

PHAN NHẬT LINH

10 ĐỀ THI HỌC KỲ I

KHỐI 11 - CÁNH DIỀU

File word cho giáo viên liên hệ Zalo: 0817.098.716



BỘ ĐỀ THI HỌC KỲ I KHỐI 10, 11, 12 NĂM HỌC 2023 - 2024

ĐỀ SỐ

01

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Câu 2: Trên đường tròn lượng giác cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ sao cho góc lượng giác $(OA, OM) = \alpha$. Giá trị $\sin \alpha$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 3: Để thấy D là phương án đúng. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $[0; 2]$. C. $\mathbb{R}$. D. $[-2; 2]$.

Câu 5: Phương trình $\sin 2x = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Phương trình $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x + 5 = m^2$ có nghiệm?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 8: Trong các dãy số cho bởi công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân?

- A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}$.



- Câu 9:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng:
A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.
- Câu 10:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = -16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 3. B. 2. C. -8. D. -2.
- Câu 11:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$, công bội $q = \frac{1}{3}$. Khi đó $\frac{5}{59049}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?
A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.
- Câu 12:** Hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+3}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?
A. $(2;4)$. B. $(0;2)$. C. $(-1;1)$ D. $\left(\frac{1}{2};3\right)$.
- Câu 13:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?
A. 36. B. 35. C. 15. D. 20.
- Câu 14:** Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5;10;15;20;25;... Số hạng tổng quát của dãy số này là:
A. $u_n = 5(n-1)$. B. $u_n = 5n$. C. $u_n = 5 + n$. D. $u_n = 5n + 1$.
- Câu 15:** Nếu $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} [2023 - 4f(x)]$ bằng
A. 2013. B. 2003. C. 1993. D. 2015.
- Câu 16:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?
A. $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$. B. $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim \left(\frac{4}{3}\right)^n$. D. $\lim (2)^n$.
- Câu 17:** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{2n-1}$ bằng
A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. -2. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 18:** Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$.
A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.
- Câu 19:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên cm . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a;b]$ là?
A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.



Câu 20: Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$. D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$.

Câu 21: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $m = 3$. B. $m = 0$. C. $m = 4$. D. $m = 1$.

Câu 22: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 23: Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
B. Hàm số gián đoạn tại điểm $x = 1$.
C. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.
D. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

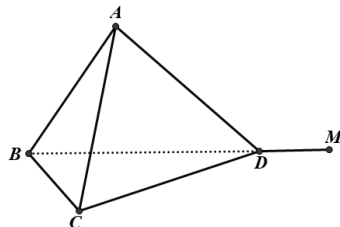
Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x-4}{x-1} & \forall x \neq 1 \\ m-2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $m = 4$. B. $m = 7$. C. $m = 8$. D. $m = 2$.

Câu 25: Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu hai mặt phẳng song song thì chúng không có điểm chung.
B. Nếu hai mặt phẳng không song song thì chúng cắt nhau.
C. Nếu hai mặt phẳng không song song thì chúng có vô số điểm chung.
D. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc đường thẳng BD . Khẳng định nào sau đây đúng?



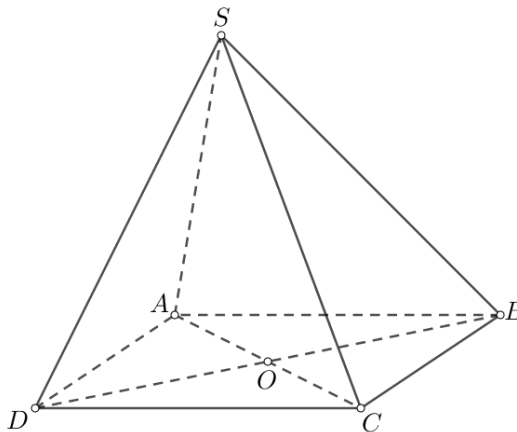
- A. Điểm M thuộc mặt phẳng (BCD) . B. Điểm M không thuộc mặt phẳng (BCD) .
C. Điểm M không thuộc mặt phẳng (ABD) . D. Điểm M thuộc mặt phẳng (ACD) .

Câu 27: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là đúng?

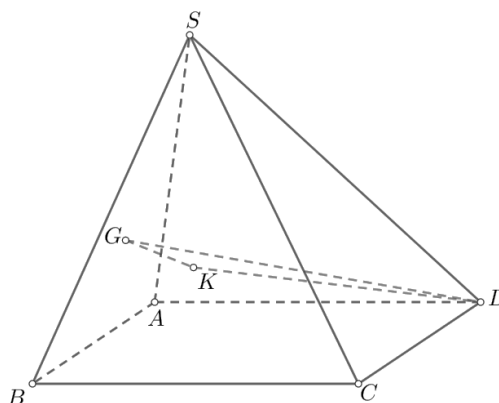
- A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
B. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng.
D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.



- Câu 28:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không** song song với IJ ?
- A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .
- Câu 29:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SCD)$. D. $MN \parallel (SBC)$.
- Câu 30:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SB . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?
- A. $IJ \parallel (SAB)$. B. $AB \parallel (CIJ)$. C. $IJ \parallel (SCD)$. D. $IJ \parallel (ABCD)$.
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và BC . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?
- A. (SAD) . B. (SCD) . C. (SAB) . D. (SAC) .
- Câu 32:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (BCD) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?
- A. CD . B. BC C. BD . D. AB
- Câu 33:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O (tham khảo hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

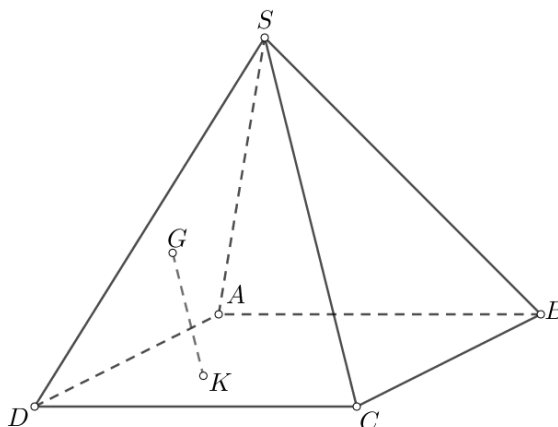


- A. Đường thẳng qua S và song song với AD . B. Đường thẳng qua S và song song với AB .
C. Đường thẳng qua S và song song với AB . D. Đường thẳng SO .
- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB$ và $\triangle SBC$ (tham khảo hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng (DGK) và $(ABCD)$ là



- A. Đường thẳng qua D và song song với BC .
- B. Đường thẳng qua D và song song với AC .
- C. Đường thẳng qua D và song song với BC .
- D. Đường thẳng DH với H là giao điểm của AC và GK .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAD$ và $\triangle ACD$ (tham khảo hình vẽ). Đường thẳng GK song song với đường thẳng nào sau đây?



- A. Đường thẳng SB .
- B. Đường thẳng SC .
- C. Đường thẳng SA .
- D. Đường thẳng SO , với O là giao điểm của AC và BD .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3}(\sin x - \sin 2x) = \cos x - \cos 2x$

Câu 2: (1,0 điểm) Trong năm đầu tiên đi làm, anh An được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh An lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh An đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh An mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh An được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 7x + 6}{|x - 2|} & \text{khi } x < 2 \\ a + \frac{1 - x}{2 + x} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x_0 = 2$. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $-x^2 + ax + \frac{7}{4} > 0$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N là hai điểm bất kì trên SB, CD . Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SC . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .

-----**HẾT**-----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.A	5.B	6.A	7.B	8.B	9.D	10.D
11.C	12.C	13.A	14.B	15.B	16.A	17.D	18.A	19.C	20.D
21.B	22.B	23.A	24.B	25.B	26.A	27.D	28.C	29.A	30.A
31.B	32.C	33.A	34.B	35.B					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 2: Trên đường tròn lượng giác cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ sao cho góc lượng giác $(OA, OM) = \alpha$. Giá trị $\sin \alpha$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Theo định nghĩa, tung độ điểm M là $\sin \alpha$ nên ta có $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3: Dễ thấy D là phương án đúng. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. Vậy tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $[0; 2]$. C. $\mathbb{R}$. D. $[-2; 2]$.

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$.

Câu 5: Phương trình $\sin 2x = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải



Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Phương trình $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Ta có $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x + 5 = m^2$ có nghiệm?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Ta có $\sin x + 5 = m^2 \Leftrightarrow \sin x = m^2 - 5$.

Vì $\sin x \in [-1; 1]$ nên phương trình đã cho có nghiệm

$$\Leftrightarrow -1 \leq m^2 - 5 \leq 1 \Leftrightarrow 4 \leq m^2 \leq 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m \leq \sqrt{6} \\ -\sqrt{6} \leq m \leq -2 \end{cases}$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; 2\}$.

Câu 8: Trong các dãy số cho bởi công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}$.

Lời giải

Do $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -2$ (không đổi) nên dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}$ là một cấp số nhân.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng:

A. 6.

B. 9.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Áp dụng tính chất của cấp số cộng ta có: $u_1 + u_3 = 2u_2 \Rightarrow u_3 = 2u_2 - u_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = -16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3.

B. 2.

C. -8.

D. -2.

**Lời giải**

Gọi công bội của cấp số nhân đã cho là q .

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow -16 = 2 \cdot q^3 \Rightarrow q = -2$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$, công bội $q = \frac{1}{3}$. Khi đó $\frac{5}{59049}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow \frac{5}{59049} = 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow n = 11$

Vậy số $\frac{5}{59049}$ là số hạng thứ 11 của cấp số nhân.

Câu 12: Hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+3}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;4)$.B. $(0;2)$.C. $(-1;1)$ D. $\left(\frac{1}{2};3\right)$.**Lời giải**

Hàm số là hàm phân thức hữu tỉ, có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1;3\}$ nên liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$, $(1;3)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. 36.

B. 35.

C. 15.

D. 20.

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 100 = -5 + (n-1) \cdot 3 \Leftrightarrow 100 = 3n - 8 \Leftrightarrow n = 36$.

Câu 14: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5;10;15;20;25;... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 5(n-1)$.B. $u_n = 5n$.C. $u_n = 5 + n$.D. $u_n = 5 \cdot n + 1$.**Lời giải**

Thử các đáp án: $u_n = 5n$.

Câu 15: Nếu $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} [2023 - 4f(x)]$ bằng

A. 2013.

B. 2003.

C. 1993.

D. 2015.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} [2023 - 4f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} 2023 - 4 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2023 - 4 \cdot 5 = 2003$.

Câu 16: Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$.B. $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$.C. $\lim \left(\frac{4}{3}\right)^n$.D. $\lim (2)^n$.**Lời giải**



Ta có $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$; $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

Câu 17: Giá trị của $\lim \frac{3n+2}{2n-1}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. -2 . D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{3n+2}{2n-1} = \lim \frac{3+2 \cdot \frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}} = \frac{\lim \left(3+2 \cdot \frac{1}{n}\right)}{\lim \left(2-\frac{1}{n}\right)} = \frac{\lim 3 + 2 \lim \frac{1}{n}}{\lim 2 - \lim \frac{1}{n}} = \frac{3+2 \cdot 0}{2-0} = \frac{3}{2}$$

Câu 18: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0 .

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(x^2 + 2x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{3}.$$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là?

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \text{ và } \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

Câu 20: Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$. D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$.

Lời giải

Nhận xét: Mẫu số của các hàm số có dạng $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^2 = 0$ và $(x-1)^2 > 0, \forall x \neq 1$.

Do đó để giới hạn bằng $+\infty$ thì giới hạn của tử phải dương.

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2} = +\infty.$$

Câu 21: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $m = 3$. B. $m = 0$. C. $m = 4$. D. $m = 1$.

Lời giải



Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2.$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ cần $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2 = m + 2 \Leftrightarrow m = 0.$

Câu 22: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

A. $y = (x+1)(x^2 + 2).$ B. $y = \frac{2x-1}{x+1}.$ C. $y = \frac{x}{x-1}.$ D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}.$

Lời giải

Ta có $y = \frac{2x-1}{x+1}$ không xác định tại $x_0 = -1$ nên gián đoạn tại $x_0 = -1.$

Câu 23: Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = 1.$
 B. Hàm số gián đoạn tại điểm $x = 1.$
 C. Hàm số không liên tục tại $x = 1.$
 D. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}.$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}.$ Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-1} = 1 = f(1).$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 1.$

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x-1} & \forall x \neq 1 \\ m-2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho liên tục trên

$\mathbb{R}?$

- A. $m = 4.$ B. $m = 7.$ C. $m = 8.$ D. $m = 2.$

Lời giải

Với $x \neq 1$ thì hàm số $f(x)$ là hàm số phân thức hữu tỉ nên liên tục với $\forall x \neq 1.$

Với $x = 1$

Ta có: $f(1) = m - 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+4) = 5.$

Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $f(x)$ liên tục tại $x = 1$

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m - 2 = 5 \Leftrightarrow m = 7.$

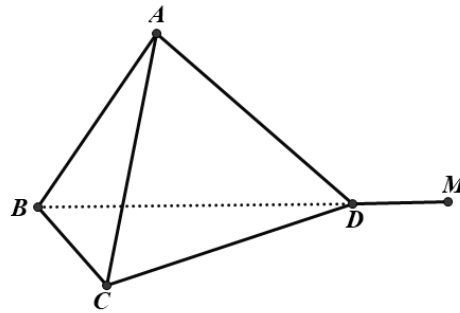
Câu 25: Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu hai mặt phẳng song song thì chúng không có điểm chung.
 B. Nếu hai mặt phẳng không song song thì chúng cắt nhau.
 C. Nếu hai mặt phẳng không song song thì chúng có vô số điểm chung.
 D. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung.

Lời giải

Nếu hai mặt phẳng không song song thì chúng cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc đường thẳng BD . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Điểm M thuộc mặt phẳng (BCD) . B. Điểm M không thuộc mặt phẳng (BCD) .
 C. Điểm M không thuộc mặt phẳng (ABD) . D. Điểm M thuộc mặt phẳng (ACD) .

Lời giải

Ta có: Điểm M thuộc đường thẳng BD nên M thuộc mặt phẳng (BCD) .

Câu 27: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
 B. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không có điểm chung.
 C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng.
 D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Lời giải

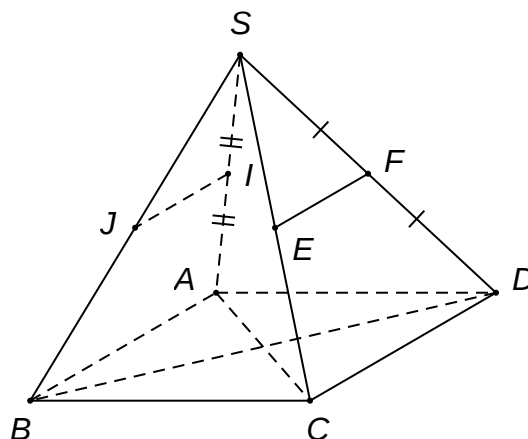
Câu A sai vì hai đường thẳng cắt nhau thì chúng có một điểm chung còn hai đường thẳng trùng nhau thì chúng có vô số điểm chung.

Câu C sai vì hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

Câu B sai và câu D đúng vì hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không** song song với IJ ?

- A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .

Lời giải

Ta có $IJ \parallel AB$ (tính chất đường trung bình trong tam giác SAB)

$EF \parallel CD$ (tính chất đường trung bình trong tam giác SCD).

Mà $CD \parallel AB$ (đáy là hình bình hành) $\rightarrow CD, AB, EF$ đều song song với IJ .

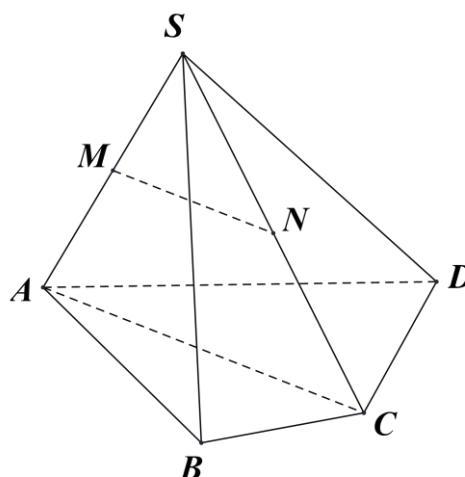
Vậy đường thẳng không song song với IJ chính là AD .



Câu 29: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel mp(ABCD)$. B. $MN \parallel mp(SAB)$. C. $MN \parallel mp(SCD)$. D. $MN \parallel mp(SBC)$.

Lời giải



Do M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC nên MN là đường trung bình của tam giác SAC suy ra $MN \parallel AC$ mà $AC \subset (SAC) \Rightarrow MN \parallel mp(ABCD)$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SB . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $IJ \parallel (SAB)$. B. $AB \parallel (CIJ)$. C. $IJ \parallel (SCD)$. D. $IJ \parallel (ABCD)$.

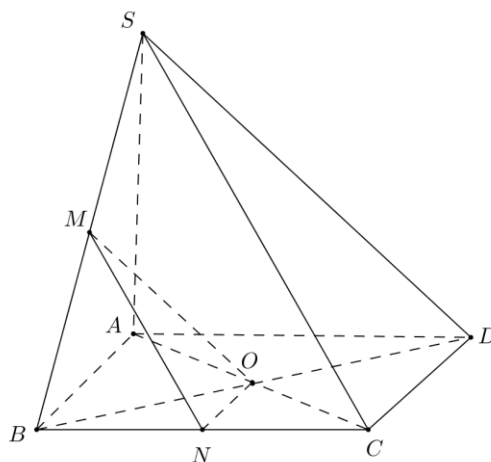
Lời giải

Dễ thấy $IJ \subset (SAB)$ do đó đáp án A sai.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và BC . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (SAD) . B. (SCD) . C. (SAB) . D. (SAC) .

Lời giải



Xét $\triangle SBD$ có MO là đường trung bình $\Rightarrow MO \parallel SD$.

Xét $\triangle SBC$ có MN là đường trung bình $\Rightarrow MN \parallel SC$.

Xét (MNO) và (SCD) có: $\begin{cases} MO // SD \\ MN // SC \end{cases}$

MO cắt MN và nằm trong (MNO) .

SD cắt SC và nằm trong (SCD) .

$$\Rightarrow (MNO) // (SCD).$$

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (BCD) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

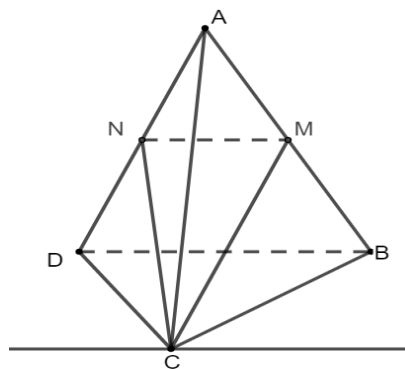
A. CD .

B. BC

C. BD .

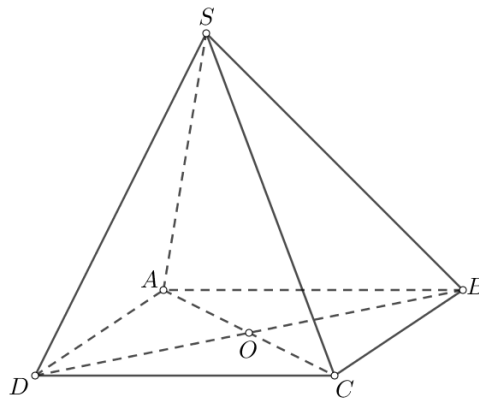
D. AB

Lời giải



Hai mặt phẳng (CMN) và (BCD) có điểm chung là điểm C và lần lượt chứa hai đường thẳng song song MN và BD nên giao tuyến của chúng là đường thẳng đi qua C và song song với BD

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O (tham khảo hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

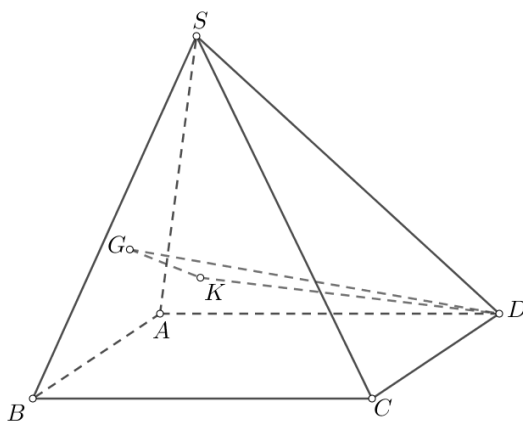


A. Đường thẳng qua S và song song với AD . **B.** Đường thẳng qua S và song song với AB .
C. Đường thẳng qua S và song song với AB . **D.** Đường thẳng SO .

Lời giải

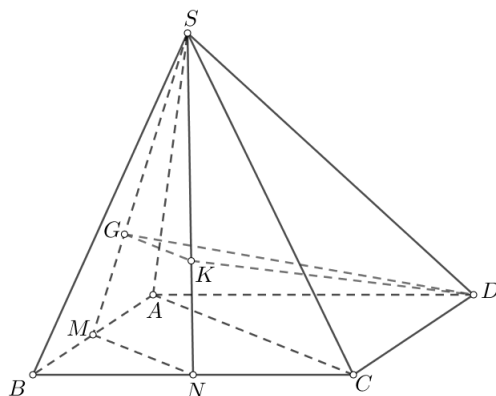
Ta có: $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD // BC \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = S_x // AD // BC.$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC (tham khảo hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng (DGK) và $(ABCD)$ là



- A. Đường thẳng qua D và song song với BC .
 B. Đường thẳng qua D và song song với AC .
 C. Đường thẳng qua D và song song với BC .
 D. Đường thẳng DH với H là giao điểm của AC và GK .

Lời giải

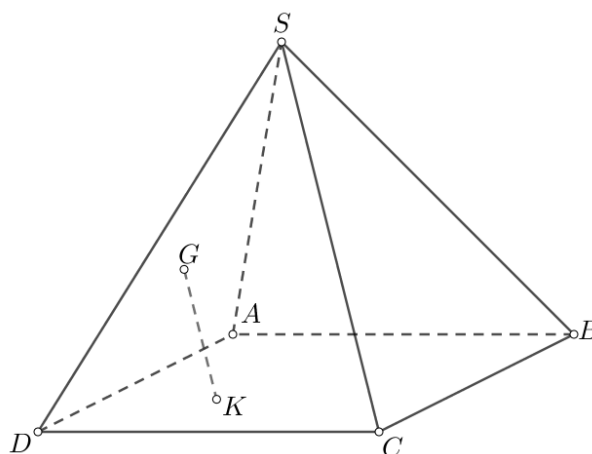


Gọi M, N là trung điểm của AB, BC . Ta có $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN \parallel AC$.

$$\frac{SG}{SM} = \frac{SK}{SN} = \frac{2}{3} \Rightarrow GK \parallel MN \Rightarrow GK \parallel AC .$$

$$\begin{cases} D \in (DGK) \cap (ABCD) \\ GK \parallel AC \\ GK \subset (DGK), AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (DGK) \cap (ABCD) = Dx \parallel AC \parallel GK .$$

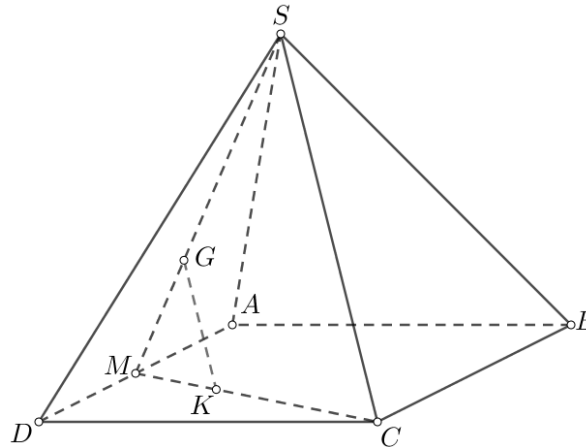
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAD$ và $\triangle ACD$ (tham khảo hình vẽ). Đường thẳng GK song song với đường thẳng nào sau đây?





- A. Đường thẳng SB .
 B. Đường thẳng SC .
 C. Đường thẳng SA .
 D. Đường thẳng SO , với O là giao điểm của AC và BD .

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AD . Ta có $\frac{MG}{MS} = \frac{MK}{MC} \left(= \frac{1}{3} \right) \Rightarrow GK \parallel SC$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3}(\sin x - \sin 2x) = \cos x - \cos 2x$

Lời giải

Ta có $\sqrt{3}(\sin x - \sin 2x) = \cos x - \cos 2x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = 2x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = \pi - 2x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là: $\begin{cases} x = -k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Câu 2: (1,0 điểm) Trong năm đầu tiên đi làm, anh An được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh An lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh An đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh An mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh An được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

Lời giải

Số tiền anh An cần tiết kiệm là $500 - 500 \cdot 0,32 = 340$ (triệu).

Gọi số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là $u_1 = 10$ (triệu).

Thì số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là



$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12 \text{ (triệu)}.$$

Số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2 \text{ (triệu)}.$$

...

Số tiền mà anh An nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ n là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1} \text{ (triệu)}.$$

Vậy số tiền mà anh An tiết kiệm được sau n năm là

$$12 \cdot (u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) = 12 \cdot (u_n - u_1) = 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1].$$

$$\text{Theo bài ta ta có: } 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1] = 340 \Leftrightarrow 12 \cdot u_1 \cdot [(1,12)^{n-1} - 1] = 340$$

$$\Leftrightarrow (1,12)^{n-1} = \frac{23}{6} \Leftrightarrow n \approx 12,86 \Rightarrow n = 13.$$

Vậy sau ít nhất 13 năm thì anh An sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 7x + 6}{|x - 2|} & \text{khi } x < 2 \\ a + \frac{1 - x}{2 + x} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x_0 = 2$. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $-x^2 + ax + \frac{7}{4} > 0$.

Lời giải

Ta có $f(x)$ xác định tại $x_0 = 2$ và $f(2) = a - \frac{1}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(a + \frac{1 - x}{2 + x} \right) = a - \frac{1}{4}.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 - 7x + 6}{|x - 2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(2x - 3)}{|x - 2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(2x - 3)}{x - 2} \\ &= -\lim_{x \rightarrow 2^-} (2x - 3) = -1. \end{aligned}$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x_0 = 2 \text{ thì } f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow a - \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}.$$

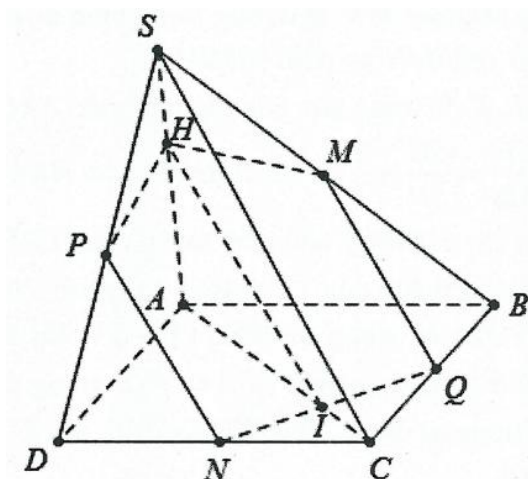
$$\text{Với } a = -\frac{3}{4}, \text{ xét bất phương trình } -x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{7}{4} > 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{4} < x < 1$$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-1; 0\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N là hai điểm bất kì trên SB, CD . Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SC . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .

Lời giải



Trong mặt phẳng (SBC) thì từ điểm M kẻ đường thẳng song song với SC cắt BC tại Q .

Trong mặt phẳng (SCD) thì từ điểm N kẻ đường thẳng song song với SC cắt SD tại P .

Gọi $I = AC \cap NQ$.

Trong (SAC) thì từ điểm I kẻ đường thẳng song song với SC cắt SA tại H .

Khi đó $(P) \cap (SAC) = IH$.

Khi đó giao tuyến của (P) với (SBC) , $(ABCD)$, (SCD) , (SAD) và (SAB) lần lượt là MQ , QN , NP , PH và HM .

Vậy thiết diện của mặt phẳng (P) với khối chóp là ngũ giác $MQNPH$.

-----HẾT-----

ĐỀ SỐ

02

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tập giá trị của hàm số $y = 2\sin 3x + 3$ là

- A. $[1;5]$. B. $[-1;1]$. C. $(1;5)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. Khi đó $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 3: Tích $\sin a \cdot \cos b$ bằng

- A. $\frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$. B. $\frac{1}{2}[\sin(a-b) - \sin(a+b)]$.
C. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$. D. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \cos 2x$ là

- A. $[-1;1]$. B. $(-1;1)$. C. $\mathbb{R}$. D. $[-2;2]$.

Câu 5: Chu kỳ của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). C. 2π . D. π .

Câu 6: Tập nghiệm của phương trình $\tan x = -1$ là:

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 7: Phương trình $\cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm khi:

- A. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $m > 1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $0 \leq m \leq 2$.

Câu 8: Cho dãy số $u_n = \frac{3n}{n^2 + 2}$ với $n \geq 1$. Số $\frac{7}{33}$ là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy số?

- A. 12. B. 13. C. 14. D. 15.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $u_1 = -1$ và $u_{n+1} = u_n - 2$ với $n \geq 1$. Số hạng u_2 bằng.

- A. -3. B. -1. C. 3. D. 1.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = n^2 + 5$. Có bao nhiêu số hạng của dãy số có giá trị nằm trong khoảng $(100; 1000)$?



A. 21.

B. 22.

C. 20.

D. 23.

Câu 11: Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng thỏa mãn $\begin{cases} u_5 = 19 \\ u_9 = 35 \end{cases}$.

A. $u_1 = 3, d = 4$.B. $u_1 = -3, d = 4$.C. $u_1 = 3, d = -4$.D. $u_1 = -3, d = -4$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ 10 của cấp số đó là:

A. 32.

B. 23.

C. 29.

D. 30.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = \frac{-1}{3}$ và $u_1 + u_2 + u_3 = 5$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = 2n - 7$.B. $u_n = 2n - \frac{7}{3}$.C. $u_n = \frac{4}{3}n - \frac{5}{3}$.D. $u_n = \frac{7}{3} - 2n$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân đó là

A. 14.

B. 162.

C. 17.

D. 486.

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

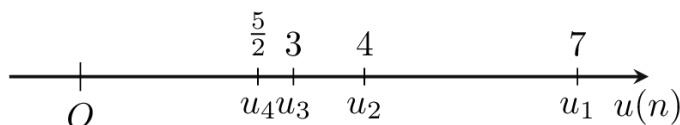
A. Số hạng thứ 105.

B. Không là số hạng của cấp số đã cho.

C. Số hạng thứ 104.

D. Số hạng thứ 103.

Câu 16: Dãy số có công thức số hạng tổng quát nào dưới đây có biểu diễn hình học như hình vẽ?

A. $u_n = 6 + \frac{1}{n}$.B. $u_n = 6 - \frac{1}{n}$.C. $u_n = 1 - \frac{6}{n}$.D. $u_n = 1 + \frac{6}{n}$.

Câu 17: Cho dãy số $(a_n): a_n = \frac{1-2n^2}{n^2}$. Tìm giới hạn $\lim a_n$.

A. 0.

B. -2.

C. 1.

D. $-\infty$.

Câu 18: Giá trị của giới hạn $\lim(-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1.

B. $-\infty$.C. $+\infty$.

D. 2023.

Câu 19: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{1-2n^2}{n^2+3}$ là

A. -2.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Câu 20: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 2x - 1)$ là

A. 3.

B. 4.

C. -1.

D. $+\infty$.

Câu 21: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$ là

A. 37.

B. 38.

C. 39.

D. 40.



Câu 22: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.

Câu 23: Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 24: Hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ liên tục trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(1; +\infty)$ C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin x - 2\cos x}{x}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (ABC) . B. (BCD) . C. (ABD) . D. (ACD) .

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AD, G là trọng tâm tam giác ACD . BG là giao tuyến của hai mặt phẳng nào?

