24. B. 26. C. 28. D. 32.

Câu 32: Kết quả đo chiều dài một cây cầu là $a = 152,65m$ với độ chính xác $0,05m$. Viết số quy tròn của số a và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

- A. 152,7 và $\delta_a < 0,033\%$. B. 152,7 và $\delta_a < 0,066\%$.
C. 152,7 và $\delta_a < 0,013\%$. D. 152,7 và $\delta_a = 0,065\%$

Câu 33: Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li 100m của các bạn trong lớp (đơn vị giây)

Thời gian	12	13	14	15	16
Số bạn	4	7	3	18	8

Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

- A. $Q_1 = 12$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 15$. B. $Q_1 = 12,5$; $Q_2 = 15,5$; $Q_3 = 15$.
C. $Q_1 = 12,5$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 15$. D. $Q_1 = 12,5$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 16$.

Câu 34: Trong một cuộc thi nghề, người ta ghi lại thời gian hoàn thành một sản phẩm của mười hai thí sinh theo thứ tự không giảm như sau:

5 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 x

Tìm x biết số trung bình của thời gian thi nghề của các thí sinh trên là $\frac{109}{12}$.

- A. 35. B. 33. C. 34. D. 36.

Câu 35: Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

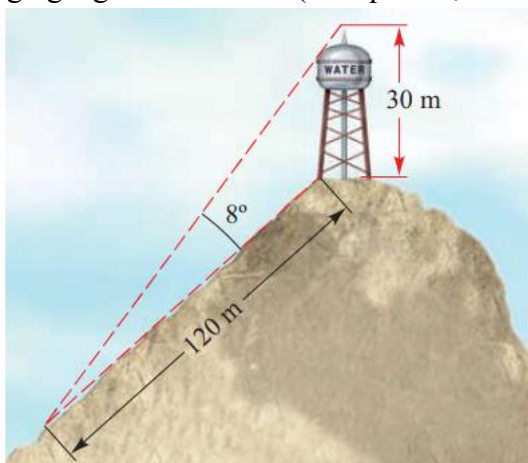
- A. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
B. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
D. Tất cả đều sai.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: a) Cho hai tập hợp $A = (m; 6]$, $B = (4; 2021 - 5m)$ và A, B khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \cap B = \emptyset$?

b) Ở lớp 10A, mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn thể thao là cầu lông, bóng đá và bóng chuyền. Có 11 em chơi được bóng đá, 10 em chơi được cầu lông và 8 em chơi được bóng chuyền. Có 2 em chơi được cả 3 môn, có 5 em chơi được bóng đá và bóng chuyền, có 4 em chơi được bóng đá và cầu lông, có 4 em chơi được bóng chuyền và cầu lông. Hỏi lớp học có bao nhiêu học sinh?

Câu 37: Một tháp nước cao 30 m ở trên đỉnh của một ngọn đồi. Từ tháp đến chân ngọn đồi dài 120 m và người ta quan sát thấy góc tạo thành giữa đỉnh và chân tháp là 8° . Hỏi góc nghiêng của ngọn đồi so với phương ngang là bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến độ).



Câu 38: Cho tam giác ABC , M là điểm tùy ý trong mặt phẳng tam giác. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left| 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right| + \left| \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right|$?

Câu 39: Cho hình vuông $ABCD$. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \frac{AC}{4}$. Gọi N là trung điểm CD . Chứng minh rằng $\triangle BMN$ là tam giác vuông cân.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong các phát biểu sau, đâu là mệnh đề chứa biến:

- A. $x^2 + 1 > 0$ với $x \in \mathbb{R}$. B. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ với $x \in \mathbb{R}$.
C. $4 + x^2 < 0$ với $x \in \mathbb{R}$. D. $3 + 4 = 7$.

Lời giải

Phương án A và D là các mệnh đề đúng.

Phương án C là một mệnh đề sai.

Phương án B là một mệnh đề chứa biến.

Câu 2: Cho tập $A \setminus B = \{1; 2; 3\}$, $A \cap B = \{5; 6\}$. Số phần tử của tập hợp A là

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 3.

Lời giải

Ta có $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B) = \{1; 2; 3\} \cup \{5; 6\} = \{1; 2; 3; 5; 6\}$.

Vậy A có 5 phần tử.

Câu 3: Điều kiện để $ax + by > c$ là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là:

- A. $a \neq 0$. B. $b \neq 0$. C. $a^2 + b^2 \geq 0$. D. $a^2 + b^2 \neq 0$.

Lời giải

Câu 4: Trong các hệ sau, hệ nào **không** là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x + 2y - 1 \leq 0 \\ 3x - y + 5 \geq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 5y - 9 = 0 \\ 4x - 7y + 3 = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y - 5 > 0 \\ x + 3 \leq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ -2x + y + 3 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Lời giải

Các hệ ở đáp án A, C, D là các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Đáp án B là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 5: Điểm $M(0; -3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} 2x - y < 3 \\ -10x + 5y \leq 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 5x - y > -3 \\ x - 3y \leq 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - 5y \geq 10 \end{cases}$

Lời giải

Lần lượt thay tọa độ điểm $M(0; -3)$ vào hệ bất phương trình ở mỗi đáp án, ta thấy tọa độ điểm M thỏa mãn hệ bất phương trình ở đáp án B.

Câu 6: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin \alpha = \sin \beta$. B. $\cos \alpha = -\cos \beta$. C. $\tan \alpha = -\tan \beta$. D. $\cot \alpha = \cot \beta$.

Lời giải

Do α và β là hai góc khác nhau và bù nhau nên $\cot \alpha = -\cot \beta$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc}$. B. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}$.

C. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. D. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{bc}$.

Lời giải

Áp dụng hệ quả định lý Côsin, ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $C = 75^\circ$, $B = 45^\circ$, $BC = 7\text{cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R tam giác ABC ?

- A. 6. B. 8,5. C. 9. D. 4.

Lời giải

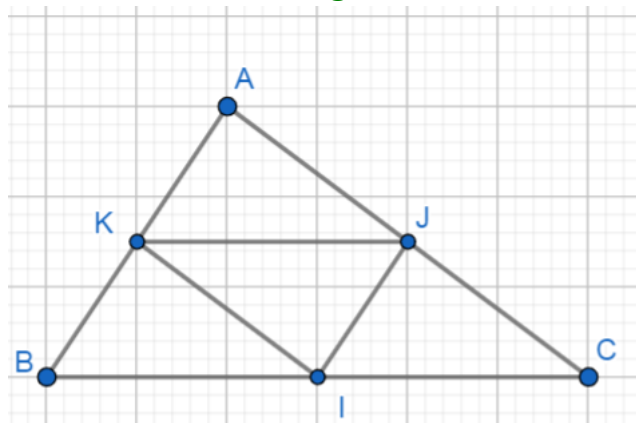
Ta tính được $A = 60^\circ$

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{7}{2\sin 60^\circ} \approx 4$.

Câu 9: Cho $\triangle ABC$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC; CA; AB$. Hỏi có bao nhiêu vectơ bằng vectơ $\vec{IJ}$ mà điểm đầu và điểm cuối thuộc các điểm đã cho?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải



$$\vec{IJ} = \vec{BK} = \vec{KA}.$$

Câu 10: Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\vec{MB} + \vec{MA} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. M là trung điểm AB . B. M trùng A .
C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Câu 11: Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vector $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$.

- A. $\vec{AC}$. B. $2\vec{AC}$. C. $3\vec{AC}$. D. $5\vec{AC}$.

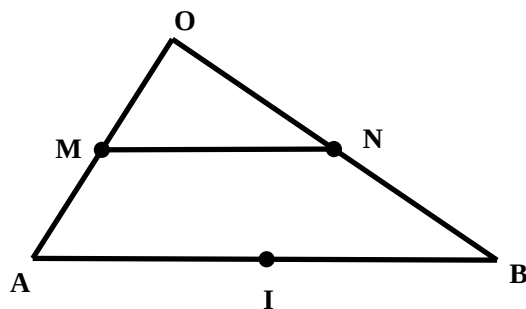
Lời giải

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AC}$.

Câu 12: Cho tam giác OAB . Gọi M , N lần lượt là trung điểm OA , OB . Tìm mệnh đề đúng?

- A. $\vec{MN} = \vec{OA} + \vec{OB}$. B. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$.
C. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{OA} - \frac{1}{2}\vec{OB}$. D. $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{OB} - \frac{1}{2}\vec{OA}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm AB .

Phương án A sai vì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI} \neq \overrightarrow{MN}$.

Phương án B sai vì $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OI} \neq \overrightarrow{MN}$.

Phương án C sai vì $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{NM} \neq \overrightarrow{MN}$.

Phương án D đúng vì $\frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có: I là trung điểm của đoạn thẳng nên
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}.$$

Vậy $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng:

A. 30° .

B. 180° .

C. 45° .

D. 0° .

Lời giải

Câu 15: Giá trị gần đúng của $2\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là

A. 5,656.

B. 5,65.

C. 5,66.

D. 5,657

Lời giải

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được $2\sqrt{8} = 5,656854249...$ Vậy số quy tròn là 5,66.

Câu 16: Trong các số sau, có bao nhiêu số là số gần đúng?

a) Cân một túi gạo cho kết quả là 10,2kg

b) Bán kính Trái Đất là 6371km

c) Trái Đất quay một vòng quanh Mặt Trời mất 365 ngày

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3

Lời giải

Cả ba số đều là số gần đúng.

Câu 17: Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau.

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

Tìm một của mẫu số liệu trên

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Một của mẫu số liệu trên là: 4

Câu 18: Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li 100m của các bạn trong lớp (đơn vị giây)

Thời gian	12	13	14	15	16
Số bạn	4	7	3	18	8

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li 100m của các bạn trong lớp.

A. 14,094.

B. 14,245.

C. 14,475.

D. 14,75.

Lời giải

Số bạn học sinh trong lớp là $n = 4 + 7 + 3 + 18 + 8 = 40$ (bạn)

Thời gian chạy trung bình cự li 100m của các bạn trong lớp là:

$$\bar{x} = \frac{4.12 + 7.13 + 3.14 + 18.15 + 8.16}{40} = 14,475$$

Câu 19: Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 35?

A. 35, 57, 11, 22.

B. 47, 15, 12, 32.

C. 55, 3, 26, 89.

D. 4, 17, 23, 20.

Lời giải

Khoảng biến thiên của các mẫu số liệu lần lượt là:

$$R_A = 57 - 11 = 46.$$

$$R_B = 47 - 12 = 35.$$

$$R_C = 89 - 3 = 86.$$

$$R_D = 23 - 4 = 19.$$

Câu 20: Số ô tô đi qua một cây cầu mỗi ngày trong một tuần đếm được như sau: 83; 74; 71; 79; 83; 69; 92. Phương sai và độ lệch chuẩn lần lượt là

A. 78,71 và 8,87.

B. 52,99 và 7,28.

C. 61,82 và 7,86.

D. 55,63 và 7,46.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \bar{x} = \frac{1}{7}(69 + 71 + 74 + 79 + 83.2 + 92) \approx 78,7.$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{1}{7}[(69 - 78,7)^2 + (71 - 78,7)^2 + (74 - 78,7)^2 + 2.(83 - 78,7)^2 + (92 - 78,7)^2] \approx 55,63.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S = \sqrt{S^2} \approx 7,46.$$

Câu 21: Cho mệnh đề P : “Hai số nguyên chia hết cho 7” và mệnh đề Q : “Tổng của chúng chia hết cho 7”. Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

- A. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.
B. Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7.
 C. Nếu hai số nguyên không chia hết cho 7 thì tổng của chúng không chia hết cho 7.
 D. Nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 7 thì hai số nguyên đó chia hết cho 7.

Lời giải

Mệnh đề P : “Hai số nguyên chia hết cho 7”.

Mệnh đề Q : “Tổng của chúng chia hết cho 7”.

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ có dạng: “Nếu P thì Q ”.

Vậy mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu hai số nguyên chia hết cho 7 thì tổng của chúng chia hết cho 7”.

Câu 22: Cho các tập hợp $A = (-3; 10]$; $B = (0; 5)$. Số phần tử của tập $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ là

- A. 7. B. 8. **C. 9.** D. 13.

Lời giải

Ta có $A \setminus B = (-3; 0] \cup [5; 10] \Rightarrow (A \setminus B) \cap \mathbb{Z} = \{-2; -1; 0; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Vậy $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ có 9 phần tử.

Câu 23: Trong các bất phương trình sau: $4x < 1$; $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq 1$; $3x^2 < 0$; $y \geq 0$.

Số các bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là?

- A. 1. B. 2. **C. 3.** D. 4.

Lời giải

$$4x < 1 \Leftrightarrow 4x - 0y + 1 < 0$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq 1 \Leftrightarrow 3x - 2y - 6 \geq 0$$

$$y \geq 0 \Leftrightarrow 0x + y \geq 0.$$

Vậy có 3 phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Câu 24: Cho x, y thỏa $\begin{cases} x - 1 \leq 0 \\ y + 1 \geq 0 \\ x - y + 3 \geq 0 \end{cases}$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x + y$ bằng bao nhiêu?