- A. (ABM) và (BCN) . B. (ABM) và (BDM) .
C. (BCN) và (ABC) . D. (BMN) và (ABD) .

Câu 28: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
C. Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng thì trùng nhau.
D. Hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Chọn khẳng định đúng.

- A. IJ cắt AB . B. IJ song song với AB .
C. IJ chéo nhau với CD . D. IJ song song với CD .

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK)

- A. (ABC) . B. $(BB'C')$. C. $(AA'C)$. D. $(A'BC')$.

Câu 31: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

D. Hai mặt phẳng cùng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. Mặt phẳng ($ABCD$).

B. Mặt phẳng (SAB).

C. Mặt phẳng (SCD).

D. Mặt phẳng (SBC).

Câu 33: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

B. Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

C. Phép chiếu song song biến tia thành tia.

D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là

A. Trung điểm BC .

B. Trung điểm AB .

C. Điểm A .

D. Điểm B .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AM = 3.MC$. Mặt phẳng (α) đi qua M , (α) song song với BD, SC . Giao điểm của (α) và các cạnh của hình chóp tạo thành đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 3.

B. 4 .

C. 5.

D. 6 .

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: (1,0 điểm) Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế. Các dãy sau, mỗi dãy nhiều hơn dãy ngay trước nó 4 ghế. Hỏi sân vận động có tất cả bao nhiêu ghế?

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã

cho liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA$, ($x > 0$). Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

-----HẾT-----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.A	5.D	6.B	7.D	8.C	9.A	10.B
11.A	12.C	13.B	14.B	15.C	16.D	17.B	18.B	19.A	20.B
21.A	22.C	23.C	24.D	25.B	26.B	27.A	28.A	29.D	30.B
31.B	32.A	33.D	34.B	35.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tập giá trị của hàm số $y = 2\sin 3x + 3$ là

- A. $[1;5]$. B. $[-1;1]$. C. $(1;5)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \sin 3x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\sin 3x \leq 2 \Leftrightarrow -2 + 3 \leq 2\sin 3x + 3 \leq 2 + 3$

$\Leftrightarrow 1 \leq 2\sin 3x + 3 \leq 5$. Vậy tập giá trị của hàm số $y = 2\sin 3x + 3$ là $[1;5]$.

Câu 2: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. Khi đó $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ mà $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0$

Suy ra $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 3: Tích $\sin a \cos b$ bằng

- A. $\frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$. B. $\frac{1}{2}[\sin(a-b) - \sin(a+b)]$.
C. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$. D. $\frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.

Lời giải

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \cos 2x$ là

- A. $[-1;1]$. B. $(-1;1)$. C. $\mathbb{R}$. D. $[-2;2]$.

Lời giải

Vì $-1 \leq \cos 2x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập giá trị của hàm số $y = \cos 2x$ là $[-1;1]$.

Câu 5: Chu kỳ của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). C. 2π . D. π .

Lời giải

Chu kỳ của hàm số $y = \tan x$ là π .

Câu 6: Tập nghiệm của phương trình $\tan x = -1$ là



A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giảiTa có $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$ Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$ **Câu 7:** Phương trình $\cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm khi:

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}.$

B. $m > 1.$

C. $-1 \leq m \leq 1.$

D. $0 \leq m \leq 2.$

Lời giảiTa có: $\cos x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1 - m.$ Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq 1 - m \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2.$ **Câu 8:** Cho dãy số $u_n = \frac{3n}{n^2 + 2}$ với $n \geq 1$. Số $\frac{7}{33}$ là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy số?

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Lời giải

Ta có $\frac{7}{33} = \frac{3n}{n^2 + 2} \Leftrightarrow 7n^2 + 14 = 99n \Leftrightarrow 7n^2 - 99n + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 14(tm) \\ n = \frac{1}{7} \end{cases}.$

Số $\frac{7}{33}$ là số hạng thứ 14 trong dãy số.**Câu 9:** Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $u_1 = -1$ và $u_{n+1} = u_n - 2$ với $n \geq 1$. Số hạng u_2 bằng.

A. -3.

B. -1.

C. 3.

D. 1.

Lời giảiVì $u_{n+1} = u_n - 2$ nên $u_2 = u_1 - 2 = -1 - 2 = -3.$ **Câu 10:** Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = n^2 + 5$. Có bao nhiêu số hạng của dãy số có giá trị nằm trong khoảng $(100; 1000)$?

A. 21.

B. 22.

C. 20.

D. 23.

Lời giải

Ta có $100 < u_n < 1000 \Leftrightarrow 100 < n^2 + 5 < 1000 \Leftrightarrow 95 < n^2 < 995 \Leftrightarrow \sqrt{95} < n < \sqrt{995}.$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n \in \{10; 11; 12; \dots; 31\}$. Vậy có 22 số hạng.**Câu 11:** Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng thỏa mãn $\begin{cases} u_5 = 19 \\ u_9 = 35 \end{cases}.$

A. $u_1 = 3, d = 4.$

B. $u_1 = -3, d = 4.$

C. $u_1 = 3, d = -4.$

D. $u_1 = -3, d = -4.$

Lời giải

Cấp số cộng có số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} u_5 = 19 \\ u_9 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 19 \\ u_1 + 8d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ 10 của cấp số đó là:

- A. 32. B. 23. C. 29. D. 30.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{10} = u_1 + (10-1).d = 2 + 9.3 = 29$$

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = \frac{-1}{3}$ và $u_1 + u_2 + u_3 = 5$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

- A. $u_n = 2n - 7$. B. $u_n = 2n - \frac{7}{3}$. C. $u_n = \frac{4}{3}n - \frac{5}{3}$. D. $u_n = \frac{7}{3} - 2n$.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có } u_1 + u_2 + u_3 = 5 \Leftrightarrow u_1 + (u_1 + d) + (u_1 + 2d) = 5 \Leftrightarrow 3u_1 + 3d = 5.$$

$$\text{Mà } u_1 = \frac{-1}{3}, \text{ suy ra } 3\left(\frac{-1}{3}\right) + 3d = 5 \Leftrightarrow d = 2.$$

$$\text{Vậy số hạng tổng quát của cấp số cộng } (u_n) \text{ là: } u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{-1}{3} + (n-1)2 = 2n - \frac{7}{3} \forall n \geq 1.$$

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân đó là

- A. 14. B. 162. C. 17. D. 486.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2 \cdot 3^4 = 162.$$

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

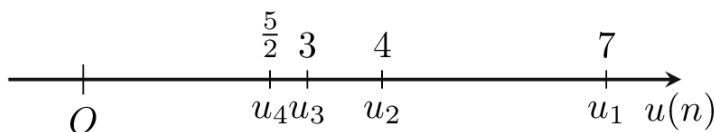
- A. Số hạng thứ 105. B. Không là số hạng của cấp số đã cho.
C. Số hạng thứ 104. D. Số hạng thứ 103.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{10^{103}} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} \Rightarrow n-1 = 103 \Rightarrow n = 104$$

$$\text{Vậy số } \frac{1}{10^{103}} \text{ là số hạng thứ 104 của cấp số nhân } (u_n).$$

Câu 16: Dãy số có công thức số hạng tổng quát nào dưới đây có biểu diễn hình học như hình vẽ?



- A. $u_n = 6 + \frac{1}{n}$. B. $u_n = 6 - \frac{1}{n}$. C. $u_n = 1 - \frac{6}{n}$. D. $u_n = 1 + \frac{6}{n}$.

Lời giải



Dãy số (u_n) với $u_n = 1 + \frac{6}{n}$ có biểu diễn hình học như hình vẽ.

Câu 17: Cho dãy số $(a_n): a_n = \frac{1-2n^2}{n^2}$. Tìm giới hạn $\lim a_n$.

A. 0.

B. -2.

C. 1.

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim a_n = \lim \frac{1-2n^2}{n^2} = \lim \left(\frac{1}{n^2} - 2 \right) = 0 - 2 = -2.$$

Câu 18: Giá trị của giới hạn $\lim(-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1.

B. $-\infty$.C. $+\infty$.

D. 2023.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim(-n^2 + 2n + 2023) = \lim n^2 \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -\infty.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim n^2 = +\infty \\ \lim \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -1 < 0 \end{cases}.$$

Câu 19: Giá trị của giới hạn $\lim \frac{1-2n^2}{n^2+3}$ là

A. -2.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{1-2n^2}{n^2+3} = \lim \frac{\frac{1}{n^2} - 2}{1 + \frac{3}{n^2}} = -2.$$

Câu 20: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 2x - 1)$ là

A. 3.

B. 4.

C. -1.

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 2x - 1) = 3 + 2 - 1 = 4.$$

Câu 21: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$ là

A. 37.

B. 38.

C. 39.

D. 40.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11) = 3 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 + 11 = 37.$$

Câu 22: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

A. $-\frac{2}{5}$.B. $+\infty$.C. $\frac{2}{5}$.D. $-\infty$.

Lời giải





Ta có $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x-7)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{5-7}{-5} = \frac{2}{5}$.

Câu 23: Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm là $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2x+55}{x}$ (triệu đồng)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+55}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{55}{x} \right) = 2.$$

Vậy khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với 2 (triệu đồng).

Câu 24: Hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ liên tục trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(1; +\infty)$ C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$ nên hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin x - 2\cos x}{x}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$.

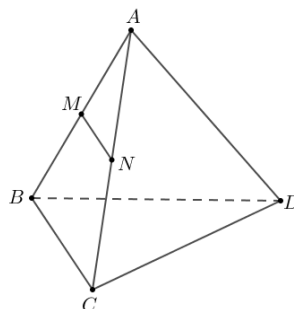
Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ nên hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$; $(1; +\infty)$; $(0; +\infty)$ và không liên tục trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (ABC) . B. (BCD) . C. (ABD) . D. (ACD) .

Lời giải



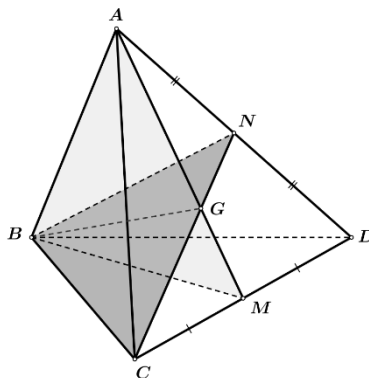
Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel BC$. Mà $BC \subset (BCD)$ nên $MN \parallel (BCD)$.



Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AD , G là trọng tâm tam giác ACD . BG là giao tuyến của hai mặt phẳng nào?

- A. (ABM) và (BCN) .
 B. (ABM) và (BDM) .
 C. (BCN) và (ABC) .
 D. (BMN) và (ABD) .

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} B \in (ABM) \\ B \in (BCN) \end{cases} \Rightarrow B \in (ABM) \cap (BCN)$$

$$AM \cap CN = G \Leftrightarrow \begin{cases} G \in AM, AM \subset (ABM) \\ G \in CN, CN \subset (BCN) \end{cases} \Rightarrow G \in (ABM) \cap (BCN)$$

$$\text{Vậy } (ABM) \cap (BCN) = BG.$$

Câu 28: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
 C. Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng thì trùng nhau.
 D. Hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.

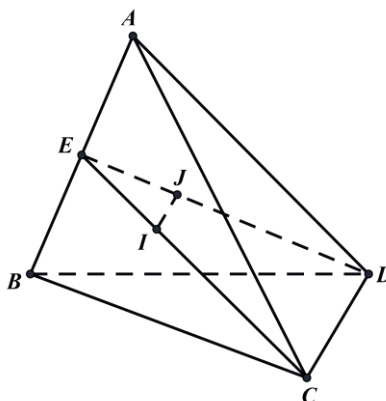
Lời giải

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không thuộc cùng một mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Chọn khẳng định đúng.

- A. IJ cắt AB .
 B. IJ song song với AB .
 C. IJ chéo nhau với CD .
 D. IJ song song với CD .

Lời giải





Gọi E là trung điểm AB .

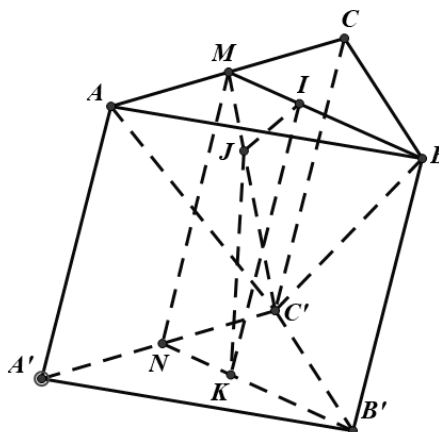
Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$.

Suy ra: $IJ \parallel CD$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK)

- A. (ABC) . B. $(BB'C')$. C. $(AA'C)$. D. $(A'BC')$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AC . Ta có $\frac{MI}{MB} = \frac{MJ}{MC'} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ \parallel BC'$.

Gọi N là trung điểm của $A'C'$, khi đó $MN \parallel BB'$, $\frac{MI}{MB} = \frac{NK}{NB'} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK \parallel BB'$.

$$\text{Do } \begin{cases} IJ \parallel BC' \\ IK \parallel BB' \\ IJ, IK \subset (IJK) \\ BC', BB' \subset (BB'C') \end{cases} \Rightarrow (IJK) \parallel (BB'C').$$

Vậy mặt phẳng (IJK) song song với mặt phẳng $(BB'C')$.

Câu 31: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
D. Hai mặt phẳng cùng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Lời giải

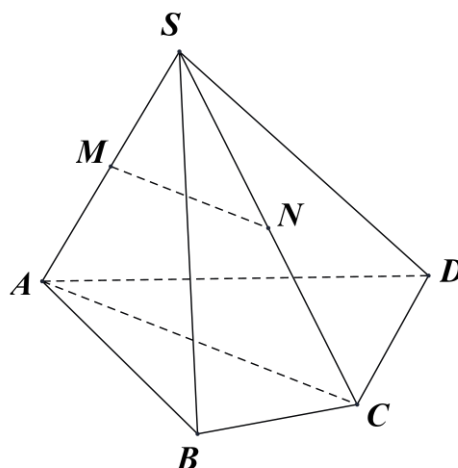
Mệnh đề **A** sai vì: Nếu hai mặt phẳng trùng nhau, khi đó hai mặt phẳng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. Mặt phẳng $(ABCD)$. B. Mặt phẳng (SAB) .
C. Mặt phẳng (SCD) . D. Mặt phẳng (SBC) .



Lời giải



Do M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC nên MN là đường trung bình của ΔSAC .
Suy ra $MN // AC$.

$$\text{Khi đó, } \begin{cases} MN // AC \\ AC \subset (ABCD) \\ MN \not\subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow MN // (ABCD).$$

Câu 33: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
- B. Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- C. Phép chiếu song song biến tia thành tia.
- D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

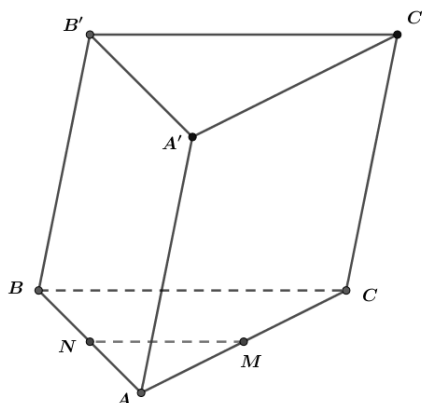
Lời giải

Câu D sai vì phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là

- A. Trung điểm BC .
- B. Trung điểm AB .
- C. Điểm A .
- D. Điểm B .

Lời giải



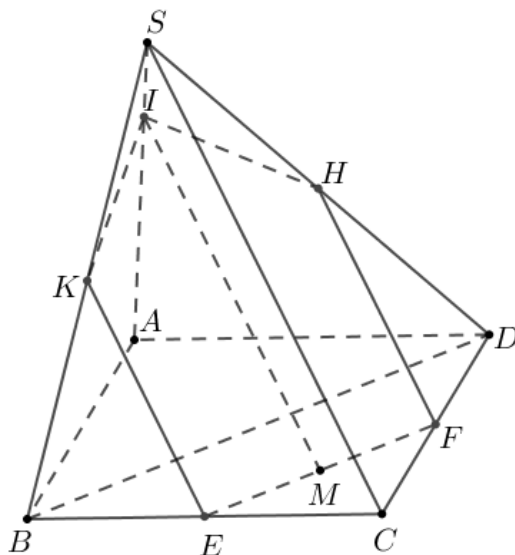
$$\text{Gọi } N \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow MN // CB. \text{ Ta có: } \begin{cases} MN // CB \\ N \in AB \subset (AA'B'B) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là điểm N .



- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AM = 3.MC$. Mặt phẳng (α) đi qua M , (α) song song với BD, SC . Giao điểm của (α) và các cạnh của hình chóp tạo thành đa giác có bao nhiêu cạnh?
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \\ BD \parallel (\alpha) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M ,

song song với BD , cắt BC, CD lần lượt tại E và F .

Chứng minh tương tự, ta được:

Giao tuyến của (α) và (SBC) là đường thẳng qua E , song song với SC , cắt SB tại K .

Giao tuyến của (α) và (SCD) là đường thẳng qua F , song song với SC , cắt SD tại H .

Giao tuyến của (α) và (SAC) là đường thẳng qua M , song song với SC , cắt SA tại I .

Đa giác tạo bởi các giao điểm của (α) và các cạnh là ngũ giác $EFHIK$.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy họ nghiệm của phương trình là: } \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2: (1,0 điểm) Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế. Các dãy sau, mỗi dãy nhiều hơn dãy ngay trước nó 4 ghế. Hỏi sân vận động có tất cả bao nhiêu ghế?

Lời giải

Số ghế trong mỗi dãy của sân vận động lập thành một cấp số cộng có $U_1 = 15$ và $d = 4$.

Vậy tổng tất cả các ghế của sân vận động là tổng 30 số hạng đầu của cấp số cộng trên, do đó áp

$$\text{dụng công thức } S_n = nU_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \text{ ta có } S_{30} = 30.15 + \frac{30(30-1)4}{2} = 2190$$

Vậy sân vận động có tất cả 2190 ghế.

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã

cho liên tục tại điểm $x = 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $x = 1 \in D$.

Ta có: $f(1) = 2 + a$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+8}+3} = \frac{1}{6}.$$

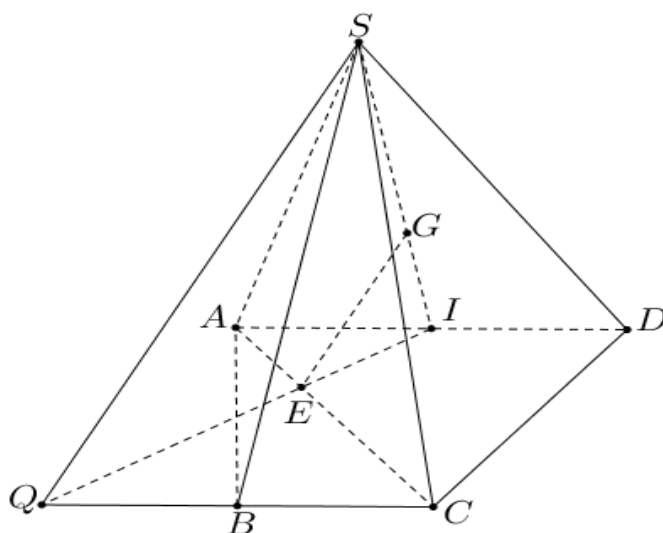
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+a) = 2+a.$$

$$\text{Để hàm số đã cho liên tục tại } x=1 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{6} = 2+a \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}.$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{11}{6}.$$

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA$, ($x > 0$). Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của cạnh AD .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ giả sử IE và BC cắt nhau tại điểm Q .

Dễ thấy $SQ = (IGE) \cap (SBC)$.

Do đó: $GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow GE \parallel SQ \Leftrightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IG}{IS} \Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{1}{3}$ (1).

Mặt khác, tam giác EIA đồng dạng với tam giác EQC nên $\frac{EI}{EQ} = \frac{EA}{EC} = \frac{EA}{x \cdot EA} = \frac{1}{x}$

suy ra $EQ = x \cdot EI \Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IE}{IE + EQ} = \frac{IE}{IE + x \cdot IE} = \frac{1}{1+x}$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{1}{1+x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy $GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow x = 2$.

-----HẾT-----

ĐỀ SỐ

03

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \cot x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \sin x$. D. $y = \tan x$.

Câu 2: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

- A. $\sin x = \frac{1}{2}$. B. $\cos x = 2$. C. $\sin x = \pi$. D. $\cos x = -2$.

Câu 3: Phương trình $\sqrt{3}\sin x + \cos x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. C. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. D. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ là đoạn $[a; b]$. Tính $P = a + b$

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 5: Phương trình $(\cos x - 2)(5\sin x - 1) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$?

- A. 1 nghiệm B. 2 nghiệm C. 3 nghiệm D. 4 nghiệm

Câu 6: Phương trình $\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 2$ tương đương với phương trình nào sau đây.

- A. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$. B. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. C. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 2$ D. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = 1$

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -3; u_8 = 18$. Công sai của cấp số cộng đó là

- A. $d = 3$. B. $d = -3$. C. $d = 2$. D. $d = -2$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 12. B. -12. C. 1. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{1}{3^n}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$). Chọn kết luận đúng:

- A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$.
 B. Dãy số là cấp số cộng có công sai $d = \frac{1}{3}$.
 C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 3$.
 D. Dãy số là cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 2023$, dãy (v_n) có $\lim v_n = -1$. Khi đó $\lim(u_n v_n)$ bằng

- A. -2023. B. 2022. C. 2023. D. 2024.

Câu 11: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $\lim(u_n) = a$, $\lim(v_n) = b$, với a, b, k là các số thực tùy ý.
 Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau :

- A.** $\lim k = k$. **B.** $\lim(u_n + v_n) = a + b$.
C. $\lim(ku_n) = ka$. **D.** $\lim k^n = +\infty$.

Câu 12: Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2023n - 1}{2022n^3 + 3}$

- A.** $L = -\frac{1}{3}$. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = 0$. **D.** $L = 1$.

Câu 13: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:

- A. 1.** **B. 2.** **C. 3.** **D. 0.**

Câu 14: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1}$ bằng:

- A.** 2. **B.** $+\infty$. **C.** -2. **D.** $-\infty$.

Câu 15: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x-1}{2x+2}$ bằng:

- A.** $\frac{-3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{-1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Câu 16: Hàm số $y = \frac{2x-3}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây.

- A.** $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 17: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=1$.

- A.** $y = (x+1)(x^2+2)$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x+1}{x^2+1}$. **D.** $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $A \parallel (SBC)$. **B.** $SD \parallel (SBC)$. **C.** $BC \parallel (SAD)$. **D.** $SC \parallel (ABD)$.

Câu 19: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ hỏi mệnh đề nào sau đây đúng

- A.** $AB \parallel AA'$. **B.** $AB \parallel (A'B'C')$. **C.** $AB \parallel (ABB'A')$. **D.** $BC \parallel (ACC'A')$.

Câu 20: Cho một hình hộp, hỏi mệnh đề nào sau đây luôn đúng

- A.** Các cạnh của hình hộp đều bằng nhau.
B. Các mặt bên của hình hộp đều là hình vuông.
C. Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai mặt đối diện của hình hộp song song với nhau.
D. Hình hộp không là hình lăng trụ.

Câu 21: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.** Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- B.** Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- C.** Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.



D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

Câu 22: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

- A. $u_{10} = 55$. B. $u_{10} = 67$. C. $u_{10} = 59$. D. $u_{10} = 61$.

Câu 23: Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$

- A. $u_1 = 2$; $q = 2$. B. $u_1 = 2$; $q = 1$. C. $u_1 = -2$; $q = -1$. D. $u_1 = 1$; $q = 2$.

Câu 24: Biết rằng $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ (với a là tham số). Khẳng định

nào dưới đây về giá trị a là đúng?

- A. a là một số nguyên. B. a là một số vô tỉ.
C. $a > 5$. D. $a < 0$.

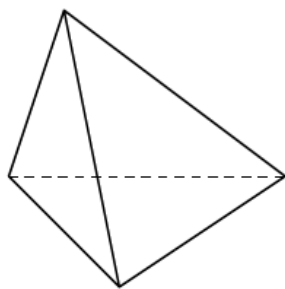
Câu 25: Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

- A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).
B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

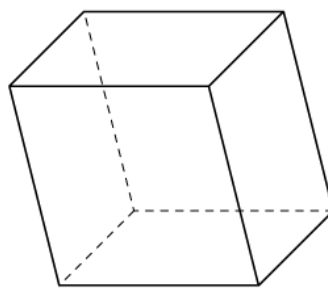
Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm. I, J lần lượt là trung điểm của SC và CD . Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. (SAC) . B. (SCD) . C. (SAB) . D. (SAD) .

Câu 27: Trong các hình sau hình nào biểu diễn cho một hình hộp có đáy là hình bình hành?



Hình a



Hình b

- A. Hình b. B. Hình a
C. Cả hình a và b. D. Không có hình nào.

Câu 28: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = 3u_n + 2n - 1$. Tính u_{15} .

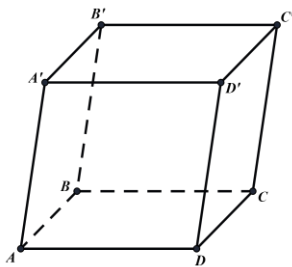
- A. 9565923. B. 28697799. C. 9565938. D. 28697814.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $BC \parallel (SMN)$. B. $BC \parallel (AMN)$.
C. $MN \parallel (SAB)$. D. $BC \parallel (SMC)$.



Câu 30: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với



- A. $(AA'C')$. B. $(CC'D')$. C. (ADD') . D. $(BB'A')$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; 10)$ sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - 3(a^2 - 2)n^3) = -\infty$?

- A. 16. B. 3. C. 5. D. 10.

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $(IJK) \parallel (SAB)$. B. $(IJK) \parallel (SAC)$. C. $(IJK) \parallel (SDC)$. D. $(IJK) \parallel (SBC)$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x + 5}{\sqrt{x+4} - 3} & \text{khi } x > 5 \\ 4x + m^2 + 3m & \text{khi } x \leq 5 \end{cases}$. Với giá trị nguyên dương nào của tham số m thì

hàm số có giới hạn tại $x = 5$.

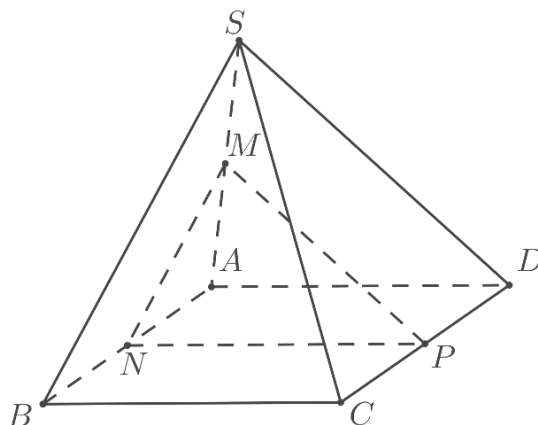
- A. $m = 1$. B. $m = 4$. C. $m = 3$ D. $m = 2$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2025} - 45}{x}, x > 0 \\ \frac{7x+a}{180}, x \leq 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã cho

liên tục tại điểm $x = 0$.

- A. $a = 3$. B. $a = 1$. C. $a = 2$. D. $a = \frac{1}{2}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là các trung điểm của các đoạn thẳng SA, AB, CD như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây **không song song** với mặt phẳng (MNP) ?



- A. Đường thẳng SB . B. Đường thẳng SD .
C. Đường thẳng AD . D. Đường thẳng BC .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0$

Câu 2: (0,5 điểm) Hùng đang tiết kiệm để mua một cây đàn piano có giá 142 triệu đồng. Trong tháng đầu tiên, anh ta để dành được 20 triệu đồng. Mỗi tháng tiếp theo anh ta để dành được 3 triệu đồng và đưa số tiền tiết kiệm của mình. Hỏi ít nhất vào tháng thứ bao nhiêu thì Hùng mới có đủ tiền để mua cây đàn piano đó?

Câu 3: (1,0 điểm) Tìm m để tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ với $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ mx - 2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$

Câu 4: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và tam giác SAB là tam giác đều. Một điểm M di động trên cạnh BC sao cho $BM = x, (x < a)$.

a) Chứng minh CD song song với (SAB) .

b) Mặt phẳng (α) qua M và song song với SA và CD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) tính theo a và x là ?

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.A	3.B	4.C	5.B	6.A	7.A	8.A	9.D	10.A
11.D	12.C	13.B	14.D	15.A	16.D	17.D	18.C	19.B	20.C
21.D	22.D	23.D	24.A	25.D	26.D	27.A	28.A	29.A	30.B
31.A	32.A	33.A	34.C	35.B					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)****Câu 1:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \cot x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \sin x$. D. $y = \tan x$.

Lời giải.Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $\cos(-x) = \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên là hàm số chẵn.**Câu 2:** Phương trình nào sau đây có nghiệm?

- A. $\sin x = \frac{1}{2}$. B. $\cos x = 2$. C. $\sin x = \pi$. D. $\cos x = -2$.

Lời giải.

Phương trình $\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1$ nên phương trình có nghiệm là $\sin x = \frac{1}{2}$

Câu 3: Phương trình $\sqrt{3}\sin x + \cos x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. C. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. D. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \sqrt{3}\sin x + \cos x = -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ là đoạn $[a; b]$. Tính $P = a + b$

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$$

$$\text{Ta có: } 0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Vậy } \max_{x \in \mathbb{R}} y = 1 \text{ và } \min_{x \in \mathbb{R}} y = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Tập giá trị của hàm số là } \left[\frac{1}{2}; 1\right] \text{ do đó } P = a + b = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

Câu 5: Phương trình $(\cos x - 2)(5\sin x - 1) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$?



A. 1 nghiệm

B. 2 nghiệm

C. 3 nghiệm

D. 4 nghiệm

Lời giải

$$\text{Ta có: } (\cos x - 2)(5\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - 2 = 0 \text{ (vn)} \\ 5\sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin \frac{1}{5} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin \frac{1}{5} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$0 < \arcsin \frac{1}{5} + k2\pi < 2\pi \Rightarrow k = 0$$

Từ đó suy ra phương trình có 2 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

Câu 6: Phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 2$ tương đương với phương trình nào sau đây.

A. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$. B. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. C. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 2$ D. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = 1$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin 2x - \sin \frac{\pi}{3} \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1.$$

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -3; u_8 = 18$. Công sai của cấp số cộng đó là

A. $d = 3$. B. $d = -3$. C. $d = 2$. D. $d = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 18 = -3 + 7d \Leftrightarrow d = 3, \text{ nên cấp số cộng có công sai } d = 3.$$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12. B. -12. C. 1. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_3 = u_1 \cdot q^2 = 3 \cdot (-2)^2 = 12.$$

Câu 9: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{1}{3^n}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$). Chọn kết luận đúng:

A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$.

B. Dãy số là cấp số cộng có công sai $d = \frac{1}{3}$.

C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 3$.

D. Dãy số là cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (u_n) \text{ là cấp số nhân có số hạng đầu } u_1 = \frac{1}{3} \text{ và } q = \frac{1}{3}$$

Câu 10: Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 2023$, dãy (v_n) có $\lim v_n = -1$. Khi đó $\lim(u_n \cdot v_n)$ bằng

A. -2023. B. 2022. C. 2023. D. 2024.

Lời giải



Nếu $\lim u_n = a, \lim v_n = b$ thì $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$.

Do đó $\lim(u_n \cdot v_n) = 2023 \cdot (-1) = -2023$.

Câu 11: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $\lim(u_n) = a$, $\lim(v_n) = b$, với a, b, k là các số thực tùy ý.

Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau :

A. $\lim k = k$.

B. $\lim(u_n + v_n) = a + b$.

C. $\lim(k \cdot u_n) = ka$.

D. $\lim k^n = +\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim k^n = +\infty$ nếu $k > 1$ và $\lim k^n = 0$ nếu $|k| < 1$.