- A. 8. **B. -9.** C. 6. D. 7.

Lời giải.

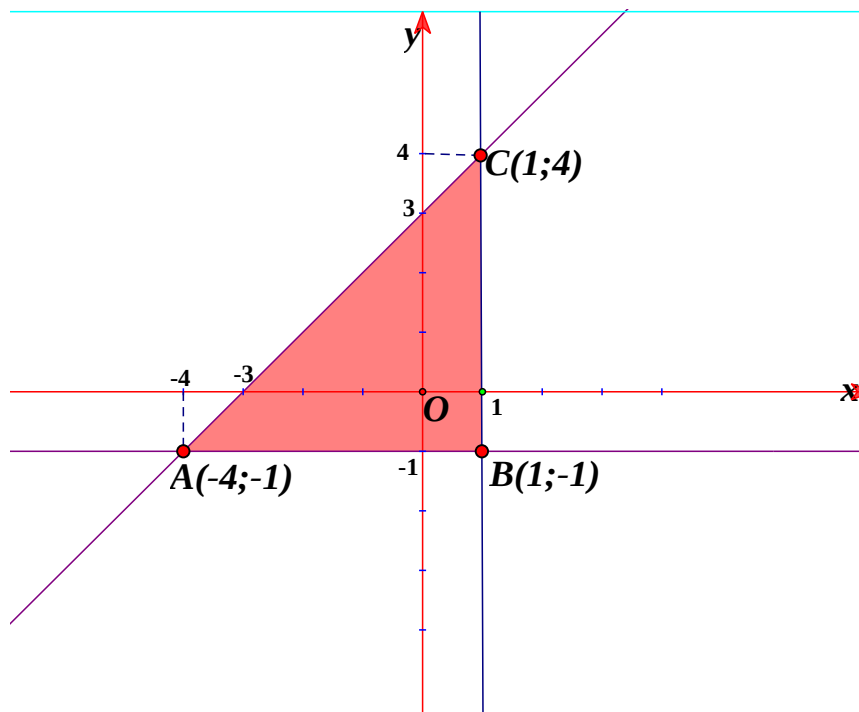
$$\text{Ta có: } \begin{cases} x - 1 \leq 0 & (1) \\ y + 1 \geq 0 & (2) \\ x - y + 3 \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng sau trên cùng hệ trục tọa độ:

$$d_1: x - 1 = 0$$

$$d_2: y + 1 = 0$$

$$d_3: x - y + 3 = 0$$



Điểm O thỏa mãn cả ba bất phương trình (1), (2), (3) nên miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền được tô màu. Kẻ cả các đường thẳng d_1, d_2, d_3 .

Gọi $A(-4; -1)$ là giao điểm của d_2 và d_3 .

$B(1; -1)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

$C(1; 4)$ là giao điểm của d_1 và d_3 .

Tại $A(-4; -1) \Rightarrow M = 2x + y = -9$.

Tại $B(1; -1) \Rightarrow M = 2x + y = 1$.

Tại $C(1; 4) \Rightarrow M = 2x + y = 6$.

Vậy $M_{\min} = -9$.

Câu 25: Cho tam giác ABC có $C = 60^\circ$, $BC = 9\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$. Tính A ?

A. 68° .

B. 86° .

C. 27° .

D. 72° .

Lời giải

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có: $AB = \sqrt{7^2 + 9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \cos 60^\circ} \approx 8,2$

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{BC \cdot \sin C}{AB} = \frac{9 \cdot \sin 60^\circ}{8,2} \approx 0,9505$

Suy ra $A \approx 72^\circ$.

Câu 26: Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$. Đường cao ứng với đỉnh C và đỉnh B tương ứng là CH ; BK . Khi đó tỉ số $\frac{CH}{BK}$ bằng:

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích tam giác $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} AC \cdot BK \Rightarrow \frac{CH}{BK} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$.

Câu 27: Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AC}|$ là

- A.** đường tròn tâm A bán kính BC .
- B. đường thẳng đi qua A và song song với BC .
- C. đường tròn đường kính BC .
- D. đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

Lời giải

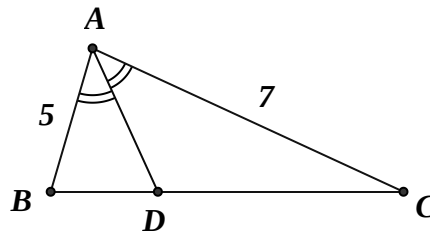
$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CA}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MA}|$$

Vậy tập các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AC}|$ là đường tròn tâm A bán kính BC .

Câu 28: Cho tam giác ABC với AD là đường phân giác trong. Biết $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.
- B. $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.
- C.** $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.
- D. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{5}{7}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 29: Cho $\vec{a} = (0,1)$, $\vec{b} = (-1;2)$, $\vec{c} = (-3;-2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$ là

- A. $(10;-15)$.
- B. $(15;10)$.
- C.** $(10;15)$.
- D. $(-10;15)$.

Lời giải

$$\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c} = (10;15).$$

Câu 30: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3$, $AC=5$. Vẽ đường cao AH . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}$ bằng:

- A. $\sqrt{34}$.
- B. $-\sqrt{34}$.
- C.** $-\frac{225}{34}$.
- D. $\frac{225}{34}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC}$$

$$AC^2 = CH \cdot CB \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC}$$

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC} = HB \cdot HC \cdot \cos 180^\circ = -HB \cdot HC = -\frac{AB^2 \cdot AC^2}{BC^2} = -\frac{225}{34}.$$

Câu 31: Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$, $BD = 6$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

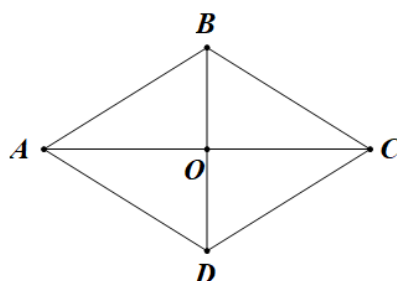
A. 24.

B. 26.

C. 28.

D. 32.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + 0 = \frac{1}{2} AC^2 = 32.$$

Câu 32: Kết quả đo chiều dài một cây cầu là $a = 152,65m$ với độ chính xác $0,05m$. Viết số quy tròn của số a và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

A. 152,7 và $\delta_a < 0,033\%$.

B. 152,7 và $\delta_a < 0,066\%$.

C. 152,7 và $\delta_a < 0,013\%$.

D. 152,7 và $\delta_a = 0,065\%$

Lời giải

Vì độ chính xác đến hàng phần trăm nên ta quy tròn số a đến hàng phần chục là 152,7. Ta có $152,6 \leq \bar{a} \leq 152,7 \Rightarrow -0,1 \leq \bar{a} - 152,7 \leq 0$ hay $\Delta_a = |\bar{a} - 152,7| \leq 0,1$. Vậy sai số tương đối là

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{|\bar{a}|} \leq \frac{0,1}{152,7} < 0,066\%.$$

Câu 33: Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li 100m của các bạn trong lớp (đơn vị giây)

Thời gian	12	13	14	15	16
Số bạn	4	7	3	18	8

Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

A. $Q_1 = 12$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 15$.

B. $Q_1 = 12,5$; $Q_2 = 15,5$; $Q_3 = 15$.

C. $Q_1 = 12,5$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 15$.

D. $Q_1 = 12,5$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 16$.

Lời giải

Số bạn học sinh trong lớp là $n = 4 + 7 + 3 + 18 + 8 = 40$ (bạn)

$$\text{Trung vị của mẫu số liệu là: } Q_2 = \frac{15+15}{2} = 15.$$

$$\text{Tứ vị phân thứ nhất là } Q_1 = \frac{12+13}{2} = 12,5.$$

$$\text{Tứ vị phân thứ ba là } Q_3 = \frac{15+15}{2} = 15.$$

Vậy $Q_1 = 12,5$; $Q_2 = 15$; $Q_3 = 15$ là các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Câu 34: Trong một cuộc thi nghề, người ta ghi lại thời gian hoàn thành một sản phẩm của mười hai thí sinh theo thứ tự không giảm như sau:

5 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 x

Tìm x biết số trung bình của thời gian thi nghề của các thí sinh trên là $\frac{109}{12}$.

A. 35.

B. 33.

C. 34.

D. 36.

Lời giải

$$\text{Số trung bình là } \bar{x} = \frac{5+3.6+4.7+2.8+x}{12} = \frac{109}{12} \Leftrightarrow x = 35.$$

Câu 35: Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

A. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

B. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.

D. Tất cả đều sai.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “IQ” là $R_1 = 111 - 88 = 23$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “EQ” là $R_2 = 103 - 90 = 13$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: a) Cho hai tập hợp $A = (m; 6]$, $B = (4; 2021 - 5m)$ và A, B khác rỗng. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \setminus B = \emptyset$?

Lời giải

Vì A, B là hai tập hợp khác rỗng, nên ta có điều kiện:

$$\begin{cases} m < 6 \\ 4 < 2021 - 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m < \frac{2017}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m < 6.$$

$$A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ 6 < 2021 - 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \\ m < 403 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \leq m < 403.$$

Kết hợp điều kiện, $4 \leq m < 6$.

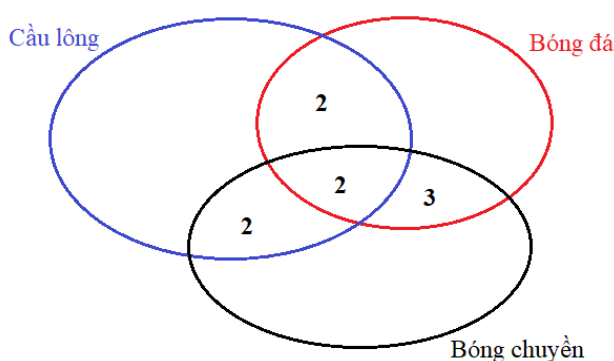
Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

b) Ở lớp 10A, mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn thể thao là cầu lông, bóng đá và bóng chuyền. Có 11 em chơi được bóng đá, 10 em chơi được cầu lông và 8 em chơi được bóng chuyền. Có 2 em chơi được cả 3 môn, có 5 em chơi được bóng đá và bóng chuyền, có 4 em chơi được bóng đá và cầu lông, có 4 em chơi được bóng chuyền và cầu lông. Hỏi lớp học có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Cách 1: Sử dụng biểu đồ Ven

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Số học sinh chơi được cả 3 môn là 2.

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá và bóng chuyền là $5 - 2 = 3$.

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá và cầu lông là $4 - 2 = 2$.

Số học sinh chỉ chơi được cầu lông và bóng chuyền là $4 - 2 = 2$.

Số học sinh chỉ chơi được bóng đá là $11 - 2 - 2 - 3 = 4$.

Số học sinh chỉ chơi được bóng chuyền là $8 - 2 - 2 - 3 = 1$.

Số học sinh chỉ chơi được cầu lông là $10 - 2 - 2 - 2 = 4$.

Số học sinh của cả lớp $2 + 3 + 2 + 2 + 4 + 1 + 4 = 18$.

Kết luận: Lớp 10A có 18 học sinh.

Cách 2:

Gọi A, B, C lần lượt là các tập hợp học sinh của lớp 10A chơi được môn cầu lông, bóng đá và bóng chuyền.

$$\begin{cases} n(A) = 11 \\ n(B) = 10 \\ n(C) = 8 \\ n(A \cap B) = 4 \\ n(B \cap C) = 5 \\ n(A \cap C) = 4 \\ n(A \cap B \cap C) = 2 \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có

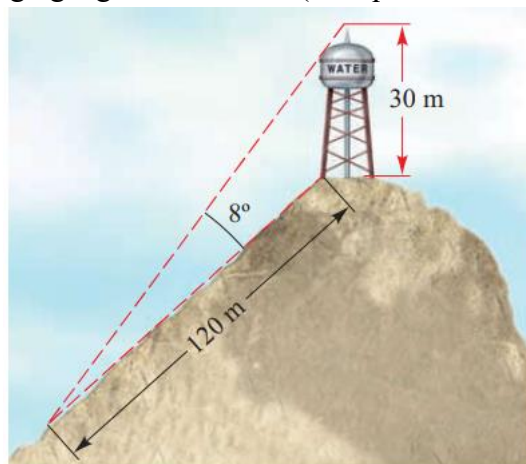
Biết mỗi học sinh đều có thể chơi được ít nhất 1 trong 3 môn nên số học sinh của lớp sẽ là $n(A \cup B \cup C)$ và:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\Leftrightarrow n(A \cup B \cup C) = 11 + 10 + 8 - 4 - 5 - 4 + 2 = 18.$$

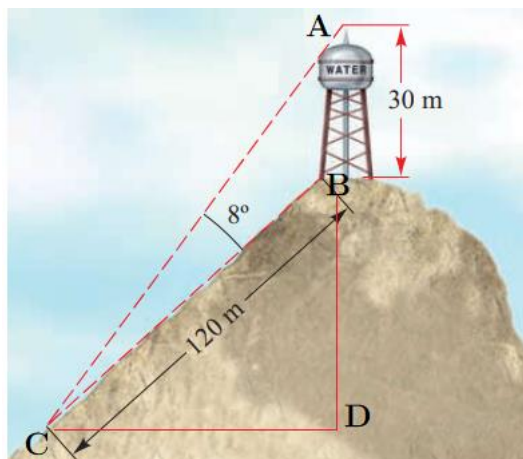
Kết luận: Lớp 10A có 18 học sinh.