Câu 12: Tính $L = \lim \frac{2023n-1}{2022n^3+3}$

A. $L = -\frac{1}{3}$.

B. $L = +\infty$.

C. $L = 0$.

D. $L = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } L = \lim \frac{2023n-1}{2022n^3+3} = \lim \frac{n^3 \left(\frac{2023}{n^2} - \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left(2022 + \frac{3}{n^3} \right)} = \lim \frac{\frac{2023}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{2022 + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{2022} = 0$$

Câu 13: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1) = 2$

Câu 14: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1}$ bằng

A. 2.

B. $+\infty$.

C. -2.

D. $-\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+1) = 3 > 0$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0$, $x-1 < 0$ khi $x \rightarrow 1^-$ nên $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$

Câu 15: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x-1}{2x+2}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x-1}{2x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{2}{x}} = \frac{-3}{2}.$$

Câu 16: Hàm số $y = \frac{2x-3}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây.

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải



Điều kiện xác định của hàm số: $x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

Hàm số có tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$

Vậy hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$; $(1; 2)$ và $(2; +\infty)$

Câu 17: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.

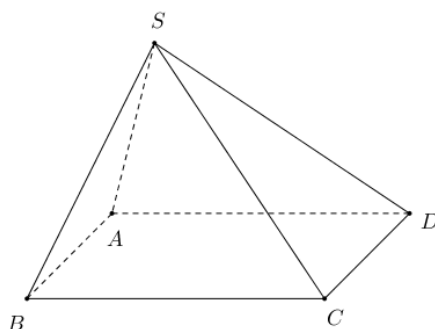
Lời giải

Ta có hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ không xác định tại $x_0 = 1$ nên hàm số gián đoạn tại $x_0 = 1$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $A \parallel (SBC)$. B. $SD \parallel (SBC)$.
C. $BC \parallel (SAD)$. D. $SC \parallel (ABD)$.

Lời giải



Ta có: $BC \parallel AD$ (do $ABCD$ là hình bình hành).

Mà $AD \subset (SAD)$, $BC \not\subset (SAD)$ nên $BC \parallel (SAD)$.

Câu 19: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ hỏi mệnh đề nào sau đây đúng

- A. $AB \parallel AA'$. B. $AB \parallel (A'B'C')$. C. $AB \parallel (ABB'A')$. D. $BC \parallel (ACC'A')$.

Lời giải

Ta có $AB \parallel A'B'$ và $A'B' \subset (A'B'C')$, $AB \not\subset (A'B'C')$ suy ra $AB \parallel (A'B'C')$

Câu 20: Cho một hình hộp, hỏi mệnh đề nào sau đây luôn đúng

- A. Các cạnh của hình hộp đều bằng nhau.
B. Các mặt bên của hình hộp đều là hình vuông.
C. Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai mặt đối diện của hình hộp song song với nhau.
D. Hình hộp không là hình lăng trụ.

Lời giải

Theo tính chất hình hộp ta có hai mặt phẳng lần lượt chứa hai mặt đối diện của hình hộp song song với nhau.

Câu 21: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
B. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.



C. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

Lời giải

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Câu 22: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

A. $u_{10} = 55$.

B. $u_{10} = 67$.

C. $u_{10} = 59$.

D. $u_{10} = 61$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{10} = S_{10} - S_9 = (3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10) - (3 \cdot 9^2 + 4 \cdot 9) = 61.$$

Câu 23: Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$

A. $u_1 = 2$; $q = 2$.

B. $u_1 = 2$; $q = 1$.

C. $u_1 = -2$; $q = -1$.

D. $u_1 = 1$; $q = 2$.

Lời giải

Ta có $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$, nên $u_1 \neq 0$, $q \neq 0$

$$\text{Do đó: } \frac{u_5}{u_2} = \frac{u_1 \cdot q^4}{u_1 \cdot q} = q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$\text{Lại có: } u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = 1$$

Vậy $u_1 = 1$; $q = 2$.

Câu 24: Biết rằng $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ (với a là tham số). Khẳng định

nào dưới đây về giá trị a là đúng?

A. a là một số nguyên.

B. a là một số vô tỉ.

C. $a > 5$.

D. $a < 0$.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên $[0;1]$. Khi đó $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1). \quad (*)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(1) = a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} [(x+1)(\sqrt{x}+1)] = 4 \end{cases} \xrightarrow{(*)} a = 4.$$

Câu 25: Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).

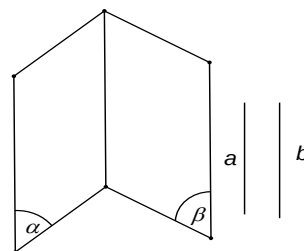
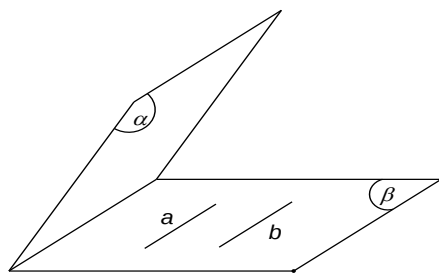
B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .

C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .

D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .



Lời giải



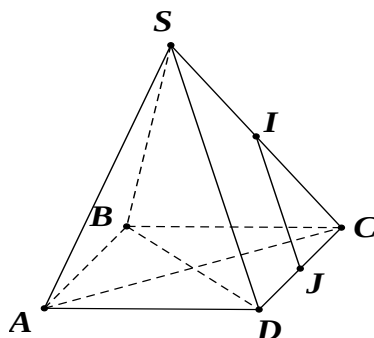
Trong trường hợp: $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó) thì (α) và (β) có thể trùng nhau $\Rightarrow$ Loại A.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 1) $\Rightarrow$ Loại B.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 2) $\Rightarrow$ Loại C.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm. I, J lần lượt là trung điểm của SC và CD . Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

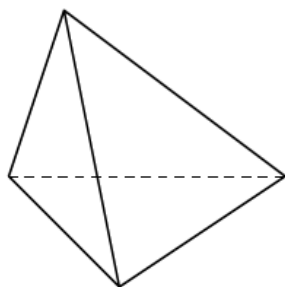
- A. (SAC) . B. (SCD) . C. (SAB) . D. (SAD) .



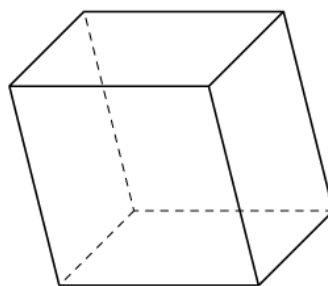
Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} IJ \not\subset (SAD) \\ IJ \parallel SD \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel (SAD).$$

Câu 27: Trong các hình sau hình nào biểu diễn cho một hình hộp có đáy là hình bình hành?



Hình a



Hình b

- A. Hình b.
C. Cả hình a và b.

- B. Hình a
D. Không có hình nào.

Lời giải



Ta có hình b là hình biểu diễn cho hình hộp có đáy là hình bình hành.

Câu 28: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = 3u_n + 2n - 1$. Tính u_{15} .

A. 9565923.

B. 28697799.

C. 9565938.

D. 28697814.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = 3u_n + 2n - 1 \Leftrightarrow u_{n+1} + n + 1 = 3(u_n + n)$ (*)

Chọn dãy số (v_n) thỏa mãn $v_n = u_n + n \Rightarrow (*) \Leftrightarrow v_{n+1} = 3v_n \Rightarrow (v_n)$ là cấp số nhân có $q = 3; v_1 = u_1 + 1 = 2$. Vậy $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow u_n = 2 \cdot 3^{n-1} - n \Rightarrow u_{15} = 9565923$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

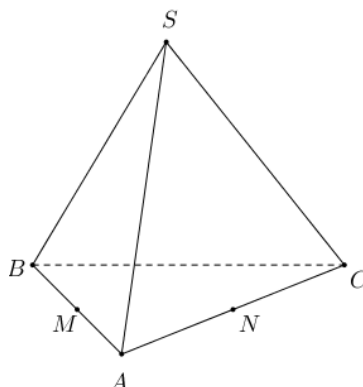
A. $BC \parallel (SMN)$.

B. $BC \parallel (AMN)$.

C. $MN \parallel (SAB)$.

D. $BC \parallel (SMC)$.

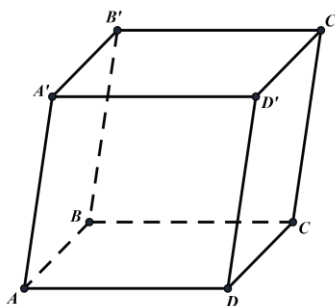
Lời giải



Ta có: M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC suy ra $MN \parallel BC$.

Mà $MN \subset (SMN)$, $BC \not\subset (SMN)$ nên $BC \parallel (SMN)$.

Câu 30: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với



A. $(AA'C')$.

B. $(CC'D')$.

C. (ADD') .

D. $(BB'A')$.

Lời giải

Ta có: $CC' \parallel AA' \Rightarrow CC' \parallel (ABA')$, $C'D' \parallel AB \Rightarrow C'D' \parallel (ABA')$

Mặt khác: $\begin{cases} CC', C'D' \subset (CC'D') \\ CC' \cap C'D' = \{C'\} \\ CC' \parallel (ABA'), C'D' \parallel (ABA') \end{cases} \Rightarrow (CC'D') \parallel (ABA').$

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; 10)$ sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - 3(a^2 - 2)n^3) = -\infty$?

A. 16.

B. 3.

C. 5.

D. 10.

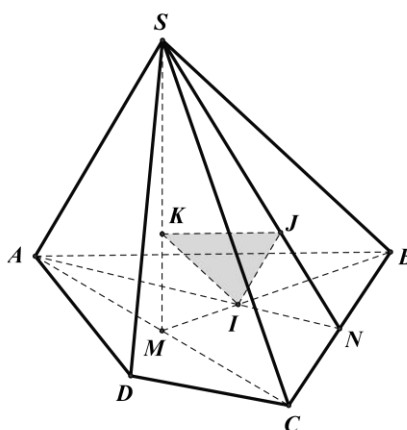
Lời giải

Ta có $\lim(5n - 3(a^2 - 2)n^3) = -\infty \Leftrightarrow \lim n^3 \left(\frac{5}{n^2} - 3(a^2 - 2) \right) = -\infty \Leftrightarrow \lim \left(\frac{5}{n^2} - 3(a^2 - 2) \right) < 0$
 $\Leftrightarrow a^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow a > \sqrt{2} \vee a < -\sqrt{2}$; mà $a \in \mathbb{Z}$ và $a \in (-10; 10)$, suy ra tất cả giá trị của a thỏa mãn ycbt là $a \in \{-9; -8; \dots; -2; 2; 3; \dots; 9\}$ (gồm 16 giá trị).

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $(IJK) \parallel (SAB)$. B. $(IJK) \parallel (SAC)$. C. $(IJK) \parallel (SDC)$. D. $(IJK) \parallel (SBC)$

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và BC .

Do I, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABC, \triangle SAC$ nên ta có $\frac{MK}{MS} = \frac{MI}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK \parallel SB$

Do I, J lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABC, \triangle SBC$ nên ta có $\frac{NI}{NA} = \frac{NJ}{NS} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ \parallel SA$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} IK \parallel SB \\ IJ \parallel SA \\ (IJK): IK \cap IJ = I \\ (SAB): SA \cap SB = S \end{array} \right\} \Rightarrow (IJK) \parallel (SAB)$$

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x + 5}{\sqrt{x+4} - 3} & \text{khi } x > 5 \\ 4x + m^2 + 3m & \text{khi } x \leq 5 \end{cases}$. Với giá trị nguyên dương nào của tham số m thì

hàm số có giới hạn tại $x = 5$.

- A. $m = 1$. B. $m = 4$. C. $m = 3$ D. $m = 2$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2 - 6x + 5}{\sqrt{x+4} - 3} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{(x-5)(x-1)(\sqrt{x+4} + 3)}{(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5^+} (x-1)(\sqrt{x+4} + 3) = 24$

$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} (4x + m^2 + 3m) = 20 + m^2 + 3m$.



Hàm số có giới hạn tại $x = 5$ khi chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$

$$\Leftrightarrow 20 + m^2 + 3m = 24 \Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(N) \\ m = -4(L) \end{cases}$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2025}-45}{x}, & x > 0 \\ \frac{7x+a}{180}, & x \leq 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã cho

liên tục tại điểm $x = 0$.

A. $a = 3$.

B. $a = 1$.

C. $a = 2$.

D. $a = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $x = 0 \in D$.

Ta có: $f(0) = \frac{a}{180}$.

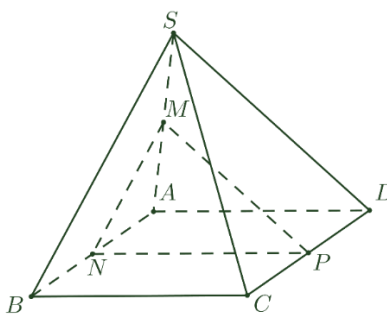
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+2025}-45}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2025-45^2}{x(\sqrt{x+2025}+45)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+2025}+45} = \frac{1}{90}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{7x+a}{180} \right) = \frac{a}{180}.$$

Để hàm số đã cho liên tục tại $x = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{1}{90} = \frac{a}{180} \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $a = 2$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là các trung điểm của các đoạn thẳng SA, AB, CD như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây **không song song** với mặt phẳng (MNP) ?



A. Đường thẳng SB .

B. Đường thẳng SD .

C. Đường thẳng AD .

D. Đường thẳng BC .

Lời giải

Vì $SB \parallel MN \subset (MNP) \Rightarrow SB \parallel (MNP)$ (loại đáp án A).

Vì $BC \parallel AD \parallel NP \subset (MNP) \Rightarrow \begin{cases} BC \parallel (MNP) \\ AD \parallel (MNP) \end{cases}$ (loại đáp án C, D).

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)





Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0$

Lời giải

Ta có: $\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0 (*)$

$$\text{Đặt } t = \sin x, -1 \leq t \leq 1. (*) \Leftrightarrow 2t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = -1 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Với } t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình: } x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 2: (0,5 điểm) Hùng đang tiết kiệm để mua một cây đàn piano có giá 142 triệu đồng. Trong tháng đầu tiên, anh ta để dành được 20 triệu đồng. Mỗi tháng tiếp theo anh ta để dành được 3 triệu đồng và đưa số tiền tiết kiệm của mình. Hỏi ít nhất vào tháng thứ bao nhiêu thì Hùng mới có đủ tiền để mua cây đàn piano đó?

Lời giải

Tổng số tiền Hùng tiết kiệm được vào mỗi tháng (đơn vị: triệu đồng) lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 20$ và công sai $d = 3$.

Tổng số tiền Hùng tiết kiệm được vào tháng thứ n bằng

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 20 + (n-1).3 = 3n + 17$$

$$\text{Hùng có đủ tiền mua cây đàn} \Leftrightarrow 3n + 17 \geq 142 \Leftrightarrow n \geq \frac{125}{3} \approx 41,67.$$

Vậy ít nhất vào tháng thứ 42 thì Hùng mới có đủ tiền để mua cây đàn piano đó.

Câu 3: (1,0 điểm) Tìm m để tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ với $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ mx - 2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (mx - 2) = m - 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3-4x}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3}{\sqrt{x+3}+2\sqrt{x}} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Suy ra để tồn tại } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow m - 2 = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}.$$

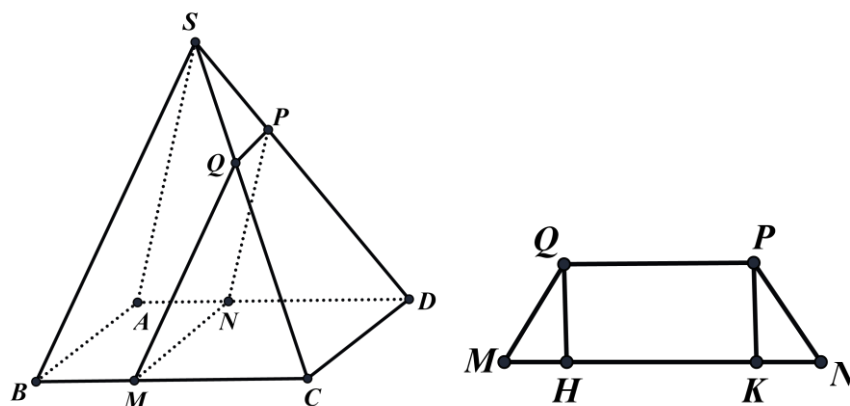
$$\text{Vậy khi } m = \frac{5}{4} \text{ thì tồn tại } \lim_{x \rightarrow 1} f(x).$$

Câu 4: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và tam giác SAB là tam giác đều. Một điểm M di động trên cạnh BC sao cho $BM = x, (x < a)$.



- a) Chứng minh CD song song với (SAB) .
- b) Mặt phẳng (α) qua M và song song với SA và CD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) tính theo a và x là ?

Lời giải



a) Ta có $\begin{cases} CD \parallel AB \\ AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CD \parallel (SAB)$

b) Xác định mặt phẳng (α) .

Ta có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ CD \parallel (\alpha) \\ CD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN, MN \parallel CD, MN \cap AD = N$

Tương tự ta vẽ $NP \parallel SA, NP \cap SD = P$ suy ra $PQ \parallel CD, PQ \cap SC = Q$

Ta suy ra thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $MNPQ$

Ta có: $\begin{cases} MN \parallel CD \\ PQ \parallel CD \end{cases}$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

Mặt khác $\frac{CM}{CB} = \frac{DN}{DA} = \frac{a-x}{a} (CD \parallel MN)$

Mà $\frac{DP}{DS} = \frac{DN}{DA} = \frac{CQ}{CS} = \frac{a-x}{a} (NP \parallel SA, PQ \parallel CD)$ suy ra $\frac{CM}{CB} = \frac{CQ}{CS} \Rightarrow MQ \parallel SA$

Do đó: $\frac{MQ}{SB} = \frac{NP}{SA} = \frac{CM}{CB} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow MQ = NP$ (do $SA = SB$)

Suy ra $MNPQ$ là hình thang cân. Gọi H, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ Q, P .

Do tính chất hình thang cân nên ta có $MH = NK, PQ = HK$

Ta có: $\frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SC} = \frac{BM}{BC} = \frac{x}{a} \Rightarrow PQ = x$

Mặt khác ta có $\begin{cases} MN \parallel AB \\ MQ \parallel SB \end{cases} \Rightarrow (MN, MQ) = 60^\circ$



Xét tam giác MQH vuông tại H có

$$QH = MH \cdot \tan 60^\circ = \frac{MN - HK}{2} \tan 60^\circ = \frac{a - x}{2} \sqrt{3}$$

$$S_{MNPQ} = \frac{(MN + PQ)QH}{2} = \frac{a + x}{2} \cdot \frac{a - x}{2} \sqrt{3} = \frac{(a^2 - x^2)}{4} \sqrt{3}$$

-----HẾT-----



ĐỀ SỐ

04

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Giá trị của $\tan 60^\circ$ là

A. $\sqrt{3}$.

B. 0.

C. -1.

D. $-\sqrt{3}$.

Câu 2: Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a - \frac{1}{2}\cos a$.

B. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\sin a - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos a$.

C. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos a - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a$.

D. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a + \frac{1}{2}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 4: Phương trình $\sin 2x = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k3\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 5: Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan x$.

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?

A. $y = -\cot x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = -\sin x$.

D. $y = \cos x$.

Câu 7: Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin 2a = 2\sin a$.

B. $\sin 2a = \sin a + \cos a$.

C. $\sin 2a = 2\sin a \cos a$.

D. $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Câu 8: Hàm số $y = \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ không xác định trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left(\pi + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

D. $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9: Nếu α là góc nhọn và $\sin 2\alpha = a$. Tính $\sin \alpha + \cos \alpha$.

A. $\sqrt{a+1} - \sqrt{a^2 - a}$.

B. $\sqrt{a+1}$.

C. $\sqrt{a+1} + \sqrt{a^2 - a}$.

D. $(\sqrt{2} - 1)a + 1$.



Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- A. $d = -3$. B. $d = 3$. C. $d = 2$. D. $d = -2$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$. B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.
C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$. D. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a hằng số). Hỏi u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

- A. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$. B. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+1}$. C. $u_{n+1} = \frac{a.n^2+1}{n+1}$. D. $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$.

Câu 13: Dãy số (u_n) nào sau đây là cấp số nhân?

- A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. B. $u_n = 2n + 1$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = 3^{n^2+1}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm I . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng đi qua S và song song với AD và BC .
B. Đường thẳng SI .
C. Đường thẳng đi qua I và song song với AB và CD .
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD .

Câu 15: Cho $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2n^2 - n + 1}{4n^2 - 4} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề đúng là

- A. $a + b = 6$. B. $2a + b = 6$. C. $2a + b = 0$. D. $2a - b = 0$.

Câu 16: Xác định $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

- A. $+\infty$. B. 0 . C. $-\infty$. D. Không tồn tại.

Câu 17: Cho các mệnh đề sau:

- (I). Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm.
(II). Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
(III). Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.
(IV). Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

Số mệnh đề đúng là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$. Giao tuyến của (ACD) và (GAB) là

- A. AN (với N là trung điểm CD). B. AK (với K là hình chiếu của C trên BD).
C. AH (với H là hình chiếu của B trên CD). D. AM (với M là trung điểm AB).

Câu 19: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.



- B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.
 C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.
 D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.

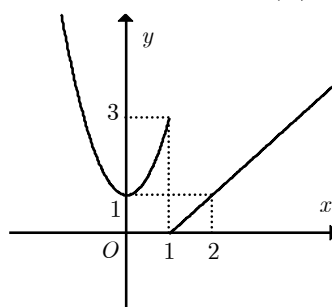
Câu 20: Cho tam giác ABC có ba góc A, B, C thỏa mãn đẳng thức $\sin A = \cos B + \cos C$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Tam giác ABC là tam giác đều. B. Tam giác ABC vuông tại B hoặc C .
 C. Tam giác ABC vuông cân tại A . D. Tam giác ABC vuông tại B .

Câu 21: Kết quả của giới hạn $\lim \left(\frac{1}{2}\right)^n$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $f(x)$ không liên tục tại điểm nào sau đây?



- A. $x_0 = 3$. B. $x_0 = 0$. C. $x_0 = 1$. D. $x_0 = 2$.

Câu 23: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x}$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $MN \parallel (SBC)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SCD)$. D. $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ có G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và ACD . H là điểm bất kỳ thuộc miền trong tam giác BCD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (HG_1G_2) và (BCD)

- A. Là đường thẳng qua H và song song với BD .
 B. Là đường thẳng AH .
 C. Là đường thẳng qua H và song song với BC .
 D. Là đường thẳng qua H và song song với CD .

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm ΔSAB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

- A. Đường thẳng qua G và cắt BC . B. Đường thẳng qua S và song song với AB .
 C. Đường thẳng qua G và song song với DC . D. SC .

Câu 27: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = -2$?

- A. $y = \frac{x+2}{x^2+1}$. B. $y = x^3 + 3x + 1$. C. $y = \frac{3x+5}{x^2-4}$. D. $y = \sqrt{x^2+4}$.



Câu 28: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$ bằng

- A. -1 . B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. -2 .

Câu 29: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ABO') \parallel (OC'D')$. B. $(ABB') \parallel (CDD')$.
C. $(B'AC) \parallel (DA'C')$. D. $(BA'D') \parallel (ADC')$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

- A. $IM = 2IA$. B. $IA = 2IM$. C. $IA = 3IM$. D. $IM = 3IA$.

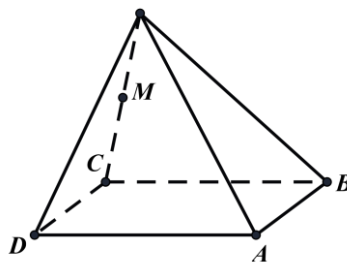
Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$. Chọn mệnh đề **sai**.

- A. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. Hàm số liên tục tại mọi điểm $x \neq 1$.
C. Hàm số liên tục tại mọi điểm $x \in (1; +\infty)$. D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$.

Câu 32: Giá trị $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC (như hình vẽ).



Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A. Trung điểm của SB . B. Trung điểm của SD .
C. Điểm D . D. Trung điểm của SA .

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình lục giác. B. Hình thang. C. Hình tam giác. D. Hình ngũ giác.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $G_1G_2 \parallel (ABC)$. B. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.
C. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy. D. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sin^2 x + 2\sin x - \cos x + 1 = 0$.

Câu 2: (1,0 điểm) Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí một hình vuông kích thước $4m \times 4m$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (như hình vẽ). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Tính số tiền nước sơn để người thợ đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên? Biết tiền nước sơn $1m^2$ là 60000 đ.



Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4} - 2} & \text{khi } x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3}m^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , điểm M , H lần lượt thuộc cạnh CD , AD sao cho $DM = 2MC$ và $DH = 2HA$. Gọi E là giao điểm DG cắt BH . Mặt phẳng (α) đi qua E song song (ABC) cắt BM tại F . Tính độ dài đoạn thẳng EF .

-----HẾT-----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.B	5.B	6.D	7.C	8.D	9.B	10.B
11.C	12.A	13.A	14.D	15.D	16.D	17.C	18.A	19.A	20.C
21.A	22.C	23.A	24.D	25.A	26.C	27.C	28.B	29.D	30.B
31.C	32.A	33.D	34.B	35.B					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Giá trị của $\tan 60^\circ$ là

- A. $\sqrt{3}$. B. 0. C. -1. D. $-\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Câu 2: Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a - \frac{1}{2}\cos a$. B. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\sin a - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos a$.
C. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos a - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a$. D. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin a \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\cos a - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Ta có: $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Phương trình $\sin 2x = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k3\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Lời giải

Ta có: $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan x$.

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 6: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?

- A. $y = -\cot x$. B. $y = \tan x$. C. $y = -\sin x$. D. $y = \cos x$.

Lời giải

Với $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$: Khi giá trị của x tăng thì giá trị tương ứng của hàm số $y = \cos x$ giảm

$\Rightarrow$ Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 7: Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A. $\sin 2a = 2 \sin a$. B. $\sin 2a = \sin a + \cos a$.
C. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. D. $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Lời giải

Ta có $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

Câu 8: Hàm số $y = \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ **không** xác định trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $\left(k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$. B. $\left(\pi + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.
C. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$. D. $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Khi đó, hàm số không xác định tại $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Suy ra, hàm số không xác định trên khoảng $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9: Nếu α là góc nhọn và $\sin 2\alpha = a$. Tính $\sin \alpha + \cos \alpha$.

- A. $\sqrt{a+1} - \sqrt{a^2 - a}$. B. $\sqrt{a+1}$. C. $\sqrt{a+1} + \sqrt{a^2 - a}$. D. $(\sqrt{2} - 1)a + 1$.

Lời giải

Do α là góc nhọn nên $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha > 0$.

Ta có $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + \sin 2\alpha = 1 + a$.

Suy ra $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{a+1}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- A. $d = -3$. B. $d = 3$. C. $d = 2$. D. $d = -2$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3$

Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộng.



Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

D. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) , ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1).$$

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a hằng số). Hỏi u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$.

B. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+1}$.

C. $u_{n+1} = \frac{a.n^2+1}{n+1}$.

D. $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{(n+1)+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}.$$

Câu 13: Dãy số (u_n) nào sau đây là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

B. $u_n = 2n+1$.

C. $u_n = n^2$.

D. $u_n = 3^{n^2+1}$.

Lời giải

$$\text{Xét dãy số } \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases} \text{ có } \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3, \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ nên dãy số này là cấp số nhân.}$$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm I . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AD và BC .

B. Đường thẳng SI .

C. Đường thẳng đi qua I và song song với AB và CD .

D. Đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD .

Lời giải

Ta có $AB \parallel CD$.

Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có S là một điểm chung và lần lượt chứa hai đường thẳng song song là AB và CD .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD .

Câu 15: Cho $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2n^2 - n + 1}{4n^2 - 4} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề đúng là

A. $a + b = 6$.

B. $2a + b = 6$.

C. $2a + b = 0$.

D. $2a - b = 0$.



Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2n^2 - n + 1}{4n^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{4 - \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1, b = 2.$

Câu 16: Xác định $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}.$

A. $+\infty.$

B. 0.

C. $-\infty.$

D. Không tồn tại.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty.$

Vậy không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}.$

Câu 17: Cho các mệnh đề sau:

(I). Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm.

(II). Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

(III). Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.

(IV). Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng nên mệnh đề (I) sai.

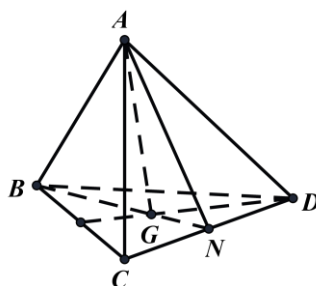
Mệnh đề (II), (III) và (IV) đúng.

Vậy số mệnh đề đúng là 3.

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác $\triangle BCD$. Giao tuyến của (ACD) và (GAB) là

A. AN (với N là trung điểm CD).B. AK (với K là hình chiếu của C trên BD).C. AH (với H là hình chiếu của B trên CD).D. AM (với M là trung điểm AB).

Lời giải



Ta thấy (GAB) chính là mặt phẳng (ANB) . Suy ra giao tuyến của (GAB) với (ACD) chính là AN .

Câu 19: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.

B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.

C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.

D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.

**Lời giải**

Phương chiếu vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đường tròn.
 Phương chiếu nằm trong mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đoạn thẳng.
 Phương chiếu cắt (không vuông góc) với mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đường elip.

Câu 20: Cho tam giác ABC có ba góc A, B, C thỏa mãn đẳng thức $\sin A = \cos B + \cos C$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Tam giác ABC là tam giác đều. B. Tam giác ABC vuông tại B hoặc C .
 C. Tam giác ABC vuông cân tại A . D. Tam giác ABC vuông tại B .

Lời giải

Nếu tam giác ABC vuông cân tại A , thì $\sin A = \cos B + \cos C$ là đẳng thức đúng.

Câu 21: Kết quả của giới hạn $\lim \left(\frac{1}{2}\right)^n$ bằng

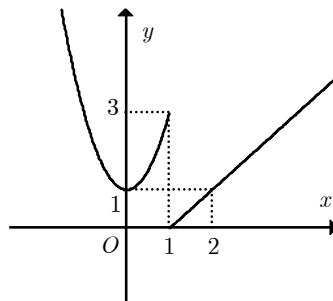
- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Lời giải

Có $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

Vì $\left|\frac{1}{2}\right| < 1$ nên $\lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $f(x)$ không liên tục tại điểm nào sau đây?



- A. $x_0 = 3$. B. $x_0 = 0$. C. $x_0 = 1$. D. $x_0 = 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $f(x)$ không liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 23: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x}$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

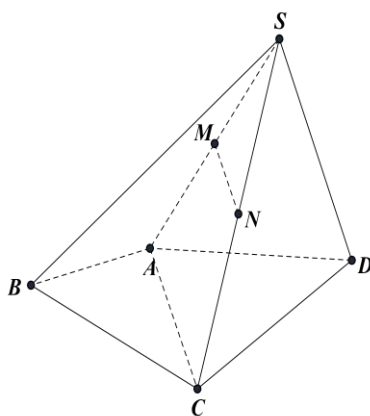
Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(1 + \frac{2}{x}\right) = 1 + \frac{2}{2} = 2$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel (SBC)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SCD)$. D. $MN \parallel (ABCD)$.

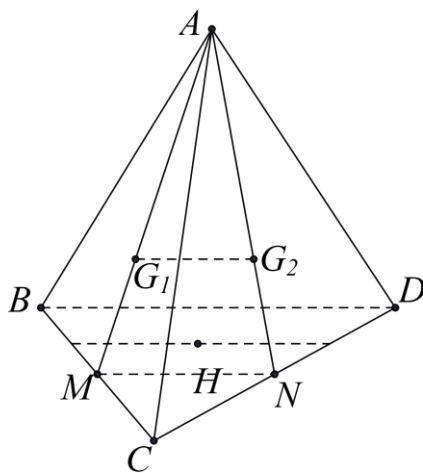
Lời giải



MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN // AC$ mà $AC \in (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$.

- Câu 25:** Cho tứ diện $ABCD$ có G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và ACD . H là điểm bất kỳ thuộc miền trong tam giác BCD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (HG_1G_2) và (BCD)
- Là đường thẳng qua H và song song với BD .
 - Là đường thẳng AH .
 - Là đường thẳng qua H và song song với BC .
 - Là đường thẳng qua H và song song với CD .

Lời giải



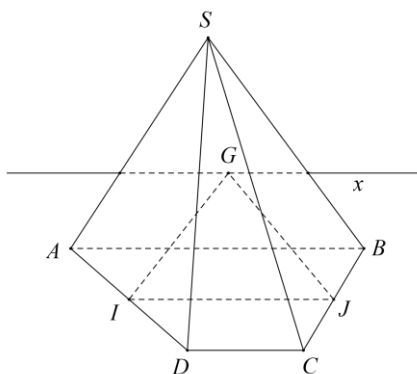
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CB, CD . Khi đó ta có $\frac{AG_1}{AM} = \frac{AG_2}{AN} = \frac{2}{3}$.

Do đó $G_1G_2 \in MN$.

Mà $G_1G_2 \subset (HG_1G_2)$, $MN \subset (BCD)$, $H \in (HG_1G_2) \cap (BCD)$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (HG_1G_2) và (BCD) là đường thẳng qua H , song song với BD .

- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm ΔSAB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là
- Đường thẳng qua G và cắt BC .
 - Đường thẳng qua S và song song với AB .
 - Đường thẳng qua G và song song với DC .
 - SC .

Lời giải



Ta có $IJ \parallel AB(1)$ (đường trung bình hình thang).

$G \in (GIJ) \cap (SAB)(2)$.

$IJ \subset (GIJ), AB \subset (SAB)(3)$.

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (SAB)$, $Gx \parallel AB$, $Gx \parallel CD$.

Câu 27: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = -2$?

A. $y = \frac{x+2}{x^2+1}$.

B. $y = x^3 + 3x + 1$.

C. $y = \frac{3x+5}{x^2-4}$.

D. $y = \sqrt{x^2+4}$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{3x+5}{x^2-4}$, hàm số này không xác định tại $x = -2$. Do đó hàm số gián đoạn tại $x = -2$.

Câu 28: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$ bằng

A. -1 .

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -2 .

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x^2 + x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x^2+1} = -\frac{1}{2}$.

Câu 29: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

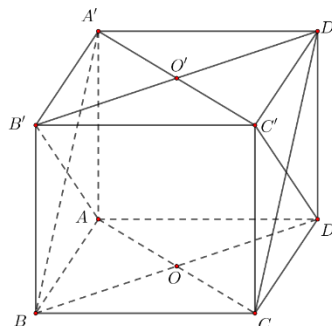
A. $(ABO) \parallel (OC'D')$.

B. $(ABB') \parallel (CDD')$.

C. $(B'AC) \parallel (DA'C')$.

D. $(BA'D') \parallel (ADC')$.

Lời giải



Ta thấy $AB' \cap A'B$, mà $(BA'D') \equiv (CBA'D')$ và $(ADC') \equiv (ADC'B')$ nên hai mặt này cắt nhau.



Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

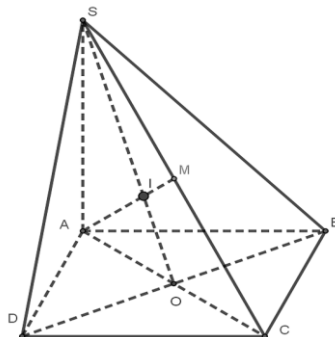
A. $IM = 2IA$.

B. $IA = 2IM$.

C. $IA = 3IM$.

D. $IM = 3IA$.

Lời giải



Gọi $AC \cap BD = O$ thì $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mặt phẳng (SAC) , lấy $AM \cap SO = I \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$.

Do trong ΔSAC , AM và SO là hai đường trung tuyến, nên I là trọng tâm ΔSAC .

Vậy $IA = 2IM$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$. Chọn mệnh đề sai.

A. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. Hàm số liên tục tại mọi điểm $x \neq 1$.C. Hàm số liên tục tại mọi điểm $x \in (1; +\infty)$.

D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\frac{1}{x-1} > 0 \Leftrightarrow x \in (1; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số liên tục tại mọi điểm $x \in (1; +\infty)$.

Câu 32: Giá trị $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

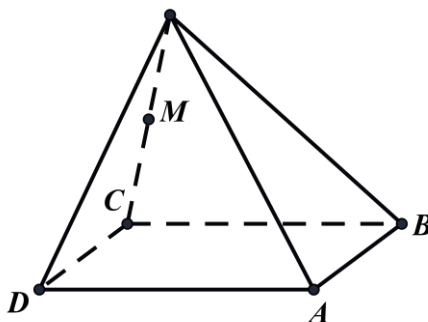
C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(\sqrt{x+1}+2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC (như hình vẽ).



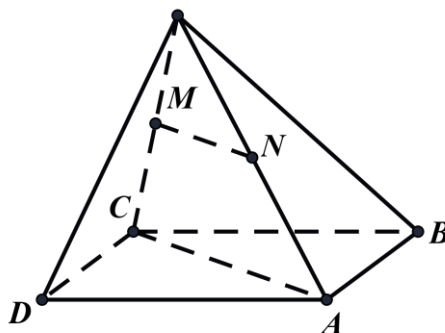


Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A. Trung điểm của SB .
C. Điểm D .

- B. Trung điểm của SD .
D. Trung điểm của SA .

Lời giải



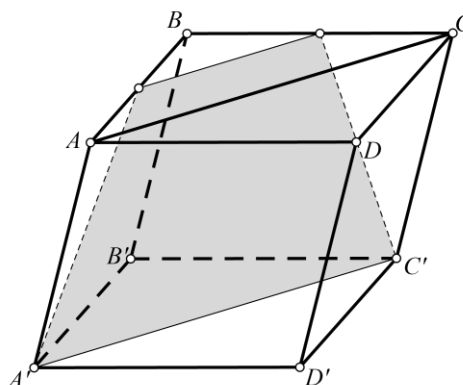
Gọi N là trung điểm SA .

Khi đó $MN \parallel AC$ nên hình chiếu song song của điểm M lên mặt phẳng (SAD) là trung điểm SA

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình lục giác. B. Hình thang. C. Hình tam giác. D. Hình ngũ giác.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của BC , ta có $MN \parallel AC \parallel A'C'$ nên $MN \subset (MA'C')$.

$$(MA'C') \cap (ABB'A') = MA'; (MA'C') \cap (ABCD) = MN$$

$$(MA'C') \cap (BCC'B') = NC'; (MA'C') \cap (A'B'C'D') = A'C'$$

Thiết diện thu được là tứ giác $MNC'A'$. Do $MN \parallel A'C'$ nên $MNC'A'$ là hình thang.

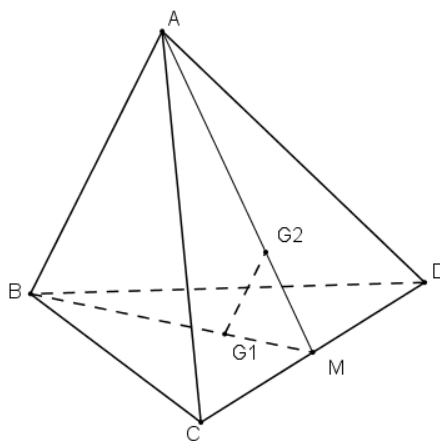
Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

B. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

C. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy. D. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của CD nên ba đường thẳng BG_1 , AG_2 và CD đồng quy tại M , mặt khác:

$$\frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3}, \text{ suy ra } G_1G_2 \parallel AB \text{ và } \frac{G_1G_2}{AB} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $G_1G_2 \parallel (ABD)$, $G_1G_2 \parallel (ABC)$ và $G_1G_2 = \frac{1}{3}AB$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sin^2 x + 2\sin x - \cos x + 1 = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^2 x + 2\sin x - \cos x + 1 = 0. \Leftrightarrow (1 + \sin x)^2 = \cos x \quad (1)$$

Điều kiện: $\cos x \geq 0$.

$$(1) \Leftrightarrow (1 + \sin x)^4 = \cos^2 x \Leftrightarrow (1 + \sin x)^4 = 1 - \sin^2 x \Leftrightarrow (1 + \sin x)^4 = (1 - \sin x)(1 + \sin x).$$

$$\Leftrightarrow (1 + \sin x) \left[(1 + \sin x)^3 - (1 - \sin x) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 + \sin x) \left[\sin^3 x + 3\sin^2 x + 4\sin x \right] = 0 \Leftrightarrow (1 + \sin x) \sin x (\sin^2 x + 3\sin x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sin x = 0 \\ \sin x = 0 \\ \sin^2 x + 3\sin x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = k2\pi \end{cases}$$

$$\text{Vậy họ nghiệm của phương trình là } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = k2\pi \end{cases}$$

Câu 2: (1,0 điểm) Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí một hình vuông kích thước $4m \times 4m$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (như hình vẽ). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Tính số tiền nước sơn để người thợ đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên? Biết tiền nước sơn $1m^2$ là 60000 đ.



Lời giải



Gọi S_i là tổng diện tích tam giác được tô sơn màu ở lần vẽ hình vuông thứ i ($1 \leq i \leq 5; i \in \mathbb{N}$) và S là diện tích hình vuông ban đầu.

Ta có: $S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} S \right)$; $S_2 = \frac{1}{2^2} \left(\frac{1}{2} S \right)$; $S_3 = \frac{1}{2^3} \left(\frac{1}{2} S \right)$; $S_4 = \frac{1}{2^4} \left(\frac{1}{2} S \right)$; $S_5 = \frac{1}{2^5} \left(\frac{1}{2} S \right)$.

Tổng diện tích các tam giác được tô sơn sau 5 lần là

$$\sum_{i=1}^5 S_i = \frac{1}{2} S \sum_{i=1}^5 \frac{1}{2^i} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{31}{4} S.$$

Số tiền nước sơn để người thợ đó hoàn thành trang trí là $\frac{31}{4} \cdot 60000 = 465000$ đ.

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4} - 2} & \text{khi } x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3}m^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4} - 2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(3 - \sqrt{x+9})(3 + \sqrt{x+9})(\sqrt{2x+4} + 2)}{(\sqrt{2x+4} - 2)(\sqrt{2x+4} + 2)(3 + \sqrt{x+9})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x(\sqrt{2x+4} + 2)}{2x(3 + \sqrt{x+9})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-(\sqrt{2x+4} + 2)}{2(3 + \sqrt{x+9})} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(5x - \frac{1}{3}m^2 \right) = -\frac{1}{3}m^2 \text{ và } f(0) = -\frac{1}{3}m^2$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{3}m^2 = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

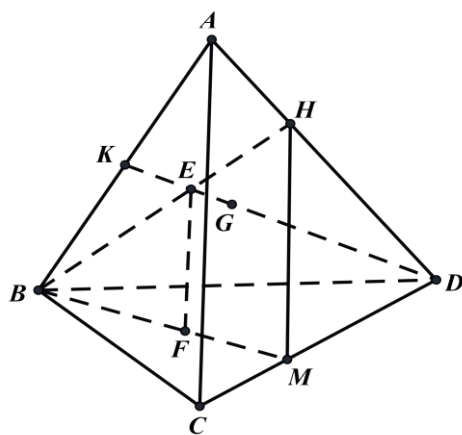
Vậy với $\begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$ thì hàm số liên tục tại $x = 0$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , điểm M , H lần lượt thuộc cạnh CD , AD sao cho $DM = 2MC$ và $DH = 2HA$. Gọi E là giao điểm DG cắt BH . Mặt phẳng (α) đi qua E song song (ABC) cắt BM tại F . Tính độ dài đoạn thẳng EF .

Lời giải

Mặt phẳng (α) đi qua E song song (ABC) cắt BM tại F suy ra $EF \parallel (ABC)$

$$\text{Giả thiết có } \frac{DM}{DC} = \frac{2}{3} = \frac{DH}{DA} \Rightarrow MH \parallel AC \text{ mà } EF \parallel (ABC) \text{ nên } EF \parallel MH$$



Khi đó: $\frac{MH}{AC} = \frac{DM}{DC} = \frac{2}{3} \Rightarrow MH = \frac{2}{3}DC = \frac{2}{3}a$

Gọi $K = DG \cap AB$

Ta có: $\frac{DG}{DK} = \frac{DH}{DA} = \frac{2}{3} \Rightarrow HG \parallel AK \Rightarrow \frac{HG}{AK} = \frac{DH}{DA} = \frac{2}{3} \Rightarrow HG = \frac{2}{3}AK = \frac{2}{3}BK$

$\Rightarrow \frac{HE}{BE} = \frac{HG}{BK} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{EF}{MH} = \frac{BE}{BH} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow EF = \frac{3}{5}HM = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}a = \frac{2}{5}a.$

Vậy độ dài của đường thẳng EF bằng $\frac{2}{5}a$.

ĐỀ SỐ**05****ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU***Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)***I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)****Câu 1:** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:**A.** Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .**B.** Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .**C.** Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.**D.** Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.**Câu 2:** Cho $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}$; $\cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.**A.** $\sin(\alpha + \beta) = \frac{5}{6}$. **B.** $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{6}$. **C.** $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{1}{6}$. **D.** $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2}{3}$.**Câu 3:** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.**A.** $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**C.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**Câu 4:** Hàm số $y = \frac{1}{\sin x - 1}$ xác định với điều kiện nào sau đây.**A.** $x \neq k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**B.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**C.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**D.** $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).**Câu 5:** Mệnh đề nào sau đây **sai**?**A.** $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.**B.** $\cos 2a = 2\sin a \cos a$ **C.** $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.**D.** $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.**Câu 6:** Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$.**A.** $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.**B.** $\cot \alpha = \sqrt{2}$.**C.** $\cot \alpha = 2$.**D.** $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.**Câu 7:** Cho $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, ($0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$). Giá trị của $\sin 2\alpha$ bằng**A.** $\sin 2\alpha = \frac{120}{169}$.**B.** $\sin 2\alpha = -\frac{120}{169}$.**C.** $\sin 2\alpha = \frac{60}{169}$.**D.** $\sin 2\alpha = -\frac{60}{169}$.**Câu 8:** Tập nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 1 = 0$ là



$$A. S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$B. S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$C. S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$D. S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 9: Hàm số $y = \frac{\sin 2x}{\cot x - \sqrt{3}}$ có tập xác định là

$$A. D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$B. D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$C. D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$D. D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song (BCD).

B. MG song song (ABD).

C. MG song song (ACB).

D. MG song song (ACD).

Câu 11: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hai đường thẳng không cắt nhau và không chéo nhau thì song song.

B. Hai đường thẳng song song nhau thì chúng không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song nhau.

D. Hai đường thẳng a và b lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì ta nói a và b chéo nhau.

Câu 12: Điền vào chỗ ... để được mệnh đề **đúng**.

“Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) ...”.

A. song song với hai đường thẳng đó.

B. trùng với một trong hai đường thẳng đó.

C. cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

D. cắt cả hai đường thẳng đó.

Câu 13: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} \left(k \in \mathbb{N}^* \right)$ bằng:

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

A. AN , với N là trung điểm của CD .

B. AK , với K là hình chiếu của C lên BD .

C. AM , với M là trung điểm của AB .

D. AH , với H là hình chiếu của B lên CD .

Câu 15: Cho a là một số thực khác 0 thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = 4$. Khi đó a bằng

A. 4.

B. -1.

C. 1.

D. -4.

Câu 16: Cho góc lượng giác α . Tìm mệnh đề **sai**. (giả sử các vế đều có nghĩa).

$$A. \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha.$$

$$B. \sin(-\alpha) = -\sin \alpha.$$



C. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.

D. $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^{n+1} \sqrt{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_8 = 3$.

B. $u_8 = -3$.

C. $u_8 = \sqrt{8}$.

D. $u_8 = -\sqrt{8}$.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

D. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

Câu 19: Dãy số nào sau đây không là một cấp số nhân?

A. $2^3; 4^3; 6^3; 8^3$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

C. $1; -1; 1; -1$.

D. $a; a^2; a^3; a^4$ với $a \neq 0$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3 - 2n$ thì S_{60} bằng

A. -117 .

B. đáp án khác.

C. -116 .

D. -6960 .

Câu 21: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$ bằng:

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1 .

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 1 & \text{khi } x < -3 \\ 2 & \text{khi } x \geq -3 \end{cases}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ bằng

A. 37 .

B. 3 .

C. 2 .

D. -3 .

Câu 23: Trong không gian có duy nhất một mặt phẳng đi qua

A. hai đường thẳng cắt nhau.

B. một điểm và một đường thẳng.

C. ba điểm phân biệt.

D. hai đường thẳng phân biệt.

Câu 24: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng

A. 3 .

B. 4 .

C. 1 .

D. 2 .

Câu 25: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = a$. Hỏi a không là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + x + 1 > 0$.

B. $-2x + 1 > 0$.

C. $x^2 - 5x + 6 < 0$.

D. $x^2 - 3x \geq 0$.

Câu 26: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 2 .

D. 1 .

Câu 27: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{2x-1}{x^2-1}$.

B. $y = \sqrt{x^2-4}$.

C. $y = x^3 + x + 1$.

D. $y = \frac{3}{\sin x}$.



Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, AC cắt BD tại O . Gọi M là trung điểm của SC . Xét các khẳng định sau:

1) $OM \parallel (SAC)$

2) $OM \parallel (SAB)$

3) $OM \parallel (SAD)$.

Số các khẳng định **đúng** trong các khẳng định trên là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng.

A. qua I và song song với AB .

B. qua J và song song với BD .

C. qua G và song song với CD .

D. qua G và song song với BC .

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

A. Giao điểm của đường thẳng EG và AC .

B. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .

C. Điểm F .

D. Giao điểm của đường thẳng EG và AF .

Câu 31: Cho hình thoi $ABCD$. Qua các đỉnh A, B, C, D dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) không song song với $(ABCD)$ cắt bốn đường thẳng nói trên tại E, F, G, H . Hỏi tứ giác $EFGH$ là hình gì?

A. Hình thoi.

B. Hình thang cân.

C. Hình bình hành.

D. Hình thang vuông.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Mặt phẳng nào sau đây song song với (OMN) ?

A. (AMO) .

B. (NOD) .

C. (OMN) .

D. (AOD) .

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SO (O là giao điểm của AC và BD).

B. SP (P là giao điểm của AB và CD).

C. SI (I là giao điểm của AC và BM).

D. SJ (J là giao điểm của AM và BD).

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

A. BJ .

B. BI .

C. AD .

D. IJ .

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{neu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{neu } \cos x < 0 \end{cases}$. Hỏi hàm số $f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$?

A. 321.

B. 1009.

C. 542.

D. 2018.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4\cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1)\sin x$.

Câu 2: (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b, c để giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b\sqrt{9x^2 + 2}}{cx + 1} = 5.$$

Câu 3: (1,0 điểm) Anh An được Khi ký hợp đồng làm việc dài hạn sau khi phỏng vấn xin việc vào công ty A. Công ty A đề xuất phương án trả lương cho anh An như sau: Ở quý đầu tiên anh An sẽ nhận được mức lương là 10 triệu đồng và kể từ quý thứ hai mức lương của anh An sẽ tăng 300.000 đồng mỗi quý. Hỏi sau 10 năm làm việc tổng số tiền anh An nhận được là bao nhiêu?

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân biết $AB = 12a, CD = 8a$, cạnh bên $BC = 4a$. Mặt phẳng (α) song song với đáy và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 2SM$. Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) bằng bao nhiêu?

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.C	2.A	3.D	4.B	5.B	6.C	7.A	8.B	9.A	10.D
11.B	12.C	13.D	14.A	15.C	16.C	17.B	18.D	19.A	20.B
21.A	22.C	23.A	24.D	25.C	26.B	27.C	28.B	29.D	30.D
31.C	32.C	33.C	34.B	35.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π .

B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kì π .

C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kì $\pi \Rightarrow$ đáp án A sai.

Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kì $2\pi \Rightarrow$ đáp án B sai.

Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ đáp án D sai.

Câu 2: Cho $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}$; $\cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

A. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{5}{6}$. B. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{6}$. C. $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{1}{6}$. D. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}.$$

Câu 3: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 4: Hàm số $y = \frac{1}{\sin x - 1}$ xác định với điều kiện nào sau đây.

A. $x \neq k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải



Điều kiện xác định: $\sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

B. $\cos 2a = 2\sin a \cos a$

C. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Lời giải

Theo lý thuyết: $\cos 2a = 2\sin a \cos a$

Câu 6: Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$.

A. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

B. $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

C. $\cot \alpha = 2$.

D. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2$.

Câu 7: Cho $\sin \alpha = \frac{5}{13}, (0 < \alpha < \frac{\pi}{4})$. Giá trị của $\sin 2\alpha$ bằng

A. $\sin 2\alpha = \frac{120}{169}$.

B. $\sin 2\alpha = -\frac{120}{169}$.

C. $\sin 2\alpha = \frac{60}{169}$.

D. $\sin 2\alpha = -\frac{60}{169}$.

Lời giải

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$.

Mặt khác, $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ nên $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, suy ra $\sin 2\alpha = \frac{120}{169}$.

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có $2\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9: Hàm số $y = \frac{\sin 2x}{\cot x - \sqrt{3}}$ có tập xác định là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

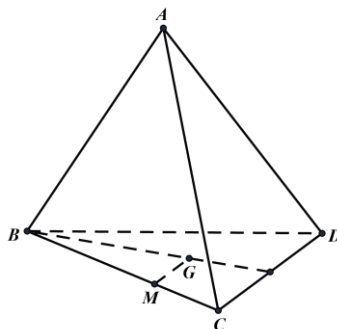
Điều kiện xác định của hàm số là: $\begin{cases} \cot x \neq \sqrt{3} \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. MG song song (BCD) . B. MG song song (ABD) .
C. MG song song (ACB) . D. MG song song (ACD) .

Lời giải



Vì $MG \parallel CD$ nên $MG \parallel (ACD)$.

Câu 11: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hai đường thẳng không cắt nhau và không chéo nhau thì song song.
B. Hai đường thẳng song song nhau thì chúng không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song nhau.
D. Hai đường thẳng a và b lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì ta nói a và b chéo nhau.

Lời giải

- A. sai, vì có thể 2 đường thẳng trùng nhau.
B. đúng (theo định nghĩa).
C. sai, vì thiếu điều kiện : “phân biệt”.
D. sai, theo định nghĩa hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 12: Điền vào chỗ ... để được mệnh đề **đúng**.

“Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) ...”.

- A. song song với hai đường thẳng đó.
B. trùng với một trong hai đường thẳng đó.
C. cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
D. cắt cả hai đường thẳng đó.

Lời giải

C. Cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó

Câu 13: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k}$ ($k \in \mathbb{N}^*$) bằng

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 0.

Lời giải

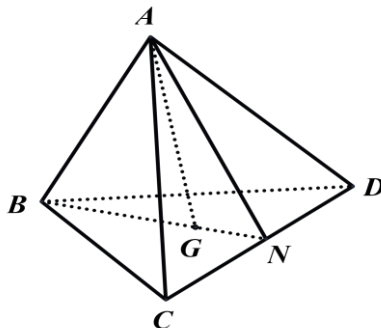
Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ ($k \in \mathbb{N}^*$)



Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A. AN , với N là trung điểm của CD .
 B. AK , với K là hình chiếu của C lên BD .
 C. AM , với M là trung điểm của AB .
 D. AH , với H là hình chiếu của B lên CD .

Lời giải



Mặt phẳng (GAB) chính là mặt phẳng (NAB) , với N là trung điểm của CD . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN .

Câu 15: Cho a là một số thực khác 0 thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = 4$. Khi đó a bằng

- A. 4. B. -1. C. 1. D. -4.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)(x + a)(x^2 + a^2)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} [(x + a)(x^2 + a^2)] = 4a^3$$

$$\text{Theo giả thiết } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a}{x - a} = 4 \text{ nên } 4a^3 = 4 \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 16: Cho góc lượng giác α . Tìm mệnh đề **sai**. (giả sử các vế đều có nghĩa).

- A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$.
 B. $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$.
 C. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.
 D. $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

Lời giải

$$\text{Theo công thức: } \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

Câu 17: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^{n+1} \sqrt{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_8 = 3$. B. $u_8 = -3$. C. $u_8 = \sqrt{8}$. D. $u_8 = -\sqrt{8}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_8 = (-1)^{8+1} \sqrt{8+1} = -3.$$

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.
 B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.
 C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.
 D. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

**Lời giải**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) , ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1).$$

Câu 19: Dãy số nào sau đây không là một cấp số nhân?

A. $2^3; 4^3; 6^3; 8^3$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

C. $1; -1; 1; -1$.

D. $a; a^2; a^3; a^4$ với $a \neq 0$.

Lời giải

Xét phương án $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$: Ta thấy $\frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}}$ nên dãy số $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ là một cấp số nhân.

Xét phương án $1; -1; 1; -1$: Ta thấy $-1 = \frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$ nên dãy số $1; -1; 1; -1$ là một cấp số nhân.

Xét phương án $a; a^2; a^3; a^4$ với $a \neq 0$: Ta thấy $a = \frac{a^2}{a} = \frac{a^3}{a^2} = \frac{a^4}{a^3}$ nên dãy số $a; a^2; a^3; a^4$ là một cấp số nhân.

Xét phương án $2^3; 4^3; 6^3; 8^3$: Ta thấy $\frac{4^3}{2^3} \neq \frac{6^3}{4^3}$.

Vậy dãy số $2^3; 4^3; 6^3; 8^3$ không phải là một cấp số nhân.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3 - 2n$ thì S_{60} bằng

A. -117 .

B. -3840 .

C. -116 .

D. -6960 .

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = 1 - 2n$, Ta có $u_{n+1} - u_n = -2, \forall n \in \mathbb{N}^*$, suy ra (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Vậy $S_{60} = \frac{60}{2}(2u_1 + 59d) = -3840$.

Câu 21: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1 .

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - 2}{3 + \frac{1}{n}} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 1 & \text{khi } x < -3 \\ 2 & \text{khi } x \geq -3 \end{cases}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ bằng

A. 37 .

B. 3 .

C. 2 .

D. -3 .

Lời giải



Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (2) = 2.$

Câu 23: Trong không gian có duy nhất một mặt phẳng đi qua

- A. hai đường thẳng cắt nhau. B. một điểm và một đường thẳng.
C. ba điểm phân biệt. D. hai đường thẳng phân biệt.

Lời giải

A sai khi hai đường thẳng phân biệt đó chéo nhau.

B sai khi điểm đó nằm trên đường thẳng đó.

C sai khi ba điểm đó phân biệt nhưng thẳng hàng.

Câu 24: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1} = \frac{2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1 - 1}{1^2 + 1} = \frac{4}{2} = 2.$

Câu 25: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = a$. Hỏi a không là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 + x + 1 > 0$. B. $-2x + 1 > 0$. C. $x^2 - 5x + 6 < 0$. D. $x^2 - 3x \geq 0$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x + 1} = 0 \Rightarrow a = 0$

Xét các bất phương trình:

$x^2 + x + 1 > 0$ tập nghiệm là $\mathbb{R}$, loại phương án A.

$-2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, loại phương án B.

$x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$, nhận phương án C.

$x^2 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$, loại phương án D.

Câu 26: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 2. D. 1

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x-1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(\sqrt{x-1} + 2)} = \frac{1}{4}.$

Câu 27: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2x-1}{x^2-1}$. B. $y = \sqrt{x^2-4}$. C. $y = x^3 + x + 1$. D. $y = \frac{3}{\sin x}$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 + x + 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$



Do đó hàm $y = x^3 + x + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

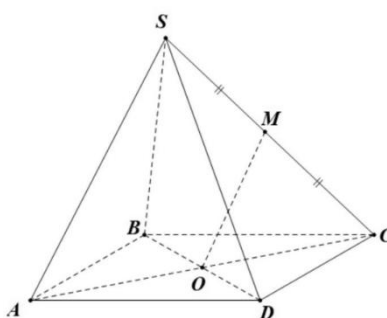
Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, AC cắt BD tại O . Gọi M là trung điểm của SC . Xét các khẳng định sau:

- 1) $OM \parallel (SAC)$
- 2) $OM \parallel (SAB)$
- 3) $OM \parallel (SAD)$.

Số các khẳng định **đúng** trong các khẳng định trên là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải



Vì OM là đường trung bình của tam giác SAC nên $OM \parallel SA$ và $\begin{cases} SA \subset (SAB) \\ OM \not\subset (SAB) \end{cases}$

Do đó $OM \parallel (SAB)$.

Tương tự: $OM \parallel SA$ và $\begin{cases} SA \subset (SAD) \\ OM \not\subset (SAD) \end{cases}$, do đó $OM \parallel (SAD)$.

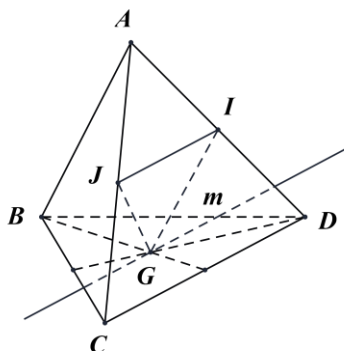
Ta lại có: $OM \subset (SAC)$ nên OM không song song với $mp(SAC)$.

Vậy trong các khẳng định trên có 2 khẳng định đúng.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng.

- A. qua I và song song với AB . B. qua J và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .

Lời giải





Ta có G là một điểm chung của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) .

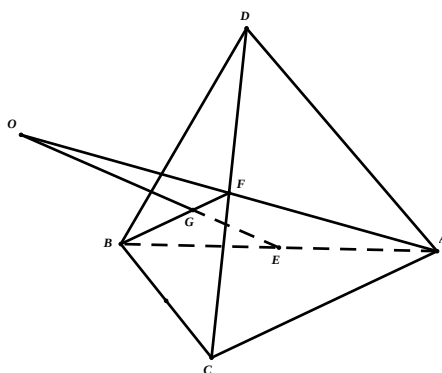
$$\text{Mặt khác } \begin{cases} IJ \parallel CD \\ IJ \subset (IJG) \\ CD \subset (ACD) \end{cases}.$$

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng m qua G và song song với CD .

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A. Giao điểm của đường thẳng EG và AC . B. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .
C. Điểm F . D. Giao điểm của đường thẳng EG và AF .

Lời giải



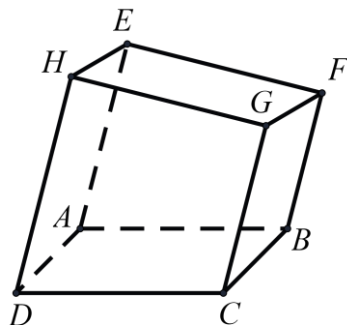
Trong mặt phẳng (ABF) có $AF \cap EG = \{O\}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AF \subset (ACD) \\ AF \cap EG = \{O\} \end{cases} \Rightarrow EG \cap (ACD) = \{O\}.$$

Câu 31: Cho hình thoi $ABCD$. Qua các đỉnh A, B, C, D dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) không song song với $(ABCD)$ cắt bốn đường thẳng nói trên tại E, F, G, H . Hỏi tứ giác $EFGH$ là hình gì?

- A. Hình thoi. B. Hình thang cân.
C. Hình bình hành. D. Hình thang vuông.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \parallel AD \\ AD \subset (ADHE) \Rightarrow BC \parallel (ADHE) \quad (1) \\ BC \not\subset (ADHE) \end{cases}$$



Tương tự ta có $GC \parallel (ADHE)$ (2) mà $BC \cap GC = C$ (3).