Câu 37: Một tháp nước cao 30 m ở trên đỉnh của một ngọn đồi. Từ tháp đến chân ngọn đồi dài 120 m và người ta quan sát thấy góc tạo thành giữa đỉnh và chân tháp là 8° . Hỏi góc nghiêng của ngọn đồi so với phương ngang là bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến độ).



Lời giải

Gọi A, B, C, D ở các vị trí như hình vẽ.



Xét tam giác ABC , ta có:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{30}{\sin 8^\circ} = \frac{120}{\sin A}$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{120 \cdot \sin 8^\circ}{30} \approx 0,557 \Rightarrow A = 34^\circ.$$

Suy ra $ACD = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$.

Vậy góc nghiêng của ngọn đồi so với phương ngang là

$$BCD = ACD - ABC = 56^\circ - 8^\circ = 48^\circ.$$

Câu 38: Cho tam giác ABC , M là điểm tùy ý trong mặt phẳng tam giác. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| + |\vec{MB} + \vec{MC}|$?

Lời giải

Gọi P là trung điểm đoạn BC và là Q trung điểm đoạn AP .

Khi đó

$$|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| + |\vec{MB} + \vec{MC}| = |2\vec{MA} + 2\vec{MP}| + 2|\vec{MP}| = 4|\vec{MQ}| + 2|\vec{MP}| = 4MQ + 2MP.$$

Ta có $2MQ + 2MP \geq 2PQ$ (dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đoạn PQ) và $2MQ \geq 0$

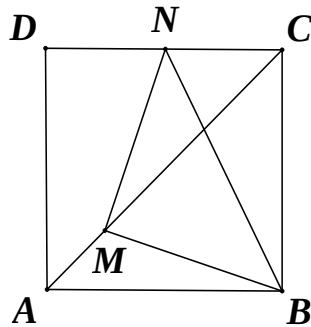
(dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv Q$). Suy ra $2MQ + 2MP \geq 2PQ = AP$

(dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv Q$). Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| + |\vec{MB} + \vec{MC}| \text{ là } AP.$$

Câu 39: Cho hình vuông $ABCD$. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \frac{AC}{4}$. Gọi N là trung điểm CD . Chứng minh rằng $\triangle BMN$ là tam giác vuông cân.

Lời giải



$$\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AC} = \frac{1}{4}(\vec{AD} + \vec{AB}); \vec{AN} = \vec{AD} + \vec{DN} = \vec{AD} + \frac{\vec{AB}}{2}.$$

$$\vec{MB} = \vec{AB} - \vec{AM} = \vec{AB} - \frac{1}{4}(\vec{AD} + \vec{AB}) = \left(\frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AD}\right)$$

$$\vec{MN} = \vec{AN} - \vec{AM} = \left(\vec{AD} + \frac{\vec{AB}}{2}\right) - \frac{1}{4}(\vec{AD} + \vec{AB}) = \frac{3}{4}\vec{AD} + \frac{1}{4}\vec{AB}$$

Ta có:

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AD} \right) \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \right) = \frac{1}{16} \left(-3\overrightarrow{AD}^2 + 3\overrightarrow{AB}^2 + 8\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \right) = 0$$

$$\overrightarrow{MB}^2 = \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AD} \right)^2 = \left(\frac{9}{16} \overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{16} \overrightarrow{AD}^2 - 6\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \right) = \frac{5}{8} \overrightarrow{AB}^2$$

$$\overrightarrow{MN}^2 = \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \right)^2 = \left(\frac{9}{16} \overrightarrow{AD}^2 + \frac{1}{16} \overrightarrow{AB}^2 + 6\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \right) = \frac{5}{8} \overrightarrow{AB}^2$$

Vậy $\overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MN}$ và $MB = MN$, nên tam giác BMN vuông cân tại M .

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\pi < 3,14$. B. $\pi^2 > 12$. C. $\sqrt{24} > 5$. D. $\sqrt{26} > 5$.

Câu 2: Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$

- A. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. B. $A = \{1; 2; 3; 4\}$. C. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. D. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6; 8\}$. Tập hợp $A \cap B$ là

- A. $\{2; 4\}$. B. $\{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$. C. $\{6; 8\}$. D. $\{1; 3\}$.

Câu 4: Cho mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{R}, 3x - 5 = 0 "$. Mệnh đề phủ định của P là

- A. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, 3x - 5 \neq 0 "$. B. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 3x - 5 \neq 0 "$.
C. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 3x - 5 = 0 "$. D. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, 3x - 5 = 0 "$.

Câu 5: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | x - 1 > 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | x - 2022 \leq 0\}$. Khi đó $A \cup B$ là

- A. $(1; 2022]$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $[2022; +\infty)$.

Câu 6: Lớp 10A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hoá, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hoá, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hoá, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hoá. Số học sinh giỏi ít nhất 1 môn của lớp 10A là

- A. 9. B. 10. C. 18. D. 28.

Câu 7: Cặp số $(2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $2x - 3y - 1 > 0$. B. $x - y < 0$. C. $4x > 3y$. D. $x - 3y + 7 < 0$.

Câu 8: Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Điểm $D(-3; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
B. Điểm $A(-1; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
C. Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
D. Điểm $C(-2; 4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

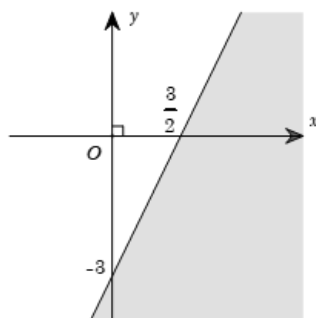
Câu 9: Bất phương trình nào say đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - 3y \geq 5$. B. $xy + 4y < -3$. C. $64x^2 + y > 8$. D. $2x - 5y^2 \geq 6$.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 5 < 0$ là:

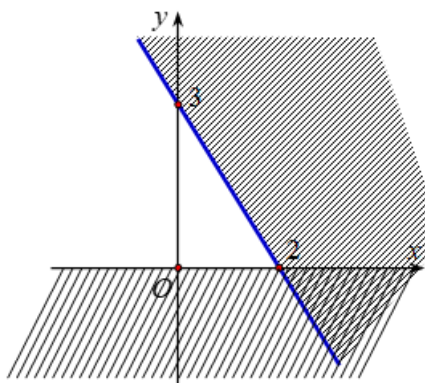
- A. Nửa mặt phẳng chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (bao gồm cả đường thẳng).
B. Nửa mặt phẳng không chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (không kể đường thẳng)
C. Nửa mặt phẳng chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (không kể đường thẳng)
D. Nửa mặt phẳng không chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (bao gồm cả đường thẳng)

Câu 11: Phần không bị tô đậm (kể cả bờ) trong hình vẽ sau, biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào trong các BPT sau?



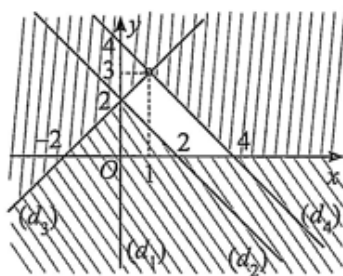
- A. $2x - y \leq 3$. B. $2x - y \geq 3$. C. $2x + y < 3$. D. $x - 2y > 3$.

Câu 12: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



- A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$.

Câu 13: Miền không bị gạch sọc (tính cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây ?

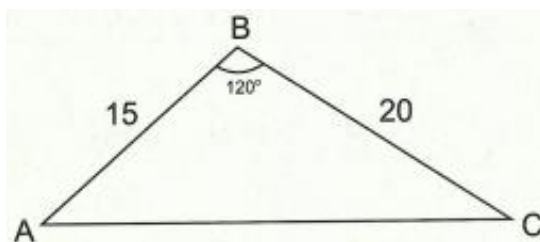


- A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + 2y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$.

Câu 14: Một gia đình cần ít nhất 800g chất Protein và 600g Lipid trong thức ăn mỗi ngày. Một hôm, họ dự định mua thịt bò và thịt lợn để bổ sung chất Protein và Lipid cần thiết. Biết rằng thịt bò chứa 21,5% chất Protein và 10,7% chất Lipid, thịt lợn chứa 25,7% chất Protein và 20,8% chất Lipid. Người ta chỉ mua nhiều nhất 2 kg thịt bò, 3 kg thịt lợn. Giá tiền 1kg thịt bò là 250 nghìn đồng và giá tiền 1kg thịt lợn là 70 nghìn đồng. Chi phí ít nhất gia đình đó phải trả cho ngày hôm đó gần nhất với đáp án nào sau đây?

- A. 240 nghìn đồng. B. 400 nghìn đồng. C. 354 nghìn đồng. D. 243 nghìn đồng.

- Câu 15:** Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $\sin \alpha < 0$. **B.** $\cos \alpha > 0$. **C.** $\tan \alpha < 0$. **D.** $\cot \alpha > 0$.
- Câu 16:** Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính bằng 8cm , $\angle ABC = 50^\circ$. Độ dài cạnh AC gần với kết quả nào sau đây nhất
A. $12,26\text{cm}$. **B.** $6,13\text{cm}$. **C.** $20,89\text{cm}$. **D.** $10,44\text{cm}$
- Câu 17:** Cho tam giác ABC . Hãy tính $\sin A \cos(B+C) + \cos A \sin(B+C)$.
A. 0 . **B.** 1 . **C.** -1 . **D.** 2 .
- Câu 18:** Cho tam giác ABC có $AB=5$, $AC=8$, $\angle BAC = 60^\circ$. Độ dài cạnh BC là:
A. 8 . **B.** 7 . **C.** 49 . **D.** $\sqrt{69}$.
- Câu 19:** Một ô tô muốn đi từ A đến C nhưng giữa A và C là một ngọn núi cao nên ô tô phải đi thành hai đoạn từ A đến B rồi từ B đến C , các đoạn đường tạo thành tam giác ABC có $AB=15\text{km}$, $BC=20\text{km}$ và $\angle ABC = 120^\circ$ (Tham khảo hình vẽ bên dưới). Giả sử ô tô chạy 5km tốn một lít xăng, giá một lít xăng là 20.000 đồng. Nếu người ta làm một đoạn đường hầm xuyên núi chạy thẳng từ A đến C , khi đó ô tô chạy trên con đường này sẽ tiết kiệm được số tiền so với chạy trên đường cũ gần với số nào trong các số sau:



- A.** 92000 đồng. **B.** 140000 đồng. **C.** 18400 đồng. **D.** 121600 đồng.
- Câu 20:** Cho bốn điểm phân biệt A, B, C và D . Từ bốn điểm đã cho, có thể lập được bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu là A hoặc B ?
A. 12 . **B.** 5 . **C.** 6 . **D.** 3 .
- Câu 21:** Trên đường thẳng d lấy ba điểm M, N, P phân biệt sao cho $MN=MP$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\vec{MN} = \vec{MP}$. **B.** $\vec{MN} = \vec{NP}$. **C.** $\vec{MN} + \vec{MP} = \vec{0}$. **D.** $\vec{MN} + \vec{NP} = \vec{0}$.
- Câu 22:** Cho ba điểm $A; B; C$ thỏa mãn: $\vec{AB} = -3\vec{AC}$. Chọn khẳng định **SAI**.
A. Ba điểm $A; B; C$ thẳng hàng. **B.** $\vec{AB}$ cùng phương $\vec{AC}$.
C. $\vec{AB}$ ngược hướng $\vec{AC}$. **D.** Ba điểm $A; B; C$ tạo thành một tam giác.
- Câu 23:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5;2)$, $B(10;8)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{AB}$?
A. $\vec{AB} = (15;10)$. **B.** $\vec{AB} = (2;4)$. **C.** $\vec{AB} = (5;6)$. **D.** $\vec{AB} = (50;16)$.
- Câu 24:** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\vec{OC} - \vec{OD}$ bằng
A. $\vec{BC}$. **A.** $\vec{OC} + \vec{OB}$. **C.** $\vec{OA} - \vec{OB}$. **D.** $\vec{CD}$.

Câu 25: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng:

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $E(-2;0)$, $F(0;2\sqrt{3})$ lần lượt là hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ Ox , Oy . Độ dài của vector $\overrightarrow{OM}$ là

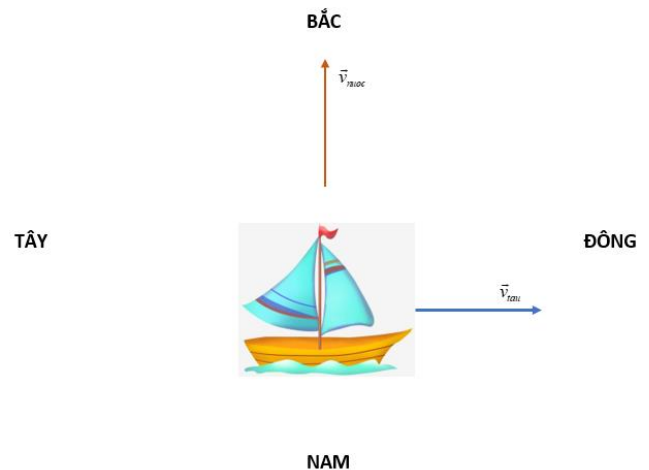
- A. $2\sqrt{2}$. B. 4 . C. 2 . D. $\sqrt{3}$.