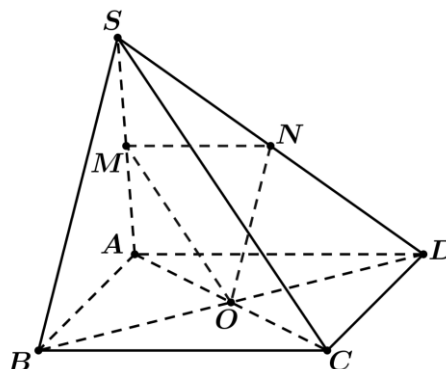
Từ (1), (2), (3) ta có $(BCGF) \parallel (ADHE)$ (5). Mặt khác $(BCGF) \cap (EFGH) = GF$ (6) và $(ADHE) \cap (EFGH) = HE$ (7). Từ (5), (6), (7) ta có $HE \parallel GF$.

Chúng minh tương tự ta có $HG \parallel EF$. Vậy tứ giác $EFGH$ là hình bình hành.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Mặt phẳng nào sau đây song song với (OMN) ?

- A. (AMO) . B. (NOD) . C. (OMN) . D. (AOD) .

Lời giải



Vì ON là đường trung bình của $\triangle SBD$ nên $ON \parallel SB \subset (SBC)$.

Lại có: $ON \not\subset (SBC)$.

Do đó: $ON \parallel (SBC)$.

Tương tự ta có: $OM \parallel (SBC)$.

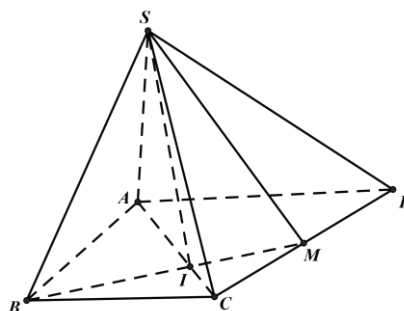
Mặt khác: $\begin{cases} ON, OM \subset (OMN) \\ ON \cap OM = O \end{cases}$

Vậy $(OMN) \parallel (SBC)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

- A. SO (O là giao điểm của AC và BD). B. SP (P là giao điểm của AB và CD).
C. SI (I là giao điểm của AC và BM). D. SJ (J là giao điểm của AM và BD).

Lời giải.

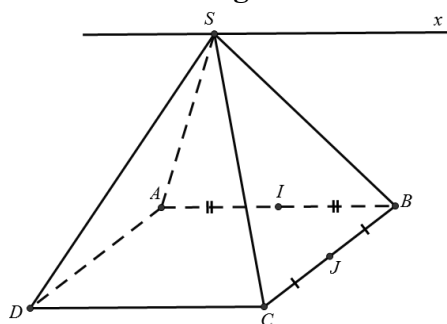


Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi AC cắt BM tại I . Khi đó dễ thấy hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) có hai điểm chung là S và I nên giao tuyến của hai mặt phẳng đó là SI .



- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với
- A. BJ . B. BI . C. AD . D. IJ .

Lời giải



$$\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx, Sx // AB, Sx // CD \text{ do } Sx // AB \Rightarrow Sx // BI.$$

- Câu 35:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{neu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{neu } \cos x < 0 \end{cases}$. Hỏi hàm số $f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$?

- A. 321. B. 1009. C. 542. D. 2018.

Lời giải

$$\text{Xét hàm số } f(x) \text{ trên đoạn } [0; 2\pi], \text{ khi đó: } f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{neu } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right] \\ 1 + \cos x & \text{neu } x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 = f(0); \quad \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) = 0 = f(2\pi).$$

$$\text{Hàm số rõ ràng liên tục trên các khoảng } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]; \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \text{ và } \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right].$$

$$\text{Ta xét tại } x = \frac{\pi}{2}:$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} (1 + \cos x) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \sin x = 1 \text{ và } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$$

$$\text{Nhu vậy } \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ nên hàm số } f(x) \text{ liên tục tại điểm } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Ta xét tại } x = \frac{3\pi}{2}:$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} \sin x = -1; \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} (1 + \cos x) = 1;$$



Vì $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} f(x)$ nên hàm số $f(x)$ gián đoạn tại điểm $x = \frac{3\pi}{2}$.

Do đó, trên đoạn $[0; 2\pi]$ hàm số chỉ gián đoạn tại điểm $x = \frac{3\pi}{2}$.

Do tính chất tuần hoàn của hàm số $y = \cos x$ và $y = \sin x$ suy ra hàm số gián đoạn tại các điểm $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có $x \in (0; 2018) \Leftrightarrow 0 < \frac{3\pi}{2} + k2\pi < 2018 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < k < \frac{1009}{\pi} - \frac{3}{4} \approx 320,42$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0, 1, 2, \dots, 320\}$.

Vậy, hàm số $f(x)$ có 321 điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4\cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1)\sin x$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4\cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1)\sin x \\ \Leftrightarrow & 2\sqrt{3}\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 4\cos x - 4\sqrt{3}\sin x - 4\sin x + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\sin x(\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2) - 4(\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & 2(\sin x - 2)(\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{3}\sin x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b, c để

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b\sqrt{9x^2 + 2}}{cx + 1} = 5.$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b\sqrt{9x^2 + 2}}{cx + 1} = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - b|x|\sqrt{9 + \frac{2}{x^2}}}{cx + 1} = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + b\sqrt{9 + \frac{2}{x^2}}}{c + \frac{1}{x}} = 5 \\ \Leftrightarrow & \frac{a + b\sqrt{9 + 0}}{c + 0} = 5 \Leftrightarrow \frac{a + 3b}{c} = 5 \Leftrightarrow a + 3b = 5c. \end{aligned}$$

Vậy với $a + 3b = 5c$ thì giới hạn đã cho bằng 5

Câu 3: (1,0 điểm) Anh An được Khi ký hợp đồng làm việc dài hạn sau khi phỏng vấn xin việc vào công ty A. Công ty A đề xuất phương án trả lương cho anh An như sau: Ở quý đầu tiên anh An sẽ nhận được mức lương là 10 triệu đồng và kể từ quý thứ hai mức lương của anh An sẽ tăng 300.000 đồng mỗi quý. Hỏi sau 10 năm làm việc tổng số tiền anh An nhận được là bao nhiêu?

Lời giải





Một năm có 4 quý nên sau 10 năm sẽ có 40 quý.

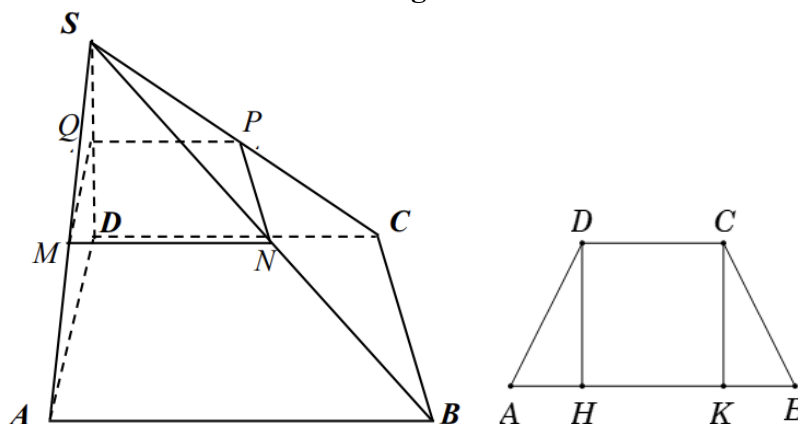
Vì mỗi tháng mức lương tăng 300 000 đồng mỗi quý nên đây là bài toán cấp số cộng với $u_1 = 10, d = 0,3$.

$$\text{Do đó } S_{40} = \frac{40.(u_1 + u_{40})}{2} = \frac{40.(10 + 10 + 39.0,3)}{2} = 634 \text{ triệu đồng.}$$

Vậy sau 10 năm thì tổng số tiền anh An nhận được là 634 triệu đồng.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với hai đáy $AB = 12a, CD = 8a$, cạnh bên $BC = 4a$. Mặt phẳng (α) song song với đáy và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 2SM$. Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) bằng bao nhiêu?

Lời giải



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB

$$ABCD \text{ là hình thang cân} \Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 2a.$$

$$\text{Tam giác } BCK \text{ vuông tại } K, \text{ có } CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{(4a)^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra diện tích hình thang } ABCD \text{ là } S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{8a + 12a}{2} = 20a^2\sqrt{3}.$$

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (α) và các cạnh SB, SC, SD .

Vì mặt phẳng $(\alpha) \parallel (ABCD)$ nên theo định lý Talet, ta có

$$k = \frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}.$$

Khi đó mặt phẳng (α) cắt hình chóp theo thiết diện $MNPQ$ có diện tích là:

$$S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 20a^2\sqrt{3} = 5a^2\sqrt{3}.$$

-----HẾT-----

ĐỀ SỐ**06****ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU***Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)***I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)****Câu 1:** Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

A. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây là một hàm số chẵn?

A. $y = \tan x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cot x$.

Câu 3: Công thức nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \alpha$ là

A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai là $d = 3$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng là

A. $u_2 = 3$.

B. $u_2 = 4$.

C. $u_2 = 5$.

D. $u_2 = 6$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

A. $u_n = (-1)^n n$

B. $u_n = n^2$

C. $u_n = 2^n$

D. $u_n = \frac{n}{3^n}$

Câu 6: Biểu thức $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right)$ được viết lại

A. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \sin a + \frac{1}{2}$.

B. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a + \frac{1}{2} \cos a$.

C. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a - \frac{1}{2} \cos a$.

D. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \sin a - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a$.

Câu 7: Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin 2a = 2 \sin a$.

B. $\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$.

C. $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

D. $\sin 2a = \sin a + \cos a$.

Câu 8: Phương trình $\sin 2023x = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{k2\pi}{2023} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{k\pi}{4046} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{k\pi}{2023} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = k2023\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 9: Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

A. 2; 5; 8; 11; 14.

B. 2; 4; 8; 10; 14.

C. 1; 2; 3; 4; 5; 7.

D. 15; 10; 5; 0; -4.

Câu 10: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4



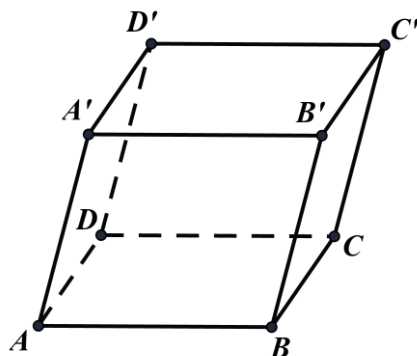
Câu 11: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. a và d cắt nhau. B. a và d trùng nhau.
C. a và d chéo nhau. D. a và d song song.

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel (SAB)$. B. $MN \parallel (SBC)$. C. $MN \parallel (SBD)$. D. $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 13: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (BCA') . B. (BDA') . C. $(A'C'C)$. D. $(BC'D)$.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

- A. O' . B. A' . C. B' . D. C' .

Câu 15: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\infty$. C. 0 . D. -1 .

Câu 16: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ bằng

- A. 2 . B. 0 . C. -2 . D. $-\frac{3}{2}$.

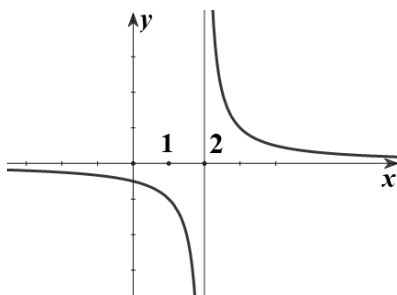
Câu 17: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023}$ ta được kết quả là

- A. 2023 . B. 0 . C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 18: Hàm số $y = \frac{1}{2x + 4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A. 2 . B. 1 . C. 4 . D. -2 .

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Câu 20: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

- A. $\frac{1}{3}$ phút. B. $\frac{1}{6}$ phút. C. $\frac{1}{4}$ phút. D. 1,5 phút.

Câu 21: Cho dãy số u_n xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó u_3 có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 22: Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 1635. B. 1792. C. 2055. D. 3125.

Câu 23: Năm 2022, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2027 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu?

- A. 675.000.000 đồng. B. 664.382.000 đồng.
C. 677.941.000 đồng. D. 691.776.000 đồng.

Câu 24: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. AC . B. SE . C. SF . D. SD .

Câu 25: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và b là đường thẳng nằm trong (P) . Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

- A. a song song b . B. a cắt b .
C. a và b chéo nhau. D. a và b không có điểm chung.

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x - 2 & \text{khi } x \neq 2 \\ x + m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

- A. $m = 8$. B. $m = 10$. C. $m = -8$. D. $m = -10$.

Câu 27: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

- A. -12. B. -2. C. 0. D. -6.



Câu 28: Kết quả của $\lim u_n = \lim \frac{3n - n^4}{4n - 5} = \lim n^3 \left(\frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n}} \right) = -\infty$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1}$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 30: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim \frac{2^n + 3}{1 - 2^n}$. B. $\lim \frac{3^n + 1}{3 \cdot 2^n - 4^n}$. C. $\lim \frac{1 - n^2}{3n^2 + 2n}$. D. $\lim \frac{n^2 - 1}{n - 2n^2}$.

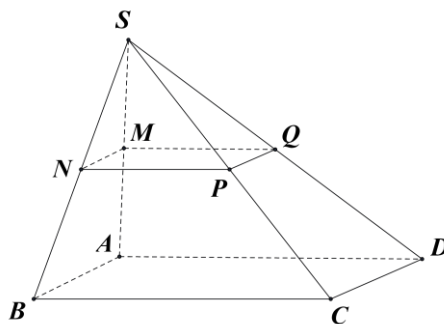
Câu 31: Tìm m để $P = 3$ với $P = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + m}{x + 2}$.

- A. 6. B. 14. C. 3. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 32: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy.
C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.
D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Xác định tất cả các đường thẳng song song với đường thẳng MN .



- A. AB, PQ . B. AB, CD, PQ . C. AB, AC, PQ . D. AB, BC, PQ .

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. SI song song với CD . B. SI chéo với CD .
C. SI cắt với CD . D. SI trùng với CD .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ ($0 \leq t \leq 24$) được cho bởi công thức

$$h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) + 14.$$

Thời điểm nào trong ngày mực nước trong kênh là cao nhất?

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm m, n để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

Câu 3: (1,0 điểm) Một rạp chiếu phim có tất cả 25 dãy ghế, biết dãy đầu tiên có 30 ghế và mỗi dãy ghế sau có hơn dãy trước 4 ghế. Hỏi tổng số ghế từ dãy thứ 15 đến dãy thứ 25 là bao nhiêu?

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn $AD = 3BC$. Gọi M là điểm trên cạnh AB thỏa $AM = 2MB$. Gọi N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng BD và song song với (MNP) . Gọi K là giao

điểm của SC với mặt phẳng (α) . Tính tỉ số $\frac{KC}{KS}$.

----- **HẾT** -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.C	3.D	4.C	5.C	6.B	7.B	8.C	9.A	10.A
11.D	12.D	13.D	14.A	15.C	16.C	17.D	18.D	19.B	20.C
21.A	22.C	23.C	24.B	25.B	26.B	27.A	28.C	29.C	30.B
31.A	32.B	33.B	34.D	35.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM**

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

- A. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ (Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$)

Câu 2: Hàm số nào sau đây là một hàm số chẵn?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải

Vì $\cos(-x) = \cos x$ và hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên nó là một hàm số chẵn.

Câu 3: Công thức nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \alpha$ là

- A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai là $d = 3$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng là

- A. $u_2 = 3$. B. $u_2 = 4$. C. $u_2 = 5$. D. $u_2 = 6$.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 + d = 2 + 3 = 5$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = (-1)^n n$ B. $u_n = n^2$ C. $u_n = 2^n$ D. $u_n = \frac{n}{3^n}$

Lời giải

Lập tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

A: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$ không phải cấp số nhân.

B: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.



C: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội bằng 2.

D: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

Câu 6: Biểu thức $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right)$ được viết lại

A. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \sin a + \frac{1}{2}$.

B. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a + \frac{1}{2} \cos a$.

C. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a - \frac{1}{2} \cos a$.

D. $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \sin a - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a$.

Lời giải

Công thức: $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

$$\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \sin a \cos \frac{\pi}{6} + \cos a \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a + \frac{1}{2} \cos a.$$

Câu 7: Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\sin 2a = 2 \sin a$.

B. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

C. $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

D. $\sin 2a = \sin a + \cos a$.

Lời giải

Ta có công thức nhân đôi: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

Câu 8: Phương trình $\sin 2023x = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{k2\pi}{2023} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{k\pi}{4046} (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{k\pi}{2023} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = k2023\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\sin 2023x = 0 \Leftrightarrow 2023x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2023} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9: Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

A. 2; 5; 8; 11; 14.

B. 2; 4; 8; 10; 14.

C. 1; 2; 3; 4; 5; 7.

D. 15; 10; 5; 0; -4.

Lời giải

Ta có: $u_{k+1} = u_k + 3, \forall k \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Câu 10: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể

song song hoặc cắt nhau

Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau

Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.



Câu 11: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d . Kết luận nào sau đây đúng?

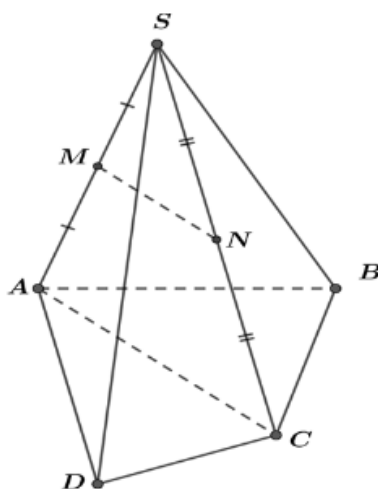
- A. a và d cắt nhau. B. a và d trùng nhau.
C. a và d chéo nhau. D. a và d song song.

Lời giải

$$\left. \begin{array}{l} d = (\alpha) \cap (\beta) \\ \text{Ta có } a \subset (\beta) \\ a // (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d // a.$$

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $MN // (SAB)$. B. $MN // (SBC)$. C. $MN // (SBD)$. D. $MN // (ABCD)$.

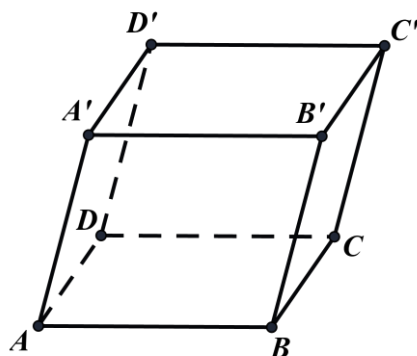


Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow MN // AC$.

Mặt khác $AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$.

Câu 13: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

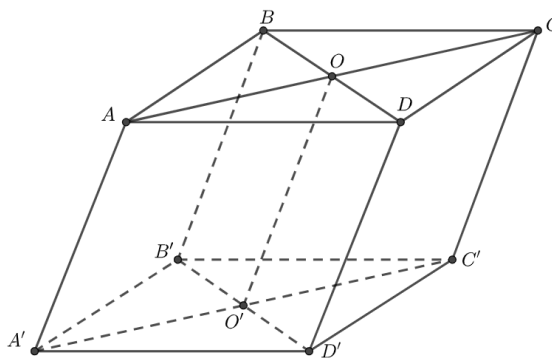


- A. (BCA') . B. (BDA') . C. $(A'C'C)$. D. $(BC'D)$.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

- A. O' . B. A' . C. B' . D. C' .

Lời giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $OO' \parallel AA'$. Vậy hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là O' .

Câu 15: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{4} = 0.$$

Giải nhanh : Dạng « bậc tử » < « bậc mẫu » nên kết quả bằng 0.

Câu 16: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2} = \frac{1 - 3}{-1 + 2} = -2$$

Câu 17: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023}$ ta được kết quả là

A. 2023.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023} = -\infty$$

Câu 18: Hàm số $y = \frac{1}{2x + 4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. 2.

B. 1

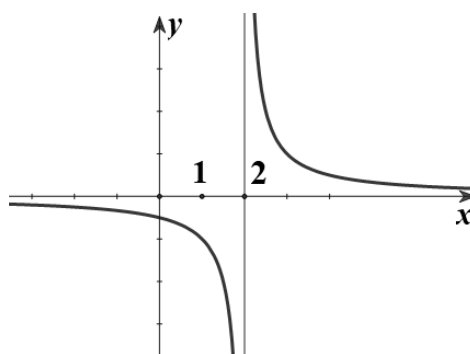
C. 4.

D. -2.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, suy ra hàm số gián đoạn tại $x = -2$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Lời giải

Tại $x = 2$, hàm số không liên tục.

Câu 20: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

- A. $\frac{1}{3}$ phút. B. $\frac{1}{6}$ phút. C. $\frac{1}{4}$ phút. D. 1,5 phút.

Lời giải

$$\text{Tính được: } 270^\circ = \frac{270}{180} \pi = \frac{3}{2} \pi = \frac{3}{4} \cdot 2\pi$$

Vậy đu quay quay được góc 270° khi nó quay được $\frac{3}{4}$ vòng

Ta có: Đu quay quay được 1 vòng trong $\frac{1}{3}$ phút

Đu quay quay được $\frac{3}{4}$ vòng trong $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ phút.

Câu 21: Cho dãy số u_n xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó u_3 có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Theo công thức truy hồi ta có } u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}.$$

Câu 22: Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 1635. B. 1792. C. 2055. D. 3125.

Lời giải

Số ghế của mỗi dãy theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có 30 số hạng có công sai $d = 3$ và $u_1 = 25$.

$$\text{Tổng số ghế là } S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = 30u_1 + \frac{30 \cdot 29}{2} d = 2055$$

A. 675.000.000 đồng.
B. 664.382.000 đồng.
C. 677.941.000 đồng.
D. 691.776.000 đồng.

Giá tiền xe bán ra năm 2027 là $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 750.000.000 \times (0,98)^5 = 677.940.597,6$ đồng.

A. AC . **B. SE .** **C. SF .** **D. SD .**

A. a song song b . **B.** a cắt b .
C. a và b chéo nhau. **D.** a và b không có điểm chung.

Mà $b \subset (P)$ nên a không điểm chung với b tức a không thể cắt b .

A. $m = 8$. **B.** $m = 10$. **C.** $m = -8$. **D.** $m = -10$.

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$ thì $m + 2 = 12 \Leftrightarrow m = 10$.



Câu 27: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

- A. -12. B. -2. C. 0. D. -6.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left(a + \frac{2}{n^3} \right)} = \frac{2}{a} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $a = 4$. Khi đó $a - a^2 = 4 - 4^2 = -12$.

Câu 28: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - n^4}{4n - 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n}} \right) = -\infty$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 2^n - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1} = 0$$

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1}$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = 2.$$

Câu 30: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3}{1 - 2^n}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{3 \cdot 2^n - 4^n}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^2}{3n^2 + 2n}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{n - 2n^2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{3 \cdot 2^n - 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n - 1} = 0.$$

Câu 31: Tìm m để $P = 3$ với $P = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + m}{x + 2}$.

- A. 6. B. 14. C. 3. D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + m}{x + 2} = \frac{3 \cdot 2 + m}{2 + 2} = \frac{6 + m}{4}.$$

$$\text{Khi đó: } \frac{6 + m}{4} = 3 \Leftrightarrow m = 6.$$



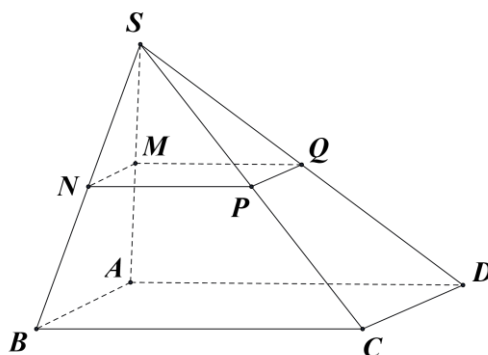
Câu 32: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
- B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng qui.
- C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.
- D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Lời giải

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy song song hoặc đồng qui.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Xác định tất cả các đường thẳng song song với đường thẳng MN .



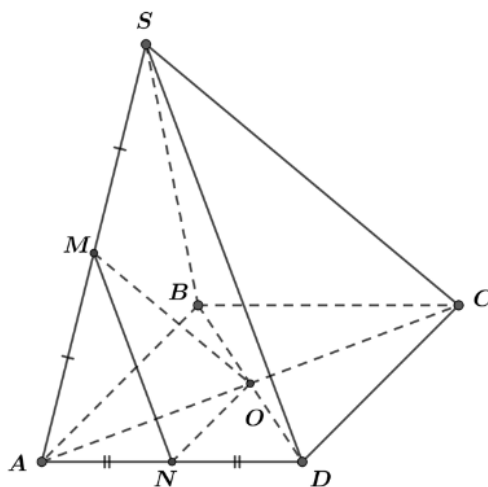
- A. AB, PQ .
- B. AB, CD, PQ .
- C. AB, AC, PQ .
- D. AB, BC, PQ .

Lời giải

Các đường thẳng song song với MN là: AB, CD và PQ .

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) .
- B. (SAB) .
- C. (SAD) .
- D. (SCD) .



Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow MN \parallel SD$.



$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel SD \\ MN \not\subset (SCD) \Rightarrow MN \parallel (SCD) \\ SD \subset (SCD) \end{cases}$$

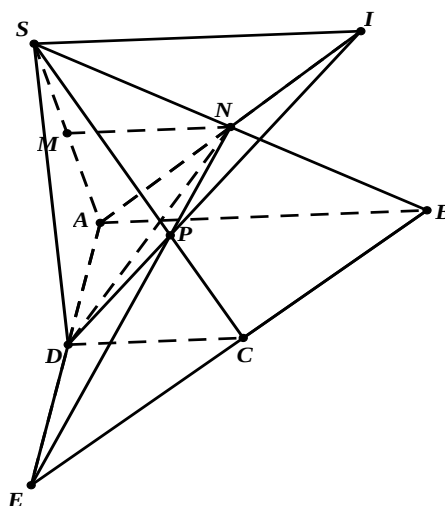
Tương tự $ON \parallel (SCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel (SCD), ON \parallel (SCD) \\ MN \subset (MNO), ON \subset (MNO) \Rightarrow (MNO) \parallel (SCD) \\ MN \cap ON = \{N\} \end{cases}$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. SI song song với CD . B. SI chéo với CD .
C. SI cắt với CD . D. SI trùng với CD .

Lời giải



Trong $(ABCD)$ gọi $E = AD \cap BC$, trong (SCD) gọi $P = SC \cap EN$.

Ta có $E \in AD \subset (ADN) \Rightarrow EN \subset (AND) \Rightarrow P \in (ADN)$.

Vậy $P = SC \cap (ADN)$.

$$\text{Do } I = AN \cap DP \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \\ I \in DP \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAB) \\ I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow SI = (SAB) \cap (SCD)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \parallel CD.$$

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) ($0 \leq t \leq 24$) được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Thời điểm nào trong ngày mực nước trong kênh là cao nhất?

Lời giải

$$\text{Ta có } -3 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$$

$$\text{Khi đó: } \text{Max} h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 24k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Mà } \begin{cases} t \in \mathbb{N} \\ 0 \leq t \leq 24 \end{cases} \text{ nên } k = 1 \Rightarrow t = -3 + 24.1 = 21(\text{h})$$

Vậy thời điểm mực nước trong kênh cao nhất trong ngày là 21(h).

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-m}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm m, n để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ và có: $f(1) = n$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-m^2}{(x-1)(\sqrt{x+3}+m)}.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-m^2}{(x-1)(\sqrt{x+3}+m)} \quad (1)$$

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ tồn tại và hữu hạn thì dạng của nó là $\frac{0}{0}$ khi đó 1 là nghiệm của phương trình

$$x+3-m^2=0 \text{ suy ra } 1+3-m^2=0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-2 \end{cases}.$$

$$\text{Khi } m=2 \text{ thì } (1) \Rightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} \Rightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} \Rightarrow n = \frac{1}{4}.$$

Khi $m=-2$ thì $(1) \Rightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}-2}$ mà $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}-2}$ không hữu hạn suy ra không tồn tại n .

Vậy với $m=2$ và $n=\frac{1}{4}$ thì hàm số liên tục tại $x_0=1$.

Câu 3: (1,0 điểm) Một rạp chiếu phim có tất cả 25 dãy ghế, biết dãy đầu tiên có 30 ghế và mỗi dãy ghế sau có hơn dãy trước 4 ghế. Hỏi tổng số ghế từ dãy thứ 15 đến dãy thứ 25 là bao nhiêu?

Lời giải

Giả sử dãy ghế đầu tiên của rạp chiếu phim là $u_1 \Rightarrow u_1 = 30$.

Vì mỗi dãy ghế sau có hơn dãy ghế trước 4 ghế $\Rightarrow$ các dãy ghế của rạp chiếu phim lập thành một cấp số cộng với công sai $d=4$.

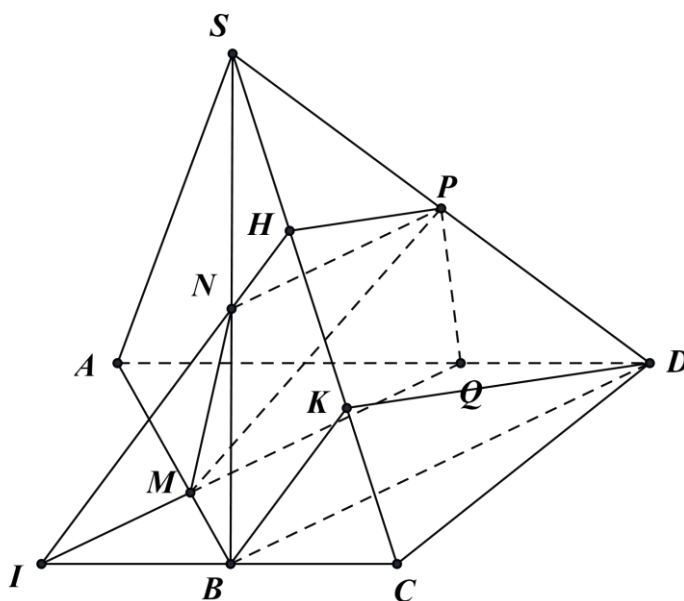


Tổng số ghé của rạp hát là $S_{25} = \frac{25 \cdot (2u_1 + 24d)}{2} = \frac{25 \cdot (2 \cdot 30 + 24 \cdot 4)}{2} = 1950$ ghé.

Tổng số ghé của rạp từ dãy một đến dãy 14 là $S_{14} = \frac{14 \cdot (2u_1 + 13d)}{2} = \frac{14 \cdot (2 \cdot 30 + 13 \cdot 4)}{2} = 784$ ghé.

Tổng số ghé từ dãy thứ 15 đến dãy thứ 25 là $S = 1950 - 784 = 1166$ ghé.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn $AD = 3BC$. Gọi M là điểm trên cạnh AB thỏa $AM = 2MB$. Gọi N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng BD và song song với (MNP) . Gọi K là giao điểm của SC với mặt phẳng (α) . Tính tỉ số $\frac{KC}{KS}$.



Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) : $MNHPQ$

Xác định $K = SC \cap (\alpha)$

Ta có: NH là đường trung bình của $\triangle SBK$: $\Rightarrow SH = HK$

Mặt khác: $BI = QD$ (do $BIQD$ là hình bình hành) và $\frac{QD}{AD} = \frac{1}{3}$ (do $AM = 2BM$) $\Rightarrow QD = BC$

Suy ra B là trung điểm của $IC \Rightarrow BK$ là đường trung bình của $\triangle CIH \Rightarrow HJ = KC$

Vậy $\frac{KC}{KS} = \frac{1}{2}$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ

07

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π ?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Câu 2: Với α là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. B. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. D. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n - \sin 3n$ B. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. C. $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. D. $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

- A. 22. B. 23. C. 24. D. 21.

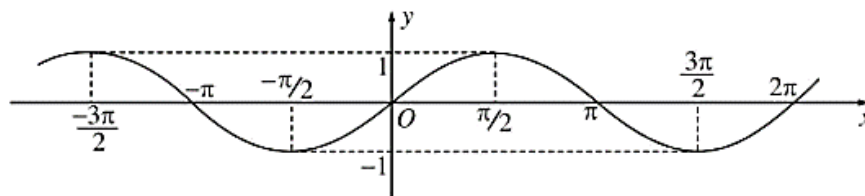
Câu 6: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

- A. 4, 5, 6, 7, 8. B. 4, 16, 32, 64, 128.
C. 4, 6, 9, 13, 18. D. 4, 5, 7, 10, 14.

Câu 7: Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 8: Đồ thị hàm số như hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào sau:



- A. $y = \tan x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot x$.

Câu 9: Phương trình lượng giác $\sqrt{3} \tan \frac{x}{2} - 1 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.



- Câu 10:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 2, q = 2$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân đó là
- A. 2046. B. -2046. C. 1023. D. -1023.
- Câu 11:** Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 - u_3 = 60 \\ u_9 - u_7 = 960 \end{cases}$ với công bội dương. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.
- A. $u_1 = \frac{1}{4}; q = 4$. B. $u_1 = 5; q = 2$. C. $u_1 = 2; q = 5$. D. $u_1 = 4; q = \frac{1}{4}$.
- Câu 12:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:
- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.
 B. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
 C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của hai mặt phẳng đó cũng song song với đường thẳng.
 D. Nếu một mặt phẳng song song với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì nó cũng song song với đường thẳng còn lại.
- Câu 13:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $HK \parallel (SBC)$. B. $HK \parallel (SBD)$. C. $HK \parallel (SAC)$. D. $HK \parallel (SAD)$.
- Câu 14:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
 C. $(BA'D') \parallel (ADC)$. D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.
- Câu 15:** Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.
- Câu 16:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?
- A. $(BC'A)$. B. $(A'B'C')$. C. $(BB'C)$. D. $(CC'A)$.
- Câu 17:** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng
- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.
- Câu 18:** Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)}$.
- A. $-\frac{11}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{11}{8}$. D. $\frac{11}{8}$.
- Câu 19:** Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$ là



A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 2)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(-5; 3)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Câu 21: Hàm số $y = -\frac{1}{x}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Câu 22: Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 5x^2 + 4b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

A. $a = 8b$

B. $a = 24b$

C. $a = b$

D. $a = 12b$

Câu 23: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A. $A = \tan 6x$.

B. $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 24: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. 9

B. 14

C. 16.

D. 19

Câu 25: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

A. 16384.

B. 16383.

C. 32767.

D. 32768.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC) .

B. (SCD) .

C. $(ABCD)$.

D. (SAB) .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CD .

B. BD .

C. AD .

D. AB .

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

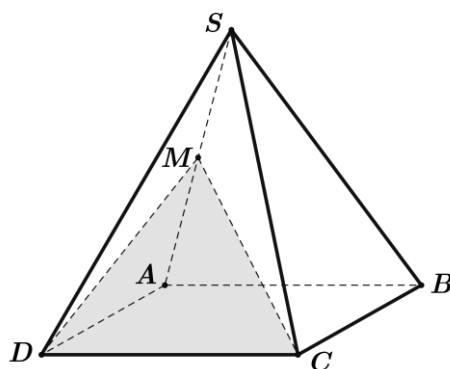
A. (ACD) .

B. (ABC) .

C. (ABD) .

D. (BCD) .

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) là:



- A. Không có giao điểm. B. Giao điểm của đường thẳng SB và MC .
C. Giao điểm của đường thẳng SB và MD . D. Trung điểm của đoạn thẳng SB .

Câu 30: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$.
B. OO' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. $OO' \parallel (ADD'A')$.
D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.

Câu 31: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}}$.

- A. $-\frac{1}{7}$. B. 2. C. -2. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 32: Khi ký hợp đồng làm việc dài hạn, công ty đề xuất phương án trả lương như sau: Ở quý đầu tiên người lao động sẽ nhận 10 triệu đồng và kể từ quý thứ hai mức lương sẽ tăng 300 000 đồng mỗi quý. Hỏi sau 10 năm làm việc, tổng số tiền người lao động nhận được là bao nhiêu?

- A. 530 triệu. B. 550 triệu. C. 630 triệu. D. 634 triệu.

Câu 33: Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

- A. $K = 0$. B. $K = 1$. C. $K = -2$. D. $K = 4$.

Câu 34: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5}{2 - x}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4} + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+4}{x^2 - 2mx + m^2 + 2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số thực m để

hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

- A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 6$.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình : $\frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 2: (1,0 điểm) Chu kỳ bán rã của của nguyên tố phóng xạ Poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày thì khối lượng của nguyên tố đó còn lại một nửa). Tính chính xác đến hàng phần trăm khối lượng còn lại của 100 gam Poloni 210 sau 1518 ngày (khoảng 4 năm)?

Câu 3: (1,0 điểm) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ 4 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I , EF cắt BC tại J , FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

-----**HẾT**-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.B	3.B	4.C	5.B	6.D	7.C	8.B	9.C	10.A
11.B	12.C	13.A	14.C	15.C	16.C	17.B	18.D	19.A	20.D
21.A	22.B	23.C	24.A	25.C	26.A	27.B	28.A	29.D	30.B
31.C	32.D	33.C	34.A	35.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π ?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π vì: $\sin(x + k2\pi) = \sin x$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2: Với α là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. B. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. D. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Lời giải

Công thức đúng là $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, do đó $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n - \sin 3n$ B. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. C. $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. D. $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

- A. 22. B. 23. C. 24. D. 21.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_2 = u_1 + d = 3 \\ u_5 = u_1 + 4d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ d = 3 \end{cases}$

Gọi tổng của n ($n > 0, n \in \mathbb{N}$) số hạng đầu bằng 759 suy ra

$$S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 759 \Leftrightarrow \frac{n[0 + (n-1)3]}{2} = 759$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) = 506 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -22 (\text{loại}) \\ n = 23 \end{cases}$$

Câu 6: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

A. 4, 5, 6, 7, 8.

B. 4, 16, 32, 64, 128.

C. 4, 6, 9, 13, 18.

D. 4, 5, 7, 10, 14.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 + 1 = 5$; $u_3 = u_2 + 2 = 7$; $u_4 = u_3 + 3 = 10$; $u_5 = u_4 + 4 = 14$.

Câu 7: Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

A. Bị chặn.

B. Không bị chặn.

C. Bị chặn trên.

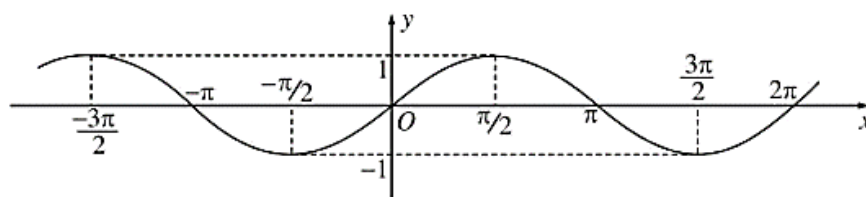
D. Bị chặn dưới.

Lời giải

Vì $u_n = 4 - 3n - n^2 = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn trên; dãy (u_n)

không bị chặn dưới.

Câu 8: Đồ thị hàm số như hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào sau:



A. $y = \tan x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cot x$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số $y = \sin x$.

Câu 9: Phương trình lượng giác $\sqrt{3} \tan \frac{x}{2} - 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{3} \tan \frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 2, q = 2$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân đó là

A. 2046.

B. -2046.

C. 1023.

D. -1023.

Lời giải

Ta có $S_{10} = u_1 \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{2(1 - 2^{10})}{1 - 2} = 2046$.



Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 - u_3 = 60 \\ u_9 - u_7 = 960 \end{cases}$ với công bội dương. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.

- A. $u_1 = \frac{1}{4}; q = 4$. B. $u_1 = 5; q = 2$. C. $u_1 = 2; q = 5$. D. $u_1 = 4; q = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 - u_3 = 60 \\ u_9 - u_7 = 960 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 - u_1 \cdot q^2 = 60 \\ u_1 \cdot q^8 - u_1 \cdot q^6 = 960 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^2 (q^2 - 1) = 60 & (1) \\ u_1 \cdot q^6 (q^2 - 1) = 960 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Lấy (2):(1) ta được } q^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 & (n) \\ q = -2 & (l) \end{cases}.$$

$$\text{Với } q = 2 \Rightarrow u_1 = \frac{60}{2^2 \cdot (2^2 - 1)} = 5.$$

Vậy số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$.

Câu 12: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.
 B. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
 C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của hai mặt phẳng đó cũng song song với đường thẳng.
 D. Nếu một mặt phẳng song song với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì nó cũng song song với đường thẳng còn lại.

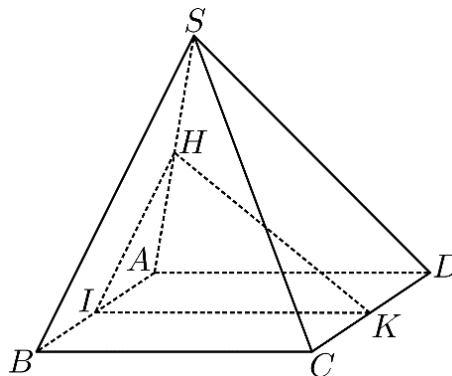
Lời giải

Đáp án C đúng, dựa theo tính chất đường thẳng song song với mặt phẳng.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $HK // (SBC)$. B. $HK // (SBD)$. C. $HK // (SAC)$. D. $HK // (SAD)$.

Lời giải



Ta có HI là đường trung bình của tam giác SAB nên $HI // SB \subset (SBC) \Rightarrow HI // (SBC)$

Lại có I, K lần lượt là trung điểm AB, CD nên $IK // BC \subset (SBC) \Rightarrow IK // (SBC)$

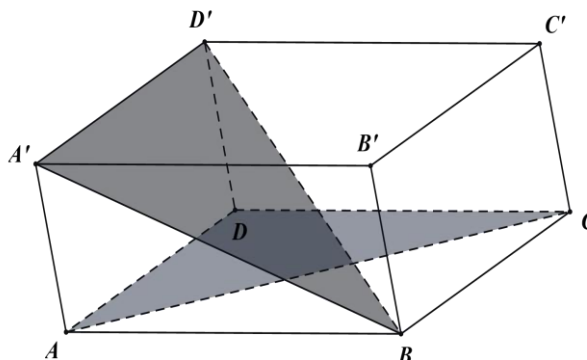
Từ, ta có $(HIK) // (SBC)$, mà $HK \subset (HIK)$ nên $HK // (SBC)$.



Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
C. $(BA'D') \parallel (ADC)$. D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Lời giải



Ta có $(BA'D') \equiv (BCA'D')$ và $(ADC) \equiv (ABCD)$.

Mà $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$. Suy ra $(BA'D') \parallel (ADC)$ **sai**.

Câu 15: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

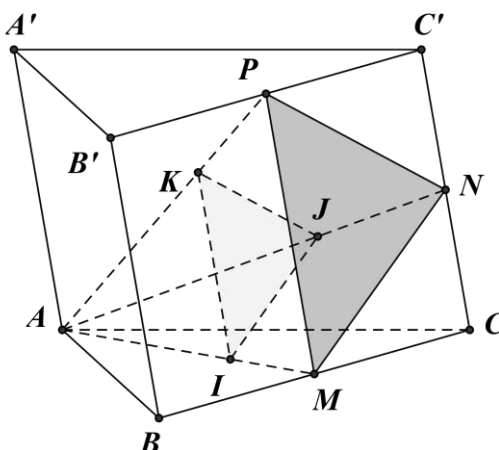
Lời giải

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Câu 16: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$. B. $(A'B'C')$. C. $(BB'C)$. D. $(CC'A)$.

Lời giải



Do I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC' nên $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$ nên $IJ \parallel MN$.

$\Rightarrow IJ \parallel (BCC'B')$

Tương tự $IK \parallel (BCC'B') \Rightarrow (IJK) \parallel (BCC'B')$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$



Câu 17: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 3x + 1) = 1$.

Câu 18: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)}$.

A. $-\frac{11}{4}$.B. $\frac{3}{4}$.C. $-\frac{11}{8}$.D. $\frac{11}{8}$.**Lời giải**

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)} = \frac{2 \cdot 5 + 1}{2 - 3 \cdot (-2)} = \frac{11}{8}$.

Câu 19: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$ là

A. $-\frac{3}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $-\frac{1}{2}$.D. $\frac{3}{2}$.**Lời giải**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1} = \frac{\sqrt{3 + 1} + 1}{-1 - 1} = -\frac{3}{2}$

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 2)$.B. $(-\infty; 3)$.C. $(-5; 3)$.D. $(-1; +\infty)$.**Lời giải**

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 + 5x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -4 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -4) \cup (-4; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$ là hàm phân thức hữu tỉ, nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định

$(-\infty; -4)$, $(-4; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Vậy hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 21: Hàm số $y = -\frac{1}{x}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.B. $x = 1$.C. $x = -1$.D. $x = 2$.**Lời giải**

Ta có: Tập xác định của hàm số $y = -\frac{1}{x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Suy ra hàm số gián đoạn tại điểm $x = 0$

Câu 22: Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 5x^2 + 4b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

A. $a = 8b$

B. $a = 24b$

C. $a = b$

D. $a = 12b$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+1-1}{3x(\sqrt{ax+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{3(\sqrt{ax+1}+1)} = \frac{a}{6}$ mà $f(0) = 4b$

Để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{6} = 4b \Leftrightarrow a = 24b$.

Câu 23: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A. $A = \tan 6x$.

B. $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x(2 \cos x + 1)}{\cos 2x(2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 24: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. 9

B. 14

C. 16.

D. 19

Lời giải

Ta có $-3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$

Max $h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k$

Thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$

Câu 25: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

A. 16384.

B. 16383.

C. 32767.

D. 32768.

Lời giải

Số lượng lợi khuẩn cứ sau 2 phút lập thành cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 2$.

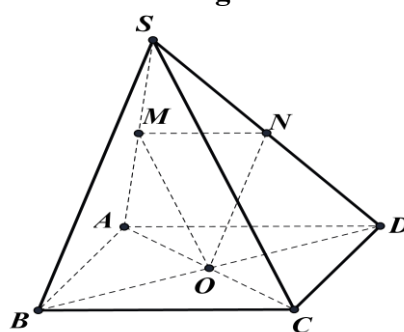
Thời gian 30 phút tương ứng trải qua $\frac{30}{2} = 15$ lần sinh trưởng.

Do đó tổng số lợi khuẩn nuôi cấy được sau 30 phút là $S_{15} = u_1 \cdot \frac{1-q^{15}}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-2^{15}}{1-2} = 32767$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC) .B. (SCD) .C. $(ABCD)$.D. (SAB) .

Lời giải



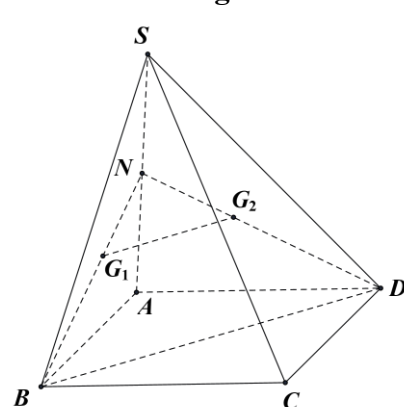
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm AC, BD nên $MO \parallel SC \Rightarrow MO \parallel (SBC)$

Mặt khác: $NO \parallel SB \Rightarrow NO \parallel (SBC)$

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB; \triangle SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CD .B. BD .C. AD .D. AB .

Lời giải



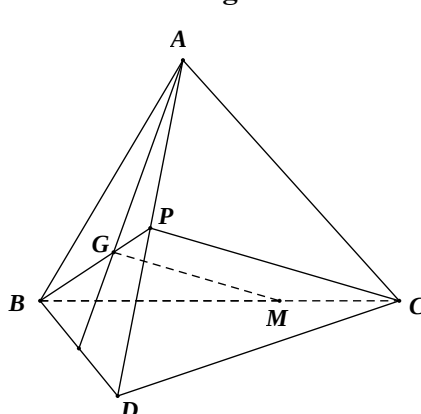
Gọi N là trung điểm của SA .

Vì $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB; \triangle SAD$ nên ta có: $\frac{NG_1}{NB} = \frac{NG_2}{ND} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel BD$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (ACD) .B. (ABC) .C. (ABD) .D. (BCD) .

Lời giải

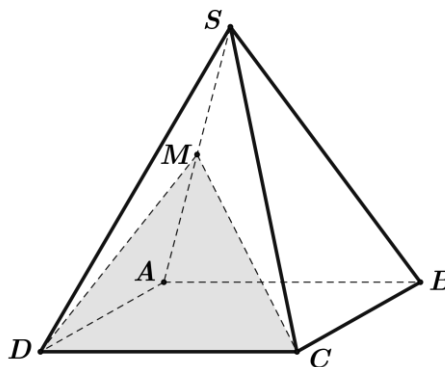




Gọi P là trung điểm của AD .

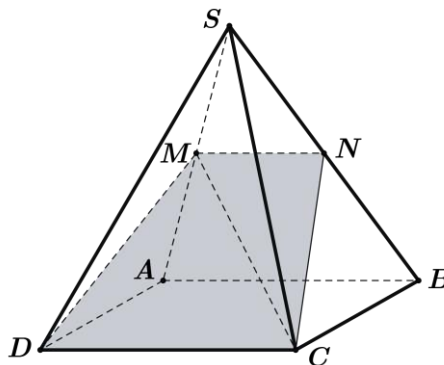
Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel CP$. Mà $\begin{cases} CP \subset (ACD) \\ MG \not\subset (ACD) \end{cases}$ nên $MG \parallel (ACD)$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) là:



- A. Không có giao điểm. B. Giao điểm của đường thẳng SB và MC .
C. Giao điểm của đường thẳng SB và MD . D. Trung điểm của đoạn thẳng SB .

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ M \in (CMD) \cap (SAB) \\ CD \subset (CMD), AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng (CMD) và (SAB) là

đường thẳng $MN \parallel AB \parallel CD$ với $N \in SB$.

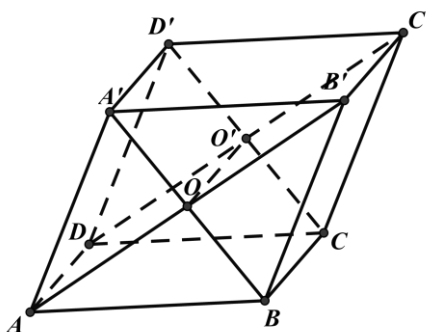
$\Rightarrow N$ là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) .

Xét tam giác $\triangle SAB$ có M là trung điểm SA và $MN \parallel AB \Rightarrow N$ là trung điểm SB .

Câu 30: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overline{OO'} = \overline{AD}$.
B. OO' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. $OO' \parallel (ADD'A')$.
D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.

Lời giải.



Ta có: $ADC'B'$ là hình bình hành có OO' là đường trung bình nên $\overline{OO'} = \overline{AD}$

Mặt khác: $OO' \parallel AD$ nên $OO' \parallel (ADD'A')$

Ba điểm O, B, B' cùng thuộc mặt phẳng $(ABB'A')$ nhưng điểm $O' \notin (ABB'A')$

Câu 31: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}}$.

A. $-\frac{1}{7}$.

B. 2.

C. -2.

D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 3^n - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 20 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \left(\frac{3}{5}\right)^n - 4}{2 + 20 \left(\frac{4}{5}\right)^n} = -2.$$

Câu 32: Khi ký hợp đồng làm việc dài hạn, công ty đề xuất phương án trả lương như sau: Ở quý đầu tiên người lao động sẽ nhận 10 triệu đồng và kể từ quý thứ hai mức lương sẽ tăng 300 000 đồng mỗi quý. Hỏi sau 10 năm làm việc, tổng số tiền người lao động nhận được là bao nhiêu?

A. 530 triệu.

B. 550 triệu.

C. 630 triệu.

D. 634 triệu.

Lời giải

Một năm có 4 quý, như vậy sau 10 năm sẽ có 40 quý. Vì mỗi tháng mức lương tăng 300 000 đồng mỗi quý nên đây là bài toán cấp số cộng với $u_1 = 10, d = 0,3$.

$$\text{Do đó } S_{40} = \frac{40 \cdot (u_1 + u_{40})}{2} = \frac{40 \cdot (10 + 10 + 39 \cdot 0,3)}{2} = 634 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 33: Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

A. $K = 0$.

B. $K = 1$.

C. $K = -2$.

D. $K = 4$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = -2.$$

Câu 34: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5}{2 - x}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.



Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5}{2 - x} = +\infty$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 5) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} (2 - x) = 0, 2 - x < 0, \forall x > 2$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4} + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+4}{x^2 - 2mx + m^2 + 2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số thực m để

hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m = 3$.

B. $m = 4$.

C. $m = 2$.

D. $m = 6$.

Lời giải

Khi $x > 2$ thì $f(x) = \sqrt{2x-4} + 3$ nên $f(x)$ liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$

Khi $x < 2$ thì $f(x) = \frac{x+4}{x^2 - 2mx + m^2 + 2}$ nên $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 2)$

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$

$$\Leftrightarrow 3 = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+4}{x^2 - 2mx + m^2 + 2} \Leftrightarrow 3 = \frac{6}{m^2 - 4m + 6} \Leftrightarrow m = 2.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Theo bài ra ta có: $\frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x}{\sin x \cos x} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x}{\sin x \cos x} = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin x \cos x} = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \left(\frac{1}{\sin x \cos x} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \left(\frac{2}{\sin 2x} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ \sin 2x = 2 \end{cases}$$

Với $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Với $\sin 2x = 2$ phương trình vô nghiệm.

Kết hợp với điều kiện, vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 2: (1,0 điểm) Chu kỳ bán rã của của nguyên tố phóng xạ Poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày thì khối lượng của nguyên tố đó còn lại một nửa). Tính chính xác đến hàng phần trăm khối lượng còn lại của 100 gam Poloni 210 sau 1518 ngày (khoảng 4 năm)?

Lời giải

Gọi u_n (gam) là khối lượng còn lại của 100 gam Poloni 210 sau n chu kì bán rã.

Sau 1518 ngày thì số chu kì bán rã của Poloni 210 là: $1518:138 = 11$.

Theo yêu cầu bài toán ta tính u_{11}

Khối lượng Poloni 210 còn lại sau mỗi chu kì bán rã lập thành dãy (u_n) là một cấp số nhân, với

$$u_1 = 100, q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_{11} = u_1 \cdot q^{11-1} = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \approx 0,1$$

Vậy khối lượng còn lại của Poloni 210 sau 1518 ngày khoảng 0,1 gam.

Câu 3: (1,0 điểm) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ 4 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Nếu } x \neq 3, \text{ thì } f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}.$$

Vì $f(x)$ là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ nên $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Nếu $x = 3$, ta có $f(3) = 4$.

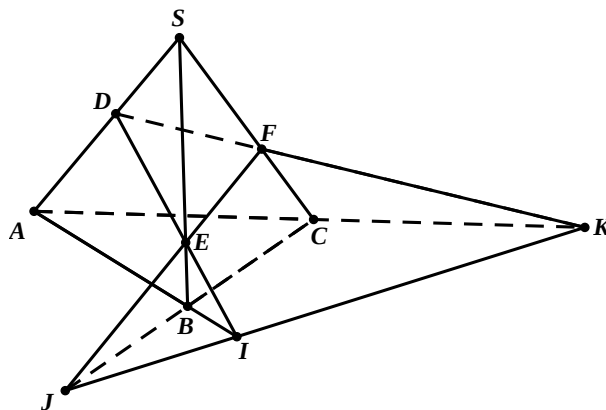
$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+1) = 4.$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = 4$ nên $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 3$.

Vậy hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



Ta có $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;



$$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC) \quad (1).$$

$$\text{Tương tự: } J = EF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác: } K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.

ĐỀ SỐ**08****ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU***Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)***I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)****Câu 1:** Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0$. C. $\cos \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 2: Trong bốn hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số là hàm số lẻ?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là

- A. $S = \{45^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{30^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{60^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{90^\circ + k90^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 5: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A. $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2, d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

- A. 225 B. 226 C. 224 D. 227

Câu 7: Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. B. $x = \frac{k\pi}{2}$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 8: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó $\cos(3\pi + \alpha)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $u_n = \frac{n-1}{n^2}$. Số hạng thứ 7 của dãy số trên là

- A. $-\frac{6}{49}$. B. $\frac{6}{7}$. C. $\frac{6}{49}$. D. $\frac{7}{49}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

D. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

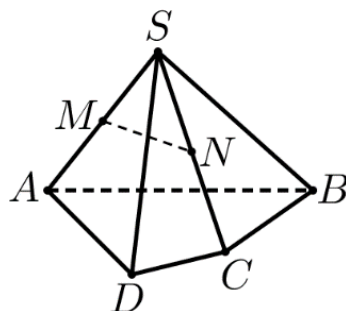
Câu 11: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.B. Nếu c cắt a thì c cắt b .C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

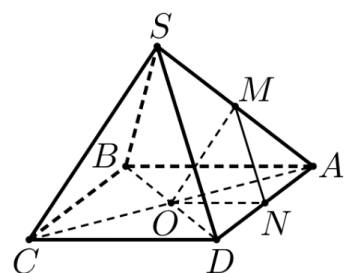
Câu 12: Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$.B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\alpha)$.C. $a \parallel b \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$.D. a và b chéo nhau.

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (SAB)$.B. $MN \parallel (SBC)$.C. $MN \parallel (ABCD)$.D. $MN \parallel (SBD)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC) .B. (SAB) .C. (SCD) .D. (SAD) .

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.

B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.

D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

Câu 16: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó:

A. $a \parallel b$.B. a, b cắt nhau.C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.D. a, b chéo nhau.



Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 2$. Năm số hạng đầu của cấp số cộng này là

A. $-5; -7; -9; -11; -13$.

B. $-5; -3; -1; 1; 3$.

C. $-5; -10; -20; -40; -80$.

D. $-5; -3; -1; 3; 5$.

Câu 18: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

B. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$.

C. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

D. $y = 3^n$.

Câu 19: Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.

B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trên tập xác định nhưng gián đoạn tại điểm $x = 1$.

C. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.

D. Tất cả đều sai.

Câu 20: Xác định giá trị $f(0)$ để hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$ liên tục tại điểm $x = 0$.

A. $f(0) = 1$.

B. $f(0) = 2$.

C. $f(0) = 3$.

D. $f(0) = 4$.

Câu 21: Cho các hàm số (I) $y = \sin x$, (II) $y = \cos \sqrt{x}$ và (III) $y = \tan x$. Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. (I), (II).

B. (I), (II), (III).

C. (I).

D. (III).

Câu 22: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:

A. $-\frac{113}{144}$.

B. $-\frac{115}{144}$.

C. $-\frac{117}{144}$.

D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 23: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a \leq 0$.

D. $a < 1$.

Câu 24: An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ ống heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?

A. 4095000 đồng.

B. 89000 đồng.

C. 4005000 đồng.

D. 3960000 đồng.

Câu 25: Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?

A. 75%.

B. 73,51%.

C. 77,38%.

D. 70%.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAC) và (SCD) .

B. (SAB) và (SAC) .

C. (SOC) và (SAB) .

D. $(SAC) \cap (SAD)$.

Câu 27: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n}$ bằng



A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{4035}{2019}$.

C. 1.

D. 0.

Câu 28: Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$.

A. $I = 1$.

B. $I = -\frac{2}{3}$.

C. $I = 3$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1 .

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 2023.

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)(2x-3)}{x^2-4}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. $-\infty$.

Câu 31: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{n^2+3}$ là

A. -2 .

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2 ?

A. AD .

B. BC .

C. SA .

D. MN .

Câu 33: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 12.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , điểm P thuộc cạnh SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là

A. đường thẳng qua P và song song với AB .

B. đường thẳng qua P và song song với AD .

C. PD .

D. đường thẳng qua P và song song với MC .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Tam giác $\triangle SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì

A. Tam giác.

B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.

C. Hình thang cân.

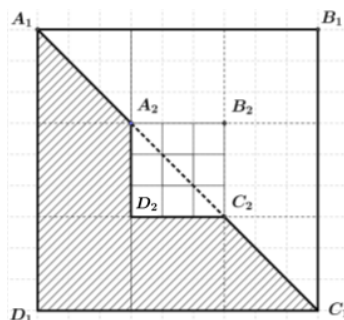
D. Hình thang không cân.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sin 3x - \cos 4x = 0$

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm giá trị của a sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20an^2 + a^3n + 2023}{(2n-1)^2} = a^2 - a + 9$.

Câu 3: (1,0 điểm) Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E là trung điểm của BC , F là điểm thuộc cạnh CD sao cho $EAF = 45^\circ$ và G thuộc cạnh SA . Biết FG song song với mặt phẳng (SBC) . Tính tỉ số $\frac{GA}{GS}$.

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.B	3.B	4.A	5.A	6.B	7.C	8.B	9.C	10.D
11.B	12.B	13.C	14.C	15.B	16.C	17.B	18.A	19.A	20.A
21.C	22.D	23.A	24.C	25.B	26.A	27.D	28.C	29.B	30.C
31.A	32.C	33.B	34.B	35.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0$. C. $\cos \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ (góc phần tư thứ hai) thì $\begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{cases}$ nên khẳng định đúng là $\sin \alpha > 0$.

Câu 2: Trong bốn hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số là hàm số lẻ?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Hàm số chẵn là: $y = \cos x$.

Các hàm số lẻ là: $y = \sin x, y = \tan x, y = \cot x$.

Vậy có 3 hàm số lẻ (từ bốn hàm số trên).

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là

- A. $S = \{45^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{60^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{90^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Vì $\sqrt{3} = \cot 30^\circ$ nên: $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(2x - 30^\circ) = \cot 30^\circ \Leftrightarrow 2x - 30^\circ = 30^\circ + k180^\circ$
 $\Leftrightarrow 2x = 60^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x > 0 \Leftrightarrow \cos x < 1$ mà $-1 \leq \cos x \leq 1$
nên $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.



Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 5: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

A. $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Xét dãy $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có $0 < n < n+1; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{n}{n+1} < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên

$0 < u_n < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy số (u_n) bị chặn.

Xét dãy $(u_n), u_n = n+1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n+1 \geq 2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Xét dãy $(u_n), u_n = -n; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = -n \leq -1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn trên.

Xét dãy $(u_n), u_n = n^2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n^2 \geq 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2, d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

A. 225

B. 226

C. 224

D. 227

Lời giải

Theo công thức số hạng tổng quát của u_n ta có

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2023 = -2 + (n-1)9$$

$$\Leftrightarrow n = 226$$

Vậy số 2023 là số hạng thứ 226.

Câu 7: Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

B. $x = \frac{k\pi}{2}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Câu 8: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó $\cos(3\pi + \alpha)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(3\pi + \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{3}.$$

Câu 9: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $u_n = \frac{n-1}{n^2}$. Số hạng thứ 7 của dãy số trên là

A. $\frac{-6}{49}$.

B. $\frac{6}{7}$.

C. $\frac{6}{49}$.

D. $\frac{7}{49}$.

Lời giải

$$\text{Số hạng thứ 7: } u_7 = \frac{7-1}{7^2} = \frac{6}{49}.$$

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

D. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) , ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1).$$

Câu 11: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.B. Nếu c cắt a thì c cắt b .C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .**Lời giải**

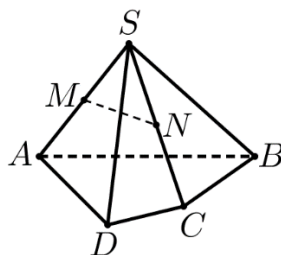
Nếu c cắt a thì c cắt b hoặc c chéo b .