Câu 27: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4 . Khi đó, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ta được :

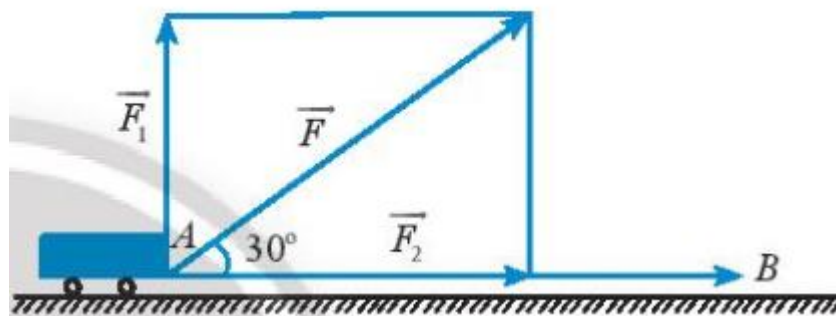
- A. 8 . B. -8 . C. -6 . D. 6 .

Câu 28: Một chiếc tàu di chuyển từ phía Tây sang phía Đông với vận tốc 30km/h , dòng nước chảy từ phía Nam lên phía Bắc với vận tốc 5km/h . Hỏi tàu di chuyển với vận tốc gần với kết quả nào dưới đây nhất?

- A. 25km/h . B. 5km/h .
C. $30,4\text{km/h}$. D. 30km/h .



Câu 29: Hai người cùng kéo một xe goòng như hình. Mỗi người cầm vào một sợi dây cùng buộc vào xe goòng, và lực tổng hợp, hợp với phương ngang (mặt đường) một góc 30° . Người thứ nhất kéo một lực là $30\sqrt{3}(N)$, người thứ hai kéo một lực là $90(N)$. Hỏi công sinh ra khi kéo vật đi một khoảng dài $100(m)$ là bao nhiêu?



- A. $A = 9000(J)$. B. $A = 1200\sqrt{3}(J)$. C. $A = 2700\sqrt{3}(J)$. D. $A = 600\sqrt{3}(J)$.

Câu 30: Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được: $\sqrt{8} = 2,828427125$. Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là

- A. $2,81$. B. $2,83$. C. $2,82$. D. $2,80$.

Câu 31: Hãy tìm trung vị cho mẫu số liệu điểm kiểm tra môn Toán của Lớp 11B:

3; 5; 6; 7; 1; 10; 3; 4

- A. $4,5$. B. 4 . C. 5 . D. $5,5$.

Câu 32: Người ta đã thống kê số gia cầm bị tiêu hủy trong vùng dịch của 6 xã A,B,..,F như sau (đơn vị: nghìn con):

Xã	A	B	C	D	E	F
Số lượng gia cầm bị tiêu hủy	12	25	27	15	45	5

Tìm trung vị cho mẫu số liệu về số gia cầm bị tiêu hủy đã cho.

- A.** 20. **B.** 21. **C.** 21,5. **D.** 27.

Câu 33: Nhiệt độ của thành phố Vinh ghi nhận trong 10 ngày qua lần lượt là:

24 21 30 34 28 35 33 36 25 27

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng:

- A.** $\Delta_Q = 12$. **B.** $\Delta_Q = 11$. **C.** $\Delta_Q = 13$ **D.** $\Delta_Q = 9$.

Câu 34: Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau: 163 165 159 172 167 168 170 161 164 174 170 166

Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là $10kw$. Gọi $\Delta_Q; \Delta'_Q$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng

- A.** $\Delta_Q = \Delta'_Q$. **B.** $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$. **C.** $\Delta_Q = \Delta'_Q - 10$ **D.** $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

Câu 35: Các giá trị bất thường của mẫu số liệu 5, 6, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 35, 38, 42 là

- A.** 5, 42. **B.** 5, 6, 38, 42. **C.** 5, 6, 42. **D.** 5, 35, 38, 42.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Bảng dưới thông kê nhiệt độ (đơn vị: $^{\circ}C$) ở Thành phố Hồ Chí Minh ngày 03/06/2021 sau một số lần đo

Giờ đo	1h	4h	7h	10h	13h	16h	19h	22h
Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	27	26	28	32	34	35	30	28

a) Viết mẫu số liệu thống kê nhiệt độ nhận được từ Bảng trên.

b) Tính số trung bình cộng, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 37: Cho tam giác cân ABC có $A = 120^{\circ}$ và $AB = AC = a$. Trên cạnh BC lấy điểm M

sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .

Câu 38: Mỗi phân xưởng cần sản xuất ra hai loại sản phẩm. Để sản xuất 1 kilogram sản phẩm loại I cần sử dụng máy trong 30 giờ và tiêu tốn 2 kilogram nguyên liệu. Để sản xuất 1 kilogram sản phẩm loại II cần sử dụng máy trong 15 giờ và tiêu tốn 4 kilogram nguyên liệu. Biết rằng 1 kilogram sản phẩm loại I thu lãi được 40000 đồng, 1 kilogram sản phẩm loại II thu lãi được 30000 đồng, có thể sử dụng máy tối đa 1200 giờ và có 200 kilogram nguyên liệu. Hỏi phân xưởng đó nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu kilogram để thu lãi cao nhất.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(5;3)$, $B(2;-1)$, $C(-1;5)$. Tìm tọa độ điểm H là trực tâm tam giác ABC .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\pi < 3,14$.

B. $\pi^2 > 12$.

C. $\sqrt{24} > 5$.

D. $\sqrt{26} > 5$.

Lời giải

Chọn D

“ $\sqrt{26} > 5$ ” là khẳng định đúng.

Câu 2: Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$

A. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

B. $A = \{1; 2; 3; 4\}$.

C. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

D. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Lời giải

Chọn D

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4\}.$$

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6; 8\}$. Tập hợp $A \cap B$ là

A. $\{2; 4\}$.

B. $\{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$.

C. $\{6; 8\}$.

D. $\{1; 3\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } A \cap B = \{2; 4\}.$$

Câu 4: Cho mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{R}, 3x - 5 = 0 "$. Mệnh đề phủ định của P là

A. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, 3x - 5 \neq 0 "$.

B. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 3x - 5 \neq 0 "$.

C. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 3x - 5 = 0 "$.

D. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, 3x - 5 = 0 "$.

Lời giải

Chọn B

$$\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, 3x - 5 \neq 0 "$$

Câu 5: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | x - 1 > 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | x - 2022 \leq 0\}$. Khi đó $A \cup B$ là

A. $(1; 2022]$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[2022; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$A = \{x \in \mathbb{R} | x - 1 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\} = (1; +\infty).$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} | x - 2022 \leq 0\} = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 2022\} = (-\infty; 2022]$$

$$\text{Suy ra } A \cup B = (-\infty; +\infty) = \mathbb{R}.$$

Câu 6: Lớp 10A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hoá, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hoá, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hoá, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hoá. Số học sinh giỏi ít nhất 1 môn của lớp 10A là

A. 9.

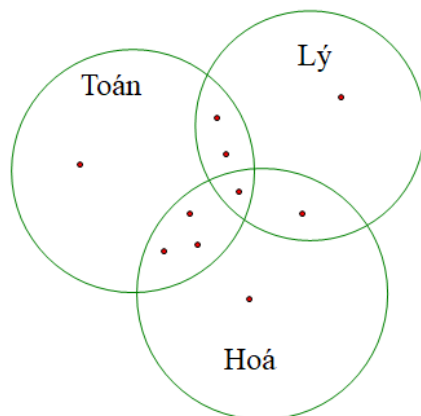
B. 10.

C. 18.

D. 28.

Lời giải

Chọn B



Số học sinh chỉ giỏi Toán, Lý mà không giỏi Hoá là $3 - 1 = 2$.

Số học sinh chỉ giỏi Toán, Hoá mà không giỏi Lý là $4 - 1 = 3$.

Số học sinh chỉ giỏi Hoá, Lý mà không giỏi Toán là $2 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Lý là $5 - 2 - 1 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Hoá là $6 - 3 - 1 - 1 = 1$.

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là $7 - 3 - 2 - 1 = 1$.

Số học sinh giỏi ít nhất một môn là học sinh giỏi 1 môn hoặc 2 môn hoặc 3 môn là $2 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 10$ học sinh.

Câu 7: Cặp số $(2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $2x - 3y - 1 > 0$.

B. $x - y < 0$.

C. $4x > 3y$.

D. $x - 3y + 7 < 0$.

Lời giải

Chọn B

Thay cặp số $(2;3)$ vào các bất phương trình, suy ra ta chọn đáp án B

Câu 8: Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Điểm $D(-3;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

B. Điểm $A(-1;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

C. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

D. Điểm $C(-2;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào hệ bất phương trình đã cho ta thấy không thỏa mãn nên điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Do đó, đáp án **sai** là C

Câu 9: Bất phương trình nào say đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x - 3y \geq 5$.

B. $xy + 4y < -3$.

C. $64x^2 + y > 8$.

D. $2x - 5y^2 \geq 6$.

Lời giải

Chọn A

$2x - 3y \geq 5$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn với $a = 2, b = -3, c = 5$.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 5 < 0$ là:

- A.** Nửa mặt phẳng chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (bao gồm cả đường thẳng).
- B.** Nửa mặt phẳng không chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (không kể đường thẳng)
- C.** Nửa mặt phẳng chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (không kể đường thẳng)
- D.** Nửa mặt phẳng không chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (bao gồm cả đường thẳng)

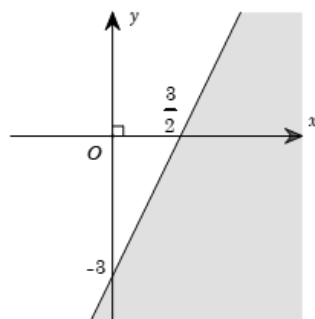
Lời giải

Chọn B

Thay toạ độ điểm $O(0;0)$ vào vế trái đường thẳng $x - 2y + 5 = 0$ ta được: $0 - 0 + 5 > 0$

Suy ra miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 5 < 0$ là nửa mặt phẳng không chứa gốc toạ độ, bờ là đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (không kể đường thẳng).

Câu 11: Phần không bị tô đậm (kể cả bờ) trong hình vẽ sau, biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào trong các BPT sau?



- A.** $2x - y \leq 3$. **B.** $2x - y \geq 3$. **C.** $2x + y < 3$. **D.** $x - 2y > 3$.

Lời giải

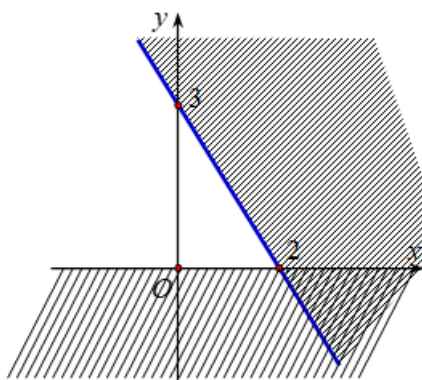
Chọn A

Vì miền nghiệm của bất phương trình tính cả bờ nên loại đáp án **C** và **D**

Xét điểm $O(0;0)$ thuộc miền không bị tô đậm, thay $x = 0, y = 0$ vào bpt ở đáp án **A** ta thấy:

$2 \cdot 0 - 0 \leq 3$ là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bpt chứa điểm O . Vậy **Chọn A**

Câu 12: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

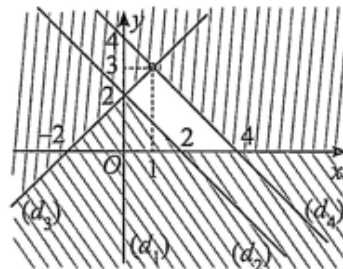
Lời giải

Chọn A

Lấy điểm M có tọa độ $(x; y) = (-1; 1)$ thuộc miền nghiệm trong hình vẽ.

Ta thấy tọa độ M chỉ thỏa hệ bất phương trình $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

Câu 13: Miền không bị gạch sọc (tính cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây ?



A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + 2y \leq 4 \\ -x + y \leq 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta thấy điểm $(1; 2)$ thuộc miền nghiệm nên loại đáp án C và D

Ta thấy điểm $(4; -1)$ không thuộc miền nghiệm nhưng lại thỏa mãn hệ bất phương trình ở đáp án A, nên loại A; Vậy **chọn B**

Câu 14: Một gia đình cần ít nhất 800g chất Protein và 600g Lipid trong thức ăn mỗi ngày. Một hôm, họ dự định mua thịt bò và thịt lợn để bổ sung chất Protein và Lipid cần thiết. Biết rằng thịt bò chứa 21,5% chất Protein và 10,7% chất Lipid, thịt lợn chứa 25,7% chất Protein và 20,8% chất Lipid. Người ta chỉ mua nhiều nhất 2 kg thịt bò, 3 kg thịt lợn. Giá tiền 1kg thịt bò là 250 nghìn đồng và giá tiền 1kg thịt lợn là 70 nghìn đồng. Chi phí ít nhất gia đình đó phải trả cho ngày hôm đó gần nhất với đáp án nào sau đây?

A. 240 nghìn đồng.

B. 400 nghìn đồng.

C. 354 nghìn đồng.

D. 243 nghìn đồng.

Lời giải

Chọn D

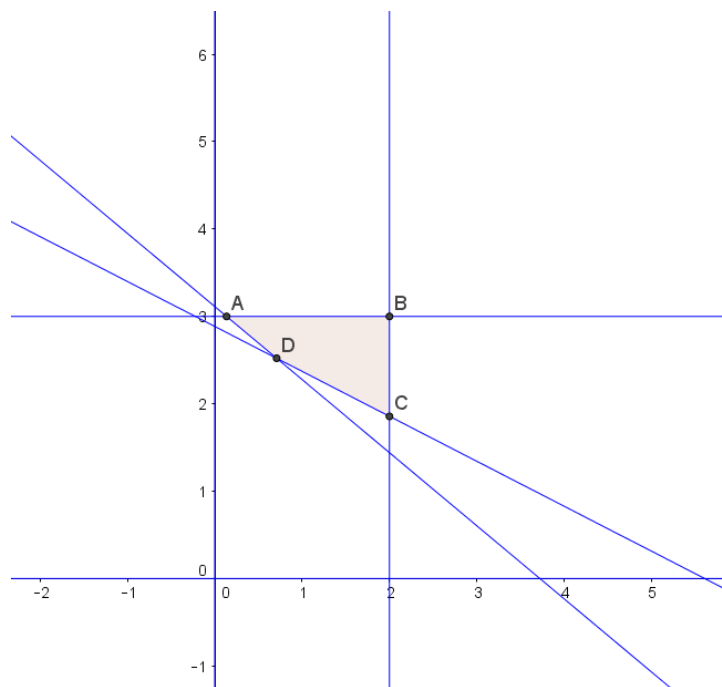
Giả sử gia đình đó mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 3$.

Số đơn vị Protein có được là $215x + 257y$ (g) và số đơn vị Lipid có được là $107x + 208y$ (g).

Vì gia đình cần ít nhất 800g chất Protein và 600g chất Lipid nên điều kiện tương ứng là:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 3 \\ 215x + 257y \geq 800 \\ 107x + 208y \geq 600 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ điều kiện là miền tứ giác $ABCD$ với

$$AD: 215x + 257y = 800, CD: 107x + 208y = 600.$$

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $T = 250x + 70y$. Ta biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại $A\left(\frac{29}{215}; 3\right)$: $T \approx 242,5$ nghìn đồng.

Tại $B(2; 3)$: $T \approx 710$ nghìn đồng.

Tại $C\left(2; \frac{193}{104}\right)$: $T \approx 630,2$ nghìn đồng.

Tại $D\left(\frac{12200}{17221}; \frac{43400}{17221}\right)$: $T \approx 353,9$ nghìn đồng.

Vậy chi phí ít nhất gia đình đó phải trả là 243 nghìn đồng.

Câu 15: Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha > 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

Góc tù có điểm biểu diễn thuộc góc phần tư thứ II, có giá trị $\sin \alpha > 0$, còn $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$ đều nhỏ hơn 0.

Câu 16: Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính bằng 8cm , $\angle ABC = 50^\circ$. Độ dài cạnh AC gần với kết quả nào sau đây nhất

A. $12,26\text{cm}$.

B. $6,13\text{cm}$.

C. $20,89\text{cm}$.

D. $10,44\text{cm}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R \quad (R \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC).$$

$$\Rightarrow AC = 2R \cdot \sin \angle ABC = 16 \cdot \sin 50^\circ \approx 12,26\text{cm}.$$

Câu 17: Cho tam giác ABC . Hãy tính $\sin A \cos(B+C) + \cos A \sin(B+C)$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin A \cos(B+C) + \cos A \sin(B+C) = \sin A \cos(180^\circ - A) + \cos A \sin(180^\circ - A)$
 $= -\sin A \cos A + \sin A \cos A = 0$.

Câu 18: Cho tam giác ABC có $AB=5$, $AC=8$, $BAC=60^\circ$. Độ dài cạnh BC là:

A. 8.

B. 7.

C. 49.

D. $\sqrt{69}$.

Lời giải

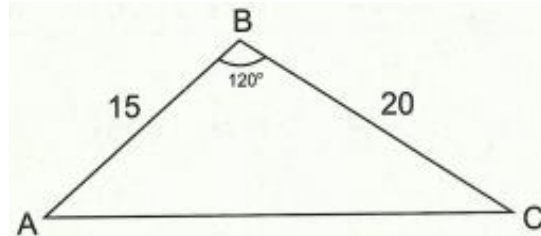
Chọn B

Áp dụng định lý Cosin ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC = 5^2 + 8^2 - 2.5.8.\cos 60^\circ = 49$$

$$\Rightarrow BC = 7.$$

Câu 19: Một ô tô muốn đi từ A đến C nhưng giữa A và C là một ngọn núi cao nên ô tô phải đi thành hai đoạn từ A đến B rồi từ B đến C , các đoạn đường tạo thành tam giác ABC có $AB=15$ km, $BC=20$ km và $ABC=120^\circ$ (Tham khảo hình vẽ bên dưới). Giả sử ô tô chạy 5km tốn một lít xăng, giá một lít xăng là 20.000 đồng. Nếu người ta làm một đoạn đường hầm xuyên núi chạy thẳng từ A đến C , khi đó ô tô chạy trên con đường này sẽ tiết kiệm được số tiền so với chạy trên đường cũ gần với số nào trong các số sau:



A. 92000 đồng.

B. 140000 đồng.

C. 18400 đồng.

D. 121600 đồng.

Lời giải

Chọn C

Quãng đường ô tô đi từ A đến C qua B là $S_1 = AB + BC = 15 + 20 = 35$ (km).

Áp dụng định lý cosin vào tam giác ABC , ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos ABC = 15^2 + 20^2 - 2.15.20.\cos 120^\circ = 925 \Rightarrow AC = 5\sqrt{37}$$

(km).

Nếu đi theo đường hầm thì quãng đường ô tô đi ít hơn là $S = S_1 - AC = 35 - 5\sqrt{37} \approx 4,6$ (km).

Ô tô tiết kiệm được số tiền là $4,6 : 5.20000 = 18400$ (đồng).

Câu 20: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C và D . Từ bốn điểm đã cho, có thể lập được bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu là A hoặc B ?

A. 12.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Điểm đầu là A , ta có các véc tơ khác $\vec{0}$ là $\vec{AB}, \vec{AC}$ và $\vec{AD}$.

Trường hợp 2: Điểm đầu là B, ta có các vectơ khác $\vec{0}$ là $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

Vậy có tất cả 6 vectơ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: Trên đường thẳng d lấy ba điểm M, N, P phân biệt sao cho $MN = MP$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C

M là trung điểm của NP nên $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \vec{0}$.

Câu 22: Cho ba điểm $A; B; C$ thỏa mãn: $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$. Chọn khẳng định SAI.

- A. Ba điểm $A; B; C$ thẳng hàng. B. $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{AC}$. D. Ba điểm $A; B; C$ tạo thành một tam giác.

Lời giải

Chọn D

Vì ba điểm $A; B; C$ thỏa mãn: $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ nên ba điểm $A; B; C$ thẳng hàng. Do đó ba điểm $A; B; C$ không tạo thành một tam giác.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5;2), B(10;8)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

- A. $\overrightarrow{AB} = (15;10)$. B. $\overrightarrow{AB} = (2;4)$. C. $\overrightarrow{AB} = (5;6)$. D. $\overrightarrow{AB} = (50;16)$.

Lời giải

Chọn C

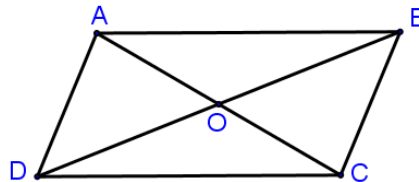
Áp dụng công thức $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (5;6)$.

Câu 24: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn A



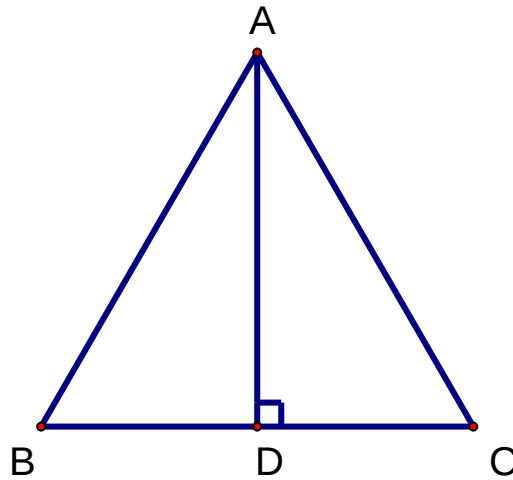
Ta có: $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

Câu 25: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng:

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi D là trung điểm của BC suy ra $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AD}| = 2AD = a\sqrt{3}$

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $E(-2;0)$, $F(0;2\sqrt{3})$ lần lượt là hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ Ox , Oy . Độ dài của vector $\overrightarrow{OM}$ là

A. $2\sqrt{2}$.

B. 4.

C. 2.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của điểm $M = (-2; 2\sqrt{3})$

Độ dài của vector $\overrightarrow{OM}$ là $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4$

Câu 27: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4. Khi đó, tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ta được :

A. 8.

B. -8.

C. -6.

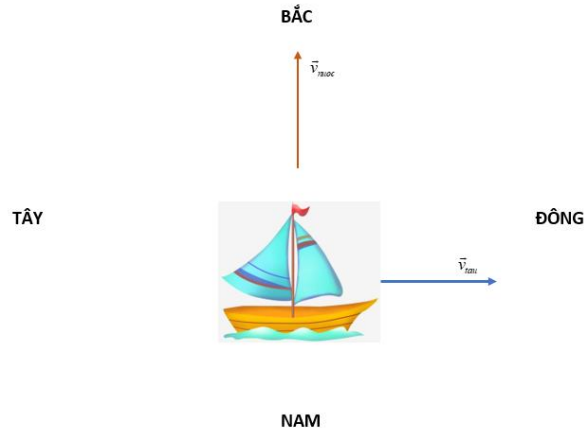
D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos BAC = AB^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8$.

Câu 28: Một chiếc tàu di chuyển từ phía Tây sang phía Đông với vận tốc 30km/h, dòng nước chảy từ phía Nam lên phía Bắc với vận tốc 5km/h. Hỏi tàu di chuyển với vận tốc gần với kết quả nào dưới đây nhất?

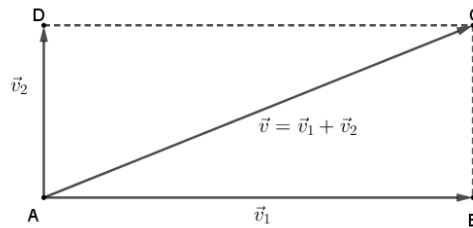


- A. 25 km/h. B. 5 km/h. C. 30,4 km/h. D. 30 km/h.

Lời giải

Chọn C

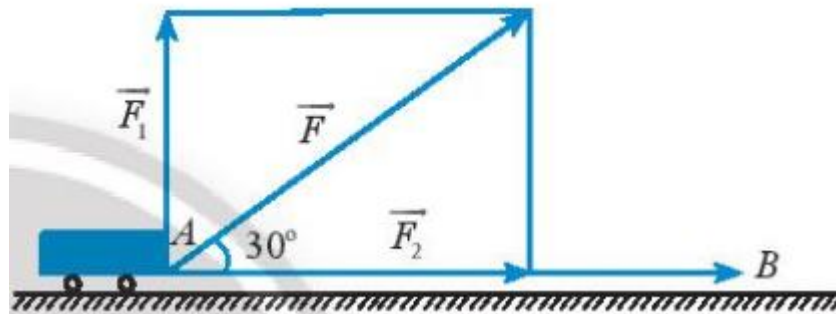
Giả sử véc-tơ $\vec{v}_1$ biểu diễn cho vận tốc của tàu, ta có $|\vec{v}_1| = 30 \text{ km/h}$, véc-tơ $\vec{v}_2$ biểu diễn cho vận tốc của dòng nước. Khi đó, tàu sẽ di chuyển theo véc-tơ tổng $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ được xác định qua quy tắc hình bình hành như hình vẽ



Ta có $|\vec{v}| = AC$. Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{30^2 + 5^2} = 5\sqrt{37} \approx 30,4 \text{ km/h}.$$

Câu 29: Hai người cùng kéo một xe goòng như hình. Mỗi người cầm vào một sợi dây cùng buộc vào xe goòng, và lực tổng hợp, hợp với phương ngang (mặt đường) một góc 30° . Người thứ nhất kéo một lực là $30\sqrt{3}(N)$, người thứ hai kéo một lực là $90(N)$. Hỏi công sinh ra khi kéo vật đi một khoảng dài $100(m)$ là bao nhiêu?