Câu 12: Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$.B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\alpha)$.C. $a \parallel b \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$.D. a và b chéo nhau.**Lời giải**

Do $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ nên $a \parallel (\beta)$. Tương tự, do $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $b \subset (\beta)$ nên $b \parallel (\alpha)$.

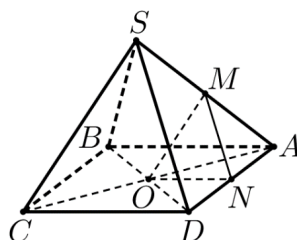
Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (SAB)$.B. $MN \parallel (SBC)$.C. $MN \parallel (ABCD)$.D. $MN \parallel (SBD)$.**Lời giải**

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN \parallel AC$.

Mà $AC \subset (ABCD)$ suy ra $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?





A. (SBC).

B. (SAB).

C. (SCD).

D. (SAD).

Lời giải

Theo tính chất đường trung bình, ta có $MN \parallel SD$ và $ON \parallel CD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \subset (MNO); ON \subset (MNO) \\ MN \parallel SD; ON \parallel CD \\ SD \subset (SCD); CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (MNO) \parallel (SCD).$$

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.

B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.

D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

Lời giải

Một đường thẳng và hình chiếu song song của nó có thể song song hoặc trùng nhau.

Câu 16: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó:

A. $a \parallel b$.

B. a, b cắt nhau.

C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.

D. a, b chéo nhau.

Lời giải

Vì $a \parallel (\alpha)$ nên tồn tại đường thẳng $c \subset (\alpha)$ thỏa mãn $a \parallel c$.

Suy ra b, c đồng phẳng và xảy ra các trường hợp sau:

Nếu b song song hoặc trùng với c thì $a \parallel b$.

Nếu b cắt c thì b cắt (a, c) nên a, b không đồng phẳng, do đó a, b chéo nhau.

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 2$. Năm số hạng đầu của cấp số cộng này là

A. $-5; -7; -9; -11; -13$.

B. $-5; -3; -1; 1; 3$.

C. $-5; -10; -20; -40; -80$.

D. $-5; -3; -1; 3; 5$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -5$; $u_2 = u_1 + d = -5 + 2 = -3$; $u_3 = u_2 + d = -3 + 2 = -1$;

$u_4 = u_3 + d = -1 + 2 = 1$; $u_5 = u_4 + d = 1 + 2 = 3$.

Vậy năm số hạng đầu của cấp số cộng đã cho là $-5; -3; -1; 1; 3$.

Câu 18: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

B. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$.

C. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

D. $y = 3^n$.

Lời giải

Dãy $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ có giới hạn 0 vì $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$.

Câu 19: Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.



- B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trên tập xác định nhưng gián đoạn tại điểm $x = 1$.
 C. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.
 D. Tất cả đều sai.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-1} = 1 = f(1)$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 1$.

Câu 20: Xác định giá trị $f(0)$ để hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$ liên tục tại điểm $x = 0$.

- A. $f(0) = 1$. B. $f(0) = 2$. C. $f(0) = 3$. D. $f(0) = 4$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$

Để hàm số liên tục tại điểm $x = 0$ thì $f(0) = 1$.

Câu 21: Cho các hàm số (I) $y = \sin x$, (II) $y = \cos \sqrt{x}$ và (III) $y = \tan x$. Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. (I), (II). B. (I), (II), (III). C. (I). D. (III).

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ có tập xác định là $[0; +\infty)$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Lời giải

Ta có:

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 23: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

- A. $a > 0$. B. $a < 0$. C. $a \leq 0$. D. $a < 1$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (2au_n + 3) - (2au_{n-1} + 3) = 2a(u_n - u_{n-1}) \forall n \geq 2$.

$$\Rightarrow u_3 - u_2 = 2a(u_2 - u_1) = 2a(6a + 3 - 2) = 2a \cdot 6a = 3 \cdot (2a)^2$$

$$\Rightarrow u_4 - u_3 = 2a(u_3 - u_2) = 2a \cdot 3 \cdot (2a)^2 = 3 \cdot (2a)^3$$

...

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \cdot (2a)^n$$

Để dãy số (u_n) tăng thì $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot (2a)^n > 0 \forall n \geq 1$.

Suy ra $a > 0$.

- Câu 24:** An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ heo nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?
A. 4095000 đồng. **B.** 89000 đồng. **C.** 4005000 đồng. **D.** 3960000 đồng.

Lời giải

Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1000$ công sai $d = 1000$.

Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ n là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

Ngày thứ 89, tổng số tiền bỏ heo là:

$$S_{89} = \frac{89[2 \cdot 1000 + (89-1) \cdot 1000]}{2} = 45 \cdot 89 \cdot 1000 = 4005000 \text{ đồng.}$$

- Câu 25:** Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?
A. 75% . **B.** 73,51% . **C.** 77,38% . **D.** 70% .

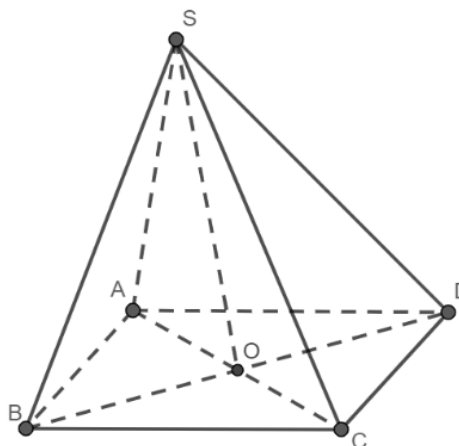
Lời giải

Dung lượng pin sau mỗi 200 lần sạc kể từ lúc mới mua lập thành cấp số nhân có công bội $q = 0,95$ và số hạng đầu $u_1 = 100\%$.

Dung lượng pin của điện thoại Iphone sau 1200 lần sạc còn lại so với lúc mới mua là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 100\% \cdot (0,95)^6 \approx 73,51\%$.

- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?
A. (SAC) và (SCD) . **B.** (SAB) và (SAC) . **C.** (SOC) và (SAB) . **D.** $(SAC) \cap (SAD)$.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAC) \cap (SCD) \\ C \in (SAC) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SCD) = SC.$$

Vậy SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) .



Câu 27: Giới hạn $\lim \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n}$ bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{4035}{2019}$.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

$$\text{Có } \lim \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n} = \lim \left[\left(\frac{2017}{2019} \right)^n + \left(\frac{2018}{2019} \right)^n \right] = 0 + 0 = 0.$$

Câu 28: Tìm giới hạn $I = \lim \frac{3n-2}{n+3}$.

A. $I = 1$.

B. $I = -\frac{2}{3}$.

C. $I = 3$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \lim \frac{3n-2}{n+3} = \lim \frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n}} = 3.$$

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\lim(-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 2023.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim(-n^2 + 2n + 2023) = \lim n^2 \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -\infty.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim n^2 = +\infty \\ \lim \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -1 < 0 \end{cases}.$$

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)(2x-3)}{x^2-4}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)(2x-3)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(2 - \frac{3}{x}\right)}{1 - \frac{4}{x^2}} = \frac{1 \cdot 2}{1} = 2.$$

Câu 31: Giá trị của giới hạn $\lim \frac{1-2n^2}{n^2+3}$ là

A. -2.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Lời giải

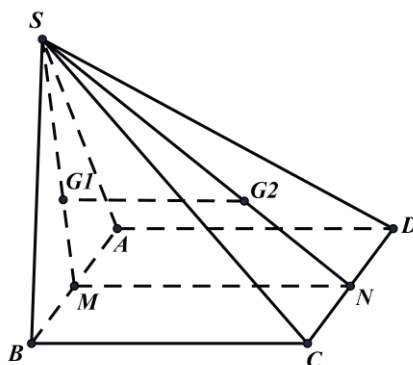


Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{n^2+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}-2}{1+\frac{3}{n^2}} = -2.$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2 ?

- A. AD . B. BC . C. SA . D. MN .

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD nên $G_1 \in SM, G_2 \in SN$

Và $\frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel MN (\parallel AD \parallel BC).$

Câu 33: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 12.

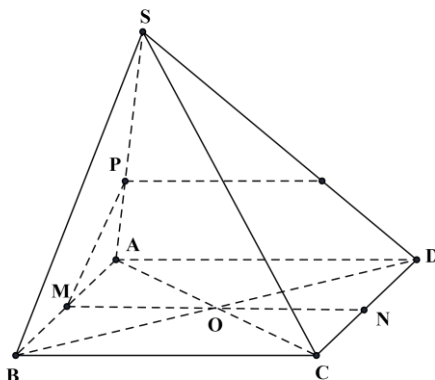
Lời giải

Vì 4 điểm đã cho không đồng phẳng nên tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt phẳng.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , điểm P thuộc cạnh SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là

- A. đường thẳng qua P và song song với AB .
B. đường thẳng qua P và song song với AD .
C. PD .
D. đường thẳng qua P và song song với MC .

Lời giải





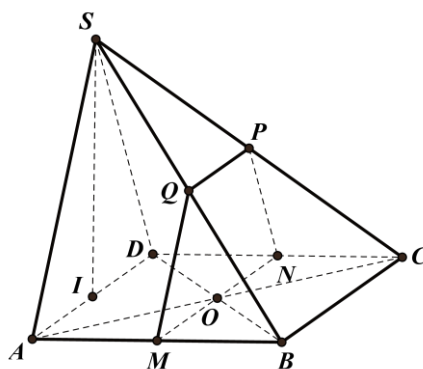
Ta có
$$\left. \begin{array}{l} MN // AD \\ MN \subset (PMN) \\ AD \subset (SAD) \\ P \in (PMN) \cap (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAD) \text{ và } (PMN) \text{ là đường thẳng}$$

qua P và song song với AD .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Tam giác $\triangle SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì

- A. Tam giác.
- B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.
- C. Hình thang cân.
- D. Hình thang không cân.

Lời giải



Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, DC, SC, SB khi đó mặt phẳng $(MNPQ)$ đi qua O và song song với mặt phẳng (SAD) nên $MNPQ$ là thiết diện.

Ta có $MN // PQ$ suy ra $MNPQ$ là hình thang

$MQ = \frac{1}{2}SA, NP = \frac{1}{2}SD, SA = SD$ suy ra $MQ = NP$ suy ra $MNPQ$ là hình thang cân.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sin 3x - \cos 4x = 0$

Lời giải

Ta có: $\sin 3x - \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \cos 4x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \cos 4x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} - 3x + k2\pi \\ 4x = -\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{2} + 3x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm giá trị của a sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20an^2 + a^3n + 2023}{(2n-1)^2} = a^2 - a + 9$.



Lời giải

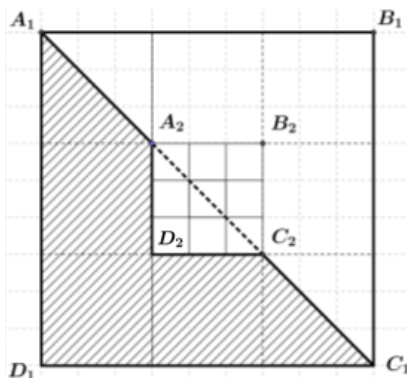
$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20an^2 + a^3n + 2023}{(2n-1)^2} = a^2 - a + 9 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(20a + \frac{a^3}{n} + \frac{2023}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 - \frac{1}{n} \right)^2} = a^2 - a + 9$$

$$\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(20a + 0 + 0)}{(2 - 0)^2} = a^2 - a + 9 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20a}{4} = a^2 - a + 9 \Leftrightarrow 5a = a^2 - a + 9$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3$$

Vậy $a = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: (1,0 điểm) Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

Lời giải

Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân

với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

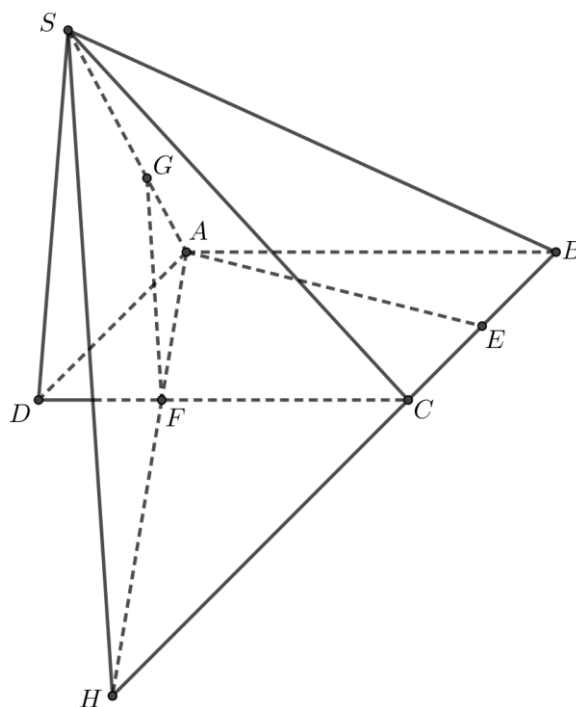
Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E là trung điểm của BC , F là điểm thuộc cạnh CD sao cho $EAF = 45^\circ$ và G thuộc cạnh SA . Biết FG song song với mặt phẳng (SBC) . Tính tỉ số $\frac{GA}{GS}$.



Lời giải



Ta có: $BAE + EAF + DAF = 90^\circ \Rightarrow BAE + DAF = 45^\circ$

$$\Rightarrow \tan(BAE + DAF) = 1 \Rightarrow \frac{\tan BAE + \tan DAF}{1 - \tan BAE \cdot \tan DAF} = 1$$

Mà $\tan BAE = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{2}$ nên $\tan DAF = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DF}{DA} = \frac{1}{3} \Rightarrow DF = \frac{1}{3}DA = \frac{1}{3}DC$

Gọi H là giao điểm của AF và BC trong mặt phẳng $(ABCD)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} GF \subset (SAH) \\ GF \parallel (SBC) \\ (SAH) \cap (SBC) = SH \end{cases} \Rightarrow GF \parallel SH \Rightarrow \frac{AG}{AS} = \frac{AF}{AH}. \text{ Mà } \frac{AF}{AH} = \frac{DF}{DC} = \frac{1}{3}$$

Khi đó: $\frac{AG}{AS} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{GA}{GS} = \frac{1}{2}.$

**ĐỀ SỐ****09****ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CẢNH DIỀU**

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**Câu 1:** Cho góc x thoả $0^0 < x < 90^0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\sin x > 0$ B. $\cos x < 0$ C. $\tan x > 0$ D. $\cot x > 0$

Câu 2: Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số: $y = \sin|x|$, $y = \cos 3x$, $y = \tan 2x$ và $y = \cot x$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 4: Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- A. 1; 1; 1; 1; 1; 1. B. 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.
C. 1; 3; 5; 7; 9. D. 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$. B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.
C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$. D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Câu 6: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng qui.
C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.
D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) , đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai**:

- A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.
B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.
C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b song song hoặc chéo nhau.
D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$.



Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AB . B. AD . C. BC . D. BD .

Câu 9: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.
C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.
D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Câu 10: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$. B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$. C. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$. D. $u_n = n^2 - 4n$.

Câu 11: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right)$ bằng

- A. -1 . B. 2 . C. 0 . D. -3 .

Câu 12: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$ là:

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $-\frac{15}{2}$. D. 1 .

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số liên

tục tại điểm $x = 3$.

- A. $m = 2$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 2x + 2023$. B. $y = \frac{2}{\sin 2x}$. C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$. D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

- A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. B. $y = \frac{5x-3}{2x-1}$. C. $y = x^2 + 2x - 1$. D. $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$.

Câu 16: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\cos 2\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau

- A. $-\frac{1}{9}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 17: Tìm chu kì T của hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $T = \frac{\pi}{3}$. B. $T = \frac{3\pi}{5}$. C. $T = \frac{2\pi}{3}$. D. $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 18: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n+2023}{2023n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?



- A. Dãy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.
 B. Dãy (u_n) bị chặn.
 C. Dãy (u_n) không bị chặn trên, không bị chặn dưới.
 D. Dãy (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

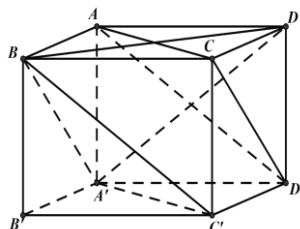
Câu 19: Cho cấp số cộng $1, 4, 7, \dots$. Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

- A. 297. B. 301. C. 295. D. 298.

Câu 20: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là $12288m^2$. Diện tích mặt trên cùng của tháp là

- A. $6m^2$. B. $8m^2$. C. $10m^2$. D. $12m^2$.

Câu 21: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $(AB'C) // (A'C'C)$. B. $(A'C'B) // (ACD')$.
 C. $(A'C'D) // (B'BC)$. D. $(A'BD) // (ACD')$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn là AB . Gọi E, F lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $EF // (ABCD)$. B. $AD // (BEF)$. C. $BC // (SAD)$. D. $CD // (BEF)$.

Câu 23: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang. B. Hình bình hành. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh BC , (α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD . Mặt phẳng (α) cắt SB tại N , tính tỉ số $\frac{SN}{SB}$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $(IJK) // (SAB)$. B. $(IJK) // (SAC)$. C. $(IJK) // (SDC)$. D. $(IJK) // (SBC)$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác B. Hình thang C. Hình bình hành D. Tứ giác



Câu 27: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 3$. D. $\lim u_n = 0$.

Câu 28: $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 29: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.

Câu 30: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = -\frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*, (a, b) = 1$). Tính $a + b$

- A. 0. B. 2. C. 5. D. 7.

Câu 31: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. D. 1.

Câu 32: Biết rằng $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ (với a là tham số). Khẳng định nào dưới đây về giá trị a là đúng?

- A. $a < 0$. B. a là một số vô tỉ.
C. $a > 5$. D. a là một số nguyên

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; 10)$ sao cho $\lim (5n - 3(a^2 - 2)n^3) = -\infty$?

- A. 5. B. 3. C. 16. D. 10.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2025} - 45}{x}, & x > 0 \\ \frac{7x+a}{180}, & x \leq 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại điểm $x = 0$.

- A. $a = 3$. B. $a = 2$. C. $a = 1$ D. $a = \frac{1}{2}$.

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(AA'C')$. B. $(BB'A')$. C. (ADD') . D. $(CC'D')$.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

- Câu 1: (0,5 điểm)** Cho phương trình $m\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x + (m+1)\cos^2 x = 3$ với m là tham số. Tìm các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.
- Câu 2: (1,0 điểm)** Tìm các giá trị nguyên của tham số a để $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = 0$?
- Câu 3: (1,0 điểm)** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3. Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến tới vô hạn. Tính tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$
- Câu 4: (0,5 điểm)** Cho hai hình vuông $ABCD, ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF ta lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Chứng minh rằng: $MN \parallel (DEF)$.

----- HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.B	3.B	4.C	5.A	6.B	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.D	18.B	19.D	20.A
21.B	22.A	23.A	24.A	25.A	26.B	27.A	28.C	29.C	30.D
31.B	32.D	33.C	34.B	35.D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Cho góc x thoả $0^0 < x < 90^0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\sin x > 0$ B. $\cos x < 0$ C. $\tan x > 0$ D. $\cot x > 0$

Lời giải

Vì $0^0 < x < 90^0$ (góc phần tư thứ nhất) nên $\sin x > 0, \cos x > 0, \tan x > 0, \cot x > 0$.

Câu 2: Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số: $y = \sin|x|$, $y = \cos 3x$, $y = \tan 2x$ và $y = \cot x$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Vì hàm số $y = \sin|x|$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\sin|-x| = \sin|x|$ nên $y = \sin|x|$ là hàm số chẵn.

Vì hàm số $y = \cos 3x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\cos(3(-x)) = \cos(-3x) = \cos 3x$ nên $y = \cos 3x$ là hàm số chẵn.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Ta có: $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 4: Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- A. 1; 1; 1; 1; 1; 1. B. 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.
C. 1; 3; 5; 7; 9. D. 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.

Lời giải

Xét đáp án A: 1; 1; 1; 1; 1; 1. đây là dãy hằng nên không tăng không giảm.

Xét đáp án B: 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16} \Rightarrow u_1 > u_2, u_2 < u_3$.

Xét đáp án C: 1; 3; 5; 7; 9 $\Rightarrow u_1 < u_2 < u_3 < u_4 < u_5$.



Xét đáp án D: $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16} \Rightarrow u_1 > u_2 > u_3 > u_4 > u_5$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$.

Câu 6: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng qui.

C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Lời giải

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy song song hoặc đồng qui.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) , đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai**:

A. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $a \parallel b$.

B. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $b \parallel (P)$.

C. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì a và b song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $a \parallel (Q)$.

Lời giải

Đáp án A: Vì khi cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$, $(P) \parallel (Q)$ thì a và b có thể song song hoặc chéo nhau.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

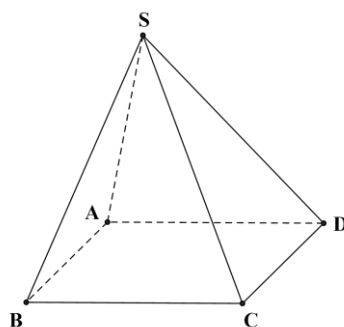
A. AB .

B. AD .

C. BC .

D. BD .

Lời giải



Ta có
$$\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCD) \text{ song song với}$$
 đường thẳng AB và CD .

Câu 9: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
- B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.
- C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.
- D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Lời giải

Các phương án B, C sai vì phép chiếu song song không bảo toàn góc. Phương án D sai vì phép chiếu song song chưa chắc bảo toàn tỉ số hai đoạn nằm trên hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 10: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$.
- B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$.
- C. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.
- D. $u_n = n^2 - 4n$.

Lời giải

Ta thấy $-\frac{2}{3} < 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n = 0$.

Câu 11: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right)$ bằng

- A. -1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. -3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right) = -1$

Câu 12: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$ là:

- A. $-\infty$.
- B. $+\infty$.
- C. $-\frac{15}{2}$.
- D. 1.

Lời giải



$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-15) = -13 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ \& } x-2 > 0, \forall x > 2 \end{cases} \longrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2} = -\infty.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số liên

tục tại điểm $x = 3$.

A. $m = 2$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)}{1} = 2 \text{ và } f(3) = m$$

Vậy với mọi $m = 2$ hàm số đã cho liên tục tại điểm $x = 3$.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 2x + 2023$.

B. $y = \frac{2}{\sin 2x}$.

C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$.

D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Lời giải

Vì $y = x^3 + 2x + 2023$ là đa thức nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{5x-3}{2x-1}$.

C. $y = x^2 + 2x - 1$.

D. $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ xác định khi và chỉ khi $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định.

Vậy hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

Câu 16: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\cos 2\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau

A. $-\frac{1}{9}$.

B. $-\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{9}.$$



Câu 17: Tìm chu kì T của hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $T = \frac{\pi}{3}$.

B. $T = \frac{3\pi}{5}$.

C. $T = \frac{2\pi}{3}$.

D. $T = \frac{2\pi}{5}$.

Lời giải

Hàm số $y = A\sin(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 18: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n+2023}{2023n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Dãy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.

B. Dãy (u_n) bị chặn.

C. Dãy (u_n) không bị chặn trên, không bị chặn dưới.

D. Dãy (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{n+2023}{2023n+1} = \frac{1}{2023} + \frac{2022.2024}{2023(2023n+1)}$.

Do đó (u_n) là dãy giảm, mà $u_1 = 1$, dễ thấy $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0 \Rightarrow 0 < u_n \leq 1$.

Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 19: Cho cấp số cộng 1, 4, 7, Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

A. 297.

B. 301.

C. 295.

D. 298.

Lời giải

Cấp số cộng 1, 4, 7, có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là: $u_{100} = u_1 + 99.d = 1 + 99.3 = 298$.

Câu 20: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là $12288m^2$. Diện tích mặt trên cùng của tháp là

A. $6m^2$.

B. $8m^2$.

C. $10m^2$.

D. $12m^2$.

Lời giải

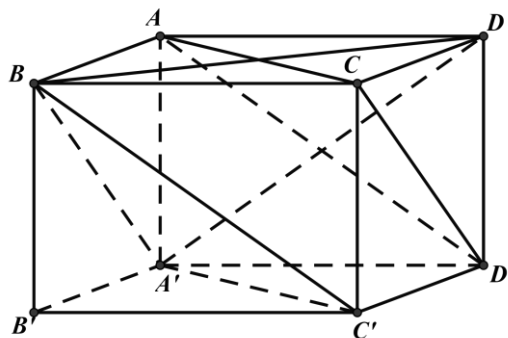
Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và số hạng đầu

$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144$.



Khi đó diện tích mặt trên cùng của tháp là $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 6144 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 6 \text{ (m}^2\text{)}.$

Câu 21: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $(AB'C) // (A'C'C).$

B. $(A'C'B) // (ACD').$

C. $(A'C'D) // (B'BC).$

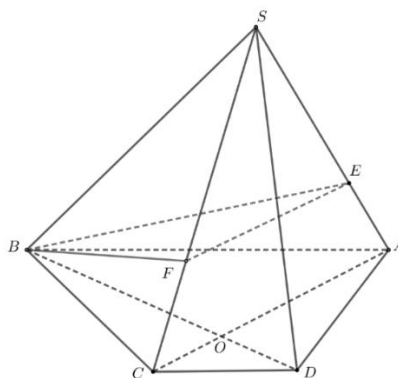
D. $(A'BD) // (ACD').$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A'C' // AC \Rightarrow A'C' // (ACD') \\ BC' // AD' \Rightarrow BC' // (ACD') \end{cases}$ và $\begin{cases} A'C' \cap BC' = C' \\ A'C' \subset (A'C'B) \\ BC' \subset (A'C'B) \end{cases}$

Suy ra $(A'C'B) // (ACD').$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn là AB . Gọi E, F lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $EF // (ABCD).$

B. $AD // (BEF).$

C. $BC // (SAD).$

D. $CD // (BEF).$

Lời giải

Vì $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC}$ nên $EF // AC$ mà $AC \subset (ABCD)$. Suy ra $EF // (ABCD)$

Câu 23: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.



Lời giải

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể là hình thang.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh BC , (α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD . Mặt phẳng (α) cắt SB tại N , tính tỉ số $\frac{SN}{SB}$.

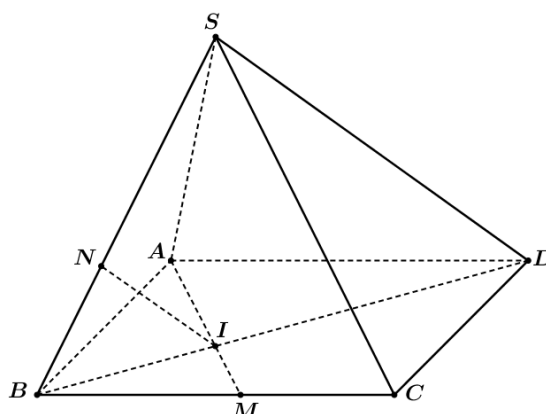
A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của AM và BD . Ta có I là trọng tâm tam giác ABC .

Suy ra: $\frac{BI}{BD} = \frac{1}{3}; \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3}$.

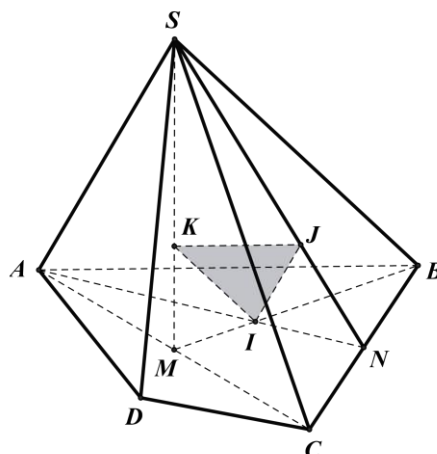
Ta có: (α) và mặt phẳng (SBD) có chung điểm I , $(\alpha) \parallel SD$, $SD \subset (SBD)$ nên giao tuyến của (α) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng qua I song song với SD cắt SB tại N .

Vậy $\frac{SN}{SB} = \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $(IJK) \parallel (SAB)$. B. $(IJK) \parallel (SAC)$. C. $(IJK) \parallel (SDC)$. D. $(IJK) \parallel (SBC)$

Lời giải





Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và BC .

Do I, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABC, \triangle SAC$ nên ta có $\frac{MK}{MS} = \frac{MI}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK \parallel SB$

$$\text{Ta có } \begin{cases} IK \parallel SB \\ IK \not\subset (SAB) \Rightarrow IK \parallel (SAB). \\ AB \subset (SAB) \end{cases}$$

Chứng minh tương tự : $IJ \parallel (SAB)$.

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} IK \parallel (SAB) \\ IJ \parallel (SAB) \\ \text{Trong } (IJK): IK \cap IJ = \{I\} \end{array} \right\} \Rightarrow (IJK) \parallel (SAB).$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

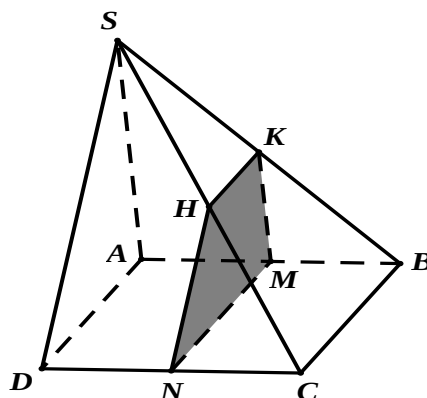
A. Tam giác

B. Hình thang

C. Hình bình hành

D. Tứ giác

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (SAD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MK \parallel SA, K \in SB.$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (SAD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NH \parallel SD, H \in SC.$$

Dễ thấy $HK = (\alpha) \cap (SBC)$. Thiết diện là tứ giác $MNHK$

Ba mặt phẳng $(ABCD), (SBC)$ và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là BC, HK, MN , mà $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang.



Câu 27: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 3$. D. $\lim u_n = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{n}{2n+2}u_n + \frac{n+2}{2n+2} \quad (*)$$

Đặt $a = \lim u_n$, trong biểu thức $(*)$ cho $n \rightarrow +\infty$ ta được $a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n$.

Chú ý: Để chặt chẽ hơn ta có thể lập luận như sau:

Sử dụng quy nạp toán học, ta chứng minh được $u_n > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, nên dãy (u_n) bị chặn dưới.

Khi đó ta cũng có $u_{n+1} = \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2} < \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2}.u_n = u_n$ nên dãy (u_n) là dãy giảm.

Vậy, dãy (u_n) có giới hạn.

Đặt $a = \lim u_n$, trong biểu thức $(*)$ cho $n \rightarrow +\infty$ ta được $a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n$.

Câu 28: $\lim \frac{3^n - 4.2^{n-1} - 3}{3.2^n + 4^n}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim \frac{3^n - 4.2^{n-1} - 3}{3.2^n + 4^n} &= \lim \frac{3^n - 2.2^n - 3}{3.2^n + 4^n} = \lim \frac{3^n \left(1 - 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)}{4^n \left(3 \cdot \left(\frac{2}{4} \right)^n + 1 \right)} \\ &= \lim \left(\frac{3}{4} \right)^n \frac{\left(1 - 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)}{\left(3 \cdot \left(\frac{2}{4} \right)^n + 1 \right)} = 0. \end{aligned}$$

Câu 29: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.

Lời giải



Ta có: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x-7)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{5-7}{-5} = \frac{2}{5}$

Câu 30: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = -\frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*, (a, b) = 1$). Tính $a + b$

A. 0.

B. 2.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}}{4 - \frac{1}{x}} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7.$

Câu 31: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{(x-2)(x+2)}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x-2} \sqrt{\frac{x}{x+2}} = 0.$

Câu 32: Biết rằng $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ (với a là tham số). Khẳng định nào dưới đây về giá trị a là đúng?

A. $a < 0$.B. a là một số vô tỉ.C. $a > 5$.D. a là một số nguyên

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên $[0; 1]$. Khi đó $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ khi và chỉ khi:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1). \quad (*)$$

Ta có $\begin{cases} f(1) = a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} [(x+1)(\sqrt{x} + 1)] = 4 \end{cases} \xrightarrow{(*)} a = 4.$

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; 10)$ sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - 3(a^2 - 2)n^3) = -\infty$?