- A. A = 9000(J). B. A = $1200\sqrt{3}(J)$. C. A = $2700\sqrt{3}(J)$. D. A = $600\sqrt{3}(J)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{F}_1; \vec{F}_2$ lần lượt là lực kéo của người thứ nhất và người thứ 2.

Ta có lực tổng hợp của hai người là $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

Suy ra độ lớn của $\vec{F}$ là: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 60\sqrt{3}(N)$

Công sinh ra khi kéo vật là

$$A = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{F}; \vec{d}) = 60\sqrt{3} \cdot 100 \cdot \cos 30^\circ = 9000(J)$$

Câu 30: Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được: $\sqrt{8} = 2,828427125$. Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là

- A.** 2,81. **B.** 2,83. **C.** 2,82. **D.** 2,80.

Lời giải

Chọn B

Giá trị gần đúng của $\sqrt{8} = 2,828427125$ chính xác đến hàng phần trăm là 2,83.

Câu 31: Hãy tìm trung vị cho mẫu số liệu điểm kiểm tra môn Toán của Lớp 11B:

3 5 6 7 1 10 3 4

- A.** 4,5. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 5,5.

Câu 32: Người ta đã thống kê số gia cầm bị tiêu hủy trong vùng dịch của 6 xã A,B,..F như sau (đơn vị: nghìn con):

Xã	A	B	C	D	E	F
Số lượng gia cầm bị tiêu hủy	12	25	27	15	45	5

Tìm trung vị cho mẫu số liệu về số gia cầm bị tiêu hủy đã cho.

- A.** 20. **B.** 21. **C.** 21,5. **D.** 27.

Lời giải

Chọn A

Sắp xếp mẫu số liệu đã cho theo thứ tự không giảm ta được: 5 12 15 25 27 45

Mẫu số liệu đã cho có 6 giá trị nên trung vị của mẫu đó là $\frac{15+25}{2} = 20$.

Câu 33: Nhiệt độ của thành phố Vinh ghi nhận trong 10 ngày qua lần lượt là:

24 21 30 34 28 35 33 36 25 27

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng:

- A.** $\Delta_Q = 12$. **B.** $\Delta_Q = 11$. **C.** $\Delta_Q = 13$ **D.** $\Delta_Q = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

21 24 25 27 28 30 33 34 35 36

Mẫu số liệu gồm 10 giá trị nên số trung vị là $Q_2 = (28+30):2 = 29$

Nửa số liệu bên trái là 21; 24; 25; 27; 28 gồm 5 giá trị, số chính giữa là 25

Khi đó $Q_1 = 25$

Nửa số liệu bên phải là 30; 33; 34; 35; 36 gồm 5 giá trị, số chính giữa là 34

Khi đó $Q_3 = 34$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 34 - 25 = 9$

Câu 34: Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau: 163 165 159 172 167 168 170 161 164 174 170 166
Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là $10kw$. Gọi $\Delta_Q; \Delta'_Q$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng

- A.** $\Delta_Q = \Delta'_Q$. **B.** $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$. **C.** $\Delta_Q = \Delta'_Q - 10$ **D.** $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

Lời giải

Chọn A

+) Sắp xếp mẫu số liệu năm 2021 theo thứ tự không giảm:

159 161 163 164 165 166 167 168 170 170 172 174

Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là $Q_2 = (166 + 167) : 2 = 166,5$

Nửa số liệu bên trái là 159; 161; 163; 164; 165; 166 gồm 6 giá trị

Khi đó $Q_1 = (163 + 164) : 2 = 163,5$

Nửa số liệu bên phải là 167; 168; 170; 170; 172; 174 gồm 6 giá trị

Khi đó $Q_3 = 170$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 170 - 163,5 = 6,5$

+) Sắp xếp mẫu số liệu năm 2022 theo thứ tự không giảm:

149 151 153 154 155 156 157 158 160 160 162 164

Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là $Q_2 = (156 + 157) : 2 = 156,5$

Nửa số liệu bên trái là 149; 151; 153; 154; 155; 156 gồm 6 giá trị

Khi đó $Q_1 = (153 + 154) : 2 = 153,5$

Nửa số liệu bên phải là 157; 158; 160; 160; 162; 164 gồm 6 giá trị

Khi đó $Q_3 = 160$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng: $\Delta'_Q = Q_3 - Q_1 = 160 - 153,5 = 6,5$

Câu 35: Các giá trị bất thường của mẫu số liệu 5, 6, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 35, 38, 42 là

- A.** 5, 42. **B.** 5, 6, 38, 42. **C.** 5, 6, 42. **D.** 5, 35, 38, 42.

Lời giải

Chọn A

Mẫu số liệu có các tứ phân vị $Q_1 = 21, Q_2 = 25, Q_3 = 31$. Suy ra khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 10$.

Khi đó $Q_1 - \frac{3}{2}\Delta Q = 6, Q_1 + \frac{3}{2}\Delta Q = 41$ nên các giá trị 5, 42 là các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Bảng dưới thông kê nhiệt độ (đơn vị: $^{\circ}C$) ở Thành phố Hồ Chí Minh ngày 03/06/2021 sau một số lần đo

Giờ đo	1h	4h	7h	10h	13h	16h	19h	22h
Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	27	26	28	32	34	35	30	28

a) Viết mẫu số liệu thống kê nhiệt độ nhận được từ Bảng trên.

b) Tính số trung bình cộng, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Mẫu số liệu thống kê nhiệt độ nhận được từ Bảng trên là:

27 26 28 32 34 35 30 28

b) Nhiệt độ trung bình là:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8} = \frac{27 + 26 + 28 + 32 + 34 + 35 + 30 + 28}{8} = 30(^{\circ}\text{C}).$$

Phương sai của mẫu số liệu đó là:

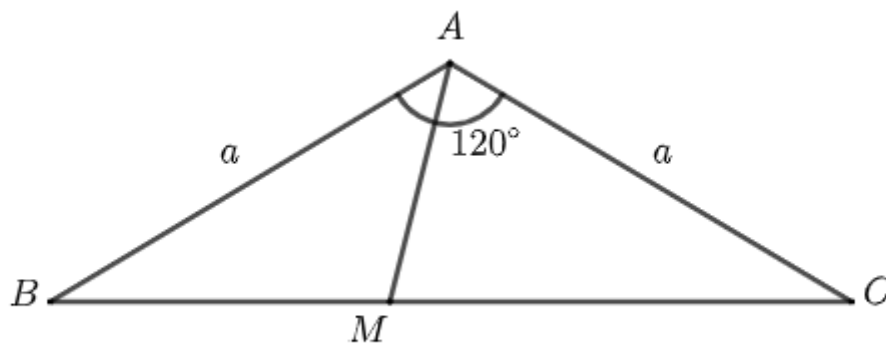
$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2 + (x_6 - \bar{x})^2 + (x_7 - \bar{x})^2 + (x_8 - \bar{x})^2}{8} \\ &= \frac{(-3)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + 2^2 + 4^2 + 5^2 + 0^2 + (-2)^2}{8} = \frac{78}{8} = 9,75. \end{aligned}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó là: $s = \sqrt{9,75} \approx 3,12(^{\circ}\text{C}).$

Câu 37: Cho tam giác cân ABC có $A = 120^{\circ}$ và $AB = AC = a$. Trên cạnh BC lấy điểm M

sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .

Lời giải



Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC , ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A \\ &= a^2 + a^2 - 2a.a.\cos 120^{\circ} = 3a^2. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } BC = a\sqrt{3} \text{ và } BM = \frac{2}{5}BC = \frac{2\sqrt{3}a}{5}.$$

Vì tam giác ABC cân và có $A = 120^{\circ}$ nên ta có: $B = C = 30^{\circ}$.

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABM , ta có:

$$\begin{aligned} AM^2 &= AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B \\ &= a^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}a}{5}\right)^2 - 2a.\frac{2\sqrt{3}a}{5}.\cos 30^{\circ} = \frac{7}{25}a^2. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } AM = \frac{\sqrt{7}}{5}a.$$

$$\text{Vậy } AM = \frac{\sqrt{7}}{5}a.$$

Câu 38: Mỗi phân xưởng cần sản xuất ra hai loại sản phẩm. Để sản xuất 1 kilogram sản phẩm loại I cần sử dụng máy trong 30 giờ và tiêu tốn 2 kilogram nguyên liệu. Để sản xuất 1 kilogram sản phẩm loại II cần sử dụng máy trong 15 giờ và tiêu tốn 4 kilogram nguyên liệu. Biết rằng 1 kilogram sản phẩm loại I thu lãi được 40000 đồng, 1 kilogram sản phẩm loại II thu lãi được 30000 đồng, có thể sử dụng máy tối đa 1200 giờ và có 200 kilogram nguyên liệu. Hỏi phân xưởng đó nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu kilogram để thu lãi cao nhất.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kilogram sản phẩm loại I, loại II phân xưởng nên sản xuất, ($x, y \geq 0$).

Theo giả thiết, ta có: $x, y \in \mathbb{N}, x \geq 0; y \geq 0$.

Khi đó, thời gian cần để sản xuất 2 loại sản phẩm là: $30x + 15y$.

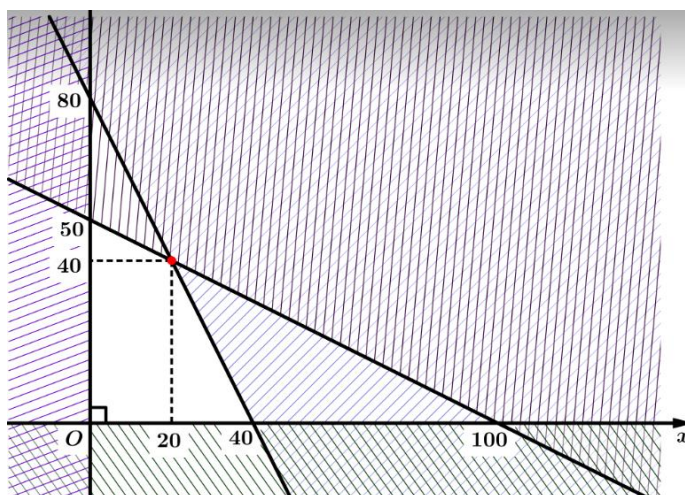
Thời gian sử dụng máy tối đa 1200 giờ nên: $30x + 15y \leq 1200$.

Nguyên liệu dùng sản xuất là $2x + 4y$.

Nguyên liệu phân xưởng có 200 kg nên: $2x + 4y \leq 200$.

Tiền lãi phân xưởng thu về là $L = 40000x + 30000y$ (đồng).

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 30x + 15y \leq 1200 \\ 2x + 4y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \leq 80 \\ x + 2y \leq 100 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$



Bài toán đưa về: Tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $L = 40000x + 30000y$ có giá trị lớn nhất.

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (I).

Kẻ đường thẳng $(d_1): 2x + y = 80$ cắt trục Ox tại điểm $C(40; 0)$.

$(d_2): x + 2y = 100$ cắt trục Oy tại điểm $A(0; 50)$

$$d_1 \cap d_2 = B(20; 40)$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền trong tứ giác $OABC$ bao gồm các cạnh tứ giác.

Ta có: $L_O = 0; L_A = 40000.0 + 30000.50 = 1.500.000$ (đồng).

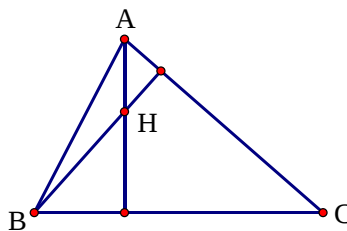
$L_B = 40000.20 + 30000.40 = 2.000.000$ (đồng).

$L_C = 40000.40 + 30000.0 = 1.600.000$ (đồng).

Vậy để thu lãi cao nhất thì phân xưởng cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(5;3)$, $B(2;-1)$, $C(-1;5)$. Tìm tọa độ điểm H là trực tâm tam giác ABC .

Lời giải



Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác ABC . Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} (*)$.

$$\overrightarrow{AH} = (x-5; y-3); \overrightarrow{BC} = (-3; 6); \overrightarrow{BH} = (x-2; y+1); \overrightarrow{AC} = (-6; 2).$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -3(x-5) + 6(y-3) = 0 \\ -6(x-2) + 2(y+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y = -1 \\ 3x-y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}. \text{ Vậy } H(3; 2).$$

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề đúng?

- A. $3+1>5$. B. Số 13 là số nguyên tố.
C. $3-4=1$. D. Số 12 là số lẻ.

Câu 2: Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề sau: $\forall x \in R: x^2 - x + 2 \geq 0$.

- A. $\forall x \in R: x^2 - x + 2 \leq 0$. B. $\exists x \in R: x^2 - x + 2 \leq 0$.
C. $\forall x \in R: x^2 - x + 2 < 0$. D. $\exists x \in R: x^2 - x + 2 < 0$.

Câu 3: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào **không phải** là tập hợp con của tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$?

- A. $A_1 = \{1; 6\}$. B. $A_2 = \{1; 3\}$. C. $A_3 = \{0; 4; 5\}$. D. $A_4 = \{0\}$.

Câu 4: Cho mỗi quan hệ bao hàm giữa các tập hợp sau, tìm khẳng định đúng.

- A. $N \subset Z \subset Q \subset R$ B. $Z \subset N \subset Q \subset R$ C. $N \subset Z \subset R \subset Q$ D. $N \subset N^* \subset Q \subset R$

Câu 5: Cho các tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$ và $B = \{2; 4\}$. Tìm tập hợp $A \setminus B$.

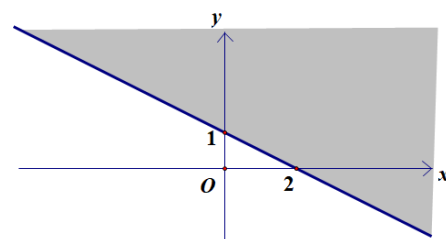
- A. $A \setminus B = \{1; 4\}$. B. $A \setminus B = \{1; 3\}$. C. $A \setminus B = \{2\}$. D. $A \setminus B = \{4\}$.

Câu 6: Trong các cặp số sau, cặp nào là nghiệm của bất phương trình $3x - y > 2$

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(-1; -1)$.

Câu 7: Nửa mặt phẳng không tô đậm ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?

- A. $x + 2y \leq 2$. B. $2x + y \geq 2$.
C. $2x + y \leq 2$. D. $x + 2y \geq 2$.



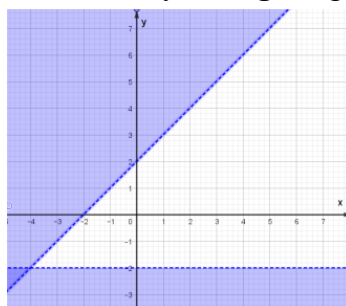
Câu 8: Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \leq 3 \\ 3x - 2y > -4 \end{cases}$

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-1; -1)$.

Câu 9: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} xy \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y^2 \geq 1 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y^2 < 5 \end{cases}$

Câu 10: Miền không được tô đậm (không tính bờ) ở hình dưới đây là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Điểm nào sau đây **không** là nghiệm của hệ đó?



- A. $(-4; -2)$ B. $(1; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(1; 2)$.

- Câu 11:** Cho góc α , với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $\cos \alpha < 0$. B. $\tan \alpha < 0$. C. $\cot \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0$.
- Câu 12:** Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \sin A$.
- Câu 13:** Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Gọi p là nửa chu vi, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp, r là bán kính đường tròn nội tiếp và S là diện tích tam giác. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $S = pr$. B. $S = \frac{abc}{2R}$.
C. $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. D. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.
- Câu 14:** Cho tam giác ABC có $BC = 5, AC = 7, \hat{C} = 60^\circ$. Tính cạnh AB .
- A. $AB = 109$. B. $AB = \sqrt{109}$. C. $AB = 39$. D. $AB = \sqrt{39}$.
- Câu 15:** Cho tam giác ABC có $BC = 3, \hat{A} = 60^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 3 . D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 16:** Cho tam giác ABC có $AB = 4 \text{ cm}, BC = 7 \text{ cm}, AC = 9 \text{ cm}$. Tính $\cos A$.
- A. $\cos A = -\frac{2}{3}$ B. $\cos A = \frac{1}{2}$ C. $\cos A = \frac{1}{3}$ D. $\cos A = \frac{2}{3}$
- Câu 17:** Cho tam giác ABC , gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\overline{MN}$ và $\overline{AB}$ cùng phương. B. $\overline{MN}$ và $\overline{AC}$ cùng phương.
C. $\overline{MN}$ và $\overline{BC}$ cùng phương. D. $\overline{MN}$ và $\overline{BN}$ cùng phương.
- Câu 18:** Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overline{AB} = \overline{DC}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. D. $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$.
- Câu 19:** Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overline{MA}, \vec{F}_2 = \overline{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M . Cho biết cường độ lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $50N$ và tam giác MAB vuông tại M . Tính cường độ hợp lực tác dụng lên vật đó?
- A. $100 N$. B. $100\sqrt{2} N$. C. $50\sqrt{2} N$. D. $50 N$.
- Câu 20:** Cho tam giác ABC có trọng tâm G, I là trung điểm của cạnh BC . Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M$.

- Câu 21:** Cho ΔABC . Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$. Trong các biểu thức sau biểu thức nào đúng?
- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- Câu 22:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(-1;3), B(3;-4), C(-5;-2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
- A. $G(-1;-1)$ B. $G\left(\frac{1}{3};-1\right)$ C. $G\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$ D. $G(1;-1)$
- Câu 23:** Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;1), B(3;2), C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình bình hành.
- A. $D(4;3)$. B. $D(3;4)$. C. $D(4;4)$. D. $D(8;6)$.
- Câu 24:** Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ đều khác vectơ $\vec{0}$. Trong các kết quả sau hãy chọn kết quả đúng:
- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 25:** Cho hình vuông ABCD cạnh $2a$. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:
- A. $8a^2$. B. $4a^2$. C. $2a^2$. D. a^2 .
- Câu 26:** Cho tam giác ABC vuông tại A và có $\angle ABC = 40^\circ$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$
- A. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 40^\circ$ B. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 130^\circ$ C. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 140^\circ$ D. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$
- Câu 27:** Chiều dài của một mảnh đất hình chữ nhật là $\bar{a} = 19,485m \pm 0,01m$. Tìm số qui tròn của số gần đúng 19,485.
- A. 19,5. B. 19,49. C. 19,4. D. 20.
- Câu 28:** Độ cao của một ngọn núi được ghi lại như sau $\bar{h} = 1372,5m \pm 0,2m$. Độ chính xác d của phép đo trên là
- A. $d = 0,1m$. B. $d = 1m$. C. $d = 0,2m$. D. $d = 2m$.
- Câu 29:** Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2022 là 79715675 người. Giả sử sai số tuyệt đối của số liệu thống kê này nhỏ hơn 10000 người. Hãy viết số quy tròn của số trên
- A. 79710000 người. B. 79716000 người. C. 79720000 người. D. 79700000 người.
- Câu 30:** Hãy tìm số trung bình của mẫu số liệu khi cho bảng tần số dưới đây:

Giá trị x_i	4	6	8	10	12
Tần số n_i	1	4	9	5	2

- A. 8,29 B. 9,28 C. 8,73 D. 8,37.
- Câu 31:** Tìm một của mẫu số liệu sau: 11; 17; 13; 14; 15; 14; 15; 16; 17; 17.
- A. 17. B. 13 C. 14 D. 15.
- Câu 32:** Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu sau: 11; 17; 13; 14; 15; 14; 15; 16; 17.
- A. 16,5. B. 16 C. 15,5 D. 15.

Câu 33: Điểm thi HK1 của một học sinh lớp 10 như sau:

9	9	7	8	9	7	10	8	8
---	---	---	---	---	---	----	---	---

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 34: Cho mẫu số liệu 10; 8; 6; 2; 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

- A. 8. B. 2,4. C. 2,8. D. 6.

Câu 35: Đo kích thước các quả đậu Hà Lan ta thu được kết quả:

Kích thước	111	112	113	114	115	116	117	118	119
Số quả	3	8	30	68	81	36	18	5	1

Tính phương sai của mẫu số liệu.

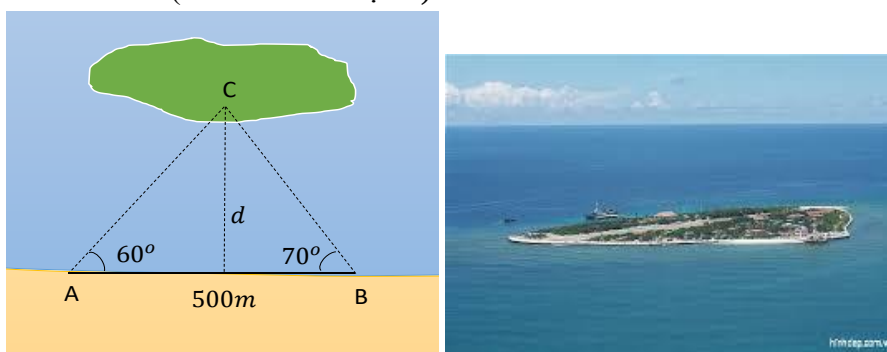
- A. 1,82. B. 1,71. C. 2,12. D. 1,07.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P là các điểm xác định bởi $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NC} + 3\overrightarrow{NA} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} = \vec{0}$. Chứng minh $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có cùng trọng tâm.

Câu 37: Trong một trận lụt ở Hội An, một khách sạn bị nước lụt tràn vào, cần di chuyển cùng một lúc 40 hành khách và 24 vali hành lý. Lúc này chỉ huy động được 8 chiếc ghe lớn và 8 chiếc ghe nhỏ. Một chiếc ghe lớn chỉ có thể chở 10 hành khách và 4 vali hành lý. Một chiếc ghe nhỏ chỉ có thể chở 5 hành khách và 4 vali hành lý. Giá một chuyến ghe lớn là 250 ngàn đồng và giá một chuyến ghe nhỏ là 130 ngàn đồng. Hỏi chủ khách sạn cần thuê bao nhiêu chiếc ghe mỗi loại để chi phí thấp nhất?

Câu 38: Hai người đứng trên bờ biển ở hai vị trí A, B cách nhau 500 m cùng nhìn thấy mép một hòn đảo ở vị trí C trên đảo với các góc so với bờ biển lần lượt là 60° và 70° . Tính khoảng cách d từ mép hòn đảo đến bờ biển (làm tròn đơn vị m).



Câu 39: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy ; cho tam giác ABC có $A(-1;1)$, $B(1;3)$ và trọng tâm là $G\left(-2; \frac{2}{3}\right)$. Tìm tọa độ đỉnh C còn lại của tam giác ABC và tọa độ điểm M trên tia Oy sao cho tam giác MBC vuông tại M .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề đúng?

A. $3+1>5$.

B. Số 13 là số nguyên tố.

C. $3-4=1$.

D. Số 12 là số lẻ.

Lời giải:

Chọn B

Số 13 là số nguyên tố là MĐ đúng

Câu 2: Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề sau: $\forall x \in R: x^2 - x + 2 \geq 0$.

A. $\forall x \in R: x^2 - x + 2 \leq 0$.

B. $\exists x \in R: x^2 - x + 2 \leq 0$.

C. $\forall x \in R: x^2 - x + 2 < 0$.

D. $\exists x \in R: x^2 - x + 2 < 0$.

Lời giải:

Chọn B

Câu 3: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào **không phải** là tập hợp con của tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$?

A. $A_1 = \{1; 6\}$.

B. $A_2 = \{1; 3\}$.

C. $A_3 = \{0; 4; 5\}$.

D. $A_4 = \{0\}$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 4: Cho mỗi quan hệ bao hàm giữa các tập hợp sau, tìm khẳng định đúng.

A. $N \subset Z \subset Q \subset R$

B. $Z \subset N \subset Q \subset R$

C. $N \subset Z \subset R \subset Q$

D. $N \subset N^* \subset Q \subset R$

Lời giải:

Chọn A

Câu 5: Cho các tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$ và $B = \{2; 4\}$. Tìm tập hợp $A \setminus B$.

A. $A \setminus B = \{1; 4\}$.

B. $A \setminus B = \{1; 3\}$.

C. $A \setminus B = \{2\}$.

D. $A \setminus B = \{4\}$.

Lời giải:

Chọn B

Câu 6: Trong các cặp số sau, cặp nào là nghiệm của bất phương trình $3x - y > 2$

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

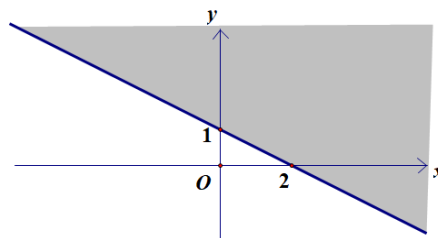
C. $(1; -1)$.

D. $(-1; -1)$.

Lời giải:

Chọn C

Câu 7: Nửa mặt phẳng không tô đậm ở hình dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



A. $x + 2y \leq 2$.

B. $2x + y \geq 2$.

C. $2x + y \leq 2$.

D. $x + 2y \geq 2$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 8: Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \leq 3 \\ 3x - 2y > -4 \end{cases}$

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-1; -1)$.

Lời giải:

Chọn C

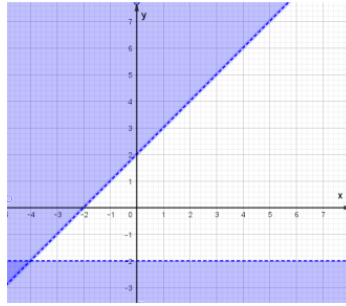
Câu 9: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} xy \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y^2 \geq 1 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y < 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x + 3y^2 < 5 \end{cases}$

Lời giải:

Chọn C

Câu 10: Miền không được tô đậm (không tính bờ) ở hình dưới đây là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Điểm nào sau đây **không** là nghiệm của hệ đó?