A. 5.

B. 3.

C. 16.

D. 10.

Lời giải

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - 3(a^2 - 2)n^3) = -\infty \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\frac{5}{n^2} - 3(a^2 - 2) \right) = -\infty \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{n^2} - 3(a^2 - 2) \right) < 0$
 $\Leftrightarrow a^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow a > \sqrt{2} \vee a < -\sqrt{2}$ mà $a \in \mathbb{Z}$ và $a \in (-10; 10) \Leftrightarrow a \in \{-9; -8; \dots; -2; 2; 3; \dots; 9\}$

Vậy có tất cả 16 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Câu 34: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2025}-45}{x}, & x > 0 \\ \frac{7x+a}{180}, & x \leq 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã cho

liên tục tại điểm $x = 0$.

A. $a = 3$.

B. $a = 2$.

C. $a = 1$

D. $a = \frac{1}{2}$.

Lời giải

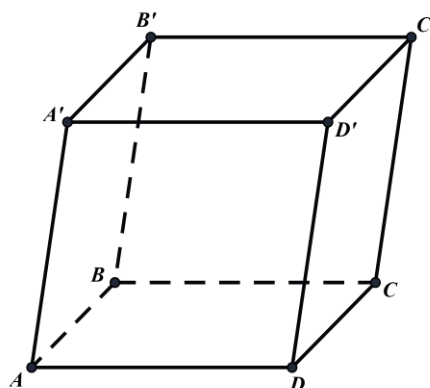
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $x = 0 \in D$. Ta có: $f(0) = \frac{a}{180}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+2025}-45}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2025-45^2}{x(\sqrt{x+2025}+45)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+2025}+45} = \frac{1}{90}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{7x+a}{180} \right) = \frac{a}{180}.$$

Để hàm số đã cho liên tục tại $x = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{1}{90} = \frac{a}{180} \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với



A. $(AA'C')$.

B. $(BB'A')$.

C. (ADD') .

D. $(CC'D')$.

Lời giải

Ta có: $CC' \parallel AA' \Rightarrow CC' \parallel (ABA')$, $C'D' \parallel AB \Rightarrow C'D' \parallel (ABA')$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} CC', C'D' \subset (CC'D') \\ CC' \cap C'D' = \{C'\} \\ CC' \parallel (ABA'), C'D' \parallel (ABA') \end{cases} \Rightarrow (CC'D') \parallel (ABA').$$

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Cho phương trình $m\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x + (m+1)\cos^2 x = 3$ với m là tham số. Tìm các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } m\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x + (m+1)\cos^2 x = 3 &\Leftrightarrow m \frac{1 - \cos 2x}{2} + \sin 2x + (m+1) \frac{\cos 2x + 1}{2} = 3 \\ &\Leftrightarrow m(1 - \cos 2x) + 2\sin 2x + (m+1)(\cos 2x + 1) = 6 \Leftrightarrow \cos 2x + 2\sin 2x = 5 - 2m \end{aligned}$$

Để phương trình có nghiệm thì:

$$(5 - 2m)^2 \leq 1^2 + 2^2 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq 2m - 5 \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \leq m \leq \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{2; 3\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm các giá trị nguyên của tham số a để $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = 0$?

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + (a - 2n))(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n))}{(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n))}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(4n^2 - 5n + 8) - (a - 2n)^2}{\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n)} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(4n^2 - 5n + 8) - (a^2 - 4an + 4n^2)}{\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n)} \right)$$

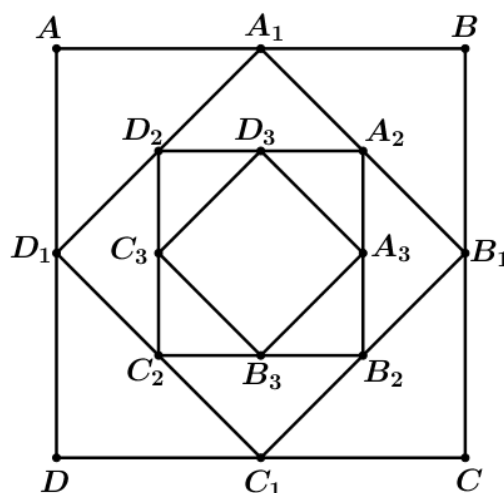
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4an - 5n + 8 - a^2}{\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n)} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a - 5 + \frac{8}{n} - \frac{a^2}{n}}{\sqrt{4 - \frac{5}{n} + \frac{8}{n^2}} - \frac{a}{n} + 2} = \frac{4a - 5}{4}$$

$$\text{Để } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = 0 \text{ thì } \frac{4a - 5}{4} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}.$$

Vậy không tồn tại số nguyên a thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3. Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến tới vô hạn. Tính tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$

Lời giải



Ta có $S_1 = S_{ABCD} = 3^2$; $S_2 = S_{A_1B_1C_1D_1} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2}$;

$$S_3 = S_{A_2B_2C_2D_2} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2}$$

Vậy diện tích tam giác thứ n được tính bằng công thức: $S_n = 3^2 \frac{1}{2^{n-1}}$

Như vậy các số $S_1, S_2, \dots, S_n$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn có: $S_1 = 3^2$; công bội là $q = \frac{1}{2}$

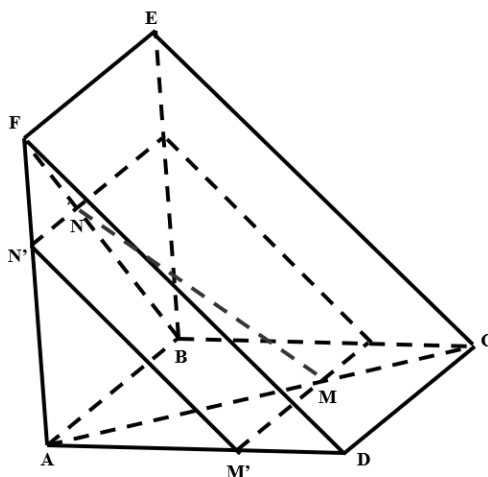
Tổng diện tích các hình vuông là: $S = S_{ABCD} + S_{A_1B_1C_1D_1} + S_{A_2B_2C_2D_2} + \dots = \frac{S_1}{1-q}$

$$= \frac{3^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \cdot 3^2 = 18.$$

Vậy tổng diện tích các hình vuông bằng 18.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hai hình vuông $ABCD, ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF ta lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Chứng minh rằng: $MN \parallel (DEF)$.

Lời giải





Trong $(ABCD)$ qua M kẻ $MM' \parallel AB (M' \in AD)$

Trong $(ABEF)$ qua N kẻ $NN' \parallel AB (N' \in AF)$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} \frac{AM'}{AD} = \frac{AM}{AC} \\ \frac{AN'}{AF} = \frac{BN}{BF} \\ AM = BN; AC = BF \end{cases} \Rightarrow \frac{AM'}{AD} = \frac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N' \parallel DF$$

Ta có : $NN' \parallel AB \parallel EF \Rightarrow (MM'N'N) \parallel (DEF)$ mà $MN \subset (MM'N'N) \Rightarrow MN \parallel (DEF)$

----- HẾT -----





ĐỀ SỐ

10

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CÁNH DIỀU

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ và góc x thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**

- A. $\cot x = \frac{3}{5}$. B. $\cos x = \frac{3}{5}$. C. $\tan x = \frac{-3}{4}$. D. $\cos x = \frac{-4}{5}$.

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{2023 \cos x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3: Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là

- A. $15^\circ + k180^\circ$ B. $30^\circ + k180^\circ$ C. $45^\circ + k180^\circ$ D. $60^\circ + k180^\circ$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. B. $u_{n-1} = 5^n$. C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Câu 5: Cho biết dãy số (u_n) với $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân có công bội $q = 3$. Tìm u_2 biết u_1 là số nguyên tố chẵn.

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 6: Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$

- A. $u_1 = 2$; $q = 2$. B. $u_1 = 2$; $q = 1$. C. $u_1 = -2$; $q = -1$. D. $u_1 = 1$; $q = 2$.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.
C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$.
D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \parallel (SBC)$. B. $SD \parallel (SBC)$. C. $BC \parallel (SAD)$. D. $SC \parallel (ABD)$.

Câu 9: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$ bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.



Câu 10: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$ là

- A. 1. B. -2. C. 2. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 11: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$ là:

- A. -2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 2.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 2$. B. $m = \pm 2$. C. $m = -2$. D. $m = 0$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x-5}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = -1$. B. Hàm số liên tục tại $x = 0$.
C. Hàm số liên tục tại $x = 1$. D. Hàm số liên tục tại $x = 3$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 15: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $-\frac{24}{25}$. B. $\frac{24}{25}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 16: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6\cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$. Tính $M + m$.

- A. -14. B. 3. C. -11. D. -10.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. Dãy số (u_n) bị chặn.
D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2; u_3 = 6$. Hỏi 2022 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?

- A. 505. B. 507. C. 508. D. 510.

Câu 19: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A. 47 B. 45 C. 44 D. 46



- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:
- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau. C. Song song. D. Có hai điểm chung.
- Câu 21:** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:
- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
- D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . P là một điểm thuộc cạnh SD . Giả sử SO cắt BP tại I . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABP) và (SAC) là:
- A. SO . B. PI . C. PO . D. AI .
- Câu 23:** Biết $x - 3$; $x - 1$; $x + 3$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân đó bằng
- A. $q = 5$. B. $q = 2$. C. $q = 4$. D. $q = -2$.
- Câu 24:** Cho dãy số có giới hạn xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$
. Tính giá trị của $\lim u_n$.
- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 25:** Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$
- A. $T = \frac{1}{8}$. B. $T = \frac{1}{16}$ C. $T = 0$. D. $T = \frac{1}{4}$
- Câu 26:** Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.
- A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.
- Câu 27:** Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.
- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.
- Câu 28:** Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản



phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 29: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. B. Ba điểm mà nó đi qua.
C. Ba điểm không thẳng hàng. D. Hai đường thẳng nằm trên mặt phẳng.

Câu 30: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + n - 2}{n^2}$.

- A. 3. B. 8. C. -2. D. 0.

Câu 31: Cho dãy số $u_n = -\frac{1}{n^2}$. Kể từ số hạng nào thì $|u_n| < \frac{1}{1000000}$?

- A. 1000001. B. 1000. C. 1001. D. 100001.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = \frac{2023x + 2024}{x^2 - 6x + 8} + \sqrt{x - 3}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 4)$. B. $(3; 4)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 33: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
C. Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng thì trùng nhau.
D. Hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là

- A. Trung điểm BC . B. Trung điểm AB . C. Điểm A . D. Điểm B .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Điểm M thuộc cạnh SB . Biết $OM \parallel (SCD)$. Tính tỉ số của $\frac{SM}{MB}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - \frac{4\sqrt{3}}{\tan x} + 7 = 0$

Câu 36: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 37: (1,0 điểm) Trong một gia đình nọ, có 2 vợ chồng trẻ mới vừa có đứa con đầu lòng. Ông chồng rất vui sướng vì bây giờ mình đã được làm cha của một đứa trẻ. Trong lúc ông chồng đang trông vợ và con ngủ. Ông chợt nghĩ về bữa tiệc Thôi Nôi (Tiệc sinh nhật khi con tròn 1 tuổi) cho con. Ông suy nghĩ rằng cứ mỗi lần tổ chức sinh nhật cho con, ông sẽ tặng cho con 1 quả bánh sinh nhật và đốt cho con số cây nến bằng với số tuổi của con. Và ông dự định tổ chức sinh nhật cho con đến khi con đủ 18 tuổi. Hỏi tổng số tiền chi phí để mua nến và bánh kem mà ông ấy dự định là bao nhiêu. Giả sử, 1 cây nến lúc này có giá: 1.000 đồng, 1 bánh kem có giá: 200.000 đồng. Biết rằng mỗi năm tiền nến sẽ không tăng giá, còn bánh kem mỗi năm ông chồng phải tăng thêm 20.000 đồng cho giá mỗi chiếc bánh so với năm trước đó.

Câu 38: (0,5 điểm) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng của B qua D . Thiết diện của tứ diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) là tam giác QPK với các đỉnh Q, P, K lần lượt thuộc các cạnh AD, AB và AC . Tính tỷ số $\frac{AK}{AC}$

----- HẾT -----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.B	5.A	6.D	7.C	8.C	9.C	10.B
11.C	12.C	13.D	14.D	15.A	16.C	17.C	18.B	19.D	20.C
21.A	22.D	23.B	24.B	25.A	26.A	27.C	28.C	29.C	30.B
31.C	32.B	33.A	34.B	35.D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ và góc x thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**

- A. $\cot x = \frac{3}{5}$. B. $\cos x = \frac{3}{5}$. C. $\tan x = \frac{-3}{4}$. D. $\cos x = \frac{-4}{5}$.

Lời giải

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \begin{cases} \tan x < 0 \\ \cos x < 0 \\ \cot x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Mà } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos x = \frac{-4}{5} \text{ (vì } \cos x < 0 \text{)}$$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{2023 \cos x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 3: Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là

- A. $15^\circ + k180^\circ$ B. $30^\circ + k180^\circ$ C. $45^\circ + k180^\circ$ D. $60^\circ + k180^\circ$

Lời giải

$$\text{Phương trình } \cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot(x + 45^\circ) = \cot 60^\circ \Leftrightarrow x + 45^\circ = 60^\circ + k180^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = 15^\circ + k180^\circ.$$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .



A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$.

B. $u_{n-1} = 5^n$.

C. $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$.

D. $u_{n-1} = 5.5^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$

Câu 5: Cho biết dãy số (u_n) với $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân có công bội $q = 3$. Tìm u_2 biết u_1 là số nguyên tố chẵn.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Ta có u_1 là số nguyên tố chẵn suy ra $u_1 = 2 \Rightarrow u_2 = 2.3 = 6$.

Câu 6: Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$

A. $u_1 = 2 ; q = 2$.

B. $u_1 = 2 ; q = 1$.

C. $u_1 = -2 ; q = -1$.

D. $u_1 = 1 ; q = 2$.

Lời giải

Ta có $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$, nên $u_1 \neq 0, q \neq 0$

Do đó: $\frac{u_5}{u_2} = \frac{u_1 \cdot q^4}{u_1 \cdot q} = q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$

Lại có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = 1$

Vậy $u_1 = 1 ; q = 2$.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$.D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

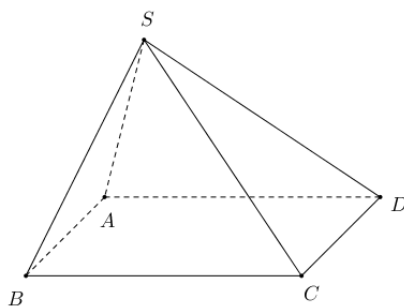
Lời giải

Vì $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow (\alpha)$ và (β) không có điểm chungMà $a \subset (\alpha)$ Từ và suy ra a và (β) không có điểm chung.Vậy $a \parallel (\beta)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AB \parallel (SBC)$.B. $SD \parallel (SBC)$.C. $BC \parallel (SAD)$.D. $SC \parallel (ABD)$.

Lời giải



Ta có: $BC \parallel AD$ (do $ABCD$ là hình bình hành) mà $AD \subset (SAD)$, $BC \not\subset (SAD)$ nên $BC \parallel (SAD)$.

Câu 9: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$ bằng

A. $\frac{7}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \left(\frac{2}{4}\right)^n + 1}{2 \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1} = \frac{0 + 1}{0 + 1} = 1$$

Câu 10: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$ là

A. 1.

B. -2.

C. 2.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2} = \frac{(-1)^2 - 3}{(-1)^3 + 2} = -2$$

Câu 11: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$ là:

A. -2.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}} = -\infty.$$

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải



Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ là hàm số liên tục.

Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số $f(x) = mx + 2$ là hàm số liên tục.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m = f(0)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x-5}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = -1$.
 B. Hàm số liên tục tại $x = 0$.
 C. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
 D. Hàm số liên tục tại $x = 3$.

Lời giải

Tại $x = 3$, ta có: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-5}{x^3-x} = \frac{1}{6} = f(3)$. Vậy hàm số liên tục tại $x = 3$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$.
 B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
 C. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.
 D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Lời giải

Ta có hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ không xác định tại $x_0 = 1$ nên hàm số gián đoạn tại $x_0 = 1$.

Câu 15: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $-\frac{24}{25}$.
 B. $\frac{24}{25}$.
 C. $\frac{4}{5}$.
 D. $-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}.$$

Câu 16: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6 \cos 2x - 7$ trên đoạn

$$\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]. \text{ Tính } M + m.$$

- A. -14.
 B. 3.
 C. -11.
 D. -10.

Lời giải

Ta có: $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -10 \leq 6 \cos 2x - 7 \leq -1$.

Suy ra $M = -1, m = -10$. Vậy $M + m = -11$.



Câu 17: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C. Dãy số (u_n) bị chặn.
- D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Ta có $u_n > 0 \Rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới bởi 0.

Mặt khác $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} (k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2)$ nên suy ra:

$$\begin{aligned} u_n &< \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1. \end{aligned}$$

Nên dãy (u_n) bị chặn trên, do đó dãy (u_n) bị chặn.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2; u_3 = 6$. Hỏi 2022 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?

- A. 505.
- B. 507.
- C. 508.
- D. 510.

Lời giải

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow 6 = -2 + 2d \Rightarrow d = 4$.

Số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 + (n-1)d = -2 + (n-1).4 = 4n - 6$.

Ta có $4n - 6 = 2022 \Leftrightarrow 4n = 2028 \Leftrightarrow n = 507$.

Vậy 2022 là số hạng thứ 507 của cấp số cộng.

Câu 19: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A. 47
- B. 45
- C. 44
- D. 46

Lời giải

Xét 1 cấp số cộng có $u_1 = 42, d = 8$

sau n tuần anh ta phải có số tiền là $u_n = 42 + (n-1).8 \geq 400$

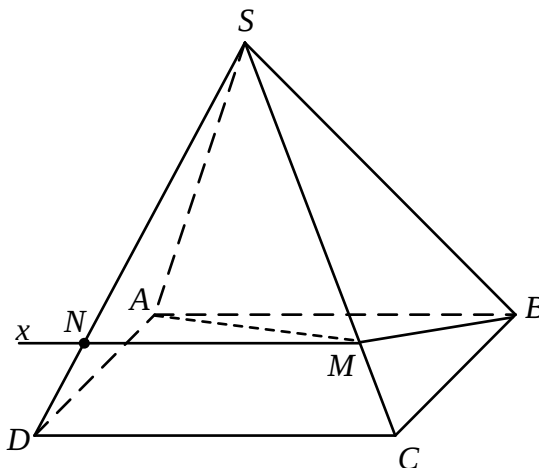
$$n-1 \geq \frac{400-42}{8} \Leftrightarrow n \geq \frac{400-42}{8} + 1 = 45.75$$

Vậy kể cả tuần đầu thì tuần thứ 46 anh ta có đủ tiền để mua cây guitar đó.



- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:
- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau. C. Song song. D. Có hai điểm chung.

Lời giải



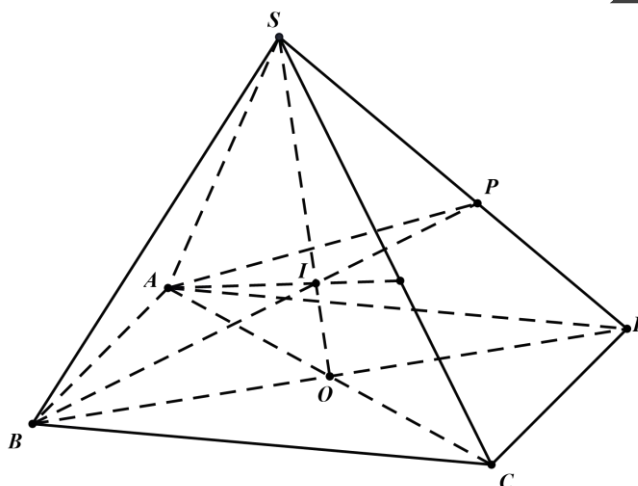
$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD) \text{ với } Mx \parallel CD \parallel AB \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

$$\text{Gọi } N = Mx \cap SD \text{ trong } (SCD) \Rightarrow N = SD \cap (MAB)$$

Vậy MN song song với CD .

- Câu 21:** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:
- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
- D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . P là một điểm thuộc cạnh SD . Giả sử SO cắt BP tại I . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABP) và (SAC) là:
- A. SO . B. PI . C. PO . D. AI .

Lời giải



Ta có: $A \in (ABP) \cap (SAC) \quad (1)$

$$\begin{cases} I \in BP \subset (ABP) \Rightarrow I \in (ABP) \\ I \in SO \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABP) \cap (SAC) \quad (2)$$

Từ (1) và (2): $(ABP) \cap (SAC) = AI$

Câu 23: Biết $x-3$; $x-1$; $x+3$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. $q=5$.

B. $q=2$.

C. $q=4$.

D. $q=-2$.

Lời giải

Ta có ba số $x-3$; $x-1$; $x+3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+3) = (x-1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 9 = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5.$$

Với $x=5$, suy ra công bội của cấp số nhân là $q = \frac{x-1}{x-3} = \frac{5-1}{5-3} = 2$.

Vậy $q=2$.

Câu 24: Cho dãy số có giới hạn xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$
 . Tính giá trị của $\lim u_n$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = \frac{3}{4}; u_4 = \frac{4}{5}; u_5 = \frac{5}{6}; \dots$

Dự đoán $u_n = \frac{n}{n+1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

Để dàng chứng minh dự đoán trên bằng phương pháp quy nạp.



Từ đó $\lim u_n = \lim \frac{n}{n+1} = \lim \frac{1}{1+\frac{1}{n}} = 1.$

Câu 25: Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$

A. $T = \frac{1}{8}.$

B. $T = \frac{1}{16}$

C. $T = 0.$

D. $T = \frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right) = \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}}$

$$= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{4}\right)^n}} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8}.$$

Câu 26: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right)$

Nếu $a+1 > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = +\infty$

Nếu $a+1 < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -\infty$

Do đó $a+1 = 0$, khi đó

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-(2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -(2a+b)$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=7 \end{cases}$

Do đó $a+b = 6$

Câu 27: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

A. $-\frac{2}{5}.$

B. $+\infty.$

C. $\frac{2}{5}.$

D. $-\infty.$

Lời giải



Ta có $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x-7)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{5-7}{-5} = \frac{2}{5}.$

Câu 28: Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm là $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2x + 55}{x}$ (triệu đồng)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 55}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{55}{x} \right) = 2.$$

Vậy khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với 2 (triệu đồng).

Câu 29: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. B. Ba điểm mà nó đi qua.
C. Ba điểm không thẳng hàng. D. Hai đường thẳng nằm trên mặt phẳng.

Lời giải

Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết ba điểm không thẳng hàng.

Câu 30: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + n - 2}{n^2}.$

- A. 3. B. 8. C. -2. D. 0.

Lời giải

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + n - 2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(8 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \right) = 8.$

Câu 31: Cho dãy số $u_n = -\frac{1}{n^2}$. Kể từ số hạng nào thì $|u_n| < \frac{1}{1000000}$?

- A. 1000001. B. 1000. C. 1001. D. 100001.

Lời giải

$$|u_n| < \frac{1}{1000000} \Leftrightarrow \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1000000} \Leftrightarrow n^2 > 1000000 \Leftrightarrow n > 1000.$$

Vậy kể từ số hạng thứ 1001 thì $|u_n| < \frac{1}{1000000}.$

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = \frac{2023x + 2024}{x^2 - 6x + 8} + \sqrt{x-3}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 4).$ B. $(3; 4).$ C. $(3; +\infty).$ D. $(-\infty; 2).$



Lời giải

$$\text{Hàm số có nghĩa khi } \begin{cases} x^2 - 6x + 8 \neq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 4 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4 \\ x \geq 3 \end{cases}.$$

Vậy theo định lí ta có hàm số $f(x) = \frac{2023x + 2024}{x^2 - 6x + 8} + \sqrt{x - 3}$ liên tục trên khoảng $(3; 4)$ và $(4; +\infty)$

Câu 33: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
- C. Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng thì trùng nhau.
- D. Hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.

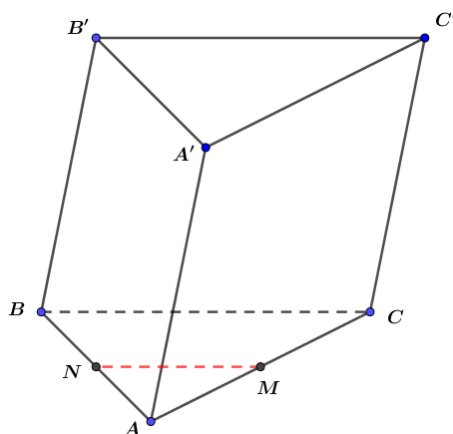
Lời giải

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không thuộc cùng một mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là

- A. Trung điểm BC .
- B. Trung điểm AB .
- C. Điểm A .
- D. Điểm B .

Lời giải



Gọi N là trung điểm của $AB \Rightarrow MN \parallel CB$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MN \parallel CB \\ N \in AB \subset (AA'B'B) \end{cases}$$

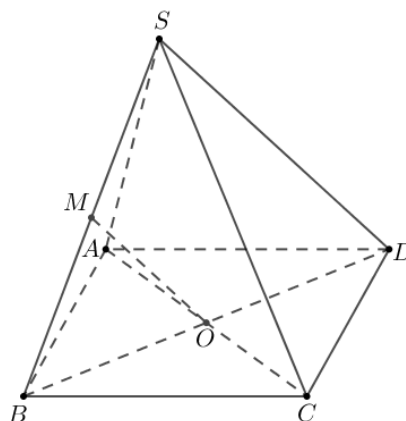
$\Rightarrow$ Hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là điểm N .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Điểm M thuộc cạnh SB . Biết $OM \parallel (SCD)$. Tính tỉ số của $\frac{SM}{MB}$.

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. 2.
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. 1.



Lời giải



Trong (SBD) xét hai đường thẳng OM và SD . Vì $SD \subset (SCD)$ và $OM \parallel (SCD)$ nên $OM \cap SD = \emptyset$, hay $OM \parallel SD$.

Suy ra OM là đường trung bình của tam giác SBD

Do đó M là trung điểm SB , hay $\frac{SM}{MB} = 1$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - \frac{4\sqrt{3}}{\tan x} + 7 = 0$

Lời giải

Xét phương trình : $4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - \frac{4\sqrt{3}}{\tan x} + 7 = 0$.

Điều kiện xác định của phương trình là $x \neq \frac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho $\Leftrightarrow 4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - 4\sqrt{3}\cot x + 7 = 0$

$$\Leftrightarrow 4\sin^2 x - 4\sin x + 1 + 2(\cot^2 x - 2\sqrt{3}\cot x + 3) = 0 \Leftrightarrow (2\sin x - 1)^2 + 2(\cot x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x = 1 \\ \cot x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k, m \in \mathbb{Z}) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết hợp điều kiện ta được họ nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại điểm $x = 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $x = 1 \in D$.

Ta có: $f(1) = 2 + a$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+8}+3} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+a) = 2+a.$$

$$\text{Để hàm số đã cho liên tục tại } x = 1 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{6} = 2+a \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}.$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{11}{6}.$$

Câu 3: (1,0 điểm) Trong một gia đình nọ, có 2 vợ chồng trẻ mới vừa có đứa con đầu lòng. Ông chồng rất vui sướng vì bây giờ mình đã được làm cha của một đứa trẻ. Trong lúc ông chồng đang trông vợ và con ngủ. Ông chợt nghĩ về bữa tiệc Thôi Nôi (Tiệc sinh nhật khi con tròn 1 tuổi) cho con. Ông suy nghĩ rằng cứ mỗi lần tổ chức sinh nhật cho con, ông sẽ tặng cho con 1 quả bánh sinh nhật và đốt cho con số cây nến bằng với số tuổi của con. Và ông dự định tổ chức sinh nhật cho con đến khi con đủ 18 tuổi. Hỏi tổng số tiền chi phí để mua nến và bánh kem mà ông ấy dự định là bao nhiêu. Giả sử, 1 cây nến lúc này có giá: 1.000 đồng, 1 bánh kem có giá: 200.000 đồng. Biết rằng mỗi năm tiền nến sẽ không tăng giá, còn bánh kem mỗi năm ông chồng phải tăng thêm 20.000 đồng cho giá mỗi chiếc bánh so với năm trước đó.

Lời giải

Theo đề ta có :

Vì ông chồng suy nghĩ rằng cứ mỗi lần tổ chức sinh nhật cho con, ông sẽ tặng cho con 1 quả bánh sinh nhật và đốt cho con số cây nến bằng với số tuổi của con:

Cho nến: Số cây nến mỗi năm là một hạng tử của cấp số cộng với $u_1 = 1, d = 1$. Khi đó, tổng số cây nến ông dự định dùng là $S_{18} = (u_1 + u_{18}) \cdot \frac{18}{2} = (1+18) \cdot 9 = 171$ (cây nến).

Suy ra số tiền để mua nến là: $171 \times 1.000 = 171.000$ đồng.

Hơn nữa, tổng số bánh kem ông dự định dùng là: 18, Và mỗi năm giá tiền mua bánh kem của ông là một hạng tử của cấp số cộng với $u_1 = 200.000, d = 20.000$. Khi đó, tổng số tiền ông dự

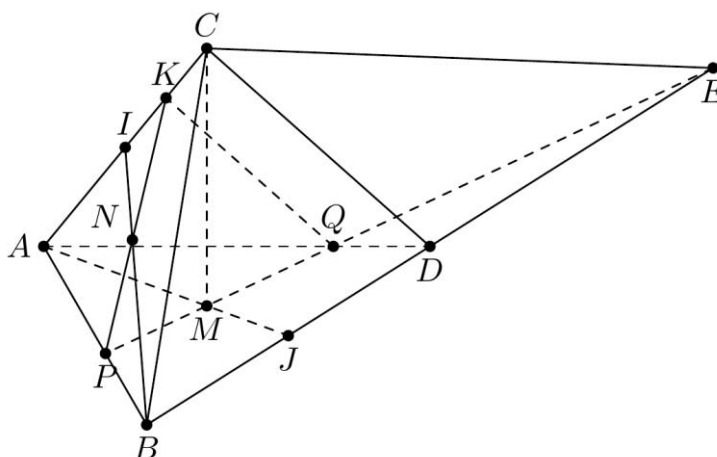
định dùng để mua bánh kem là $S_{18} = (u_1 + u_{18}) \cdot \frac{18}{2} = (200.000 + 540.000) \cdot 9 = 6.660.000$ đồng.



Tổng số tiền chi phí để mua nền và bánh kem mà ông ấy dự định là:
 $171.000 + 6.660.000 = 6.831.000$ đồng.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng của B qua D . Thiết diện của tứ diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) là tam giác QPK với các đỉnh Q, P, K lần lượt thuộc các cạnh AD, AB và AC . Tính tỷ số $\frac{AK}{AC}$

Lời giải



Gọi J, I lần lượt là trung điểm của BD, AC . Nối ME cắt AD, AB lần lượt tại Q và P ; PN cắt AC tại K ta được thiết diện là tam giác QPK .

Áp dụng định lý Menelaus cho:

$$\text{Tam giác } JAD: \frac{AM}{MJ} \cdot \frac{JE}{ED} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{DQ}{QA} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Tam giác } ADB: \frac{AP}{PB} \cdot \frac{BE}{ED} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Tam giác } ABI: \frac{AP}{PB} \cdot \frac{BN}{NI} \cdot \frac{IK}{KA} = 1 \Rightarrow \frac{IK}{KA} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Từ đó suy ra: } IK = \frac{1}{4} AC \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{3}{4}.$$

----- **HẾT** -----