- A. $(-4; -2)$ B. $(1; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải:

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có hệ BPT: $\begin{cases} -x + y < 2 \\ y > -2 \end{cases}$

Câu 11: Cho góc α , với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\cos \alpha < 0$. B. $\tan \alpha < 0$. C. $\cot \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0$.

Lời giải:

Chọn D

Câu 12: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \sin A$.

Lời giải:

Chọn B

Câu 13: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi p là nửa chu vi, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp, r là bán kính đường tròn nội tiếp và S là diện tích tam giác. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $S = pr$. B. $S = \frac{abc}{2R}$.
C. $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. D. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Lời giải:

Chọn B

Câu 14: Cho tam giác ABC có $BC = 5$, $AC = 7$, $\hat{C} = 60^\circ$. Tính cạnh AB .

- A. $AB = 109$. B. $AB = \sqrt{109}$. C. $AB = 39$. D. $AB = \sqrt{39}$.

Lời giải:

Chọn D

Áp dụng định lý côsin trong tam giác ABC ta có

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C}$$

$$= \sqrt{5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{39}$$

Câu 15: Cho tam giác ABC có $BC = 3$, $\hat{A} = 60^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

Chọn A

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow \frac{3}{\sin 60^\circ} = 2R \Leftrightarrow R = \sqrt{3}$$

Câu 16: Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 9$ cm. Tính $\cos A$.

- A.** $\cos A = -\frac{2}{3}$ **B.** $\cos A = \frac{1}{2}$ **C.** $\cos A = \frac{1}{3}$ **D.** $\cos A = \frac{2}{3}$

Lời giải:

Chọn D

Ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2 \cdot 4 \cdot 9} = \frac{2}{3}$

Câu 17: Cho tam giác ABC, gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\overline{MN}$ và $\overline{AB}$ cùng phương. **B.** $\overline{MN}$ và $\overline{AC}$ cùng phương.
C. $\overline{MN}$ và $\overline{BC}$ cùng phương. **D.** $\overline{MN}$ và $\overline{BN}$ cùng phương.

Lời giải:

Chọn C

Câu 18: Cho hình bình hành ABCD có tâm O. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. **C.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải:

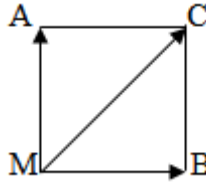
Chọn A

Câu 19: Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M. Cho biết cường độ lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 50N và tam giác MAB vuông tại M. Tính cường độ hợp lực tác dụng lên vật đó?

- A.** 100 N. **B.** $100\sqrt{2}$ N. **C.** $50\sqrt{2}$ N. **D.** 50 N.

Lời giải:

Chọn C



Tam giác MAB vuông tại $M \Rightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB}$.

Cường độ hợp lực tác dụng lên vật tại điểm M bằng $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC}| = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 50\sqrt{2}$.

Câu 20: Cho tam giác ABC có trọng tâm G , I là trung điểm của cạnh BC . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$. **B.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$. **D.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M$.

Lời giải:

Chọn A

Câu 21: Cho $\triangle ABC$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$. Trong các biểu thức sau biểu thức nào đúng?

- A.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải:

Chọn C

$$\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = -2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 22: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(-1; 3), B(3; -4), C(-5; -2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $G(-1; -1)$ **B.** $G\left(\frac{1}{3}; -1\right)$ **C.** $G\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ **D.** $G(1; -1)$

Lời giải:

Chọn A

G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{-1+3-5}{3} = -1 \\ y_G = \frac{3-4-2}{3} = -1 \end{cases}$$

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 1), B(3; 2), C(6; 5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $D(4; 3)$. **B.** $D(3; 4)$. **C.** $D(4; 4)$. **D.** $D(8; 6)$.

Lời giải:

Chọn D

Gọi $D(x; y)$. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 1) \\ \overrightarrow{DC} = (6 - x; 5 - y) \end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 6 - x \\ 1 = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow D(4; 4)$.

Câu 24: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vecto đều khác vecto $\vec{0}$. Trong các kết quả sau hãy chọn kết quả đúng:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải:

Chọn B

Câu 25: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

- A. $8a^2$. B. $4a^2$. C. $2a^2$. D. a^2 .

Lời giải:

Chọn B

Ta có: $AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (2a) \cdot (2\sqrt{2}a) \cdot \cos(45^\circ) = 4a^2$

Câu 26: Cho tam giác ABC vuông tại A và có $ABC = 40^\circ$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$

- A. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 40^\circ$ B. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 130^\circ$ C. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 140^\circ$ D. $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$

Lời giải:

Chọn B

Ta có: $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = ACB = 50^\circ$

Câu 27: Chiều dài của một mảnh đất hình chữ nhật là $\bar{a} = 19,485m \pm 0,01m$. Tìm số qui tròn của số gần đúng 19,485.

- A. 19,5. B. 19,49. C. 19,4. D. 20.

Lời giải:

Chọn B

Câu 28: Độ cao của một ngọn núi được ghi lại như sau $\bar{h} = 1372,5m \pm 0,2m$. Độ chính xác d của phép đo trên là

- A. $d = 0,1m$. B. $d = 1m$. C. $d = 0,2m$. D. $d = 2m$.

Lời giải:

Chọn C

Theo cách kí hiệu số đúng theo số gần đúng và độ chính xác.

Câu 29: Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2022 là 79715675 người. Giả sử sai số tuyệt đối của số liệu thống kê này nhỏ hơn 10000 người. Hãy viết số quy tròn của số trên

- A. 79710000 người. B. 79716000 người. C. 79720000 người. D. 79700000 người.

Lời giải:

Chọn D

Độ chính xác đến hàng chục nghìn nên ta quy tròn số gần đúng đến hàng trăm nghìn.

Câu 30: Hãy tìm số trung bình của mẫu số liệu khi cho bảng tần số dưới đây:

Giá trị x_i	4	6	8	10	12
Tần số n_i	1	4	9	5	2

A. 8,29

B. 9,28

C. 8,73

D. 8,37.

Lời giải:

Chọn A

Áp dụng công thức tính số trung bình của mẫu số liệu.

Câu 31: Tìm một của mẫu số liệu sau: 11; 17; 13; 14; 15; 14; 15; 16; 17; 17.

A. 17.

B. 13

C. 14

D. 15.

Lời giải:

Chọn A

Một là 17 vì giá trị này xuất nhiều nhất là 3.

Câu 32: Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu sau: 11; 17; 13; 14; 15; 14; 15; 16; 17.

A. 16,5.

B. 16

C. 15,5

D. 15.

Lời giải:

Chọn A

Sắp xếp mẫu theo thứ tự không giảm: 11,13,14,14,15,15,16,17,17. Kích thước mẫu là 9. Trung vị của mẫu là giá trị thứ 5 là 15. Khi đó tứ phân vị thứ ba là trung bình cộng của giá trị thứ 7 và thứ 8 bằng 16,5.

Câu 33: Điểm thi HK1 của một học sinh lớp 10 như sau:

9	9	7	8	9	7	10	8	8
---	---	---	---	---	---	----	---	---

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải:

Chọn C

Khoảng biến thiên là $R = 10 - 7 = 3$.

Câu 34: Cho mẫu số liệu 10; 8; 6; 2; 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

A. 8.

B. 2,4.

C. 2,8.

D. 6.

Lời giải:

Chọn C

Giá trị trung bình của dãy số liệu là $\bar{x} = \frac{10+8+6+4+2}{5} = 6$.

Độ lệch chuẩn của dãy số liệu là

$$s = \sqrt{\frac{(10-6)^2 + (8-6)^2 + (6-6)^2 + (4-6)^2 + (2-6)^2}{5}} \approx 2,8.$$

Câu 35: Đo kích thước các quả đậu Hà Lan ta thu được kết quả:

Kích thước	111	112	113	114	115	116	117	118	119
Số quả	3	8	30	68	81	36	18	5	1

Tính phương sai của mẫu số liệu.

A. 1,82.

B. 1,71.

C. 2,12.

D. 1,07.

Lời giải:

Chọn A

Số trung bình là $\bar{x} = 114,708$.

Phương sai của mẫu số liệu là $s^2 \approx 1,82$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P là các điểm xác định bởi $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NC} + 3\overrightarrow{NA} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} = \vec{0}$. Chứng minh $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có cùng trọng tâm.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của $\triangle MNP$. Khi đó: $\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{PG} = \vec{0}$.

Ta có: $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}) + 3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{GB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{GC}$.

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} \overrightarrow{NG} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{GC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{GA} \\ \overrightarrow{PG} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{GA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{GB} \end{cases}.$$

Khi đó: $\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{PG} = \frac{1}{5}(-2\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} - 2\overrightarrow{GC} - 3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

Vậy $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có cùng trọng tâm.

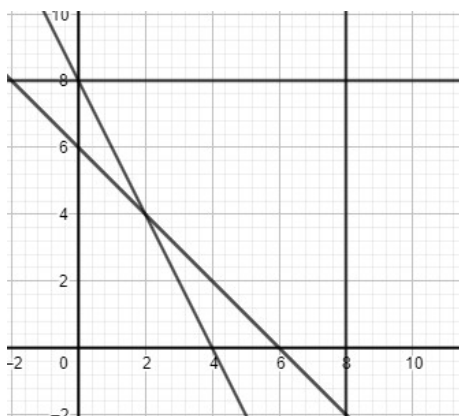
Câu 37: Trong một trận lụt ở Hội An, một khách sạn bị nước lụt tràn vào, cần di chuyển cùng một lúc 40 hành khách và 24 vali hành lý. Lúc này chỉ huy động được 8 chiếc ghe lớn và 8 chiếc ghe nhỏ. Một chiếc ghe lớn chỉ có thể chở 10 hành khách và 4 vali hành lý. Một chiếc ghe nhỏ chỉ có thể chở 5 hành khách và 4 vali hành lý. Giá một chuyến ghe lớn là 250 ngàn đồng và giá một chuyến ghe nhỏ là 130 ngàn đồng. Hỏi chủ khách sạn cần thuê bao nhiêu chiếc ghe mỗi loại để chi phí thấp nhất?

Lời giải:

Gọi x là số ghe lớn được chủ khách sạn thuê
và y là số ghe nhỏ được chủ khách sạn thuê.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 10x + 5y \geq 40 \\ 4x + 4y \geq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 2x + y \geq 8 \\ x + y \geq 6 \end{cases} \text{ và chi phí } F(x; y) = 250x + 130y$$

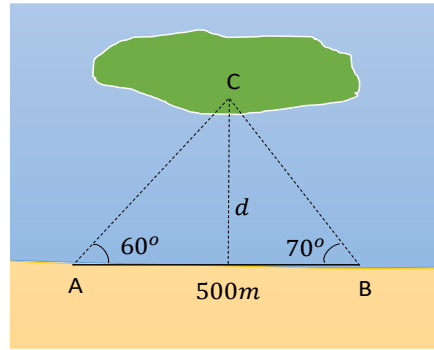
Vẽ được miền nghiệm của hệ bất phương trình là đa giác $ABCDE$, với $A(6; 0), B = (a) \cap (b) \Rightarrow B(2; 4), C(0; 8), D(8; 8), E(8; 0)$



Tính $F(6; 0) = 1500, F(2; 4) = 1020, F(0; 8) = 1040, F(8; 8) = 3040, F(8; 0) = 2000$.

Vậy, chi phí thấp khi thuê 2 ghe lớn và 4 ghe nhỏ

Câu 38: Hai người đứng trên bờ biển ở hai vị trí A, B cách nhau 500 m cùng nhìn thấy mép một hòn đảo ở vị trí C trên đảo với các góc so với bờ biển lần lượt là 60° và 70° . Tính khoảng cách d từ mép hòn đảo đến bờ biển (làm tròn đơn vị m).



Lời giải:

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 50^\circ$$

$$\text{Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC: } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$(\text{hoặc } \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C})$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{500 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 50^\circ} \approx 565$$

Câu 39: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy; cho tam giác ABC có $A(-1;1)$, $B(1;3)$ và trọng tâm là $G\left(-2; \frac{2}{3}\right)$. Tìm tọa độ đỉnh C còn lại của tam giác ABC và tọa độ điểm M trên tia Oy sao cho tam giác MBC vuông tại M.

Lời giải:

$$\Delta ABC: A(-1;1), B(1;3) \text{ và trọng tâm } G\left(-2; \frac{2}{3}\right)$$

Ta có

$$C(x; y): \begin{cases} x = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases} \quad C(-6; -2)$$

M thuộc tia Oy $\Rightarrow M(0; m)$, với $m > 0$. Thế thì:

$$\overrightarrow{BM}(-1; m-3)$$

$$\overrightarrow{CM}(6; m+2)$$

$$+\Delta MBC \text{ vuông tại } M \Leftrightarrow BM \perp CM \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \Leftrightarrow -1 \cdot 6 + (m-3)(m+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -3 \end{cases}. \text{ Vì } m > 0 \text{ nên chọn } m = 4$$

Vậy $M(0; 4)$.